CHUYỀN ĐỀ BỒI DƯỠNG HSG TOÁN 7
PHẦN ĐẠI SỐ

Chuyền đề 1: Các bài toán thực hiện phép tính:

1. **Các kiến thức vận dụng**:
   - Tính chất của phép cộng , phép nhân
   - Các phép toán về lũy thừa:

$a^n = \underbrace{a.a....a}_{n}$; $a^m.a^n = a^{m+n}$; $a^m : a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0, m \geq n$)

$(a^m)^n = a^{m.n}$; $(a.b)^n = a^n.b^n$; $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n} (b \neq 0)$

2 . **Một số bài toán** :

Bài 1: a) Tính tổng : 1+ 2 + 3 +.... + n , 1+ 3 + 5 +.... + (2n -1)

b) Tính tổng : 1.2 + 2.3 + 3.4 + ...+ n.(n+1)

1.2.3+ 2.3.4 + 3.4.5 + ...+ n(n+1)(n+2)

Với n là số tự nhiên khác không.

HD : a) 1+2 + 3 + ...+ n = n(n+1)

1+ 3+ 5+ ...+ (2n-1) = n^2

b) 1.2+2.3+3.4+ ...+ n(n+1)

= [1.2.(3 - 0) + 2.3.(4 - 1) + 3.4(5 – 2) + ...+ n(n + 1)((n+2) – (n – 1))] : 3

= [1.2.3 – 1.2.3 + 2.3.4 – 2.3.4 +......+ n(n+1)(n+2)] : 3

= n(n+ 1)(n+2) :3

1.2.3 + 2.3.4+ 3.4.5 + ...+ n(n+1)(n+2)

= [1.2.3(4 – 0) + 2.3.4(5 -1) + 3.4.5.(6 -2) + ...+ n(n+1)(n+2)((n+3) – (n-1))]: 4

= n(n+1)(n+2)(n+3) : 4

Tổng quát:

Bài 2: a) Tính tổng : S = 1+ a + a^2 +.....+ a^n

b) Tính tổng : A = $\frac{c}{a_1.a_2} + \frac{c}{a_2.a_3} + ... + \frac{c}{a_{n-1}.a_n}$ với $a_2 – a_1 = a_3 – a_2 = ... = a_n – a_{n-1} = k$

HD: a) S = 1+ a + a^2 +.....+ a^n $\Rightarrow$ aS = a + a^2 +.....+ a^n + a^{n+1}

Ta có : aS – S = a^{n+1} – 1 $\Rightarrow$ (a – 1) S = a^{n+1} – 1

Nếu a = 1 $\Rightarrow$ S = n

Nếu a khác 1 , suy ra S = $\frac{a^{n+1}-1}{a-1}$

b) Áp dụng $\frac{c}{a.b} = \frac{c}{k}(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$ với b – a = k

Ta có : A = $\frac{c}{k}(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2})+\frac{c}{k}(\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_3})+.....+\frac{c}{k}(\frac{1}{a_{n-1}}-\frac{1}{a_n})$

$=\frac{c}{k}(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_3}+......+\frac{1}{a_{n-1}}-\frac{1}{a_n})$

$=\frac{c}{k}(\frac{1}{a_1}-\frac{1}{a_n})$

Bài 3 : a) Tính tổng : $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2$

b) Tính tổng : $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3$

HD : a) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + n^2 = n(n+1)(2n+1):6$

b) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + n^3 = (n(n+1):2)^2$

Bài 3: Thực hiện phép tính:

a) A = $(\frac{1}{4.9}+\frac{1}{9.14}+\frac{1}{14.19}+...+\frac{1}{44.49})\frac{1-3-5-7-...-49}{89}$

b) $B=\frac{2^{12}.3^5-4^6.9^2}{\left(2^2.3\right)^6+8^4.3^5}-\frac{5^{10}.7^3-25^5.49^2}{\left(125.7\right)^3+5^9.14^3}$

HD : A = $\frac{-9}{28}$; B = $\frac{7}{2}$

Bài 4: 1, Tính: $P=\frac{\frac{1}{2003}+\frac{1}{2004}-\frac{1}{2005}}{\frac{5}{2003}+\frac{5}{2004}-\frac{5}{2005}}-\frac{\frac{2}{2002}+\frac{2}{2003}-\frac{2}{2004}}{\frac{3}{2002}+\frac{3}{2003}-\frac{3}{2004}}$

2, Biết: 13 + 23 + ...+ 103 = 3025.

