

CHUYÊN ĐỀ: ĐỒ THỊ HÀM SỐ

HỆ THỐNG BÀI TẬP SỬ DỤNG TRONG CHUYÊN ĐỀ

Tỉnh, huyện, thành phố	Năm học
<i>Học sinh giỏi huyện Chư Sê</i>	2019 - 2020
<i>Học sinh giỏi huyện Cẩm Thủy (Thanh Hóa)</i>	2019 - 2020
<i>Học sinh giỏi Tỉnh Bắc Ninh</i>	2018 - 2019
<i>Học sinh giỏi Tỉnh Đà Nẵng</i>	2018 – 2019, 2015 - 2016
<i>Học sinh giỏi Bà Rịa Vũng Tàu</i>	2018 - 2019
<i>Học sinh giỏi Tỉnh Thái Bình</i>	2018 - 2019
<i>Học sinh giỏi Tỉnh Hưng Yên</i>	2016 - 2017
<i>Học sinh giỏi Tỉnh Đắk Lắk</i>	2015 - 2016
<i>Học sinh giỏi Quận Ba Đình</i>	2020-2021
<i>Học sinh giỏi Vĩnh Lộc</i>	2019-2020
<i>Học sinh giỏi TP Hưng Yên</i>	2020-2021
<i>Học sinh giỏi Tỉnh Vĩnh Phúc</i>	2020-2021
<i>Học sinh giỏi Tỉnh Thái Nguyên</i>	2020-2021
<i>Học sinh giỏi TP Đà Nẵng</i>	2020-2021
<i>Học sinh giỏi Tỉnh Quảng Bình</i>	2020-2021
<i>Chuyên Thái Bình vòng 1</i>	2019 - 2020
<i>Chuyên Cần Thơ</i>	2019 - 2020
<i>Chuyên Đắk Lắk</i>	2019 - 2020
<i>Chuyên Toán Quảng Ngãi</i>	2019 - 2020
<i>Chuyên Quảng Ninh</i>	2019 - 2020
<i>Chuyên Hưng Yên</i>	2019 - 2020
<i>Chuyên Cần Thơ</i>	2019 - 2020
<i>Chuyên Quảng Ngãi</i>	2019 - 2020
<i>Chuyên Hưng Yên</i>	2019 - 2020
<i>Chuyên Lâm Đồng</i>	2018 - 2019
<i>Tuyển sinh vào 10 chuyên Thái Bình</i>	2018 - 2019
<i>Tuyển sinh vào 10 chuyên lâm Đồng</i>	2018 - 2019

Bài 1: Đồ thị hàm số bậc nhất

A. Kiến thức cần nhớ

1. Hàm số

+) Với một đại lượng y phụ thuộc vào một đại lượng x thay đổi sao cho với mỗi giá trị x thì có 1 và chỉ 1 giá trị y . Ta nói y là một hàm số của x

Kí hiệu: $y = f(x), y = g(x), \dots$

+) Muốn tính giá trị của hàm số $y = f(x)$ tại $x = x_0$, ta thay biến số x bởi x_0 và tính

$$y_0 = f(x_0)$$

+) Đồ thị hàm số của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp các điểm $M(x_0; y_0)$ trên hệ trục tọa độ

$$Oxy \text{ thỏa mãn } y_0 = f(x_0)$$

+) Hàm số đồng biến, hàm số nghịch biến trên tập R

Nếu $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) < f(x_2) \Rightarrow y = f(x)$ đồng biến

Nếu $x_1 < x_2$ thì $f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow y = f(x)$ nghịch biến

2. Hàm số bậc nhất

+) Dạng hàm số: $y = ax + b (a \neq 0)$

Cách viết khác: $y = f(x) = ax + b (a \neq 0)$

+) Nếu $a > 0$ thì $y = ax + b$ là hàm số đồng biến

+) Nếu $a < 0$ thì $y = ax + b$ là hàm số nghịch biến

+) Đồ thị hàm số

- Là tập hợp các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn $y = ax + b$

- Là một đường thẳng

- Song song với đồ thị hàm số $y = ax$

- Đi qua điểm $A(0; b)$ và $B\left(\frac{-b}{a}; 0\right)$

+) Vẽ đồ thị hàm số $y = ax + b (a \neq 0)$

Bài 1:

Cho hàm số $y = (m^2 - m + 1)x + m$ (x là biến số)

a) Chứng minh rằng hàm số trên là một hàm số bậc nhất

b) Hàm số là hàm số đồng biến hay nghịch biến

c) Tìm m để đồ thị hàm số trên đi qua điểm $M(2;3)$

Lời giải

a) Ta có với mọi m thì $m^2 - m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \Rightarrow a > 0 \Rightarrow$ hàm số đã cho là hàm số bậc nhất

b) Nhận thấy $a = m^2 - m + 1 > 0, \forall m$ nên hàm số đã cho đồng biến trên R .

c) Để đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2;3)$ thì: $3 = (m^2 - m + 1) \cdot 2 + m \Leftrightarrow m \in \left\{1; -\frac{1}{2}\right\}$

Bài 2:

Cho hàm số $y = \left(\frac{m-1}{m+2}\right)x + m + 2$

a) Tìm m để hàm số là hàm số bậc nhất

b) Tìm m để hàm số đồng biến, nghịch biến trên tập xác định.

