

**Câu 1. (2,5 điểm)**

- a) Tính  $A = \sqrt{64} + \sqrt{16} - 2\sqrt{36}$
- b) Xác định các hệ số  $a, b$  của đường thẳng  $y = ax + b$ , biết đường thẳng này đi qua điểm  $M(1;9)$  và song song với đường thẳng  $y = 3x$
- c) Rút gọn biểu thức  $P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{1+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

**Câu 2. (2,0 điểm)**

- a) Giải phương trình  $2x^2 - 5x + 2 = 0$
- b) Cho phương trình  $x^2 - 12x + 4 = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt  $x_1; x_2$ . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức  $T = \frac{x_1^2 + x_2^2}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}$

**Câu 3. (1,5 điểm)** Vào tháng 5 năm 2021, chỉ sau 26 giờ phát hành sản phẩm âm nhạc MV “Trốn tìm” của rapper Đen Vâu đã chính thức dành Top 1 trending của *Youtube* Việt Nam. Giả sử trong tất cả những người đã xem MV, có 60% số người đã xem 2 lượt và những người còn lại mới xem 1 lượt. Hỏi đến thời điểm nói trên có bao nhiêu người đã xem MV, biết tổng số lượt xem là 6,4 triệu lượt ?

**Câu 4. (3,0 điểm)** Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm  $O$ , các đường cao  $AD, BE, CF$  ( $D \in BC, E \in AC, F \in AB$ ) cắt nhau tại  $H$

- a) Chứng minh  $BCEF$  là tứ giác nội tiếp
- b) Gọi  $N$  là giao điểm của  $CF$  và  $DE$ . Chứng minh  $DN \cdot EF = HF \cdot CN$
- c) Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , tiếp tuyến tại  $B$  của đường tròn  $(O)$  cắt đường thẳng  $OM$  tại  $P$ . Chứng minh  $\angle OAM = \angle DAP$

**Câu 5. (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - 3y + 2\sqrt{xy} = 4(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \\ (x+1)(y + \sqrt{xy} - x^2 + x) = 4 \end{cases} (x, y \in \mathbb{R})$$

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

a) Tính  $A = \sqrt{64} + \sqrt{16} - 2\sqrt{36}$

Ta có :

$$A = \sqrt{64} + \sqrt{16} - 2\sqrt{36} = 8 + 4 - 2 \cdot 6 = 0$$

Vậy  $A = 0$

b) Xác định các hệ số  $a, b$  của đường thẳng  $y = ax + b$ , biết đường thẳng này đi qua điểm  $M(1;9)$  và song song với đường thẳng  $y = 3x$

Ta có :  $M(1;9)$  thuộc đường thẳng có phương trình  $y = ax + b$  nên ta có :  $a + b = 9$  (1)

Đường thẳng  $y = ax + b$  song song với đường thẳng  $y = 3x$  nên  $\begin{cases} a = 3 \\ b \neq 0 \end{cases}$

Thay  $a = 3$  vào (1) ta được  $b = 6$  (tm)

Vậy  $a = 3, b = 6$

c) Rút gọn biểu thức 
$$P = \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{1 + \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} \begin{matrix} (x > 0) \\ (x \neq 1) \end{matrix}$$

Với  $x > 0; x \neq 1$

$$\begin{aligned} P &= \left( \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{1 + \sqrt{x}} \right) \cdot \frac{x + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} = \frac{1 + \sqrt{x} - 2\sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot (1 + \sqrt{x})} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)}{1 - \sqrt{x}} \\ &= \frac{1 - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} = 1 \end{aligned}$$

Vậy  $P = 1$  với  $x > 0, x \neq 1$

**Câu 2.**

a) Giải phương trình  $2x^2 - 5x + 2 = 0$

Ta có :  $\Delta = 5^2 - 4.2.2 = 9 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 + \sqrt{9}}{2.2} = 2 \\ x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 - \sqrt{9}}{2.2} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \left\{ 2; \frac{1}{2} \right\}$

**b) Cho phương trình  $x^2 - 12x + 4 = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt  $x_1; x_2$ . Không**

**giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức  $T = \frac{x_1^2 + x_2^2}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}}$**

Vì phương trình  $x^2 - 12x + 4 = 0$  có hai nghiệm dương phân biệt  $x_1; x_2$  nên theo định lý Vi-et

ta có :  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 12 \\ x_1 x_2 = 4 \end{cases}$ . Ta có :

$$x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 12^2 - 2.4 = 136$$

$$\left( \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \right)^2 = x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1 x_2} = 12 + 2\sqrt{4} = 16 \Rightarrow \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 4$$

$$\text{Vậy } T = \frac{x_1^2 + x_2^2}{\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}} = \frac{136}{4} = 34$$

**Câu 3. Vào tháng 5 năm 2021, chỉ sau 26 giờ phát hành sản phẩm âm nhạc MV “Trốn tìm” của rapper Đen Vâu đã chính thức dành Top 1 trending của Youtube Việt Nam. Giả sử trong tất cả những người đã xem MV, có 60% số người đã xem 2 lượt và những người còn lại mới xem 1 lượt. Hỏi đến thời điểm nói trên có bao nhiêu người đã xem MV, biết tổng số lượt xem là 6,4 triệu lượt ?**

Gọi  $x$  là số người đã xem MV ( triệu người) ( $x \in \mathbb{N}^*$ )

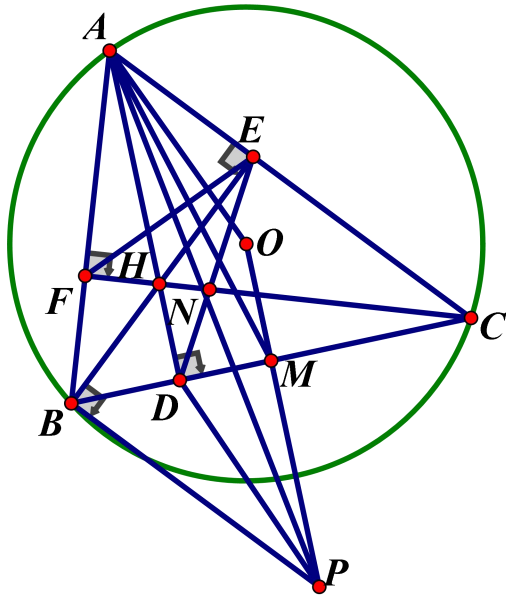
Khi đó số người đã xem hai lượt là  $60\%x = 0,6x$  (người) và số người chỉ xem 1 lượt là  $40\%x = 0,4x$  (người)

Vì tổng số lượt xem là 6,4 triệu nên ta có phương trình

$$0,6x.2 + 0,4x.1 = 1,6x = 6,4 \Leftrightarrow x = 4$$

Vậy có 4 triệu người xem MV.

**Câu 4.**



**a) Chứng minh  $BCEF$  là tứ giác nội tiếp**

Ta có :  $\angle BEC = \angle BFC = 90^\circ$  (do  $BE \perp AC, CF \perp AB$ )

$\Rightarrow BCEF$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

**b) Gọi  $N$  là giao điểm của  $CF$  và  $DE$ . Chứng minh rằng  $DN \cdot EF = HF \cdot CN$**

Ta có :  $\angle CDH = \angle CEH = 90^\circ$  (gt)  $\Rightarrow \angle CDH + \angle CEH = 180^\circ$  nên  $CHDE$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai đối bằng  $180^\circ$ )

$\Rightarrow \angle DCN = \angle NEH$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $DH$ )

Xét tam giác  $DCN$  và tam giác  $HEN$  có :

$\angle DCN = \angle NEH$  (cmt);  $\angle DNC = \angle HNE$  (đối đỉnh)

$$\Rightarrow \triangle DCN \sim \triangle HEN (g.g) \Rightarrow \frac{DN}{NC} = \frac{HN}{EN} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) (1)}$$

Ta có  $BCEF$  là tứ giác nội tiếp (cmt) nên  $\angle DCN = \angle HEF$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $BF$ ) mà  $\angle DCN = \angle NEH$  (cmt) nên  $\angle NEH = \angle HEF$

Hay  $EH$  là tia phân giác của  $\angle NEF$

$$\Rightarrow \frac{HN}{EN} = \frac{HF}{EF} \text{ (tính chất đường phân giác) (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được } \frac{DN}{NC} = \frac{HF}{EF} \Leftrightarrow DN \cdot EF = HF \cdot CN \text{ (dpcm)}$$

c) Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ , tiếp tuyến tại  $B$  của đường tròn  $(O)$  cắt đường thẳng  $OM$  tại  $P$ . Chứng minh  $\angle OAM = \angle DAP$

Ta có  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên  $OM \perp BC$  (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung), mà  $BC \perp AD(gt)$  nên  $OM \parallel AD \Rightarrow OP \parallel AD$

$$\Rightarrow \angle DAP = \angle APO \text{ (so le trong)} \quad (3)$$

Mặt khác ta có :  $PB$  là tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $B$  nên  $OB \perp BP \Rightarrow \angle OBP = 90^\circ$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác  $OPB$  vuông tại  $B$  có  $BM$  là đường cao

$$\text{Ta có : } OB^2 = OM \cdot OP$$

$$\text{Mà } OA^2 = OB^2 \Rightarrow OA^2 = OM \cdot OP \Rightarrow \frac{OM}{OA} = \frac{OA}{OP}$$

$$\text{Xét } \triangle OAM \text{ và } \triangle OPA \text{ ta có : } \angle AOP \text{ chung; } \frac{OM}{OA} = \frac{OA}{OP} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle OAM \sim \triangle OPA \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \angle OAM = \angle OPA \text{ (hai góc tương ứng)} \quad (4)$$

$$\text{Từ (3),(4)} \Rightarrow \angle OAM = \angle DAP$$

### Câu 5.

$$\text{Giải hệ phương trình : } \begin{cases} x - 3y + 2\sqrt{xy} = 4(\sqrt{x} - \sqrt{y}) \\ (x+1)(y + \sqrt{xy} - x^2 + x) = 4 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

$$\begin{cases} x - 3y + 2\sqrt{xy} = 4(\sqrt{x} - \sqrt{y}) & (1) \\ (x+1)(y + \sqrt{xy} - x^2 + x) = 4 & (2) \end{cases}$$

ĐKXD:  $x, y \geq 0$

$$(1) \Leftrightarrow x - \sqrt{xy} + 3\sqrt{xy} - 3y = 4(\sqrt{x} - \sqrt{y})$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + 3\sqrt{y}(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 4(\sqrt{x} - \sqrt{y})$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + 3\sqrt{y}) = 4(\sqrt{x} - \sqrt{y})$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + 3\sqrt{y} - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = \sqrt{y} \\ \sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 4 \end{cases}$$

TH1:  $\sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y$ . Thay vào (2) ta có :

$$(x+1)(x+x-x^2+x) = 4 \Leftrightarrow (x+1)(3x-x^2) = 4$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 3x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 = y \\ x = \frac{1 + \sqrt{17}}{2} = y \text{ (do } x, y > 0) \end{cases}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} \sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 4 \\ (x+1)(y + \sqrt{xy} - x^2 + x) = 4 \end{cases}$$

$$\text{Đặt } \sqrt{x} = a, \sqrt{y} = b \text{ (} a, b \geq 0 \text{)} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 4 \Rightarrow b = \frac{4-a}{3} \\ (a^2 + 1)(b^2 + ab - a^4 + a^2) = 4 (*) \end{cases}$$

Thế  $b = \frac{4-a}{3}$  vào (\*) ta được

$$(a^2 + 1) \left[ \left( \frac{4-a}{3} \right)^2 + a \cdot \frac{4-a}{3} - a^4 + a^2 \right] = 4$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + 1) \cdot \frac{16 - 8a + a^2 + 12a - 3a^2 - 9a^4 + 9a^2}{9} = 4$$

$$\Leftrightarrow (a^2 + 1) \cdot (-9a^4 + 7a^2 + 4a + 16) = 32$$

$$\Leftrightarrow 9a^4 + 2a^4 - 4a^3 - 23a^2 - 4a + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (a-1)^2 (9a^4 + 18a^3 + 29a^2 + 36a + 20) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = 1 \text{ (do } a \geq 0 \text{)} \Rightarrow b = \frac{4-1}{3} = 1 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1 \\ \sqrt{y} = 1 \Leftrightarrow y = 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(x; y) \left\{ (1; 1); \left( \frac{1 + \sqrt{17}}{2}; \frac{1 + \sqrt{17}}{2} \right) \right\}$

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1) Hàm số  $y = 2x - 3$  là hàm số đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ? Vì sao?

2) Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{18} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8}$

3) Giải hệ phương trình : 
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

**Câu 2. (2,5 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - mx + m - 1 = 0$  (1) với  $m$  là tham số

a) Giải phương trình (1) với  $m = 3$

b) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi  $m$

c) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị của  $m$  để biểu thức

$P = x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất

**Câu 3. (1,0 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một người đi xe đạp từ  $A$  đến  $B$  cách nhau  $24km$ . Khi đi từ  $B$  trở về  $A$ , người đó tăng vận tốc thêm  $4km/h$ , vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ  $A$  đến  $B$ .

**Câu 4. (3,5 điểm)**

1. Cho đường tròn tâm  $O$  và điểm  $A$  nằm bên ngoài đường tròn. Từ  $A$  vẽ các tiếp tuyến  $AB, AC$  với đường tròn ( $B, C$  là các tiếp điểm)

a) Chứng minh tứ giác  $ABOC$  là tứ giác nội tiếp

b) Vẽ cát tuyến  $ADE$  không đi qua tâm  $O$  của đường tròn ( $D$  nằm giữa  $A$  và  $E$ )

Gọi  $M$  là trung điểm của  $DE$ . Chứng minh  $MA$  là tia phân giác của góc  $BMC$

2. Một dụng cụ đựng chất lỏng có dạng hình trụ với chiều cao bằng  $3dm$  và bán kính đáy bằng  $2dm$ . Dụng cụ này đựng được bao nhiêu lít chất lỏng (Bỏ qua độ dày của thành và đáy dụng cụ, lấy  $\pi \approx 3,14$ )

**Câu 5. (1,0 điểm)**

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn phương trình  $x^2 + 2y^2 + 2xy = 1$

2) Cho  $a, b$  là hai số thực dương thỏa mãn điều kiện  $a + b^2 = 2ab^2$

Chứng minh rằng : 
$$\frac{1}{a^4 + b^4 + 2ab^4} + \frac{1}{a^2 + b^2 + 2a^2b^2} \leq \frac{1}{2}$$

## ĐÁP ÁN

### Câu 1.

1) Hàm số  $y = 2x - 3$  là hàm số đồng biến hay nghịch biến ? Vì sao ?

Hàm số  $y = 2x - 3$  có  $a = 2 > 0$  nên hàm số  $y = 2x - 3$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

2) Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{18} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8}$

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{18} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8} = \sqrt{9 \cdot 2} - 2\sqrt{25 \cdot 2} + 3\sqrt{4 \cdot 2} \\ &= 3\sqrt{2} - 2 \cdot 5\sqrt{2} + 3 \cdot 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 10\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = -\sqrt{2} \end{aligned}$$

Vậy  $A = -\sqrt{2}$

3) Giải hệ phương trình : 
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ y = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (2; 1)$

### Câu 2.

Cho phương trình  $x^2 - mx + m - 1 = 0$  (1) ( $m$  là tham số)

1) Giải phương trình (1) khi  $m = 3$

Với  $m = 3$  thì (1) trở thành  $x^2 - 3x + 2 = 0$

Ta có  $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$  nên phương trình có hai nghiệm 
$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = 2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm phương trình là  $S = \{1; 2\}$

2) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có nghiệm với mọi  $m$

Phương trình (1) có :  $\Delta = m^2 - 4(m - 1) = m^2 - 4m + 4 = (m - 2)^2 \geq 0$  (với mọi  $m$ )

Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m$

3) Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Tìm giá trị của  $m$  để  $P = x_1^2 + x_2^2$  đạt giá trị nhỏ nhất

Theo câu 2) phương trình luôn có hai nghiệm  $x_1; x_2$  với mọi  $m$



Áp dụng hệ thức Vi - et ta có :  $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$ . Khi đó ta có :

$$P = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = m^2 - 2(m - 1) = (m - 1)^2 + 1$$

Nhận thấy  $(m - 1)^2 \geq 0$  (với mọi  $m$ )  $\Rightarrow (m - 1)^2 + 1 \geq 1$  (với mọi  $m$ )

Vậy  $P_{\min} = 1 \Leftrightarrow m = 1$

Vậy  $m = 1$

**Câu 3. Một người đi xe đạp từ A đến B cách nhau 24km. Khi đi từ B trở về A, người đó tăng vận tốc thêm 4km/h, vì vậy thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút. Tính vận tốc của người đi xe đạp khi đi từ A đến B.**

Gọi vận tốc của người đi xe đạp từ A đến B là  $x$  (km/h) ( $x > 0$ )

Do khi đi từ B trở về A, người đó tăng vận tốc lên 4km/h nên vận tốc của người đó khi về là  $x + 4$  (km/h)

Thời gian người đi xe đạp từ A tới B là  $\frac{24}{x}$  (h)

Thời gian người đi xe đạp từ B về A là :  $\frac{24}{x + 4}$  (h)

Vì thời gian về ít hơn thời gian đi là 30 phút  $= \frac{1}{2}$  h nên ta có phương trình

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x + 4} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{24(x + 4) - 24x}{x(x + 4)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{96}{x(x + 4)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x(x + 4) = 192 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 192 = 0$$

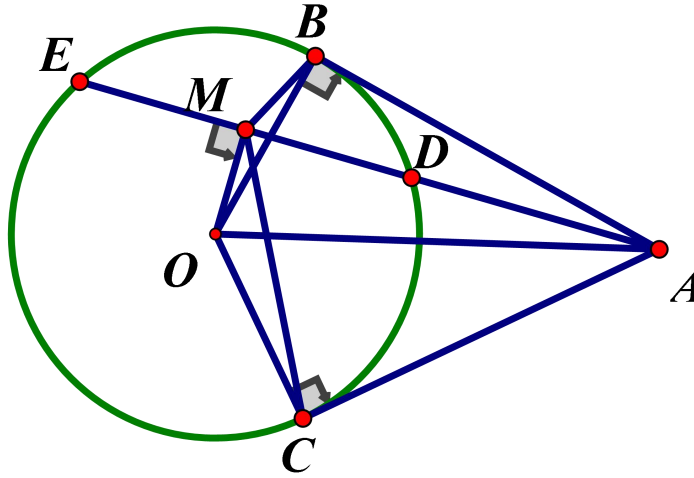
Ta có :  $\Delta' = 2^2 + 192 = 196 = 14^2 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt :

$$\begin{cases} x = -2 + 14 = 12 \text{ (tm)} \\ x = -2 - 14 = -16 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc người đi xe đạp từ A đến B là 12km/h

**Câu 4.**

1)



a) Chứng minh tứ giác  $ABOC$  là tứ giác nội tiếp

Vì  $AB, AC$  là các tiếp tuyến của  $(O)$  lần lượt tại  $A, B$  nên

$$\begin{cases} OB \perp AB \Rightarrow \angle OBA = 90^\circ \\ OC \perp AC \Rightarrow \angle OCA = 90^\circ \end{cases} \text{ (định nghĩa)}$$

Xét tứ giác  $ABOC$  có  $\angle OBA + \angle OCA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vậy  $ABOC$  là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

b) Vẽ cát tuyến  $ADE$  không đi qua tâm  $O$  của đường tròn ( $D$  nằm giữa  $A$  và  $E$ ).

Gọi  $M$  là trung điểm của  $DE$ . Chứng minh  $MA$  là tia phân giác của góc  $BMC$

Vì  $M$  là trung điểm của  $DE$  nên  $OM \perp DE$  (quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây cung)  $\Rightarrow \angle OMA = 90^\circ$

Xét tứ giác  $OMAC$  có  $\angle OMA + \angle OCA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  nên  $OMAC$  là tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow 5$  điểm  $O, B, A, C, M$  cùng thuộc một đường tròn

Ta có  $\angle AMC = \angle AOC$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $AC$ )

$\angle AMB = \angle AOB$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $AB$ )

Mà  $\angle AOC = \angle AOB$  (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)  $\Rightarrow \angle AMC = \angle AMB$

Vậy  $MA$  là tia phân giác của  $\angle BMC$

2) Một dụng cụ đựng chất lỏng có dạng hình trụ với chiều cao bằng  $3dm$  và bán kính đáy bằng  $2dm$ . Dụng cụ này đựng được bao nhiêu lít chất lỏng (Bỏ qua độ dày của thành và đáy dụng cụ, lấy  $\pi \approx 3,14$ )

Thể tích của dụng cụ đựng chất lỏng là

$$V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 3 = 12\pi \approx 37,68(dm^3)$$

Đổi  $37,68dm^3 = 37,68l$

Vậy dụng cụ này đựng được 37,68 lít

### Câu 5.

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên  $(x; y)$  thỏa mãn phương trình  $x^2 + 2y^2 + 2xy = 1$

Ta có :

$$x^2 + 2y^2 + 2xy = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow (x + y)^2 + y^2 = 1$$

Do  $x, y$  nguyên nên  $(x + y)^2, y^2$  nguyên. Mặt khác  $(x + y)^2 \geq 0, y^2 \geq 0$  nên ta có :

$$\left[ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} (x + y) = 1^2 \\ y^2 = 0 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} (x + y)^2 = 0 \\ y^2 = 1 \end{array} \right. \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} y = 0 \\ x = \pm 1 \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ y = -1 \\ x = -1 \\ y = 1 \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Vậy cặp nghiệm  $(x; y)$  thỏa mãn phương trình là  $\{(1; 0); (-1; 0); (-1; 1); (1; -1)\}$

2) Cho  $a, b$  là hai số thực dương thỏa mãn điều kiện  $a + b^2 = 2ab^2$

Chứng minh rằng : 
$$\frac{1}{a^4 + b^4 + 2ab^4} + \frac{1}{a^2 + b^2 + 2a^2b^2} \leq \frac{1}{2}$$

Đặt  $\begin{cases} a = x \\ b^2 = y \end{cases} (x, y > 0) \Rightarrow x + y = 2xy$ . Khi đó ta cần chứng minh :

$$\frac{1}{x^4 + y^2 + 2xy^2} + \frac{1}{x^2 + y^4 + 2x^2y} \leq \frac{1}{2}$$

Có  $\begin{cases} x^4 + y^2 \geq 2x^2y \\ x^2 + y^4 \geq 2xy^2 \end{cases}$  (bất đẳng thức Cô – si)

$$\Rightarrow \frac{1}{x^4 + y^2 + 2xy^2} \leq \frac{1}{2x^2y + 2xy^2} = \frac{1}{2xy(x+y)}$$

$$\frac{1}{x^2 + y^4 + 2x^2y} \leq \frac{1}{2xy^2 + 2x^2y} = \frac{1}{2xy(x+y)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^4 + y^2 + 2xy^2} + \frac{1}{x^2 + y^4 + 2x^2y} \leq \frac{1}{2xy(x+y)} + \frac{1}{2xy(x+y)} = \frac{1}{xy(x+y)}$$

Ta sẽ chứng minh  $\frac{1}{xy(x+y)} \leq \frac{1}{2}$ . Ta có :

$$\frac{1}{xy(x+y)} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow xy(x+y) \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x+y}{2}(x+y) \geq 2 \text{ (do } x+y = 2xy)$$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2 \geq 4 \Leftrightarrow x+y \geq 2$$

$$\text{Thật vậy, } x+y = 2xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \Leftrightarrow (x+y)^2 \geq 4(x+y) \Leftrightarrow x+y \geq 4 \text{ (do } x+y > 0)$$

Vậy ta có điều phải chứng minh

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**Môn thi: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**Bài 1. (2,0 điểm)** Giải các phương trình, hệ phương trình sau :

$$1) 2x - 1 = x - \frac{1}{3}$$

$$2) \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 7x - 5y = -9 \end{cases}$$

**Bài 2. (2,0 điểm)**

$$1) \text{ Vẽ đồ thị } (P) \text{ của hàm số } y = -\frac{1}{4}x^2$$

- 2) Tìm điều kiện của  $m$  để đường thẳng  $(d): y = -x + m$  cắt  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu .

**Bài 3. (2,0 điểm)** Bạn Hoàng làm việc tại nhà hàng nọ, bạn ấy được trả 800.000 đồng cho 40 giờ làm việc tại quán trong một tuần. Mỗi giờ làm thêm trong tuần bạn được trả bằng 150% số tiền mà mỗi giờ bạn ấy được trả trong 40 giờ đầu. Nếu trong tuần đó, bạn Hoàng được trả 920000 đồng thì bạn ấy đã phải làm thêm bao nhiêu giờ ?

**Bài 4. (4,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  có các góc  $\angle ABC, \angle ACB$  nhọn và  $\angle BAC = 60^\circ$ . Các đường phân giác trong  $BE, CF$  của tam giác  $ABC$  cắt nhau tại  $I$

- 1) Chứng minh tứ giác  $AEIF$  nội tiếp
- 2) Gọi  $K$  là giao điểm thứ hai ( $K$  khác  $B$ ) của đường thẳng  $BC$  với đường tròn ngoại tiếp tam giác  $BFI$ . Chứng minh rằng tam giác  $AFK$  cân tại  $F$

## ĐÁP ÁN

**Bài 1. Giải các phương trình, hệ phương trình**

$$1) 2x - 1 = x - \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2x - x = 1 - \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = \frac{2}{3}$

$$2) \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 7x - 5y = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15x + 5y = 20 \\ 7x - 5y = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 22x = 11 \\ y = 4 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$

**Bài 2.**

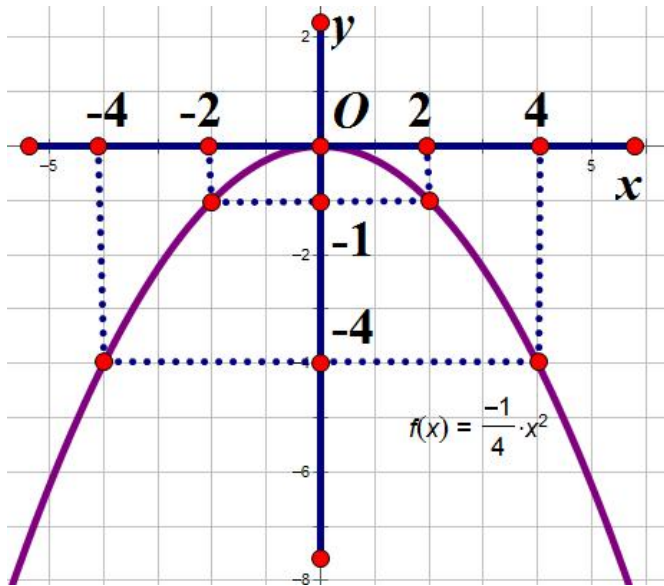
1) **Vẽ đồ thị  $(P)$  của hàm số  $y = -\frac{1}{4}x^2$**

Ta có bảng giá trị

$x$	-4	-2	0	2	4
$y = -\frac{1}{4}x^2$	-4	-1	0	-1	-4

Vậy đồ thị hàm số (P):  $y = -\frac{1}{4}x^2$  là đường cong đi qua các điểm

$(-4; -4), (-2; -1), (0; 0), (2; -1), (4; -4)$



**2) Tìm điều kiện của  $m$  để đường thẳng (d):  $y = -x + m$  cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu**

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$-\frac{1}{4}x^2 = -x + m \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4m = 0(*)$$

(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ trái dấu  $\Leftrightarrow (*)$  có hai nghiệm trái dấu

$$\Leftrightarrow 1.4m < 0 \Leftrightarrow m < 0$$

Vậy  $m < 0$  thỏa mãn bài toán.

**Bài 3. Bạn Hoàng làm việc tại nhà hàng nọ, bạn ấy được trả 800.000 đồng cho 40 giờ làm việc tại quán trong một tuần. Mỗi giờ làm thêm trong tuần bạn được trả bằng 150% số tiền mà mỗi giờ bạn ấy được trả trong 40 giờ đầu. Nếu trong tuần đó, bạn Hoàng được trả 920000 đồng thì bạn ấy đã phải làm thêm bao nhiêu giờ ?**

Gọi số giờ bạn Hoàng đã làm thêm trong tuần là  $x$  (giờ), ĐK:  $x > 0$

Bạn Hoàng được trả 800 nghìn đồng cho 40 giờ làm việc trong tuần nên mỗi giờ làm việc

trong tuần bạn Hoàng nhận được  $\frac{800}{40} = 20$  (nghìn đồng)

Vì mỗi giờ làm thêm trong tuần Hoàng được trả bằng 150% số tiền mà mỗi giờ bạn ấy được trả trong 40 giờ đầu tiên nên mỗi giờ làm thêm Hoàng nhận được  $20 \cdot 150\% = 30$  (nghìn đồng)

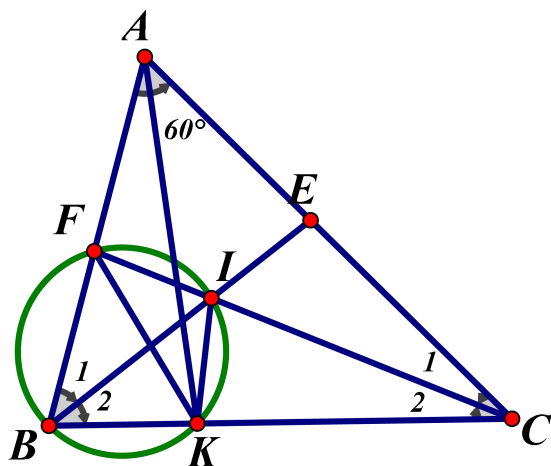
Suy ra tổng số tiền Hoàng nhận được (tính cả làm thêm) trong mỗi tuần là  $800 + 30x$  (nghìn đồng)

Vì trong tuần đó, bạn Hoàng được trả 920000 đồng nên ta có phương trình :

$$800 + 3x = 920 \Leftrightarrow 3x = 120 \Leftrightarrow x = 40$$

Vậy Hoàng đã làm thêm 40 giờ.

#### Bài 4.



##### 1) Chứng minh tứ giác $AEIF$ nội tiếp

Ta có :  $\angle BAC = 60^\circ$

$\Rightarrow \angle ABC + \angle BCA = 120^\circ$  (tổng 3 góc trong tam giác bằng  $180^\circ$ )

$\Rightarrow \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle BCA) = 60^\circ \Rightarrow \angle B_2 + \angle C_2 = 60^\circ$

$\Rightarrow \angle BIC = 180^\circ - (\angle B_2 + \angle C_2) = 120^\circ$  (tổng 3 góc trong tam giác)

$\Rightarrow \angle FIE = \angle BIC = 120^\circ$  (hai góc đối đỉnh)

Xét tứ giác  $AEIF$  ta có :  $\angle BAC + \angle EIF = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$

$AEIF$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng  $180^\circ$ )

##### 2) Gọi $K$ là giao điểm thứ hai ( $K$ khác $B$ ) của đường thẳng $BC$ với đường tròn ngoại tiếp tam giác $BFI$ . Chứng minh rằng tam giác $AFK$ cân tại $F$

Ta có : Tứ giác  $BFIK$  nội tiếp  $\Rightarrow \angle FKB = \angle FIB$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $BF$ )

$\Rightarrow \angle FKB = \angle FIB = 180^\circ - \angle EIB = 60^\circ$

$\Rightarrow \angle FAC = \angle FKB = 60^\circ$

$\Rightarrow AFK$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề 1 cạnh nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)

$\Rightarrow \angle FAK = \angle FCK$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $FK$ )

Và  $\angle FKA = \angle FCA$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $AF$ )

Mà  $\angle FCA = \angle FCK$  ( $CF$  là phân giác  $\angle KCA$ )

$\Rightarrow \angle FAK = \angle FKA (= \angle FCA) \Rightarrow \Delta AKF$  cân tại  $F$  ( $dfcm$ )

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**Môn thi: TOÁN**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**PHẦN I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (2,5 điểm)**

**Câu 1.** Điều kiện xác định của biểu thức  $\sqrt{x-5}$  là :

A.  $x \geq 5$

B.  $x \leq 5$

C.  $x > 5$

D.  $x < 5$

**Câu 2.** Với giá trị nào của  $m$  thì hai đường thẳng  $y = 12x + 5 - m$  và  $y = 3x + m + 3$  cắt nhau tại 1 điểm trên trục tung

A. 5

B. -3

C. 1

D. 4

**Câu 3.** Hàm số  $y = (m+2)x + 4$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi :

A.  $m < -2$

B.  $m \geq -2$

C.  $m \neq -2$

D.  $m > -2$

**Câu 4.** Nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x + 3y = 10 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$  là :

A. (3;1)

B. (1;3)

C. (-1; -3)

D. (-3; -1)

**Câu 5.** Với giá trị nào của  $m$  thì đồ thị hàm số  $y = (m-2)x^2$  đi qua điểm  $A(1;2)$ ?

A. 0

B. 2

C. 4

D. -2

**Câu 6.** Phương trình  $x^2 - 2x + m = 0$  có hai nghiệm phân biệt khi

A.  $m > 1$

B.  $m = 1$

C.  $m \geq 1$

D.  $m < 1$

**Câu 7.** Phương trình nào sau đây vô nghiệm ?

A.  $x^2 + x + 1 = 0$

B.  $x^2 - 4x + 4 = 0$

C.  $x^2 + x - 1 = 0$

D.  $x^2 + 5x + 6 = 0$

**Câu 8.** Cho  $\Delta ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $AC = 5(cm)$ ,  $HC = 4(cm)$ . Khi đó độ dài cạnh  $BC$  là :

A. 9cm

B.  $\frac{25}{4}cm$

C.  $\frac{25}{16}cm$

D.  $\frac{5}{4}cm$

**Câu 9.** Cho đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R = 13cm$ , dây cung  $AB = 24cm$ . Khoảng cách từ tâm  $O$  đến dây  $AB$  là :

A. 3cm

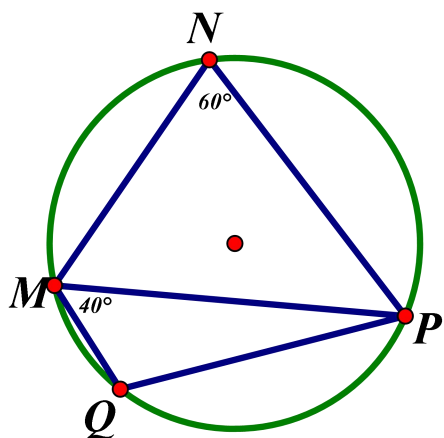
B. 4cm

C. 5cm

D. 6cm



**Câu 10.** Cho tứ giác  $MNPQ$  nội tiếp trong một đường tròn. Biết  $\angle MNP = 60^\circ$ ,  $\angle PMQ = 40^\circ$ . Số đo  $\angle MPQ$  bằng (tham khảo hình vẽ bên)



- A.  $10^\circ$                       B.  $20^\circ$                       C.  $40^\circ$                       D.  $50^\circ$

**PHẦN II. TỰ LUẬN (7,5 điểm)**

**Câu 1. (1,5 điểm)** Cho biểu thức  $A = \frac{-7\sqrt{x} + 6}{x - 4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$

- a) Tính giá trị biểu thức  $A$  khi  $x = 16$
- b) Rút gọn biểu thức  $A$

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Cho đường thẳng  $(d): y = 2mx + 2m - 3$  và parabol  $(P): y = x^2$

- a) Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  đi qua  $A(1;5)$
- b) Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  tiếp xúc với Parabol  $(P)$

2. Cho hệ phương trình  $\begin{cases} 2x - y = m - 1 \\ 3x + y = 4m + 1 \end{cases}$  ( $m$  là tham số)

- a) Giải hệ phương trình với  $m = 2$
- b) Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn  $2x^2 - 3y = 2$

**Câu 3. (3,0 điểm)** Cho đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB$ . Trên tia đối của tia  $BA$  lấy điểm  $C$  ( $C$  không trùng với  $B$ ). Kẻ tiếp tuyến  $CD$  với đường tròn  $(O)$ ,  $D$  là tiếp điểm. Tiếp tuyến tại  $A$  của đường tròn  $(O)$  cắt đường thẳng  $CD$  tại  $E$

- a) Chứng minh tứ giác  $AODE$  nội tiếp
- b) Gọi  $H$  là giao điểm của  $AD$  và  $OE$ ,  $K$  là giao điểm của  $BE$  với đường tròn  $(O)$  ( $K$  không trùng với  $B$ ). Chứng minh  $\angle EHK = \angle KBA$

c) Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $O$  cắt  $CE$  tại  $M$ . Chứng minh  $\frac{EA}{EM} - \frac{MO}{MC} = 1$

**Câu 4. (1,0 điểm)** Cho  $a, b, c$  là các số dương thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $A = (1 + 2a)(1 + 2bc)$

## ĐÁP ÁN

### I. TRẮC NGHIỆM

1A 2C 3D 4B 5C 6D 7A 8B 9C 10B

### II. TỰ LUẬN

#### Câu 1.

a) Tính giá trị biểu thức  $A$  khi  $x=16$

$$x=16(\text{tmdk}) \Rightarrow A = \frac{-7\sqrt{16}+6}{16-4} + \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{16}-2} = \frac{-22}{12} + 2 = \frac{1}{6}$$

Vậy khi  $x=16$  thì  $A = \frac{1}{6}$

b) Rút gọn biểu thức  $A$

Điều kiện :  $x \geq 0, x \neq 4$

$$A = \frac{-7\sqrt{x}+6}{x-4} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} = \frac{-7\sqrt{x}+6+\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{-7\sqrt{x}+6+x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x-5\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{x-3\sqrt{x}-2\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)-2(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$$

Vậy  $A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$

#### Câu 2.

1) Cho đường thẳng  $(d): y = 2mx + 2m - 3$  và parabol  $(P): y = x^2$

a) Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  đi qua  $A(1;5)$

Đường thẳng  $(d)$  đi qua  $A(1;5)$

$$\Rightarrow 5 = 2m \cdot 1 + 2m - 3 \Leftrightarrow 4m = 8 \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy  $m = 2$  thì đường thẳng  $(d)$  đi qua  $A(1;5)$

b) Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  tiếp xúc với parabol  $(P)$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$  ta có :

$$x^2 = 2mx + 2m - 3 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 2m + 3 = 0(1)$$

Đường thẳng  $(d)$  tiếp xúc với parabol  $(P) \Leftrightarrow$  phương trình (1) có nghiệm kép

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow m^2 - (-2m + 3) = 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m - 1)(m + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$$

Vậy  $m = 1$  hoặc  $m = -3$  thì đường thẳng ( $d$ ) tiếp xúc với parabol ( $P$ )

**2) Cho hệ phương trình** 
$$\begin{cases} 2x - y = m - 1 \\ 3x + y = 4m + 1 \end{cases} \quad (m \text{ là tham số})$$

**a) Giải hệ phương trình với  $m = 2$**

Với  $m = 2$  ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 3x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ y = 2x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

**b) Tìm  $m$  để hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y)$  thỏa mãn  $2x^2 - 3y = 2$**

$$\begin{cases} 2x - y = m - 1 \quad (1) \\ 3x + y = 4m + 1 \quad (2) \end{cases}$$

Cộng vế theo vế của phương trình (1) và (2) ta được :  $5x = 5m \Leftrightarrow x = m$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow y = 2x - m + 1 \Leftrightarrow y = 2m - m + 1 \Leftrightarrow y = m + 1$$

$\Rightarrow$  Hệ phương trình đã cho luôn có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (m; m + 1)$

