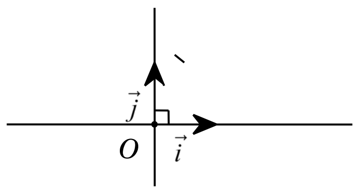
CHƯƠNG VII

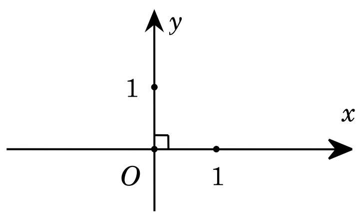
PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 1: TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ
BÀI 2: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ

I LÝ THUYẾT.

Nhắc lại hệ tọa độ: Hệ trục tọa độ $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ gồm hai trục $\left(O;\vec{i}\right)$ và $\left(O;\vec{j}\right)$ vuông góc với nhau. Điểm gốc O chung của hai trục gọi là gốc tọa độ. Trục $\left(O;\vec{i}\right)$ được gọi là trục hoành và kí hiệu là Ox, trục $\left(O;\vec{j}\right)$ được gọi là trục tung và kí hiệu là Oy. Các vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$ là các vectơ đơn vị trên Ox và Oy và $\left|\vec{i}\right|=\left|\vec{j}\right|=1$. Hệ trục tọa độ $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ còn được kí hiệu là Oxy.

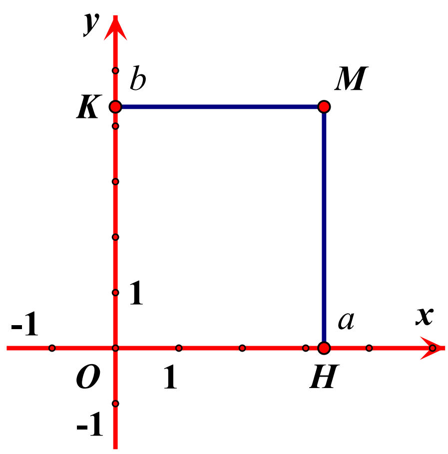




Mặt phẳng mà trên đó đã cho một hệ trục tọa độ Oxy còn được gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy Hay gọi tắt là mặt phẳng Oxy.

I. TỌA ĐỘ CỦA MỘT ĐIỂM

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho một điểm M tùy ý.



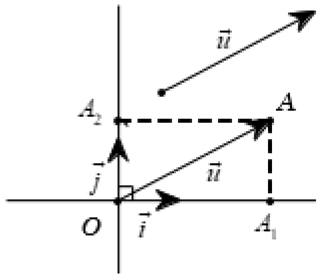
Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với trục hoành và cắt trục hoành tại điểm H ứng với số a. Số a là hoành độ của điểm M.

Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với trục tung và cắt trục tung tại điểm K ứng với số b. Số b là tung độ của điểm M.

Cặp số $(a;b)$ là tọa độ của điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Ta kí hiệu là $M(a;b)$.

I. TỌA ĐỘ VECTƠ

Tọa độ của điểm M là tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$.



Trong mặt phẳng Oxy cho một vectơ $\vec{u}$ tùy ý. Vẽ $\overrightarrow{OA}=\vec{u}$. Với mỗi vectơ $\vec{u}$ ta xác định được duy nhất một điểm A sao cho $\overrightarrow{OA}=\vec{u}$.

Với mỗi vectơ $\vec{u}$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tọa độ của $\vec{u}$ là tọa độ của điểm A sao cho $\overrightarrow{OA}=\vec{u}$.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, nếu $\vec{u}=(x;y)$ thì $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$. Ngược lại nếu $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$ thì $\vec{u}=(x;y)$

Do đó: $\boxed{\vec{u}=(x;y)\Leftrightarrow \vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}}$

Nhận xét. Từ định nghĩa tọa độ của vectơ, ta thấy hai vectơ bằng nhau khi và chỉ khi chúng có hoành độ bằng nhau và tung độ bằng nhau.

Nếu $\vec{u}=(x;y)$ và $\overrightarrow{u'}=(x';y')$ thì $\boxed{\vec{u}=\overrightarrow{u'}\Leftrightarrow \begin{cases} x=x' \\ y=y' \end{cases}.}$

Như vậy, mỗi vectơ được hoàn toàn xác định khi biết tọa độ của nó.

III. LIÊN HỆ GIỮA TOẠ ĐỘ CỦA ĐIỂM VÀ TOẠ ĐỘ CỦA VECTƠ

Cho $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ thì $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A)$

IV. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA PHÉP TOÁN VECTƠ

Cho $\vec{u}=(x;y)$; $\vec{v}=(x';y')$ và số thực k. Khi đó ta có :

1) $\vec{u}\pm\vec{v}=(x\pm x';y\pm y')$

2) $k.\vec{u}=(kx;ky)$

3) $\vec{u}.\vec{v}=x.x'+y.y'$

4) $\vec{u}=\vec{v}\Leftrightarrow\begin{cases} x=x' \\ y=y' \end{cases}$

5) $\vec{v}$ cùng phương $\vec{u}$ ($\vec{u}\neq\vec{0}$) khi và chỉ khi có số k sao cho $\begin{cases} x'=kx \\ y'=ky \end{cases}$

V. TỌA ĐỘ TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG. TỌA ĐỘ TRỌNG TÂM CỦA TAM GIÁC

Cho đoạn thẳng AB có $A(x_A;y_A), B(x_B;y_B)$. Ta dễ dàng chứng minh được tọa độ trung điểm $I(x_I;y_I)$ của đoạn thẳng AB là

$$\boxed{x_I=\frac{x_A+x_B}{2},\ y_I=\frac{y_A+y_B}{2}.}$$

Cho tam giác ABC có $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$, $C(x_C;y_C)$. Khi đó tọa độ của trọng tâm

$G(x_G;y_G)$ của tam giác ABC được tính theo công thức

$$\boxed{x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3},\ y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}.}$$

VI. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vectơ $\overrightarrow{a}=(a_1;a_2),\overrightarrow{b}=(b_1;b_2)$.

Khi đó $\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b}=a_1.b_1+a_2.b_2$

Ứng dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vecto

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vectơ $\overrightarrow{a}=(a_1;a_2),\overrightarrow{b}=(b_1;b_2)$ và hai điểm $A(x_A;y_A),B(x_B;y_B)$. Ta có:

1) $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=0\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2=0$

2) $\vec{a},\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow a_1b_1-a_2b_2=0$

3) $\left|\vec{a}\right|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$

4) $AB=\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

5) $\cos(\vec{a};\vec{b})=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$ ($\vec{a}=(a_1;a_2)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2)$ đều khác $\vec{0}$)

II VÍ DỤ MINH HỌA.

Câu 1. Trên trục $(O;\vec{i})$ cho các điểm A, B, C lần lượt có tọa độ $1;\ -2;\ 3$.

Tính độ dài đại số của các vectơ $\overline{AB}$; $\overline{BC}$. Từ đó suy ra hai vectơ $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng?

Lời giải

Ta có $\overline{AB}=-2-1=-3$, $\overline{BC}=3-(-2)=5$. Do đó vectơ $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với vectơ $\vec{i}$ và vectơ $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với vectơ $\vec{i}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{a}=2\vec{i}$, $\vec{b}=-3\vec{j}$, $\vec{c}=3\vec{i}-4\vec{j}$.

a) Tìm tọa độ của các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}$.

b) Phân tích vectơ $\vec{c}$ theo hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Lời giải

a) Ta có $\vec{a}=(2;0)$, $\vec{b}=(0;-3)$, $\vec{c}=(3;-4)$.

Khi đó $3\vec{a}=(6;0)$, $-2\vec{b}=(0;6)$ nên $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}=(6+0;0+6)=(6;6)$.

b) Ta có hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương.

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tìm bộ số x, y thỏa mãn $\vec{c}=x\vec{a}+y\vec{b}$

Suy ra $x(2;0)+y(0;-3)=(3;-4)\Leftrightarrow\begin{cases}2x+0=3\\0-3y=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{3}{2}\\y=\dfrac{4}{3}\end{cases}$.

Vậy ta viết được $\vec{c} = \frac{3}{2}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b}$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(2;1)$, $B(-1;-2)$, $C(-3;2)$.

a) Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC.

b) Chứng minh ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

c) Tìm tọa độ trọng tâm tam giác ABC.

Lời giải

a) Gọi M là trung điểm AC thì $M\left(\frac{2-3}{2};\frac{1+2}{2}\right)$ hay $M\left(\frac{-1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

b) Tính được $\overrightarrow{AB} = (-3;-3)$, $\overrightarrow{AC} = (-5;1)$ dẫn đến hai vectơ đó không cùng phương. Nói cách khác ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

c) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC thì $G\left(\frac{2-1-3}{3};\frac{1-2+2}{3}\right)$ hay $G\left(-\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(2;1)$, $B(-1;-2)$, $C(-3;2)$.

a) Tìm tọa độ điểm E sao cho C là trung điểm của đoạn thẳng EB.

b) Xác định tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

a) Do C là trung điểm của đoạn thẳng EB nên $\begin{cases} 2x_C = x_E + x_B \\ 2y_C = y_E + y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -5 \\ y_E = 6 \end{cases}$.

Vậy $E(-5;6)$.

b) Gọi $D(x_D;y_D) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (-3-x_D;2-y_D)$.

Do tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3-x_D = -3 \\ 2-y_D = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases}$.

Ta thấy A, B, C, D không thẳng hàng. Vậy $D(0;5)$ là đáp án bài toán.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(1;3)$, $B(4;0)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$?

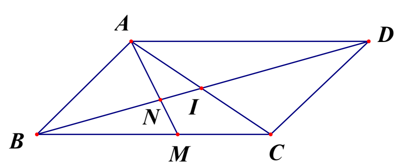
Lời giải

Giả sử $M(x_M;y_M)$ suy ra $\overrightarrow{AM} = (x_M - 1;y_M - 3)$ và $\overrightarrow{AB} = (3;-3)$.

Ta có: $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_M - 1) + 3 = 0 \\ 3(y_M - 3) - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M(0;4)$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(3;4)$, $C(8;1)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là giao điểm của BD và AM. Xác định các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$, biết $N\left(\frac{13}{3};2\right)$.