Tính: S = 23 + 43 + 63 + ...+ 203

Bài 5: a) Tính $A=\left(\frac{1,5+1-0,75}{2,5+\frac{5}{3}-1,25}+\frac{0,375-0,3+\frac{3}{11}+\frac{3}{12}}{-0,625+0,5-\frac{5}{11}-\frac{5}{12}}\right):\frac{1890}{2005}+115$

b) Cho $B=\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}+...+\frac{1}{3^{2004}}+\frac{1}{3^{2005}}$

Chứng minh rằng $B<\frac{1}{2}$.

Bài 6: a) Tính : $\frac{\left(13\frac{1}{4}-2\frac{5}{27}-10\frac{5}{6}\right).230\frac{1}{25}+46\frac{3}{4}}{\left(1\frac{3}{10}+\frac{10}{3}\right):\left(12\frac{1}{3}-14\frac{2}{7}\right)}$

b) Tính $P = \dfrac{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}+...+\dfrac{1}{2012}}{\dfrac{2011}{1}+\dfrac{2010}{2}+\dfrac{2009}{3}+...+\dfrac{1}{2011}}$

HD: Nhận thấy 2011 + 1 = 2010+2 = ….

$\Rightarrow MS = 1+\dfrac{2012}{1}+1+\dfrac{2010}{2}+....+1+\dfrac{1}{2011}-2011$

$= 2012+\dfrac{2012}{2}+....+\dfrac{2012}{2011}-2011 \ = \ 2012(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}+......+\dfrac{1}{2012})$

c) $A = \dfrac{(1+2+3+...+99+100)\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{9}\right)(63.1,2-21.3,6)}{1-2+3-4+...+99-100}$

Bài 7: a) Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \left[\dfrac{1\dfrac{11}{31}.4\dfrac{3}{7}-\left(15-6\dfrac{1}{3}.\dfrac{2}{19}\right)}{4\dfrac{5}{6}+\dfrac{1}{6}\left(12-5\dfrac{1}{3}\right)}.\left(-1\dfrac{14}{93}\right)\right].\dfrac{31}{50}$$

b) Chứng tỏ rằng: $B = 1-\dfrac{1}{2^2}-\dfrac{1}{3^2}-\dfrac{1}{3^2}-...-\dfrac{1}{2004^2} > \dfrac{1}{2004}$

Bài 8: a) Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \dfrac{\left(81,624:4\dfrac{4}{3}-4,505\right)^2+125\dfrac{3}{4}}{\left\{\left[\left(\dfrac{11}{25}\right)^2:0,88+3,53\right]^2-(2,75)^2\right\}:\dfrac{13}{25}}$$

b) Chứng minh rằng tổng:

$$S = \dfrac{1}{2^2}-\dfrac{1}{2^4}+\dfrac{1}{2^6}-...+\dfrac{1}{2^{4n-2}}-\dfrac{1}{2^{4n}}+....+\dfrac{1}{2^{2002}}-\dfrac{1}{2^{2004}} < 0,2$$

Chuyên đề 2: Bài toán về tính chất của dãy tỉ số bằng nhau

1. **<u>Kiến thức vận dụng</u> :**

- $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d} \Leftrightarrow a.d = b.c$

-Nếu $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}$ **thì** $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}=\dfrac{a\pm b\pm e}{b\pm d\pm f}$ **với gt các tỉ số dều có nghĩa**

- Có $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{e}{f}$ = k Thì a = bk, c = d k, e = fk

2. <u>Bài tập vận dụng</u>

<u>Dạng 1</u> Vận dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để chứng minh đẳng thức

Bài 1: Cho $\frac{a}{c}=\frac{c}{b}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^2+c^2}{b^2+c^2}=\frac{a}{b}$

HD: Từ $\frac{a}{c}=\frac{c}{b}$ suy ra $c^2=a.b$

khi đó $\frac{a^2+c^2}{b^2+c^2}=\frac{a^2+a.b}{b^2+a.b}$

$=\frac{a(a+b)}{b(a+b)}=\frac{a}{b}$

Bài 2: Cho a,b,c $\in$ R và a,b,c $\neq$ 0 thoả mãn b^2 = ac. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{c}=\frac{(a+2012b)^2}{(b+2012c)^2}$$

