

## KHAI CĂN BẬC HAI VỚI PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA

### A. Kiến thức

#### 1. Khai căn bậc hai với phép nhân

Với  $A, B$  là các biểu thức không âm, ta có  $\sqrt{A} \cdot \sqrt{B} = \sqrt{A \cdot B}$

\* Lưu ý: Kết quả trên có thể mở rộng cho nhiều biểu thức không âm, chẳng hạn:

$$\sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \cdot \sqrt{C} = \sqrt{A \cdot B \cdot C} \quad (\text{với } A \geq 0; B \geq 0; C \geq 0)$$

#### 2. Khai căn bậc hai

Nếu  $A, B$  là các biểu thức với  $A \geq 0; B > 0$  thì  $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$

\* **Chú ý:** Nếu  $A \geq 0; B \geq 0; C \geq 0$  thì  $\sqrt{A^2 B^2 C^2} = ABC$

### B. Các dạng bài tập

#### Dạng 1: Khai căn một tích

**Bài 1:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một tích, hãy tính

a)  $\sqrt{81 \cdot 49}$

b)  $\sqrt{25 \cdot 121}$

c)  $\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}$

d)  $\sqrt{25 \cdot 1,21}$

e)  $\sqrt{360 \cdot 90}$

f)  $\sqrt{0,16 \cdot 64}$

g)  $\sqrt{8,1 \cdot 10^3}$

h)  $\sqrt{12,1 \cdot 160}$

#### Lời giải

a)  $\sqrt{81 \cdot 49} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{49} = 9 \cdot 7 = 63$

b)  $\sqrt{25 \cdot 121} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{121} = 5 \cdot 11 = 55$

c)  $\sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{5^2} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

d)  $\sqrt{25 \cdot 1,21} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{1,21} = 5 \cdot 1,1 = 5,5$

e)  $\sqrt{360 \cdot 90} = \sqrt{36 \cdot 9 \cdot 100} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{100} = 6 \cdot 3 \cdot 0 = 180$

f)  $\sqrt{0,16 \cdot 64} = \sqrt{0,16} \cdot \sqrt{64} = 0,4 \cdot 8 = 3,2$

g)  $\sqrt{8,1 \cdot 10^3} = \sqrt{8,1 \cdot 10^2 \cdot 10} = \sqrt{81 \cdot 10^2} = 9 \cdot 10 = 90$

h)  $\sqrt{12,1 \cdot 160} = \sqrt{121 \cdot 16} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{16} = 11 \cdot 4 = 44$

**Bài 2:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một tích, hãy tính:

a)  $\sqrt{2500 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 0,9}$

b)  $\sqrt{12 \cdot 250 \cdot 1,2}$

c)  $\sqrt{41^2 - 40^2}$

d)  $\sqrt{81 \cdot 6,25 - 2,25 \cdot 81}$

#### Lời giải

a)  $\sqrt{2500 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 0,9} = \sqrt{25 \cdot 49 \cdot 9} = 5 \cdot 7 \cdot 3 = 105$

b)  $\sqrt{12 \cdot 250 \cdot 1,2} = \sqrt{12 \cdot 25 \cdot 12} = \sqrt{12^2 \cdot 25} = 12 \cdot 5 = 60$

c)  $\sqrt{41^2 - 40^2} = \sqrt{(41 - 40)(41 + 40)} = \sqrt{81} = 9$

$$d) \sqrt{81 \cdot 6,25 - 2,25 \cdot 81} = \sqrt{81 \cdot (6,25 - 2,25)} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{4} = 9 \cdot 2 = 18.$$

**Bài 3:**

a) Tính nhanh  $\sqrt{25 \cdot 49}$

b) Phân tích thành nhân tử  $\sqrt{ab} - 4\sqrt{a}$  (với  $a \geq 0$ ;  $b \geq 0$ ).