Lời giải



Do I là tâm của hình bình hành $ABCD$, ta có I là trung điểm của đoạn thẳng AC nên $I\left(\frac{11}{2};\frac{5}{2}\right)$.

Xét tam giác ABC thì BI, AM là hai đường trung tuyến nên N là trọng tâm tam giác ABC.

Do đó $\begin{cases}\frac{13}{3}=\frac{3+x_B+8}{3}\\ 2=\frac{4+y_B+1}{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_B=2\\ y_B=1\end{cases}$, vậy $B(2;1)$.

Gọi $D(x_D;y_D)$. Do I trung điểm của BD nên $\begin{cases}2+x_D=11\\ 1+y_D=5\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x_D=9\\ y_D=4\end{cases}$ nên $D(9;4)$.

Vậy $B(2;1)$, $D(9;4)$.

BÀI TẬP.

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho các điểm $M(1;3), N(4;2)$.

a) Tính độ dài của các đoạn thẳng OM , ON, MN.

b) Chứng minh rằng tam giác OMN vuông cân.

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các vectơ $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j}, \vec{b}=(4;-1)$ và các điểm $M(-3;6), N(3;-3)$

a) Tìm mối liên hệ giữa các vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $2\vec{a}-\vec{b}$.

b) Các điểm O, M, N có thẳng hàng hay không?

c) Tìm điểm $P(x;y)$ để $OMNP$ là một hình bình hành.

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm $A(1;3), B(2;4), C(-3;2)$.

a) Hãy chứng minh rằng A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.

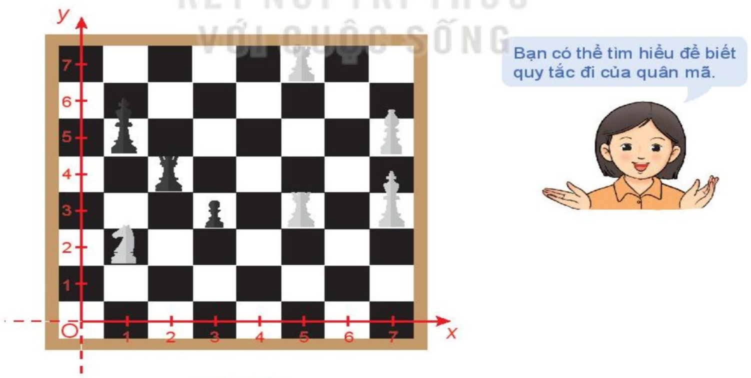
b) Tìm toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB.

c) Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC.

d) Tìm điểm $D(x;y)$ để $O(0;0)$ là trọng tâm của tam giác ABD .

Câu 4. Sự chuyển động của một tàu thủy được thể hiện trên một mặt phẳng toạ độ như sau: Tàu khời hành từ vị trí $A(1;2)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vectơ $\vec{v}=(3;4)$. Xác định vị trí của tàu (trên mặt phẳng toạ độ) tại thời điểm sau khi khởi hành $1,5$ giờ.

Câu 5. Trong Hình 4.38, quân mã đang ở vị trí có toạ độ $(1;2)$. Hỏi sau một nước đi, quân mã có thể đến những vị trí nào?



Hình 4.38

III HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: TÌM TỌA ĐỘ ĐIỂM, TỌA ĐỘ VECTƠ TRÊN MẶT PHẲNG Oxy

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Cho điểm $M(x;y)$. Tìm tọa độ của các điểm M_1 đối xứng với M qua trục hoành?

Câu 2: Trong không gian Oxy, cho hai điểm $A(1;2)$, $B(-2;3)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$?

Câu 3: Vectơ $\vec{a}=(-4;0)$ được phân tích theo hai vectơ đơn vị $(\vec{i};\vec{j})$ như thế nào?

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ tâm I và có $A(1;3)$. Biết điểm B thuộc trục Ox và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với $\vec{i}$. Tìm tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AC}$?

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD}=60^0$. Biết A trùng với gốc tọa độ O; C thuộc trục Ox và $x_B\ge 0, y_B\ge 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C của hình thoi $ABCD$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tọa độ $\vec{i}$ là

A. $\vec{i}=(0;\,0)$. **B.** $\vec{i}=(0;\,1)$. **C.** $\vec{i}=(1;\,0)$. **D.** $\vec{i}=(1;\,1)$.

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(5;\;2)$, $B(10;\;8)$ Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $(15;\;10)$. **B.** $(2;\;4)$. **C.** $(5;\;6)$. **D.** $(50;\;16)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy cho $A=(5;-2), B=(10;8)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $\overrightarrow{AB}(15;10)$. **B.** $\overrightarrow{AB}(2;4)$. **C.** $\overrightarrow{AB}(5;10)$. **D.** $\overrightarrow{AB}(50;16)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hai điểm $A(1;4)$ và $B(3;5)$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{AB}=(-2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{BA}=(1;2)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(2;1)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(4;9)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(5;3)$, $B(7;8)$. Tìm tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$

A. $(15;10)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(2;6)$. **D.** $(-2;-5)$.

Câu 6: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $B(9;\ 7)$, $C(11;\ -1)$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$?

A. $(2;\ -8)$. **B.** $(1;\ -4)$. **C.** $(10;\ 6)$. **D.** $(5;\ 3)$.

Câu 7: Trong hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có gốc O làm tâm hình vuông và các cạnh của nó song song với các trục tọa độ. Khẳng định nào đúng?

A. $\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right| = AB$.

B. $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB},\ \overrightarrow{DC}$ cùng hướng.

C. $x_A = -x_C, y_A = y_C$.

D. $x_B = -x_C, y_B = -y_C$.

Câu 8: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $M(3;\ -4)$ Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy. Khẳng định nào đúng?

A. $\overline{OM_1} = -3$.

B. $\overline{OM_2} = 4$.

C. $\overrightarrow{OM_1}-\overrightarrow{OM_2} = (-3;\ -4)$.

D. $\overrightarrow{OM_1}+\overrightarrow{OM_2} = (3;\ -4)$.

Câu 9: Trong hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $OABC$, $C \in Ox$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$ có tung độ khác 0.

B. $A,\ B$ có tung độ khác nhau.

C. C có hoành độ khác 0.

D. $x_A + x_C - x_B = 0$.

Câu 10: Trong hệ trục tọa độ $(O,\vec{i},\vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a, biết O là trung điểm BC, $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OA}$. Tìm tọa độ của các đỉnh của tam giác ABC. Gọi x_A, x_B, x_C lần lượt là hoành độ các điểm A, B, C. Giá trị của biểu thức $x_A + x_B + x_C$ bằng:

A. 0. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $-\dfrac{a}{2}$.

Câu 11: Trong hệ trục tọa độ $(O,\vec{i},\vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a, biết O là trung điểm BC, $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OA}$. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $G\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\right)$. **B.** $G\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$. **C.** $G\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{6};0\right)$. **D.** $G\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Câu 12: Trong hệ trục tọa độ $(O,\vec{i},\vec{j})$, cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 8,\ BD = 6$. Biết $\overrightarrow{OC}$ và $\vec{i}$ cùng hướng, $\overrightarrow{OB}$ và $\vec{j}$ cùng hướng. Tính tọa độ trọng tâm tam giác ABC

A. $G(0;1)$. **B.** $G(-1;0)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};0\right)$. **D.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐIỂM, VECTƠ LIÊN QUAN ĐẾN BIỂU THỨC DẠNG $\vec{u}+\vec{v},\ \vec{u}-\vec{v},\ k\vec{u}$

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong không gian Oxy, cho hai vectơ $\vec{a}(1;3)$, $\vec{b}(3;-4)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{a}-\vec{b}$?

Câu 2: Cho $\vec{a}=(x;2),\vec{b}=(-5;1),\vec{c}=(x;7)$. Tìm x để Vec tơ $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}$.

Câu 3: Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$.Tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD}=-3\overrightarrow{AB}$ là:

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(1;3),B(4;0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ là

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(-3;3),B(1;4),C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{CM}$ là:

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $\vec{a}=(-1;\ 2)$, $\vec{b}=(5;\ -7)$ Tìm tọa độ của $\vec{a}-\vec{b}$.

A. $(6;\ -9)$ **B.** $(4;\ -5)$ **C.** $(-6;\ 9)$ **D.** $(-5;\ -14)$.

Câu 2: Cho $\vec{a}=(3;\ -4)$, $\vec{b}=(-1;\ 2)$ Tìm tọa độ của $\vec{a}+\vec{b}$.

A. $(-4;\ 6)$ **B.** $(2;\ -2)$ **C.** $(4;\ -6)$ **D.** $(-3;\ -8)$

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ $(O;\ \vec{i};\ \vec{j})$ tọa độ $\vec{i}+\vec{j}$ là:

A. $(0;\ 1)$. **B.** $(1;\ -1)$ **C.** $(-1;\ 1)$ **D.** $(1;\ 1)$

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a}=(-1;3)$, $\vec{b}=(5;-7)$. Tọa độ vectơ $3\vec{a}-2\vec{b}$ là:

A. $(6;-19)$. **B.** $(13;-29)$. **C.** $(-6;10)$. **D.** $(-13;23)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{a}=(1;\ 2),\vec{b}=(3;4)$. Tọa độ $\vec{c}=4\vec{a}-\vec{b}$ là

A. $\vec{c}=(-1;-4)$. **B.** $\vec{c}=(4;\ 1)$. **C.** $\vec{c}=(1;\ 4)$. **D.** $\vec{c}=(-1;\ 4)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{a}=(2;\ 1),\vec{b}=(3;-2)$ và $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}$. Tọa độ của vectơ $\vec{c}$ là

A. $(13;-4)$. **B.** $(13;\ 4)$. **C.** $(-13;\ 4)$. **D.** $(-13;-4)$.

Câu 7: Cho $\vec{a}(2;7)$, $\vec{b}(-3;5)$. Tọa độ của véctơ $\vec{a}-\vec{b}$ là.