Lời giải

a) Hàm số là hàm số bậc nhất $\Leftrightarrow \frac{m-1}{m+2} \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq 1 \end{cases}$

b) Hàm số đồng biến trên $R \Leftrightarrow \frac{m-1}{m+2} > 0$

Lập bảng xét dấu ta được $\frac{m-1}{m+2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > 1 \end{cases}$

Tương tự: Hàm số đồng biến $\Leftrightarrow -2 < m < 1$.

Bài 3:

Cho hàm số $y = mx - m (m \neq 0)$.

a) Chứng minh rằng với mọi $m \neq 0$ đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành tại một điểm cố định. Xác định tọa độ điểm đó.

b) Với giá trị nào của m đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 . Vẽ đồ thị hàm số trong trường hợp này.

Lời giải

a) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là nghiệm của phương trình

$$mx - m = 0 \Leftrightarrow m(x - 1) = 0$$

Gọi $A(x_0; y_0)$ là điểm thuộc trục hoành mà đồ thị hàm số luôn đi qua, khi đó ta có:

$$m(x_0 - 1) = y_0 = 0, \forall m$$

Vậy $A(1; 0)$

b) Tọa độ của giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có dạng $(0; -2)$

Thay hoành độ của giao điểm vào phương trình hàm số ta có: $-2 = m \cdot 0 - m \Leftrightarrow m = 2$

Vậy $m = 2$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Bài 4:

Cho hàm số $y = mx - 2m - 1 (m \neq 0)$.

a) Định m để đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ O

b) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox, Oy . Xác định m để diện tích tam giác AOB bằng 4 (đvdt).

Lời giải

a) Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ khi và chỉ khi: $0 = m \cdot 0 - 2m - 1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$

Vậy $m = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

b) Theo bài ra ta có tọa độ của hai điểm A, B lần lượt là $A\left(\frac{2m+1}{m}; 0\right); B(0; -2m-1)$

$$\text{Diện tích tam giác } OAB: S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \left| \frac{2m+1}{m} \right| \cdot |-2m-1| = 4 \Leftrightarrow \frac{(2m+1)^2}{|m|} = 8$$

$$\Leftrightarrow m \in \left\{ \frac{1}{2}; \frac{-6+4\sqrt{2}}{4}; \frac{-6-4\sqrt{2}}{4} \right\}.$$

Bài 5:

a) Với giá trị nào của m thì hàm số $y = (m^2 - 2m)x^2 + (3m^2 + m)x + 1$ là một hàm số bậc nhất?

b) Chứng minh rằng hàm số $y = (-m^2 + m - 1)x + m$ luôn là hàm số bậc nhất. Hàm số này đồng biến hay nghịch biến trên

c) Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \sqrt{2m - m^2} (x + 1)$ là hàm số bậc nhất?

d) Cho hàm số $y = (a^2 + a - 2)x + 1$. Tìm a để hàm số đồng biến trên và nghịch biến trên

Lời giải

a) Hàm số đã cho là hàm số bậc nhất khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2 - 2m = 0 \\ 3m^2 + m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \\ m \neq 0 \\ m \neq -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = 2$

b) $-m^2 + m - 1 = -\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} \neq 0, \forall m \in \mathbb{R}$

Vậy hàm số luôn là hàm số bậc nhất và $-\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} < 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên

c) Hàm số là hàm số bậc nhất khi và chỉ khi $2m - m^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < m < 2$

d) Ta có $a^2 + a - 2 = (a - 1)(a + 2)$

Để hàm số đồng biến trên thì $(a - 1)(a + 2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < -2 \\ a > 1 \end{cases}$

Để hàm số nghịch biến trên thì $(a - 1)(a + 2) < 0 \Leftrightarrow -2 < a < 1$

Bài 6:

Cho hàm số $y = mx - m (m \neq 0)$

a) Chứng minh rằng với mọi $m \neq 0$ đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành tại điểm cố định. Xác định tọa độ điểm đó

b) Với giá trị nào của m đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 . Vẽ đồ thị hàm số trong trường hợp này.

Lời giải

a) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là nghiệm của phương trình $mx - m = 0 \Leftrightarrow m(x - 1) = 0$

Gọi $A(x_0; y_0)$ là điểm thuộc trục hoành mà đồ thị hàm số luôn đi qua, khi đó ta có $m(x_0 - 1) = y_0 = 0, \forall m$. Vậy $A(1; 0)$

b) Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung có dạng $(0; -2)$

Thay hoành độ của giao điểm vào phương trình hàm số ta có $-2 = m \cdot 0 - m \Leftrightarrow m = 2$