GIẢI HỆ HAI PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. TRỌNG TÂM KIẾN THỨC

1. Phương pháp thế

Cách giải hệ phương trình bằng phương pháp thế:

Bước 1: Từ một phương trình của hệ, biểu diễn một ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình còn lại của hệ để được phương trình chỉ còn chứa 1 ẩn.

Bước 2: Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ đã cho.

Nhận xét: Tùy theo hệ phương trình ta có thể lựa chọn cách biểu diễn x theo y hoặc biểu diễn y theo x

* Chú ý:

Giải và biện luận phương trình: $ax+b=0$

- Nếu $a\neq 0 \Rightarrow x=\dfrac{-b}{a}$
- Nếu $a\neq 0$ và $b\neq 0$ thì phương trình vô nghiệm
- Nếu $a=0$ và $b=0$ thì phương trình có vô số nghiệm.

2. Phương pháp cộng đại số

Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số:

Để giải một hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn có hệ số của cùng một ẩn nào đó trong hai phương trình bằng nhau hoặc đối nhau, ta có thể làm như sau:

Bước 1: Cộng hay trừ từng vế của hai phương trình trong hệ để được phương trình chỉ còn chứa một ẩn.

Bước 2: Giải phương trình một ẩn vừa nhận được, từ đó suy ra nghiệm của hệ phương trình đã cho.

Trường hợp trong hệ phương trình đã cho không có hai hệ số của cùng một ẩn bằng nhau hay đối nhau, ta có thể đưa về trường hợp đã xét bằng cách nhân hai vế của mỗi phương trình với một số thích hợp (khác 0).

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

A: Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

Dạng 1: Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế

I. Phương pháp giải: Căn cứ vào quy tắc thế để giải hpt bậc nhất hai ẩn bằng phương pháp thế ta làm như sau

- Từ 1 phương trình của hệ phương trình đã cho (coi như pt thứ nhất), ta biểu diễn 1 ẩn theo ẩn kia rồi thế vào phương trình thứ hai để được 1 phương trình mới (chỉ còn 1 ẩn).
- Dùng phương trình mới ấy để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ phương trình và giữ nguyên phương trình thứ nhất, ta được hpt mới tương đương với hệ phương trình đã cho.

***) Chú ý:** Ta thường chọn phương trình có các hệ số có giá trị tuyệt đối không quá lớn thường là 1 và -1

II. Bài toán

Bài 1: Giải các hệ phương trình sau

a. $\begin{cases} x+y=5 \\ 4x-3y=-1 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x-2y=2 \\ 2x-4y=4 \end{cases}$

Lời giải

a) Cách 1: Thế y theo x ở phương trình thứ nhất

Ta có $\begin{cases} x+y=5 \\ 4x-3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5-x \\ 4x-3(5-x)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=5-x \\ 7x=14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

Cách 2: Thế x theo y ở phương trình thứ nhất

Ta có $\begin{cases} x+y=5 \\ 4x-3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5-y \\ 4(5-y)-3y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5-y \\ -7y=-21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $(x;y)=(2;3)$

b) Cách 1: Ta có $\begin{cases} x-2y=2 \\ 2x-4y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2+2y \\ 2(2+2y)-4y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2+2y \\ 0y=0 \end{cases}$

Ta thấy rằng $0y=0$ có nghiệm đúng với mọi $y \in R$

Do đó hệ phương trình vô số nghiệm.

Cụ thể, tập nghiệm của nó cũng là tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $x=2+2y$

Do đó, hệ phương trình có nghiệm $(x;y)$ tính bởi công thức $\Leftrightarrow \begin{cases} x=2+2y \\ y \in R \end{cases}$

Cách 2: Ta có $\begin{cases} x-2y=2 \\ 2x-4y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x-1 \\ 2x-4\left(\dfrac{1}{2}x-1\right)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x-1 \\ 0x=0 \end{cases}$

Ta thấy rằng $0x=0$ có nghiệm đúng với mọi $x \in R$

Do đó hệ phương trình vô số nghiệm.

Cụ thể, tập nghiệm của nó cũng là tập nghiệm của phương trình bậc nhất hai ẩn $y=\dfrac{1}{2}x-1$

Do đó, hệ phương trình có nghiệm $(x;y)$ tính bởi công thức $\Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x-1 \\ x \in R \end{cases}$

Bài 2: Giải các hệ phương trình sau

a. $\begin{cases} 8x-2y=10 \\ -4x+y=3 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 3x-4y+2=0 \\ 5x+2y=14 \end{cases}$

Lời giải

a) Cách 1: Ta có $\begin{cases} 8x-2y=10 \\ -4x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x-2(3+4x)=10 \\ y=3+4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x=16 \\ y=3+4x \end{cases}$

Ta thấy phương trình $Ox=16$ vô nghiệm với mọi $x \in R$

Do đó hệ phương trình vô nghiệm.

