SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
ĐỀ CHÍNH THỨC *(Đề thi có 01 trang)*	**Môn: Toán (không chuyên)** **Thời gian: 120 phút** *(không kể thời gian phát đề)*

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình : $x^2 - 6x + 8 = 0$

b) Cho phương trình $x^2 - 2mx + 2m - 2 = 0,$ với m là tham số. Tìm giá trị của phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1; x_2$ thỏa mãn $x_1 + 3x_2 = 6$

Câu 2.(2,0 điểm)

a) Cho hàm số $y = ax + b.$ Xác định hệ số a, b biết đồ thị của hàm số đã cho là một đường thẳng song song với đường thẳng $y = 3x$ và đi qua điểm $M(5;1)$

b) Trong mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng $(d): y = 2x + m$ và parabol $(P): y = -x^2.$ Tìm m để (d) và (P) có một điểm chung.

Câu 3.(2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $M = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right).\frac{1}{\sqrt{x}}\begin{pmatrix} x > 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix}$

b) Giải phương trình : $12\sqrt[3]{x^2 - 1} - 6\sqrt[3]{x^4 - 2x^2 + 1} + x^2 - 9 = 0$

Câu 4.(2,0 điểm)

a) Một hình chữ nhật có chu vi bằng $68cm.$ Nếu tăng chiều rộng $6cm$ và giảm chiều dài $10cm$ thì được hình vuông có cùng diện tích với hình chữ nhật ban đầu. Tìm kích thước của hình chữ nhật ban đầu.

b) Một lọ thủy tinh hình trụ có đường kính đáy bằng $15cm$ (độ dày của thành lọ và đáy lọ không đáng kể) chứa nước. Người ta thả chìm hoàn toàn 10 viên bi dạng khối cầu và cùng đường kính bằng $4cm$ vào lọ, biết nước trong lọ không tràn ra ngoài. Tính chiều cao của lượng nước dâng lên so với mực nước ban đầu *(kết quả lấy đến một chữ số sau dấu phẩy)*

Câu 5.

Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm $O,$ hai đường cao BE, CF cắt nhau tại H $\left(E \in AC, F \in AB\right)$

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp một đường tròn

b) Chứng minh EF vuông góc OA

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) **Giải phương trình :** $x^2 - 6x + 8 = 0$

$x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 2x + 8 = 0$

$\Leftrightarrow x(x-4) - 2(x-4) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 4 \end{array}\right.$

Vậy $S = \{2;4\}$

b) **Cho phương trình** $x^2 - 2mx + 2m - 2 = 0,$ **với** m **là tham số. Tìm giá trị của phương trình đã cho có hai nghiệm** $x_1; x_2$ **thỏa mãn** $x_1 + 3x_2 = 6$

$x^2 - 2mx + 2m - 2 = 0 \qquad (1)$

$\Delta' = (-m)^2 - (2m-2) = m^2 - 2m + 2 = (m-1)^2 + 1 > 0$ (với mọi m)

$\Rightarrow \Delta' > 0 \Rightarrow$ phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m

Áp dụng định lý Vi – et và đề ta có : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = 2m - 2 \\ x_1 + 3x_2 = 6 \end{cases}$

Từ (1), (3)$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 + 3x_2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3m - 3 \\ x_2 = 3 - m \end{cases}$

Thay vào (2) $\Rightarrow (3m-3)(3-m) = 2m - 2$

$\Leftrightarrow -3m^2 + 12m - 9 = 2m - 2 \Leftrightarrow 3m^2 - 10m + 7 = 0$

$\Delta = (-10)^2 - 4.3.7 = 16 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m_1 = \dfrac{10 + \sqrt{16}}{6} = \dfrac{7}{3} \\ m_2 = \dfrac{10 - \sqrt{16}}{6} = 1 \end{array}\right.$

Vậy $m \in \left\{\frac{7}{3};1\right\}$ thì thỏa đề

Câu 2.

a) **Cho hàm số** $y = ax + b$. **Xác định hệ số** a, b **biết đồ thị của hàm số đã cho là một đường thẳng song song với đường thẳng** $y = 3x$ **và đi qua điểm** $M(5;1)$

Vì $(d): y = ax + b$ song song với đường thẳng $y = 3x \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b \neq 0 \end{cases}$

$(d): y = 3x + b$ qua $M(5;1) \Rightarrow 1 = 3.5 + b \Leftrightarrow b = -14 (tm)$