HD: Ta có $(a + 2012b)^2 = a^2 + 2.2012.ab + 2012^2.b^2 = a^2 + 2.2012.ab + 2012^2.ac$

= a($a + 2.2012.b + 2012^2.c$)

$(b + 2012c)^2 = b^2 + 2.2012.bc + 2012^2.c^2 = ac+ 2.2012.bc + 2012^2.c^2$

= c($a + 2.2012.b + 2012^2.c$)

Suy ra : $\frac{a}{c}=\frac{(a+2012b)^2}{(b+2012c)^2}$

Bài 3: Chứng minh rằng nếu $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ thì $\frac{5a+3b}{5a-3b}=\frac{5c+3d}{5c-3d}$

HD : Đặt $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=k \Rightarrow$ **a = kb, c = kd .**

Suy ra : $\frac{5a+3b}{5a-3b}=\frac{b(5k+3)}{b(5k-3)}=\frac{5k+3}{5k-3}$ **và** $\frac{5c+3d}{5c-3d}=\frac{d(5k+3)}{d(5k-3)}=\frac{5k+3}{5k-3}$

Vậy $\frac{5a+3b}{5a-3b}=\frac{5c+3d}{5c-3d}$

Bài 4: Biết $\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}=\frac{ab}{cd}$ với a,b,c, d $\neq 0$ Chứng minh rằng :

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ hoặc $\frac{a}{b}=\frac{d}{c}$

HD : Ta có $\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}=\frac{ab}{cd}=\frac{2ab}{2cd}=\frac{a^2+2ab+b^2}{c^2+2cd+d^2}=\frac{(a+b)^2}{(c+d)^2}=(\frac{a+b}{c+d})^2$ (1)

$$\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}=\frac{ab}{cd}=\frac{2ab}{2cd}=\frac{a^2-2ab+b^2}{c^2-2cd+d^2}=\frac{(a-b)^2}{(c-d)^2}=(\frac{a-b}{c-d})^2 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra : $(\frac{a+b}{c+d})^2=(\frac{a-b}{c-d})^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{a+b}{c+d}=\frac{a-b}{c-d} \\ \frac{a+b}{c+d}=\frac{b-a}{d-c} \end{array}\right.$

Xét 2 TH đi đến đpcm

Bài 5 : Cho tỉ lệ thức $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. Chứng minh rằng:

$$\frac{ab}{cd}=\frac{a^2-b^2}{c^2-d^2} \quad \text{và} \quad \left(\frac{a+b}{c+d}\right)^2=\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$$

HD : Xuất phát từ $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ biến đổi theo các hướng làm xuất hiện $\frac{ab}{cd}=\frac{a^2-b^2}{c^2-d^2}=\frac{a^2}{b^2}=\frac{c^2}{d^2}=\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}=(\frac{a+b}{c+d})^2$

Bài 6 : Cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2a+b+c+d}{a}=\frac{a+2b+c+d}{b}=\frac{a+b+2c+d}{c}=\frac{a+b+c+2d}{d}$$

Tính $M=\frac{a+b}{c+d}+\frac{b+c}{d+a}+\frac{c+d}{a+b}+\frac{d+a}{b+c}$

HD : Từ $\frac{2a+b+c+d}{a}=\frac{a+2b+c+d}{b}=\frac{a+b+2c+d}{c}=\frac{a+b+c+2d}{d}$

Suy ra : $\frac{2a+b+c+d}{a}-1=\frac{a+2b+c+d}{b}-1=\frac{a+b+2c+d}{c}-1=\frac{a+b+c+2d}{d}-1$

$$\Rightarrow \frac{a+b+c+d}{a}=\frac{a+b+c+d}{b}=\frac{a+b+c+d}{c}=\frac{a+b+c+d}{d}$$

Nếu a + b + c + d = 0 $\Rightarrow$ a + b = -(c+d) ; (b + c) = -(a + d)

$\Rightarrow M=\frac{a+b}{c+d}+\frac{b+c}{d+a}+\frac{c+d}{a+b}+\frac{d+a}{b+c}$ = -4

