

SBD:.....

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Đề có 01 trang gồm 5 câu

Câu 1 (2,0 điểm)

a. Tính giá trị của biểu thức $A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}}$.

b. Rút gọn biểu thức $B = \frac{\sqrt{a} + 1}{a - 4\sqrt{a} + 4} : \left(\frac{a}{a - 2\sqrt{a}} + \frac{a}{\sqrt{a} - 2} \right)$ với $a > 0$ và $a \neq 4$.

Câu 2 (2,0 điểm)

a. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + x + y = 1 \\ (x^2 + 1)(x + y - 1) = -2 \end{cases}$.

b. Cho phương trình $x^2 + 2(m + 1)x - m^2 - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1 < x_2$ thỏa mãn $|x_1| - |x_2 + 5| \geq 2023$.

Câu 3 (1,0 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng:

$$\frac{1}{xy + 2z^2 + 2z} + \frac{1}{yz + 2x^2 + 2x} + \frac{1}{xz + 2y^2 + 2y} \geq \frac{1}{xy + yz + zx}.$$

Câu 4 (3,5 điểm)

Cho đường tròn (O) đường kính AB . Trên (O) lấy điểm C sao cho $AC > BC$ (C khác B). Các tiếp tuyến của (O) tại A và C cắt nhau tại M . Gọi H là giao điểm của OM và AC , K là giao điểm thứ hai của BM với (O).

a. Chứng minh tứ giác $AHKM$ nội tiếp.

b. Chứng minh HC là tia phân giác của góc KHB .

c. Qua O , kẻ đường thẳng song song với AM cắt MC tại P , MC cắt AB tại Q .

Chứng minh rằng $\frac{AM}{MP} - \frac{MP}{QP} = 1$.

Câu 5 (1,5 điểm)

a. Tìm tất cả các số nguyên n sao cho $n^2 + 2$ chia hết cho $n + 1$.

b. Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(m; n)$ biết rằng hai phương trình $x^2 - 2mx - 3n = 0$ và $x^2 - 2nx - 3m = 0$ (với x là ẩn) đều có nghiệm nguyên.

.....**HẾT**.....

SỞ GD&ĐT QUẢNG BÌNH

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2023 -2024
Khóa ngày 07/6/2023
Môn: TOÁN (CHUYÊN)
(Hướng dẫn chấm gồm có 05 trang)

Yêu cầu chung

- * Đáp án chỉ trình bày một lời giải cho mỗi câu. Trong bài làm của học sinh yêu cầu phải lập luận logic chặt chẽ, đầy đủ, chi tiết rõ ràng.
- * Trong mỗi câu, nếu học sinh giải sai ở bước giải trước thì cho điểm 0 đối với những bước sau có liên quan.
- * Điểm thành phần của mỗi câu được phân chia đến 0,25 điểm. Đối với điểm là 0,5 điểm thì tùy tổ giám khảo thống nhất để chiết thành từng 0,25 điểm.
- * Đối với Câu 4, học sinh không vẽ hình thì cho điểm 0. Trường hợp học sinh có vẽ hình, nếu vẽ sai ý nào thì điểm 0 ở ý đó.
- * Học sinh có lời giải khác đáp án (nếu đúng) vẫn cho điểm tối đa tùy theo mức điểm từng câu.
- * Điểm của toàn bài là tổng (không làm tròn số) của điểm tất cả các câu.

