

## CHUYÊN ĐỀ 1: RÚT GỌN BIỂU THỨC CHỨA CĂN THỨC

### Hệ thống bài tập sử dụng trong chuyên đề

Tỉnh, huyện, thành phố	Năm học	Tỉnh, huyện, thành phố	Năm học
Chuyên An Giang	2018	Chuyên An Giang	2018
Chuyên Bắc Ninh	2014; 2017	Chuyên Bắc Ninh	2014; 2017
Chuyên Bắc Giang	2018	Chuyên Bắc Giang	2018
Chuyên Bạc Liêu	2019	Chuyên Bạc Liêu	2019
Chuyên Bến Tre vòng 2	2019	Chuyên Bến Tre vòng 2	2019
Chuyên Bình Dương	2018	Chuyên Bình Dương	2018
Chuyên Cao Bằng vòng 2	2019	Chuyên Cao Bằng vòng 2	2019
Chuyên Gia Lai vòng 2	2019	Chuyên Gia Lai vòng 2	2019
Chuyên KonTum vòng 2	2019	Chuyên KonTum vòng 2	2019
Chuyên Cần Thơ	2019	Chuyên Cần Thơ	2019
Chuyên Quảng Ninh	2017; 2019	Chuyên Quảng Ninh	2017; 2019
Chuyên Hưng Yên	2017, 2018	Chuyên Hưng Yên	2017, 2018
chuyên Toán Ninh Bình	2017; 2019	Chuyên Ninh Bình, chuyên Toán Ninh Bình	2017; 2019
Chuyên Thừa Thiên Huế	2017	Chuyên Thừa Thiên Huế	2017
Chuyên Toán Hà Nam	2019	Chuyên Toán Hà Nam	2019
Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định	2015, 2017, 2018	Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định	2015, 2017, 2018
Chuyên Toán Nam Định	2019	Chuyên Toán Nam Định	2019
Chuyên Thái Bình	2017; 2018; 2019	Chuyên Thái Bình	2017; 2018; 2019
Chuyên Tin Thái Nguyên	2019	Chuyên Tin Thái Nguyên	2019
Chuyên Tiền Giang vòng 2, chuyên Tin Tiền Giang vòng 2	2018, 2019	Chuyên Tiền Giang vòng 2, chuyên Tin Tiền Giang vòng 2	2018, 2019
Chuyên Lào Cai	2017	Chuyên Lào Cai	2017
Chuyên Lâm Đồng vòng 2	2019 –	Chuyên Lâm Đồng vòng 2	2019
Chuyên Lâm Đồng vòng 2	2019	Chuyên Lâm Đồng vòng 2	201
Chuyên Sư Phạm Hà Nội	2015, 2016, 2017, 2018	Chuyên Sư Phạm Hà Nội	2015, 2016, 2017, 2018
Chuyên Trà Vinh	2018	Chuyên Trà Vinh	2018
Chuyên Toán Bến Tre	2018	Chuyên Toán Bến Tre	201
Chuyên Toán Bình Định và chuyên vòng 2	2018, 2019	Chuyên Toán Bình Định và chuyên vòng 2	201, 2019
Chuyên Hưng Yên	2018; 2019	Chuyên Hưng Yên	2018; 2019
Chuyên Nam Định	2018 – 2019	Chuyên Nam Định	2018
Chuyên An Giang	2018 – 2019	Chuyên An Giang	2018
Chuyên Phú Yên vòng 2	2019 – 2020	Chuyên Phú Yên vòng 2	2019
Chuyên Quảng Ngãi	2019 – 2020	Chuyên Quảng Ngãi	2019
Chuyên Quảng Trị	2018 - 2019	Chuyên Quảng Trị	2018