Nếu a + b + c + d $\neq 0 \Rightarrow$ a = b = c = d $\Rightarrow M=\frac{a+b}{c+d}+\frac{b+c}{d+a}+\frac{c+d}{a+b}+\frac{d+a}{b+c}$ = 4

Bài 7 : a) Chứng minh rằng:

Nếu $\frac{x}{a+2b+c}=\frac{y}{2a+b-c}=\frac{z}{4a-4b+c}$

Thì $\frac{a}{x+2y+z}=\frac{b}{2x+y-z}=\frac{c}{4x-4y+z}$

b) Cho: $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{d}$. Chứng minh: $\left(\frac{a+b+c}{b+c+d}\right)^3=\frac{a}{d}$

HD : a) Từ $\frac{x}{a+2b+c}=\frac{y}{2a+b-c}=\frac{z}{4a-4b+c}$

$\Rightarrow \frac{a+2b+c}{x}=\frac{2a+b-c}{y}=\frac{4a-4b+c}{z}$

$$\Rightarrow \frac{a+2b+c}{x}=\frac{2(2a+b-c)}{2y}=\frac{4a-4b+c}{z}=\frac{a}{x+2y+z} \quad (1)$$

$$\frac{2(a+2b+c)}{2x}=\frac{(2a+b-c)}{y}=\frac{4a-4b+c}{z}=\frac{b}{2x+y+z} \quad (2)$$

$$\frac{4(a+2b+c)}{4x}=\frac{4(2a+b-c)}{4y}=\frac{4a-4b+c}{z}=\frac{c}{4x-4y+z} \quad (3)$$

Từ (1) ;(2) và (3) suy ra : $\frac{a}{x+2y+z}=\frac{b}{2x+y-z}=\frac{c}{4x-4y+z}$

Bài 8: Cho $\frac{x}{y+z+t}=\frac{y}{z+t+x}=\frac{z}{t+x+y}=\frac{t}{x+y+z}$

chứng minh rằng biểu thức sau có giá trị nguyên.

$$P=\frac{x+y}{z+t}+\frac{y+z}{t+x}+\frac{z+t}{x+y}+\frac{t+x}{y+z}$$

<u>HD</u> Từ $\frac{x}{y+z+t}=\frac{y}{z+t+x}=\frac{z}{t+x+y}=\frac{t}{x+y+z}$ $\Rightarrow$ $\frac{y+z+t}{x}=\frac{z+t+x}{y}=\frac{t+x+y}{z}=\frac{x+y+z}{t}$

$$\Rightarrow \frac{y+z+t}{x}+1=\frac{z+t+x}{y}+1=\frac{t+x+y}{z}+1=\frac{x+y+z}{t}+1$$

$$\Rightarrow \frac{x+y+z+t}{x}=\frac{z+t+x+y}{y}=\frac{t+x+y+z}{z}=\frac{x+y+z+t}{t}$$

Nếu x + y + z + t = 0 thì P = - 4

Nếu x + y + z + t $\neq$ 0 thì x = y = z = t $\Rightarrow$ P = 4

Bài 9 : Cho 3 số x , y , z khác 0 thỏa mãn điều kiện :

$\frac{y+z-x}{x}=\frac{z+x-y}{y}=\frac{x+y-z}{z}$

Hãy tính giá trị của biểu thức : $B=\left(1+\frac{x}{y}\right)\left(1+\frac{y}{z}\right)\left(1+\frac{z}{x}\right)$

Bài 10 : a) Cho các số a,b,c,d khác 0 . Tính

$T = x^{2011} + y^{2011} + z^{2011} + t^{2011}$

Biết x,y,z,t thỏa mãn:

$$\frac{x^{2010}+y^{2010}+z^{2010}+t^{2010}}{a^2+b^2+c^2+d^2}=\frac{x^{2010}}{a^2}+\frac{y^{2010}}{b^2}+\frac{z^{2010}}{c^2}+\frac{t^{2010}}{d^2}$$

b) Tìm số tự nhiên M nhỏ nhất có 4 chữ số thỏa mãn điều kiện:

M = a + b = c +d = e + f

Biết a,b,c,d,e,f thuộc tập N^* và $\frac{a}{b}=\frac{14}{22};\frac{c}{d}=\frac{11}{13};\frac{e}{f}=\frac{13}{17}$

c) Cho 3 số a, b, c thỏa mãn : $\frac{a}{2009}=\frac{b}{2010}=\frac{c}{2011}$.