Theo đề bài ta có :  $2x^2 - 3y = 2$

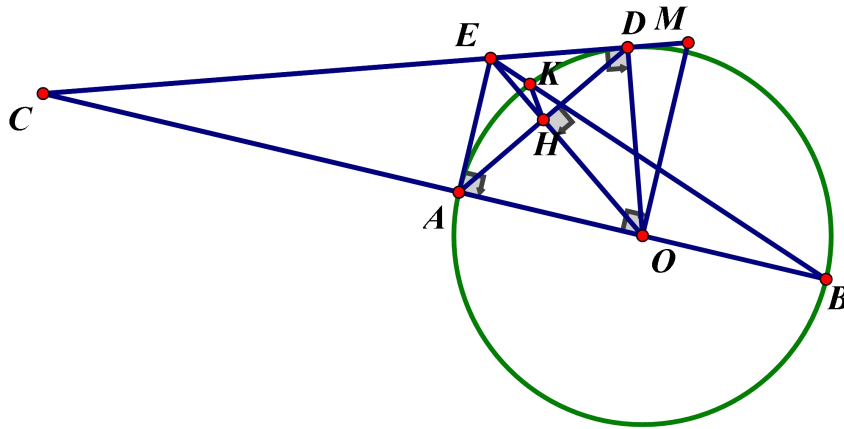
$$\Rightarrow 2m^2 - 3(m + 1) = 2 \Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 3 - 2 = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 3m - 5 = 0$$

Phương trình có  $a - b + c = 2 - (-3) - 5 = 0$

$$\Rightarrow \text{Phương trình có hai nghiệm phân biệt } m_1 = -1, m_2 = -\frac{c}{a} = \frac{5}{2}$$

Vậy với  $m = -1, m = \frac{5}{2}$  thỏa mãn bài toán

**Câu 3.**



a) Chứng minh tứ giác  $AODE$  nội tiếp

$ED, EA$  là tiếp tuyến  $\Rightarrow \angle OAE = \angle ODE = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \angle OAE = \angle ODE = 90^\circ \Rightarrow \angle OAE + \angle ODE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$   
 $\Rightarrow AODE$  là tứ giác nội tiếp

b) Gọi  $H$  là giao điểm của  $AD$  và  $OE$ ,  $K$  là giao điểm của  $BE$  với đường tròn  $(O)$  ( $N$  không trùng với  $B$ ). Chứng minh  $\angle EHK = \angle KBA$

Ta có  $\angle AKB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow \angle EKA = \angle EHA = 90^\circ$  cùng nhìn  $EA \Rightarrow EKHA$  là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle EHK = \angle EAK$  (cùng nhìn  $EK$ ). Lại có :

$\angle EAK = \angle ABE$  (cùng nhìn  $AK$ )  $\Rightarrow \angle EHK = \angle KBA$  (dpcm)

c) Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $O$  cắt  $CE$  tại  $M$ . Chứng minh  $\frac{EA}{EM} - \frac{MO}{MC} = 1$

Ta có :  $AE \parallel OM$  (cùng  $\perp AB$ )  $\Rightarrow \angle MOE = \angle OEA$  (so le trong) (1)

Mà  $EA, ED$  là 2 tiếp tuyến cắt nhau  $\Rightarrow EO$  là phân giác  $\angle AED$

$\Rightarrow \angle AEO = \angle EOM$  (2)

Từ (1), (2)  $\Rightarrow \angle MEO = \angle MOE \Rightarrow \triangle EMO$  cân tại  $M \Rightarrow ME = MO$

Vì  $AE \parallel OM \Rightarrow \frac{CE}{CM} = \frac{AE}{OM}$

Ta có :  $\frac{CE}{CM} = \frac{AE}{OM} = \frac{CE - CM}{CM} = \frac{AE - OM}{OM}$

$\Rightarrow \frac{EM}{CM} = \frac{AE}{OM} - 1 \Leftrightarrow \frac{AE}{OM} - \frac{EM}{CM} = 1$

Mà  $ME = MO$  (cmt)  $\Rightarrow \frac{AE}{EM} - \frac{MO}{MC} = 1$  (dpcm)

**Câu 4. (1,0 điểm)** Cho  $a, b, c$  là các số dương thỏa mãn  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $A = (1 + 2a)(1 + 2bc)$

a) Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có :

$a^2 + \frac{4}{9} \geq \frac{4}{3}a \Rightarrow 2a \leq \frac{3a^2}{2} + \frac{2}{3}$  và  $2bc \leq b^2 + c^2$ . Suy ra:

$$A \leq \left( \frac{3a^2}{2} + \frac{2}{3} + 1 \right) (b^2 + c^2 + 1) = \frac{3}{2} \left( a^2 + \frac{10}{9} \right) (b^2 + c^2 + 1)$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:

$$\frac{3}{2} \left( a^2 + \frac{10}{9} \right) (b^2 + c^2 + 1) \leq \frac{3}{2} \left( \frac{a^2 + \frac{10}{9} + b^2 + c^2 + 1}{2} \right)^2 = \frac{98}{27} \Rightarrow A \leq \frac{98}{27}$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = c \\ a^2 + \frac{10}{9} = b^2 + c^2 + 1 \\ a^2 + b^2 + c^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = c = \frac{\sqrt{10}}{6} \end{cases}$$

Vậy GTLN của biểu thức  $A = \frac{98}{27} \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}; b = c = \frac{\sqrt{10}}{6}$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**Môn thi: TOÁN**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**I. TRẮC NGHIỆM (3,00 điểm)**

Học sinh chọn một phương án đúng nhất ở mỗi câu và viết phương án chọn vào bài làm (Ví dụ: Câu 1A, 2B, 3C)

**Câu 1.** Trục căn thức ở mẫu của biểu thức  $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10} + 3}$  được kết quả là :

A.  $\sqrt{10} \cdot (\sqrt{10} - 3)$     B.  $\sqrt{10} \cdot (3 - \sqrt{10})$     C. 3    D.  $\frac{1}{3}$

**Câu 2.** Đẳng thức nào sau đây đúng ?

A.  $\sqrt{5} + \sqrt{3} = \sqrt{8}$     B.  $\sqrt{5} - \sqrt{3} = \sqrt{2}$     C.  $\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{15}$     D.  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{5}{3}$

**Câu 3.** Đường thẳng  $y = ax + 2$  đi qua điểm  $(-2; 4)$  có hệ số góc  $a$  bằng :

A.1                      B. -1                      C.2                      D.4

**Câu 4.** Tìm  $m, n$  biết hệ phương trình  $\begin{cases} mx - ny = 3 \\ nx + my = 4 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất là  $(2;1)$

A.  $m = -2, n = 1$       B.  $m = 2, n = -1$       C.  $m = 1, n = 2$       D.  $m = 2, n = 1$

**Câu 5.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 - 2x + m = 0$  có nghiệm

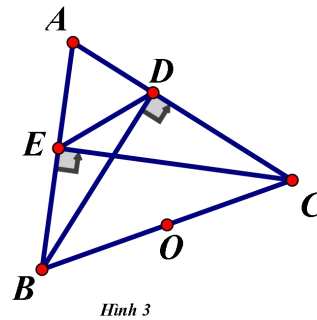
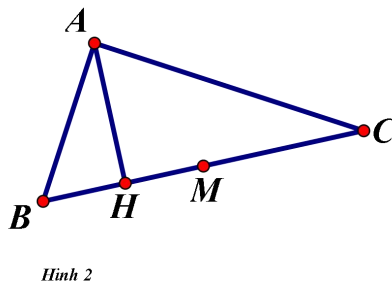
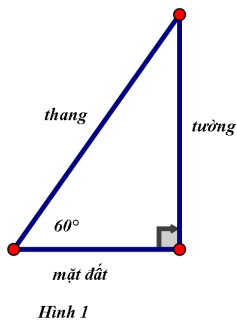
A.  $m \leq 1$                       B.  $m \geq -1$                       C.  $m < 1$                       D.  $m > -1$

**Câu 6.** Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị  $y = \frac{1}{2}x^2$  ?

A.  $\left(1; \frac{1}{2}\right)$                       B.  $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$                       C.  $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$                       D.  $(2; 2)$

**Câu 7.** Một cái thang dài  $5m$ , đặt tạo với mặt đất một góc bằng  $60^\circ$  (hình 1). Vậy chân thang cách tường bao nhiêu mét ?

A. 2,5                      B.  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$                       C.  $5\sqrt{3}$                       D.  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$



**Câu 8.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có đường cao  $AH$ , trung tuyến  $AM$ . Biết  $AH = 2, BH = 1$  (hình 2). Khẳng định nào sau đây **sai** ?

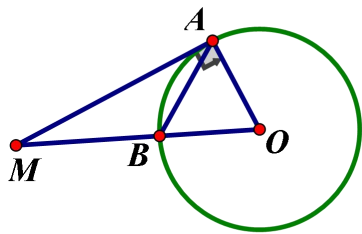
A.  $AC = 2\sqrt{5}$       B.  $AB = 5$       C.  $AM = \frac{5}{2}$       D.  $CH = 4$

**Câu 9.** Cho tam giác nhọn  $ABC$ , có các đường cao  $BD, CE, O$  là trung điểm của  $BC$  (hình 3). Khẳng định nào sau đây **sai** ?

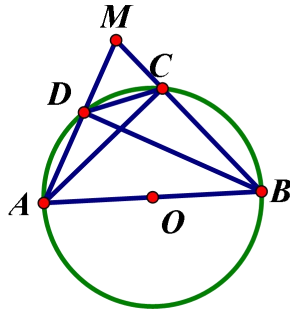
A.  $OD = OE$       B.  $DE < BC$       C.  $AB + AC = BC$       D.  $AO = \frac{1}{2}BC$

**Câu 10.** Cho đường tròn tâm  $O$  bán kính bằng  $1cm$ , cung  $AB$  bằng  $60^\circ$ . Tiếp tuyến tại  $A$  cắt  $OB$  tại  $M$  (hình 4). Tính độ dài đoạn  $AM$

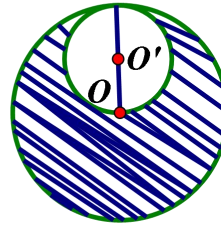
A.  $AM = 3cm$       B.  $AM = \sqrt{5}cm$       C.  $AM = 5cm$       D.  $AM = \sqrt{3}cm$



HÌNH 4



HÌNH 5



HÌNH 6

**Câu 11.** Cho đường tròn tâm O đường kính  $AB$ ,  $M$  là điểm ở ngoài đường tròn. Gọi  $C, D$  lần lượt là giao điểm của  $MB, MA$  với đường tròn (hình 5). Tính  $\angle AMB$ , biết  $sđ\widehat{CD} = 60^\circ$

A.  $120^\circ$       B.  $90^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $30^\circ$

**Câu 12.** Cho hai đường tròn  $(O; 2)$  và  $(O'; 1)$  tiếp xúc nhau (hình 6). Tính diện tích miền gạch chéo tạo bởi đường tròn  $(O)$  và đường tròn  $(O')$

- A.  $\pi$       B.  $2\pi$       C.  $3\pi$       D.  $5\pi$

## II. TỰ LUẬN (7,00 điểm)

**Câu 13. (1,50 điểm)** Giải các phương trình sau :

a)  $(\sqrt{7} - \sqrt{5})x - 2 = 0$       b)  $x^2 + 10x - 11 = 0$       c)  $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$

**Câu 14. (1,50 điểm)** Cho hàm số  $y = ax^2$

- Xác định hệ số  $a$  biết rằng đồ thị của hàm số cắt đường thẳng  $y = 2x$  tại điểm  $A$  có hoành độ bằng 1
- Vẽ đồ thị hàm số  $y = 2x$  và đồ thị hàm số  $y = ax^2$  với giá trị  $a$  vừa tìm được ở câu  $a$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ
- Dựa vào đồ thị, hãy xác định tọa độ giao điểm thứ 2 (khác  $A$ ) của hai đồ thị vừa vẽ trong câu b

**Câu 15. (2,00 điểm)** Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Quãng đường  $AB$  gồm một đoạn lên dốc dài  $5\text{km}$  và một đoạn xuống dốc dài  $10\text{km}$ . Một người đi xe đạp từ  $A$  đến  $B$  hết 1 giờ 10 phút và đi từ  $B$  về  $A$  hết 1 giờ 20 phút (vận tốc lên dốc xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và xuống dốc của người đi xe đạp

**Câu 16. (2,00 điểm)** Cho hình thang  $ABCD$  có  $\angle A = \angle D = 90^\circ$ ,  $AD = 4AB$ ,  $CD = 3AB$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AD$ ,  $E$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên  $BC$ . Tia  $BM$  cắt đường thẳng  $CD$  tại  $F$

- Chứng minh rằng  $\angle MAE = \angle MBE$
- Chứng minh rằng  $ABDF$  là hình bình hành
- Đường thẳng qua  $M$  vuông góc với  $BF$  cắt cạnh  $BC$  tại  $N$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $N$  lên  $CD$ . Chứng minh rằng tam giác  $BNF$  cân
- Chứng minh rằng đường thẳng  $MH$  đi qua trung điểm của  $DE$

## ĐÁP ÁN

### I. Trắc nghiệm

1A 2C 3B 4D 5A 6B 7A 8B 9D  
10D 11C 12C

### II. TỰ LUẬN

**Câu 13.** Giải các phương trình sau :

$$a) (\sqrt{7} - \sqrt{5})x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{7} + \sqrt{5})}{7 - 5} = \sqrt{7} + \sqrt{5}$$

Vậy  $x = \sqrt{7} + \sqrt{5}$

$$b) x^2 + 10x - 11 = 0$$

Ta có:  $a + b + c = 1 + 10 - 11 = 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt :

$$\left[ \begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = -11 \end{array} \right. \cdot \text{Vậy phương trình có tập nghiệm } S = \{1; -11\}$$

$$c) x^4 - 6x^2 + 9 = 0$$

Đặt  $x^2 = t (t \geq 0)$ . Khi đó phương trình trở thành :

$$t^2 - 6t + 9 = 0 \Leftrightarrow (t - 3)^2 = 0 \Rightarrow t = 3 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm \sqrt{3}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm  $S = \{\pm\sqrt{3}\}$

### Câu 14.

**a) Xác định hệ số  $a$  biết rằng đồ thị của hàm số cắt đường thẳng  $y = 2x$  tại điểm**

**$A$  có hoành độ bằng 1**

Xét phương trình hoành độ giao điểm :  $ax^2 - 2x = 0(1)$

Do đồ thị hàm số  $y = ax^2$  cắt đường thẳng  $y = 2x$  tại điểm có hoành độ bằng 1 nên ta có  $x = 1$  là một nghiệm của phương trình (1)



Thay  $x = 1$  vào phương trình (1) ta có:  $a - 2 = 0 \Leftrightarrow a = 2$

Vậy  $a = 2$

b) Vẽ đồ thị hàm số  $y = 2x$  và đồ thị hàm số  $y = ax^2$  với giá trị  $a$  vừa tìm được ở câu  $a$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ

Vẽ đồ thị hàm số  $y = 2x$ .

Ta có bảng giá trị

$x$	0	1
$y = 2x$	0	2

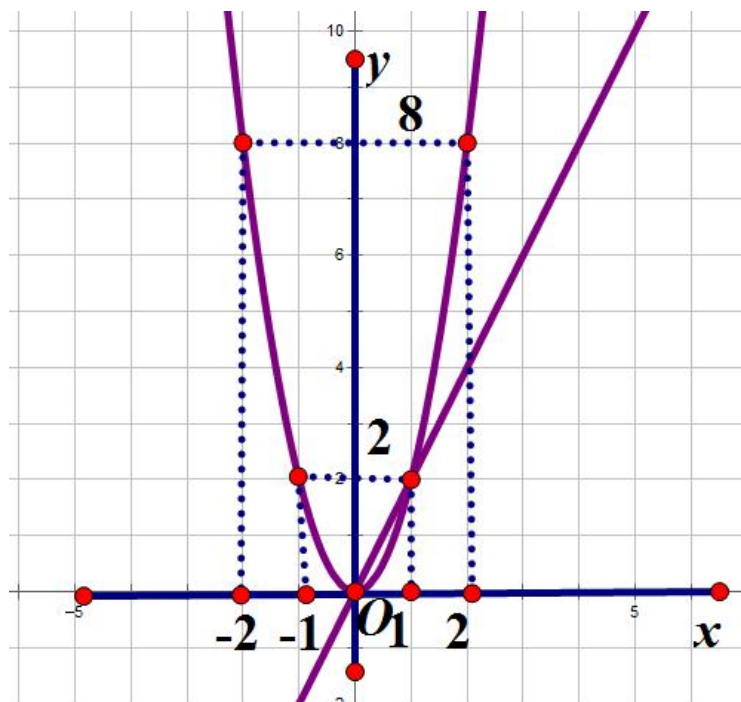
Do đó đồ thị hàm số  $y = 2x$  là đường thẳng đi qua 2 điểm  $(0;0)$  và  $(1;2)$

Vẽ đồ thị hàm số  $y = 2x^2$

Đồ thị hàm số bậc hai có  $a = 2 > 0$  nên có đồ thị có dạng *parabol* và có bề lõm hướng lên trên. Hàm số đồng biến khi  $x > 0$  và nghịch biến khi  $x < 0$

Ta có bảng giá trị :

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8



c) Dựa vào đồ thị, hãy xác định tọa độ giao điểm thứ 2 (khác A) của hai đồ thị vừa vẽ trong câu b

Dựa vào đồ thị trên, ta nhận thấy đồ thị hàm số  $y = 2x^2$  cắt đồ thị hàm số  $y = 2x$  tại hai điểm có hoành độ  $x = 0, x = 1$

Vậy giao điểm thứ hai khác A của hai đồ thị hàm số là  $B(0;0)$

**Câu 15.** Quãng đường  $AB$  gồm một đoạn lên dốc dài  $5\text{km}$  và một đoạn xuống dốc dài  $10\text{km}$ . Một người đi xe đạp từ  $A$  đến  $B$  hết  $1$  giờ  $10$  phút và đi từ  $B$  về  $A$  hết  $1$  giờ  $20$  phút (vận tốc lên dốc xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và xuống dốc của người đi xe đạp

$$\text{Đổi } 1 \text{ giờ } 10 \text{ phút} = \frac{7}{6}(h) \text{ và } 1 \text{ giờ } 20 \text{ phút} = \frac{4}{3}h$$

Gọi vận tốc lên dốc của người đó là  $x(\text{km} / h)(x > 0)$

Vận tốc xuống dốc là  $y(\text{km} / h)(y > x)$

Lúc đi : Thời gian lên dốc  $\frac{5}{x}(h)$ , xuống dốc là  $\frac{10}{y}(h)$

Tổng thời gian đi hết là  $\frac{7}{6}h$  nên ta có phương trình :  $\frac{5}{x} + \frac{10}{y} = \frac{7}{6}$  (1)

Lúc về, thời gian lên dốc là  $\frac{10}{x}(h)$ , xuống dốc là  $\frac{5}{y}$  (giờ)

Tổng thời gian đi và về hết  $\frac{4}{3}h$  nên ta có phương trình  $\frac{10}{x} + \frac{5}{y} = \frac{4}{3}$  (2)

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình } \begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{10}{y} = \frac{7}{6} \\ \frac{10}{x} + \frac{5}{y} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Đặt  $\frac{1}{x} = a, \frac{1}{y} = b (a > 0, b > 0)$  ta được:

$$\begin{cases} 5a + 10b = \frac{7}{6} \\ 10a + 5b = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a + 10b = \frac{7}{6} \\ 20a + 10b = \frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{\frac{4}{3} - 10a}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{10} \\ b = \frac{1}{15} \end{cases} (tm) \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases} (tm)$$

Vậy vận tốc lúc lên dốc là  $10\text{km/h}$  và vận tốc xuống dốc là  $15\text{km} / h$

## Câu 16.

**a) Chứng minh rằng  $\angle MAE = \angle MBE$**

Xét tứ giác  $ABEM$  có  $\angle MAB = \angle MEB = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle MAB + \angle MEB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow ABEM$  là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle MAE = \angle MBE$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $ME$ )

**b) Chứng minh rằng  $ABDF$  là hình bình hành**

Vì  $ABCD$  là hình thang nên  $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel DF$  (1)

Áp dụng hệ quả định lý Ta-let ta có :  $\frac{AB}{DF} = \frac{AM}{MD}$

Mà  $AM = MD$  (do  $M$  là trung điểm của  $AD$ )  $\Rightarrow \frac{AB}{DF} = 1 \Rightarrow AB = DF$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow ABDF$  là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)

**c) Đường thẳng qua  $M$  vuông góc với  $BF$  cắt cạnh  $BC$  tại  $N$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $N$  lên  $CD$ . Chứng minh rằng tam giác  $BNF$  cân**

Vì  $ABDF$  là hình bình hành nên hai đường chéo  $AD, BF$  cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

Mà  $AD \cap BF = \{M\} \Rightarrow M$  là trung điểm của  $BF \Rightarrow NM$  là đường trung tuyến của  $\triangle BNF$ .

Lại có  $MN \perp BF$  (gt)  $\Rightarrow NM$  là đường cao  $\triangle BNF$

Vậy  $\triangle BNF$  cân tại  $N$  (tam giác có trung tuyến đồng thời là đường cao)

**d) Chứng minh rằng đường thẳng  $MH$  đi qua trung điểm của  $DE$**

Gọi  $MH \cap DE = \{K\}$

Xét tứ giác  $MNHF$  có  $\angle NMF + \angle NHF = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow MNHF$  là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle HFN = \angle HMN$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $HN$ ) (3)

Vì  $\triangle BNF$  cân tại  $N$  (cmt)  $\Rightarrow \angle NFM = \angle NBM$  (tính chất tam giác cân)

Mà  $\angle NBM = \angle NME$  (cùng phụ  $\angle BME$ )  $\Rightarrow \angle NFM = \angle NME$  (4)

Từ (3) và (4)  $\Rightarrow \angle HFN + \angle NFM = \angle HMN + \angle NME \Rightarrow \angle HFM = \angle HME$

Mà  $\angle HFM = \angle ABM$  (so le trong),  $\angle ABM = \angle AEM$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $AM$  của tứ giác nội tiếp  $ABEM$ )

$\Rightarrow \angle HFM = \angle AEM \Rightarrow \angle HME = \angle AEM$

Mà 2 góc này ở vị trí so le trong nên  $AE \parallel MN$  hay  $MK \parallel AE$

Xét  $\triangle ADE$  có :  $M$  là trung điểm của  $AB$  (gt),  $MK \parallel AE$  (cmt)

$\Rightarrow K$  là trung điểm của  $DE$  (định lý đường trung bình của tam giác)

Vậy đường thẳng  $MH$  đi qua trung điểm của  $DE$  (đpcm)

**Câu 1. (2,0 điểm)** Rút gọn các biểu thức sau :

$$a) A = \sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$$

$$b) B = \left( 3 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1} \right) \cdot \left( 3 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} \right) \begin{cases} a \geq 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$$

**Câu 2. (1,5 điểm)**

a) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = (m - 1)x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

b) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$

**Câu 3. (2,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - 6x + m + 4 = 0$  (1) (với  $m$  là tham số)

a) Giải phương trình (1) khi  $m = 1$

b) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $2020(x_1 + x_2) - 2021x_1x_2 = 2014$

**Câu 4. (1,0 điểm)**

Cho  $a, b$  là các số thực dương. Chứng minh  $\frac{a + b}{\sqrt{a(15a + b)} + \sqrt{b(15b + a)}} \geq \frac{1}{4}$

**Câu 5. (3,5 điểm)** Cho đường tròn  $(O; R)$  đường kính  $AB$ , dây cung  $MN$  vuông góc với  $AB$  tại  $I$  sao cho  $AI < BI$ . Trên đoạn thẳng  $MI$  lấy điểm  $H$  ( $H$  khác  $M$  và  $I$ )

Tia  $AH$  cắt đường tròn  $(O; R)$  tại điểm thứ hai là  $K$ . Chứng minh rằng :

a) Tứ giác  $BIHK$  nội tiếp đường tròn

b)  $\triangle AHM \sim \triangle AMK$

$$c) AH.AK + BI.AB = 4R^2$$

## ĐÁP ÁN

### Câu 1. Rút gọn các biểu thức sau

$$a) A = \sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50}$$

$$A = \sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{50} = 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$b) B = \left(3 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(3 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right) \begin{matrix} (a \geq 0) \\ (a \neq 1) \end{matrix}$$

Với  $a \geq 0, a \neq 1$  ta có:

$$B = \left(3 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \cdot \left(3 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$$

$$B = \left[3 + \frac{\sqrt{a} \cdot (\sqrt{a} + 1)}{\sqrt{a} + 1}\right] \cdot \left[3 - \frac{\sqrt{a} \cdot (\sqrt{a} - 1)}{\sqrt{a} - 1}\right]$$

$$B = (3 + \sqrt{a})(3 - \sqrt{a}) = 9 - a$$

Vậy với  $a \geq 0, a \neq 1$  thì  $B = 9 - a$

### Câu 2.

a) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số  $y = (m - 1)x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

Để hàm số  $y = (m - 1)x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  thì  $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$

Vậy hàm số  $y = (m - 1)x + 2$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$  khi  $m > 1$

b) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 3x - 4y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y = 6 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(x; y) = (2; 1)$

**Câu 3. Cho phương trình  $x^2 - 6x + m + 4 = 0$  (1) (với  $m$  là tham số)**

a) Giải phương trình (1) khi  $m = 1$

Với  $m = 1$  thì (1) trở thành  $x^2 - 6x + 5 = 0$

Ta có  $a + b + c = 1 - 6 + 5 = 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt :

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} = 5 \end{cases}$$

Vậy khi  $m = 1$  thì tập nghiệm của phương trình là  $S = \{1; 5\}$

**b) Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn**

$$2020(x_1 + x_2) - 2021x_1x_2 = 2014$$

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - m - 4 > 0 \Leftrightarrow m < 5$

Khi đó, áp dụng hệ thức Vi-ét ta có :  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1x_2 = m + 4 \end{cases}$ . Khi đó ta có :

$$2020(x_1 + x_2) - 2021x_1x_2 = 2014$$

$$\Leftrightarrow 2020 \cdot 6 - 2021(m + 4) = 2014$$

$$\Leftrightarrow 12120 - 2021m - 8084 = 2014$$

$$\Leftrightarrow 2021m = 2022 \Leftrightarrow m = \frac{2022}{2021}(tm)$$

$$\text{Vậy } m = \frac{2022}{2021}$$

**Câu 4. Cho  $a, b$  là các số thực dương. Chứng minh  $\frac{a+b}{\sqrt{a(15a+b)} + \sqrt{b(15b+a)}} \geq \frac{1}{4}$**

Áp dụng BĐT Cô-si ta có :

$$\sqrt{16a(15a+b)} \leq \frac{16a+15a+b}{2} = \frac{31a+b}{2}$$

$$\sqrt{16b(15b+a)} \leq \frac{16b+15b+a}{2} = \frac{31b+a}{2}$$

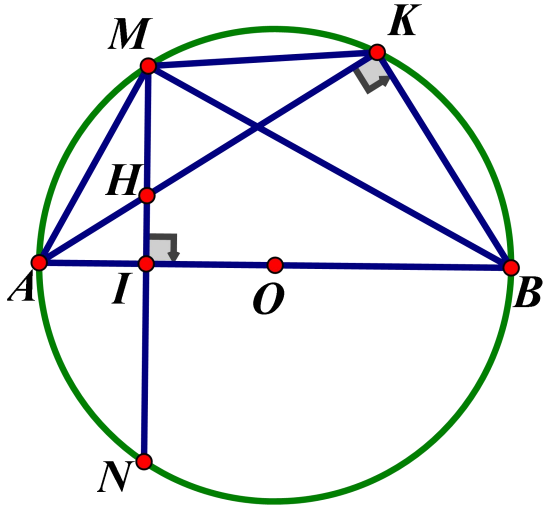
$$\Rightarrow \sqrt{16a(15a+b)} + \sqrt{16b(15b+a)} \leq \frac{31a+b+31b+a}{2} = 16(a+b)$$

$$\Rightarrow \sqrt{a(15a+b)} + \sqrt{b(15b+a)} \leq 4(a+b)$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{\sqrt{a(15a+b)} + \sqrt{b(15b+a)}} \geq \frac{1}{4} (dfcm)$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi  $\begin{cases} 16a = 15a + b \\ 16b = 15b + a \end{cases} \Leftrightarrow a = b$

**Câu 5.**



**a) Tứ giác BIHK nội tiếp đường tròn**

Ta có  $\angle AKB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow \angle BKH = 90^\circ$

Xét tứ giác BIHK có  $\angle BIH + \angle BKH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  nên BIHK là tứ giác nội tiếp

**b)  $\triangle AHM$  đồng dạng với  $\triangle AMK$**

Ta có :  $\angle AMB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle AMH + \angle BMH = 90^\circ \Rightarrow \angle AMH + \angle ABM = 90^\circ$

Lại có  $\angle ABM = \angle AKM$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $AM$ )  $\Rightarrow \angle AMH = \angle AKM$

Xét  $\triangle AHM$  và  $\triangle AMK$  có :  $\begin{cases} \angle MAK \text{ chung} \\ \angle AMH = \angle AKM (cmt) \end{cases} \Rightarrow \triangle AHM \sim \triangle AMK (g.g)$

c)  $AH \cdot AK + BI \cdot AB = 4R^2$

Vì  $\triangle AHM \sim \triangle AMK (cmt) \Rightarrow \frac{AH}{AM} = \frac{AM}{AK} (2 \text{ cạnh tương ứng}) \Rightarrow AH \cdot AK = AM^2$

Xét  $\triangle ABM$  vuông có đường cao  $MI$  ta có:  $BI \cdot BA = BM^2$  (hệ thức lượng trong tam giác vuông)  $\Rightarrow AH \cdot AK + BI \cdot AB = AM^2 + BM^2$

Mà  $\triangle ABM$  vuông tại M (cmt) nên áp dụng định lý Pytago ta có :

$$AM^2 + BM^2 = AB^2 = (2R)^2 = 4R^2$$

Vậy  $AH \cdot AK + BI \cdot AB = 4R^2$  (đpcm)

**Câu 1. (2,0 điểm)**

a) Thực hiện phép tính  $A = \frac{2}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{12} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$

b) Rút gọn biểu thức  $B = \frac{a+3\sqrt{a}}{a-9} - \frac{3\sqrt{a}}{a-3\sqrt{a}}$  với  $a > 0, a \neq 9$

**Câu 2. (2,0 điểm)**

a) Xác định các hệ số  $a, b$  của đường thẳng  $(d): y = ax + b$ , biết rằng  $(d)$  song song với đường thẳng  $(d'): y = 2x - 3$  cắt trục hoành tại điểm  $A$  có hoành độ bằng 3

b) Tìm tọa độ các giao điểm của Parabol  $(P): y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng

$$(d): y = -x + 4$$

**Câu 3. (2,0 điểm)**

a) Giải phương trình:  $x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$

b) Cho phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2m - 8 = 0$  ( $m$  là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị  $m$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có đúng một nghiệm dương.

**Câu 4. (3,5 điểm)**

Cho tam giác nhọn  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Kẻ  $AH$  vuông góc với  $BC$  tại  $H$ ,  $BE$  vuông góc với đường kính  $AD$  của đường tròn  $(O)$  tại  $E$

a) Chứng minh tứ giác  $ABHE$  nội tiếp đường tròn

b) Chứng minh  $HE$  vuông góc với  $AC$

c) Tia phân giác của  $\angle BAC$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $F$  ( $F$  khác  $A$ ),  $M$  là giao điểm của  $OF$  và  $BC$ . Gọi  $K$  là trung điểm của  $AB$ ,  $I$  là giao điểm của  $KM$  và  $HE$ . Chứng minh tam giác  $MEH$  cân và  $AE \cdot EM = AB \cdot EI$

**Câu 5.** Cho ba số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 2$  và  $x + y + z = 4$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $H = xyz$



## ĐÁP ÁN

### Câu 1.

a) Thực hiện phép tính  $A = \frac{2}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{12} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$

Ta có :

$$\begin{aligned} A &= \frac{2}{2-\sqrt{3}} - \sqrt{12} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \frac{2(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} - \sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{\frac{18}{2}} \\ &= 2(2+\sqrt{3}) - 2\sqrt{3} + \sqrt{9} = 4 + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 3 = 7 \end{aligned}$$

Vậy  $A = 7$

b) Rút gọn biểu thức  $B = \frac{a+3\sqrt{a}}{a-9} - \frac{3\sqrt{a}}{a-3\sqrt{a}}$  với  $a > 0, a \neq 9$

Với  $a > 0, a \neq 9$  ta có :

$$\begin{aligned} B &= \frac{a+3\sqrt{a}}{a-9} - \frac{3\sqrt{a}}{a-3\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}+3)}{(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3)} - \frac{3\sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a}-3)} \\ &= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-3} - \frac{3}{\sqrt{a}-3} = \frac{\sqrt{a}-3}{\sqrt{a}-3} = 1 \end{aligned}$$

Vậy  $B = 1$

### Câu 2.

a) Xác định các hệ số  $a, b$  của đường thẳng  $(d): y = ax + b$ , biết rằng  $(d)$  song song với đường thẳng  $(d'): y = 2x - 3$  và cắt trục hoành tại điểm  $A$  có hoành độ bằng 3

Vì  $(d)$  song song với đường thẳng  $(d'): y = 2x - 3$  nên :

$$\begin{cases} a = 2 \\ b \neq -3 \end{cases} \Rightarrow (d'): y = 2x + b (b \neq -3)$$

Lại có  $(d')$  cắt trục hoành tại điểm  $A$  có hoành độ bằng 3 nên  $(d')$  đi qua điểm  $A(3;0)$ . Khi đó ta có :  $0 = 2 \cdot 3 + b \Rightarrow b = -6$

Vậy  $a = 2, b = -6$

**b) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P):  $y = \frac{1}{2}x^2$  và đường thẳng (d):  $y = -x + 4$**

Hoành độ giao điểm (P) và (d) là nghiệm của phương trình :

$$\frac{1}{2}x^2 = -x + 4 \Leftrightarrow x^2 = -2x + 8 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0$$

Ta có  $\Delta' = 1^2 - (-8) = 9 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = -1 + \sqrt{9} = 2 \Rightarrow y = -2 + 4 = 2 \\ x_2 = -1 - \sqrt{9} = -4 \Rightarrow y = 4 + 4 = 8 \end{cases}$$

Vậy giao điểm của (P) và (d) là  $A(2;2)$  và  $B(-4;8)$

### Câu 3.

**a) Giải phương trình :  $x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$**

Điều kiện xác định :  $x \geq 0$

Ta có :

$$\begin{aligned} x - 2\sqrt{x} - 3 = 0 &\Leftrightarrow x + \sqrt{x} - 3\sqrt{x} - 3 = 0 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} + 1) - 3(\sqrt{x} + 1) = 0 &\Leftrightarrow (\sqrt{x} + 1)(\sqrt{x} - 3) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x} + 1 = 0 & (\text{ktm do } \sqrt{x} + 1 > 0) \\ \sqrt{x} - 3 = 0 & \Leftrightarrow x = 9 \text{ (tm)} \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = 9$

**b) Cho phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m - 8 = 0$  ( $m$  là tham số). Chứng minh rằng phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m$ . Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình đã cho có đúng một nghiệm dương.**

Ta có :  $\Delta' = (m-1)^2 - m^2 + 2m + 8 = m^2 - 2m + 1 - m^2 + 2m + 8 = 9 > 0$  (với mọi  $m$ )

Vậy phương trình đã cho luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $m$

Theo hệ thức Vi - et ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m^2 - 2m - 8 \end{cases}$$

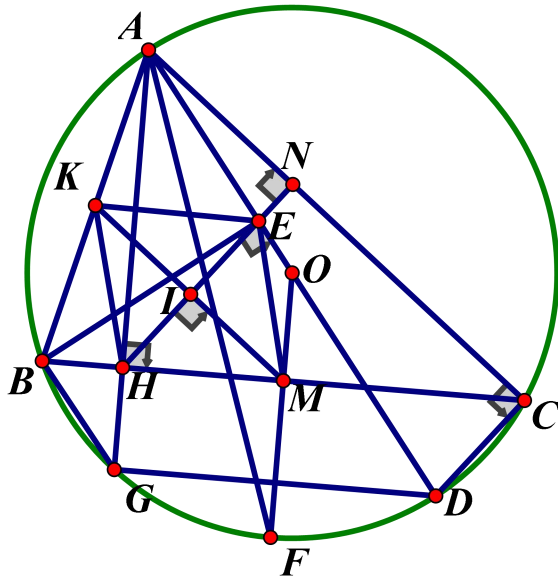
Để phương trình đã cho có đúng một nghiệm dương thì phương trình phải có hai nghiệm trái dấu

$$\Rightarrow x_1 x_2 < 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 8 < 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 < 9 \Rightarrow -3 < m-1 < 3 \Rightarrow -2 < m < 4$$

Vậy  $-2 < m < 4$  thì thỏa mãn yêu cầu bài toán

#### Câu 4.



##### a) Chứng minh tứ giác $ABHE$ nội tiếp đường tròn

Tứ giác  $ABHE$  có  $\angle AHB = \angle AEB = 90^\circ$

Suy ra tứ giác  $ABHE$  nội tiếp (Tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau).

##### b) Chứng minh $HE$ vuông góc với $AC$

Gọi  $G$  là giao điểm của  $AH$  với đường tròn  $(O)$

$N$  là giao điểm giữa  $HE$  và  $AC$

Ta có :  $AG \perp GD$  ( $\angle AGD = 90^\circ$  – góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) và

$AG \perp BC$  ( $AH \perp BC$ ) nên suy ra  $GD \parallel BC$  (từ vuông góc đến song song)

Ta có tứ giác  $BGDC$  có  $GD \parallel BC$  (cmt) và  $G, B, C, D$  cùng nằm trên đường tròn  $(O)$  nên tứ

giác  $BGDC$  là hình thang cân  $\Rightarrow BG = DC \Rightarrow sd \widehat{BG} = sd \widehat{DC}$

$\Rightarrow \angle BAG = \angle DAC$  (hai góc nội tiếp cùng chắn hai cung bằng nhau)

Ta có  $\angle BAG + \angle HAE + \angle ABE = 90^\circ$  (tam giác vuông  $ABE$ )

Lại có:  $\angle ABE = \angle AHE$  (do tứ giác  $ABHE$  nội tiếp)

Suy ra  $\angle HAE + \angle AHE + \angle DAC = 90^\circ \Rightarrow \angle HAN + \angle AHE = 90^\circ$

Suy ra tam giác  $AHN$  vuông tại  $N$  hay  $HE \perp AC$  (đpcm)

c) Tia phân giác của  $\angle BAC$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $F$ . ( $F$  khác  $A$ ).  $M$  là giao điểm của  $OF$  và  $BC$ . Gọi  $K$  là trung điểm của  $AB$ ,  $I$  là giao điểm của  $KM$  và  $HE$ .