**Lời giải**

a) Ta có  $\sqrt{25 \cdot 49} = \sqrt{5^2 \cdot 7^2} = 5 \cdot 7 = 35$

b) Theo giả thiết  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$  do đó ta có:

$$\sqrt{ab} - 4\sqrt{a} = \sqrt{a}(\sqrt{b} - 4).$$

**Bài 4:** Tính

a.  $\sqrt{25.144}$

b.  $\sqrt{52.13}$

c.  $\sqrt{45.80}$

d.  $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\sqrt{25.144} = 5.12 = 60$

b) Ta có:  $\sqrt{52.13} = \sqrt{52.13} = \sqrt{4.13.13} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{13^2} = 26$

c) Ta có:  $\sqrt{45.80} = \sqrt{5.9.5.16} = \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 60$

d) Ta có:  $\sqrt{7} \cdot \sqrt{28} = \sqrt{7.28} = \sqrt{7.7.4} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{2^2} = 14$

**Bài 5:** Tính

a.  $\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{50}{3}} - \sqrt{24}\right) \cdot \sqrt{6}$

b.  $\sqrt{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2}$

c.  $\left(\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{3} + 5\sqrt{\frac{4}{3}}\right) \cdot \sqrt{12}$

d.  $\sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot \sqrt{8}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{50}{3}} - \sqrt{24}\right) \cdot \sqrt{6} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot 6 + \sqrt{\frac{50}{3}} \cdot 6 - \sqrt{24} \cdot 6 = 0$

b) Ta có:  $\sqrt{3+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3.2+2\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} = \sqrt{5}+1$

c) Ta có:  $\left(\sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{3} + 5\sqrt{\frac{4}{3}}\right) \cdot \sqrt{12} = 7$

d) Ta có:  $\sqrt{3-\sqrt{5}} \cdot \sqrt{8} = 2(\sqrt{5}-1)$

**Bài 6:** Tính

a.  $\sqrt{55.77.35}$

b.  $\sqrt{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{125} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}$

c.  $\sqrt{\sqrt{2}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{2}+1}$

d.  $2\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3}-2) + (1+2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\sqrt{55.77.35} = \sqrt{5.11.7.11.5.7} = 5.7.11 = 385$

b) Ta có:  $\sqrt{\frac{1}{8}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{125} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{1}{8} \cdot 2 \cdot 125 \cdot \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{2.125}{8.5}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$

c) Ta có:  $\sqrt{\sqrt{2}-1} \cdot \sqrt{\sqrt{2}+1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2-1} = 1$

d) Ta có:  $2\sqrt{2} \cdot (\sqrt{3}-2) + (1+2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{6} - 4\sqrt{2} + 1 + 4\sqrt{2} + 8 - 2\sqrt{6} = 9$

**Bài 7: Tính**

a)  $A = \sqrt{3+\sqrt{5+2\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{5+2\sqrt{3}}}$

b)  $B = \sqrt{4+\sqrt{8}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

c)  $C = (\sqrt{12} + 3\sqrt{15} - 4\sqrt{135})\sqrt{3}$

d)  $D = 2\sqrt{40\sqrt{12}} - 2\sqrt{\sqrt{75}} - 3\sqrt{5\sqrt{48}}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $A = \sqrt{3+\sqrt{5+2\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{5+2\sqrt{3}}}$

$$= \sqrt{3^2 - (\sqrt{5+2\sqrt{3}})^2} = \sqrt{9 - (5+2\sqrt{3})}$$

$$= \sqrt{9-5-2\sqrt{3}} = \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} = \sqrt{3}-1$$

b) Ta có:

$$B = \sqrt{4+\sqrt{8}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$

$$= \sqrt{4+\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}} \cdot \sqrt{2^2 - (\sqrt{2+\sqrt{2}})^2} = \sqrt{4+2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow B = \sqrt{2 \cdot (2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} = \sqrt{2 \cdot 2} = 2$$

c) Ta có:  $(\sqrt{12} + 3\sqrt{15} - 4\sqrt{135})\sqrt{3} = \sqrt{36} + 3\sqrt{9 \cdot 5} - 4\sqrt{9^2 \cdot 5}$

$$= 6 + 9\sqrt{5} - 36\sqrt{5} = 6 - 27\sqrt{5}$$

d) Ta có:  $C = 2\sqrt{40\sqrt{12}} - 2\sqrt{\sqrt{75}} - 3\sqrt{5\sqrt{48}}$

$$= 2\sqrt{40\sqrt{12}} - 2\sqrt{5\sqrt{3}} - 3\sqrt{20\sqrt{3}} = 2\sqrt{80\sqrt{3}} - 2\sqrt{5\sqrt{3}} - 6\sqrt{5\sqrt{3}}$$