A. $(5;2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-5;-2)$. **D.** $(5;-2)$.

Câu 8: Cho $\vec{a}(3;-4)$, $\vec{b}(-1;2)$. Tọa độ của véctơ $\vec{a}+2\vec{b}$ là

A. $(-4;6)$. **B.** $(4;-6)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 9: Trong hệ trục $(O,\vec{i},\vec{j})$, tọa độ của $\vec{i}-\vec{j}$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(1;-1)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 10: Cho $\vec{a}=(1;2)$ và $\vec{b}=(3;4)$ với $\vec{c}=4\vec{a}-\vec{b}$ thì tọa độ của $\vec{c}$ là:

A. $\vec{c}=(-1;4)$. **B.** $\vec{c}=(4;-1)$. **C.** $\vec{c}=(1;4)$. **D.** $\vec{c}=(-1;-4)$.

Câu 11: Cho $\vec{a}=(1;5)$, $\vec{b}=(-2;1)$. Tính $\vec{c}=3\vec{a}+2\vec{b}$.

A. $\vec{c}=(7;\ 13)$. **B.** $\vec{c}=(1;\ 17)$. **C.** $\vec{c}=(-1;\ 17)$. **D.** $\vec{c}=(1;\ 16)$.

Câu 12: Cho $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}$ và $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}$. Tìm tọa độ của $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$.

A. $\vec{c}=(1\,;-1)$. **B.** $\vec{c}=(3\,;-5)$. **C.** $\vec{c}=(-3\,;5)$. **D.** $\vec{c}=(2\,;7)$.

Câu 13: Cho hai vectơ $\vec{a}=(1;-4)$; $\vec{b}=(-6;15)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}$ biết $\vec{u}+\vec{a}=\vec{b}$

A. $(7;19)$. **B.** $(-7;19)$. **C.** $(7;-19)$. **D.** $(-7;-19)$.

Câu 14: Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}$ biết $\vec{u}+\vec{b}=\vec{0}$, $\vec{b}=(2;-3)$.

A. $(2;-3)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(2;3)$.

Câu 15: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(2;\ 5)$, $B(1;\ 1)$, $C(3;\ 3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$

A. $(3;\ -3)$. **B.** $(-3;\ 3)$. **C.** $(-3;\ -3)$. **D.** $(-2;\ -3)$.

Câu 16: Cho $\vec{a}=(2;\ -4)$, $\vec{b}=(-5;\ 3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}$

A. $\vec{u}=(7;\ -7)$. **B.** $\vec{u}=(9;\ -11)$ **C.** $\vec{u}=(9;\ -5)$. **D.** $\vec{u}=(-1;\ 5)$.

Câu 17: Cho 3 điểm $A(-4;0)$, $B(-5;0)$, $C(3;0)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

A. $(-2;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $(-5;0)$.

Câu 18: Trong hệ trục $(O,\vec{i},\vec{j})$ cho 2 vectơ $\vec{a}=(3\,;2)$, $\vec{b}=-\vec{i}+5\vec{j}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}$. **B.** $\vec{b}=(-1;\ 5)$. **C.** $\vec{a}+\vec{b}=(2\,;7)$. **D.** $\vec{a}-\vec{b}=(2\,;-3)$.

Câu 19: Cho $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$, $\vec{v}=-5\vec{i}-\vec{j}$. Gọi $(X;Y)$ là tọa độ của $\vec{w}=2\vec{u}-3\vec{v}$ thì tích XY bằng:

A. -57. **B.** 57. **C.** -63. **D.** 63.

DẠNG 3: XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ CÁC ĐIỂM CỦA MỘT HÌNH

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC?

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-2;2)$, $B(3;5)$ và trọng tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$. Tìm tọa độ đỉnh C?

Câu 3: Cho $M(2;0), N(2;2), P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của ΔABC. Tọa độ B là:

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác MNP có $M(1;-1), N(5;-3)$ và P thuộc trục Oy, trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox .Toạ độ của điểm P là

Câu 5: Cho tam giác ABC với $AB=5$ và $AC=1$. Tính toạ độ điểm D là của chân đường phân giác trong góc A, biết $B(7;-2), C(1;4)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;-1)$, $B(-1;2)$ và $I(1;-1)$. Xác định tọa độ các điểm C, D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC. Tìm tọa tâm O của hình bình hành $ABCD$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $A(4;\ 0)$, $B(2;\ -3)$, $C(9;\ 6)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $(3;\ 5)$. **B.** $(5;\ 1)$. **C.** $(15;\ 9)$. **D.** $(9;\ 15)$.

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;\ 5)$, $B(1;\ 2)$, $C(5;\ 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC?

A. $(-3;\ 4)$. **B.** $(4;\ 0)$. **C.** $(\sqrt{2};\ 3)$. **D.** $(3;\ 3)$.

Câu 3: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(2;\ -3)$, $B(4;\ 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

A. $(6;\ 4)$. **B.** $(2;\ 10)$. **C.** $(3;\ 2)$. **D.** $(8;\ -21)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A=(3;5), B=(1;2), C=(5;2)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là:

A. $(-3;4)$. **B.** $(4;0)$. **C.** $(\sqrt{2};3)$. **D.** $(3;3)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có tọa độ ba đỉnh lần lượt là $A(2;\ 3)$, $B(5;\ 4)$, $C(-1;\ -1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác có tọa độ là:

A. $(3;\ 3)$. **B.** $(2;\ 2)$. **C.** $(1;\ 1)$. **D.** $(4;\ 4)$.

Câu 6: Cho tam giác ABC có tọa độ ba đỉnh lần lượt là $A(2;3)$, $B(5;4)$, $C(2;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác có tọa độ là

A. $(3;3)$ **B.** $(2;2)$ **C.** $(1;1)$ **D.** $(4;4)$.

Câu 7: Cho hai điểm $B(3;2)$, $C(5;4)$. Toạ độ trung điểm M của BC là

A. $M=(-8;3)$. **B.** $M(4;3)$. **C.** $M(2;2)$. **D.** $M=(2;-2)$.

Câu 8: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy Oxy, cho ba điểm $A(5;-2)$, $B(0;3)$, $C(-5;-1)$. Khi đó trọng tâm ΔABC là:

A. $G(0;11)$. **B.** $G(1;-1)$. **C.** $G(10;0)$. **D.** $G(0;0)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(2;-3)$, $B(4;7)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

A. $I(6;4)$ **B.** $I(2;10)$. **C.** $I(3;2)$. **D.** $I(8;-21)$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;5)$, $B(1;2)$ và $C(2;0)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

A. $G(3,7)$. **B.** $G(6;3)$. **C.** $G\left(-3,\frac{7}{3}\right)$ **D.** $G\left(2;\frac{7}{3}\right)$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;5)$, $B(1;2)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(4;7)$. **B.** $I(-2;3)$. **C.** $I\left(2;\frac{7}{2}\right)$. **D.** $I\left(-2;\frac{7}{2}\right)$.

Câu 12: Cho tam giác ABC với $A(-3;6);B(9;-10)$ và $G\left(\frac{1}{3};0\right)$ là trọng tâm. Tọa độ C là:

A. $C(5;-4)$. **B.** $C(5;4)$. **C.** $C(-5;4)$. **D.** $C(-5;-4)$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(4;2),B(1;-5)$. Tìm trọng tâm G của tam giác OAB.

A. $G\left(\frac{5}{3};-1\right)$. **B.** $G\left(\frac{5}{3};2\right)$. **C.** $G(1;3)$. **D.** $G\left(\frac{5}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Câu 14: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-2;\ 2)$, $B(3;\ 5)$ và trọng tâm là gốc O. Tìm tọa độ đỉnh C?

A. $(-1;\ -7)$. **B.** $(2;\ -2)$. **C.** $(-3;\ -5)$. **D.** $(1;\ 7)$.

Câu 15: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(6;\ 1)$, $B(-3;\ 5)$ và trọng tâm $G(-1;\ 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C?

A. $(6;\ -3)$. **B.** $(-6;\ 3)$. **C.** $(-6;\ -3)$. **D.** $(-3;\ 6)$.

Câu 16: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $M(2;\ 3)$, $N(0;\ -4)$, $P(-1;\ 6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC,CA,AB. Tìm tọa độ đỉnh A?

A. $(1;\ 5)$. **B.** $(-3;\ -1)$. **C.** $(-2;\ -7)$. **D.** $(1;\ -10)$.

Câu 17: Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;\ 1)$, $B(3;\ 2)$, $C(6;\ 5)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(4;\ 3)$. **B.** $(3;\ 4)$. **C.** $(4;\ 4)$. **D.** $(8;\ 6)$.

Câu 18: Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;\ 1)$, $B(0;\ -3)$, $C(3;\ 1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(5;\ 5)$. **B.** $(5;\ -2)$. **C.** $(5;\ -4)$. **D.** $(-1;\ -4)$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A=(-1;3),B=(2;0),C=(6;2)$. Tìm tọa độ D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(9;-1)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(5;3)$. **D.** $(-1;9)$.

Câu 20: Cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(1;1)$, $B(-1;2)$, $C(0;1)$. Tọa độ điểm D là:

A. $(2;0)$. **B.** $(-2;0)$ **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;-2)$

Câu 21: Cho tam giác. ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, CA, AB. Biết $A(1;3)$, $B(-3;3)$, $C(8;0)$. Giá trị của $x_M + x_N + x_P$ bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 6.

Câu 22: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;0)$; $B(0;-1)$, $C(4;4)$. Toạ độ đỉnh D là:

A. $D(2;3)$. **B.** $D(6;3)$. **C.** $D(6;5)$ **D.** $D(2;5)$.

Câu 23: Cho tam giác ABC với $A(-5;6)$, $B(-4;-1)$ và $C(4;3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành:

A. $D(3;10)$. **B.** $D(3;-10)$. **C.** $D(-3;10)$. **D.** $D(-3;-10)$.

DẠNG 4: BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN SỰ CÙNG PHƯƠNG CỦA HAI VECTƠ. PHÂN TÍCH MỘT VECTƠ QUA HAI VECTƠ KHÔNG CÙNG PHƯƠNG

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho $A(1;2), B(-2;6)$. Tìm tạo độ điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.