Chứng minh tam giác  $MEH$  cân và  $AE \cdot EM = AB \cdot EI$

+) Ta có  $AF$  là tia phân giác của  $\angle BAC$  (gt) nên  $sd\widehat{BF} = sd\widehat{CF}$

$\Rightarrow BF = CF$  (hai dây căng hai cung bằng nhau thì bằng nhau)

$\Rightarrow F$  thuộc tung trục của  $BC$

Mà  $OB = OC (= R) \Rightarrow O$  thuộc trung trục của  $BC$

$\Rightarrow KM$  là đường trung bình của tam giác  $ABC$  (định nghĩa)

$\Rightarrow KM \parallel AC$  (tính chất)

Mà  $HE \perp AC$  (cmt)  $\Rightarrow KM \perp HE$  (từ vuông góc đến song song)

Ta có  $ABHE$  là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính  $AB$  (cmt) nên  $K$  là tâm của đường tròn này. Do đó  $KE = KH \Rightarrow \triangle KEH$  cân tại  $K$  (định nghĩa)

$\Rightarrow KM$  vừa là đường cao, vừa là đường trung trực của  $HE \Rightarrow MH = HE$

Vậy  $\triangle MEH$  cân tại  $M$

+) Ta có  $ABHE$  là tứ giác nội tiếp (chứng minh trên) nên  $\angle EHM = \angle EAB$  (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Mà  $MEH$  cân tại  $M$  (cmt)  $\Rightarrow \angle EHM = \angle MEH \Rightarrow \angle MEH = \angle MEI = \angle EAB$

Xét  $\triangle EAB$  và  $\triangle IEM$  có :  $\begin{cases} \angle MEI = \angle EAB \text{ (cmt)} \\ \angle MIE = \angle AEB = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle EAB \sim \triangle IEM \text{ (g.g)}$

$\Rightarrow \frac{AB}{EM} = \frac{AE}{EI}$  (2 cạnh tương ứng)  $\Rightarrow AB \cdot EI = AE \cdot EM$  (đpcm)

### Câu 5.

$x + y + z = 4, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 2 \Rightarrow x + y \leq 2$

$H = xyz \stackrel{CO-SI}{\leq} \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \cdot z = [(x+y) \cdot z] \cdot \frac{x+y}{4} \leq \left(\frac{x+y+z}{2}\right)^2 \cdot \frac{2}{4} = \left(\frac{4}{2}\right)^2 \cdot \frac{2}{4} = 2$

Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow x = y = 1$  và  $z = 2$

Vậy  $Max H = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$

**Bài 1.(2,0 điểm)**

- 1) Thực hiện phép tính :  $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9}$
- 2) Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị (P)
  - a) Vẽ (P)
  - b) Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường thẳng (d):  $y = -x + 2$

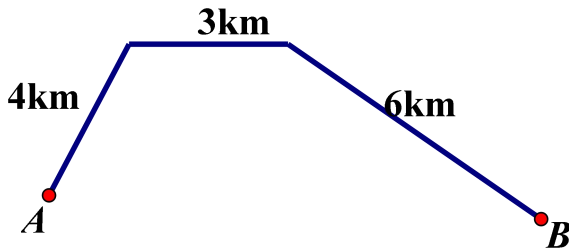
**Bài 2.(2,0 điểm)**

- 1) Giải phương trình và hệ phương trình sau :

$$a) x^2 + x - 12 = 0 \qquad b) \begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$$

- 2) Cho phương trình (ẩn x):  $x^2 - 2(m + 2)x + m^2 + 7 = 0$ 
  - a) Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt
  - b) Gọi  $x_1, x_2$  là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm  $m$  để  $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 12$

**Bài 3.(1,5 điểm)** Quãng đường  $AB$  gồm một đoạn lên dốc dài  $4km$ , một đoạn bằng phẳng dài  $3km$  và một đoạn dốc xuống dài  $6km$  (như hình vẽ). Một người đi xe đạp từ A đến B và quay về A ngay hết tổng cộng 130 phút. Biết rằng vận tốc người đó đi trên đoạn đường bằng phẳng là  $12km/h$  và vận tốc xuống dốc hơn vận tốc lên dốc  $5km/h$  (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên và lúc xuống của người đó

**Bài 4.(3,5 điểm)**

Cho đường tròn  $(O; R)$  và điểm S nằm bên ngoài đường tròn,  $SO = d$ . Kẻ các tiếp tuyến  $SA, SB$  với đường tròn ( $A, B$  là các tiếp điểm)

- a) Chứng minh rằng 4 điểm  $S, O, A, B$  cùng thuộc một đường tròn
- b) Trong trường hợp  $d = 2R$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $AB$  theo  $R$
- c) Gọi C là điểm đối xứng của B qua O. Đường thẳng  $SC$  cắt đường tròn  $(O)$  tại D (khác C). Hai đường thẳng  $AD$  và  $SO$  cắt nhau tại M. Chứng minh rằng  $SM^2 = MD.MA$
- d) Tìm mối liên hệ giữa  $d$  và R để tứ giác  $OAMB$  là hình thoi

**Bài 5. (1,0 điểm)** Cho  $x$  là số thực bất kỳ. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$T = \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} + \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 + 7}$$

## ĐÁP ÁN

### Bài 1.

1) **Thực hiện phép tính**  $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9}$

Ta có :  $7\sqrt{16} + 2\sqrt{9} = 7.4 + 2.3 = 34$

2) **Cho hàm số**  $y = x^2$  **có đồ thị (P)**

a) **Vẽ (P)**

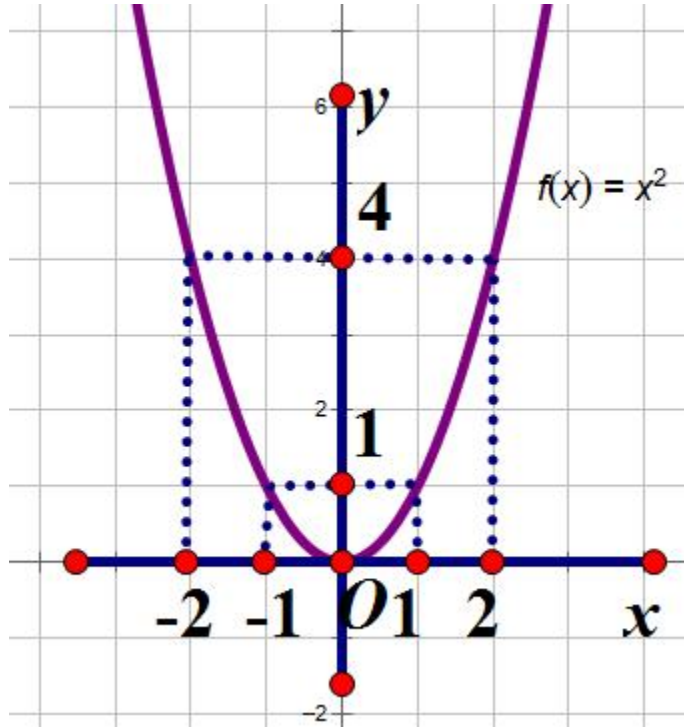
Parabol (P):  $y = x^2$  có bề lõm hướng lên và nhận Oy làm trục đối xứng

Ta có bảng giá trị sau :

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

$\Rightarrow$  Parabol (P):  $y = x^2$  đi qua các điểm  $(-2;4), (-1;1), (0;0), (1;1), (2;4)$

Đồ thị parabol (P):  $y = x^2$



b) **Bằng phép tính tìm tọa độ giao điểm giữa (P) và đường thẳng (d):  $y = -x + 2$**

Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và (d)

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

Ta có  $a + b + c = 1 + 1 - 2 = 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = 1 \Rightarrow y = 1 \\ x_2 = -2 \Rightarrow y = 4 \end{cases}$$

**Vậy đồ thị (P) cắt (d) tại hai điểm (1;1), (-2;4)**

## Bài 2.

**1) Giải phương trình và hệ phương trình sau :**

$$a) x^2 + x - 12 = 0 \qquad b) \begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$a) x^2 + x - 12$$

Phương trình có  $\Delta = 1 - 4.1.(-12) = 49 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-1 + \sqrt{49}}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{-1 - \sqrt{49}}{2} = -4 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{3; -4\}$

$$b) \begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases} . \text{ Ta có :}$$

$$\begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 3y = -9 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = -5 \\ y = 2x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-5}{7} \\ y = \frac{11}{7} \end{cases}$$

**2) Cho phương trình (ẩn  $x$ ):  $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 7 = 0$**

**a) Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt**

Phương trình  $x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 7 = 0$  có  $\Delta' = (m+2)^2 - m^2 - 7 = 4m - 3$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4m - 3 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{4}$

Vậy với  $m > \frac{3}{4}$  thì phương trình có hai nghiệm phân biệt

**b) Gọi  $x_1; x_2$  là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Tìm  $m$  để  $x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 12$**

Với  $m > \frac{3}{4}$ , theo định lý *Vi - et* ta có :  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 4 \\ x_1x_2 = m^2 + 7 \end{cases}$ . Theo bài ra ta có :

$$\begin{aligned}
x_1^2 + x_2^2 = x_1x_2 + 12 &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - x_1x_2 - 12 = 0 \\
&\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 - 12 = 0 \Leftrightarrow (2m + 4)^2 - 3(m^2 + 7) - 12 = 0 \\
&\Leftrightarrow 4m^2 + 16m + 16 - 3m^2 - 21 - 12 = 0 \\
&\Leftrightarrow m^2 + 16m - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(tm) \\ m = -17(ktm) \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy  $m = 1$  thỏa mãn bài toán

**Bài 3. Quãng đường  $AB$  gồm một đoạn lên dốc dài  $4km$ , một đoạn bằng phẳng dài  $3km$  và một đoạn dốc xuống dài  $6km$  (như hình vẽ). Một người đi xe đạp từ A đến B và quay về A ngay hết tổng cộng 130 phút. Biết rằng vận tốc người đó đi trên đoạn đường bằng phẳng là  $12km/h$  và vận tốc xuống dốc hơn vận tốc lên dốc  $5km/h$  (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên và lúc xuống của người đó**

$$\text{Đôi } 130 \text{ phút} = \frac{13}{6}h$$

Gọi vận tốc lên dốc của người đó là  $x(km/h)$  ( $x > 0$ ). Thì vận tốc lúc xuống dốc là  $x + 5(km/h)$

Thời gian lúc lên dốc, xuống dốc trên quãng đường  $4km$  lần lượt là :  $\frac{4}{x}(h)$  và  $\frac{4}{x+5}(h)$

Thời gian lúc đi trên quãng đường  $3 km$  là  $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}(h)$

Thời gian lúc lên và xuống dốc trên quãng đường  $6km$  lần lượt là  $\frac{6}{x}(h)$  và  $\frac{6}{x+5}(h)$

Tổng thời gian đi từ A đến B là :  $\frac{4}{x} + \frac{1}{4} + \frac{6}{x+5}(h)$

Tổng thời gian đi từ B đến A là :  $\frac{6}{x} + \frac{1}{4} + \frac{4}{x+5}(h)$

Tổng thời gian cả đi và về là bằng  $\frac{13}{6}h$  nên ta có phương trình :



$$\frac{4}{x} + \frac{1}{4} + \frac{6}{x+5} + \frac{6}{x} + \frac{1}{4} + \frac{4}{x+5} = \frac{13}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{x} + \frac{1}{2} + \frac{10}{x+5} = \frac{13}{6} \Leftrightarrow \frac{10(x+x+5)}{x(x+5)} = \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+5}{x(x+5)} = \frac{1}{6} \Rightarrow 6(2x+5) = x(x+5)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x - 30 = 0$$

Ta có  $\Delta = (-7)^2 - 4 \cdot (-30) = 169 = 13^2 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x = \frac{7+13}{2} = 10 \text{ (tm)} \\ x = \frac{7-13}{2} = -3 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc lên dốc là  $10 \text{ km/h}$  và vận tốc lúc xuống dốc là  $15 \text{ km/h}$

#### Bài 4.

##### a) Chứng minh rằng 4 điểm $S, O, A, B$ cùng thuộc một đường tròn

Tứ giác  $SAOB$  có :  $\angle SAO + \angle SBO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Suy ra tứ giác  $SAOB$  nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng  $180^\circ$ )

Suy ra 4 điểm  $S, A, O, B$  cùng thuộc một đường tròn

##### b) Trong trường hợp $d = 2R$ , tính độ dài đoạn thẳng $AB$ theo $R$

Gọi  $H$  là giao điểm giữa  $AB$  và  $SO$

Có  $SA, SB$  là hai tiếp tuyến cắt nhau nên  $SA = SB \Rightarrow S$  thuộc trung trực của  $AB$

$OA = OB = R$  nên  $O$  thuộc trung trực của  $AB \Rightarrow SO$  là trung trực của  $AB$

$\Rightarrow AB \perp SO$  và  $H$  là trung điểm của  $AB$

Tam giác  $SAO$  vuông tại  $A$  nên  $SA = \sqrt{SO^2 - OA^2} = \sqrt{4R^2 - R^2} = R\sqrt{3}$

Tứ giác  $SAO$  vuông tại  $A$  có  $AH \perp SO$  nên  $AH = \frac{SA \cdot AO}{SO} = \frac{R\sqrt{3} \cdot R}{2R} = \frac{\sqrt{3}}{2}R$

Vậy  $AB = 2AH = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}R = R\sqrt{3}$

c) Gọi  $C$  là điểm đối xứng của  $B$  qua  $O$ . Đường thẳng  $SC$  cắt đường tròn  $(O)$  tại  $D$  (khác  $C$ ). Hai đường thẳng  $AD$  và  $SO$  cắt nhau tại  $M$ . Chứng minh rằng  $SM^2 = MD.MA$

Tứ giác  $SAOB$  nội tiếp (cmt) nên  $\angle ASO = \angle ABO = \angle ABC$  (hai góc nội tiếp cùng cung  $AO$ )

Trong  $(O)$  có  $\angle ADC = \angle ABC$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $AC$ )

Mặt khác,  $\angle SDM = \angle ADC$  (hai góc đối đỉnh)

$\Rightarrow \angle ASO = \angle ACD \Rightarrow \angle MSA = \angle SDM$

Xét  $\triangle SMD$  và  $\triangle AMS$  có :  $\begin{cases} \angle SMD = \angle SMA \\ \angle SDM = \angle MSA(\text{cmt}) \end{cases} \Rightarrow \triangle SMD \sim \triangle AMS(g.g)$

$\Rightarrow \frac{SM}{AM} = \frac{MD}{SM} \Rightarrow SM^2 = MD.MA(\text{đpcm})$

d) Tìm mối liên hệ giữa  $d$  và  $R$  để tứ giác  $OAMB$  là hình thoi

Theo ý c) ta có :  $\triangle SMD \sim \triangle AMS \Rightarrow \angle MSA = \angle MDS = \angle ADC$

Để  $OAMB$  là hình thoi thì  $\angle OAH = \angle MAH$

Mà  $\angle OAH = \angle MSA$  (cùng phụ với  $\angle AOS$ ) =  $\angle ADC$

$\Rightarrow \angle MAH = \angle ADC \Rightarrow \widehat{BD} = \widehat{AC}$  (2 góc nội tiếp bằng nhau thì 2 cung bị chắn bằng nhau)

$\Rightarrow AC = BD$  (hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau)

Ta có  $\angle BAC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Leftrightarrow AB \perp AC$

Mà  $SO$  là trung trực của  $AB$  (cmt)  $\Leftrightarrow SO \perp AB$

$\Rightarrow AC \parallel SO$  (từ vuông góc đến song song)  $\Rightarrow AC \parallel MO$

Mà  $AM \parallel OC$  (do  $OAMB$  là hình thoi)

$\Rightarrow AMOC$  là hình bình hành (dnhb)  $\Rightarrow AC = OM$  (2 cạnh đối hình bình hành)

$\Rightarrow OM = BD \Rightarrow 2OH = BD$

Xét tam giác  $SBC$  vuông tại  $B$ , đường cao  $BD$  có :  $\frac{1}{BD^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BC^2}$  (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow \frac{1}{BD^2} = \frac{1}{SO^2 - OB^2} + \frac{1}{4R^2} \Rightarrow \frac{1}{2OH^2} = \frac{1}{d^2 - R^2} + \frac{1}{4R^2} (*)$

Xét tam giác vuông  $OAS$ , đường cao  $AH$  ta có  $OH.OS = OA^2$  (hệ thức lượng trong tam giác vuông)  $\Rightarrow OH.d = R^2 \Rightarrow OH = \frac{R^2}{d} \Rightarrow OH^2 = \frac{R^4}{d^2}$ . Thay vào (\*) ta có:

$$\frac{d^2}{2R^2} = \frac{1}{d^2 - R^2} + \frac{1}{4R^2} \Leftrightarrow \frac{2d^2(d^2 - R^2)}{4R^2(d^2 - R^2)} = \frac{4R^4 + R^2(d^2 - R^2)}{4R^2(d^2 - R^2)}$$

$$\Leftrightarrow 2d^2(d^2 - R^2) = 4R^4 + R^2d^2 - R^4$$

$$\Leftrightarrow 2d^4 - 2d^2R^2 = 3R^4 + R^2d^2 \Leftrightarrow 2d^4 - 3R^2d^2 - 3R^4 = 0$$

$$\Leftrightarrow d^2 = \frac{3 + \sqrt{33}}{4}R^2 \Leftrightarrow d = \frac{\sqrt{3 + \sqrt{33}}}{2}R$$

Vậy để  $OAMB$  là hình thoi thì  $d = \frac{\sqrt{3 + \sqrt{33}}}{2}R$

**Bài 5. Cho  $x$  là số thực bất kỳ. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức**

$$T = \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} + \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 + 7}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có

$$\frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} = \frac{(x^2 + 3) + 4}{\sqrt{x^2 + 3}} = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{4}{\sqrt{x^2 + 3}} \stackrel{\text{Co-si}}{\geq} 2\sqrt{\sqrt{x^2 + 3} \cdot \frac{4}{\sqrt{x^2 + 3}}} = 2\sqrt{4} = 4$$

$$\text{Đặt } a = \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} \geq 4 \Rightarrow \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{x^2 + 7}$$

$$\Rightarrow T = a + \frac{1}{a} = \left( \frac{a}{16} + \frac{1}{a} \right) + \frac{15a}{16} \geq 2\sqrt{\frac{a}{16} \cdot \frac{1}{a}} + \frac{15 \cdot 4}{16} = \frac{1}{2} + \frac{15}{4} = \frac{17}{4}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{16} = \frac{1}{a} \\ a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow a = 4 \Leftrightarrow \frac{x^2 + 7}{\sqrt{x^2 + 3}} = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 7 = 4\sqrt{x^2 + 3} \Leftrightarrow (x^2 + 7)^2 = 16(x^2 + 3)$$

$$\Leftrightarrow x^4 + 14x^2 + 49 = 16x^2 + 48$$

$$\Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

$$\text{Vậy } \text{Min}T = \frac{17}{4} \Leftrightarrow x = \pm 1$$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**Môn thi: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**Câu 1. (2,0 điểm)**

a) Thực hiện phép tính :  $2\sqrt{16} - \sqrt{25}$

b) Rút gọn biểu thức  $A = \left( \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x-4} \begin{pmatrix} x > 0 \\ x \neq 4 \end{pmatrix}$

c) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + 4y = 9 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$

**Câu 2. (2,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ , với  $m$  là tham số

a) Giải phương trình với  $m = -2$

b) Tìm các giá trị của tham số  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 2m^2 + |m - 3|$

**Câu 3. (2,0 điểm)**

Lớp 9B có 42 học sinh. Vừa qua lớp đã phát động phong trào tặng sách cho các bạn đang cách ly vì dịch bệnh Covid-19. Tại buổi phát động, mỗi học sinh trong lớp đều tặng 3 quyển sách hoặc 5 quyển sách. Kết quả đã tặng được 146 quyển sách. Hỏi lớp 9B có bao nhiêu bạn tặng 3 quyển sách và bao nhiêu bạn tặng 5 quyển sách.

**Câu 4. (3,5 điểm)**

Cho đường tròn  $(O)$  và điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn. Qua  $M$  kẻ tiếp tuyến  $MA$  với đường tròn  $(O)$  ( $A$  là tiếp điểm). Qua  $A$  kẻ đường thẳng song song với  $MO$ , đường thẳng này cắt đường tròn  $(O)$  tại  $C$  ( $C$  khác  $A$ ). Đường thẳng  $MC$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $B$  ( $B \neq C$ ). Gọi  $H$  là hình chiếu của  $O$  trên  $BC$

a) Chứng minh tứ giác  $MAHO$  nội tiếp

b) Chứng minh  $\frac{AB}{AC} = \frac{MA}{MC}$

c) Chứng minh  $\angle BAH = 90^\circ$

d) Vẽ đường kính  $AD$  của đường tròn  $(O)$ . Chứng minh  $\triangle ACH \sim \triangle DMO$

**Câu 5. (0,5 điểm)** Cho các số thực không âm  $a, b$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

$$P = \frac{(a^2 + 2b + 3)(b^2 + 2a + 3)}{(2a + 1)(2b + 1)}$$

## ĐÁP ÁN

### Câu 1.

$$a) 2\sqrt{16} - \sqrt{25} = 2 \cdot 4 - 5 = 8 - 5 = 3$$

$$b) A = \left( \frac{1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2} \right) : \frac{\sqrt{x}}{x - 4} \quad (x > 0)$$

$$= \frac{\sqrt{x} + 2 + \sqrt{x} - 2}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} \cdot \frac{x - 4}{\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = 2$$

$$c) \begin{cases} x + 4y = 9 \\ x + 3y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 - 4y \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

### Câu 2.

$$a) \text{ Phương trình } x^2 - 2x + m - 1 = 0$$

Thay  $m = -2$  vào phương trình ta được :

$$x^2 - 2x - 2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{2 + \sqrt{16}}{2} = 3 \\ x_2 = \frac{2 - \sqrt{16}}{2} = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } S = \{3; -1\}$$

$$b) \text{ Ta có : } \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot (m - 1) = -4m + 8$$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì  $\Delta > 0$

$$\Rightarrow -4m + 8 > 0 \Leftrightarrow m < 2. \text{ Khi đó, áp dụng VI-et : } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$$

Theo đề bài ta có :

$$x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 2m^2 + |m-3|$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2 = 2m^2 + |m-3|$$

$$\Leftrightarrow 2^2 - 5 \cdot (m-1) = 2m^2 + |m-3| \Leftrightarrow 9 - 5m = 2m^2 + |m-3|$$

Vì  $m < 2$  nên ta có :  $m - 3 < 0 \Rightarrow |m - 3| = 3 - m$

$$\Rightarrow 9 - 5m = 2m^2 + 3 - m \Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases} (tm)$$

Vậy  $m = 1, m = -3$

### Câu 3.

Gọi số học sinh tặng 3 quyển là  $x$  (học sinh) ( $x > 0$ )

Gọi số học sinh tặng 5 quyển là  $y$  (học sinh) ( $y > 0$ )

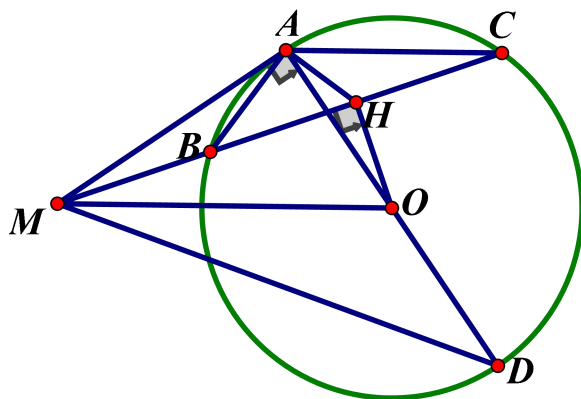
Vì lớp 9B có 42 học sinh nên ta có phương trình :  $x + y = 42$  (1)

Vì cả lớp tặng được 146 quyển nên ta có phương trình:  $3x + 5y = 146$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :  $\begin{cases} x + y = 42 \\ 3x + 5y = 146 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ y = 10 \end{cases}$  (thỏa)

Vậy có 32 học sinh tặng 3 quyển, 10 học sinh tặng 5 quyển

### Câu 4.



a) Xét tứ giác MAHO có :

$$\angle MAO = 90^\circ \text{ (tính chất tiếp tuyến), } \angle MHO = 90^\circ \text{ (gt)}$$

⇒ Tứ giác  $MAHO$  nội tiếp đường tròn đường kính  $MO$

b) Xét  $\triangle MAB$  và  $\triangle MCA$  có :  $\angle M$  chung,  $\angle MAB = \angle MCA$  (cùng chắn cung  $AB$ )

$$\Rightarrow \triangle MAB \sim \triangle MCA (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{MA}{MC}$$

c) Theo đề bài ta cần chứng minh:  $\angle BAH = 90^\circ$  hay  $\angle BAO + \angle OAH = 90^\circ$

Ta đi chứng minh  $\angle OAH = \angle BAH$ . Ta có:

$$\angle OAH = \angle OMH \text{ (cùng chắn } \widehat{OH}), \angle MCA = \angle OMH \text{ (so le trong)}$$

$$\angle MCA = \angle MAB \text{ (cùng chắn cung } AB)$$

$$\Rightarrow \angle OAH = \angle BAH$$

$$\text{Mà ta có: } \angle MAB + \angle BAO = 90^\circ \Rightarrow \angle OAH + \angle BAO = 90^\circ \Rightarrow \angle BAH = 90^\circ$$

d) Xét  $\triangle ABH$  và  $\triangle AMO$  có :  $\angle BAH = \angle MAO = 90^\circ$

$$\angle AOM = \angle AHB \text{ (cùng chắn cung } AM) \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle AMO (g-g)$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AO} = \frac{BH}{MO} \Rightarrow \frac{AH}{DO} = \frac{HC}{MO} \text{ (vì } AO = DO \text{ và } BH = CH) \Rightarrow \frac{HA}{HC} = \frac{OD}{OM} \text{ (1)}$$

Ta có tứ giác  $MAHO$  nội tiếp  $\Rightarrow \angle AHB = \angle AOM$  (cùng chắn cung  $AM$ )

$$\text{Có } \angle AHB + \angle AHC = 180^\circ \text{ và } \angle AOM + \angle MOD = 180^\circ \Rightarrow \angle AHC = \angle MOD \text{ (2)}$$

$$\text{Xét } \triangle ACH \text{ và } \triangle DMO \text{ có } \frac{HA}{HC} = \frac{OD}{OM} \text{ (cmt), } \angle AHC = \angle MOD \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle ACH \sim \triangle DMO (c.g.c)$$

### Câu 5.

$$P = \frac{(a^2 + 2b + 3)(b^2 + 2a + 3)}{(2a + 1)(2b + 1)} = \frac{[(a^2 + 1 + 1) + (2b + 1)][(b^2 + 1 + 1) + (2a + 1)]}{(2a + 1)(2b + 1)}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có :  $a^2 + 1 \geq 2a, b^2 + 1 \geq 2b$

$$\Rightarrow P \geq \frac{[(2a + 1) + (2b + 1)][(2b + 1) + (2a + 1)]}{(2a + 1)(2b + 1)} = \frac{[(2a + 1) + (2b + 1)]^2}{(2a + 1)(2b + 1)}$$

Áp dụng BĐT Cô-si ta có :

$$(2a+1)+(2b+1) \geq 2\sqrt{(2a+1)(2b+1)}$$

$$\Rightarrow [(2a+1)+(2b+1)]^2 \geq 4(2a+1)(2b+1)$$

$$\Rightarrow P \geq \frac{4(2a+1)(2b+1)}{(2a+1)(2b+1)} \Rightarrow P \geq 4$$

Vậy GTNN của P là 4. Dấu "=" xảy ra khi  $a = b = 1$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**Môn thi: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**Câu 1. (2,0 điểm)**

Bằng các phép biến đổi đại số, rút gọn các biểu thức sau :

$$A = 2\sqrt{8} - 5\sqrt{18} + 4\sqrt{32}$$

$$B = \frac{a - \sqrt{a}}{a - 2\sqrt{a} + 1} \cdot (1 - \sqrt{a}) \quad \text{vs } (a > 1)$$

**Câu 2. (1,5 điểm)** Cho hàm số  $y = (1 - m)x^2$  (1)

- 1) Tìm điều kiện của  $m$  để hàm số (1) đồng biến khi  $x > 0$
- 2) Với giá trị nào của  $m$  thì đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng  $y = -x + 3$  tại điểm có tung độ bằng 2

**Câu 3. (1,5 điểm)** Cho phương trình (ẩn  $x$ ):  $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$

- 1) Giải phương trình khi  $m = 3$
- 2) Tìm giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho biểu thức

$$A = \frac{4(x_1x_2 + 1)}{x_1^2 + x_2^2 + 2(2 + x_1x_2)} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất}$$

**Câu 4. (1,0 điểm)**

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 40 lần bắn là 8,25 điểm. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau trong đó có 2 ô bị mờ không đọc được (đánh dấu \*)

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7
Số lần bắn	7	*	15	*

Hãy tìm lại các số trong hai ô đó

**Câu 5. (3,5 điểm)**



Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Trên cạnh  $AC$  lấy điểm  $F$ , vẽ  $FE$  vuông góc với  $BC$  tại  $E$ . Gọi  $(O)$  là đường tròn ngoại tiếp tam giác  $CEF$ . Đường thẳng  $BF$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $D$ ,  $DE$  cắt  $AC$  tại  $H$

- 1) Chứng minh  $ABEF$  là tứ giác nội tiếp
- 2) Chứng minh  $\angle BCA = \angle BDA$
- 3) Chứng minh hai tam giác  $AEO$  và  $EHO$  đồng dạng
- 4) Đường thẳng  $AD$  cắt  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $G$ ,  $FG$  cắt  $CD$  tại  $I$ ,  $CG$  cắt  $FD$  tại  $K$ . Chứng minh  $I, K, H$  thẳng hàng

**Câu 6. (0,5 điểm)** Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $0 \leq x, y, z \leq 1$ . Chứng minh rằng

$$x + y + z - 2(xy + yz + zx) + 4xyz \leq 1$$

## ĐÁP ÁN

**Câu 1. Bằng các phép biến đổi đại số, rút gọn các biểu thức sau :**

$$A = 2\sqrt{8} - 5\sqrt{18} + 4\sqrt{32} = 2\sqrt{4 \cdot 2} - 5\sqrt{9 \cdot 2} + 4\sqrt{16 \cdot 2}$$

$$= 4\sqrt{2} - 15\sqrt{2} + 16\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$B = \frac{a - \sqrt{a}}{a - 2\sqrt{a} + 1} (1 - \sqrt{a}) \quad (a > 1)$$

$$= \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)}{(\sqrt{a} - 1)^2} \cdot (1 - \sqrt{a}) = -\sqrt{a}$$

**Câu 2.**

**Cho hàm số**  $y = (1 - m)x^2$  (1)

**1) Tìm điều kiện của  $m$  để hàm số (1) đồng biến khi  $x > 0$**

Hàm số đồng biến khi  $x > 0$  nếu hệ số  $1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1$

Vậy hàm số đồng biến khi  $x > 0$  thì  $m < 1$

**2) Với giá trị nào của  $m$  thì đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng  $y = -x + 3$  tại điểm có tung độ bằng 2**

Đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng  $y = -x + 3$  tại điểm có tung độ bằng 2 nên điểm đó thỏa mãn phương trình đường thẳng  $y = -x + 3$

Hay  $2 = -x + 3 \Leftrightarrow x = 1$ . Điểm đó là  $A(1; 2)$

Thay tọa độ  $A$  vào (1) ta được :  $2 = (1 - m) \cdot 1^2 \Leftrightarrow m - 1 = -2 \Leftrightarrow m = -1$

Vậy  $m = -1$  thì đồ thị hàm số (1) cắt đường thẳng  $y = -x + 3$  tại điểm có tung độ bằng 2.

**Câu 3. Cho phương trình (ẩn x)  $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$**

**1) Giải phương trình khi  $m = 3$**

Thay  $m = 3$  vào phương trình đã cho ta được  $x^2 - 6x + 5 = 0$

Ta có  $\Delta = (-6)^2 - 4.1.5 = 16 > 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{6 + \sqrt{16}}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{6 - \sqrt{16}}{2} = 1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \{5; 1\}$

**2) Tìm giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  sao cho biểu thức**

$$A = \frac{4(x_1x_2 + 1)}{x_1^2 + x_2^2 + 2(2 + x_1x_2)} \text{ đạt giá trị nhỏ nhất}$$

Phương trình  $x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0$  có  $\Delta' = m^2 - 2m + 1 = (m - 1)^2 \geq 0$  (với mọi  $m$ ) nên phương trình đã cho luôn có nghiệm

Theo định lý Vi - et ta có :  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = 2m - 1 \end{cases}$ . Khi đó ta có :

$$\begin{aligned} A &= \frac{4(x_1x_2 + 1)}{x_1^2 + x_2^2 + 2(2 + x_1x_2)} = \frac{4(x_1x_2 + 1)}{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 4 + 2x_1x_2} \\ &= \frac{4(x_1x_2 + 1)}{(x_1 + x_2)^2 + 4} = \frac{4(2m - 1 + 1)}{4m^2 + 4} = \frac{2m}{m^2 + 1} \end{aligned}$$

Ta có :

$$(m + 1)^2 \geq 0 \text{ (với mọi } m) \Leftrightarrow m^2 + 1 \geq -2m \text{ (với mọi } m)$$

$$\Leftrightarrow -(m^2 + 1) \leq 2m \Leftrightarrow -1 \leq \frac{2m}{m^2 + 1} \text{ với mọi } m$$

$$\Rightarrow A \geq -1 \text{ (với mọi } m) \Rightarrow A_{\min} = -1. \text{ Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$$

**Câu 4.**

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 40 lần bắn là 8,25 điểm. Kết quả cụ thể được ghi trong bảng sau trong đó có 2 ô bị mờ không đọc được (đánh dấu \*)

Điểm số của mỗi lần bắn	10	9	8	7
Số lần bắn	7	*	15	*

Hãy tìm lại các số trong hai ô đó

Gọi số lần bắn trong ô với điểm số là 9 là  $a (a \in \mathbb{N}^*)$

Gọi số lần bắn trong ô với điểm số 7 là  $b (b \in \mathbb{N}^*)$

Tổng số lần bắn của vận động viên đó là 40 nên ta có :

$$7 + a + 15 + b = 40 \Leftrightarrow a + b = 18 \quad (1)$$

Điểm số trung bình của một vận động viên bắn súng sau 40 lần là 8,25 nên ta có phương

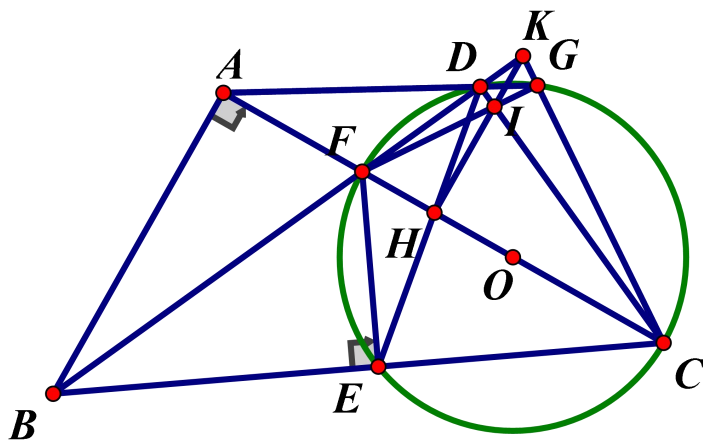
$$\text{trình } \frac{10 \cdot 7 + 9a + 8 \cdot 15 + 7b}{40} = 8,25 \Leftrightarrow 9a + 7b = 140 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2) ta có hệ phương trình } \begin{cases} a + b = 18 \\ 9a + 7b = 140 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9a + 9b = 162 \\ 9a + 7b = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 22 \\ a = 18 - b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 11 \\ a = 7 \end{cases}$$

Vậy số lần bắn trong ô điểm 9 là 7 lần, số lần bắn trong ô 7 điểm là 11 lần

**Câu 5.**



### 1) Chứng minh $ABEF$ là tứ giác nội tiếp

Ta có :  $\angle FAB = 90^\circ$  (vì tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ )

$$\angle FEB = 90^\circ \text{ (vì } FE \perp BC) \Rightarrow \angle FAB + \angle FEB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$\Rightarrow ABEF$  là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

### 2) Chứng minh $\angle BCA = \angle BDA$

Ta có :  $\angle BDC = \angle FDC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow \angle BDC = \angle BAC = 90^\circ \Rightarrow ABCD \text{ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính } BC$$

(Tứ giác có 2 đỉnh  $A, D$  cùng nhìn  $BC$  dưới một góc  $90^\circ$ )

$$\Rightarrow \angle BCA = \angle BDA \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung } AB)$$

### 3) Chứng minh $\triangle AEO \sim \triangle EHO$

Ta có :  $OD = OE \Rightarrow \triangle ODE$  cân tại  $O \Rightarrow \angle OED = \angle ODE = \frac{180^\circ - \angle EOD}{2}$  (tổng 3 góc trong một tam giác)

Mà  $\angle EOD = 2\angle ECD = 2\angle BCD$  (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung  $DE$ )

$$\Rightarrow \angle OED = \angle ODE = \frac{180^\circ - 2\angle BCD}{2} = 90^\circ - \angle BCD = \angle EBF$$

(do  $\triangle BCD$  vuông tại  $D$ )

Lại có :  $\angle EBF = \angle EAF$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $EF$  của tứ giác nội tiếp  $ABEF$ )  $\Rightarrow \angle EAO = \angle EAF = \angle OED = \angle OEH$

Xét tam giác  $OEH$  và tam giác  $OAE$  ta có :

$$\angle EOA \text{ chung, } \angle EAO = \angle OEH \text{ (cmt)} \Rightarrow \triangle OEH \sim \triangle OAE \text{ (g.g)}$$

### 4) Chứng minh $I, K, H$ thẳng hàng

Ta có :  $\angle FGC = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn đường kính  $CF$ )

$$\Rightarrow FG \perp CK$$

Mà  $CD \perp KF$  và  $\{I\} = CD \cap GF$  nên  $I$  là trực tâm của  $\triangle CFK$

$$\Rightarrow KI \text{ là đường cao thứ ba của tam giác } CFK \Rightarrow KI \perp CF \text{ (1)}$$

Ta có :  $\angle OAE = \angle OEH = \angle ODE$  (cmt)

$\Rightarrow OEAD$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)  $\Rightarrow \angle ADE = \angle AOE$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $AE$ )

Mà  $\angle AOE = 2\angle FCE = 2\angle FDE$  (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung  $EF$ )

$$\Rightarrow \angle ADE = 2\angle FDE \Rightarrow DF \text{ là phân giác của } \angle ADE$$

$$\Rightarrow \angle ADF = \angle FDE = \frac{1}{2} \angle ADE$$

Ta lại có :  $\angle FDA = \angle GCA = \angle KCH$  (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp  $CFDG$ )

$\Rightarrow \angle HDF = \angle KCH \Rightarrow CHDK$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

$\Rightarrow \angle KHC = \angle CDK = 90^\circ$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $CK$ ) hay  $KH \perp CF$  (2)

Từ (1) và (2) ta có  $I, K, H$  thẳng hàng

### Câu 6.

**Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $0 \leq x, y, z \leq 1$ . Chứng minh rằng**

$$x + y + z - 2(xy + yz + zx) + 4xyz \leq 1$$

$$\text{Vì } 0 \leq x, y, z \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} xy(z-1) \leq 0 \\ yz(x-1) \leq 0 \\ xz(y-1) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3xyz \leq xy + yz + zx \Leftrightarrow 3xyz - (xy + yz + zx) \leq 0 \quad (1)$$

$$\text{Lại có } (x-1)(y-1)(z-1) \leq 0 \Leftrightarrow xyz - xy - yz - zx + x + y + z - 1 \leq 0 \quad (2)$$

Cộng vế theo vế của (1) và (2) ta được :

$$4xyz - 2(xy + yz + zx) + x + y + z - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x + y + z - 2(xy + yz + zx) + 4xyz \leq 1 \text{ (đpcm)}$$

Dấu "=" xảy ra chẳng hạn tại  $(x; y; z) = (1; 1; 1)$  hoặc  $(x; y; z) = (0; 1; 1)$  và các hoán vị của nó.

**Bài 1. (1,0 điểm)** Rút gọn biểu thức :  $A = 3\sqrt{48} + \sqrt{75} - 2\sqrt{108}$

**Bài 2. (2,0 điểm).** Giải hệ phương trình và phương trình sau :

$$a) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -x + y = 1 \end{cases} \qquad b) x^4 + 7x^2 - 18 = 0$$

**Bài 3.(2,0 điểm)** Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị  $(P)$

a) Vẽ đồ thị  $(P)$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$

b) Tìm giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d): y = 2x - 3m$  ( $m$  là tham số) cắt đồ thị  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1; x_2$  thỏa mãn điều kiện  $x_1x_2^2 - x_2(3m + 2x_1) = 12$

**Bài 4. (1,5 điểm)** Trong giai đoạn phòng chống đại dịch Covid-19, Bộ Y tế khuyến cáo người dân thực hiện thông điệp 5K, trong đó có yêu cầu giữ vệ sinh và “khử khuẩn”. Theo kế hoạch một công ty phải sản xuất 4.000 chai dung dịch khử khuẩn trong một thời gian quy định (số chai dung dịch khử khuẩn sản xuất mỗi ngày là bằng nhau). Để tăng cường phòng chống dịch, mỗi ngày công ty đã sản xuất nhiều hơn dự định 100 chai dung dịch khử khuẩn. Do đó, công ty đã hoàn thành công việc trước thời hạn 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày công ty sản xuất bao nhiêu chai dung dịch khử khuẩn ?