Vậy $a = 3, b = -14$

b) **Trong mặt phẳng tọa độ cho đường thẳng** $(d): y = 2x + m$ **và parabol** $(P): y = -x^2$. **Tìm** m **để** (d) **và** (P) **có một điểm chung.**

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$-x^2 = 2x + m \Leftrightarrow x^2 + 2x + m = 0 (*)$

$\Delta' = 1^2 - m = 1 - m$

Để (d) và (P) có một điểm chung thì $(*)$ có một nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1$

Câu 3.

a) **Rút gọn biểu thức** $M = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right).\frac{1}{\sqrt{x}} \begin{pmatrix} x > 0 \\ x \neq 1 \end{pmatrix}$

$$M = \left(\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right).\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2 - \left(\sqrt{x}+1\right)^2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}.\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x}-1-\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-1+\sqrt{x}+1\right)}{x-1}.\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{-2.2\sqrt{x}}{(x-1)\sqrt{x}} = \frac{-4}{x-1}$$

Vậy khi $x > 0, x \neq 1$ thì $M = \frac{-4}{x-1}$

b) **Giải phương trình :** $12\sqrt[3]{x^2-1} - 6\sqrt[3]{x^4-2x^2+1} + x^2 - 9 = 0$

$12\sqrt[3]{x^2-1} - 6\sqrt[3]{x^4-2x^2+1} + x^2 - 9 = 0$

$\Leftrightarrow 12\sqrt[3]{x^2-1}-6\sqrt[3]{\left(x^2-1\right)^2}+x^2-1-8=0$

Đặt $t=\sqrt[3]{x^2-1}$, phương trình thành:

$12t-6t^2+t^3-8=0\Leftrightarrow t^3-6t^2+12t-8=0$

$\Leftrightarrow \left(t-2\right)^3=0\Leftrightarrow t=2\Rightarrow \sqrt[3]{x^2-1}=2$

$\Rightarrow x^2-1=8\Leftrightarrow x^2=9\Rightarrow x=\pm 3$

Câu 4.

a) **Một hình chữ nhật có chu vi bằng $68cm.$ Nếu tăng chiều rộng $6cm$ và giảm chiều dài $10cm$ thì được hình vuông có cùng diện tích với hình chữ nhật ban đầu. Tìm kích thước của hình chữ nhật ban đầu.**

Gọi $x\left(cm\right)$ là chiều dài $\left(6<x<34\right)\Rightarrow$ Chiều rộng ban đầu : $34-x$

Diện tích ban đầu : $x\left(34-x\right)$

Nếu tăng chiều rộng $6cm$ và giảm chiều dài $10cm$ thì diện tích không đổi nên ta có phương trình :

$\left(x-10\right)\left(34-x+6\right)=x\left(34-x\right)$

$\Leftrightarrow -x^2+50x-400=-x^2+34x\Leftrightarrow 16x=400\Leftrightarrow x=25$

Vậy ban đầu,

Chiều dài : $25cm,$ chiều rộng $34-25=9m$

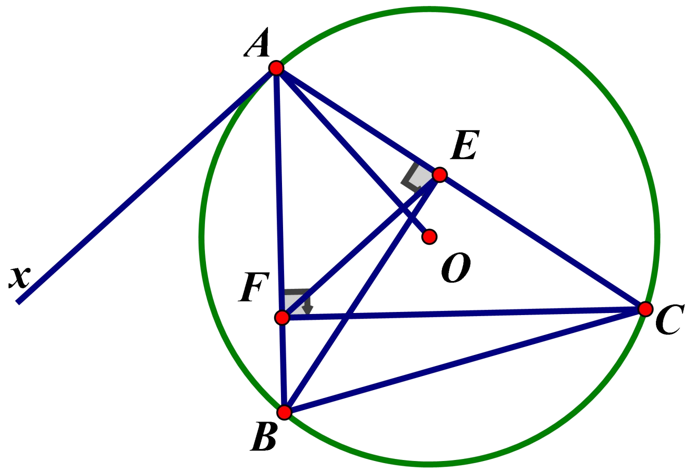
b) **Một lọ thủy tinh hình trụ có đường kính đáy bằng $15cm$ (độ dày của thành lọ và đáy lọ không đáng kể) chứa nước. Người ta thả chìm hoàn toàn 10 viên bi dạng khối cầu và cùng đường kính bằng $4cm$ vào lọ, biết nước trong lọ không tràn ra ngoài. Tính chiều cao của lượng nước dâng lên so với mực nước ban đầu *(kết quả lấy đến một chữ số sau dấu phẩy)***