Chuyên Sơn La vòng 2	2019 - 2020	Chuyên Sơn La vòng 2	2019
Đại Học Ngoại Ngữ Hà Nội	2010, 2014, 2017	Đại Học Ngoại Ngữ Hà Nội	2010, 2014, 2017
Học sinh giỏi TP Bắc Giang	2016	Học sinh giỏi TP Bắc Giang	2016
Học sinh giỏi Hòa Bình	2010	Học sinh giỏi Hòa Bình	2010
Học sinh giỏi Tỉnh Điện Biên	2018	Học sinh giỏi Tỉnh Điện Biên	2018
Học sinh giỏi Tỉnh Lạng Sơn	2019;	Học sinh giỏi Tỉnh Lạng Sơn	2019;
Học sinh giỏi Long An	2012	Học sinh giỏi Long An	2012
Học sinh giỏi Tỉnh Quảng Bình	2018	Học sinh giỏi Tỉnh Quảng Bình	2018
Học sinh giỏi Tỉnh Bình Phước	2018	Học sinh giỏi Tỉnh Bình Phước	2018
Học sinh giỏi Tỉnh Lai Châu	2018	Học sinh giỏi Tỉnh Lai Châu	2018
Học sinh giỏi Tỉnh Thái Bình	2018	Học sinh giỏi Tỉnh Thái Bình	2018
Học sinh giỏi Tỉnh Thanh Hóa	2013; 2016; 2017	Học sinh giỏi Tỉnh Thanh Hóa	2013 2016 2017
Học sinh giỏi Phú Thọ	2012 - 2013	Học sinh giỏi Phú Thọ	2012
Học sinh giỏi Hải Dương		Học sinh giỏi Hải Dương	
Học sinh giỏi Nam Định		Học sinh giỏi Nam Định	
		Học sinh giỏi Tỉnh Sóc Trăng	2020
Học sinh giỏi Huyện Đan Phượng	2018	Học sinh giỏi Huyện Đan Phượng	2018
Học sinh giỏi Huyện Hoàng Hóa	2019	Học sinh giỏi Huyện Hoàng Hóa	2019
Học sinh giỏi Huyện Quan Sơn	2019	Học sinh giỏi Huyện Quan Sơn	2019
Học sinh giỏi Huyện Chương Mỹ vòng 1 và vòng 2	2019; 2020	Học sinh giỏi Huyện Chương Mỹ vòng 1 và vòng 2	2019
Học sinh giỏi Huyện Ba Đình	2017	Học sinh giỏi Huyện Ba Đình	2017
Học sinh giỏi Huyện Bắc Từ Liêm	2018	Học sinh giỏi Huyện Bắc Từ Liêm	2018
Học sinh giỏi Huyện Đức Cơ	2019	Học sinh giỏi Huyện Đức Cơ	2019
Học sinh giỏi Huyện Như Thanh	2019	Học sinh giỏi Huyện Như Thanh	2019
Học sinh giỏi Huyện Triệu	2019	Học sinh giỏi Huyện Triệu	2019

Phong		Phong	
Học sinh giỏi Huyện Thường Tín	2019	Học sinh giỏi Huyện Thường Tín	2019 - 2020
Học sinh giỏi Huyện Ba Vì	2019	Học sinh giỏi Huyện Ba Vì	2019
Học sinh giỏi Huyện Ba Thước	2019	Học sinh giỏi Huyện Ba Thước	202019
Học sinh giỏi Huyện Đan Phượng	2019	Học sinh giỏi Huyện Đan Phượng	2019
Học sinh giỏi Huyện Thanh Xuân	2019	Học sinh giỏi Huyện Thanh Xuân	2019
Học sinh giỏi Huyện Mỹ Đức	2019	Học sinh giỏi Huyện Mỹ Đức	2019
Học sinh giỏi Huyện Cầu Giấy	2019	Học sinh giỏi Huyện Cầu Giấy	2019
Học sinh giỏi Huyện Quan Sơn	2019	Học sinh giỏi Huyện Quan Sơn	2019
Học sinh giỏi Huyện Cẩm Thủy Thanh Hóa	2019	Học sinh giỏi Huyện Cẩm Thủy Thanh Hóa	2020
Học sinh giỏi Huyện Đông Hà Quảng Trị	2020	Học sinh giỏi Huyện Đông Hà Quảng Trị	2020
Học sinh giỏi TP Thanh Hóa	2020	Học sinh giỏi TP Thanh Hóa	2020

## A. BÀI TOÁN VỀ CĂN THỨC

### Bài 1: Chuyên Bình Định vòng 2, năm học 2019 – 2020

Rút gọn biểu thức  $A = \frac{\sqrt{2}(3+\sqrt{5})}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} + \frac{\sqrt{2}(3-\sqrt{5})}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}}$

#### Lời giải

Ta có:  $(2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}})(2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}) = 8 - 2\sqrt{6-2\sqrt{5}} + 2\sqrt{6+2\sqrt{5}} - \sqrt{9-4}$

$$= 8 - 2\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} + 2\sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} - 2 = 6 - 2\sqrt{5} + 2 + 2\sqrt{5} + 2 = 10$$

$$+) \sqrt{2}(3+\sqrt{5})(2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}) = 4 + (3+\sqrt{5}) - (3+\sqrt{5})\sqrt{6-2\sqrt{5}} = 4(3+\sqrt{5}) - (3+\sqrt{5})(\sqrt{5}-1)$$

$$= 12 + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 2 = 10 + 2\sqrt{5}$$

$$+) \sqrt{2}(3-\sqrt{5})(2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}) = 4 + (3-\sqrt{5}) + (3-\sqrt{5})\sqrt{6+2\sqrt{5}} = 4(3-\sqrt{5}) - (3-\sqrt{5})(\sqrt{5}+1)$$

$$= 12 - 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 2 = 10 - 2\sqrt{5}$$

$$\text{Do đó } A = \frac{\sqrt{2}(3+\sqrt{5})(2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}) + \sqrt{2}(3-\sqrt{5})(2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}})}{(2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}})(2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}})} = \frac{10+2\sqrt{5}+10-2\sqrt{5}}{10} = 2$$

Vậy  $A = 2$ .

