

10+ BÀI TẬP HÌNH HỌC LỚP 9 DÀNH CHO HSG – TAILIEUTHI.NET

Bài 53

Cho đường tròn (O) đường kính AB . Gọi K là điểm chính giữa cung AB ; M là điểm lưu động trên cung nhỏ AK (M khác hai điểm $A; K$). Lấy điểm N trên đoạn BM sao cho $BN = AM$

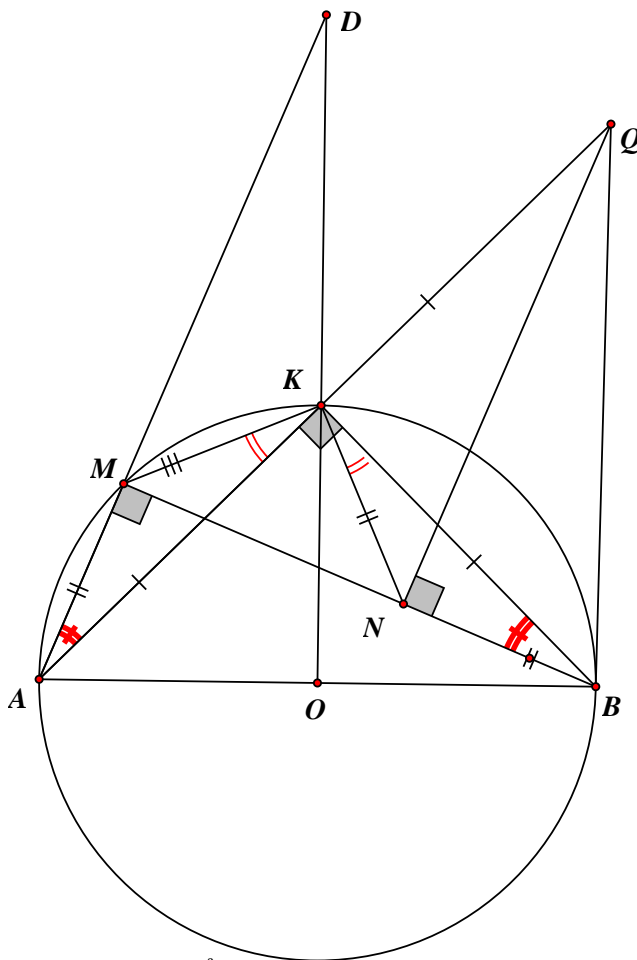
a) Chứng minh $AMK = BNK$

b) Chứng minh : tam giác MKN là tam giác vuông cân

c) Hai đường thẳng AM và OK cắt nhau tại D . Chứng minh MK là đường phân giác góc NMD

d) Chứng minh rằng đường thẳng qua N vuông góc BM luôn đi qua một điểm cố định

Lời giải :



a) Ta có $KA = KB$ (K là điểm chính giữa cung AB)

Và có $MA = BN$ (giả thiết) và $MAK = NBK$ (cùng chắn cung MK)

Vậy $\triangle MAK = \triangle NBK$ (c.g.c) $\Rightarrow AMK = BNK$

b) Ta đi chứng minh : $KM = KN$

Do $\Delta MAK = \Delta NBK$ (c.g.c) $\Rightarrow KM = KN$ và $MKA = BKN$

Nên $MKA + AKN = AKN + BKN = AKB = 90^\circ$ (do K thuộc đường tròn đường kính AB)

Hay $MKN = 90^\circ; KM = KN$ suy ra tam giác MKN vuông cân ở K

c)Ta có : tứ giác $MKBA$ nội tiếp $\Rightarrow DMK = KBA = 45^\circ$ (tính chất tứ giác nội tiếp)

Và $KMB = KAB = 45^\circ \Rightarrow DMK = KMB \Rightarrow MK$ là đường phân giác góc NMD

d)Dựng tam giác vuông cân ABQ vuông cân tại B như hình vẽ (K là trung điểm AQ) như thế ta có Q là điểm cố định

Ta có $BQ = BA; BN = AM$; $QBN = MAB$ (cùng phụ MBA)

Vậy nên $\Delta MAB = \Delta NBQ$ (c.g.c) $\Rightarrow BNQ = BMA = 90^\circ \Rightarrow NQ \perp BM$ hay là đường thẳng qua N và vuông góc BM đi qua điểm cố định Q

Bài 54: Cho nửa đường tròn $(O; R)$ có đường kính AB . Bán kính CO vuông góc với AB , M là một điểm bất kì trên cung nhỏ AC (M khác A và C); BM cắt AC tại H . Gọi K là hình chiếu của H trên AB .

a) Chứng minh $CBHK$ là tứ giác nội tiếp.