Cách 2: Ta có $\begin{cases} 8x-2y=10 \\ -4x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8\left(\dfrac{1}{4}y-\dfrac{3}{4}\right)-2y=10 \\ y-3=4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0y=16 \\ x=\dfrac{1}{4}y-\dfrac{3}{4} \end{cases}$

Ta thấy phương trình $Oy = 16$ vô nghiệm với mọi $y \in R$

Do đó hệ phương trình vô nghiệm.

b) $\begin{cases} 3x - 4y + 2 = 0 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 5x + 2y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4y-2}{3} \\ 5.\left(\dfrac{4y-2}{3}\right) + 2y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{4y-2}{3} \\ 26y = 52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 2)$

Bài 3: Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ -2x + 5y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + y = -1 \\ 7x + 2y = -3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y = -2 \\ 2x - 2y = 8 \end{cases}$

e) $\begin{cases} -2x + y = 3 \\ 4x - 2y = -4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} -x + y = -2 \\ 3x - 3y = 6 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x + 3y = -1 \\ 3x + 9y = -3 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 3x + y = 3 \\ -2x - 3y = 5 \end{cases}$

Lời giải

a) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có $y = 2x - 3$.

Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được $x + 2(2x - 3) = 4$ hay $5x - 6 = 4$ suy ra $x = 2$

Từ đó $y = 2.2 - 3 = 1$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(2;1)$

b) $\begin{cases} x - 3y = 2 \\ -2x + 5y = 1 \end{cases}$

Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có $x = 2 + 3y$.

Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được $-2(2 + 3y) + 5y = 1$ hay $-4 - y = 1$ suy ra $y = -5$

Từ đó $x = 2 + 3.(-5) = -13$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(-13; -5)$

c) $\begin{cases} 4x + y = -1 \\ 7x + 2y = -3 \end{cases}$

Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có $y = -1 - 4x$.

Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được $7x+2(-1-4x)=-3$ hay $-x=-1$ suy ra $x=1$

Từ đó $y=-1-4.(1)=-5$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(1;-5)$

d) $\begin{cases} x-y=-2 \\ 2x-2y=8 \end{cases}$

Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có $y=x+2$.

Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được $2x-2(x+2)=8$ hay $0x-4=8(1)$

Do không có giá trị nào của x thỏa mãn hệ thức (1) nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

e) $\begin{cases} -2x+y=3 \\ 4x-2y=-4 \end{cases}$

Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có $y=2x+3$.

Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được $4x-2(2x+3)=-4$ hay $0x=6=-4$ (1)

Do không có giá trị nào của x thỏa mãn hệ thức (1) nên hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

f) $\begin{cases} -x+y=-2 \\ 3x-3y=6 \end{cases}$

Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có $y=x-2$ (1)

Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được $3x-3(x-2)=6$ hay $0x+6=6$ suy ra $0x=0$ (2)

Ta thấy với mọi giá của của x đều thỏa mãn (2)

Với mỗi giá trị tùy ý của x, giá trị tương ứng của y được tính bởi (1)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(x;x-2)$ với $x\in$ tùy ý.

g) $\begin{cases} x+3y=-1 \\ 3x+9y=-3 \end{cases}$

Từ phương trình thứ nhất của hệ ta có $x=-1-3y$ (1)

Thế vào phương trình thứ hai của hệ ta được $3(-1-3y)+9y=-3$ hay $0y-3=-3$

Suy ra $0y=0$ (2)

Ta thấy với mọi giá của của y đều thỏa mãn (2)

Với mỗi giá trị tùy ý của y, giá trị tương ứng của x được tính bởi (1)

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(-1-3y;y)$ với $y\in$ tùy ý.

h) $\begin{cases} 3x+y=3 & (1) \\ -2x-3y=5 & (2) \end{cases}$

Từ phương trình (1) ta có $y=3-3x(3)$.

Thay $y=3-3x$ vào phương trình (2) ta được $-2x-3(3-3x)=5$

Giải phương trình này ta được $x=2$

Thay $x=2$ vào phương trình (3) ta được $y=-3$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(2;-3)$

Bài 4: Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp thế

a) $\begin{cases} 3x+12y=-5 \\ x+4y=3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -2x+4y=5 \\ -x+2y=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 12x-4y=-16 \\ 3x-y=-4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x-3y=4 \\ -2x+6y=-8 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 3x-2y=11 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x-3y=2 \\ -2x+5y=1 \end{cases}$

Lời giải

a) Đặt $\begin{cases} 3x+12y=-5(1) \\ x+4y=3 \ (2) \end{cases}$

Từ phương trình (2) ta có $x=3-4y(3)$. Thay vào phương trình (1) ta được:

$3.(3-4y)+12y=-5$

$9=12y+12y=-5$

$0y=-14$ (vô nghiệm)

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm

b) $\begin{cases} -2x+4y=5 \ (1) \\ -x+2y=1 \ (2) \end{cases}$

Từ phương trình (2) ta có $x=2y-1 \ (3)$. Thay vào phương trình (1) ta được

$-2(2y-1)+4y=5$

$-4y+2+4y=5$

$0y=3$(vô nghiệm)

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm

c) Đặt $\begin{cases} 12x-4y=-16(1) \\ 3x-y=-4 \quad (2) \end{cases}$

Từ phương trình (2) ta có $y=3x+4 \ (3)$. Thay vào phương trình (1) ta được

$12x-4.(3x+4)=-16$