**Bài 5. (3,0 điểm)** Từ điểm  $S$  nằm ngoài đường tròn tâm  $O$ , vẽ hai tiếp tuyến  $SA, SB$  với đường tròn ( $A, B$  là các tiếp điểm) và cát tuyến  $SCD$  không đi qua  $O$  ( $C$  nằm giữa  $S$  và  $D$ ). Gọi  $K$  là giao điểm của  $SO$  với cung nhỏ  $AB$  và  $H$  là giao điểm của  $SO$  với đoạn thẳng  $AB$ . Chứng minh :

a) Tứ giác  $SAOB$  nội tiếp

b)  $SA^2 = SC \cdot SD$

c)  $\angle SCK = \angle HCK$

**Bài 6. (0,5 điểm)** Công trình vòng xoay đường Trần Hưng Đạo và đường Lê Hồng Phong ở Thành phố Sóc Trăng có mô hình của một quả địa cầu với đường kính bằng  $5m$ , bề mặt được làm từ tấm hợp kim. Tính diện tích mặt cầu ứng với mô hình đó

## ĐÁP ÁN

**Bài 1. Rút gọn biểu thức :**  $A = 3\sqrt{48} + \sqrt{75} - 2\sqrt{108}$

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{48} + \sqrt{75} - 2\sqrt{108} = 3\sqrt{16 \cdot 3} + \sqrt{25 \cdot 3} - 2\sqrt{36 \cdot 3} \\ &= 3 \cdot 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 2 \cdot 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 12\sqrt{3} = 5\sqrt{3} \end{aligned}$$

Vậy  $A = 5\sqrt{3}$

**Bài 2. Giải hệ phương trình và phương trình sau :**

$$a) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -x + y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y = 10 \\ x = y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (1; 2)$

$$b) x^4 + 7x^2 - 18 = 0$$

Đặt  $t = x^2 (t \geq 0)$  thì phương trình thành  $t^2 + 7t - 18 = 0$

Ta có :  $\Delta = 7^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 121 = 11^2 > 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} t_1 = \frac{-7 + 11}{2} = 2 (tm) \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \\ t_2 = \frac{-7 - 11}{2} = -9 (ktm) \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \{\pm\sqrt{2}\}$

**Bài 3. Cho hàm số  $y = x^2$  có đồ thị  $(P)$**

a) Vẽ đồ thị  $(P)$  trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$

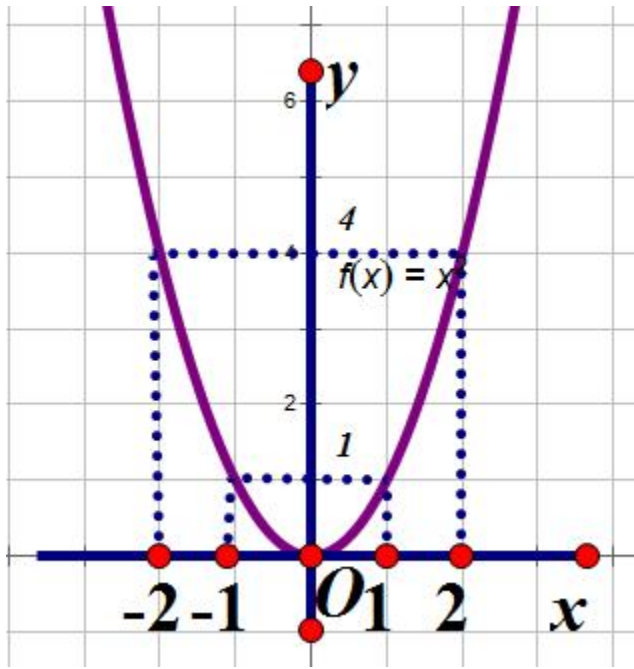
Vì  $a = 1 > 0$  nên parabol  $(P): y = x^2$  có bề lõm hướng lên và nhận  $Oy$  làm trục đối xứng.

Hàm số đồng biến khi  $x > 0$  và nghịch biến khi  $x < 0$ . Ta có bảng giá trị sau :

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

$\Rightarrow$  Parabol  $(P): y = x^2$  đi qua các điểm  $(-2; 4), (-1; 1), (0; 0), (1; 1), (2; 4)$

Đồ thị  $(P): y = x^2$



b) Tìm giá trị của  $m$  để đường thẳng  $(d): y = 2x - 3m$  ( $m$  là tham số) cắt đồ thị  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có hoành độ  $x_1; x_2$  thỏa mãn điều kiện

$$x_1 x_2^2 - x_2(3m + 2x_1) = 12$$

Xét phương trình hoành độ giao điểm :  $x^2 = 2x - 3m \Leftrightarrow x^2 - 2x + 3m = 0(*)$

để đường thẳng  $(d): y = 2x - 3m$  ( $m$  là tham số) cắt đồ thị  $(P)$  tại hai điểm phân biệt có

hoành độ  $x_1; x_2 \Rightarrow \Delta' = 1 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{3}$

Khi đó theo định lý Vi-et ta có : 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = 3m \end{cases}$$

Vì  $x_2$  là nghiệm của phương trình  $(*)$  nên  $x_1^2 - 2x_2 + 3m = 0 \Leftrightarrow 3m = 2x_2 - x_2^2$

$$\Rightarrow x_1 x_2^2 - x_2(2x_2 - x_2^2 + 2x_1) = 12$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2^2 + x_2^3 - 2x_2(x_1 + x_2) = 12$$

$$\Leftrightarrow x_2^2(x_1 + x_2) - 2x_2(x_1 + x_2) = 12$$

$$\Leftrightarrow 2x_2^2 - 4x_2 = 12$$

$$\Leftrightarrow x_2^2 - 2x_2 - 6 = 0 \Leftrightarrow -3m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = -2(tm)$$

Vậy  $m = -2$

**Bài 4.** Trong giai đoạn phòng chống đại dịch Covid-19, Bộ Y tế khuyến cáo người dân thực hiện thông điệp 5K, trong đó có yêu cầu giữ vệ sinh và “khử khuẩn”. Theo kế hoạch một công ty phải sản xuất 4.000 chai dung dịch khử khuẩn trong một thời gian



quy định (số chai dung dịch khử khuẩn sản xuất mỗi ngày là bằng nhau). Để tăng cường phòng chống dịch, mỗi ngày công ty đã sản xuất nhiều hơn dự định 100 chai dung dịch khử khuẩn. Do đó, công ty đã hoàn thành công việc trước thời hạn 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày công ty sản xuất bao nhiêu chai dung dịch khử khuẩn? Gọi số chai dung dịch khử khuẩn mỗi ngày công ty đó sản xuất theo kế hoạch là  $x$  (chai) (ĐK:  $x \in \mathbb{N}^*$ )

$\Rightarrow$  Thời gian để sản xuất 4000 chai nước dung dịch khử khuẩn theo kế hoạch :  $\frac{4000}{x}$  (ngày)

Thực tế mỗi ngày công ty đó sản xuất được  $x + 100$  (chai)

$\Rightarrow$  Thời gian thực tế để sản xuất 4000 chai dung dịch khử khuẩn  $\frac{4000}{x + 100}$  (ngày)

Vì công ty đã hoàn thành công việc trước thời hạn 2 ngày nên ta có phương trình

$$\frac{4000}{x} - \frac{4000}{x + 100} = 2 \Rightarrow 4000x + 400000 - 4000x = 2x^2 + 200x$$

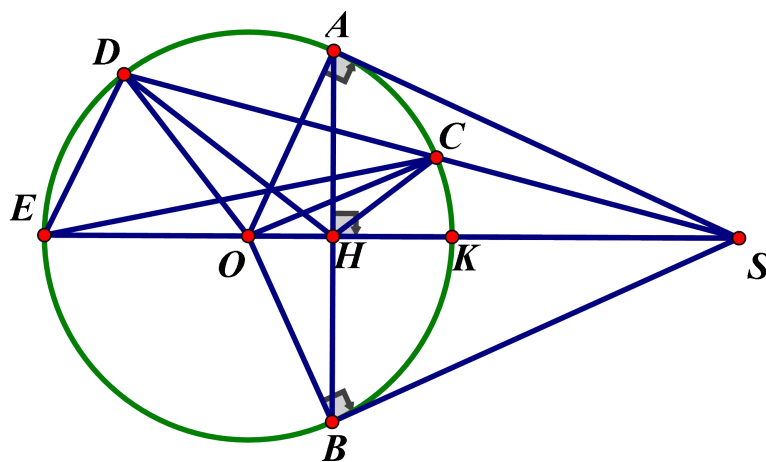
$$\Leftrightarrow 2x^2 + 200x - 400000 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 100x - 200000 = 0$$

$$\Delta' = 50^2 + 200000 = 202500 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 450$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -50 + 450 = 400 (tm) \\ x_2 = -50 - 450 = -500 (ktm) \end{cases}$$

Vậy số chai dung dịch khử khuẩn mỗi ngày công ty đó sản xuất theo kế hoạch là 400 chai.

### Bài 5.



#### a) Tứ giác $SAOB$ nội tiếp

Vì  $SA, SB$  lần lượt là các tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $A, B$  nên  $SA \perp OA, SB \perp OB$

$$\Rightarrow \angle SAO = \angle SBO = 90^\circ$$

Xét tứ giác  $SAOB$  có :  $\angle SAO + \angle SBO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  nên  $SAOB$  là tứ giác nội tiếp (dnhb)

**b)**  $SA^2 = SC.SD$

Xét  $\Delta SAC$  và  $\Delta SDA$  có :  $\angle ASD$  chung,  $\angle SAC = \angle SDA$  (góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung  $AC$ )

$$\Rightarrow \Delta SAC \sim \Delta SDA (g.g) \Rightarrow \frac{SA}{SD} = \frac{SC}{SA} \text{ (2 cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

Vậy  $SA^2 = SC.SD$

**c) Chứng minh  $\angle SCK = \angle HCK$**

Gọi  $E$  là giao điểm của tia  $SO$  và cung lớn  $AB$

Ta có :  $SC.SD = SH.SO$  (cùng bằng  $SA^2$ )

$$\Rightarrow \Delta SCH \sim \Delta SOD (c.g.c) \Rightarrow \angle SHC = \angle SDO \text{ (1)}$$

Nên tứ giác  $CHOD$  nội tiếp

$$\Rightarrow \angle DOE = \angle DCH \text{ (tính chất góc ngoài của tứ giác nội tiếp } CHOD)$$

Mà  $\angle DOE = 2\angle DCE$  (liên hệ góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung  $DE$ )

$$\text{Nên } \angle DCH = 2\angle DCE \Rightarrow \angle DCE + \angle HCE = 2\angle DCE \Rightarrow \angle HCE = \angle DCE$$

Vậy  $CE$  là đường phân giác ngoài của tam giác  $SCH$  (1)

$$\text{Mà } \angle KCE = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn } (O)) \Rightarrow CK \perp CE \text{ (2)}$$

Từ (1) và (2) suy ra  $CK$  là đường phân giác trong của tam giác  $SCH$

$$\text{Nên } \angle SCK = \angle HCK$$

**Bài 6. Công trình vòng xoay đường Trần Hưng Đạo và đường Lê Hồng Phong ở Thành phố Sóc Trăng có mô hình của một quả địa cầu với đường kính bằng  $5m$ , bề mặt được làm từ tấm hợp kim. Tính diện tích mặt cầu ứng với mô hình đó**

Mặt cầu ứng với mô hình đó có bán kính  $R = 5m$  nên diện tích mặt cầu ứng với mô hình đó là :  $S = 4\pi R^2 = 4\pi.5^2 = 100\pi (m^2)$

Vậy diện tích mặt cầu ứng với mô hình đó là  $100\pi cm^2$

**I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)****Chọn phương án trả lời đúng và ghi vào giấy kiểm tra****Câu 1.** Căn bậc hai số học của 5 là :

A.  $-\sqrt{5}$                       B.  $\sqrt{5}$                       C. 25                      D. -25

**Câu 2.** Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc nhất một ẩn ?

A.  $x^2 + 2x - 3 = 0$     B.  $x + \frac{1}{x} - 1 = 0$     C.  $2x + 3 = 0$     D.  $x^3 + x^2 - 1 = 0$

**Câu 3.** Hàm số  $y = mx + 5$  đồng biến trên R khi

A.  $m > 0$                       B.  $m < 0$                       C.  $m = 0$                       D.  $m \neq 0$

**Câu 4.** Cho tam giác  $OAB$  vuông tại O,  $OH \perp AB$  tại H. Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A.  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HB^2}$                       B.  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2}$

C.  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} \cdot \frac{1}{OB^2}$                       D.  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} - \frac{1}{OB^2}$

**Câu 5.** Cho hai đường tròn  $(O; 2cm)$  và  $(O'; 6cm)$ . Đường tròn  $(O)$  và  $(O')$  tiếp xúc ngoài với nhau khi  $OO'$  bằng :

A. 3cm                      B. 4cm                      C. 12cm                      D. 8cm

**Câu 6.** Hệ phương trình  $\begin{cases} x + y = -3 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$  có nghiệm là :

A.  $(-3; 0)$                       B.  $(3; 3)$                       C.  $(0; -3)$                       D.  $(0; 3)$

**Câu 7.** Hàm số  $y = \frac{1}{2}x^2$  có đồ thị đi qua điểm nào dưới đây ?

A.  $M(0; 1)$                       B.  $N\left(0; \frac{1}{2}\right)$                       C.  $P(1; 1)$                       D.  $Q(0; 0)$

**Câu 8.** Phương trình  $x^2 - 5x - 7 = 0$  có hai nghiệm  $x_1, x_2$ . Giá trị của  $x_1 \cdot x_2$  bằng :

A. -7                      B. 7                      C. -5                      D. 5

**Câu 9.** Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn có số đo bằng :

A.  $45^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $90^\circ$                       D.  $180^\circ$

**Câu 10.** Thể tích hình cầu có bán kính  $R$  là :

A.  $\frac{1}{3}\pi R^3$                       B.  $\frac{4}{3}\pi R^3$                       C.  $4\pi R^3$                       D.  $\frac{3}{4}\pi R^3$

**II. Phần Tự Luận (8,0 điểm)**

**Câu 1.(1,5 điểm)**

a) Tính giá trị biểu thức  $M = \sqrt{75} - \sqrt{12} - \sqrt{48} + \sqrt{3}$

b) Rút gọn biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{4\sqrt{x}-3}{x-1} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$

**Câu 2.**

a) Giải phương trình  $x^2 + 5x - 6 = 0$

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$  có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$

**Câu 3.(1,0 điểm)** Một trường THPT nhận được 650 hồ sơ đăng ký thi tuyển sinh vào lớp 10 với hai hình thức : đăng ký trực tuyến và đăng ký trực tiếp tại nhà trường. Số hồ sơ đăng ký trực tuyến nhiều hơn số hồ sơ đăng ký trực tiếp là 120 hồ sơ. Hỏi nhà trường đã nhận bao nhiêu hồ sơ đăng ký trực tuyến ?

**Câu 4. (3,0 điểm)**

Cho tam giác  $ABC$  nhọn có đường cao  $AD$  và  $B$  là trực tâm tam giác. Vẽ đường tròn tâm  $I$  đường kính  $BC$ , từ  $A$  kẻ các tiếp tuyến  $AM, AN$  với đường tròn  $(I)$  ( $M, N$  là các tiếp điểm)

a) Chứng minh tứ giác  $AMIN$  nội tiếp đường trònb) Chứng minh  $\angle AMN = \angle ADN$  và  $\angle AHN = \angle AND$ c) Chứng minh ba điểm  $M, H, N$  thẳng hàng.

**Câu 5.** Cho parabol  $(P): y = x^2$  và hai điểm  $A(-3;9)$  và  $B(2;4)$ . Tìm điểm  $M$  có hoành độ thuộc khoảng  $(-3;2)$  trên  $P$  sao cho diện tích  $\Delta MAB$  lớn nhất.

**ĐÁP ÁN****I.Phần trắc nghiệm**

1B 2C 3A 4B 5D 6C 7D 8A 9C 10B

**II.Phần Tự Luận****Câu 1.**

a) Tính giá trị biểu thức  $M = \sqrt{75} - \sqrt{12} - \sqrt{48} + \sqrt{3}$

Ta có :

$$M = \sqrt{75} - \sqrt{12} - \sqrt{48} + \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{25 \cdot 3} - \sqrt{4 \cdot 3} - \sqrt{16 \cdot 3} + \sqrt{3}$$

$$= 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = 0$$

Vậy  $M = 0$

**b) Rút gọn biểu thức** 
$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{4\sqrt{x}-3}{x-1} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Với  $x \geq 0, x \neq 1$  ta có :

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{3}{\sqrt{x}+1} - \frac{4\sqrt{x}-3}{x-1} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + 3(\sqrt{x}-1) - 4\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{x + \sqrt{x} + 3\sqrt{x} - 3 - 4\sqrt{x} + 3}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x}{x-1} \end{aligned}$$

Vậy 
$$P = \frac{x}{x-1}$$

## Câu 2.

**a) Giải phương trình**  $x^2 + 5x - 6 = 0$

Phương trình  $x^2 + 5x - 6$  có dạng  $a + b + c = 1 + 5 - 6 = 0$  nên có hai nghiệm phân biệt :

$$x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = -6$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{-6; 1\}$

**b) Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$  có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$**

Xét phương trình  $x^2 - 2mx + 4m - 4 = 0$

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 4 > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 2$$

Khi đó áp dụng định lý Vi - et ta có :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = 4m - 4 \end{cases} \text{ Theo đề bài ta có : } x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 2(4m - 4) - 8 = 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 8m = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m(m-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0(tm) \\ m = 2(ktm) \end{cases}$$

Vậy  $m = 0$  thỏa mãn bài toán

**Câu 3. Một trường THPT nhận được 650 hồ sơ đăng ký thi tuyển sinh vào lớp 10 với hai hình thức : đăng ký trực tuyến và đăng ký trực tiếp tại nhà trường. Số hồ sơ đăng ký trực tuyến nhiều hơn số hồ sơ đăng ký trực tiếp là 120 hồ sơ. Hỏi nhà trường đã nhận bao nhiêu hồ sơ đăng ký trực tuyến ?**

Gọi số hồ sơ đăng ký trực tuyến là  $x$  (hồ sơ) ( $x \in \mathbb{N}^*, x < 650$ )

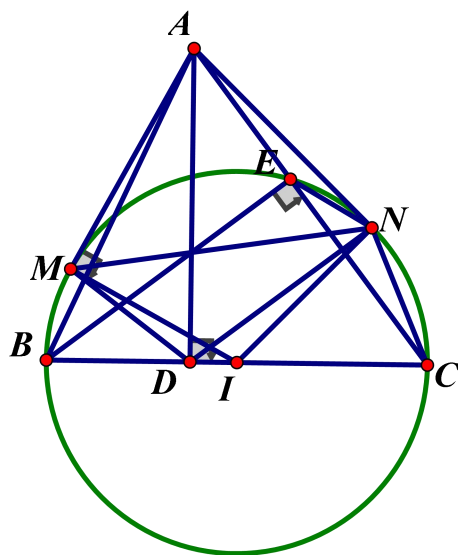
Vì trường THPT nhận được 650 hồ sơ nên số hồ sơ đăng ký trực tiếp tại nhà trường là  $650 - x$  (hồ sơ)

Vì số hồ sơ đăng ký trực tiếp nhiều hơn số hồ sơ đăng ký trực tiếp là 120 hồ sơ nên ta có phương trình :  $x - (650 - x) = 120$

$$\Leftrightarrow 2x - 650 = 120 \Leftrightarrow 2x = 770 \Leftrightarrow x = 385 \text{ (tm)}$$

Vậy số hồ sơ đăng ký trực tuyến là 385 hồ sơ

**Câu 4.**



**a) Chứng minh tứ giác  $AMIN$  nội tiếp đường tròn**

Ta có  $AM, AN$  là các tiếp điểm của đường tròn  $(I)$  tại  $M$  và  $N$

$\Rightarrow \angle AMI = \angle ANI = 90^\circ$  (định nghĩa đường tiếp tuyến của đường tròn)

Xét tứ giác  $AMIN$  có  $\angle AMI + \angle ANI = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow AMIN$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng  $180^\circ$ ) (dpcm)

**b) Chứng minh  $\angle AMN = \angle ADN$  và  $\angle AHN = \angle AND$**

Ta có :  $AD$  là đường cao của  $\triangle ABC \Rightarrow AD \perp BC$  tại  $D$  hay  $\angle ADI = 90^\circ$

Xét tứ giác  $ADIN$  ta có :  $\angle ADN + \angle ANI = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow ADIN$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng  $180^\circ$ )

$\Rightarrow A, D, I, N$  cùng thuộc một đường tròn

Lại có  $AMIN$  là tứ giác nội tiếp (cmt)  $\Rightarrow A, M, I, N$  cùng thuộc một đường tròn

$\Rightarrow A, M, D, I, N$  cùng thuộc một đường tròn hay  $AMDN$  là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle AMN = \angle ADN$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $AN$ ) (đpcm)

Gọi  $E$  là chân đường cao hạ từ  $B$  của  $\triangle ABC \Rightarrow BE \perp AC = \{E\}$  hay  $\angle AEH = 90^\circ$

Xét  $\triangle AHE$  và  $\triangle ACD$  ta có :

$\angle DAC$  chung;  $\angle AEH = \angle ADC = 90^\circ \Rightarrow \triangle AHE \sim \triangle ACD$  (g.g)

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AE}{AD} \Leftrightarrow AE \cdot AC = AH \cdot AD \quad (1)$$

Xét  $\triangle AEN$  và  $\triangle ANC$  ta có :  $\angle CAN$  chung;  $\angle ACN = \angle ANE$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung  $EN$ )

$$\Rightarrow \triangle AEN \sim \triangle ANC \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AE}{AN} = \frac{AN}{AC} \Leftrightarrow AE \cdot AC = AN^2 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } AN^2 = AH \cdot AD (= AE \cdot AC) \Rightarrow \frac{AH}{AN} = \frac{AN}{AD}$$

Xét  $\triangle AHN$  và  $\triangle AHD$  ta có :  $\angle HAN$  chung,  $\frac{AH}{AN} = \frac{AN}{AD}$  (cmt)

$$\Rightarrow \triangle AHN \sim \triangle AND \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \angle AHN = \angle AND \text{ (đpcm)}$$

### c) Chứng minh ba điểm $M, H, N$ thẳng hàng

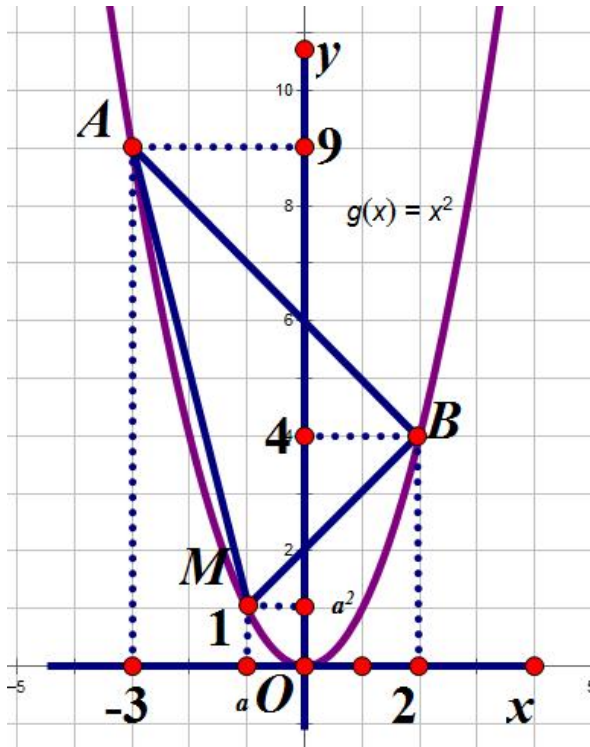
Ta có :  $\angle AMN = \angle ANM$  (hai góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung  $MN$  của  $(I)$ )  $\Rightarrow \angle ANM = \angle ADN (= \angle AMN)$

Ta có :  $\triangle AHN \sim \triangle AND$  (cmt)  $\Rightarrow \angle ANH = \angle ADN$  (hai góc tương ứng)

$$\Rightarrow \angle ANH = \angle ANM (= \angle ADN)$$

Lại có  $H, M$  nằm cùng phía với  $AN \Rightarrow H, M, N$  thẳng hàng (đpcm)

**Câu 5.** Cho parabol  $(P): y = x^2$  và hai điểm  $A(-3;9)$  và  $B(2;4)$ . Tìm điểm  $M$  có hoành độ thuộc khoảng  $(-3;2)$  trên  $P$  sao cho diện tích  $\Delta MAB$  lớn nhất.



Gọi  $M(a; a^2) \in (P) (-3 < a < 2)$

Gọi  $H, K, I$  lần lượt là hình chiếu của  $A, B, M$  lên trục  $Ox$ . Ta có :

$$\begin{aligned} S_{\Delta MAB} &= S_{ABCH} - S_{AMIH} - S_{BMK} \\ &= \frac{1}{2}(9+4) \cdot 5 - \frac{1}{2}(9+a^2) \cdot |-3-a| - \frac{1}{2}(4+a^2) \cdot |2-a| \\ &= \frac{65}{2} - \frac{1}{2} \left[ (9+a^2) \cdot |-3-a| + (4+a^2) \cdot |2-a| \right] \end{aligned}$$

$$\text{Vì } -3 < a < 2 \Rightarrow \begin{cases} a+3 > 0 \\ 2-a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |-3-a| = a+3 \\ |2-a| = 2-a \end{cases} \text{ . Khi đó ta có :}$$



$$\begin{aligned}
S_{MAB} &= \frac{65}{2} - \left[ (9+a)^2 \cdot (a+3) + (4+a^2) \cdot (2-a) \right] \\
&= \frac{65}{2} - \frac{1}{2} (9a + 27 + a^3 + 3a^2 + 8 - 4a + 2a^2 - a^3) \\
&= \frac{65}{2} - \frac{1}{2} (5a^2 + 5a + 35) = \frac{65}{2} - \frac{5}{2} (a^2 + a + 7)
\end{aligned}$$

Ta có:  $a^2 + a + 7 = a^2 + 2 \cdot a \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{27}{4} = \left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{4} \geq \frac{27}{4}$

$$\Rightarrow S_{\Delta MAB} \leq \frac{65}{2} - \frac{5}{2} \cdot \frac{27}{4} = \frac{125}{8}$$

Vậy giá trị lớn nhất của diện tích tam giác  $MAB = \frac{125}{8} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**Môn thi: TOÁN**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**Câu 1.(1,0 điểm)** Rút gọn biểu thức  $P = 3\sqrt{4} + 2\sqrt{25} - \sqrt{16}$

**Câu 2.(1,0 điểm)** Giải phương trình :  $x^2 - 7x + 12 = 0$

**Câu 3. (1,0 điểm)** Tìm  $x$  để biểu thức  $T = \frac{x^2 + 1}{3x - 2}$  xác định

**Câu 4.** Vẽ đồ thị của hàm số  $y = 2x^2$

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3, AC = 2$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $M$  sao cho  $BM = 2$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $CM$

**Câu 6.** Cho hệ phương trình  $\begin{cases} ax - 2y = b \\ 2x - by = -2a \end{cases}$ . Tìm  $a$  và  $b$  biết hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(2; -1)$

**Câu 7.(1,0 điểm)** Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 0$

**Câu 8. (1,0 điểm)** Một đoàn khách du lịch gồm 40 người dự định tham quan đỉnh núi Bà Đen, nóc nhà Đông Nam Bộ bằng cáp treo khứ hồi (gồm lượt lên và lượt xuống). Nhưng khi tới nơi có 5 bạn trẻ muốn khám phá bằng đường bộ khi leo lên còn lúc xuống sẽ đi cáp treo để trải nghiệm nên 5 bạn chỉ mua vé lượt xuống, do đó đoàn đã chi ra 9450000 đồng để mua vé. Hỏi giá vé cáp treo khứ hồi và giá vé 1 lượt là bao nhiêu? Biết rằng giá vé 1 lượt rẻ hơn giá vé khứ hồi 110000 đồng.

**Câu 9. (1,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ngoại tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $D, E, F$  lần lượt là các tiếp điểm của  $(O)$  với các cạnh  $AB, AC$  và  $BC$ . Đường thẳng  $BO$  cắt đường thẳng  $EF$  tại  $I$ . Tính  $\angle BIF$

**Câu 10. (1,0 điểm)** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$  và  $CD$ . Gọi  $E$  là giao điểm của  $BN$  với  $AM$  và  $F$  là giao điểm của  $BN$  với cạnh  $DM, DM$  cắt  $AN$  tại  $K$ . Chứng minh điểm  $A$  nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác  $EFK$

## ĐÁP ÁN

**Câu 1. Rút gọn biểu thức :**  $P = 3\sqrt{4} + 2\sqrt{25} - \sqrt{16}$

$$P = 3\sqrt{4} + 2\sqrt{25} - \sqrt{16} = 3.2 + 2.5 - 4 = 6 + 10 - 4 = 12$$

Vậy  $P = 12$

**Câu 2. Giải phương trình :**  $x^2 - 7x + 12 = 0$

Phương trình có  $\Delta = 7^2 - 4.1.12 = 1 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{7 + \sqrt{1}}{2} = 4 \quad ; x_2 = \frac{7 - \sqrt{1}}{2} = 3$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm  $S = 3; 4$

**Câu 3. Tìm  $x$  để biểu thức  $T = \frac{x^2 + 1}{3x - 2}$  xác định**

$$\text{Biểu thức } T = \frac{x^2 + 1}{3x - 2} \text{ xác định} \Leftrightarrow 3x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{2}{3}$$

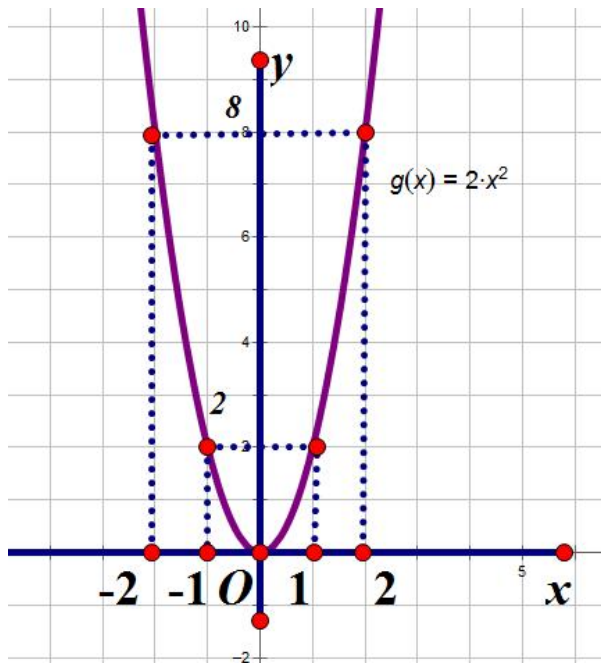
Vậy  $x \neq \frac{2}{3}$  thì biểu thức đã cho xác định.

**Câu 4. Vẽ đồ thị của hàm số  $y = 2x^2$**

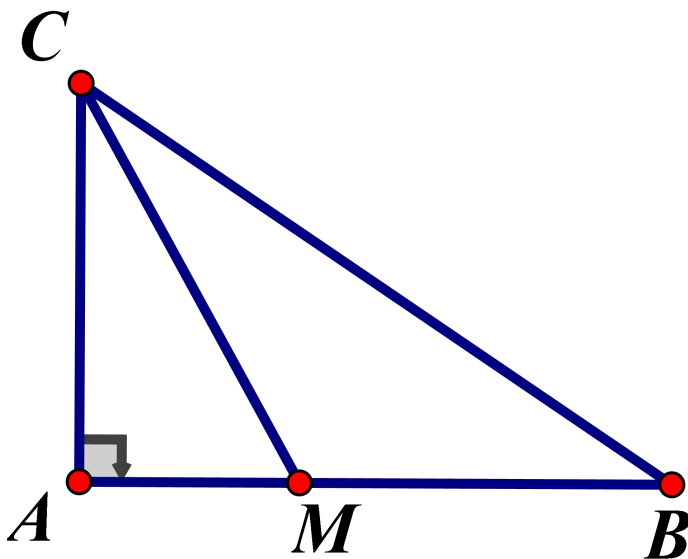
Ta có bảng giá trị:

$x$	-2	-1	0	1	2
$y$	8	2	0	2	8

Vậy đồ thị hàm số  $y = 2x^2$  là đường cong đi qua các điểm :  
 $(-2;8), (-1;2), (0;0), (1;2), (2;8)$



**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3, AC = 2$ . Trên cạnh  $AB$  lấy điểm  $M$  sao cho  $BM = 2$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $CM$



Theo đề bài ta có :  $MB = 2$  và  $M \in AB \Rightarrow AM = AB - MB = 3 - 2 = 1$

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác  $ACM$  vuông tại  $A$  ta có :

$$CM = \sqrt{AM^2 + AC^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

Vậy  $CM = \sqrt{5}$

**Câu 6. Cho hệ phương trình**  $\begin{cases} ax - 2y = b \\ 2x - by = -2a \end{cases}$ . **Tìm  $a$  và  $b$  biết hệ phương trình đã cho có nghiệm là  $(2; -1)$**

Ta có :  $(2; -1)$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} ax - 2y = b \\ 2x - by = -2a \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a \cdot 2 - 2 \cdot (-1) = b \\ 2 \cdot 2 - b \cdot (-1) = -2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + 2 = b \\ 4 + b = -2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = -2 \\ 2a + b = -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a = -6 \\ b = 2a + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy  $a = -\frac{3}{2}$  và  $b = -1$  thỏa mãn bài toán

**Câu 7. Tìm  $m$  để phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 0$**

Xét phương trình  $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 3m + 2 = 0$  (\*)

Phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2 \Leftrightarrow \Delta' > 0$

$$\Leftrightarrow (m-1)^2 - (m^2 - 3m + 2) > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 1 - m^2 + 3m - 2 > 0 \Leftrightarrow m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$$

Với  $m > 1$  thì phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

Áp dụng hệ thức Vi - et ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1x_2 = m^2 - 3m + 2 \end{cases}$ . Theo đề bài ta có:

$$x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2 = 0$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 3x_1x_2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 5x_1x_2 = 0 \Leftrightarrow 4(m-1)^2 - 5(m^2 - 3m + 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 4m^2 - 8m + 4 - 5m^2 + 15m - 10 = 0 \\ &\Leftrightarrow -m^2 + 7m - 6 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 7m + 6 = 0 \\ &\Leftrightarrow (m-1)(m-6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1(ktm) \\ m = 6(tm) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy  $m = 6$  thỏa mãn bài toán

**Câu 8. Một đoàn khách du lịch gồm 40 người dự định tham quan đỉnh núi Bà Đen, nóc nhà Đông Nam Bộ bằng cáp treo khứ hồi (gồm lượt lên và lượt xuống). Nhưng khi tới nơi có 5 bạn trẻ muốn khám phá bằng đường bộ khi leo lên còn lúc xuống sẽ đi cáp treo để trải nghiệm nên 5 bạn chỉ mua vé lượt xuống, do đó đoàn đã chi ra 9.450.000 đồng để mua vé. Hỏi giá vé cáp treo khứ hồi và giá vé 1 lượt là bao nhiêu? Biết rằng giá vé 1 lượt rẻ hơn giá vé khứ hồi 110.000 đồng.**

Gọi giá vé cáp treo khứ hồi và giá vé cáp treo 1 lượt lần lượt là  $x$  và  $y$  đồng

$$(x > y > 0, x > 110000)$$

Vì giá vé cáp treo 1 lượt rẻ hơn giá vé cáp treo khứ hồi là 110.000 đồng nên ta có phương trình  $x - y = 110000$  (1)

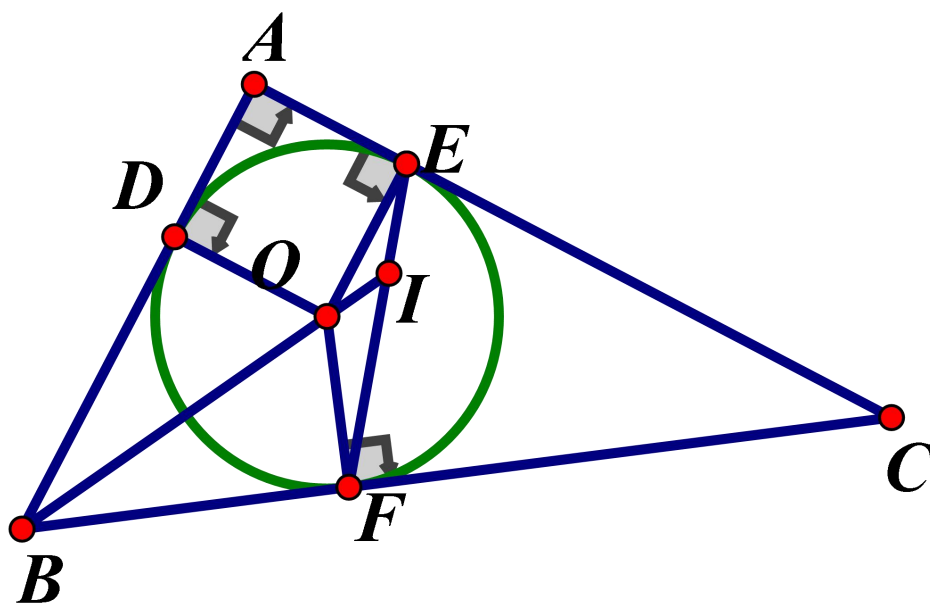
Có  $40 - 5 = 35$  người mua vé cáp treo khứ hồi và 5 người mua vé cáp treo 1 lượt nên ta có phương trình:  $35x + 5y = 9.450.000 \Leftrightarrow 7x + y = 1890000$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 110000 \\ 7x + y = 1.890.000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 2.000.000 \\ y = x - 110.000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 250.000 \\ y = 140.000 \end{cases} (tm)$$

Vậy giá vé cáp treo khứ hồi là 250.000 đồng và giá vé cáp treo 1 lượt là 140.000 đồng

**Câu 9.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ngoại tiếp đường tròn  $(O)$ . Gọi  $D, E, F$  lần lượt là các tiếp điểm của  $(O)$  với các cạnh  $AB, AC$  và  $BC$ . Đường thẳng  $BO$  cắt đường thẳng  $EF$  tại  $I$ . Tính  $\angle BIF$



Ta có  $\angle DEI = \angle DEF = \frac{1}{2} \angle DOF$  (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn cung  $DF$ )

Vì  $BD, BF$  là các tiếp tuyến của  $(O)$  lần lượt tại  $D, F$  nên  $OB$  là tia phân giác của  $\angle DOF$  (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$\Rightarrow \angle DOB = \frac{1}{2} \angle DOF \Rightarrow \angle DEI = \angle DOB$$

$\Rightarrow DEIO$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

Xét tứ giác  $ODAE$  có  $\angle ODA = \angle DAE = \angle OEA = 90^\circ$  nên  $ODAE$  là hình chữ nhật (tứ giác có 3 góc vuông)