**Bài 8: Tính**

a)  $A = (4+\sqrt{15})(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4-\sqrt{15}}$

b)  $B = (3-\sqrt{5})\sqrt{3+\sqrt{5}} + (3+\sqrt{5})\sqrt{3-\sqrt{5}}$

c)  $C = \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $A = (4+\sqrt{15})(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4-\sqrt{15}}$

$$\begin{aligned}
&= (\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 + \sqrt{15}} \cdot \sqrt{4 + \sqrt{15}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}} \\
&= (\sqrt{10} - \sqrt{6})\sqrt{4 + \sqrt{15}} \cdot \sqrt{(4 + \sqrt{15})(4 - \sqrt{15})} \\
&= \sqrt{10} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})(4 + \sqrt{15})} \\
&= \sqrt{10} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{4\sqrt{10} + \sqrt{150} - 4\sqrt{6} - \sqrt{90}} \\
&= \sqrt{10} - \sqrt{6} \cdot \sqrt{\sqrt{10} + \sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{6})(\sqrt{10} + \sqrt{6})} \\
&= \sqrt{4} = 2
\end{aligned}$$

b) Ta có:  $B = (3 - \sqrt{5})\sqrt{3 + \sqrt{5}} + (3 + \sqrt{5})\sqrt{3 - \sqrt{5}}$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5}} + (3 + \sqrt{5})\sqrt{3 - \sqrt{5}} \\
&= \sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{5}} (\sqrt{3 - \sqrt{5}} + \sqrt{3 + \sqrt{5}}) = 2(\sqrt{3 - \sqrt{5}} + \sqrt{3 + \sqrt{5}}) \\
&= \sqrt{2}(\sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{3 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt{2}) \\
&= \sqrt{2}(\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} + \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}) = \sqrt{2}(\sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5} + 1)^2}) \\
&= \sqrt{2}(\sqrt{5} - 1 + \sqrt{5} + 1) = 2\sqrt{10}
\end{aligned}$$

c) Ta có:  $C = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow C &= \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \\
\Rightarrow C &= \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot (\sqrt{2^2 - (\sqrt{2 + \sqrt{3}})^2}) = \sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{3}} = 1
\end{aligned}$$

**Bài 9:** Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $\sqrt{8a \cdot 5ab \cdot 10b^3}$

b)  $\sqrt{18(2-a)^2}$  với  $a > 2$

c)  $\sqrt{25a^2b^2}$  (với  $a \geq 0$ ;  $b < 0$ )

**Lời giải**

a)  $\sqrt{8a \cdot 5ab \cdot 10b^3} = \sqrt{8 \cdot 5 \cdot 10 \cdot a^2 b^4} = \sqrt{400} \cdot \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{(b^2)^2} = 20|a|b^2$

b)  $\sqrt{18(2-a)^2} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot (2-a)^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{(2-a)^2}$   
 $= \sqrt{2} \cdot 3 \cdot |2-a| = 3\sqrt{2}(a-2)$  (vì  $a > 2$ )

c)  $\sqrt{25a^2b^2} = \sqrt{5^2 \cdot a^2 \cdot (-b)^2}$   
 $= \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{(-b)^2} = 5a \cdot (-b) = -5ab$  (với  $a \geq 0$ ;  $b < 0$ )

## Dạng 2: Nhân các căn bậc hai

**Bài 1:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một tích, hãy tính:

a)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$

b)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{9}{8}}$

c)  $\sqrt{72} \cdot \sqrt{50}$

d)  $\sqrt{12,8} \cdot \sqrt{0,2}$

e)  $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$

f)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{75}$

**Lời giải**

a)  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{5 \cdot 20} = \sqrt{100} = 10$

b)  $\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{9}{8}} = \sqrt{2 \cdot \frac{9}{8}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

c)  $\sqrt{72} \cdot \sqrt{50} = \sqrt{72 \cdot 50} = \sqrt{36 \cdot 100} = 6 \cdot 10 = 60$

d)  $\sqrt{12,8} \cdot \sqrt{0,2} = \sqrt{12,8 \cdot 0,2} = \sqrt{64 \cdot 0,04} = 8 \cdot 0,2 = 1,6$

e)  $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{27 \cdot 3} = \sqrt{81} = 9$

f)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{75} = \sqrt{3 \cdot 75} = \sqrt{3^2 \cdot 5^2} = 3 \cdot 5 = 15.$

**Bài 2:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một tích, hãy tính:

a)  $\sqrt{1,3} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{13}$

b)  $\sqrt{10} \cdot \sqrt{5,2} \cdot \sqrt{52}$

c)  $\sqrt{4,9} \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{12}$

d)  $\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{10}$

e)  $\sqrt{40} \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{4,5}$

f)  $\sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\frac{12}{25}} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$

**Lời giải**