Bán kính đáy $R=\dfrac{15}{2}=7{,}5cm\Rightarrow$ Diện tích đáy : $S=\dfrac{225}{4}\pi$

Diện tích 10 khối cầu : $V=\dfrac{10.4\pi R^3}{3}=\dfrac{10.4\pi .2^3}{3}=\dfrac{320\pi}{3}\left(cm^3\right)$

Chiều cao dâng lên : $h=\dfrac{320\pi}{3}:\dfrac{225\pi}{4}\approx 1{,}9\left(cm\right)$

Câu 5.



a) **Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp một đường tròn**

ΔABC có CF, BE là hai đường cao $\Rightarrow \angle AFH = \angle AEH = 90^\circ$

Suy ra tứ giác $AEHF$ có $\angle AEH + \angle AFH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow AEHF$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh EF vuông góc OA

Kẻ tiếp tuyến Ax

Ta có : $\angle BCA = \angle BAx$ (cùng chắn cung AB) (1)

Tứ giác $BFEC$ có $\angle BFC = \angle BEC = 90^\circ$ nên E, F là hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn BC dưới 1 góc $90^\circ \Rightarrow BFEC$ là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \angle BCA = \angle EFA$ (góc trong và góc ngoài tại đỉnh đối diện) (2)

Từ (1), (2) $\Rightarrow \angle EFA = \angle BAx$ mà 2 góc ở vị trí so le trong $\Rightarrow EF // Ax$

Mà $OA \perp Ax$ (tính chất tiếp tuyến) $\Rightarrow EF \perp OA$

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
ĐỀ CHÍNH THỨC *(Đề thi có 01 trang)*	**Môn: Toán (không chuyên)** **Thời gian: 120 phút** *(không kể thời gian phát đề)*

Câu 1. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \left(\dfrac{1}{x - \sqrt{x}} + \dfrac{1}{\sqrt{x} - 1} \right) : \dfrac{\sqrt{x} + 1}{\left(\sqrt{x} - 1 \right)^2}$

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tìm các giá trị của x để biểu thức $A > 0$

Câu 2. (1,5 điểm)

Cho $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m^2 - 4)x + m^2 - 3$ (m là tham số)

a) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) với đường thẳng d khi $m = 0$

b) Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = (m^2 - 4)x + m^2 - 3$ luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Câu 3. (2,0 điểm) Hai phân xưởng của một nhà máy theo kế hoạch phải làm tổng cộng 300 sản phẩm. Nhưng khi thực hiện thì phân xưởng 1 vượt mức 10% so với kế hoạch, phân xưởng II vượt mức 20% so với kế hoạch. Do đó cả hai phân xưởng đã làm được 340 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi phân xưởng phải làm *theo* kế hoạch.

Câu 4. (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và đường thẳng d không qua O cắt đường tròn tại hai điểm $A, B.$ Lấy một điểm M trên tia đối của tia $BA,$ kẻ hai tiếp tuyến MC, MD với đường tròn (C, D là các tiếp điểm). Gọi H là trung điểm của AB

a) Chứng minh rằng các điểm M, D, O, H cùng nằm trên một đường tròn

b) Đoạn OM cắt đường tròn tại $I.$ Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MCD

c) Đường thẳng qua $O,$ vuông góc với OM cắt các tia MC, MD theo thứ tự tại P và $Q.$ Tìm vị trí của điểm M trên d sao cho diện tích tam giác MPQ bé nhất

Câu 5. (1,0 điểm) Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn

$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$

Chứng minh rằng : $\dfrac{x^2}{x^4 + zy} + \dfrac{y^2}{y^4 + xz} + \dfrac{z^2}{z^4 + xy} \le \dfrac{3}{2}$

ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Rút gọn biểu thức A

ĐKXĐ: $\begin{cases} x \ge 0 \\ x - \sqrt{x} \ne 0 \\ \sqrt{x} - 1 \ne 0 \\ \left(\sqrt{x}-1\right)^2 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \ne 1 \end{cases}$

$$A = \left(\frac{1}{x-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}-1}\right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}$$

$$= \frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)} \cdot \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$$

Vậy với $x > 0, x \ne 1$ ta có : $A = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$

b) Tìm các giá trị của x để biểu thức $A > 0$

Điều kiện : $x > 0, x \ne 1$

$$A > 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} > 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 1 > 0 \ \left(do\ \sqrt{x} > 0\right)$$

$\Rightarrow \sqrt{x} > 1 \Leftrightarrow x > 1$

Kết hợp với điều kiện ta được $x > 1$ thỏa mãn

Vậy $x > 1$ thì $A > 0$

Câu 2.