Lại có  $AD, AE$  là các tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $D, E$  nên  $AD = AE$  (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)  $\Rightarrow ODAE$  là hình vuông (hình chữ nhật có 2 cạnh kề bằng nhau)

$$\Rightarrow \angle ODE = 45^\circ$$

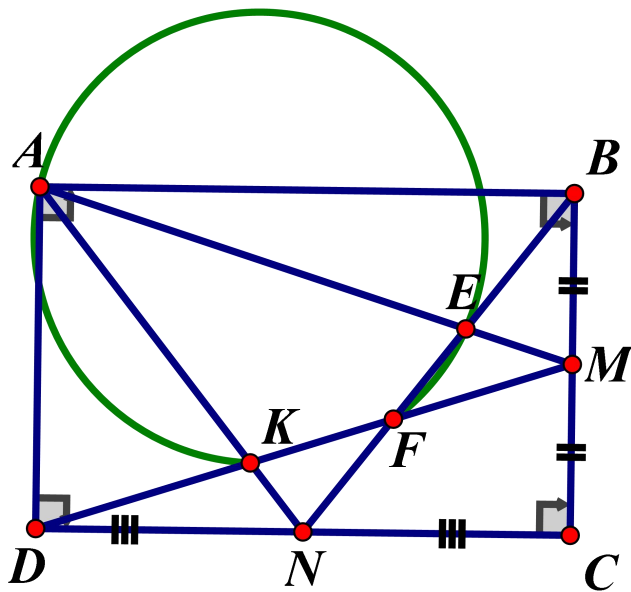
Mà  $DEIO$  là tứ giác nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow \angle BIF = \angle ODE = 45^\circ \text{ (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)}$$

$$\text{Vậy } \angle BIF = 45^\circ$$

**Câu 10.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $BC$  và  $CD$ . Gọi  $E$  là giao điểm của  $BN$  với  $AM$  và  $F$  là giao điểm của  $BN$  với cạnh

$DM, DM$  cắt  $AN$  tại  $K$ . Chứng minh điểm  $A$  nằm trên đường tròn ngoại tiếp tam giác  $EFK$



Xét  $\triangle ABM$  và  $\triangle DCM$  ta có :

$$\angle B = \angle C = 90^\circ; BM = MC; DC = AB(gt)$$

d)  $\Rightarrow \triangle ABM = \triangle DCM (c.g.c) \Rightarrow \angle BAM = \angle MDC$  (hai góc tương ứng)

e) Hay  $\angle MAB = \angle MDC$

f) Ta có:  $\angle MAN = 90^\circ - \angle NAD - \angle MAB \Rightarrow \angle MAN = 90^\circ - \angle NAD - \angle MDC$  (1)

g) Lại có  $\angle DFN = \angle FNC - \angle FDN$  (góc ngoài của  $\triangle DFN$ )

h) Xét  $\triangle AND$  và  $\triangle BNC$  có:  $\angle D = \angle C = 90^\circ; AD = BC(gt), DN = NC(gt)$

i)  $\Rightarrow \triangle ADN = \triangle BCN (c.g.c) \Rightarrow \angle BNC = \angle AND$  (hai góc tương ứng)

j) Hay  $\angle FNC = \angle AND$  mà  $\angle AND = 90^\circ - \angle DAN$  (hai góc phụ nhau)

k)  $\Rightarrow \angle DFN = 90^\circ - \angle DAN - \angle FDN$  (2)

l) Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \angle MAN = \angle DFN$

m) Mặt khác:  $\angle DFN + \angle KFN = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle KAE + \angle KFE = 180^\circ \Rightarrow AEFK$  là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

n)  $\Rightarrow A$  là điểm nằm trên đường tròn ngoại tiếp  $\triangle EFK$  (đpcm)

**Câu 1. (2,0 điểm)**

Cho biểu thức  $P = \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2\sqrt{x}-7}{x-\sqrt{x}-2} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$

- Chứng minh  $P = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$
- Tính giá trị của biểu thức  $P$  khi  $x = 3 - 2\sqrt{2}$
- Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P$

**Câu 2. (2,0 điểm)**

- Giải phương trình :  $x^2 + 3x - 1 = 0$
- Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng  $60m$ . Nếu giảm chiều dài đi  $1m$  và tăng chiều rộng thêm  $1m$  thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó

**Câu 3. (2,0 điểm)**

Cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = mx + 1$ , với  $m$  là tham số

- Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  và parabol  $(P)$  cùng đi qua điểm có hoành độ  $x = 2$
- Chứng minh đường thẳng  $(d)$  luôn cắt parabol  $(P)$  tại hai điểm phân biệt với mọi  $m$ . Gọi  $x_1; x_2$  là các hoành độ giao điểm, tìm  $m$  để  $x_2(x_1^2 - 1) = 3$

**Câu 4. (3,5 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  ( $AB < AC$ ) nội tiếp đường tròn tâm  $O$  đường kính  $BC$  cố định, điểm  $D$  bất kỳ thuộc cung nhỏ  $AC$  ( $D$  không trùng với  $A$  và  $C$ ). Tia  $BA$  cắt tia  $CD$  tại điểm  $G$ . Điểm  $I$  là giao điểm của  $BD$  và  $AC$ . Kẻ  $AE$  vuông góc với  $BC$  tại điểm  $E$ , đường thẳng  $AE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $F$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của điểm  $A$  trên  $BD$ ,  $K$  là giao điểm của  $BC$  và  $DF$ . Chứng minh :

- Tứ giác  $AIDG$  nội tiếp đường tròn
- $BE \cdot BC = BH \cdot BI$
- Ba điểm  $G, I, K$  thẳng hàng
- Đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AKD$  luôn đi qua một điểm cố định khác  $A$  khi điểm  $D$  di động trên cung nhỏ  $AC$

**Câu 5. (0,5 điểm)**

Giải phương trình :  $x^2 + 6x + 1 - (2x + 1)\sqrt{x^2 + 2x + 3} = 0$



## ĐÁP ÁN

### Câu 1.

a) Chứng minh  $P = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

Điều kiện :  $x \geq 0, x \neq 4$

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{\sqrt{x}-2} - \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{2\sqrt{x}-7}{x-\sqrt{x}-2} \\ &= \frac{\sqrt{x}+1-2(\sqrt{x}-2)+2\sqrt{x}-7}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{\sqrt{x}+1-2\sqrt{x}+4+2\sqrt{x}-7}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+1)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x}+1} \end{aligned}$$

Vậy với  $x \geq 0, x \neq 4$  thì  $P = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$

b) Tính giá trị của biểu thức P khi  $x = 3 - 2\sqrt{2}$

Điều kiện  $x \geq 0, x \neq 4$

Ta có :  $x = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2$  (tmdk)  $\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \sqrt{2} - 1$

Thay  $\sqrt{x} = \sqrt{2} - 1$  vào biểu thức P ta được  $P = \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{\sqrt{2}-1+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy với  $x = 3 - 2\sqrt{2}$  thì  $P = \frac{\sqrt{2}}{2}$

c) Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P

Điều kiện :  $x \geq 0, x \neq 4$ . Ta có :  $P = \frac{1}{\sqrt{x}+1}$

Với mọi  $x \geq 0, x \neq 4 \Rightarrow \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} + 1 \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}+1} \leq 1 \Rightarrow P \leq 1$

Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$  (tm)

Vậy với  $x = 0$  thì  $\text{Max} P = 1$

### Câu 2.

a) Giải phương trình :  $x^2 + 3x - 1 = 0$

Phương trình  $x^2 + 3x - 1 = 0$  có  $\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot (-1) = 13 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm

$$\text{phân biệt} \begin{cases} x_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \\ x_2 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \left\{ \frac{-3 - \sqrt{13}}{2}; \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \right\}$

**b) Một mảnh vườn hình chữ nhật có chu vi bằng  $60m$ . Nếu giảm chiều dài đi  $1m$  và tăng chiều rộng thêm  $1m$  thì mảnh vườn trở thành hình vuông. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn đó**

Nửa chu vi của mảnh vườn là :  $60 : 2 = 30(m)$

Gọi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn lần lượt là  $x, y(m)$  ( $0 < y < 15 < x$ )

$$\Rightarrow x + y = 30(1)$$

Nếu giảm chiều dài đi  $1m$  và tăng chiều rộng lên  $1m$  thì mảnh vườn trở thành hình vuông nên ta có phương trình  $x - 1 = y + 1 \Leftrightarrow x - y = 2(2)$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình} \begin{cases} x + y = 30 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 32 \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 14 \end{cases} (tm)$$

Vậy chiều dài mảnh vườn là  $16m$  và chiều rộng mảnh vườn là  $14m$

**Câu 3.**

**a) Tìm  $m$  để đường thẳng ( $d$ ) và parabol ( $P$ ) cùng đi qua điểm có hoành độ  $x = 2$**

Gọi  $A(2; y_A)$  là điểm mà đường thẳng ( $d$ ) và parabol ( $P$ ) đều đi qua

$$\text{Khi đó ta có : } A(2; y_A) \in (P) \Rightarrow y_A = 2^2 = 4 \Rightarrow A(2; 4)$$

$$\text{Lại có } A(2; 4) \in (d) \Rightarrow 4 = m \cdot 2 + 1 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$$

Vậy  $m = \frac{3}{2}$  thỏa mãn bài toán

**b) Chứng minh đường thẳng ( $d$ ) luôn cắt parabol ( $P$ ) tại hai điểm phân biệt với**

**mọi  $m$ . Gọi  $x_1; x_2$  là các hoành độ giao điểm, tìm  $m$  để  $x_2(x_1^2 - 1) = 3$**

Phương trình hoành độ giao điểm của ( $d$ ) và ( $P$ ) là :

$$x^2 = mx + 1 \Leftrightarrow x^2 - mx - 1 = 0(*)$$

Phương trình (\*) có :  $\Delta = m^2 + 4 > 0$  (với mọi  $m$ )

$\Rightarrow (d)$  luôn cắt ( $P$ ) tại hai điểm phân biệt với mọi  $m$

Gọi  $x_1; x_2$  là các hoành độ giao điểm của  $(d)$  và  $(P) \Rightarrow x_1; x_2$  là các nghiệm của phương trình  
 (\*)  $\Rightarrow x_1^2 = mx_1 + 1$

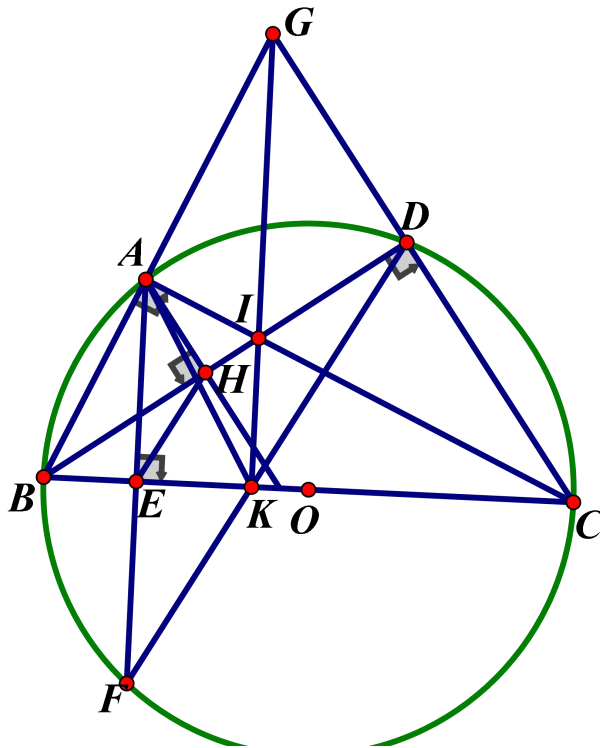
Áp dụng hệ thức Vi-et ta có :  $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$ . Theo đề bài ta có :

$$x_2(x_1^2 - 1) = 3 \Leftrightarrow x_2(mx_1 + 1 - 1) = 3$$

$$\Leftrightarrow mx_1 x_2 = 3 \Leftrightarrow -m = 3 \Leftrightarrow m = -3$$

Vậy  $m = -3$  thỏa mãn bài toán

**Câu 4.**



**a) Chứng minh tứ giác  $AIDG$  nội tiếp đường tròn**

Ta có:  $\angle BAC, \angle BDC$  là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

$$(O) \Rightarrow \angle BAC = \angle BDC = 90^\circ \Rightarrow \angle GAI = \angle GDI = 90^\circ$$

Xét tứ giác  $AIDG$  ta có :  $\angle GAI + \angle GDI = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow AIDG$  là tứ giác nội tiếp (dnhb)

**b) Chứng minh  $BE \cdot BC = BH \cdot BI$**

Xét tứ giác  $ABEH$  ta có :  $\angle AEB = \angle AHB = 90^\circ$  (gt)

$\Rightarrow ABEH$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh đối diện dưới các góc bằng nhau)  $\Rightarrow \angle BHE = \angle BAE$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung  $BE$ )

Mà  $\angle BAE = \angle BCA$  (hai góc cùng phụ  $\angle ABC$ )

$\Rightarrow \angle BHE = \angle BCA = \angle BCI$ . Xét  $\triangle BHE$  và  $\triangle BCI$  có :

$\angle IBC$  chung,  $\angle BHE = \angle BCI$  (cmt)  $\Rightarrow \Delta BHE \sim \Delta BCI$  (g - g)

$$\Rightarrow \frac{BE}{BI} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow BE \cdot BC = BH \cdot BI \text{ (dfcm)}$$

**c) Chứng minh ba điểm  $G, I, K$  thẳng hàng**

Ta có :  $BC \perp AF \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{FB}$  (đường kính vuông góc với một dây thì đi qua điểm ở chính giữa của cung căng dây đó)

$\Rightarrow \angle BDF = \angle BCA$  (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Hay  $\angle IDK = \angle ICK$

$\Rightarrow CDJK$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

$\Rightarrow \angle IKC + \angle IDC = 180^\circ$ , Mà  $\angle IDC = \angle BDC = 90^\circ$  (cmt)  $\Rightarrow \angle IKC = 90^\circ \Rightarrow IK \perp BC$  (1)

$$\text{Xét } \Delta GBC \text{ có : } \begin{cases} AC \perp BG \\ BD \perp CG \\ AC \cap BD = \{I\} \end{cases} \Rightarrow I \text{ là trực tâm } \Delta GBC \Rightarrow GI \perp BC \text{ (2)}$$

Từ (1), (2)  $\Rightarrow G, I, K$  thẳng hàng (đpcm)

**d) Đường tròn ngoại tiếp  $\Delta AKD$  luôn đi qua một điểm cố định khác  $A$  khi điểm  $D$  di động trên cung nhỏ  $AC$**

Ta có  $OA = \frac{1}{2}BC = OB$  (đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

$$\Rightarrow \Delta OAB \text{ cân tại } O \Rightarrow \angle OAB = \angle OBA = \angle ABC = \frac{1}{2}sd \widehat{AC} \text{ (3)}$$

$$\text{Lại có } \angle CKD = \frac{1}{2}(sd \widehat{CD} + sd \widehat{BF}) = \frac{1}{2}(sd \widehat{CD} + sd \widehat{AB})$$

Vì  $OH \perp BD$  (gt)  $\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{AD}$

$$\Rightarrow \angle CKD = \frac{1}{2}(sd \widehat{CD} + sd \widehat{AD}) = \frac{1}{2}sd \widehat{AC} \text{ (4)}$$

Từ (3) và (4)  $\Rightarrow \angle OAB = \angle CKD \Rightarrow OKDA$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

$\Rightarrow$  Đường tròn ngoại tiếp  $\Delta AKD$  đi qua điểm  $O$  cố định (dfcm)

**Câu 5. Giải phương trình**  $x^2 + 6x + 1 - (2x + 1)\sqrt{x^2 + 2x + 3} = 0$

ĐKXĐ:  $x^2 + 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + 2 > 0$  (luôn đúng)

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = 2x + 1 \\ b = \sqrt{x^2 + 2x + 3} \text{ (} b \geq 0 \text{)} \end{cases} \text{ ta có: } 2a + b^2 = 4x + 2 + x^2 + 2x + 3 = x^2 + 6x + 5$$

$\Rightarrow x^2 + 6x + 1 = 2a + b^2 - 4$ . Khi đó phương trình trở thành:

$$2a + b^2 - 4 - ab = 0 \Leftrightarrow b^2 - ab + 2a - 4 = 0(*)$$

Gọi (\*) là phương trình bậc hai ẩn  $b$  với tham số  $a$  ta có :

$$\Delta = a^2 - 4(2a - 4) = a^2 - 8a + 16 = (a - 4)^2 \geq 0 \text{ (với mọi } a)$$

$$\text{Khi đó phương trình (*) có hai nghiệm } \begin{cases} b = \frac{a + a - 4}{2} = a - 2 \\ b = \frac{a - a + 4}{2} = 2(tm) \end{cases}$$

$$+)Th1: b = 2 \Rightarrow \sqrt{x^2 + 2x + 3} = 2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 3 = 4 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 1 = 0$$

Ta có  $\Delta' = 1 + 1 = 2 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt :  $\begin{cases} x_1 = -1 + \sqrt{2} \\ x_2 = -1 - \sqrt{2} \end{cases}$

$$+)Th2: b = a - 2 \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 2$$

$$\text{Khi đó ta có : } \sqrt{x^2 + 2x + 3} = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ x^2 + 2x + 3 = 4x^2 - 4x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 6x - 2 = 0(1) \end{cases}$$

Ta có  $\Delta' = 3^2 - 3 \cdot (-2) = 15 > 0$  nên phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3} (tm) \\ x = \frac{3 - \sqrt{15}}{3} (ktm) \end{cases}$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho } \left\{ -1 + \sqrt{2}; -1 - \sqrt{2}; \frac{3 + \sqrt{15}}{3} \right\}$$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**Môn thi: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**Câu 1.** Cho hàm số bậc nhất  $y = 2021x + 2022$ . Hàm số đã cho là đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ? Vì sao ?

**Câu 2.** Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình  $3x^2 - 4x + 1 = 0$

**Câu 3.** Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{20} - 2 - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$

**Câu 4.** Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases}$

**Câu 5.** Cho biểu thức  $B = \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$  ( $x > 0$ )

a) Rút gọn biểu thức  $B$

b) Tìm giá trị của  $x$  để  $B = -2$

**Câu 6.** Một nhóm học sinh dự định là 360 chiếc mũ chắn giọt bắn trong một thời gian nhất định để ủng hộ các địa phương trong công tác phòng, chống dịch COVID-19. Thực tế, mỗi ngày nhóm học sinh làm vượt mức 12 chiếc mũ so với dự định. Vì vậy, nhóm đã làm xong trước thời gian dự định 2 ngày và làm thêm được 4 chiếc mũ. Hỏi theo dự định, mỗi ngày nhóm học sinh làm được bao nhiêu chiếc mũ?

**Câu 7.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $BC = 10\text{cm}$  và

$\sin \angle ACB = \frac{3}{5}$ . Tính độ dài các đoạn thẳng  $AB, AC$  và  $AH$

**Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $M(1;2)$ . Xác định vị trí tương đối của đường tròn và các trục tọa độ.

**Câu 9.** Cho đường tròn  $(O)$  và dây cung  $MN$  ( $MN$  không phải là đường kính). Lấy điểm  $K$  thuộc đoạn thẳng  $MN$  sao cho  $KM > KN$  ( $K \neq N$ ). Gọi  $I$  là điểm chính cung nhỏ  $MN$ . Đường thẳng  $IK$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $E$  ( $E \neq I$ ). Tiếp tuyến với đường tròn  $(O)$  tại điểm  $E$  cắt đường thẳng  $MN$  tại  $F$

a) Chứng minh  $\angle NKE = \angle IME$

b) Gọi  $P$  là điểm đối xứng với điểm  $K$  qua  $F$ . Đường thẳng  $PE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $Q$  ( $Q \neq E$ ). Chứng minh  $IQ$  là đường kính của đường tròn  $(O)$

**Câu 10.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$  ( $AB < AC$ ).  $D$  là điểm nằm trên cung nhỏ  $BC$  ( $D \neq B, DB < DC$ ). Lấy điểm  $E$  thuộc đoạn thẳng  $AD$  sao cho  $AE > ED$  ( $E \neq D$ ). Đường tròn đường kính  $ED$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $F$  ( $F \neq D, F \neq B, F \neq C$ ). Đường thẳng  $DO$  và  $AF$  cắt đường tròn đường kính  $ED$  lần lượt tại các điểm  $M, N$  ( $M \neq D, N \neq F$ ). Kẻ đường kính  $DK$  của đường tròn  $(O)$ . Chứng minh:

a) Bốn điểm  $A, E, M, K$  cùng thuộc một đường tròn

b)  $\triangle NAD = \triangle MAD$

## ĐÁP ÁN

**Câu 1.** Cho hàm số bậc nhất  $y = 2021x + 2022$ . Hàm số đã cho là đồng biến hay nghịch biến trên  $\mathbb{R}$ ? Vì sao?

Hàm số  $y = 2021x + 2022$  có  $a = 2021 > 0$  nên hàm số  $y = 2021x + 2022$  đồng biến trên  $\mathbb{R}$

**Câu 2. Không dùng máy tính cầm tay, giải phương trình  $3x^2 - 4x + 1 = 0$**

Phương trình  $3x^2 - 4x + 1 = 0$  có dạng  $a + b + c = 3 - 4 + 1 = 0$  nên có hai nghiệm phân biệt :

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$$

**Câu 3. Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{20} - 2 - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$**

Ta có :

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{20} - 2 - \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} = \sqrt{4 \cdot 5} - 2 - |\sqrt{5} - 2| \\ &= 2\sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} + 2 = \sqrt{5} \end{aligned}$$

**Câu 4. Không dùng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình  $\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases}$**

Ta có :

$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ x + 3y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 - 2y \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (-1; -1)$

**Câu 5.**

**a) Rút gọn biểu thức B**

ĐKXD:  $x > 0$

$$\begin{aligned} B &= \frac{x-6}{x+3\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}+3} = \frac{x-6 - (\sqrt{x}+3) + \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x-6-\sqrt{x}-3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} = \frac{x-9}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} = \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}$$

**b) Tìm giá trị của  $x$  để  $B = -2$**

Điều kiện :  $x > 0$ . Ta có  $B = -2$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}} = -2 \Leftrightarrow \sqrt{x}-3 = -2\sqrt{x} \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 1 \Leftrightarrow x = 1(tm)$$

Vậy  $x = 1$  thì  $B = -2$

**Câu 6. Một nhóm học sinh dự định là 360 chiếc mũ chắn giọt bắn trong một thời gian nhất định để ủng hộ các địa phương trong công tác phòng, chống dịch COVID-19.**

**Thực tế, mỗi ngày nhóm học sinh làm vượt mức 12 chiếc mũ so với dự định. Vì vậy, nhóm đã làm xong trước thời gian dự định 2 ngày và làm thêm được 4 chiếc mũ. Hỏi theo dự định, mỗi ngày nhóm học sinh làm được bao nhiêu chiếc mũ ?**

Gọi số chiếc mũ mỗi ngày nhóm học sinh dự định là  $x$  (chiếc) ( $x \in \mathbb{N}^*, x < 360$ )

$\Rightarrow$  Thời gian dự định nhóm học sinh làm xong 360 chiếc mũ :  $\frac{360}{x}$  (ngày)

Thực tế mỗi ngày, nhóm học sinh làm được số chiếc mũ :  $x + 12$  (chiếc)

$\Rightarrow$  Thời gian thực tế nhóm học sinh hoàn thành 364 chiếc mũ là  $\frac{364}{x+12}$  (ngày)

Nhóm học sinh đã hoàn thành xong trước dự định 2 ngày nên ta có phương trình

$$\frac{360}{x} - \frac{364}{x+12} = 2 \Leftrightarrow \frac{180}{x} - \frac{182}{x+12} = 1$$

$$\Leftrightarrow 180x + 2160 - 182x = x^2 + 12x$$

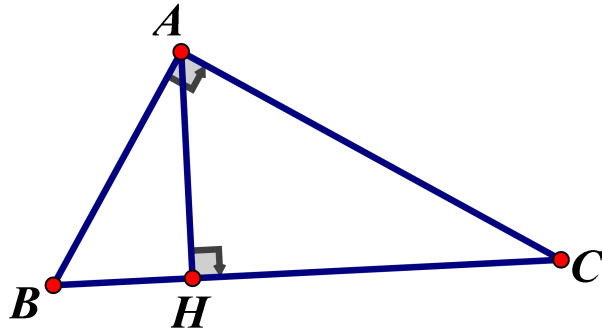
$$\Leftrightarrow x^2 + 14x - 2160 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40(tm) \\ x = -54(ktm) \end{cases}$$

Vậy theo dự định mỗi ngày làm được 40 chiếc mũ

**Câu 7. Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $BC = 10cm$  và**

**$\sin \angle ACB = \frac{3}{5}$ . Tính độ dài các đoạn thẳng  $AB, AC$  và  $AH$**





Xét  $\Delta ABC$  vuông tại A ta có :

$$\sin \angle ACB = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AB = BC \cdot \sin \angle ACB = 10 \cdot \frac{3}{5} = 6(\text{cm})$$

Áp dụng định lý Pytago cho  $\Delta ABC$  vuông tại A, ta có :

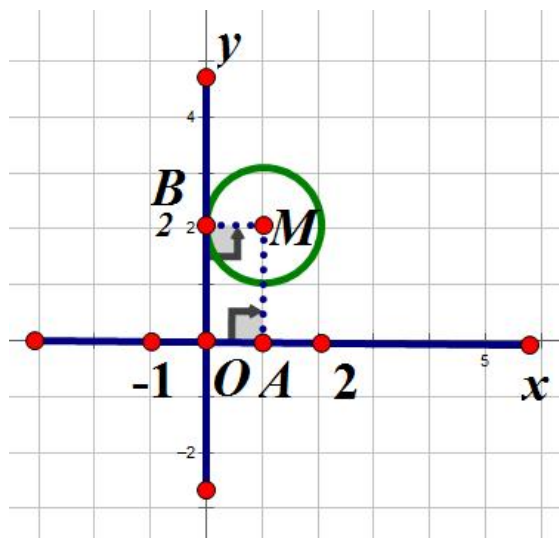
$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC^2 = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$$

Áp dụng hệ thức lượng cho  $\Delta ABC$  vuông tại A có đường cao  $AH$  ta có :

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8(\text{cm})$$

Vậy  $AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm}, AH = 4,8\text{cm}$

**Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $M(1;2)$ . Xác định vị trí tương đối của đường tròn và các trục tọa độ.**



Gọi R là bán kính đường tròn  $(M;1) \Rightarrow R = 1$

Gọi  $A, B$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên các trục tọa độ  $Ox, Oy$

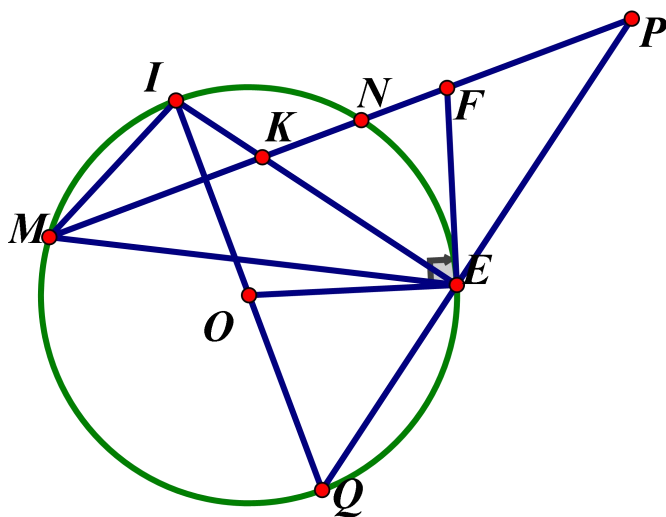
Ta có :

$$\begin{cases} BM \perp OB \\ MA \perp OA \Rightarrow OAMB \text{ là hình chữ nhật (dấu hiệu nhận biết)} \\ OA \perp OB \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} MB = OA = 1 = R \\ MA = BO = 2 > R \end{cases}$$

$\Rightarrow Oy$  tiếp xúc với  $(M;1)$  và  $Ox$  không cắt đường tròn  $(M;1)$

**Câu 9.** Cho đường tròn  $(O)$  và dây cung  $MN$  ( $MN$  không phải là đường kính). Lấy điểm  $K$  thuộc đoạn thẳng  $MN$  sao cho  $KM > KN$  ( $K \neq N$ ). Gọi  $I$  là điểm chính cung nhỏ  $MN$ . Đường thẳng  $IK$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $E$  ( $E \neq I$ ). Tiếp tuyến với đường tròn  $(O)$  tại điểm  $E$  cắt đường thẳng  $MN$  tại  $F$



**a) Chứng minh  $\angle NKE = \angle IME$**

Ta có :  $\angle NKE = \angle IEM + \angle EMN$  (tính chất góc ngoài tam giác  $EMK$ )

$$\angle IME = \angle IMN + \angle EMN$$

Ta có :  $\angle IEM = \angle INM$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $MI$ )

Lại có  $I$  là điểm chính giữa cung  $MN \Rightarrow IM = IN$  (hai cung bằng nhau chắn hai dây bằng nhau)

$\Rightarrow \triangle IMN$  là tam giác cân tại  $I \Rightarrow \angle IMN = \angle INM$  (tính chất tam giác cân)

Suy ra  $\angle NKE = \angle IME$

b) Gọi  $P$  là điểm đối xứng với điểm  $K$  qua  $F$ . Đường thẳng  $PE$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $Q (Q \neq E)$ . Chứng minh  $IQ$  là đường kính của đường tròn  $(O)$

Ta có :  $\angle FKE = \angle IEM + \angle NME$  (tính chất góc ngoài tam giác )  
 $\angle FEK = \angle NEI + \angle FEN$

Mà  $\angle FEN = \angle NME$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn cung  $NE$ )

Trong  $(O)$  có  $\angle IEM = \angle IEN$  (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Suy ra  $\angle FEK = \angle FKE \Rightarrow \triangle FEK$  cân tại  $F \Rightarrow FE = FK$  (tính chất tam giác cân)

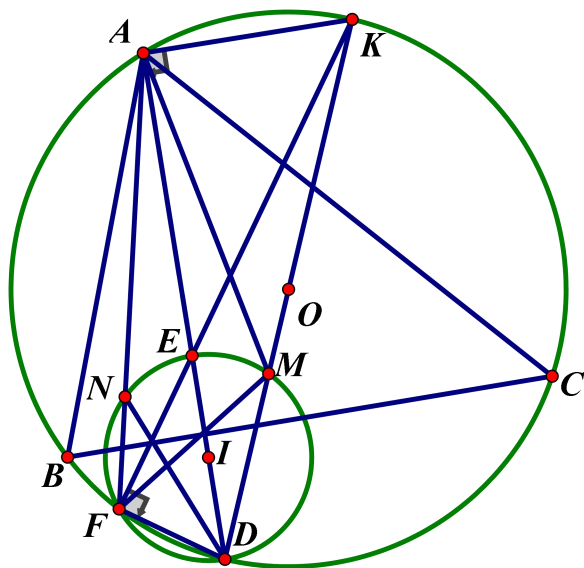
Mặt khác  $FK = FP$  (gt) nên  $FE = FK = FP = \frac{1}{2}PK$

Tam giác  $EKP$  có  $FE = FK = FP = \frac{1}{2}PK \Rightarrow \triangle EKP$  vuông tại  $E$

Suy ra  $EK \perp EP$  hay  $EI \perp PQ$ , suy ra  $\angle IEQ = 90^\circ$  nên là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn

Vậy  $IQ$  là đường kính của đường tròn  $(O)$

**Câu 10.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$  ( $AB < AC$ ).  $D$  là điểm nằm trên cung nhỏ  $BC$  ( $D \neq B, DB < DC$ ). Lấy điểm  $E$  thuộc đoạn thẳng  $AD$  sao cho  $AE > ED$  ( $E \neq D$ ). Đường tròn đường kính  $ED$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm  $F$  ( $F \neq D, F \neq B, F \neq C$ ). Đường thẳng  $DO$  và  $AF$  cắt đường tròn đường kính  $ED$  lần lượt tại các điểm  $M, N$  ( $M \neq D, N \neq F$ ). Kẻ đường kính  $DK$  của đường tròn  $(O)$ . Chứng minh :



**a) Bốn điểm  $A, E, M, K$  cùng thuộc một đường tròn**

Xét đường tròn đường kính  $ED$

Ta có :  $\angle EMD = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow \angle EMK = 90^\circ$

Xét (O) có :  $\angle DAK = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn )

Xét tứ giác  $AEMK$  có  $\angle DAK + \angle EMK = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow$  Tứ giác  $AEMK$  nội tiếp hay bốn điểm  $A, E, M, K$  cùng thuộc một đường tròn

**b)  $\triangle NAD = \triangle MAD$**

Trong (O) có  $\angle DFK = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow FK \perp FD$  (1)

Trong đường tròn đường kính  $ED$  có  $\angle DFE = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow FE \perp FD$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow F, E, K$  thẳng hàng

Ta có tứ giác  $AEMK$  nội tiếp nên  $\angle EAM = \angle EKM$

Trong (O) ta lại có  $\angle EKM = \angle FAD = \frac{1}{2}sd\widehat{FD} \Rightarrow \angle EAM = \angle FAD$

Hay  $\angle DAM = \angle NAD$

Xét đường tròn đường kính  $ED$  ta có :  $\angle NFE = \angle NDE = \frac{1}{2}sd\widehat{NE}$

Trong (O) có  $\angle NFE = \angle EDM = \frac{1}{2}sd\widehat{AK}$

$\Rightarrow \angle NDE = \angle EDM$  hay  $\angle NDA = \angle ADM$

Xét  $\triangle NAD$  và  $\triangle MAD$  có :  $\angle DAM = \angle NAD, \angle NDA = \angle ADM$  và cạnh  $AD$  chung  
 $\Rightarrow \triangle NAD = \triangle MAD$  (g.c.g)

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**Môn thi: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**Câu I. (2,0 điểm)**

Cho biểu thức 
$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+5}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x-5}} - \frac{3x+25}{x-25} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 25 \end{cases}$$

- 1) Rút gọn biểu thức  $P$
- 2) Tìm các giá trị của  $x$  để  $P = \frac{5}{7}$

**Câu II. (2,0 điểm)**

- 1) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường thẳng  $(d)$  có phương trình  $y = (2m + 1)x + m$  ( $m$  là tham số). Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  đi qua  $A(1;5)$
- 2) Giải hệ phương trình : 
$$\begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$$

**Câu III. (2,0 điểm)**

- 1) Giải phương trình  $x^2 - 6x + 5 = 0$
- 2) Cho phương trình  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$  ( $m$  là tham số). Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn hệ thức  $x_1^4 - x_1^3 = x_2^4 - x_2^3$

**Câu IV. (3,0 điểm)**

Cho tam giác nhọn  $ABC$  nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Các đường cao  $AD, BE, CF$  ( $D$  thuộc  $BC, E$  thuộc  $AC, F$  thuộc  $AB$ ) của tam giác cắt nhau tại  $H$ ,  $M$  là trung điểm của cạnh  $BC$

- 1) Chứng minh  $AEHF$  là tứ giác nội tiếp
- 2) Chứng minh các đường thẳng  $ME, MF$  là các tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $AEHF$
- 3) Chứng minh  $DE + DF \leq BC$

**Câu V. (1,0 điểm)** Cho ba số thực  $x, y, z$  thay đổi thỏa mãn các điều kiện

$x > \frac{1}{4}; y > \frac{1}{3}, z > \frac{1}{2}$  và  $\frac{4}{4x+3} + \frac{3}{3y+2} + \frac{z}{2z+1} \geq 2$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$Q = (4x - 1)(3y - 1)(2z - 1)$$

## ĐÁP ÁN

### Câu I.

#### 1) Rút gọn biểu thức $P$

Với  $x \geq 0, x \neq 25$  ta có :

$$\begin{aligned} P &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+5}} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x-5}} - \frac{3x+25}{x-25} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x-5}) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x+5}) - 3x - 25}{(\sqrt{x+5})(\sqrt{x-5})} \\ &= \frac{x - 5\sqrt{x} + 2x + 10\sqrt{x} - 3x - 25}{(\sqrt{x+5})(\sqrt{x-5})} = \frac{5\sqrt{x} - 25}{(\sqrt{x+5})(\sqrt{x-5})} \\ &= \frac{5(\sqrt{x} - 5)}{(\sqrt{x+5})(\sqrt{x-5})} = \frac{5}{\sqrt{x+5}} \end{aligned}$$

Vậy  $P = \frac{5}{\sqrt{x+5}}$  với  $x \geq 0, x \neq 25$

#### 2) Tìm các giá trị của $x$ để $P = \frac{5}{7}$

$$P = \frac{5}{7} \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x+5}} = \frac{5}{7} \Rightarrow \sqrt{x+5} = 7 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4(tm)$$

Vậy  $x = 4$  thỏa mãn yêu cầu bài toán

### Câu II.

#### 1) Tìm $m$ để đường thẳng $(d)$ đi qua điểm $A(1;5)$

Vì  $A(1;5) \in d$  nên thay tọa độ điểm  $A$  vào phương trình đường thẳng  $(d)$  ta có :

$$5 = (2m+1).1 + m \Leftrightarrow 3m+1 = 5 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$$

Vậy  $m = \frac{4}{3}$

#### 2) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 4x - y = 7 \end{cases}$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 4x + 3y = 11 \\ 4x - y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - y = 7 \\ 4y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(x; y) = (2; 1)$

### Câu III.

1) **Giải phương trình** :  $x^2 - 6x + 5 = 0$

Ta có:  $\Delta = (-6)^2 - 4.1.5 = 16 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{6 + \sqrt{16}}{2} = 5 \\ x_2 = \frac{6 - \sqrt{16}}{2} = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{1; 5\}$

2) **Cho phương trình**  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$  ( $m$  là tham số). **Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn hệ thức  $x_1^4 - x_1^3 = x_2^4 - x_2^3$**

Phương trình  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$  có  $\Delta' = 1 - m + 1 = 2 - m$

Phương trình đã cho có nghiệm  $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2 - m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq 2$

Khi đó, theo định lý *Vi - et* ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases} \quad (1)$

Do  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$  nên ta có :

$$\begin{cases} x_1^2 = 2x_1 - m + 1 \\ x_2^2 = 2x_2 - m + 1 \end{cases} \text{ Theo bài ra ta có :}$$

$$x_1^4 - x_1^3 = x_2^4 - x_2^3 \Leftrightarrow x_1^4 - x_2^4 - (x_1^3 - x_2^3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1^2 + x_2^2)(x_1^2 - x_2^2) - (x_1 - x_2)(x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow [2(x_1 + x_2) - 2m + 2](2x_1 - m + 1 - 2x_2 + m - 1)$$

$$- (x_1 - x_2)[2(x_1 + x_2) - 2m + 2 + m - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow [2.2 - 2m + 2].2(x_1 - x_2) - (x_1 - x_2).[2.2 - m + 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)[2(6 - 2m) - 5 + m] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 - x_2)(3m + 7) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ m = \frac{7}{3} (k \cdot m) \end{cases}$$

Thay  $x_1 = x_2$  vào (1) ta được  $\begin{cases} 2x_1 = 2 \\ x_1^2 = m - 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2 (tm)$

Vậy  $m = 2$

### Câu IV.

### 1) Chứng minh $AEHF$ là tứ giác nội tiếp

Xét tứ giác  $AEHF$  có  $\angle AFH + \angle AEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này đối diện nhau trong tứ giác  $AEHF$  nên tứ giác  $AEHF$  là tứ giác nội tiếp trong đường tròn tâm  $I$  đường kính  $AH$

### 2) Chứng minh các đường thẳng $ME, MF$ là các tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AH \Rightarrow I$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $AEHF$

$\Rightarrow IH = IF \Rightarrow \triangle IHF$  cân tại  $I \Rightarrow \angle IFH = \angle IHF$  (tính chất tam giác cân)

Mà  $\angle IHF = \angle DHC$  (đối đỉnh)  $\Rightarrow \angle IFH = \angle DHC$  (1)

Do  $\triangle BFC$  vuông tại  $F$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$  nên  $MF = \frac{1}{2}BC = MC$  (định lý đường

trung tuyến trong tam giác vuông)  $\Rightarrow \triangle MFC$  cân tại  $M$

$\Rightarrow \angle MFH = \angle MCF$  (2)

Cộng (1) với (2) ta được:  $\angle MFH + \angle IFH = \angle DHC + \angle MCF = 90^\circ$

(Do tam giác  $CDH$  vuông tại  $D$ )