Câu 2: Cho các vectơ $\vec{a} = (4;-2), \vec{b} = (-1;-1), \vec{c} = (2;5)$. Phân tích vectơ $\vec{b}$ theo hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(m-1;-1), B(2;2-2m), C(m+3;3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(6;3)$, $B(-3;6)$, $C(1;-2)$. Xác định điểm E trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, E thẳng hàng.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm $A(0;1)$, $B(1;3)$, $C(2;7)$ và $D(0;3)$. Tìm giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = m\vec{j} + \vec{i}$. Nếu $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương thì:

A. $m = -6$. **B.** $m = 6$. **C.** $m = -\dfrac{2}{3}$. **D.** $m = -\dfrac{3}{2}$.

Câu 2: Hai vectơ nào có toạ độ sau đây là cùng phương?

A. $(1;\ 0)$ và $(0;\ 1)$. **B.** $(2;\ 1)$ và $(2;-1)$. **C.** $(-1;0)$ và $(1;0)$. **D.** $(3;-2)$ và $(6;\ 4)$.

Câu 3: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;\ 1)$, $B(-2;\ -2)$, $C(-7;\ -7)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $G(2;\ 2)$ là trọng tâm tam giác ABC. **B.** B ở giữa hai điểm A và C.

C. A ở giữa hai điểm B và C. **D.** $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 4: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(-1;\ 5)$, $B(5;\ 5)$, $C(-1;\ 11)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A,\ B,\ C$ thẳng hàng. **B.** $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

C. $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. **D.** $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Câu 5: Trong hệ tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(3;\ -2)$, $B(7;\ 1)$, $C(0;\ 1)$, $D(-8;\ -5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{CD}$ là hai vectơ đối nhau. **B.** $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

C. $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{CD}$ cùng hướng. **D.** $A,\ B,\ C,\ D$ thẳng hàng.

Câu 6: Cho $\vec{u}=(3;\ -2)$, $\vec{v}=(1;\ 6)$. Chọn khẳng định đúng?

A. $\vec{u}+\vec{v}$ và $\vec{a}=(-4;\ 4)$ ngược hướng. **B.** $\vec{u},\ \vec{v}$ cùng phương.

C. $\vec{u}-\vec{v}$ và $\vec{c}=k.\vec{a}+h.\vec{b}$ cùng hướng. **D.** $2\vec{u}+\vec{v},\ \vec{v}$ cùng phương.

Câu 7: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a}=(-5;\ 0)$, $\vec{b}=(-4;\ 0)$ cùng hướng. **B.** $\vec{c}=(7;\ 3)$ là vectơ đối của $\vec{d}=(-7;\ 3)$.

C. $\vec{u}=(4;\ 2)$, $\vec{v}=(8;\ 3)$ cùng phương. **D.** $\vec{a}=(6;\ 3)$, $\vec{b}=(2;\ 1)$ ngược hướng.

Câu 8: Các điểm và các vectơ sau đây cho trong hệ trục $\left(O\ ;\vec{i},\vec{j}\right)$ (giả thiết $m,\ n,\ p\ ,q$ là những số thực khác 0). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{a}=(m\ ;\ 0)\Leftrightarrow \vec{a}//\vec{i}$. **B.** $\vec{b}=(0\ ;\ n)\Leftrightarrow \vec{b}//\vec{j}$.

C. Điểm $A(n\ ;\ p)\in x'Ox\Leftrightarrow n=0$. **D.** $A(0\ ;\ p),B(q\ ;\ p)$ thì $AB//x'Ox$.

Câu 9: Hai vectơ nào sau đây **không** cùng phương:

A. $\vec{a}=(3\ ;\ 5)$ và $\vec{b}=\left(-\frac{6}{7};-\frac{10}{7}\right)$. **B.** $\vec{c}$ và $-4\vec{c}$.

C. $\vec{i}=(1\ ;\ 0)$ và $\vec{m}=\left(-\frac{5}{2}\ ;\ 0\right)$. **D.** $\vec{m}=\left(-\sqrt{3}\ ;\ 0\right)$ và $\vec{n}=\left(0\ ;-\sqrt{3}\right)$.

Câu 10: Cho $\vec{u}=(2x-1;\ 3)$, $\vec{v}=(1\ ;\ x+2)$. Có hai giá trị $x_1,\ x_2$ của x để $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$. Tính $x_1.x_2$.

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $-\frac{5}{3}$. **C.** $-\frac{5}{2}$. **D.** $-\frac{5}{3}$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy, cho ba vectơ $\vec{a}=(1;2),\vec{b}=(-3;1),\vec{c}=(-4;2)$. Biết $\vec{u}=3\vec{a}+2\vec{b}+4\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{i}$. **B.** $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{i}$.

C. $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{j}$. **D.** $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{i}$.

Câu 12: Cho bốn điểm $A(2;5)$, $B(1;7)$, $C(1;5)$, $D(0;9)$. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng:

A. A,B,C. **B.** A,C,D. **C.** B,C,D. **D.** A,B,D.

Câu 13: Trong hệ tọa độ Oxy, cho 4 điểm $A(3;0),B(4;-3),C(8;-1),D(-2;1)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng ?

A. $B,\ C,\ D$. **B.** $A,\ B,\ C$. **C.** $A,\ B,\ D$. **D.** $A,\ C,\ D$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-2m;-m),B(2m;m)$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng AB đi qua O ?

A. $m=3$. **B.** $m=5$. **C.** $\forall m\in\mathbb{R}$.. **D.** Không có m.

Câu 15: Cho 2 điểm $A(-2;-3), B(4;7)$. Tìm điểm $M \in y'Oy$ thẳng hàng với A và B.

A. $M\left(\frac{4}{3};0\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{3};0\right)$. **C.** $M(1;0)$. **D.** $M\left(-\frac{1}{3};0\right)$.

Câu 16: Ba điểm nào sau đây **không** thẳng hàng ?

A. $M(-2;4), N(-2;7), P(-2;2)$. **B.** $M(-2;4), N(5;4), P(7;4)$.

C. $M(3;5), N(-2;5), P(-2;7)$. **D.** $M(5;-5), N(7;-7), P(-2;2)$.

Câu 17: Cho ba điểm $A(2\,;-4), B(6\,;0), C(m\,;4)$. Định m để A, B, C thẳng hàng?

A. $m = 10$. **B.** $m = -6$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -10$.

Câu 18: Cho $A(0\,;-2)$, $B(-3\,;1)$. Tìm tọa độ giao điểm M của AB với trục $x'Ox$.

A. $M(-2\,;0)$. **B.** $M(2\,;0)$. **C.** $M\left(-\frac{1}{2}\,;0\right)$. **D.** $M(0\,;-2)$.

Câu 19: Cho bốn điểm $A(1;-1), B(2;4), C(-2;-7), D(3;3)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

A. A, B, C. **B.** A, B, D. **C.** B, C, D. **D.** A, C, D.

Câu 20: Cho hai điểm $M(-2;2), N(1;1)$. Tìm tọa độ điểm P trên Ox sao cho 3 điểm M, N, P thẳng hàng.

A. $P(0;4)$. **B.** $P(0;-4)$. **C.** $P(-4;0)$. **D.** $P(4;0)$.

Câu 21: Cho 3 vectơ $\vec{a} = (5;3)$; $\vec{b} = (4;2)$; $\vec{c} = (2;0)$. Hãy phân tích vectơ $\vec{c}$ theo 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$. **B.** $\vec{c} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$. **C.** $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$. **D.** $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$.

Câu 22: Trong hệ tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(2;\ 1)$, $B(2;\ -1)$, $C(-2;\ -3)$, $D(-2;\ -1)$. Xét ba mệnh đề:

(I) $ABCD$ là hình thoi.

(II) $ABCD$ là hình bình hành.

(III) AC cắt BD tại $M(0;\ -1)$.

Chọn khẳng định đúng

A. Chỉ (I) đúng. **B.** Chỉ (II) đúng.

C. Chỉ (II) và (III) đúng. **D.** Cả ba đều đúng.

Câu 23: Trong hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;\ -3)$, $B(3;\ 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A, B, M thẳng hàng.

A. $M(1;\ 0)$. **B.** $M(4;\ 0)$. **C.** $M\left(-\frac{5}{3};\ -\frac{1}{3}\right)$. **D.** $M\left(\frac{17}{7};\ 0\right)$.

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(6;3)$, $B(-3;6)$, $C(1;-2)$. Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$.

A. $E\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$. **B.** $E\left(-\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$. **C.** $E\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $E\left(-\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(6;3)$, $B\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$, $C(1;-2)$, $D(15;0)$. Xác định giao điểm I hai đường thẳng BD và AC.

A. $I\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $I\left(-\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $I\left(-\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $I\left(\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Câu 26: Cho ba điểm $A(-1;-1),\ B(0;1),\ C(3;0)$. Xác định tọa độ điểm D biết D thuộc đoạn thẳng BC và $2BD=5DC$.

A. $\left(\frac{15}{7};\frac{2}{7}\right)$. **B.** $\left(-\frac{15}{7};\frac{2}{7}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{7};\frac{15}{7}\right)$. **D.** $\left(\frac{15}{7};-\frac{2}{7}\right)$.

Câu 27: Cho tam giác ABC có $A(3;4),\ B(2;1),\ C(-1;-2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC}=3S_{ABM}$.

A. $M_1(0;1),\ M_2(3;2)$. **B.** $M_1(1;0),\ M_2(3;2)$. **C.** $M_1(1;0),\ M_2(2;3)$. **D.** $M_1(0;1),\ M_2(2;3)$.

Câu 28: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$ và tâm $I(1;1)$. Biết điểm $K(-1;2)$ nằm trên đường thẳng AB và điểm D có hoành độ gấp đôi tung độ. Tìm các đỉnh B,D của hình bình hành.

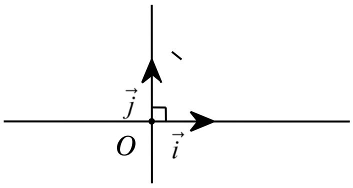
A. $B(2;1),\ D(0;1)$. **B.** $B(0;1);\ D(4;-1)$. **C.** $B(0;1);\ D(2;1)$. **D.** $B(2;1),\ D(4;-1)$.