a) Tìm tọa độ giao điểm của parabol (P) với đường thẳng d khi $m = 0$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P):

$x^2 = \left(m^2-4\right)x + m^2 - 3 \Leftrightarrow x^2 - \left(m^2-4\right)x - m^2 + 3 = 0 (1)$

Thay $m = 0$ vào phương trình trên ta được phương trình: $x^2 + 4x + 3 = 0$

Ta có $\Delta' = 4 - 3 = 1 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt :

$x_1 = -2 + \sqrt{1} = -1, \quad x_2 = -2 - \sqrt{1} = -3$

$x_1 = -1 \Rightarrow y_1 = 1; \qquad x_2 = -3 \Rightarrow y_2 = 9$

Vậy khi $m = 0$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm $(-1;1), (-3;9)$

b) Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d): y = \left(m^2-4\right)x + m^2 - 3$ luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $(d), (P)$ là :

$x^2-\left(m^2-4\right)x-m^2+3=0\left(1\right)$

Đường thẳng d luôn cắt $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow\left(1\right)$ có hai nghiệm

$$\Leftrightarrow\Delta>0\Leftrightarrow\left(m^2-4\right)^2-4\left(-m^2+3\right)>0$$

phân biệt $\Leftrightarrow m^4-8m^2+16+4m^2-12>0\Leftrightarrow m^4-4m^2+4>0$

$$\Leftrightarrow\left(m^2-2\right)^2>0\Leftrightarrow m^2-2\neq 0\Leftrightarrow m\neq\pm\sqrt{2}$$

Vậy với $m\neq\pm\sqrt{2}$ thì $\left(d\right)$ cắt $\left(P\right)$ tại hai điểm phân biệt

Câu 3. Hai phân xưởng của một nhà máy theo kế hoạch phải làm tổng cộng 300 sản phẩm. Nhưng khi thực hiện thì phân xưởng 1 vượt mức 10% so với kế hoạch, phân xưởng II vượt mức 20% so với kế hoạch. Do đó cả hai phân xưởng đã làm được 340 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi phân xưởng phải làm $theo$ kế hoạch.

Gọi số sản phẩm phân xưởng I phải làm theo kế hoạch là x (sản phẩm) $\left(x\in\mathbb{N}^*\right)$

$\Rightarrow$ số sản phẩm phân xưởng II làm theo kế hoạch là $300-x$ (sản phẩm)

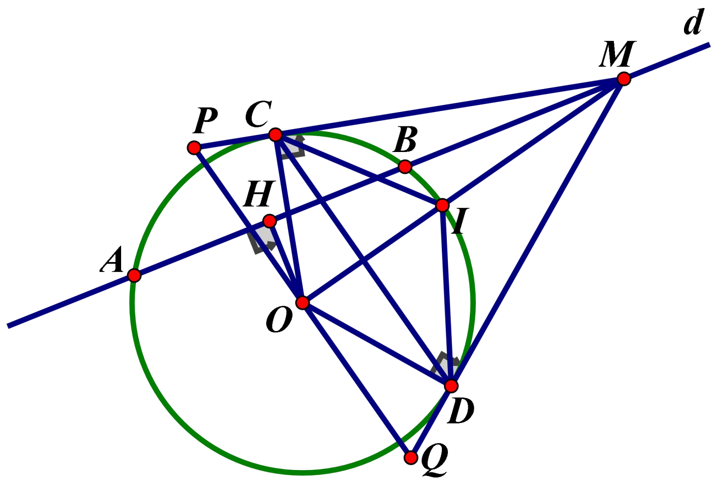
Vì khi thực hiện thì phân xưởng I vượt mức 10% so với kế hoạch nên số sản phẩm phân xưởng I làm được là : $x+x.10\%=x+0,1x=1,1x$ (sản phẩm)

Phân xưởng II vượt mức 20% so với kế hoạch nên số sản phẩm phân xưởng II làm được là : $300-x+\left(300-x\right).20\%=\left(300-x\right).1,2$ (sản phẩm)

Tổng số sản phẩm cả hai phân xưởng làm được là 340 sản phẩm nên ta có phương trình : $1,1x+\left(300-x\right).1,2=340\Leftrightarrow x=200(tm)$

Vậy phân xưởng I cần làm 200 sản phẩm và phân xưởng II cần làm $300-200=100$ sản phẩm

Câu 4.



a) **Chứng minh rằng các điểm M, D, H, O cùng nằm trên một đường tròn**

Do H là trung điểm của AB nên $OH \perp AB$ (tính chất đường kính – dây cung)