Tính giá trị của biểu thức : $M = 4(a - b)(b - c) - (c - a)^2$

Một số bài tương tự

Bài 11: Cho dãy tỉ số bằng nhau:

$$\frac{2012a+b+c+d}{a}=\frac{a+2012b+c+d}{b}=\frac{a+b+2012c+d}{c}=\frac{a+b+c+2012d}{d}$$

Tính $M=\frac{a+b}{c+d}+\frac{b+c}{d+a}+\frac{c+d}{a+b}+\frac{d+a}{b+c}$

Bài 12: Cho 3 số x , y , z, t khác 0 thỏa mãn điều kiện :

$\frac{y+z+t-nx}{x}=\frac{z+t+x-ny}{y}=\frac{t+x+y-nz}{z}=\frac{x+y+z-nt}{t}$ (n là số tự nhiên)

và $x + y + z + t = 2012$. Tính giá trị của biểu thức $P = x + 2y - 3z + t$

Dạng 2 : Vận dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau để tìm x,y,z,…

Bài 1: Tìm cặp số (x;y) biết : $\frac{1+3y}{12}=\frac{1+5y}{5x}=\frac{1+7y}{4x}$

HD : Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau ta có:

$$\frac{1+3y}{12}=\frac{1+5y}{5x}=\frac{1+7y}{4x}=\frac{1+7y-1-5y}{4x-5x}=\frac{2y}{-x}=\frac{1+5y-1-3y}{5x-12}=\frac{2y}{5x-12}$$

=> $\frac{2y}{-x}=\frac{2y}{5x-12}$ với y = 0 thay vào không thỏa mãn

Nếu y khác 0

=> $-x = 5x - 12$

=> x = 2. Thay x = 2 vào trên ta được:

$\frac{1+3y}{12}=\frac{2y}{-2}=-y$ =>$1+ 3y = -12y$ => $1 = -15y$ => $y = \frac{-1}{15}$

Vậy x = 2, y = $\frac{-1}{15}$ thoả mãn đề bài

Bài 3 : Cho $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{a}$ và $a + b + c \neq 0$; $a = 2012$.

Tính b, c.

HD : từ $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}=\frac{c}{a}=\frac{a+b+c}{a+b+c}=1$ $\Rightarrow$ a = b = c = 2012

Bài 4 : Tìm các số x,y,z biết : $\frac{y+x+1}{x}=\frac{x+z+2}{y}=\frac{x+y-3}{z}=\frac{1}{x+y+z}$

HD: Áp dụng t/c dãy tỉ số bằng nhau:

$\frac{y+x+1}{x}=\frac{x+z+2}{y}=\frac{x+y-3}{z}=\frac{2(x+y+z)}{(x+y+z)}=2=\frac{1}{x+y+z}$ (vì x+y+z $\neq 0$)

Suy ra : x + y + z = 0,5 từ đó tìm được x, y, z

Bài 5 : Tìm x, biết rằng: $\frac{1+2y}{18}=\frac{1+4y}{24}=\frac{1+6y}{6x}$

HD : **Từ** $\frac{1+2y}{18}=\frac{1+4y}{24}=\frac{1+6y}{6x}=\frac{2(1+2y)-(1+4y)}{2.18-24}=\frac{1+2y+1+4y-(1+6y)}{18+24-6x}$

Suy ra : $\frac{1}{6}=\frac{1}{6x}\Rightarrow x=1$

Bài 6: Tìm x, y, z biết: $\frac{x}{z+y+1}=\frac{y}{x+z+1}=\frac{z}{x+y-2}=x+y+z$ (x, y, z $\neq 0$)

HD : Từ $\frac{x}{z+y+1}=\frac{y}{x+z+1}=\frac{z}{x+y-2}=x+y+z=\frac{x+y+z}{2(x+y+z)}=\frac{1}{2}$

Từ x + y + z = $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ x + y = $\frac{1}{2}$ - z , y +z = $\frac{1}{2}$ - x , z + x = $\frac{1}{2}$ - y thay vào đẳng thức ban đầu để tìm x.