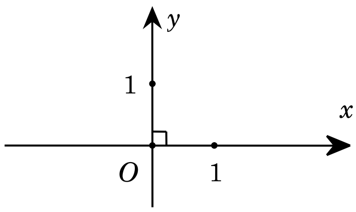
CHƯƠNG VII
PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 1: TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ
BÀI 2: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ

I. LÝ THUYẾT.

Nhắc lại hệ tọa độ: Hệ trục tọa độ $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ gồm hai trục $\left(O;\vec{i}\right)$ và $\left(O;\vec{j}\right)$ vuông góc với nhau. Điểm gốc O chung của hai trục gọi là gốc tọa độ. Trục $\left(O;\vec{i}\right)$ được gọi là trục hoành và kí hiệu là Ox, trục $\left(O;\vec{j}\right)$ được gọi là trục tung và kí hiệu là Oy. Các vectơ $\vec{i}$ và $\vec{j}$ là các vectơ đơn vị trên Ox và Oy và $\left|\vec{i}\right|=\left|\vec{j}\right|=1$. Hệ trục tọa độ $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ còn được kí hiệu là Oxy.

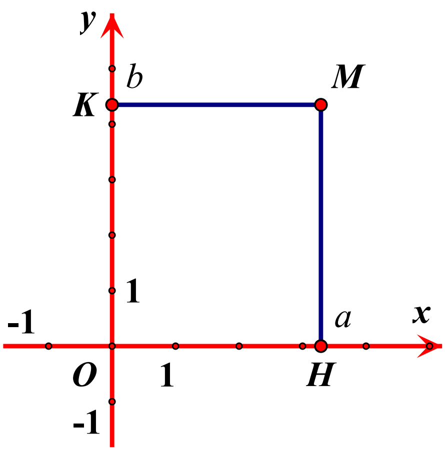




Mặt phẳng mà trên đó đã cho một hệ trục tọa độ Oxy còn được gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy Hay gọi tắt là mặt phẳng Oxy.

I. TỌA ĐỘ CỦA MỘT ĐIỂM

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho một điểm M tùy ý.



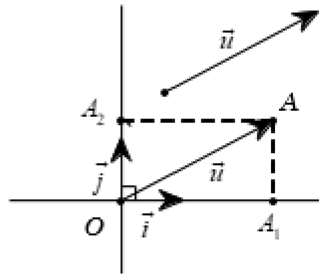
Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với trục hoành và cắt trục hoành tại điểm H ứng với số a. Số a là hoành độ của điểm M.

Từ M kẻ đường thẳng vuông góc với trục tung và cắt trục tung tại điểm K ứng với số b. Số b là tung độ của điểm M.

Cặp số $(a;b)$ là tọa độ của điểm M trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Ta kí hiệu là $M(a;b)$.

I. TỌA ĐỘ VECTƠ

Tọa độ của điểm M là tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$.



Trong mặt phẳng Oxy cho một vectơ $\vec{u}$ tùy ý. Vẽ $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$. Với mỗi vectơ $\vec{u}$ ta xác định được duy nhất một điểm A sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$.

Với mỗi vectơ $\vec{u}$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tọa độ của $\vec{u}$ là tọa độ của điểm A sao cho $\overrightarrow{OA} = \vec{u}$.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, nếu $\vec{u} = (x; y)$ thì $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$. Ngược lại nếu $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ thì $\vec{u} = (x; y)$

Do đó: $\boxed{\vec{u} = (x; y) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}}$

Nhận xét. Từ định nghĩa tọa độ của vectơ, ta thấy hai vectơ bằng nhau khi và chỉ khi chúng có hoành độ bằng nhau và tung độ bằng nhau.

Nếu $\vec{u} = (x; y)$ và $\overrightarrow{u'} = (x'; y')$ thì $\boxed{\vec{u} = \overrightarrow{u'} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}.}$

Như vậy, mỗi vectơ được hoàn toàn xác định khi biết tọa độ của nó.

III. LIÊN HỆ GIỮA TOẠ ĐỘ CỦA ĐIỂM VÀ TOẠ ĐỘ CỦA VECTƠ

Cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ thì $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$

IV. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA PHÉP TOÁN VECTƠ

Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{v} = (x'; y')$ và số thực k. Khi đó ta có :

1) $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$

2) $k.\vec{u} = (kx; ky)$

3) $\vec{u}.\vec{v} = x.x' + y.y'$

4) $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$

5) $\vec{v}$ cùng phương $\vec{u}$ ($\vec{u} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi có số k sao cho $\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$

V. TỌA ĐỘ TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG. TỌA ĐỘ TRỌNG TÂM CỦA TAM GIÁC

Cho đoạn thẳng AB có $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$. Ta dễ dàng chứng minh được tọa độ trung điểm $I(x_I; y_I)$ của đoạn thẳng AB là

$$\boxed{x_I = \frac{x_A + x_B}{2},\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2}.}$$

Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. Khi đó tọa độ của trọng tâm

$G(x_G;y_G)$ của tam giác ABC được tính theo công thức

$$\boxed{x_G=\frac{x_A+x_B+x_C}{3},\ y_G=\frac{y_A+y_B+y_C}{3}.}$$

VI. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vectơ $\overrightarrow{a}=(a_1;a_2),\overrightarrow{b}=(b_1;b_2)$.

Khi đó $\overrightarrow{a}.\overrightarrow{b}=a_1.b_1+a_2.b_2$

Ứng dụng biểu thức tọa độ của các phép toán vecto

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai vectơ $\overrightarrow{a}=(a_1;a_2),\overrightarrow{b}=(b_1;b_2)$ và hai điểm $A(x_A;y_A),B(x_B;y_B)$. Ta có:

1) $\vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}.\vec{b}=0\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2=0$

2) $\vec{a},\vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow a_1b_1-a_2b_2=0$

3) $|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2}$

4) $AB=|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

5) $\cos(\vec{a};\vec{b})=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2}{\sqrt{a_1^2+a_2^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2}}$ ($\vec{a}=(a_1;a_2)$ và $\vec{b}=(b_1;b_2)$ đều khác $\vec{0}$)

II VÍ DỤ MINH HỌA.

Câu 1. Trên trục $(O;\vec{i})$ cho các điểm A, B, C lần lượt có tọa độ $1;\ -2;\ 3$.

Tính độ dài đại số của các vectơ $\overline{AB}$; $\overline{BC}$. Từ đó suy ra hai vectơ $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BC}$ ngược hướng?

Lời giải

Ta có $\overline{AB}=-2-1=-3$, $\overline{BC}=3-(-2)=5$. Do đó vectơ $\overrightarrow{AB}$ ngược hướng với vectơ $\vec{i}$ và vectơ $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với vectơ $\vec{i}$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{a}=2\vec{i}$, $\vec{b}=-3\vec{j}$, $\vec{c}=3\vec{i}-4\vec{j}$.

a) Tìm tọa độ của các vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}$.

b) Phân tích vectơ $\vec{c}$ theo hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Lời giải

a) Ta có $\vec{a}=(2;0)$, $\vec{b}=(0;-3)$, $\vec{c}=(3;-4)$.

Khi đó $3\vec{a}=(6;0)$, $-2\vec{b}=(0;6)$ nên $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}=(6+0;0+6)=(6;6)$.

b) Ta có hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ không cùng phương.

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tìm bộ số x, y thỏa mãn $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$

Suy ra $x(2;0) + y(0;-3) = (3;-4) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 0 = 3 \\ 0 - 3y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3}{2} \\ y = \dfrac{4}{3} \end{cases}$.

Vậy ta viết được $\vec{c} = \dfrac{3}{2}\vec{a} + \dfrac{4}{3}\vec{b}$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(2;1)$, $B(-1;-2)$, $C(-3;2)$.

a) Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AC.

b) Chứng minh ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

c) Tìm tọa độ trọng tâm tam giác ABC.

Lời giải

a) Gọi M là trung điểm AC thì $M\left(\dfrac{2-3}{2};\dfrac{1+2}{2}\right)$ hay $M\left(\dfrac{-1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$.

b) Tính được $\overrightarrow{AB} = (-3;-3)$, $\overrightarrow{AC} = (-5;1)$ dẫn đến hai vectơ đó không cùng phương. Nói cách khác ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

c) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC thì $G\left(\dfrac{2-1-3}{3};\dfrac{1-2+2}{3}\right)$ hay $G\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(2;1)$, $B(-1;-2)$, $C(-3;2)$.

a) Tìm tọa độ điểm E sao cho C là trung điểm của đoạn thẳng EB.

b) Xác định tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

Lời giải

a) Do C là trung điểm của đoạn thẳng EB nên $\begin{cases} 2x_C = x_E + x_B \\ 2y_C = y_E + y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -5 \\ y_E = 6 \end{cases}$.

Vậy $E(-5;6)$.

b) Gọi $D(x_D;y_D) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (-3 - x_D; 2 - y_D)$.

Do tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x_D = -3 \\ 2 - y_D = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases}$.

Ta thấy A, B, C, D không thẳng hàng. Vậy $D(0;5)$ là đáp án bài toán.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(1;3)$, $B(4;0)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$?

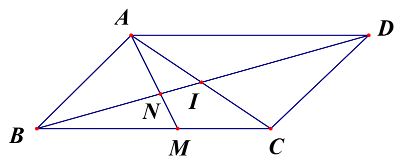
Lời giải

Giả sử $M\left(x_M;y_M\right)$ suy ra $\overrightarrow{AM}=\left(x_M-1;y_M-3\right)$ và $\overrightarrow{AB}=\left(3;-3\right)$.

Ta có: $3\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}3\left(x_M-1\right)+3=0\\3\left(y_M-3\right)-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_M=0\\y_M=4\end{cases}\Rightarrow M\left(0;4\right)$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có $A\left(3;4\right)$, $C\left(8;1\right)$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là giao điểm của BD và AM. Xác định các đỉnh còn lại của hình bình hành $ABCD$, biết $N\left(\frac{13}{3};2\right)$.