Suy ra  $\angle MFI = 90^\circ \Rightarrow IF \perp MF$

Vậy  $MF$  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $AEHF$

Chứng minh tương tự ta được  $ME$  là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tứ giác  $AEHF$

### 3) Chứng minh $DE + DF \leq BC$

Giả sử  $DE + DF \leq BC \Leftrightarrow (DE + DF).BC \leq BC^2 \Leftrightarrow DE.BC + DF.BC \leq BC^2$

Để dàng chứng minh được các tứ giác  $ACDF, ABDE$  là các tứ giác nội tiếp nên ta có:

$$BC^2 = (BD + CD).BC = BD.BC + CB.CD = BF.BA + CE.CA$$

Xét  $\triangle BDF$  và  $\triangle BAC$  có :

$\angle ABC$  chung,  $\angle BFD = \angle BCA$  (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp  $ACDF$ )

$$\Rightarrow \triangle BDF \sim \triangle BAC (g.g) \Rightarrow \frac{DF}{AC} = \frac{BF}{BC} \Rightarrow DF.BC = AC.BF \quad (1)$$

Chứng minh tương tự ta có  $\triangle CDE \sim \triangle CAB (g.g)$

$$\Rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{CE}{BC} \Rightarrow DE.BC = AB.CE \quad (2). \text{ Cộng vế theo vế của (1) và (2), ta có:}$$

$$DF.BC + DE.BC = AC.BF + AB.CE$$

$$\Rightarrow (DE + DF).BC = AC.BF + AB.CE$$

$$\text{Vì } (DE + DF).BC \leq BC^2$$



$$\Rightarrow AC \cdot BF + AB \cdot CE \leq BF \cdot BA + CE \cdot CA$$

$$\Rightarrow BF \cdot BA + CE \cdot CA - AC \cdot BF - AB \cdot CE \geq 0$$

$$\Leftrightarrow AC \cdot (CE - BF) + AB \cdot (BF - CE) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (CE - BF)(AC - AB) \geq 0 (*)$$

Không mất tính tổng quát, ta giả sử  $AC \geq AB$ , khi đó ta cần chứng minh  $CE - BF \geq 0 \Leftrightarrow CE \geq BF$

$$\text{Áp dụng định lý Pytago ta có : } \begin{cases} CE^2 = BC^2 - BE^2 \\ BF^2 = BC^2 - CF^2 \end{cases}$$

$$\text{Mà } \begin{cases} 2S_{ABC} = BE \cdot AC = CF \cdot AB \\ AB \leq AC \end{cases} \Leftrightarrow BE \leq CF$$

$$\Rightarrow CE^2 \geq BF^2 \Rightarrow CE \geq BF \Rightarrow (*) \text{ đúng nên giả sử ban đầu là đúng}$$

$$\text{Vậy } DE + DF \leq BC$$

**Câu V. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $Q = (4x - 1)(3y - 1)(2z - 1)$**

Ta có :

$$\frac{4}{4x+3} + \frac{3}{3y+2} + \frac{2}{2z+1} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{4}{4x+3} \geq \left(1 - \frac{3}{3y+2}\right) + \left(1 - \frac{2}{2z+1}\right)$$

$$\frac{4}{4x+3} \geq \frac{3y-1}{3y+2} + \frac{2z-1}{2z+1} \Leftrightarrow \frac{4}{4x+3} \geq 2 \sqrt{\frac{3y-1}{3y+2} \cdot \frac{2z-1}{2z+1}} \text{ (BDT Co-si)}$$

Chứng minh tương tự :

$$\frac{3}{3y+2} \geq 2 \sqrt{\frac{4x-1}{4x+3} \cdot \frac{2z-1}{2z+1}}; \quad \frac{2}{2z+1} \geq 2 \sqrt{\frac{4x-1}{4x+3} \cdot \frac{3y-1}{3y+2}}$$

Nhân vế theo vế 3 BDT trên ta được:

$$\frac{4}{4x+3} \cdot \frac{3}{3y+2} \cdot \frac{2}{2z+1} \geq 2 \sqrt{\frac{3y-1}{3y+2} \cdot \frac{2z-1}{2z+1}} \cdot 2 \sqrt{\frac{4x-1}{4x+3} \cdot \frac{2z-1}{2z+1}} \cdot 2 \sqrt{\frac{4x-1}{4x+3} \cdot \frac{3y-1}{3y+2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{4x+3} \cdot \frac{3}{3y+2} \cdot \frac{2}{2z+1} \geq 8 \cdot \frac{4x-1}{4x+3} \cdot \frac{3y-1}{3y+2} \cdot \frac{2z-1}{2z+1}$$

$$\Leftrightarrow 24 \geq 8Q \Leftrightarrow Q \leq 3$$

$$\text{Vậy } Q_{\max} = 3 \Leftrightarrow (x; y; z) = \left( \frac{3}{4}; \frac{5}{6}; 1 \right)$$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

Môn thi: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**Câu 1. (1,5 điểm)**

- Tìm số  $x$  không âm, biết  $\sqrt{x} = 2$
- Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức  $A = \sqrt{4.5} - \sqrt{9.5} + \sqrt{5}$
- Rút gọn biểu thức  $P = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$  với  $x > 0, y > 0$

**Câu 2. (1,5 điểm)**

- Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình : 
$$\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$$
- Viết phương trình đường thẳng  $(d): y = ax + b (a \neq 0)$ , biết rằng đường thẳng  $(d)$  song song với đường thẳng  $(d'): y = 2x - 1$  và đi qua điểm  $M(2; -3)$

**Câu 3. (1,0 điểm)** Để phục vụ công tác phòng chống dịch COVID-19, một công ty A lên kế hoạch trong một thời gian quy định làm 20000 tấm chắn bảo hộ để tặng các chốt chống dịch. Do ý thức khẩn trương trong công tác hỗ trợ chống dịch và nhờ cải tiến quy trình làm việc nên mỗi ngày công ty A làm được nhiều hơn 300 tấm so với kế hoạch ban đầu. Vì thế, công ty A đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn đúng một ngày so với thời gian quy định và làm được nhiều hơn 700 tấm so với kế hoạch ban đầu. Biết rằng số tấm làm trong mỗi ngày là bằng nhau và nguyên cái. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, mỗi ngày công ty A cần làm bao nhiêu tấm chắn bảo hộ ?

**Câu 4. (2,0 điểm)**

Cho phương trình  $x^2 - 3x + m = 0(1)$  ( $x$  là ẩn số)

- Giải phương trình (1) khi  $m = 2$
- Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có nghiệm
- Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có nghiệm  $x_1, x_2$  thỏa mãn đẳng thức

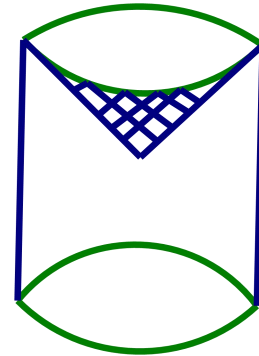
$$x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 - 2x_1^2 x_2^2 = 5$$

**Câu 5.** Cho ba điểm  $A, B, C$  phân biệt, cố định và thẳng hàng sao cho  $B$  nằm giữa  $A$  và  $C$ . Vẽ nửa đường tròn tâm  $O$  đường kính  $BC$ . Từ  $A$  kẻ tiếp tuyến  $AM$  đến nửa đường tròn  $(O)$ , ( $M$  là tiếp điểm). Trên cung  $MC$  lấy điểm  $E$  ( $E$  không trùng  $M$  và  $C$ ), đường thẳng  $AE$  cắt nửa đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai là  $F$  ( $F \neq E$ ). Gọi  $I$  là trung điểm của đoạn thẳng  $EF$  và  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $M$  lên đường thẳng  $BC$ . Chứng minh :

- a) Tứ giác  $AMIO$  nội tiếp
- b) Hai tam giác  $OFH$  và  $OAF$  đồng dạng với nhau
- c) Trọng tâm  $G$  của tam giác  $OEF$  luôn nằm trên đường tròn cố định khi điểm  $E$  thay đổi trên cung  $MC$

**Câu 6.**

Một khúc gỗ đặc có dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy là  $10\text{cm}$ , chiều cao bằng  $20\text{cm}$ , người ta tiện bỏ bên trong khúc gỗ một vật dạng hình nón có bán kính hình tròn đáy là  $10\text{cm}$ , chiều cao bằng một nửa chiều cao của khúc gỗ (như hình vẽ bên). Tính thể tích phần khúc gỗ còn lại.



**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

- a) **Tìm số  $x$  không âm, biết  $\sqrt{x} = 2$**

Với  $x \geq 0$ , ta có :  $\sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 2^2 = 4$  (tmdk)

Vậy  $x = 4$

- b) **Không sử dụng máy tính cầm tay, tính giá trị của biểu thức**

$$A = \sqrt{4.5} - \sqrt{9.5} + \sqrt{5}$$

Ta có :

$$A = \sqrt{4.5} - \sqrt{9.5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \sqrt{5} = 0$$

- c) **Rút gọn biểu thức  $P = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$  với  $x > 0, y > 0$**

$$P = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (x - 2\sqrt{xy} + y)$$

$$= x - \sqrt{xy} + y - x + 2\sqrt{xy} - y = \sqrt{xy}$$

**Câu 2.**

- a) **Không sử dụng máy tính cầm tay, giải hệ phương trình**  $\begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} 3x + y = 1 \\ x - 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 2y = 2 \\ x - 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = 1 - 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (1; -2)$

**b) Viết phương trình đường thẳng  $(d): y = ax + b (a \neq 0)$ , biết rằng đường thẳng  $(d)$  song song với đường thẳng  $(d'): y = 2x - 1$  và đi qua điểm  $M(2; -3)$**

$(d)$  song song với đường thẳng  $(d')$  nên  $\begin{cases} a = 2 \\ b \neq -1 \end{cases}$ . Thay vào  $(d)$  ta được :

$$(d): y = 2x + b (b \neq -1)$$

$(d)$  đi qua điểm  $M(2; -3)$  nên ta có :

$$-3 = 2 \cdot 2 + b \Leftrightarrow -3 = 4 + b \Leftrightarrow b = -7 (tm)$$

Vậy phương trình đường thẳng của  $(d)$  cần tìm là :  $y = 2x - 7$

**Câu 3. Để phục vụ công tác phòng chống dịch COVID-19, một công ty A lên kế hoạch trong một thời gian quy định làm 20000 tấm chắn bảo hộ để tặng các chốt chống dịch.**

**Do ý thức khẩn trương trong công tác hỗ trợ chống dịch và nhờ cải tiến quy trình làm việc nên mỗi ngày công ty A làm được nhiều hơn 300 tấm so với kế hoạch ban đầu. Vì thế, công ty A đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn đúng một ngày so với thời gian quy định và làm được nhiều hơn 700 tấm so với kế hoạch ban đầu. Biết rằng số tấm làm trong mỗi ngày là bằng nhau và nguyên cái. Hỏi theo kế hoạch ban đầu, mỗi ngày công ty A cần làm bao nhiêu tấm chắn bảo hộ ?**

Gọi số tấm chắn mà công ty A cần làm trong một ngày theo kế hoạch là  $x (x \in \mathbb{N}^*)$  (tấm)

Số ngày để hoàn thành 20000 tấm theo kế hoạch là  $\frac{20000}{x}$  (ngày)

Thực tế: số tấm chắn mà công ty A làm trong một ngày là  $x + 300$  (tấm chắn)

Tổng số tấm chắn mà công ty A làm theo thực tế là 20700 (tấm chắn)

Thời gian thực tế hoàn thành 20700 tấm chắn là  $\frac{20700}{x + 300}$  (ngày)

Thực tế công ty A hoàn thành công việc sớm hơn dự định là 1 ngày nên ta có phương trình :

$$\frac{20000}{x} - \frac{20700}{x + 300} = 1$$

$$\Leftrightarrow 20000(x + 300) - 20700x = x(x + 300)$$

$$\Leftrightarrow 20000x + 6000000 - 20700x = x^2 + 300x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1000x - 6000000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3000 (tm) \\ x = -2000 (ktm) \end{cases}$$

Vậy số tấm chắn mà công ty A thực tế làm trong 1 ngày là 2000 tấm chắn

**Câu 4.**

**Cho phương trình :  $x^2 - 3x + m = 0(1)$  ( $x$  là ẩn số)**

**a) Giải phương trình (1) khi  $m = 2$**

Khi  $m = 2$ , phương trình (1) trở thành :  $x^2 - 3x + 2 = 0$

Ta có  $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = 2 \end{cases}$$

Vậy khi  $m = 2$  thì tập nghiệm của phương trình là  $S = \{1; 2\}$

**b) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có nghiệm**

Để phương trình (1) có nghiệm thì  $\Delta \geq 0 \Leftrightarrow 3^2 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{9}{4}$

Vậy để phương trình (1) có nghiệm thì  $m \leq \frac{9}{4}$

**c) Tìm các giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1; x_2$  thỏa mãn đẳng thức  $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3 - 2x_1^2 x_2^2 = 5$**

Với  $m \leq \frac{9}{4}$ , phương trình có hai nghiệm  $x_1; x_2$

Khi đó, áp dụng hệ thức Vi – et ta có :  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$

$$x_2^3 x_1 + x_1 x_2^3 - 2x_1^2 x_2^2 = 5 \Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1^2 + x_2^2) - 2(x_1 x_2)^2 = 5$$

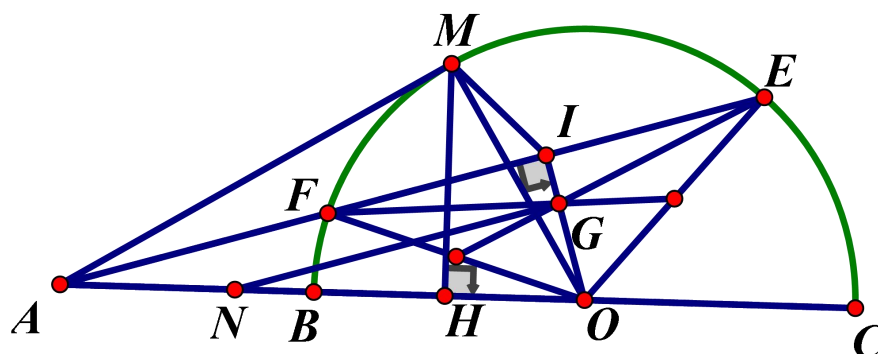
$$\Leftrightarrow x_1 x_2 [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] - 2(x_1 x_2)^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow x_1 x_2 (x_1 + x_2)^2 - 4(x_1 x_2)^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow m \cdot 3^2 - 4m^2 = 5 \Leftrightarrow 5m^2 = 5 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases} (tm)$$

Vậy  $m \in \{1; -1\}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán

**Câu 5.**



**a) Tứ giác  $AMIO$  nội tiếp**

Ta có  $I$  là trung điểm của  $EF$  nên  $OI \perp EF$  (quan hệ vuông góc giữa đường kính – dây cung)  $\Rightarrow \angle AIO = 90^\circ$

Mà  $AM$  là tiếp tuyến của nửa đường tròn  $(O)$  nên  $AM \perp OM$  (định nghĩa)

$$\Rightarrow \angle AMO = 90^\circ$$

$\Rightarrow \angle AMO = \angle AIO = 90^\circ \Rightarrow AMIO$  nội tiếp đường kính  $OA$  (tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn  $OA$  dưới các góc bằng  $90^\circ$ )

**b) Hai tam giác  $OFH$  và  $OAF$  đồng dạng với nhau**

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác  $AMO$  vuông tại  $M$ , có  $MH$  là đường cao ta có :

$$OM^2 = OH.OA$$

$$\text{Mà } OM = OF \Rightarrow OF^2 = OH.OA \Rightarrow \frac{OH}{OF} = \frac{OF}{OA}$$

Xét  $\triangle OFH$  và  $\triangle OAF$  ta có :  $\angle FOA$  chung,  $\frac{OH}{OF} = \frac{OF}{OA}$  (cmt)

$$\Rightarrow \triangle OFH \sim \triangle OAF (c.g.c) (dfcm)$$

**c) Trọng tâm  $G$  của tam giác  $OEF$  luôn nằm trên một đường tròn cố định khi điểm  $E$  thay đổi trên cung  $MC$**

Gọi  $N \in OA$  sao cho  $\frac{ON}{OA} = \frac{2}{3}$ , khi đó ta có :  $\frac{ON}{OA} = \frac{OG}{OI} = \frac{2}{3} \Rightarrow NG \parallel IA$  (định lý Ta-let đảo)

Mà  $AI \perp OI$  (do  $OI \perp EF$ )  $\Rightarrow NG \perp OI$  tại  $G \Rightarrow \angle OGN = 90^\circ$

$\Rightarrow G$  thuộc đường tròn đường kính  $ON$

Vì  $A, B, C$  cố định nên  $O$  cố định nên  $OA$  không đổi

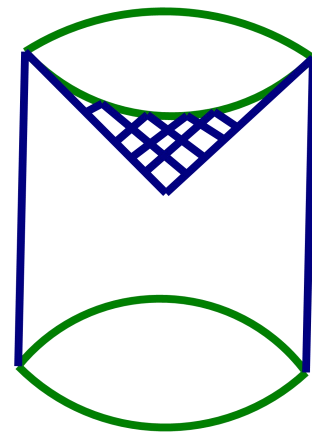
$\Rightarrow ON$  không đổi nên  $N$  cố định

$\Rightarrow$  Đường tròn đường kính  $ON$  cố định

Vậy khi điểm  $E$  thay đổi trên cung  $MC$  thì trọng tâm của tam giác  $OEF$  luôn nằm trên một đường tròn cố định là đường tròn đường kính  $ON$  với  $ON = \frac{2}{3}OA$

### Câu 6.

Một khúc gỗ đặc có dạng hình trụ, bán kính đường tròn đáy là  $10\text{cm}$ , chiều cao bằng  $20\text{cm}$ , người ta tiện bỏ bên trong khúc gỗ một vật dạng hình nón có bán kính hình tròn đáy là  $10\text{cm}$ , chiều cao bằng một nửa chiều cao của khúc gỗ (như hình vẽ bên). Tính thể tích phần khúc gỗ còn lại .



Thể tích ban đầu của khúc gỗ là  $V_1 = \pi.10^2.20 = 200\pi (\text{cm}^3)$

Thể tích khối gỗ hình nón bị tiện bỏ là :  $V_2 = \frac{1}{3}\pi.10^2.10 = \frac{1000}{3}\pi (\text{cm}^3)$

Vậy thể tích phần khúc gỗ còn lại là :

$$V = V_1 - V_2 = 2000\pi - \frac{1000}{3}\pi = \frac{5000}{3}\pi \approx 5236 (\text{cm}^3)$$

**Câu 1. (1,5 điểm)**

- a) Tính giá trị của biểu thức  $A = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$
- b) Giải phương trình :  $3x^2 - 14x - 5 = 0$
- c) Giải hệ phương trình :  $\begin{cases} 4x + 3y = 25 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$

**Câu 2. (1,5 điểm)** Cho đường thẳng  $(d)$  có phương trình  $y = (m^2 - 2m + 4)x + 3$ 

- a) Vẽ đường thẳng  $(d)$  khi  $m = 1$
- b) Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  song song với đường thẳng  $y = 4x + m + 1$
- c) Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn nhất

**Câu 3. (1,0 điểm)** Một xe máy và một xe ô tô cùng khởi hành đi từ  $A$  đến  $B$ . Xe máy đi với vận tốc  $40\text{km/h}$ , xe ô tô đi với vận tốc  $60\text{km/h}$ . Sau khi mỗi xe đi được  $\frac{1}{2}$  quãng đường thì xe ô tô nghỉ 40 phút rồi chạy tiếp đến  $B$ ; xe máy trên  $\frac{1}{2}$  quãng đường còn lại đã tăng vận tốc thêm  $10\text{km/h}$  nhưng vẫn chậm hơn xe ô tô  $\frac{1}{2}$  giờ. Hãy tính quãng đường  $AB$ ?

**Câu 4. (2,0 điểm)** Cho phương trình  $x^2 - 2(a-1)x + 2a - 5 = 0$  (1)

- a) Chứng minh rằng, phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi giá trị của  $a$
- b) Tìm giá trị của  $a$  để phương trình (1) có 2 nghiệm thỏa mãn điều kiện  $x_1^2 + x_2^2 = 6$
- c) Tìm hệ thức liên hệ giữa  $x_1, x_2$  không phụ thuộc vào  $a$

**Câu 5. (3,0 điểm)** Cho đường tròn  $(O; R)$ . Một cát tuyến  $xy$  cắt  $(O)$  tại  $E$  và  $F$ . Trên  $xy$  lấy điểm  $A$  nằm ngoài đoạn  $EF$ , vẽ hai tiếp tuyến  $AB$  và  $AC$  với  $(O)$ . Gọi  $H$  là trung điểm  $EF$

- a) Chứng tỏ 5 điểm  $A, B, C, O, H$  cùng nằm trên một đường tròn
- b) Đường thẳng  $BC$  cắt  $OA$  và  $OH$  lần lượt tại  $I$  và  $K$ . Chứng minh  $OI.OA = OH.OK = R^2$
- c) Chứng minh  $KE, KF$  là hai tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$

## ĐÁP ÁN

### Câu 1.

a) Tính giá trị của biểu thức  $A = \sqrt{7+4\sqrt{3}} - \sqrt{7-4\sqrt{3}}$

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{7+4\sqrt{3}} - \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{2^2 + 2 \cdot 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2} + \sqrt{2^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{(2+\sqrt{3})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4 \end{aligned}$$

Vậy  $A = 2\sqrt{3}$

b) Giải phương trình :  $3x^2 - 14x - 5 = 0$

Ta có:  $\Delta' = (-7)^2 - 3 \cdot (-5) = 64 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{7 + \sqrt{64}}{3} = 5 \\ x_2 = \frac{7 - \sqrt{64}}{3} = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm  $S = \left\{ 5; -\frac{1}{3} \right\}$

c) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} 4x + 3y = 25 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases}$

$$\text{Ta có : } \begin{cases} 4x + 3y = 25 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16x + 12y = 100 \\ 9x - 12y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x = 100 \\ y = \frac{3x}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (4; 3)$

### Câu 2.

a) Vẽ đường thẳng  $(d)$  khi  $m = 1$

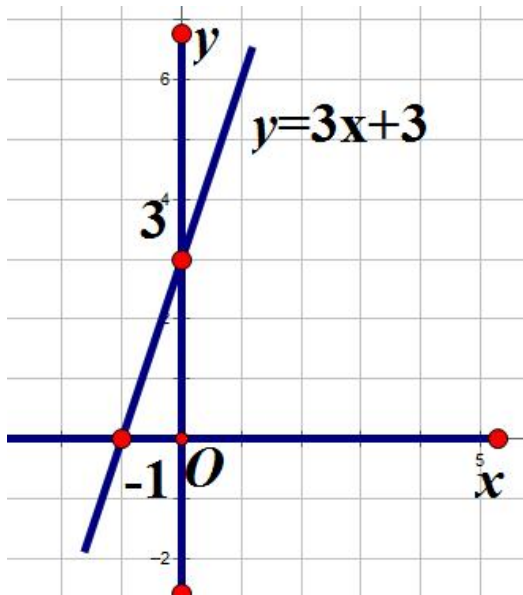
Với  $m = 1$  ta có  $(d): y = 3x + 3$

Ta có bảng giá trị

$x$	0	-1
$y = 3x + 3$	3	0

Vậy với  $m = 1$  thì đồ thị hàm số  $(d): y = 3x + 3$  là đường thẳng đi qua hai điểm  $(0; 3); (-1; 0)$





**b) Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  song song với đường thẳng  $y = 4x + m + 1$**

Đường thẳng  $(d): y = (m^2 - 2m + 4)x + 3$  song song với đường thẳng  $y = 4x + m + 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 4 = 4 \\ 3 \neq m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m = 0 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \Rightarrow m = 0 \\ m \neq 2 \end{cases}$$

Vậy  $m = 0$  thỏa mãn bài toán

**c) Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích lớn nhất**

Xét đường thẳng  $(d): y = (m^2 - 2m + 4)x + 3$

Ta có  $m^2 - 2m + 4 = m^2 - 2m + 1 + 3 = (m - 1)^2 + 3 > 0$  (với mọi  $m$ )

$\Rightarrow (d)$  là đường thẳng luôn cắt hai trục tọa độ với mọi  $m$

Gọi  $A, B$  lần lượt là giao điểm của  $(d)$  với  $Ox, Oy$

Với  $x = 0 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow B(0; 3)$

Với  $y = 0 \Rightarrow x = \frac{-3}{m^2 - 2m + 4} \Rightarrow A\left(-\frac{3}{m^2 - 2m + 4}; 0\right)$

Khi đó ta có: Tam giác tạo bởi đường thẳng  $(d)$  với hai trục tọa độ là  $\Delta OAB$

$$\begin{aligned} \Rightarrow S_{OAB} &= \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{3}{m^2 - 2m + 4} \right| \cdot 3 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{|(m-1)^2 + 3|} \cdot 3 = \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{(m-1)^2 + 3} \quad (\text{do } (m-1)^2 + 3 > 0 \forall m) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S_{OAB} \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow \frac{1}{(m-1)^2 + 3} \text{ lớn nhất} \Leftrightarrow (m-1)^2 + 3 \text{ nhỏ nhất}$$

Ta có:  $(m-1)^2 + 3 \geq 3$  (với mọi  $m$ )

Dấu "=" xảy ra  $\Leftrightarrow m-1=0 \Leftrightarrow m=1$

Vậy  $m=1$  thỏa mãn bài toán

### Câu 3.

Gọi độ dài quãng đường  $AB$  là  $x$  (km) ( $DK : x > 0$ )

$$\text{Đổi } 40 \text{ phút} = \frac{2}{3} h$$

Thời gian ô tô đi hết quãng đường  $AB$  (tính cả thời gian nghỉ) là  $\frac{x}{60} + \frac{2}{3}$  (h)

Thời gian xe máy đi  $\frac{1}{2}$  quãng đường đầu là:  $\frac{x}{2} : 40 = \frac{x}{80}$  (h)

Thời gian xe máy đi hết  $\frac{1}{2}$  quãng đường còn lại là:  $\frac{x}{2} : 50 = \frac{x}{100}$  (h)

Thời gian xe máy đi hết quãng đường  $AB$  là  $\frac{x}{80} + \frac{x}{100} = \frac{9x}{400}$  (h)

Vì xe máy vẫn đến B chậm hơn xe ô tô là  $\frac{1}{2}$  giờ nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{9x}{400} - \frac{1}{2} &= \frac{x}{60} + \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{9x}{400} - \frac{x}{60} = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{27x - 20x}{1200} &= \frac{7}{6} \Leftrightarrow \frac{7x}{1200} = \frac{7}{6} \Rightarrow x = 200 \text{ (tm)} \end{aligned}$$

Vậy độ dài quãng đường  $AB$  là  $200$  km

### Câu 4.

**a) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có 2 nghiệm với mọi giá trị của a**

$$\text{Ta có : } \Delta' = (a-1)^2 - 1 \cdot (2a-5) = a^2 - 2a + 1 - 2a + 5 = a^2 - 4a + 6 = (a-2)^2 + 2 > 0$$

Vậy phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi a

**b) Tìm giá trị của a để phương trình (1) có hai nghiệm thỏa  $x_1^2 + x_2^2 = 6$**

Theo câu a, phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi a

$$\text{Áp dụng hệ thức Vi - et, ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2a - 2 & (1) \\ x_1 x_2 = 2a - 5 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Theo đề bài ta có : } x_1^2 + x_2^2 = 6$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 6$$

$$\Leftrightarrow 4(a-1)^2 - 2 \cdot (2a-5) = 6$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 - 8a + 4 - 4a + 10 = 6$$

$$\Leftrightarrow 4a^2 - 12a + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 1 \end{cases}$$

Vậy  $a = 2, a = 1$  thỏa mãn yêu cầu bài toán

**c) Tìm hệ thức liên hệ giữa  $x_1; x_2$  không phụ thuộc vào a**

Theo câu a) với mọi giá trị của a thì phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt

$$\text{Ta có : } x_1 x_2 = 2a - 5 \Rightarrow 2a = x_1 x_2 + 5$$

Thay  $2a = x_1 x_2 + 5$  vào  $x_1 + x_2 = 2(a-1)$  ta có :

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2a - 2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = x_1 x_2 + 5 - 2$$

$$\Leftrightarrow x_1 + x_2 - x_1 x_2 - 3 = 0$$

Vậy hệ thức liên hệ giữa  $x_1; x_2$  không phụ thuộc vào a là  $x_1 + x_2 - x_1 x_2 - 3 = 0$

## Câu 5.

**a) Chứng tỏ 5 điểm  $A, B, C, O, H$  cùng nằm trên một đường tròn**

Vì  $AB, AC$  là các tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $B, C$  nên  $\angle OBA = \angle OCA = 90^\circ$  (gt)

$$\Rightarrow \angle OBA + \angle OCA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$\Rightarrow OBAC$  là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính  $OA$  (1)

Ta có  $H$  là trung điểm của  $EF$  (gt)  $\Rightarrow OH \perp EF$  (tính chất đường kính dây cung)

$$\Rightarrow \angle OHA = 90^\circ \Rightarrow H \text{ thuộc đường tròn đường kính } OA \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra 5 điểm  $A, B, C, O, H$  cùng nằm trên một đường tròn

**b) Đường thẳng  $BC$  cắt  $OA$  và  $OH$  lần lượt tại  $I$  và  $K$ . Chứng minh**

$$OI.OA = OH.OA = R^2$$

Ta có :  $OB = OC = R \Rightarrow O$  thuộc đường trung trực của  $BC$

$AB = AC$  (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)  $\Rightarrow A$  thuộc đường trung trực của  $BC$

$\Rightarrow OA$  là trung trực của  $BC \Rightarrow OA \perp BC$  tại  $I$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông  $OAB$  ta có :

$$OI.OA = OB^2 = R^2 \quad (3)$$

Xét  $\triangle OIK$  và  $\triangle OHA$  có :

$$\angle OIK = \angle OHA = 90^\circ; \angle AOK \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \triangle OIK \sim \triangle OHA (g.g) \Rightarrow \frac{OI}{OH} = \frac{OK}{OA} \text{ (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)}$$

$$\Rightarrow OI.OA = OH.OK \quad (4)$$

Từ (3), (4)  $\Rightarrow OI.OA = OH.OK = R^2$  (dpcm)

**c) Chứng minh  $KE, KF$  là hai tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$**

$$\text{Theo ý b, ta có : } OH.OK = R^2 = OE^2 \Rightarrow \frac{OH}{OE} = \frac{OE}{OK}$$

$$\text{Xét } \triangle OEH \text{ và } \triangle OKE \text{ có : } \angle EOK \text{ chung, } \frac{OH}{OE} = \frac{OE}{OK} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle OEH \sim \triangle OKE (c.g.c) \Rightarrow \angle OHE = \angle OEK = 90^\circ \text{ (2 góc tương ứng)}$$

$\Rightarrow KE$  là tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $E$

Chứng minh hoàn toàn tương tự ta có

$$OH.OK = R^2 = OF^2 \Rightarrow \frac{OH}{OF} = \frac{OF}{OK}$$

$$\text{Xét } \triangle OFH \text{ và } \triangle OKF \text{ có : } \angle FOK \text{ chung, } \frac{OH}{OF} = \frac{OF}{OK} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle OFH \sim \triangle OKF (c.g.c) \Rightarrow \angle OHF = \angle OFK = 90^\circ \text{ (2 góc tương ứng)}$$

$\Rightarrow KF$  là tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $F$

Vậy  $KE, KF$  là hai tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  (dpcm)

**Bài I. (1,5 điểm)**

1) Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{3}$

2) Cho biểu thức  $B = \frac{1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{x}{x - 4}$  với  $x \geq 0, x \neq 4$

a) Rút gọn biểu thức  $B$ b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $B < 1$ **Bài II. (2,5 điểm)**

1) Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

$$a) x^2 - 3x + 2 = 0 \quad b) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \quad c) x^4 - 8x^2 - 9 = 0$$

2) Viết phương trình đường thẳng  $(d)$  có hệ số góc là 2 và đi qua điểm  $M(-1;3)$ **Bài III. (1,5 điểm)**Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = 2x^2$ a) Vẽ đồ thị parabol  $(P)$ b) Bằng phép tính, tìm tất cả những điểm thuộc parabol  $(P)$  khác gốc  $O$  có tung độ gấp 2 lần hoành độ**Bài IV. (1,5 điểm)**

Quãng đường  $AB$  dài  $150km$ . Một xe tải khởi hành đi từ  $A$  đến  $B$ , cùng lúc đó một ô tô cũng đi trên quãng đường đó từ  $A$  đến  $B$  với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải là  $5km/h$ , nên ô tô đến  $B$  sớm hơn xe tải 20 phút. Tính vận tốc xe tải

**Bài V. (3,0 điểm)**1) Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 3cm, AC = 4cm$ . Tính độ dài cạnh  $BC$  và giá trị của  $\tan C$ 2) Cho nửa đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB = 2R$ . Lấy điểm  $C$  thuộc nửa đường tròn  $(O)$  sao cho  $CA < CB$ . Gọi  $H$  là trung điểm của đoạn thẳng  $OB$ , đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $H$  và cắt dây  $CB$  và tia  $AC$  lần lượt tại  $D$  và  $E$ a) Chứng minh rằng bốn điểm  $A, C, D, H$  cùng thuộc một đường trònb) Gọi  $I$  là trung điểm của  $DE$ . Chứng minh rằng  $IC$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ c) Chứng minh rằng  $AC \cdot AE = 3R^2$

## ĐÁP ÁN

### Bài I. (1,5 điểm)

1) Rút gọn biểu thức :  $A = \sqrt{(2 + \sqrt{5})^2} - \sqrt{3}$

Ta có :

$$A = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} - \sqrt{3} = |2 + \sqrt{3}| - \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2$$

Vậy  $A = 2$

2) Cho biểu thức  $B = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{x}{x-4} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$

a) Rút gọn biểu thức B

$$\begin{aligned} B &= \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{x}{x-4} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases} \\ &= \frac{\sqrt{x-2} + \sqrt{x+2} + x}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} = \frac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} = \frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x+2})}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} \end{aligned}$$

Vậy với  $x \geq 0, x \neq 4 \Rightarrow B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}}$

b) Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $B < 1$

Ta có :

$$\begin{aligned} B < 1 &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} < 1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} - 1 < 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-2}}{\sqrt{x-2}} < 0 \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x-2}} < 0 \Rightarrow \sqrt{x-2} < 0 \text{ (do } 2 > 0) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x < 4$$

Kết hợp điều kiện ta có  $0 \leq x < 4$  thì  $B < 1$

### Bài II. (2,5 điểm)

1) Giải các phương trình và hệ phương trình :

a)  $x^2 - 3x + 2 = 0$

Ta có:  $a + b + c = 1 - 3 + 2 = 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm  $S = \{1; 2\}$

$$b) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 10 \\ y = 3x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(x; y) = (2; 1)$

$$c) x^4 - 8x^2 - 9 = 0(1)$$

Đặt  $x^2 = t (t \geq 0)$  (\*), phương trình (1) thành :  $t^2 - 8t - 9 = 0(2)$

Ta có :  $a - b + c = 1 + 8 - 9 = 0$  nên phương trình 2 có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} t_1 = -1(ktm) \\ t_2 = 9(tm) \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm  $S = \{-3; 3\}$

**2) Viết phương trình đường thẳng (d) có hệ số góc là 2 và đi qua điểm  $M(-1; 3)$**

Giả sử phương trình đường thẳng (d) :  $y = ax + b$

Vì (d) có hệ số góc là 2 nên ta có  $a = 2$

Vì (d) đi qua điểm  $M(-1; 3)$  nên ta có :  $3 = a \cdot (-1) + b \Leftrightarrow -a + b = 3$  (\*)

Thay  $a = 2$  vào (\*) ta có  $-2 + b = 3 \Leftrightarrow b = 5$

Vậy đường thẳng (d) cần tìm có phương trình  $y = 2x + 5$

### **Bài III. (1,5 điểm)**

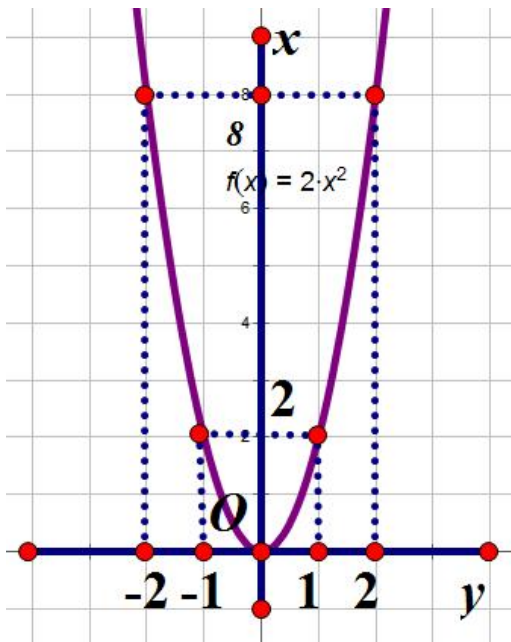
**a) Vẽ đồ thị parabol (P)**

*Parabol (P)* :  $y = 2x^2$  có bề lõm hướng lên và nhận  $Oy$  làm trục đối xứng

Ta có bảng giá trị sau :

$x$	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

$\Rightarrow$  *Parabol (P)* :  $y = 2x^2$  đi qua các điểm  $(-2; 8), (-1; 2), (0; 0), (1; 2), (2; 8)$



b) Bằng phép tính, tìm tất cả những điểm thuộc parabol (P) khác gốc tọa độ (O) có tung độ gấp 2 lần hoành độ

Gọi điểm có tung độ gấp 2 lần hoành độ là  $A(m; 2m), (m \neq 0)$

Vì  $A \in (P)$  nên ta có :

$$2m = 2 \cdot m^2 \Leftrightarrow 2m(m - 1) = 0 \Leftrightarrow m = 1 (\text{do } m \neq 0)$$

Vậy điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán  $A(1; 2)$

**Bài IV. (1,5 điểm) Quãng đường  $AB$  dài  $150\text{km}$ . Một xe tải khởi hành đi từ A đến B, cùng lúc đó một ô tô cũng đi trên quãng đường đó từ A đến B với vận tốc lớn hơn vận tốc xe tải là  $5\text{km/h}$ , nên ô tô đến B sớm hơn xe tải 20 phút. Tính vận tốc xe tải**

Gọi vận tốc xe tải là  $x(\text{km/h}) (x > 0)$

$\Rightarrow$  Thời gian xe tải đi hết quãng đường  $AB$  là  $\frac{150}{x}(h)$

Vận tốc của ô tô là  $x + 5(\text{km/h})$  nên thời gian ô tô đi hết quãng đường  $AB$  là  $\frac{150}{x + 5}(h)$

Do thời gian xe ô tô đến B sớm hơn xe tải là 20 phút  $= \frac{1}{3}h$  nên ta có phương trình :

$$\frac{150}{x} - \frac{150}{x + 5} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 150 \cdot 3(x + 5) - 150 \cdot 3x = x(x + 5)$$

$$\Leftrightarrow 450x + 2250 - 450x = x^2 + 5x \Leftrightarrow x^2 + 5x - 2250 = 0$$



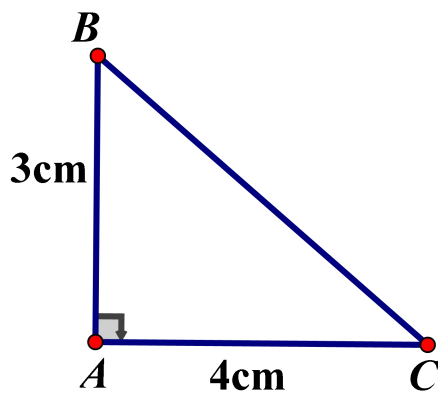
Ta có :  $\Delta = 5^2 - 4.1.(-2250) = 9025 = 95^2 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-5+95}{2} = 45(tm) \\ x_2 = \frac{-5-95}{2} = -50(ktm) \end{cases}$$

Vậy vận tốc xe tải là  $45km/h$

### Bài V. (3,0 điểm)

1) Tính độ dài cạnh  $CB$  và giá trị của  $\tan C$



Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông  $ABC$  vuông tại  $A$ , ta có :

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow BC = \sqrt{25} = 5cm$$

$$\Rightarrow \tan C = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$

Vậy  $BC = 5cm$ , và  $\tan C = \frac{3}{4}$

2)

a) Chứng minh rằng bốn điểm  $A, C, D, H$  cùng thuộc một đường tròn

Ta có  $HD \perp AB$  tại  $H$  (gt) nên  $\angle DHA = 90^\circ$

Mà  $C$  thuộc nửa đường tròn nên  $\angle ACB = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\Rightarrow \angle DHA + \angle ACB = 180 \Leftrightarrow ACHD$  nội tiếp đường tròn đường kính  $AD$

Vậy  $A, C, D, H$  cùng thuộc một đường tròn

**b) Gọi  $I$  là trung điểm  $DE$ . Chứng minh rằng  $IC$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$**

Ta có :  $\angle ECD = 90^\circ$  (bù góc  $\angle ACB = 90^\circ$ ) nên  $\triangle ECD$  là tam giác vuông tại C

$DE$  là cạnh huyền của tam giác vuông  $ECD$  và  $I$  là trung điểm của  $DE$  nên

$IC = ID = IE = \frac{1}{2}DE$  (trong tam giác vuông, đường trung tuyến ứng với cạnh huyền bằng nửa cạnh huyền)

$\Rightarrow \triangle ICD$  cân tại I  $\Rightarrow \angle ICD = \angle IDC = \angle HDB$  (đối đỉnh)(1)

Mặt khác  $\triangle OBC$  cân tại O ( $OB = OC$ )  $\Rightarrow \angle DCO = \angle OBD$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $\angle ICO = \angle ICD + \angle DCO = \angle HDB + \angle OBD$

Mà  $\angle OBD + \angle HDB = 90^\circ$  (do  $\triangle HBD$  vuông tại H)

$\Rightarrow \angle ICO = 90^\circ$  hay  $IC \perp OC$

Vậy  $IC$  là tiếp tuyến của nửa đường tròn  $(O)$

**c) Chứng minh rằng  $AC.AE = 3R^2$**

Xét tam giác  $AHE$  và tam giác  $ACB$  có :

$\angle EAB$  chung,  $\angle ACB = \angle AHE = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle AHE \sim \triangle ACB$  (g.g)  $\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AE}{AB}$  (hai cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

$\Rightarrow AC.AE = AB.AH = 2R.AH$  (do  $AB = 2R$ )

Mặt khác, ta có  $H$  là trung điểm của  $OB$  (gt) nên  $HO = \frac{1}{2}OB = \frac{1}{2}R$

$\Rightarrow AH = AO + OH = R + \frac{1}{2}R = \frac{3}{2}R$

Vậy  $AC.AE = 2R \cdot \frac{3}{2}R = 3R^2$  (đpcm)

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**Môn thi: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**I. PHẦN TỰ CHỌN (3,0 ĐIỂM)**

Thí sinh chọn một trong hai đề sau đây

**ĐỀ 1:**

**Câu 1. (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$$

**Câu 2. (2,0 điểm)** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = mx + 3$  ( $m$  là tham số)

- 1) Vẽ parabol  $(P)$
- 2) Khi  $m = 2$ , tìm tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$  bằng phép tính
- 3) Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  và parabol  $(P)$  luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt có

hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn 
$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2}$$

**ĐỀ 2:**

**Câu 1. (1,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$  ( $H \in BC$ ). Biết  $BH = 9\text{cm}$ ,  $CH = 16\text{cm}$ . Tính độ dài  $AH$  và diện tích tam giác  $ABC$

**Câu 2. (2,0 điểm)** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho parabol  $(P): y = x^2$  và đường thẳng  $(d): y = -x + m + 2$  ( $m$  là tham số)

- 1) Vẽ parabol  $(P)$
- 2) Khi  $m = 0$ , tìm tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$  bằng phép toán
- 3) Tìm giá trị của  $m$  để  $(d)$  và  $(P)$  có một điểm chung duy nhất

**II. PHẦN CHUNG DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 ĐIỂM)**

**Câu 3. (1,0 điểm)** Rút gọn biểu thức :  $A = \sqrt{24} + 2\sqrt{54} - 2\sqrt{96}$

**Câu 4. (1,0 điểm)** Giải phương trình :  $4x^2 + 7x - 2 = 0$

**Câu 5. (1,0 điểm)** Tổng số học sinh của hai lớp  $9A$  và  $9B$  ở một trường trung học cơ sở là 76 học sinh. Hướng ứng phong trào ủng hộ trang thiết bị y tế trong đợt phòng dịch *Covid - 19*, cả hai lớp đã quyên góp ủng hộ 189 chiếc khẩu trang. Biết rằng mỗi học sinh

lớp 9A ủng hộ 3 chiếc khẩu trang, mỗi học sinh lớp 9B ủng hộ 2 chiếc khẩu trang. Tính số học sinh của mỗi lớp

**Câu 6. (3,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn  $(O)$ . Các đường cao  $AD(D \in BC)$ ,  $BE(E \in AC)$  và  $CF(F \in AB)$  cắt nhau tại  $H$ .