Bài 7 : Tìm x, y, z biết $\frac{3x}{8}=\frac{3y}{64}=\frac{3z}{216}$ và $2x^2+2y^2-z^2=1$

Bài 8 : Tìm x , y biết : $\frac{2x+1}{5}=\frac{4y-5}{9}=\frac{2x+4y-4}{7x}$

Chuyên đề 3: Vận dụng tính chất phép toán để tìm x, y

1. **<u>Kiến thức vận dụng :</u>**
   - Tính chất phép toán cộng, nhân số thực
   - Quy tắc mở dấu ngoặc, quy tắc chuyển vế

- Tính chất về giá trị tuyệt đối : $|A| \geq 0$ **với** mọi A ;

$$|A| = \left[\begin{array}{l} A, A \geq 0 \\ -A, A < 0 \end{array}\right.$$

- Bất đẳng thức về giá trị tuyệt đối :

$|A| + |B| \geq |A + B|$ dấu '=' xẩy ra khi AB $\geq$0; $|A - B| \geq |A| - |B|$ dấu '= ' xẩy ra A,B >0

$|A| \geq m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A \geq m \\ A \leq -m \end{array}\right. (m > 0)$; $|A| \leq m \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} A \leq m \\ A \geq -m \end{array}\right. (hay - m \leq A \leq m)$ với m > 0

- Tính chất lũy thừa của 1 số thực : $A^{2n} \geq 0$ với mọi A ; - $A^{2n} \leq 0$ với mọi A

$A^m = A^n \Leftrightarrow m = n$; $A^n = B^n \Rightarrow A = B$ (nếu n lẻ) hoặc $A = \pm B$ (nếu n chẵn)

$0 < A < B \Leftrightarrow A^n < B^n$;

2. **Bài tập vận dụng**

Dạng 1: Các bài toán cơ bản

Bài 1: Tìm x biết

a) x + 2x + 3x + 4x + …..+ 2011x = 2012.2013

b) $\frac{x-1}{2011} + \frac{x-2}{2010} - \frac{x-3}{2009} = \frac{x-4}{2008}$

HD : a) **x + 2x + 3x + 4x + …..+ 2011x = 2012.2013**

$\Rightarrow$x(1 + 2 + 3 + ….+ 2011) = 2012.2013

$\Rightarrow x.\frac{2011.2012}{2} = 2012.2013 \quad \Rightarrow x = \frac{2.2013}{2011}$

b) Nhận xét : 2012 = 2011+1= 2010 +2 = 2009 +3 = 2008 +4

Từ $\frac{x-1}{2011} + \frac{x-2}{2010} - \frac{x-3}{2009} = \frac{x-4}{2008}$

$$\Rightarrow \frac{(x-2012)+2011}{2011} + \frac{(x-2012)+2010}{2010} + \frac{(x-2012)+2009}{2009} = \frac{(x-2012)+2008}{2008}$$

$$\Rightarrow \frac{x-2012}{2011}+\frac{x-2012}{2010}+\frac{x-2012}{2009}-\frac{x-2012}{2008}=-2$$

$$\Rightarrow (x-2012)(\frac{1}{2011}+\frac{1}{2010}+\frac{1}{2009}-\frac{1}{2008})=-2$$

$$\Rightarrow x=-2:(\frac{1}{2011}+\frac{1}{2010}+\frac{1}{2009}-\frac{1}{2008})+2012$$

Bài 2 Tìm x nguyên biết

a) $\frac{1}{1.3}+\frac{1}{3.5}+\frac{1}{5.7}+....+\frac{1}{(2x-1)(2x+1)}=\frac{49}{99}$

b) 1- 3 + 3^2 – 3^3 + ….+ $(-3)^x$ = $\frac{9^{1006}-1}{4}$

Dạng 2 : Tìm x có chứa giá trị tuyệt đối

- **Dạng :** $|x+a|=x+b$ **và** $|x+a|\pm|x+b|=x+c$

Khi giải cần tìm giá trị của x để các GTTĐ bằng không, rồi so sánh các giá trị đó để chia ra các khoảng giá trị của x (so sánh –a và –b)

Bài 1 : Tìm x biết :

a) $|x-2011|=x-2012$ **b)** $|x-2010|+|x-2011|=2012$

HD : a) $|x-2011|=x-2012$ **(1) do VT =** $|x-2011|\geq 0,\forall x$