Lời giải



Do I là tâm của hình bình hành $ABCD$, ta có I là trung điểm của đoạn thẳng AC nên $I\left(\frac{11}{2};\frac{5}{2}\right)$.

Xét tam giác ABC thì BI, AM là hai đường trung tuyến nên N là trọng tâm tam giác ABC.

Do đó $\begin{cases}\frac{13}{3}=\frac{3+x_B+8}{3}\\2=\frac{4+y_B+1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_B=2\\y_B=1\end{cases}$, vậy $B\left(2;1\right)$.

Gọi $D\left(x_D;y_D\right)$. Do I trung điểm của BD nên $\begin{cases}2+x_D=11\\1+y_D=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=9\\y_D=4\end{cases}$ nên $D\left(9;4\right)$.

Vậy $B\left(2;1\right)$, $D\left(9;4\right)$.

BÀI TẬP.

Câu 1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm $M\left(1;3\right),N\left(4;2\right)$.

a) Tính độ dài của các đoạn thẳng OM, ON, MN.

b) Chứng minh rằng tam giác OMN vuông cân.

Lời giải

a) $OM=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$, $ON=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

b) $MN=\sqrt{\left(4-1\right)^2+\left(2-3\right)^2}=\sqrt{10}$.

Vì $OM^2+MN^2=20=ON^2$ nên tam giác OMN vuông tại M, mà $OM=MN$ nên tam giác OMN vuông cân tại M

Câu 2. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các vectơ $\vec{a}=3\vec{i}-2\vec{j},\vec{b}=(4;-1)$ và các điểm $M(-3;6),N(3;-3)$

a) Tìm mối liên hệ giữa các vectơ $\overrightarrow{MN}$ và $2\vec{a}-\vec{b}$.

b) Các điểm O,M,N có thẳng hàng hay không?

c) Tìm điểm $P(x;y)$ để $OMNP$ là một hình bình hành.

Lời giải

a) $\overrightarrow{MN}=(6;-9)$; $\vec{a}=(3;-2)\Rightarrow 2\vec{a}=(6;-4)$; $2\vec{a}-\vec{b}=(2;-3)$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=3\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)$.

b) Ta có: $\overrightarrow{OM}=(-3;6),\overrightarrow{ON}=(3;-3)$.

Vì $\dfrac{-3}{3}\neq\dfrac{6}{-3}$ nên $\overrightarrow{OM}$, $\overrightarrow{ON}$ không cùng phương, suy ra O,M,N không thẳng hàng.

c) Ta có: $\overrightarrow{OM}=(-3;6),\overrightarrow{PN}=(3-x;-3-y)$.

Do đó: $OMNP$ là một hình bình hành khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{PN}\Leftrightarrow\begin{cases}-3=3-x\\6=-3-y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=6\\y=-9\end{cases}\Rightarrow P(6;-9).$$

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm $A(1;3),B(2;4),C(-3;2)$.

a) Hãy chứng minh rằng A,B,C là ba đỉnh của một tam giác.

b) Tìm toạ độ trung điểm M của đoạn thẳng AB.

c) Tìm toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC.

d) Tìm điểm $D(x;y)$ để $O(0;0)$ là trọng tâm của tam giác ABD .

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;1);\overrightarrow{AC}=(-4;-1)$

Vì $\dfrac{1}{-4}\neq\dfrac{1}{-1}$ nên $\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$ không cùng phương, suy ra A,B,C là ba đỉnh của một tam giác.

b) $\begin{cases}x_M=\dfrac{1+2}{2}=\dfrac{3}{2}\\y_M=\dfrac{3+4}{2}=\dfrac{7}{2}\end{cases}\Rightarrow M\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{2}\right)$.

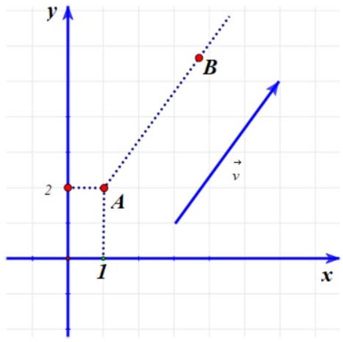
c) $\begin{cases}x_G=\dfrac{1+2+(-3)}{3}=0\\y_G=\dfrac{3+4+2}{3}=3\end{cases}\Rightarrow G(0;3)$

d) Gọi $D(x_D;y_D)$

Ta có: $\begin{cases} 0 = \dfrac{1+2+x_D}{3} \\ 0 = \dfrac{3+4+y_D}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(-3;-7)$.

Câu 4. Sự chuyển động của một tàu thủy được thể hiện trên một mặt phẳng toạ độ như sau: Tàu khởi hành từ vị trí $A(1;2)$ chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vectơ $\vec{v} = (3;4)$. Xác định vị trí của tàu (trên mặt phẳng toạ độ) tại thời điểm sau khi khởi hành $1,5$ giờ.

Lời giải



Gọi $B(x;y),(y>0)$; $|\vec{v}| = \sqrt{3^2+4^2} = 5$; $\overrightarrow{AB} = (x-1;y-2)$

Quảng đường tàu thủy chạy được sau $1,5$ giờ là: $1,5.5 = 7,5$.

Ta có: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2} = 7,5 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2 = 7,5^2$ (1)

$\overrightarrow{AB}$ và $\vec{v}$ cùng phương nên $\dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{4} \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{4}y - \dfrac{1}{2}$ (2)

Thay (2) vào (1) ta có:

$$\left(\frac{3}{4}y - \frac{1}{2} - 1\right)^2 + (y-2)^2 = 7,5^2 \Leftrightarrow 25y^2 - 100y - 800 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 8 \Rightarrow x = \dfrac{11}{2} \\ y = -4\,(\text{loai}) \end{array}\right.$$

Vậy $B\left(8;\dfrac{11}{2}\right)$.

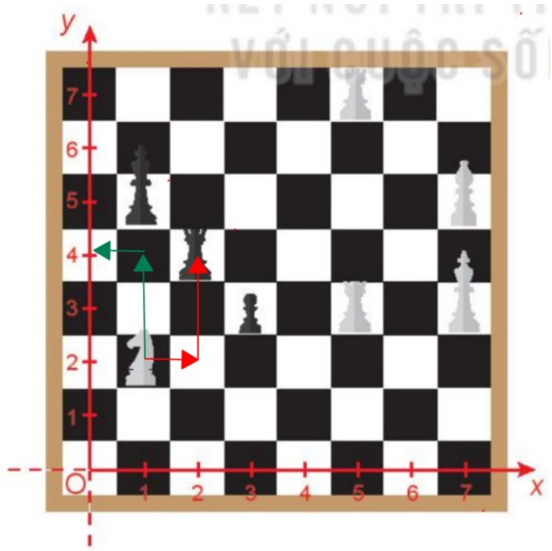
Câu 5. Trong Hình 4.38, quân mã đang ở vị trí có toạ độ $(1;2)$. Hỏi sau một nước đi, quân mã có thể đến những vị trí nào?

Hình 4.38

Lời giải

Quân mã di chuyển theo hình chữ L, mỗi nước **đi** gồm tổng cộng 3 ô: tiến 1 ô rồi quẹo trái hoặc quẹo phải 2 ô và ngược lại; tiến 2 ô rồi quẹo trái hoặc quẹo phải 1 ô và ngược lại. Khác với toàn bộ **quân cờ trong** bàn **cờ vua**, **mã** không bị cản bởi bất cứ **quân** nào và có thể nhảy qua tất cả các **quân** khác trên **đường đi của** mình.

Theo cách đi như trên thì Quân mã có thể ở các vị trí sau:
$(2;4),(2;0),(3;3),(3;1),(0;4),(0;0)$



III HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: TÌM TỌA ĐỘ ĐIỂM, TỌA ĐỘ VECTƠ TRÊN MẶT PHẲNG Oxy

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Cho điểm $M(x;y)$. Tìm tọa độ của các điểm M_1 đối xứng với M qua trục hoành?

Lời giải

M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(x;-y)$.

Câu 2: Trong không gian Oxy, cho hai điểm $A(1;2)$, $B(-2;3)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$?

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2-1;3-2)=(-3;1)$.

Câu 3: Vectơ $\vec{a}=(-4;0)$ được phân tích theo hai vectơ đơn vị $(\vec{i};\vec{j})$ như thế nào?

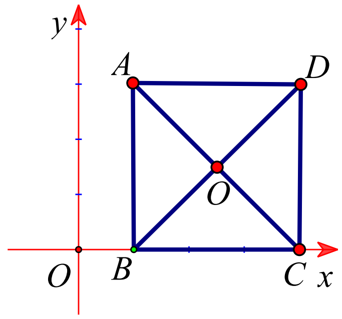
Lời giải

Ta có: $\vec{a}=(-4;0)\Rightarrow \vec{a}=-4\vec{i}+0\vec{j}=-4\vec{i}$.

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ tâm I và có $A(1;3)$. Biết điểm B thuộc trục Ox và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng với $\vec{i}$. Tìm tọa độ các vectơ $\overrightarrow{AC}$?

Lời giải

Từ giả thiết ta xác định được hình vuông trên mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ bên.



Vì điểm $A(1;3)$ suy ra $AB = 3,\ OB = 1$

Do đó $B(1;0),\ C(4;0),\ D(4;3)$

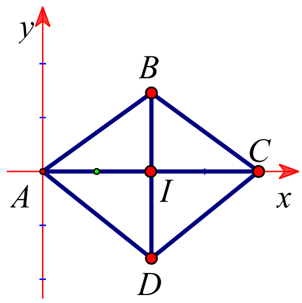
Vậy $\overrightarrow{AC} = (3;-3)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^0$. Biết A trùng với gốc tọa độ O; C thuộc trục Ox và $x_B \ge 0, y_B \ge 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C của hình thoi $ABCD$.