- 1) Chứng minh tứ giác  $BCEF$  nội tiếp đường tròn
- 2) Chứng minh  $DA$  là tia phân giác  $\angle EDF$
- 3) Kẻ đường kính  $AK$ , gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ . Chứng minh ba điểm  $H, I, K$  thẳng hàng

**Câu 7. (1,0 điểm)** Tìm cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn phương trình  $8x - 4x^2 + 2y - 5 = 0$  sao cho  $y$  đạt giá trị nhỏ nhất

## ĐÁP ÁN

### I. PHẦN TỰ CHỌN

#### Đề 1.

**Câu 1. Giải hệ phương trình:** 
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 3y = -5 \end{cases}$$

Ta có : 
$$\begin{cases} 2x - y = 4 \\ x + 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 3y = 12 \\ x + 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ y = 2x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm  $(x; y) = (1; -2)$

#### Câu 2.

- 1) Học sinh tự vẽ parabol  $(P)$
- 2) **Khi  $m = 2$ , tìm tọa độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$  bằng phép tính**

Khi  $m = 2$ , đường thẳng  $(d)$  có dạng  $(d): y = 2x + 3$

Hoành độ giao điểm của  $(P)$  và  $(d)$  là nghiệm của phương trình

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

Ta có :  $a - b + c = 1 - (-2) - 3 = 0$  nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = 1^2 \Rightarrow A(-1;1) \\ y_2 = 3^2 = 9 \Rightarrow B(3;9) \end{cases}$$

Vậy khi  $m = 2$  thì  $(P)$  và  $(d)$  cắt nhau tại 2 điểm  $A(-1;1)$  và  $B(3;9)$

**3) Tìm  $m$  để đường thẳng  $(d)$  và parabol  $(P)$  luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt**

**có hoành độ  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2}$**

Xét phương trình hoành độ giao điểm  $x^2 = mx + 3 \Leftrightarrow x^2 - mx - 3 = 0(*)$

Để  $(d)$  và  $(P)$  luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt thì phương trình  $(*)$  phải có hai nghiệm phân biệt

$\Rightarrow \Delta = m^2 - 4.1.(-3) = m^2 + 12 > 0$  (luôn đúng với mọi  $m$ ). Khi đó, áp dụng định lý

Vi-et, ta có :  $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3 \end{cases}$ . Theo bài ra ta có :

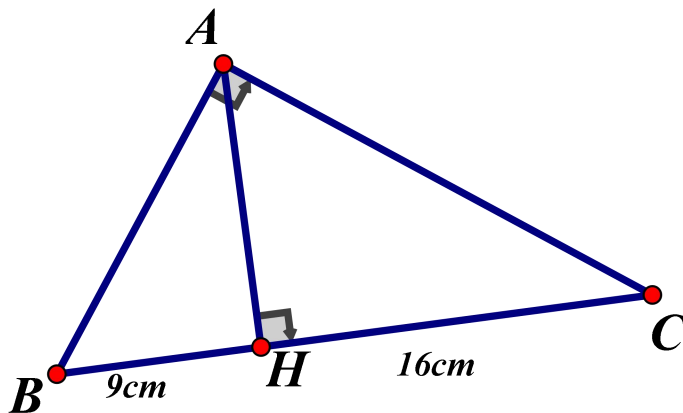
$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{m}{-3} = \frac{3}{2} \Rightarrow m = -\frac{9}{2}$$

Vậy  $m = -\frac{9}{2}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán

## ĐỀ 02

**Câu 1. Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$  ( $H \in BC$ ). Biết rằng**

**$BH = 9cm, CH = 16cm$ . Tính độ dài  $AH$  và diện tích tam giác  $ABC$**



Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AH \perp BC$  nên áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông, ta có :

$$AH^2 = BH.CH \Rightarrow AH^2 = 9.16 = 144 \Rightarrow AH = \sqrt{144} = 12(cm)$$

Ta có :  $BC = BH + CH = 9 + 16 = 25(\text{cm}) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AH \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 25 = 150(\text{cm}^2)$

Vậy  $AH = 12\text{cm}, S_{ABC} = 150\text{cm}^2$

**Câu 2.**

**1) Vẽ parabol (P)**

**2) Khi  $m = 0$ , tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng (d) bằng phép toán**

Với  $m = 0$ , phương trình đường thẳng (d) trở thành  $y = -x + 2$

Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa parabol (P) và đường thẳng (d) là :

$$x^2 = -x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 1 \\ x_2 = -2 \Rightarrow y_2 = 4 \end{cases}$$

Vậy parabol (P) cắt đường thẳng (d) tại hai điểm  $(1;1), (-2;4)$

**3) Tìm giá trị của  $m$  để (d) và (P) có một điểm chung duy nhất**

Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa (P) và (d) ta có :

$$x^2 = -x + m + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - m - 2 = 0 \quad (1)$$

Để parabol (P) và (d) có duy nhất một điểm chung khi và chỉ khi

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow 1^2 + 4(m + 2) = 0 \Rightarrow m = \frac{0 - 1}{4} - 2 = \frac{-9}{4}$$

Vậy với  $m = \frac{-9}{4}$  thỏa mãn yêu cầu bài toán

## II. PHẦN CHUNG DÀNH CHO TẤT CẢ CÁC THÍ SINH (7,0 ĐIỂM)

**Câu 3.**

**Rút gọn biểu thức  $A = \sqrt{24} + 2\sqrt{54} - 2\sqrt{96}$**

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{24} + 2\sqrt{54} - 2\sqrt{96} = \sqrt{4 \cdot 6} + 2\sqrt{9 \cdot 6} - 2\sqrt{16 \cdot 6} \\ &= 2\sqrt{6} + 2 \cdot 3\sqrt{6} - 2 \cdot 4\sqrt{6} = 2\sqrt{6} + 6\sqrt{6} - 8\sqrt{6} = 0 \end{aligned}$$

**Câu 4. Giải phương trình :  $4x^2 + 7x - 2 = 0$**

Ta có:  $\Delta = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-2) = 81 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-7 + \sqrt{81}}{2.4} = \frac{1}{4} \\ x_2 = \frac{-7 - \sqrt{81}}{2.4} = -2 \end{cases}$$

**Câu 5. Tổng số học sinh của hai lớp 9A và 9B ở một trường trung học cơ sở là 76 học sinh. Hưởng ứng phong trào ủng hộ trang thiết bị y tế trong đợt phòng dịch Covid – 19, cả hai lớp đã quyên góp ủng hộ 189 chiếc khẩu trang. Biết rằng mỗi học sinh lớp 9A ủng hộ 3 chiếc khẩu trang, mỗi học sinh lớp 9B ủng hộ 2 chiếc khẩu trang. Tính số học sinh của mỗi lớp**

Gọi số học sinh của lớp 9A, 9B lần lượt là  $x, y$  ( $x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*$ ) (học sinh)

Tổng số học sinh lớp 9A và 9B là 76 học sinh nên ta có phương trình :

$$x + y = 76 \quad (1)$$

cả hai lớp đã quyên góp ủng hộ 189 chiếc khẩu trang. Biết rằng mỗi học sinh lớp 9A ủng hộ 3 chiếc khẩu trang, mỗi học sinh lớp 9B ủng hộ 2 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình

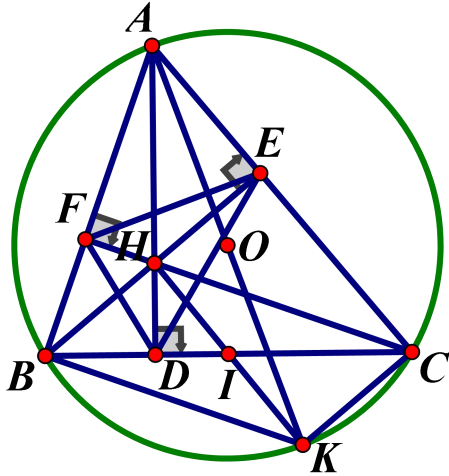
$$3x + 2y = 189 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình : 
$$\begin{cases} x + y = 76 \\ 3x + 2y = 189 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 152 \\ 3x + 2y = 189 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 37 \\ y = 76 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 37 \\ y = 39 \end{cases} \quad (tm)$$

Vậy lớp 9A: 37 học sinh, lớp 9B: 39 học sinh

**Câu 6.**



**1) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp đường tròn**

Xét tứ giác BCEF có  $\angle BEC = \angle BFC = 90^\circ$  (gt) nên BCEF là tứ giác nội tiếp (tứ giác có hai đỉnh kề cùng nhìn một cạnh dưới các góc bằng nhau)

**2) Chứng minh DA là tia phân giác của  $\angle EDF$**

Xét tứ giác BDHF có :  $\angle BDH + \angle BFH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow BDHF$  là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

$\Rightarrow \angle HDF = \angle HBF = \angle EBA$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HF)

Xét tứ giác CDHE có :  $\angle CDH + \angle CEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow CDHE$  là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

$\Rightarrow \angle HDE = \angle HCE = \angle FCA$  (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HE)

Ta lại có:  $\begin{cases} \angle EBA + \angle BAC = 90^\circ \\ \angle FCA + \angle BAC = 90^\circ \end{cases}$  (do  $\triangle ABE, \triangle ACF$  là các tam giác vuông tại A)

$\Rightarrow \angle EBA = \angle FCA \Rightarrow \angle HDF = \angle HDE$

Vậy DA là tia phân giác của  $\angle EDF$

**3) Kẻ đường kính AK, gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh ba điểm**

**H, I, K thẳng hàng**

Vì AK là đường kính của (O) nên  $\angle ABK = \angle ACK = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn). Ta có :

$$\begin{cases} BK \perp AB(cmt) \\ CH \perp AB(gt) \\ CK \perp AC(cmt) \\ BH \perp AC(gt) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BK \parallel CH \\ CK \parallel BH \end{cases} \Rightarrow BHCK \text{ là hình bình hành (tứ giác có cặp cạnh đối song}$$

song)  $\Rightarrow$  Hai đường chéo BC, HK cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

Mà I là trung điểm của BC(gt), do đó I phải là trung điểm của HK



Vậy  $H, I, K$  thẳng hàng (đpcm)

**Câu 7. Tìm cặp số  $(x; y)$  thỏa mãn phương trình  $8x - 4x^2 + 2y - 5$  sao cho  $y$  đạt giá trị nhỏ nhất**

Ta có:

$$8x - 4x^2 + 2y - 5 = 0 \Leftrightarrow 2y = 4x^2 - 8x + 4 + 1$$
$$\Leftrightarrow 2y = 4(x^2 - 2x + 1) + 1 \Leftrightarrow 2y = 4(x - 1)^2 + 1$$

Nhận thấy :  $(x - 1)^2 \geq 0$  với mọi  $x \Rightarrow 4(x - 1)^2 + 1 \geq 1$  với mọi  $x$

Do đó ta có  $2y \geq 1$  với mọi  $x \Rightarrow y \geq \frac{1}{2}$  với mọi  $x$

$\Rightarrow y$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $\frac{1}{2}$  khi  $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy cặp  $(x; y)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $(x; y) = \left(1; \frac{1}{2}\right)$

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**Môn thi: TOÁN**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (7,5 điểm) Chọn phương án trả lời đúng duy nhất trong các câu sau**

**Câu 1.** Hình nón có chiều cao  $h = 5cm$ , bán kính đáy  $r = 3cm$ , có thể tích bằng :

A.  $15\pi cm^2$       B.  $45\pi cm^2$       C.  $15\pi cm^3$       D.  $45\pi cm^3$

**Câu 2.** Đồ thị hàm số  $y = 2x + 4$  cắt trục tung tại điểm :

A.  $Q(2; 0)$       B.  $N(0; -4)$       C.  $P(-2; 0)$       D.  $M(0; 4)$

**Câu 3.** Cho hai đường tròn  $(O_1; 5cm)$  và  $(O_2; 6cm)$ . Biết  $O_1O_2 = 1cm$ . Khẳng định nào dưới đây đúng

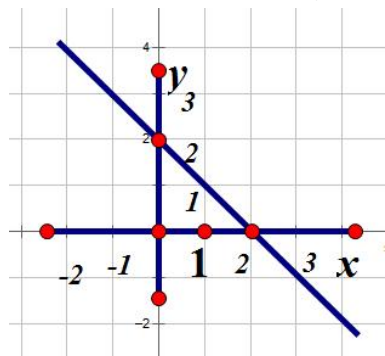
A.  $(O_1)$  và  $(O_2)$  tiếp xúc trong với nhau

B.  $(O_1)$  và  $(O_2)$  tiếp xúc ngoài với nhau

C.  $(O_1)$  và  $(O_2)$  không giao nhau

D.  $(O_1)$  và  $(O_2)$  cắt nhau

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = ax + b$  có đồ thị như hình vẽ



Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A.  $a = 1, b = 2$

B.  $a = -1, b = -2$

C.  $a = 1, b = -2$

D.  $a = -1, b = 2$

**Câu 5.** Cho  $x < 0$ . Khẳng định nào dưới đây sai ?

A. Dây nào nhỏ hơn thì dây đó gần tâm hơn

B. Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau

C. Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm

D. Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn

**Câu 6.** Cho  $x < 0$ . Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A.  $\sqrt{81x^2} = -81x$

B.  $\sqrt{81x^2} = 9x$

C.  $\sqrt{81x^2} = 81x$

D.  $\sqrt{81x^2} = -9x$

**Câu 7.** Hàm số nào dưới đây là hàm số bậc nhất ?

A.  $y = \frac{1}{x} + 2021$

B.  $y = 2021x + 2022$

C.  $y = 2021\sqrt{x}$

D.  $y = 2021x^2$

**Câu 8.** Hệ hai phương trình  $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$  và  $\begin{cases} mx + 2y = 0 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$  tương đương với nhau khi và chỉ

khi :

A.  $m = 1$

B.  $m = -1$

C.  $m = 2$

D.  $m = -2$

**Câu 9.** Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A.  $6 < \sqrt{10}$

B.  $4 > \sqrt{10}$

C.  $3 > \sqrt{10}$

D.  $5 < \sqrt{10}$

**Câu 10.** Cho  $a \geq 2$ . Khẳng định nào dưới đây đúng ?

A.  $\sqrt{(a-2)^2} = (a-2)^4$

B.  $\sqrt{(a-2)^2} = a-2$

C.  $\sqrt{(a-2)^2} = -(a-2)^4$

D.  $\sqrt{(a-2)^2} = 2-a$

**Câu 11.** Biết đồ thị hàm số  $y = ax$  đi qua điểm  $B(2;3)$ , giá trị của  $a$  bằng :

A.  $-\frac{3}{2}$

B.  $-\frac{2}{3}$

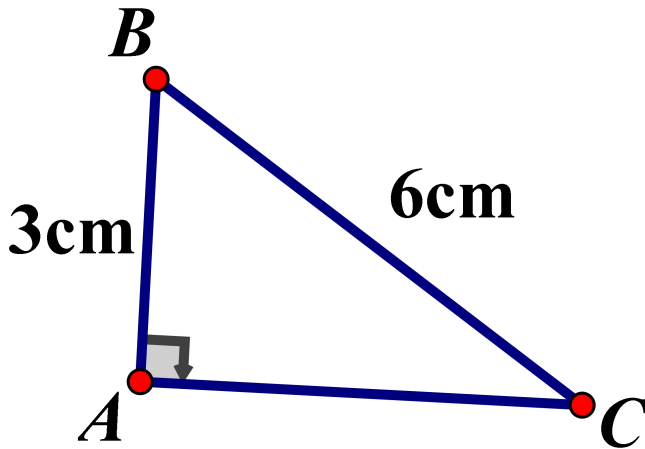
C.  $\frac{3}{2}$

D.  $\frac{2}{3}$

**Câu 12.** Giả sử phương trình bậc hai  $ax^2 + bx + c = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$ . Khẳng định nào dưới đây đúng ?

$$A. x_1 x_2 = -\frac{b}{a} \quad B. x_1 x_2 = \frac{b}{a} \quad C. x_1 x_2 = \frac{c}{a} \quad D. x_1 x_2 = -\frac{c}{a}$$

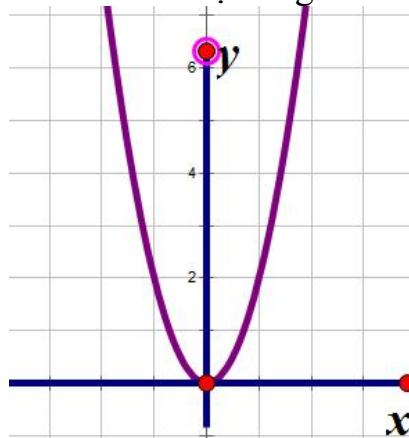
**Câu 13.** Cho tam giác vuông  $ABC$  như hình vẽ



Khẳng định nào dưới đây đúng ?

$$A. \sin C = \sqrt{3} \quad B. \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad C. \sin C = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad D. \sin C = \frac{1}{2}$$

**Câu 14.** Đồ thị trong hình vẽ là của hàm số nào dưới đây

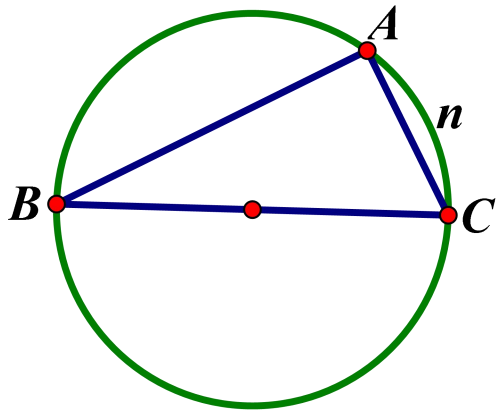


$$A. y = -2x^2 \quad B. y = -2x \quad C. y = 2x^2 \quad D. y = 2x$$

**Câu 15.** Cho hàm số  $y = -3x^2$ . Khẳng định nào dưới đây đúng ?

$$A. \text{Hàm số nghịch biến khi } x > 0 \quad B. \text{Hàm số nghịch biến trên } R \\ C. \text{Hàm số đồng biến trên } R \quad D. \text{Hàm số đồng biến khi } x > 0$$

**Câu 16.** Cho đường tròn  $(O)$  và cung  $\widehat{AnC}$  có số đo bằng  $60^\circ$  như hình vẽ



Số đo của góc  $\angle ABC$  bằng :

A.  $40^\circ$

B.  $60^\circ$

C.  $30^\circ$

D.  $50^\circ$

**Câu 17.** Nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$  là :

A.  $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$

**Câu 18.** Biểu thức  $\sqrt{x+2}$  xác định khi và chỉ khi :

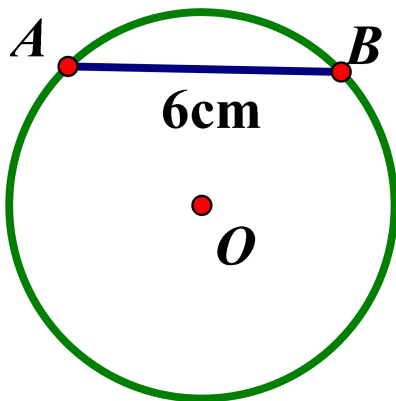
A.  $x > -2$

B.  $x \geq -2$

C.  $x < -2$

D.  $x \leq -2$

**Câu 19.** Cho đường tròn  $(O; 5\text{cm})$  và một dây cung  $AB = 6\text{cm}$



Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng AB bằng :

A.  $4\text{cm}$

B.  $5\text{cm}$

C.  $2\text{cm}$

D.  $3\text{cm}$

**Câu 20.** Biểu thức  $\frac{8}{\sqrt{x}}$  xác định khi và chỉ khi :

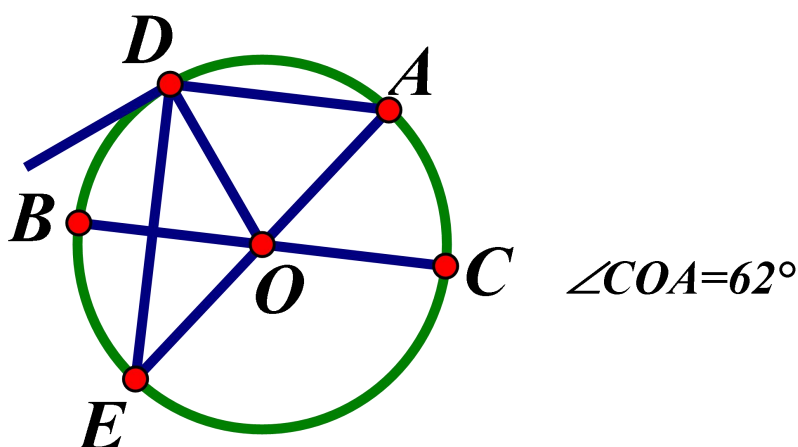
A.  $x > 0$

B.  $x \geq 0$

C.  $x \neq 0$

D.  $x \leq 0$

**Câu 21.** Cho đường tròn (O) như hình vẽ, A là điểm chính giữa cung nhỏ DC, Dt là tiếp tuyến của (O) tại D



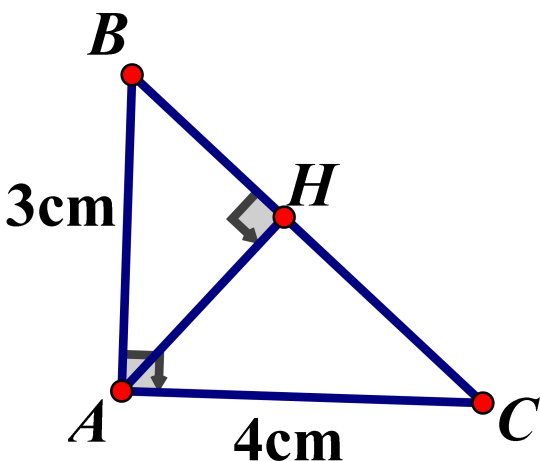
Tổng số đo hai góc  $\angle ODA$  và  $\angle EDt$  bằng :

- A.  $118^\circ$       B.  $119^\circ$       C.  $120^\circ$       D.  $117^\circ$

**Câu 22.** Mặt cầu bán kính  $r = 1\text{cm}$  có diện tích bằng

- A.  $\frac{4\pi}{3}\text{cm}^3$       B.  $\frac{4\pi}{3}\text{cm}^2$       C.  $4\pi\text{cm}^3$       D.  $4\pi\text{cm}^2$

**Câu 23.** Cho tam giác vuông  $ABC$  như hình vẽ



Độ dài đường cao  $AH$  bằng :

- A.  $AH = 2,4\text{cm}$       B.  $AH = 2,5\text{cm}$       C.  $AH = 2,3\text{cm}$       D.  $AH = 2,6\text{cm}$

**Câu 24.** Một người mua 0,3 kg thịt lợn và 0,4kg thịt bò hết 148000 đồng. Một người khác mua 0,4kg thịt lợn và 0,3kg thịt bò hết 139000 đồng (đơn giá mua thịt lợn và thịt bò của hai người là bằng nhau). Hỏi giá 1kg thịt bò là bao nhiêu ?

- A. 260000 đồng      B. 250 000 đồng      C. 220 000 đồng      D. 160 000 đồng

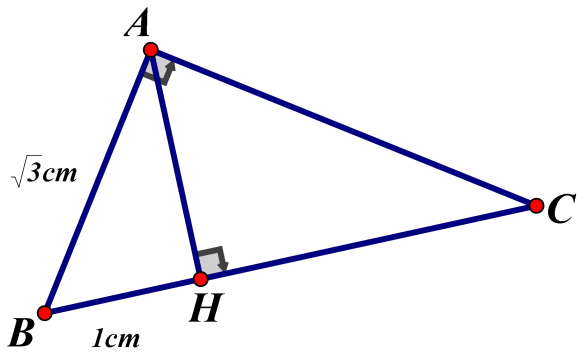
**Câu 25.** Thể tích của hình trụ có chiều cao  $h$ , bán kính đáy  $r$  được tính theo công thức

- A.  $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$       B.  $V = \pi r^2 h$       C.  $V = \pi r h$       D.  $V = 2\pi r h$

**Câu 26.** Hệ phương trình nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ?

$$A. \begin{cases} 5x + z = 0 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \quad B. \begin{cases} x^2 + y = 0 \\ 2x - y = 1 \end{cases} \quad C. \begin{cases} x + y^3 = 2 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \quad D. \begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

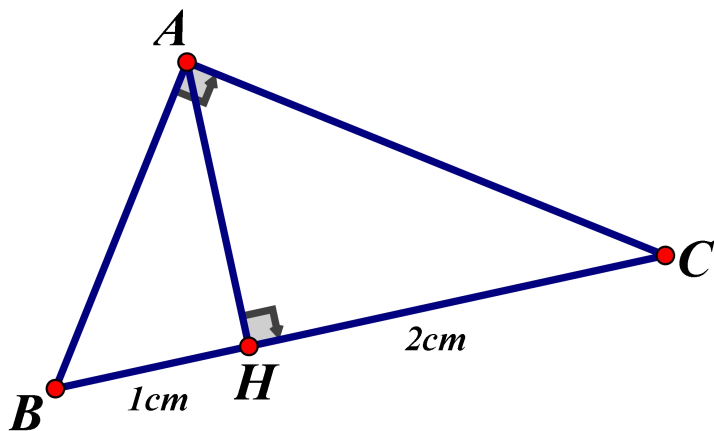
**Câu 27.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$  như hình vẽ



Biết  $BH = 1\text{cm}$ ,  $AB = \sqrt{3}\text{cm}$ , khẳng định nào dưới đây đúng ?

A.  $AC = 3\text{cm}$       B.  $AC = 4\text{cm}$       C.  $AC = \sqrt{6}\text{cm}$       D.  $AC = 3\sqrt{2}\text{cm}$

**Câu 28.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$  như hình vẽ



Biết  $BH = 1\text{cm}$ ,  $CH = 2\text{cm}$ , khẳng định nào dưới đây đúng ?

A.  $AB = 3\text{cm}$       B.  $AB = \sqrt{3}\text{cm}$       C.  $AB = 2\text{cm}$       D.  $AB = \sqrt{2}\text{cm}$

**Câu 29.** Căn bậc hai số học của 25 là

A.  $-5$       B.  $5 \& -5$       C.  $5$       D.  $25$

**Câu 30.** Có bao nhiêu số nguyên dương  $m$  để phương trình  $(x+1)(x^2 - 2x + m - 5) = 0$  có đúng 3 nghiệm phân biệt ?

A. 6      B. 3      C. 5      D. 4

## PHẦN II. TỰ LUẬN

**Câu 31. (1,0 điểm)** Giải phương trình :  $x^2 + 1 - 2(x + 2) = 0$

**Câu 32. (1,0 điểm)** Trên nửa đường tròn đường kính  $AD$  lấy hai điểm  $B, C$  sao cho  $B$  ở giữa  $A$  và  $C$  ( $B$  khác  $A$  và  $C$  khác  $D$ ). Gọi  $E$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ ;  $F$  là chân đường vuông góc kẻ từ  $E$  xuống  $AD$ . Chứng minh rằng

a) Tứ giác  $DCEF$  nội tiếp được trong một đường tròn

b) Hai tam giác  $CEF$  và  $CBA$  đồng dạng với nhau

**Câu 33. (0,5 điểm).** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a}{\sqrt{a(b+c)}} + \frac{b}{\sqrt{b(c+a)}} + \frac{c}{\sqrt{c(a+b)}} > 2$$

## ĐÁP ÁN

### I. TRẮC NGHIỆM

1C 2D 3A 4D 5A 6D 7B 8B 9B 10B

11C 12C 13D 14C 15A 16C 17C 18B 19A 20A

21A 22C 23A 24B 25B 26D 27C 28B 29C 30D

## PHẦN II. TỰ LUẬN

**Câu 31. Giải phương trình**  $x^2 + 1 - 2(x + 2) = 0$

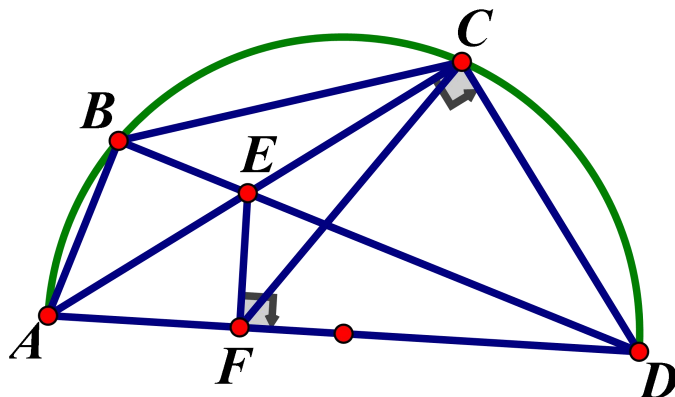
Ta có  $x^2 + 1 - 2(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

Phương trình có  $\Delta' = 1 - 1 \cdot (-3) = 4 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 2$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt  $\begin{cases} x_1 = 1 + 2 = 3 \\ x_2 = 1 - 2 = -1 \end{cases}$

Vậy phương trình có tập nghiệm  $S = \{-1; 3\}$

**Câu 32.**



**a) Tứ giác  $DCEF$  nội tiếp trong đường tròn**

Ta có:  $C$  thuộc đường tròn đường kính  $AD$  nên  $\angle ACD = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)  $\Rightarrow \angle ECD = 90^\circ$

Vì  $EF \perp AD(gt) \Rightarrow \angle EFD = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle EFD + \angle ECD = 180^\circ \Rightarrow DCEF$  nội tiếp trong một đường tròn

**b) Hai tam giác  $CEF$  và  $CBA$  đồng dạng với nhau**

Ta có:  $DCEF$  nội tiếp trong một đường tròn (cmt)

$\Rightarrow \angle EFC = \angle BDC$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $EC$ )

Mà  $\angle BDC = \angle BAC$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $BC$ )  $\Rightarrow \angle EFC = \angle BAC$

Ta lại có:  $\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$  (do  $ABCD$  là tứ giác nội tiếp)

$\angle FEC + \angle ADC = 180^\circ$  (do tứ giác  $DCEF$  nội tiếp)

$\Rightarrow \angle FEC = \angle ABC$  (cùng bù với  $\angle ADC$ )

Xét  $\triangle CEF$  và  $\triangle CBA$  có  $\angle EFC = \angle BAC$  (cmt);  $\angle FEC = \angle ABC$  (cmt)

$\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle CBA$  (g.g) (dpcm)

**Câu 33. Cho  $a, b, c$  là các số thực dương. Chứng minh rằng:**

$$\frac{a}{\sqrt{a(b+c)}} + \frac{b}{\sqrt{b(c+a)}} + \frac{c}{\sqrt{c(a+b)}} > 2$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có :

$$\frac{a}{\sqrt{a(b+c)}} = \frac{2a}{2\sqrt{a(b+c)}} \geq \frac{2a}{a+b+c}. \text{ Chứng minh tương tự :}$$

$$\frac{b}{\sqrt{b(c+a)}} \geq \frac{2b}{a+b+c} \quad ; \quad \frac{c}{\sqrt{c(a+b)}} \geq \frac{2c}{a+b+c}$$

Cộng theo về 3 bất đẳng thức trên ta có :



$$\frac{a}{\sqrt{a(b+c)}} + \frac{b}{\sqrt{b(c+a)}} + \frac{c}{\sqrt{c(a+b)}} \geq 2 \cdot \left( \frac{a}{a+b+c} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{a+b+c} \right) = 2$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  $a = b + c, b = c + a, c = a + b$

$\Rightarrow a + b + c = 2(a + b + c)$  (vô lý). Vậy đẳng thức không xảy ra

Vậy  $\frac{a}{\sqrt{a(b+c)}} + \frac{b}{\sqrt{b(c+a)}} + \frac{c}{\sqrt{c(a+b)}} > 2$  (đpcm)

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**Môn thi: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**Bài 1.** Tính giá trị các biểu thức :

a)  $A = 3\sqrt{18} + 2\sqrt{8} - \sqrt{72}$

b)  $B = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{1 - \sqrt{2}} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}$

**Bài 2.** Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

a)  $x^2 - 8x + 15 = 0$

b)  $2x^2 + 5x = 0$

c)  $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases}$

d)  $9x^4 + 8x^2 - 1 = 0$

**Bài 3.**

a) Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hàm số  $y = \frac{1}{4}x^2$  có đồ thị  $(P)$  và đường thẳng

$(d): y = \frac{-1}{2}x + 2$ . Vẽ đồ thị  $(P)$  và  $(d)$  trên cùng một mặt phẳng tọa độ

b) Cho phương trình  $x^2 - 2x + m - 1 = 0$  ( $x$  là ẩn số,  $m$  là tham số). Tìm  $m$  để phương trình có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 + x_1^2x_2^2 - 14 = 0$

**Bài 4.** Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 3 giờ đầy bể. Nếu mở vòi một chảy một mình trong 20 phút, rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được  $\frac{1}{8}$  bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể

**Bài 5.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , đường cao  $AH$ . Biết  $AB = 9cm, AC = 12cm$

a) Tính độ dài  $BC, AH$  và số đo  $\angle ACB$  (làm tròn đến phút)

b) Phân giác của  $\angle BAC$  cắt  $BC$  tại  $D$ . Tính độ dài đoạn thẳng  $BD$

**Bài 6.** Từ một điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$  với  $OA < 2R$ . Vẽ hai tiếp tuyến  $AD, AE$  với đường tròn  $(O)$  (với  $D, E$  là các tiếp điểm)

a) Chứng minh tứ giác  $ADOE$  nội tiếp được đường tròn

b) Lấy điểm  $M$  thuộc cung nhỏ  $DE$  ( $M \neq D, M \neq E, MD < ME$ ). Tia  $AM$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $N$ . Đoạn thẳng  $AO$  cắt cung nhỏ  $DE$  tại  $K$ . Chứng minh  $NK$  là tia phân giác của  $\angle DNE$

c) Kẻ đường kính  $KQ$  của đường tròn  $(O; R)$ . Tia  $QN$  cắt tia  $ED$  tại  $C$ . Chứng minh  $MD \cdot CE = ME \cdot CD$

**Bài 7.** Tìm tất cả các giá trị  $m$  là số nguyên sao cho giao điểm của đồ thị hai hàm số  $y = m^2x - 1$  và  $y = -x + 2m$  có tọa độ là các số nguyên dương.