Cách khác:

$$\text{Ta có: } \frac{\sqrt{2}(3+\sqrt{5})}{2\sqrt{2}+\sqrt{3+\sqrt{5}}} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4+\sqrt{6+2\sqrt{5}}} = \frac{6+2\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}} = 2 - \frac{4}{5+\sqrt{5}}$$

$$+) \frac{\sqrt{2}(3-\sqrt{5})}{2\sqrt{2}-\sqrt{3-\sqrt{5}}} = \frac{6-2\sqrt{5}}{4-\sqrt{6-2\sqrt{5}}} = \frac{6-2\sqrt{5}}{5-\sqrt{5}} = 2 - \frac{4}{5-\sqrt{5}}$$

$$\text{Do đó } A = 4 - \left( \frac{4}{5+\sqrt{5}} + \frac{4}{5-\sqrt{5}} \right) = 4 - \frac{20-4\sqrt{5}+20+4\sqrt{5}}{25-5} = 4 - \frac{40}{20} = 4 - 2 = 2$$

Vậy  $A = 2$ .

### Bài 2: Chuyên Tỉnh Bạc Liêu, năm học 2019 – 2020

Rút gọn biểu thức  $B = (13-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3}) - 8\sqrt{20+2\sqrt{43+24\sqrt{3}}}$

#### Lời giải

$$\text{Ta có: } B = 91 + 52\sqrt{3} - 28\sqrt{3} - 48 - 8\sqrt{(\sqrt{13-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}})^2}$$

$$B = 43 + 24\sqrt{3} - 8(\sqrt{13-4\sqrt{3}} + \sqrt{7+4\sqrt{3}}) = 43 + 24\sqrt{3} - 8(\sqrt{(2\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(2+\sqrt{3})^2})$$

$$B = 43 + 24\sqrt{3} - 8(2\sqrt{3}-1+2+\sqrt{3}) \Rightarrow B = 35$$

### Bài 3: Chuyên Tỉnh Bến Tre vòng 2, năm học 2019 – 2020

Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{1-\sqrt{5}}{1+\sqrt{5}} - \frac{1+\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$

#### Lời giải

Ta có  $A = \left[ \frac{(1-\sqrt{5})^2 - (1+\sqrt{5})^2}{(1+\sqrt{5})(1-\sqrt{5})} \right] : \sqrt{5} = \frac{1-2\sqrt{5}+\sqrt{5}-1-2\sqrt{5}-5}{1-5} : \sqrt{5}$

Vậy  $A = \frac{-4\sqrt{5}}{-4\sqrt{5}} = 1$

**Bài 4: Chuyên Tỉnh Gia Lai vòng 2, năm học 2019 – 2020**

Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

**Lời giải**

Ta có  $A = \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} + \frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \sqrt{3} + \sqrt{5} + \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2} = 2\sqrt{5}$

Vậy  $A = 2\sqrt{5}$

**Bài 5: Chuyên KonTum vòng 2, năm học 2019 – 2020**

Tính giá trị của biểu thức  $P = \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}(3+\sqrt{5})}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$

**Lời giải**

Ta có  $P = \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}(3+\sqrt{5})}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3-\sqrt{5}}(3+\sqrt{5}) \cdot \sqrt{2} \cdot (\sqrt{5}-1)}{8}$

$P = \frac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}(3\sqrt{5}+5-3-\sqrt{5})}{8} = \frac{\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2}(2\sqrt{5}+2)}{8} = \frac{(\sqrt{5}-1) \cdot 2 \cdot (\sqrt{5}+1)}{8} = \frac{2(5-1)}{8} = 1$

Vậy  $P = 1$

**Bài 6: Chuyên Tỉnh Lâm Đồng vòng 2, năm học 2019 – 2020**

Tính giá trị của biểu thức  $T = (2\sqrt{3}+1)(3\sqrt{2}-1)\sqrt{13-4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{19+6\sqrt{2}}$

**Lời giải**

Ta tính được  $\sqrt{13-4\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}-1$  và  $\sqrt{19+6\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}-1$

Do đó  $T = \left[ (2\sqrt{3})^2 - 1^2 \right] \left[ (3\sqrt{2})^2 - 1^2 \right] = 187$

Vậy  $T = 187$

**Bài 7: Chuyên Tỉnh Nam Định chuyên Toán, năm học 2019 – 2020**

Cho  $x = \sqrt{3+\sqrt{5+2\sqrt{3}}} + \sqrt{3-\sqrt{5+2\sqrt{3}}}$ . Tính  $P = x(2-x)$

**Lời giải**

Ta có  $x^2 = \left( \sqrt{3+\sqrt{5+2\sqrt{3}}} + \sqrt{3-\sqrt{5+2\sqrt{3}}} \right)^2 = 6 + 2\sqrt{3^2 - (5+2\sqrt{3})} = 6 + 2\sqrt{4-2\sqrt{3}}$

$= 6 + 2(\sqrt{3}-1) = 4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3}+1)^2$

Do  $x > 0 \Rightarrow x = \sqrt{3}+1 \Rightarrow (x-1)^2 = 3$  hay  $x^2 - 2x = 2 \Rightarrow P = 2$

Vậy  $P = 2$ .