Lời giải

Từ giả thiết ta xác định được hình thoi trên mặt phẳng tọa độ

Oxy



Gọi I là tâm hình thoi ta có

$BI = AB\sin\widehat{BAI} = a\sin 30^0 = \dfrac{a}{2}$

$$AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra $A(0;0),\ B\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2};\dfrac{a}{2}\right),\ C\left(a\sqrt{3};0\right),\ D\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2};-\dfrac{a}{2}\right)$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tọa độ $\vec{i}$ là

A. $\vec{i} = (0;\ 0)$. **B.** $\vec{i} = (0;\ 1)$. **C.** $\vec{i} = (1;\ 0)$. **D.** $\vec{i} = (1;\ 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(5;\ 2)$, $B(10;\ 8)$ Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $(15;\ 10)$. **B.** $(2;\ 4)$. **C.** $(5;\ 6)$. **D.** $(50;\ 16)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (5;\ 6)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy cho $A=(5;-2), B=(10;8)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $\overrightarrow{AB}(15;10)$. **B.** $\overrightarrow{AB}(2;4)$. **C.** $\overrightarrow{AB}(5;10)$. **D.** $\overrightarrow{AB}(50;16)$.

Lời giải

Chọn C

$A=(5;-2), B=(10;8) \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(5;10)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy cho hai điểm $A(1;4)$ và $B(3;5)$. Khi đó:

A. $\overrightarrow{AB}=(-2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{BA}=(1;2)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(2;1)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(4;9)$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có : $\overrightarrow{AB}=(2;1)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(5;3)$, $B(7;8)$. Tìm tọa độ của véctơ $\overrightarrow{AB}$

A. $(15;10)$. **B.** $(2;5)$. **C.** $(2;6)$. **D.** $(-2;-5)$.

Lời giải.

Chọn B.

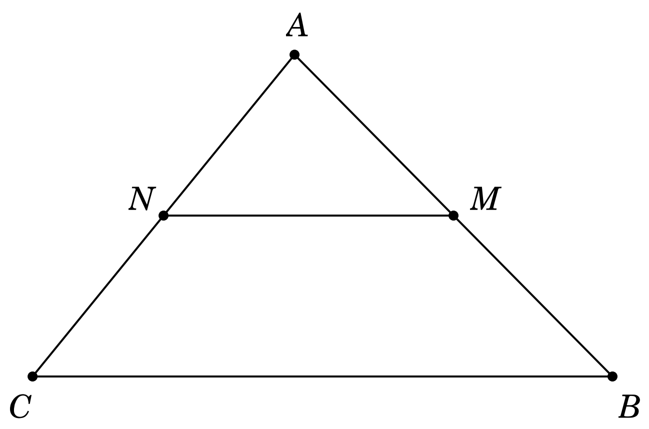
Ta có : $\overrightarrow{AB}=(2;5)$.

Câu 6: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $B(9;\ 7)$, $C(11;\ -1)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{MN}$?

A. $(2;\ -8)$. **B.** $(1;\ -4)$. **C.** $(10;\ 6)$. **D.** $(5;\ 3)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}(2;\ -8)=(1;\ -4)$.

Câu 7: Trong hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$ có gốc O làm tâm hình vuông và các cạnh của nó song song với các trục tọa độ. Khẳng định nào đúng?

A. $\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|=AB$. **B.** $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng.

C. $x_A = -x_C, y_A = y_C$. **D.** $x_B = -x_C, y_B = -y_C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}\right| = \left|\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OB}\right| = \left|\overrightarrow{CB}\right| = AB$. (do $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CO}$).

Câu 8: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $M(3;\ -4)$ Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy. Khẳng định nào đúng?

A. $\overline{OM_1} = -3$. **B.** $\overline{OM_2} = 4$.

C. $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = (-3;\ -4)$. **D.** $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} = (3;\ -4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $M_1 = (3;\ 0)$, $M_2 = (0;\ -4)$

A. Sai vì $\overline{OM_1} = 3$.

B. Sai vì $\overline{OM_2} = -4$.

C. Sai vì $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = \overrightarrow{M_2M_1} = (3;\ 4)$.

Câu 9: Trong hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $OABC$, $C \in Ox$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}$ có tung độ khác 0. **B.** A, B có tung độ khác nhau.

C. C có hoành độ khác 0. **D.** $x_A + x_C - x_B = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $OABC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC} = (x_C;\ 0)$.

Câu 10: Trong hệ trục tọa độ $(O,\vec{i},\vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a, biết O là trung điểm BC, $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OA}$. Tìm tọa độ của các đỉnh của tam giác ABC. Gọi x_A, x_B, x_C lần lượt là hoành độ các điểm A, B, C. Giá trị của biểu thức $x_A + x_B + x_C$ bằng:

A. 0. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $-\dfrac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)$, $B\left(-\dfrac{a}{2};0\right)$, $C\left(\dfrac{a}{2};0\right)$ suy ra $x_A + x_B + x_C = 0$.

Câu 11: Trong hệ trục tọa độ $(O,\vec{i},\vec{j})$, cho tam giác đều ABC cạnh a, biết O là trung điểm BC, $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OC}$, $\vec{j}$ cùng hướng $\overrightarrow{OA}$. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

A. $G\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{6}\right)$. **B.** $G\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)$. **C.** $G\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{6};0\right)$. **D.** $G\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Lời giải

Chọn A

Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều trùng với trọng tâm $G\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$

Câu 12: Trong hệ trục tọa độ $(O,\vec{i},\vec{j})$, cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC=8,\ BD=6$. Biết $\overrightarrow{OC}$ và $\vec{i}$ cùng hướng, $\overrightarrow{OB}$ và $\vec{j}$ cùng hướng. Tính tọa độ trọng tâm tam giác ABC

A. $G(0;1)$. **B.** $G(-1;0)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};0\right)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $A(-4;0)$, $C(4;0)$, $B(0;3)$, $D(0;-3)\Rightarrow G(0;1)$.

DẠNG 2: XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ ĐIỂM, VECTƠ LIÊN QUAN ĐẾN BIỂU THỨC DẠNG $\vec{u}+\vec{v},\ \vec{u}-\vec{v},\ k\vec{u}$

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong không gian Oxy, cho hai vectơ $\vec{a}(1;3)$, $\vec{b}(3;-4)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{a}-\vec{b}$?

Lời giải

Ta có $\vec{a}-\vec{b}=(1-3;3-(-4))=(-2;7)$.

Câu 2: Cho $\vec{a}=(x;2),\vec{b}=(-5;1),\vec{c}=(x;7)$. Tìm x để Vec tơ $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}$.

Lời giải

Ta có $x=2.x+3.(-5)\Leftrightarrow x=15$.

Câu 3: Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$.Tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD}=-3\overrightarrow{AB}$ là:

Lời giải

Ta có $\begin{cases} x_D-1=-3(0-1) \\ y_D-0=-3(-2-0) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x_D=4 \\ y_D=6 \end{cases}\Rightarrow D(4;6)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(1;3),B(4;0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}$ là

Lời giải

Ta có: $3\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases} 3(x_M-1)+(4-1)=0 \\ 3(y_M-3)+(0-3)=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x_M=0 \\ y_M=4 \end{cases}\Rightarrow M(0;4)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho các điểm $A(-3;3),B(1;4),C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{CM}$ là:

Lời giải

Ta có: $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{CM} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3-x_M)-(2-1)=4(x_M-2) \\ 2(3-y_M)-(-5-4)=4(y_M+5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M=\dfrac{1}{6} \\ y_M=-\dfrac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(\dfrac{1}{6};-\dfrac{5}{6}\right)$.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $\vec{a}=(-1;\ 2)$, $\vec{b}=(5;\ -7)$ Tìm tọa độ của $\vec{a}-\vec{b}$.

A. $(6;\ -9)$ **B.** $(4;\ -5)$ **C.** $(-6;\ 9)$ **D.** $(-5;\ -14)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{a}-\vec{b}=(-1-5;\ 2-(-7))=(-6;\ 9)$.

Câu 2: Cho $\vec{a}=(3;\ -4)$, $\vec{b}=(-1;\ 2)$ Tìm tọa độ của $\vec{a}+\vec{b}$.

A. $(-4;\ 6)$ **B.** $(2;\ -2)$ **C.** $(4;\ -6)$ **D.** $(-3;\ -8)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a}+\vec{b}=(3+(-1);\ -4+2)=(2;\ -2)$.

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ $(O;\vec{i};\ \vec{j})$ tọa độ $\vec{i}+\vec{j}$ là:

A. $(0;\ 1)$. **B.** $(1;\ -1)$ **C.** $(-1;\ 1)$ **D.** $(1;\ 1)$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{i}=(1;\ 0)$, $\vec{j}=(0;\ 1) \Rightarrow \vec{i}+\vec{j}=(1;\ 1)$

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a}=(-1;3)$, $\vec{b}=(5;-7)$. Tọa độ vectơ $3\vec{a}-2\vec{b}$ là:

A. $(6;-19)$. **B.** $(13;-29)$. **C.** $(-6;10)$. **D.** $(-13;23)$.

Lời giải

Chọn D

$\begin{cases} \vec{a}=(-1;3) \\ \vec{b}=(5;-7) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3\vec{a}=(-3;9) \\ 2\vec{b}=(10;-14) \end{cases} \Rightarrow 3\vec{a}-2\vec{b}=(-13;23)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{a}=(1;\ 2), \vec{b}=(3;4)$. Tọa độ $\vec{c}=4\vec{a}-\vec{b}$ là

A. $\vec{c}=(-1;\ -4)$. **B.** $\vec{c}=(4;\ 1)$. **C.** $\vec{c}=(1;\ 4)$. **D.** $\vec{c}=(-1;\ 4)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\vec{c}=4\vec{a}-2\vec{b}=4(1;2)-(3;4)=(1;4)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $\vec{a}=(2;\,1),\vec{b}=(3;-2)$ và $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}$. Tọa độ của vectơ $\vec{c}$ là

A. $(13;\,-4)$. **B.** $(13;\,4)$. **C.** $(-13;\,4)$. **D.** $(-13;\,-4)$.

Lời giải

Chọn **A.**

Ta có: $\vec{c}=2\vec{a}+3\vec{b}=2(2;1)+3(3;-2)=(13;-4)$.

Câu 7: Cho $\vec{a}(2;7)$, $\vec{b}(-3;5)$. Tọa độ của véctơ $\vec{a}-\vec{b}$ là.