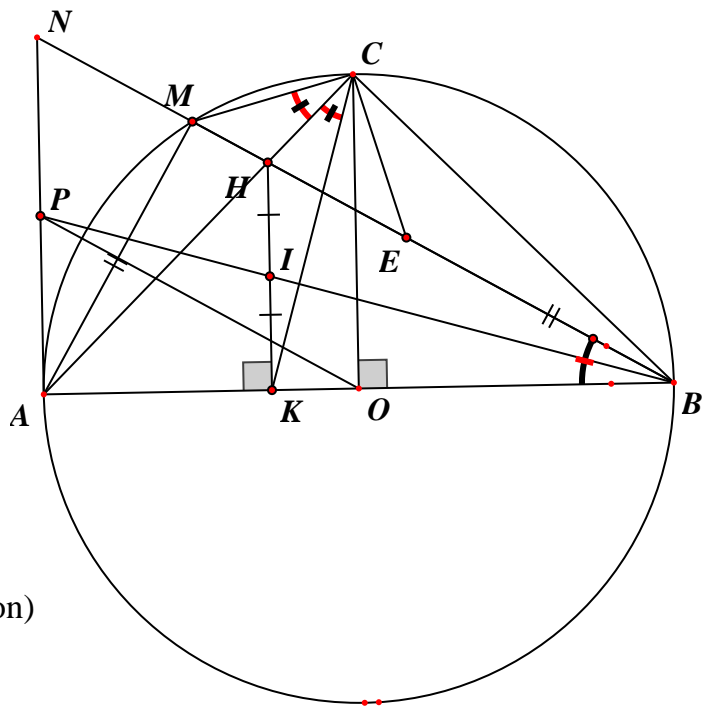
b) Chứng minh $ACM = ACK$

c) Trên đoạn thẳng BM lấy điểm E sao cho $BE = AM$. Chứng minh tam giác ECM là tam giác vuông cân tại C

d) Gọi d là tiếp tuyến của đường tròn tâm O tại A ; cho P là điểm nằm trên d sao cho hai điểm $P; C$ nằm trong cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $\frac{AP.MB}{MA} = R$. Chứng minh rằng đường thẳng PB đi qua trung điểm của đoạn thẳng HK

(Đề thi vào 10 THPT – TP Hà Nội năm học 2012 – 2013)

Lời giải :



a) Xét tứ giác $CBKH$ có

$\angle HCB = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\angle HKB = 90^\circ$ (gt)

$\Rightarrow \angle HCB + \angle HKB = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

\Rightarrow Tứ giác $CBKH$ nội tiếp (Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 180°)

b) Có tứ giác $CBKH$ nội tiếp (cmt)

$\angle HCK = \angle HBK$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung HK)

Xét (O) có $\angle HBK = \angle MCA$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn cung AM)

$\Rightarrow \angle MCA = \angle HCK (= \angle HBK)$ hay $\angle MCA = \angle ACK$

c) Có $CO \perp AB$; $OA = OB$ (gt)

$\Rightarrow \triangle ACB$ cân

Có $\angle ACB = 90^\circ$ nên tam giác ACB vuông cân.

Xét $\triangle MCA$ và $\triangle ECB$ có:

$MA = EB$ (gt);

$\angle CBE = \angle MAC$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung MC)

$CA = CB$ ($\triangle ACB$ cân)

$\Rightarrow \triangle MCA = \triangle ECB$ (c.g.c) $\Rightarrow \begin{cases} MC = EC (1) \\ \angle MCA = \angle ECB \end{cases}$

Có $\angle ACB = 90^\circ \Rightarrow \angle HCE + \angle ECB = 90^\circ \Rightarrow \angle HCE + \angle MCA = 90^\circ \Rightarrow \angle MCE = 90^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tam giác CME vuông cân tại C

d) Có $\frac{AP.MB}{MA} = R$

$$\Rightarrow AP.MB = MA.OA \Rightarrow \frac{MB}{MA} = \frac{OA}{AP}$$

Xét $\triangle AMB$ và $\triangle PAO$ có

$$\angle AMB = \angle PAO = 90^\circ$$

$$\frac{MB}{MA} = \frac{OA}{AP}$$

$$\Rightarrow \triangle AMB \sim \triangle PAO (c.g.c) \Rightarrow \angle ABM = \angle POA (\text{hai góc tương ứng})$$

Mà hai góc này ở vị trí đồng vị

$$\Rightarrow PO \parallel BM$$

Gọi N là giao điểm của BM và d ; I là giao điểm của HK và PB .

Xét $\triangle ANB$ có O là trung điểm của AB ; $\Rightarrow P$ là trung điểm của $AN \Rightarrow PA = PN$.

Có $HK \parallel AN$ (cùng vuông góc với AB)

$$\Rightarrow \frac{IK}{PA} = \frac{HI}{PN} \left(= \frac{BI}{BP} \right) (\text{Hệ quả của định lý Ta lét})$$

Mà $PA = PN$ suy ra $IH = IK \Rightarrow PB$ đi qua trung điểm của HK .

Bài 55: Cho tam giác ABC vuông tại A ($AB > AC$). Trên cạnh AC lấy điểm M (M khác A và C). Đường tròn đường kính MC cắt BC tại E và cắt đường thẳng BM tại D ($E \neq C$ và $D \neq M$)

a) Chứng minh $ABCD$ là tứ giác nội tiếp

b) Chứng minh : $\angle ABD = \angle MED$

c) Đường thẳng AD cắt đường tròn đường kính MC tại N ($N \neq D$). Đường thẳng MD cắt CN tại K ; MN cắt CD tại H . Chứng minh $KH \parallel NE$

Lời giải :