Câu	Nội dung	Điểm
1	a. Tính giá trị biểu thức $A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}}$.	2,0
	b. Rút gọn biểu thức $B = \frac{\sqrt{a} + 1}{a - 4\sqrt{a} + 4} : \left(\frac{a}{a - 2\sqrt{a}} + \frac{a}{\sqrt{a} - 2} \right)$ với $a > 0$ và $a \neq 4$.	
a	$A = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}}$	0,5
	$= \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} + \sqrt[3]{(2 + \sqrt{3})^3}$ $= 2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} = 4$	0,5
b	Với $a > 0$ và $a \neq 4$ ta có $B = \frac{\sqrt{a} + 1}{(\sqrt{a} - 2)^2} : \left(\frac{a}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 2)} + \frac{a}{\sqrt{a} - 2} \right)$	0,25
	$= \frac{\sqrt{a} + 1}{(\sqrt{a} - 2)^2} : \left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 2} + \frac{a}{\sqrt{a} - 2} \right)$	0,25
	$= \frac{\sqrt{a} + 1}{(\sqrt{a} - 2)^2} \cdot \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 2} = \frac{\sqrt{a} + 1}{(\sqrt{a} - 2)^2} \cdot \frac{\sqrt{a} - 2}{\sqrt{a}(\sqrt{a} + 1)}$	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
	$= \frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-2)}$	0,25
2	<p>a. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + x + y = 1 \\ (x^2 + 1)(x + y - 1) = -2 \end{cases}$</p> <p>b. Cho phương trình $x^2 + 2(m+1)x - m^2 - 3 = 0$ (m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm $x_1 < x_2$ thỏa mãn $x_1 - x_2 + 5 \geq 2023$.</p>	2,0
a	Ta có $\begin{cases} x^2 + x + y = 1 \\ (x^2 + 1)(x + y - 1) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2 + 1) + (x + y - 1) = 1 \\ (x^2 + 1)(x + y - 1) = -2 \end{cases}$	0,25
	Đặt $\begin{cases} u = x^2 + 1, (u \geq 1) \\ v = x + y - 1 \end{cases} (*)$ ta được hệ phương trình $\begin{cases} u + v = 1 \\ u \cdot v = -2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} u = 2 \\ v = -1 \\ u = -1 \\ v = 2 \end{cases} (L)$	0,25
	thay $u = 2, v = -1$ vào (*) ta có $\begin{cases} x^2 + 1 = 2 \\ x + y - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x + y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(-1; 1); (1; -1)$	
b	Ta có $a \cdot c = -m^2 - 3 < 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên phương trình luôn có hai nghiệm trái dấu, suy ra $x_1 < 0 < x_2$.	0,5
	Theo Vi et ta có $x_1 + x_2 = -2(m+1)$	
	Theo bài ra ta có $ x_1 - x_2 + 5 \geq 2023 \Leftrightarrow -x_1 - x_2 - 5 \geq 2023$	0,25
	$\Leftrightarrow x_1 + x_2 \leq -2028 \Leftrightarrow -2m - 2 \leq -2028$	0,25
	$\Leftrightarrow 2m \geq 2026 \Leftrightarrow m \geq 1013$. Vậy $m \geq 1013$.	
3	<p>Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 1$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{xy + 2z^2 + 2z} + \frac{1}{yz + 2x^2 + 2x} + \frac{1}{xz + 2y^2 + 2y} \geq \frac{1}{xy + yz + zx}$.</p>	1,0
	Ta có:	0,5

Câu	Nội dung	Điểm
	$xy + 2z^2 + 2z = xy + 2z^2 + 2z(x + y + z) = (x + 2z)(y + 2z)$ $= \frac{(xy + 2yz)(xy + 2xz)}{xy} \leq \frac{[(xy + 2yz) + (xy + 2xz)]^2}{4xy} = \frac{(xy + yz + zx)^2}{xy}$ <p>Suy ra $\frac{1}{xy + 2z^2 + 2z} \geq \frac{xy}{(xy + yz + zx)^2}$ (1)</p>	
	<p>Tương tự ta có</p> $\frac{1}{yz + 2x^2 + 2x} \geq \frac{yz}{(xy + yz + zx)^2}$ (2) $\frac{1}{zx + 2y^2 + 2y} \geq \frac{zx}{(xy + yz + zx)^2}$ (3)	0,25
	<p>Cộng vế theo vế của các bất đẳng thức (1), (2), (3) ta được</p> $\frac{1}{xy + 2z^2 + 2z} + \frac{1}{yz + 2x^2 + 2x} + \frac{1}{zx + 2y^2 + 2y}$ $\geq \frac{xy + yz + zx}{(xy + yz + zx)^2} = \frac{1}{xy + yz + zx}$ <p>Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = \frac{1}{3}$.</p>	0,25
4	<p>Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên (O) lấy điểm C sao cho $AC > BC$ (C khác B). Các tiếp tuyến của (O) tại A và C cắt nhau tại M. Gọi H là giao điểm của OM và AC, K là giao điểm thứ hai của BM với (O).</p> <p>a. Chứng minh tứ giác AHKM nội tiếp.</p> <p>b. Chứng minh HC là tia phân giác của góc KHB.</p> <p>c. Qua O, kẻ đường thẳng song song với AM cắt MC tại P, MC cắt AB tại Q. Chứng minh rằng $\frac{AM}{MP} - \frac{MP}{QP} = 1$.</p>	3,5 điểm

Câu	Nội dung	Điểm
a	<p>Ta có $AKB = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Suy ra $AKM = 90^\circ$ (1)</p>	0,5
a	<p>Lại có $MH \perp AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên $MHA = 90^\circ$ (2)</p>	0,5
	<p>Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $AHKM$ nội tiếp.</p>	0,5
b	<p>Ta có $MHK = MAK$ (cùng chắn cung MK) Và $MAK = ABM$ (cùng chắn cung AK) Suy ra $MHK = OBK$ (3)</p>	0,25
b	<p>Ta thấy $KHO + OBK = KHO + MHK = 180^\circ \Rightarrow BOHK$ nội tiếp. Nên $OHB = OKB$ (4)</p>	0,25
b	<p>Lại có $\triangle OBK$ cân tại O nên $OKB = OBK$ (5) Từ (4) và (5) suy ra $OHB = OBK$ (6)</p>	0,25
b	<p>Từ (3) và (6) suy ra $MHK = OHB \Rightarrow KHC = BHC$ Hay HC là tia phân giác của KHB.</p>	0,25
c	<p>Vì $OP \parallel AM$ (GT) nên $AMO = MOP$ (hai góc so le trong) Mà $AMO = OMP$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên $MOP = OMP$ (cùng bằng AMO) Suy ra $\triangle MOP$ cân tại P $\Rightarrow MP = OP$</p>	0,5