## ĐÁP ÁN

**Bài 1.** Tính giá trị biểu thức :

$$\begin{aligned} a) A &= 3\sqrt{18} + 2\sqrt{8} - \sqrt{72} \\ &= 3 \cdot 3\sqrt{2} + 2 \cdot 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \frac{\sqrt{3} - \sqrt{6}}{1 - \sqrt{2}} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} &= \frac{\sqrt{3} \cdot (1 - \sqrt{2})}{1 - \sqrt{2}} + |2 - \sqrt{3}| \\ &= \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 2 \end{aligned}$$

**Bài 2.** Giải các phương trình và hệ phương trình sau :

$$\begin{aligned} a) x^2 - 8x + 15 = 0 &\Leftrightarrow x^2 - 5x - 3x + 15 = 0 \\ \Leftrightarrow x(x - 5) - 3(x - 5) = 0 &\Leftrightarrow (x - 3)(x - 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 5 \end{cases} \end{aligned}$$

$$b) 2x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(2x + 5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm phương trình là  $S = \left\{ 0; -\frac{5}{2} \right\}$

$$c) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 5x - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 18 \\ y = 5 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ  $(x; y) = (2; 1)$

$$d) 9x^4 + 8x - 1 = 0$$

Đặt  $t = x^2 (t \geq 0)$ . Phương trình đã cho trở thành :  $9t^2 + 8t - 1 = 0 (*)$

Ta có  $a - b + c = 9 - 8 - 1 = 0$  nên phương trình (\*) có nghiệm :

$$t = -1(ktm), t = \frac{1}{9}(tm) \Rightarrow x = \pm \frac{1}{3}$$

### Bài 3.

a) Học sinh tự vẽ đồ thị (P) và (d)

b)  $x^2 - 2x + m - 1 = 0 (*)$

Ta có :  $\Delta' = 1^2 - (m - 1) = 1 - m + 1 = 2 - m$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thì  $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2$ . Khi

đó áp dụng định lý Vi-et ta có :  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$ . Ta có :

$$x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 + x_1^2 x_2^2 - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2 + x_1^2 x_2^2 - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2^2 - 3(m - 1) + (m - 1)^2 - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4 - 3m + 3 + m^2 - 2m + 1 - 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 5m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6(ktm) \\ m = -1(tm) \end{cases}$$

Vậy  $m = -1$

### Bài 4.

Gọi thời gian vòi 1 chảy một mình đầy bể là  $x$  (giờ), thời gian vòi 2 chảy một mình đầy bể là  $y$  (giờ), điều kiện  $x, y > 0$

$\Rightarrow$  Trong 1 giờ vòi 1 chảy được  $\frac{1}{x}$  bể và vòi 2 chảy được  $\frac{1}{y}$  bể

Vì 2 vòi cùng chảy trong 3 giờ thì đầy bể nên ta có phương trình  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} (1)$

Đôi:

Trong 20 phút =  $\frac{1}{3}$  giờ vòi 1 chảy được  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{x} = \frac{1}{3x}$  (bể)

Trong 30 phút =  $\frac{1}{2}$  giờ tiếp theo vòi 2 chảy được  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{y}$  (bể)

Vì nếu mở vòi 1 chảy một mình trong 20 phút, rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy trong 30 phút thì cả hai vòi chảy được  $\frac{1}{8}$  bể nên ta có phương trình :

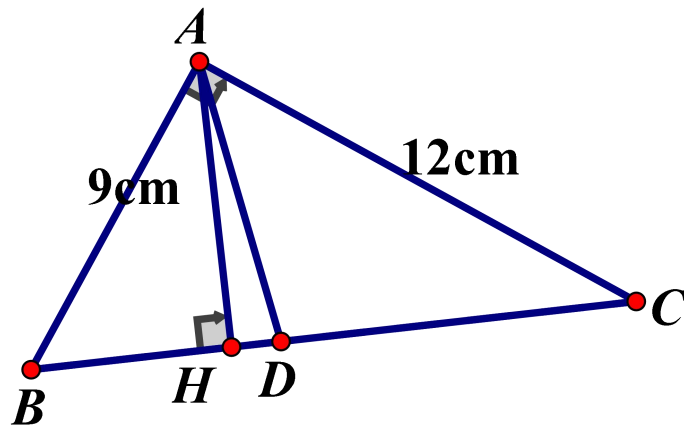
$$\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{8} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 12 \end{cases} \quad (tm)$$

Vậy vòi 1 chảy đầy bể hết 4 giờ, vòi 2 chảy đầy bể hết 12 giờ.

### Bài 5.



a)

Áp dụng định lý Pytago trong tam giác vuông  $ABC$  ta có :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 9^2 + 12^2 = 225 \Rightarrow BC = \sqrt{225} = 15cm$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông  $ABC$  ta có :

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{9 \cdot 12}{15} = 7,2 \text{ cm}$$

Xét tam giác vuông  $ABC$  ta có :

$$\tan \angle ACB = \frac{AB}{AC} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow \angle ACB \approx 37^\circ$$

Vậy  $BC = 15 \text{ cm}$ ,  $AH = 7,2 \text{ cm}$ ,  $\angle ACB \approx 37^\circ$

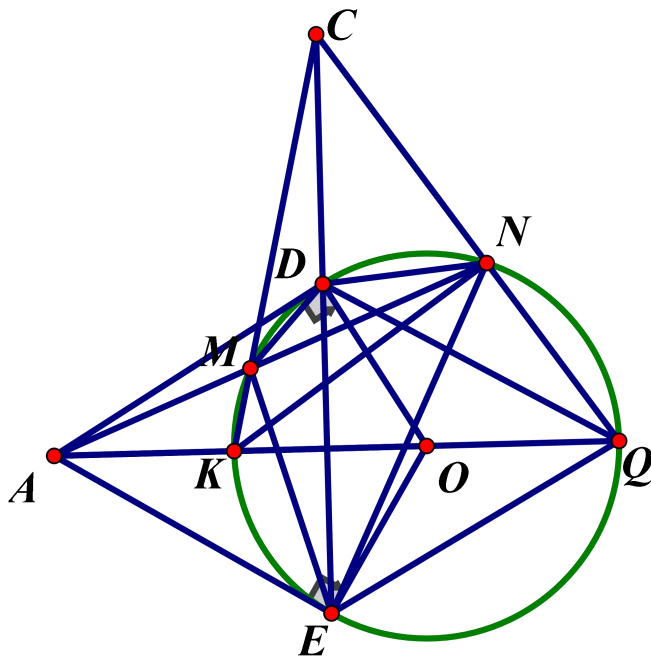
b)

Áp dụng định lý đường phân giác ta có :  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

$$\Rightarrow \frac{DB}{DB + DC} = \frac{3}{3 + 4} \Rightarrow \frac{DB}{BC} = \frac{3}{7} \Rightarrow DB = \frac{3}{7} \cdot BC = \frac{3}{7} \cdot 15 = \frac{45}{7} (\text{cm})$$

Vậy  $BD = \frac{45}{7} \text{ cm}$

**Bài 6.**



a) Chứng minh tứ giác  $ADOE$  nội tiếp đường tròn

Vì  $AD, AE$  là các tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  lần lượt tại  $D, E$  nên  $\angle ODA = \angle OEA = 90^\circ$

Xét tứ giác  $ADOE$  có :  $\angle ODA + \angle OEA = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$  nên  $ADOE$  là tứ giác nội tiếp

b) Lấy điểm  $M$  thuộc cung nhỏ  $DE$  ( $M \neq D, M \neq E, MD < ME$ ). Tia  $AM$  cắt đường tròn

$(O)$  tại điểm thứ hai là  $N$ . Đoạn thẳng  $AO$  cắt cung nhỏ  $DE$  tại  $K$ . Chứng minh  $NK$  là tia phân giác của  $\angle DNE$

Áp dụng tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau  $\Rightarrow OA$  là tia phân giác của  $\angle DOE$   
 $\Rightarrow OK$  cũng là tia phân giác của  $\angle DOE$   
 $\Rightarrow \angle DOK = \angle EOK \Rightarrow sd\widehat{DK} = sd\widehat{EK}$  (2 góc ở tâm bằng nhau thì chắn hai cung bằng nhau)  
 $\Rightarrow \angle DNK = \angle ENK$  (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau thì bằng nhau). Vậy  $NK$  là tia phân giác của  $\angle DNE$

c) Kẻ đường kính  $KQ$  của  $(O;R)$ . Tia  $QN$  cắt tia  $ED$  tại  $C$ . Chứng minh

$$MD.CE = ME.CD$$

Xét  $\triangle AMD$  và  $\triangle ADN$  có :

$\angle DAN$  chung,  $\angle ADM = \angle AND$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn  $\widehat{DM}$ )

$$\Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle AND (g.g) \Rightarrow \frac{MD}{ND} = \frac{AD}{AN} (1)$$

Xét  $\triangle AME$  và  $\triangle AEN$  có :

$\angle EAN$  chung;  $\angle AEM = \angle ANE$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn  $\widehat{EM}$ )  $\Rightarrow \triangle AME \sim \triangle AEN (g.g) \Rightarrow \frac{ME}{NE} = \frac{AE}{AN} (2)$

Mà  $AD = AE$  (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau) (3)

$$\text{Từ (1),(2),(3)} \Rightarrow \frac{MD}{ND} = \frac{ME}{NE} \Rightarrow \frac{MD}{ME} = \frac{ND}{NE} (4)$$

Vì  $KQ$  là đường kính của  $(O)$  (gt)  $\Rightarrow \angle KNQ = 90^\circ$  (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay  $NK \perp NQ$

Theo ý b) ta có :  $NK$  là tia phân giác của  $\angle DNE \Rightarrow NQ$  là phân giác ngoài của  $\angle DNE$  hay  $NC$  là phân giác ngoài của  $\angle DNE$

$$\text{Áp dụng định lý đường phân giác ta có : } \frac{ND}{NE} = \frac{CD}{CE} (5)$$

$$\text{Từ (4) và (5)} \Rightarrow \frac{MD}{ME} = \frac{CD}{CE} \Rightarrow MD.CE = ME.CD (dfcm)$$

## Bài 7.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:  $mx^2 - 1 = -x + 2m$

$$\Leftrightarrow (m^2 + 1)x = 2m + 1 \Leftrightarrow x = \frac{2m + 1}{m^2 + 1} (do m^2 + 1 > 0 \text{ với mọi } m)$$

Để giao điểm của 2 đồ thị có tọa độ nguyên dương thì  $\frac{2m+1}{m^2+1} \in \mathbb{Z}^+ (*)$

Đặt  $\frac{2m+1}{m^2+1} = k (k \in \mathbb{Z}^+)$  ta có :

$$2m+1 = (m^2+1)k \Leftrightarrow 2m+1 = km^2+k \Leftrightarrow km^2-2m+k-1=0(1)$$

Để tồn tại  $m$  thỏa mãn  $(*)$  thì phương trình (1) phải có nghiệm

$$\Rightarrow \Delta' = 1 - k(k-1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow -k^2 + k + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{5}}{2} \leq k \leq \frac{1+\sqrt{5}}{2}, \text{ mà } k \in \mathbb{Z}^+ \Rightarrow k=1$$

$$\text{Khi đó ta có : } \frac{2m+1}{m^2+1} = 1 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=2 \end{cases} (tm)$$

Vậy  $m \in \{0; 2\}$  thì thỏa mãn yêu cầu bài toán

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**

**KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT**

**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**Môn thi: TOÁN**

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

### **I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2,0 điểm)**

Trong các câu sau, mỗi câu chỉ có một lựa chọn đúng. Em hãy ghi vào bài làm chữ cái in hoa đứng trước lựa chọn đúng (Ví dụ : câu 1 nếu chọn A ghi 1A)

**Câu 1.** Biểu thức  $P = \sqrt{x-2021}$  có nghĩa khi và chỉ khi

A.  $x \geq 2021$       B.  $x > 2021$       C.  $x < 2021$       D.  $x \leq 2021$

**Câu 2.** Đồ thị hàm số  $y = ax^2$  ( $a$  là tham số) đi qua điểm  $M(-1; 4)$ . Giá trị của  $a$  bằng :

A.  $-4$       B.  $1$       C.  $4$       D.  $-1$

**Câu 3.** Tổng hai nghiệm của phương trình  $2x^2 + 7x - 3 = 0$  là :

A.  $\frac{7}{2}$       B.  $-\frac{7}{2}$       C.  $\frac{3}{2}$       D.  $-\frac{3}{2}$

**Câu 4.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $\cos \angle ABC = \frac{1}{3}$ ,  $BC = 9cm$  Độ dài cạnh  $AB$  bằng :

A.27cm

B.  $6\sqrt{2}$ cm

C.6cm

D.3cm

## II. PHẦN TỰ LUẬN

**Câu 5.(1,25 điểm)** Giải phương trình  $x^2 - x - 2 = 0$

**Câu 6.(1,25 điểm)** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} 3x - y = -4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

**Câu 7.** Cho Parabol ( $P$ ):  $y = x^2$  và đường thẳng ( $d$ ):  $y = 2x - m$  (với  $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng ( $d$ ) cắt parabol ( $P$ ) tại hai điểm phân biệt

$A(x_1; y_1)$  và  $B(x_2; y_2)$  sao cho  $y_1 + y_2 + x_1^2 x_2^2 = 6(x_1 + x_2)$

**Câu 8. (1,0 điểm)** Hai đội công nhân A và B làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 12 ngày. Khi làm chung được 8 ngày thì đội A được điều động đi làm việc khác, đội B tiếp tục làm phần việc còn lại. Kể từ khi làm một mình, do cải tiến cách làm nên năng suất của đội B tăng gấp đôi, do đó đội B đã hoàn thành phần việc còn lại trong 8 ngày tiếp theo. Hỏi với năng suất ban đầu thì mỗi đội làm một mình sẽ hoàn thành công việc đó trong bao lâu ?

**Câu 9. (3,0 điểm)** Cho đường tròn ( $O$ ) và điểm A nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ hai tiếp tuyến  $AB$  và  $AC$  đến ( $O$ ) ( $B, C$  là các tiếp điểm). Kẻ tia  $Ax$  (nằm giữa hai tia  $AB, AO$ ) cắt đường tròn tại  $E$  và  $F$  ( $E$  nằm giữa A và  $F$ )

a) Chứng minh rằng tứ giác  $ABOC$  nội tiếp đường tròn)

b) Chứng minh rằng  $AB^2 = AE \cdot AF$  và  $\angle OEF = \angle OHF$ , với  $H$  là giao điểm của  $AO$  và  $BC$

c) Đường thẳng qua  $E$  song song với  $BF$  cắt đường thẳng  $BC$  tại K. Đường thẳng  $AK$  cắt đường thẳng  $BF$  tại M. Chứng minh rằng  $MC = 2HF$

**Câu 10. (0,5 điểm)** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn điều kiện  $abc \leq 1$ . Chứng

minh rằng 
$$\frac{a(1-b^3)}{b^3} + \frac{b(1-c^3)}{c^3} + \frac{c(1-a^3)}{a^3} \geq 0$$



## ĐÁP ÁN

### I. TRẮC NGHIỆM

1A 2C 3B 4D

### II. TỰ LUẬN

**Câu 5.(1,25 điểm) Giải phương trình  $x^2 - x - 2 = 0$**

Ta có :  $a - b + c = 1 + 1 - 2 = 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{-c}{a} = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm  $S = \{-1; 2\}$

**Câu 6.(1,25 điểm) Giải hệ phương trình** 
$$\begin{cases} 3x - y = -4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 3x - y = -4 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x - 3y = -12 \\ 2x + 3y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = -11 \\ y = 3x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (-1; 1)$

**Câu 7. Cho Parabol (P):  $y = x^2$  và đường thẳng (d):  $y = 2x - m$  (với  $m$  là tham số). Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; y_1)$  và  $B(x_2; y_2)$  sao cho  $y_1 + y_2 + x_1^2 x_2^2 = 6(x_1 + x_2)$**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P), (d) là :

$$x^2 = 2x - m \Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0(*). \text{ Ta có : } \Delta' = 1 - m$$

Đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt  $\Leftrightarrow$  phương trình (\*) có 2 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1$

Khi đó , theo định lý Vi-et ta có: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = m \end{cases}$$

Ta có  $A(x_1; y_1)$  và  $B(x_2; y_2)$  là điểm thuộc đường thẳng (d) nên :

$$y_1 = 2x_1 - m, \quad y_2 = 2x_2 - m$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 + x_1^2 x_2^2 = 6(x_1 + x_2) \Leftrightarrow 2x_1 - m + 2x_2 - m + m^2 = 6.2$$

$$\Leftrightarrow 2.(x_1 + x_2) - 2m + m^2 = 12 \Leftrightarrow 2.2 - 2m + m^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m - 8 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 2m - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow m(m-4) + 2(m-4) = 0 \Leftrightarrow (m-4)(m+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4(tm) \\ m = -2(ktm) \end{cases}$$

Vậy  $m = -2$  thì (d) cắt (P) tại hai điểm thỏa mãn bài toán.

**Câu 8. Hai đội công nhân A và B làm chung một công việc và dự định hoàn thành trong 12 ngày. Khi làm chung được 8 ngày thì đội A được điều động đi làm việc khác, đội B tiếp tục làm phần việc còn lại. Kể từ khi làm một mình, do cải tiến cách làm nên năng suất của đội B tăng gấp đôi, do đó đội B đã hoàn thành phần việc còn lại trong 8 ngày tiếp theo. Hỏi với năng suất ban đầu thì mỗi đội làm một mình sẽ hoàn thành công việc đó trong bao lâu ?**

Gọi thời gian một mình hoàn thành công việc của đội A và B lần lượt là  $x, y$  (ngày)

(DK :  $x, y \in \mathbb{N}^*$ )

$\Rightarrow$  Mỗi ngày đội A hoàn thành  $\frac{1}{x}$  phần công việc, mỗi ngày đội B làm được  $\frac{1}{y}$  phần công việc

Vì hai đội làm chung và dự định hoàn thành công việc trong 12 ngày nên ta có phương

$$\text{trình : } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \quad (1)$$

Khi làm chung được 8 ngày thì hai đội làm được  $8\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$  phần công việc

8 ngày tiếp theo đội B làm được  $\frac{8}{y}$  phần công việc

Vì làm chung được 8 ngày thì đội A được điều động đi làm việc khác, đội B tiếp tục làm phần việc còn lại. Kể từ khi làm một mình, do cải tiến cách làm nên năng suất của đội B tăng gấp đôi, do đó đội B đã hoàn thành phần việc còn lại trong 8 ngày tiếp theo nên ta có phương trình:

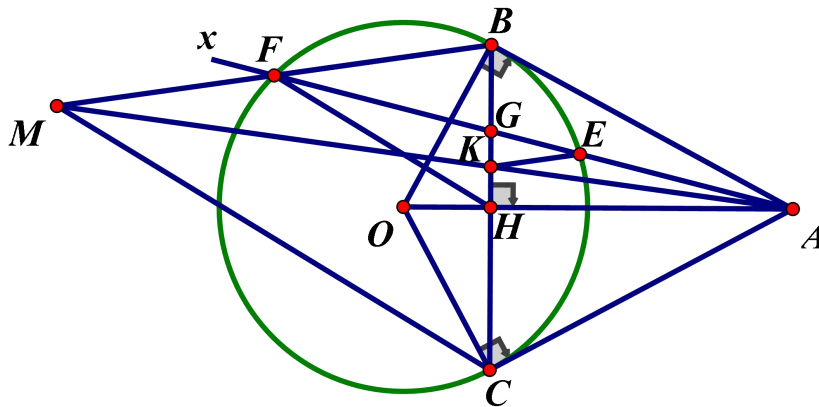
$$8\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 8 \cdot \frac{2}{y} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{8} \quad (2). \text{ Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{8} \end{cases} \text{ Đặt : } \begin{cases} a = \frac{1}{x} \\ b = \frac{1}{y} \end{cases} (a, b > 0). \text{ Hệ phương trình trở thành :}$$

$$\begin{cases} a + b = \frac{1}{12} \\ a + 3b = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{48} \\ a = \frac{1}{16} \end{cases} (tm) \Rightarrow \begin{cases} x = 16 \\ y = 48 \end{cases} (tm)$$

Vậy thời gian một mình hoàn thành công việc của đội A và B lần lượt là 16 ngày và 48 ngày.

### Câu 9.



#### a) Chứng minh rằng tứ giác $ABOC$ nội tiếp đường tròn)

Ta có :  $AB$  là tiếp tuyến của đường tròn và  $B$  là tiếp điểm nên  $AB \perp BO$

$\Rightarrow \angle ABO = 90^\circ$ . Chứng minh tương tự :  $\angle ACO = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle ABO + \angle ACO = 180^\circ \Rightarrow ABOC$  là tứ giác nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

#### b) Chứng minh rằng $AB^2 = AE \cdot AF$ và $\angle OEF = \angle OHF$ , với $H$ là giao điểm của $AO$ và $BC$

Ta có:  $\angle ABC = \angle BFA$  (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến dây cung cùng chắn  $\widehat{BE}$ )

Xét  $\triangle ABE$  và  $\triangle AFB$  ta có :

$\angle BAE$  chung;  $\angle ABE = \angle BFA$  (cmt)  $\Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle AFB$  (g.g)

$\Rightarrow \frac{AB}{AF} = \frac{AE}{AB}$  (2 cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)  $\Rightarrow AB^2 = AE \cdot AF$  (dpcm)

Ta có :  $AB = AC$  (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)  $\Rightarrow A \in$  trung trực của  $BC$   
 $OB = OC \Rightarrow O$  thuộc trung trực của  $BC \Rightarrow OA$  là trung trực của  $BC$   
 $\Rightarrow OA \perp BC$  tại  $H$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông  $OAB$  đường cao  $BH$  ta có :

$$AB^2 = AH \cdot AO \Rightarrow AE \cdot AF = AH \cdot AO \Rightarrow \frac{AE}{AH} = \frac{AO}{AF}$$

Xét  $\triangle AEH$  và  $\triangle AOF$  có :  $\angle OAF$  chung;  $\frac{AE}{AH} = \frac{AO}{AF}$  (cmt)  $\Rightarrow \triangle AEH \sim \triangle AOF$  (c.g.c)

$\Rightarrow \angle AEH = \angle AOF$  (2 góc tương ứng)  $\Rightarrow OHEF$  là tứ giác nội tiếp (tứ giác có góc ngoài bằng góc trong tại đỉnh đối diện)

$\Rightarrow \angle OEF = \angle OHF$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $OF$ ) (dfcm)

**c) Đường thẳng qua  $E$  song song với  $BF$  cắt đường thẳng  $BC$  tại  $K$ . Đường thẳng  $AK$  cắt đường thẳng  $BF$  tại  $M$ . Chứng minh rằng  $MC = 2HF$**

Gọi  $BC \cap Ax = \{G\}$

Áp dụng định lý Ta – let ta có :  $\frac{EK}{FM} = \frac{AE}{AF}$ ;  $\frac{EK}{BF} = \frac{GE}{GF}$  (1)

Vì  $OHEF$  là tứ giác nội tiếp (cmt) nên  $\angle AHE = \angle AFO$  (góc ngoài và góc trong tại đỉnh đối diện của tứ giác nội tiếp)

Mà  $\angle AFO = \angle OFE = \angle OEF = \angle OHF$  (do  $\triangle OEF$  cân tại  $O$ )

$\Rightarrow \angle AHE = \angle OHF \Rightarrow 90^\circ - \angle AHE = 90^\circ - \angle OHF \Rightarrow \angle EHB = \angle FHB$

$\Rightarrow HG$  là tia phân giác của  $\angle EHF$

Mà  $HG \perp HA$  nên  $HA$  là tia phân giác của  $\angle EHF$

Áp dụng tính chất đường phân giác ta có :  $\frac{GE}{GF} = \frac{AE}{AF} = \frac{HE}{HF}$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \frac{EK}{FM} = \frac{EK}{BF} \Rightarrow FM = BF \Rightarrow F$  là trung điểm của  $BM$

Lại có  $OA$  là đường trung trực của  $BC$ ,  $OA \cap BC = \{H\} \Rightarrow H$  là trung điểm của  $BC$

$\Rightarrow HF$  là đường trung bình của tam giác  $BCM$

Vậy  $MC = 2HF$  (dfcm)

**Câu 10. Cho  $a, b, c$  là các số thực dương thỏa mãn điều kiện  $abc \leq 1$ . Chứng minh rằng**

$$\frac{a(1-b^3)}{b^3} + \frac{b(1-c^3)}{c^3} + \frac{c(1-a^3)}{a^3} \geq 0$$

$$BDT \Leftrightarrow \frac{a}{b^3} + \frac{b}{c^3} + \frac{c}{a^3} \geq a + b + c$$

$$\text{Đặt } a = \frac{1}{x}, b = \frac{1}{y}, c = \frac{1}{z} \Rightarrow xyz \geq 1 (x, y, z \geq 0)$$

$$BDT \Leftrightarrow \frac{y^3}{x} + \frac{z^3}{y} + \frac{x^3}{z} \geq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

$$\text{Áp dụng BĐT } AM - GM \text{ ta có: } \frac{y^3}{x} + xy \geq 2y^2$$

$$\text{Tương tự } \Rightarrow \frac{y^3}{x} + \frac{z^3}{y} + \frac{x^3}{z} \geq 2(x^2 + y^2 + z^2) - (xy + yz + zx)$$

$$\text{Lại có: } x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + zx \Rightarrow \frac{y^3}{x} + \frac{z^3}{y} + \frac{x^3}{z} \geq xy + yz + zx$$

$$\text{Mà } xy + yz + zx = \frac{xyz}{z} + \frac{yzx}{y} + \frac{zxy}{x} \geq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$$

Vậy ta có điều phải chứng minh .

## SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

## KỶ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT

### ĐỀ THI CHÍNH THỨC

### Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian giao đề

**Câu 1.** Cho hàm số  $f(x) = x^2$ . Giá trị của  $f(-3)$  bằng :

- A. -9                      B. 9                      C. 3                      D. -3

**Câu 2.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 2cm, AC = 3cm, BC = 4cm$ . Kết luận nào dưới đây là đúng ?

- A.  $\angle A = \angle C$               B.  $\angle A < \angle B$               C.  $\angle B < \angle C$               D.  $\angle A > \angle C$

**Câu 3.** Tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số bậc nhất  $y = (m - 1)x + 2021$  nghịch biến trên  $\mathbb{R}$  là :

- A.  $m \geq 1$                       B.  $m < 1$                       C.  $m \leq 1$                       D.  $m > 1$

**Câu 4.** Cho một hình tròn có diện tích bằng  $9\pi cm^2$ . Chu vi của hình tròn đó là :

- A.  $12\pi cm$                       B.  $3\pi cm$                       C.  $6\pi cm$                       D.  $18\pi cm$

**Câu 5.** Đường thẳng  $d$  cách tâm  $O$  của đường tròn  $(O; 3cm)$  một khoảng bằng  $4cm$ . Khi đó số điểm chung của đường thẳng  $d$  và đường tròn  $(O; 3cm)$  là :

- A.0                      B.1                      C.3                      D.2

**Câu 6.** Biểu thức  $P = 5^7 \cdot 5^5$  có giá trị bằng :

- A. $5^7$                       B. $5^{27}$                       C. $5^6$                       D. $5^{12}$

**Câu 7.** Biểu thức  $\sqrt[3]{x^3}$  bằng biểu thức nào dưới đây ?

- A. $|x|$                       B. $x$                       C. $x^3$                       D. $-x$

**Câu 8.** Biết phương trình  $x^2 - mx + 2 = 0$  (với  $m$  là tham số) nhận  $x = 2$  là một nghiệm. Nghiệm kia của phương trình là

- A. $x = 3$                       B. $x = -1$                       C. $x = -3$                       D. $x = 1$

**Câu 9.** Cho tập hợp  $X = \{2; 3; 4; 5\}$ . Cách viết nào dưới đây **sai** ?

- A. $5 \in X$                       B. $2 \subset X$                       C. $6 \notin X$                       D. $\{3; 4\} \subset X$

**Câu 10.** Giá trị của tham số  $m$  để điểm  $Q(0; 3)$  thuộc đường thẳng  $y = -4x + m$  là

- A. $m = -3$                       B. $m = 3$                       C. $m = 12$                       D. $m = -12$

**Câu 11.** Giá trị lớn nhất của hàm số  $y = -2x^2$  bằng :

- A.-2                      B.0                      C.-1                      D.2

**Câu 12.** Số nào dưới đây chia hết cho cả 3 và 2

- A.123                      B.532                      C.100                      D.720

**Câu 13.** Đẳng thức nào dưới đây **sai** ?

- A. $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ$                       B. $\tan 75^\circ \cdot \cot 75^\circ = 1$   
C. $\frac{\cos 36^\circ}{\sin 36^\circ} = \tan 36^\circ$                       D. $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$

**Câu 14.** Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc nhất một ẩn ?

- A. $3x^3 - 1 = 0$                       B. $x^4 - 4 = 0$                       C. $x^2 + 1 = 0$                       D. $x - 2 = 0$

**Câu 15.** Cho tứ giác  $ABCD$  nội tiếp được đường tròn. Biết  $\angle ABC = 110^\circ$ , số đo của  $\angle ADC$  bằng :

- A.  $60^\circ$                       B.  $90^\circ$                       C.  $50^\circ$                       D.  $70^\circ$

**Câu 16.** Kết quả rút gọn của biểu thức  $b\sqrt{\frac{16}{b^2}}$  (với  $b > 0$ ) là :

- A.  $-4$                       B.  $4$                       C.  $\frac{4}{b}$                       D.  $-\frac{4}{b}$

**Câu 17.** Giá trị của biểu thức  $\sqrt{(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2}$  bằng

- A.  $\sqrt{7} - \sqrt{3}$                       B.  $4$                       C.  $\sqrt{3} - \sqrt{7}$                       D.  $2$

**Câu 18.** Nghiệm của phương trình  $x - 4 = 0$  là :

- A.  $x = 1$                       B.  $x = -1$                       C.  $x = 4$                       D.  $x = -4$

**Câu 19.** Thể tích  $V$  của một hình trụ có diện tích đáy  $S = 6\pi cm^2$  và chiều cao  $h = 2cm$  là :

- A.  $V = 8\pi cm^3$                       B.  $V = 12\pi cm^3$                       C.  $V = 4\pi cm^3$                       D.  $6\pi cm^3$

**Câu 20.** Cho  $\cot \alpha = 2$ . Khi đó  $\tan \alpha$  có giá trị bằng :

- A.  $-2$                       B.  $-\frac{1}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $2$

**Câu 21.** Số tiếp tuyến chung của hai đường tròn tiếp xúc trong là :

- A.  $3$                       B.  $0$                       C.  $2$                       D.  $1$

**Câu 22.** Điều kiện để hai đường thẳng  $y = ax + b$  và  $y = mx + n$  ( $a \neq 0, m \neq 0$ ) trùng nhau là :

- A.  $a = m, b \neq n$                       B.  $a \neq m, b \neq n$                       C.  $a \neq m, b = n$                       D.  $a = m, b = n$

**Câu 23.** Một tam giác có số đo ba góc tỉ lệ với các số  $3; 4; 5$ . Số đo góc lớn nhất của tam giác đã cho bằng :

- A.  $75^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $15^\circ$

**Câu 24.** Giá trị của  $\sqrt{9}$  bằng :

A.2                      B.1                      C.3                      D.4

**Câu 25.**Đồ thị của hàm số  $y = 2x + 5$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng :

A.  $-\frac{5}{2}$                       B.  $\frac{5}{2}$                       C.5                      D.2

**Câu 26.**Cho hai đường tròn  $(O;1cm)$  và  $(O';2cm)$  tiếp xúc ngoài. Độ dài của đoạn thẳng  $OO'$  bằng :

A.3cm                      B.2cm                      C.1cm                      D.4cm

**Câu 27.** Hàm số nào dưới đây đồng biến trên  $R$ ?

A. $y = -3x + 1$                       B. $y = -x$                       C. $y = x^2$                       D. $y = 2x + 3$

**Câu 28.** Biết phương trình bậc hai ẩn  $x$  là một phương trình có dạng  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ .

Hệ số  $a$  của phương trình bậc hai  $3x^2 + 5x - 8 = 0$  là :

A. $a = 0$                       B. $a = 5$                       C. $a = -8$                       D. $a = 3$

**Câu 29.**Cho đường tròn tâm  $O$  có bán kính  $13cm$ . Một dây cung  $AB$  có độ dài bằng  $10cm$ . Khoảng cách từ tâm  $O$  của đường tròn đến dây cung  $AB$  bằng :

A.6cm                      B.12cm                      C.4cm                      D.8cm

**Câu 30.** Cho hai điểm  $A, B$  thuộc đường tròn tâm  $O$ . Biết  $\angle AOB = 55^\circ$ . Số đo của cung nhỏ  $AB$  bằng :

A.  $125^\circ$                       B.  $55^\circ$                       C.  $35^\circ$                       D.  $110^\circ$

**Câu 31.** Phân tích đa thức  $x^2 + 2x$  thành nhân tử ta được kết quả là :

A. $x(x - 2)$                       B. $x(x + 2)$                       C. $2(x + 2)$                       D. $2(x - 2)$

**Câu 32.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A, BC = 2cm$ . Độ dài của đoạn thẳng  $AC$  bằng :

A.2cm                      B. $\sqrt{2}cm$                       C.1cm                      D. $\sqrt{3}cm$

**Câu 33.** Nghiệm của phương trình  $\sqrt{x} = 2$  là :

A. $x = 4$                       B. $x = 2$                       C. $x = 6$                       D. $x = 8$

**Câu 34.** Độ dài cung  $90^\circ$  của một đường tròn có bán kính  $R = 5cm$  là :



*A.*  $5\pi cm$       *B.*  $\frac{5\pi}{2} cm$       *C.*  $\frac{5\pi}{4} cm$       *D.*  $10\pi cm$

**Câu 35.** Phương trình nào dưới đây là phương trình bậc nhất hai ẩn ?

*A.*  $x^2 + y^2 = 25$       *B.*  $x^2 - y^2 = 5$       *C.*  $-4x^2 + y^2 = 0$       *D.*  $x + y = 1$

**Câu 36.** Cho điểm  $M$  nằm bên trong hình chữ nhật  $ABCD$ . Biết  $MA = 4m, MB = 5m$  và  $MC = 6m$ . Độ dài của đoạn thẳng  $MD$  là :

*A.*  $\sqrt{26}m$       *B.*  $5m$       *C.*  $2\sqrt{7}m$       *D.*  $3\sqrt{3}m$

**Câu 37.** Cho parabol  $(P): y = \frac{1}{6}x^2$  và đường thẳng  $(d): y = -x + 6$  cắt nhau tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; y_1)$  và  $B(x_2; y_2)$ . Giá trị của biểu thức  $M = x_1x_2 + y_1y_2$  bằng

*A.*  $0$       *B.*  $1$       *C.*  $-2$       *D.*  $-3$

**Câu 38.** Cho  $a, b, c$  là các số thực thỏa mãn điều kiện

$a + b + c - 21 = 2(\sqrt{a-7} + \sqrt{b-8} + \sqrt{c-9})$ . Khi đó giá trị của biểu thức

$S = a + 2b - c$  bằng :

*A.*  $16$       *B.*  $14$       *C.*  $7$       *D.*  $36$

**Câu 39.** Tổng  $S$  các giá trị của  $m$  để phương trình  $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m - 8 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$  thỏa mãn  $3x_1 - 2x_2 = 2$  là

*A.*  $S = 2$       *B.*  $S = 4$       *C.*  $S = -2$       *D.*  $S = 0$

**Câu 40.** Cho tam giác  $ABC$  có  $\angle B = 60^\circ, AB = 8cm, BC = 6cm$ . Độ dài của đoạn thẳng  $AC$  bằng :

*A.*  $4\sqrt{3}cm$       *B.*  $5\sqrt{2}cm$       *C.*  $7cm$       *D.*  $2\sqrt{13}cm$

**Câu 41.** Cho hai đường tròn  $(O; 3cm)$  và  $(O'; 5cm)$  tiếp xúc ngoài,  $EF$  là tiếp tuyến chung ngoài của hai đường tròn đó ( $E, F$  là hai tiếp điểm). Độ dài của đoạn thẳng  $EF$  bằng :

*A.*  $6\sqrt{2}cm$       *B.*  $2\sqrt{15}cm$       *C.*  $2\sqrt{17}cm$       *D.*  $8cm$

**Câu 42.** Số các giá trị nguyên dương của  $n$  không vượt quá 2021 sao cho  $n$  chia 5 dư 4,  $n$  chia 6 dư 5 và  $n$  chia 7 dư 6 là :

A.9

B.8

C.7

D.10

**Câu 43.** Đường thẳng  $y = -x + 4$  cắt hai trục  $Ox, Oy$  lần lượt tại hai điểm  $A$  và  $B$ . Khi đó diện tích của tam giác  $OAB$  bằng

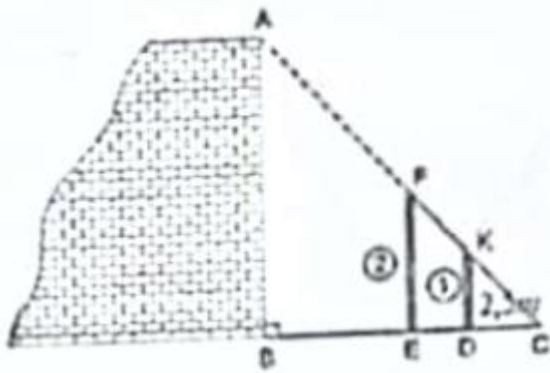
A.3 (đơn vị diện tích)

B. 4 ( đơn vị diện tích)

C.8 ( đơn vị diện tích)

D.16 ( đơn vị diện tích)

**Câu 44.** Để đo chiều cao  $AB$  của một bức tường, người ta đặt hai cọc thẳng đứng vuông góc với mặt đất ( cọc (1) cố định; cọc (2) có thể di động được) và sợi dây  $FC$  như hình vẽ. Cọc (1) có chiều cao  $DK = 2,5m$ . Người ta đo được các khoảng cách  $BC = 6,6m$  và  $DC = 2,2m$ . Khi đó chiều cao của bức tường bằng :



A.4,5m

B.7,5m

C.6m

D.5m

**Câu 45.** Biết biểu thức

$$P = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{1^2} + \frac{1}{4^2}} + \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{7^2}} + \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{10^2}} + \dots + \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{592^2} + \frac{1}{595^2}}$$

có giá trị bằng  $\frac{a}{b}$ , với  $a, b$  là các số nguyên dương,  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Khi đó giá trị của biểu thức

$Q = a - 66b$  bằng :

A.595

B.598

C.594

D.596

**Câu 46.** Biết giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = \frac{3x-16}{(\sqrt{x}-1)^2}$  (với  $x \geq 0, x \neq 1$ ) là  $\frac{a}{b}$ , trong đó

$a, b$  là các số nguyên dương,  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản. Giá trị của biểu thức  $T = a + b$  là :

A.29

B.57

C.82

D.61

**Câu 47.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thỏa mãn  $-7 \leq m \leq 7$  sao cho phương trình  $mx^2 - 2(m-4)x + m - 4 = 0$  có hai nghiệm phân biệt ?

A.3

B.4

C.11

D.10

**Câu 48.** Cho tam giác cân  $ABC$  có  $\angle A = 120^\circ$  và  $AB = 3cm$ . Độ dài của đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng :

A. $9\pi cm$

B. $6\pi cm$

C. $4\pi cm$

D. $3\pi cm$

**Câu 49.** Biết  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4x + 5y = 17 \end{cases}$  và  $\begin{cases} ax + by = 6 \\ 3ax + 2by = 10 \end{cases}$  là hai hệ phương trình tương đương. Khi đó giá trị của biểu thức  $T = 6a + b$  bằng :

A.6

B.10

C.4

D.2

**Câu 50.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $y = (2m - 3)x + m - 5$  cắt trục tung và trục hoành lần lượt tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  sao cho  $AOB$  là một tam giác cân. Tổng các phần tử của tập hợp  $S$  bằng :

A.5

B.3

C.6

D.8

## ĐÁP ÁN

1B 2D 3B 4C 5A 6D 7B 8D 9B 10B  
11B 12D 13C 14D 15D 16B 17A 18C 19B 20C  
21D 22D 23A 24C 25C 26A 27D 28D 29B 30B  
31B 32B 33A 34B 35D 36D 37A 38A 39A 40D  
41C 42D 43C 44B 45A 46D 47D 48B 49C 50D