Xét tứ giác $MDOH$ có: $\angle MHO + \angle MDO = 90° + 90° = 180°$

$\Rightarrow$ Tứ giác $MDOH$ nội tiếp (dấu hiệu nhận biết)

Vậy các điểm M, D, O, H cùng nằm trên một đường tròn

b) **Đoạn OM cắt đường tròn tại I. Chứng minh rằng I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MCD**

Do MC, MD là hai tiếp tuyến của (O) nên MO là phân giác của $\angle CMD$ *hay* MI là phân giác của $\angle CMD\,(1)$

OI là phân giác của $\angle COD$ hay

$\angle COI = \angle DOI \Rightarrow CI = DI \Rightarrow \angle ICM = \angle ICD$

Suy ra CI là phân giác của $\angle MCD\,(2)$

Từ $(1),(2) \Rightarrow I$ là giao điểm của các đường phân giác của ΔMCD

$\Rightarrow I$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $MCD\,(dfcm)$

c) **Đường thẳng qua O, vuông góc với OM cắt các tia MC, MD theo thứ tự tại P và Q. Tìm vị trí của điểm M trên d sao cho diện tích tam giác MQP bé nhất**

Ta có : $S_{MPQ} = \frac{1}{2}MO.PQ = \frac{1}{2}MO.2.OP = MO.OP$

Mà $\Delta MCO \backsim \Delta MOP(g.g) \Rightarrow \frac{MO}{MP} = \frac{CO}{OP} \Rightarrow MO.OP = MP.CO$

$\Rightarrow S_{MPQ} = MP.CO = (MC + CP).CO \geq 2\sqrt{MC.CP}.CO$

Dấu $"="$ xảy ra $\Leftrightarrow MC = CP \Leftrightarrow \Delta MOP$ vuông cân

$\Leftrightarrow \angle PMO = 45° \Leftrightarrow \angle CMD = 90°$

$\Leftrightarrow MCOD$ là hình vuông cạnh $R \Leftrightarrow MO = R\sqrt{2}$

Vậy diện tích tam giác MQP bé nhất khi $MO = R\sqrt{2}$

Câu 5.

Cho các số thực dương x, y, z **thỏa mãn** $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$

Chứng minh rằng $\frac{x^2}{x^4 + yz} + \frac{y^2}{y^4 + xz} + \frac{z^2}{z^4 + xy} \le \frac{3}{2}$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số x^4 và yz ta có :

$x^4 + yz \ge 2\sqrt{x^4 zy} = 2x^2\sqrt{yz}$

Tương tự : $\begin{cases} y^4 + xz \ge 2y^2\sqrt{xz} \\ z^4 + xy \ge 2z^2\sqrt{xy} \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x^4 + yz} + \frac{y^2}{y^4 + xz} + \frac{z^2}{z^4 + xy} \le \frac{x^2}{2x^2\sqrt{yz}} + \frac{y^2}{2y^2\sqrt{xz}} + \frac{z^2}{2z^2\sqrt{xy}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^4 + yz} + \frac{y^2}{y^4 + xz} + \frac{z^2}{z^4 + xy} \le \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{yz}} + \frac{1}{\sqrt{xz}} + \frac{1}{\sqrt{xy}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{x^4 + yz} + \frac{y^2}{y^4 + xz} + \frac{z^2}{z^4 + xy} \le \frac{1}{2}.\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}}{\sqrt{xyz}}$$

Sử dụng bất đẳng thức phụ : $(a + b + c)^2 \le 3(a^2 + b^2 + c^2)$(sử dụng phép biến đổi tương đương để chứng minh)

$$\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}\right)^2 \le 3(x + y + z)$$

$$\Rightarrow (x + y + z)^2 \le 3.(x^2 + y^2 + z^2) = 9xyz$$

$$\Rightarrow x + y + z \le 3\sqrt{xyz} \Rightarrow \left(\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z}\right)^2 \le 3.3\sqrt{xyz} = 9\sqrt{xyz}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} \le 3\sqrt[4]{xyz}$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{x^4 + yz} + \frac{y^2}{y^4 + xz} + \frac{z^2}{z^4 + xy} \le \frac{1}{2}.\frac{3\sqrt[4]{xyz}}{\sqrt{xyz}} = \frac{3}{2}.\frac{1}{\sqrt[4]{xyz}}$$

Ta sẽ chứng minh $\sqrt[4]{xyz} \ge 1$

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho 3 số x^2, y^2, z^2 ta được :