A. $(5;2)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-5;-2)$. **D.** $(5;-2)$.

Lời giải.

Chọn **A.**

Ta có: $\vec{a}-\vec{b}=(2;7)-(-3;5)=(5;2)$.

Câu 8: Cho $\vec{a}(3;-4)$, $\vec{b}(-1;2)$. Tọa độ của véctơ $\vec{a}+2\vec{b}$ là

A. $(-4;6)$. **B.** $(4;-6)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải.

Chọn **C.**

$$\begin{cases} \vec{a}=(3;-4) \\ \vec{b}=(-1;2)\Rightarrow 2\vec{b}=(-2;4) \end{cases}$$

$\Rightarrow \vec{a}+2\vec{b}=(1;0)$.

Câu 9: Trong hệ trục $(O,\vec{i},\vec{j})$, tọa độ của $\vec{i}-\vec{j}$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(1;-1)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải.

Chọn **C.**

Ta có : $\begin{cases} \vec{i}=(1;0) \\ \vec{j}=(0;1) \end{cases}\Rightarrow \vec{i}-\vec{j}=(1;-1)$.

Câu 10: Cho $\vec{a}=(1;2)$ và $\vec{b}=(3;4)$ với $\vec{c}=4\vec{a}-\vec{b}$ thì tọa độ của $\vec{c}$ là:

A. $\vec{c}=(-1;4)$. **B.** $\vec{c}=(4;-1)$. **C.** $\vec{c}=(1;4)$. **D.** $\vec{c}=(-1;-4)$.

Lời giải.

Chọn **C.**

Ta có: $\vec{c}=4\vec{a}-2\vec{b}=4(1;2)-(3;4)=(1;4)$.

Câu 11: Cho $\vec{a}=(1;\,5)$, $\vec{b}=(-2;\,1)$. Tính $\vec{c}=3\vec{a}+2\vec{b}$.

A. $\vec{c}=(7;\,13)$. **B.** $\vec{c}=(1;\,17)$. **C.** $\vec{c}=(-1;\,17)$. **D.** $\vec{c}=(1;\,16)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases}\vec{a}=(1;\,5)\\ \vec{b}=(-2;\,1)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3\vec{a}=(3;\,15)\\ 2\vec{b}=(-4;\,2)\end{cases}\Rightarrow\vec{c}=3\vec{a}+2\vec{b}=(-1;\,17)$.

Câu 12: Cho $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}$ và $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}$. Tìm tọa độ của $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$.

A. $\vec{c}=(1\,;-1)$. **B.** $\vec{c}=(3\,;-5)$. **C.** $\vec{c}=(-3\,;\,5)$. **D.** $\vec{c}=(2\,;\,7)$.

Lời giải

Chọn B

$\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}=\left(2\vec{i}-3\vec{j}\right)-\left(-\vec{i}+2\vec{j}\right)=3\vec{i}-5\vec{j}\Rightarrow\vec{c}=(3\,;-5)$.

Câu 13: Cho hai vectơ $\vec{a}=(1;-4)$; $\vec{b}=(-6;15)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}$ biết $\vec{u}+\vec{a}=\vec{b}$

A. $(7;19)$. **B.** $(-7;19)$. **C.** $(7;-19)$. **D.** $(-7;-19)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{u}+\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow\vec{u}=\vec{b}-\vec{a}=(-7;19)$.

Câu 14: Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}$ biết $\vec{u}+\vec{b}=\vec{0}$, $\vec{b}=(2;-3)$.

A. $(2;-3)$. **B.** $(-2;-3)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u}+\vec{b}=\vec{0}\Leftrightarrow\vec{u}=-\vec{b}=(-2;3)$.

Câu 15: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(2;\,5)$, $B(1;\,1)$, $C(3;\,3)$. Tìm tọa độ điểm E sao cho $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}$

A. $(3;\,-3)$. **B.** $(-3;\,3)$. **C.** $(-3;\,-3)$. **D.** $(-2;\,-3)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $E(x;\,y)$.

Ta có $\overrightarrow{AE}=3\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{AC}\Leftrightarrow\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AB}=2\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{CB}$

$(x-1;\,y-1)=2(-2;\,-2)\Leftrightarrow\begin{cases}x-1=-4\\ y-1=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3\\ y=-3\end{cases}$

Vậy $E(-3;\,-3)$.

Câu 16: Cho $\vec{a}=(2;\,-4)$, $\vec{b}=(-5;\,3)$. Tìm tọa độ của $\vec{u}=2\vec{a}-\vec{b}$

A. $\vec{u}=(7;\ -7)$. **B.** $\vec{u}=(9;\ -11)$ **C.** $\vec{u}=(9;\ -5)$. **D.** $\vec{u}=(-1;\ 5)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{u}=2(2;\ -4)-(-5;\ 3)=(9;\ -11)$.

Câu 17: Cho 3 điểm $A(-4;0)$, $B(-5;0)$, $C(3;0)$. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

A. $(-2;0)$. **B.** $(2;0)$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $(-5;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $M\in Ox$ nên $M(x;0)$. Do $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ nên $x=\dfrac{-4-5+3}{3}=-2$.

Câu 18: Trong hệ trục $(O,\vec{i},\vec{j})$ cho 2 vectơ $\vec{a}=(3\ ;\ 2)$, $\vec{b}=-\vec{i}+5\vec{j}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}$. **B.** $\vec{b}=(-1;\ 5)$. **C.** $\vec{a}+\vec{b}=(2\ ;\ 7)$. **D.** $\vec{a}-\vec{b}=(2\ ;\ -3)$.

Lời giải

Chọn D

$\vec{a}=(3\ ;\ 2),\ \vec{b}=(-1\ ;\ 5)\Rightarrow \vec{a}-\vec{b}=(4\ ;-3)$.

Câu 19: Cho $\vec{u}=2\vec{i}-3\vec{j}$, $\vec{v}=-5\vec{i}-\vec{j}$. Gọi $(X;Y)$ là tọa độ của $\vec{w}=2\vec{u}-3\vec{v}$ thì tích XY bằng:

A. -57. **B.** 57. **C.** -63. **D.** 63.

Lời giải

Chọn A

$\vec{w}=2\vec{u}-3\vec{v}=2(2\vec{i}-3\vec{j})-3(-5\vec{i}-\vec{j})=19\vec{i}-3\vec{j}$. $\Rightarrow X=19,\ Y=-3\Rightarrow XY=-57$.

DẠNG 3: XÁC ĐỊNH TỌA ĐỘ CÁC ĐIỂM CỦA MỘT HÌNH

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC?

Lời giải

Ta có $\begin{cases} x_G=\dfrac{3+1+5}{3}=3 \\ y_G=\dfrac{5+2+2}{3}=3 \end{cases} \longrightarrow G(3;3)$.

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-2;2)$, $B(3;5)$ và trọng tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$. Tìm tọa độ đỉnh C?

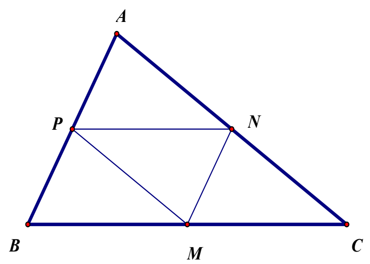
Lời giải

Gọi $C(x;y)$.

Vì O là trọng tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} \dfrac{-2+3+x}{3}=0 \\ \dfrac{2+5+y}{3}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-7 \end{cases}$.

Câu 3: Cho $M(2;0), N(2;2), P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của ΔABC. Tọa độ B là:

Lời giải



Ta có: $BPNM$ là hình bình hành nên

$\begin{cases} x_B + x_N = x_P + x_M \\ y_B + y_N = y_P + y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + 2 = 2 + (-1) \\ y_B + 2 = 0 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -1 \\ y_B = 1 \end{cases}$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác MNP có $M(1;-1), N(5;-3)$ và P thuộc trục Oy, trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox. Toạ độ của điểm P là

Lời giải

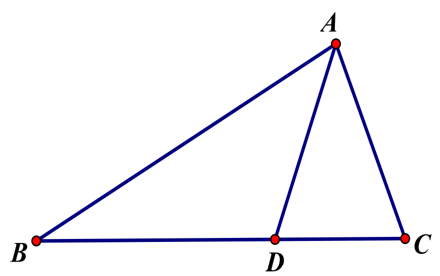
Ta có: P thuộc trục $Oy \Rightarrow P(0;y)$, G nằm trên trục $Ox \Rightarrow G(x;0)$

G là trọng tâm tam giác MNP nên ta có: $\begin{cases} x = \dfrac{1+5+0}{3} \\ 0 = \dfrac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$

Vậy $P(0;4)$.

Câu 5: Cho tam giác ABC với $AB=5$ và $AC=1$. Tính toạ độ điểm D là của chân đường phân giác trong góc A, biết $B(7;-2), C(1;4)$.

Lời giải



Theo tính chất đường phân giác: $\dfrac{DB}{DC} = \dfrac{AB}{AC} = 5 \Rightarrow DB = 5DC \Rightarrow \overrightarrow{DB} = -5\overrightarrow{DC}$.

Gọi $D(x;y) \Rightarrow \overrightarrow{DB} = (7-x;-2-y); \overrightarrow{DC} = (1-x;4-y)$.

Suy ra: $\begin{cases} 7-x=-5(1-x) \\ -2-y=-5(4-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$.

Vậy $D(2;3)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;-1)$, $B(-1;2)$ và $I(1;-1)$. Xác định tọa độ các điểm C, D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC. Tìm tọa tâm O của hình bình hành $ABCD$.

Lời giải

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên

$$x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \Rightarrow x_C = 3x_I - x_A - x_B = 1$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{2} \Rightarrow y_C = 3y_I - y_A - y_B = -4$$

Suy ra $C(1;-4)$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-3=1-x_D \\ 2+1=-4-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D=5 \\ y_D=-7 \end{cases} \Rightarrow D(5;-7)$$

Điểm O của hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm AC do đó

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = 2,\ y_O = \frac{y_A + y_C}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow O\left(2;-\frac{5}{2}\right)$$

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $A(4;\,0)$, $B(2;\,-3)$, $C(9;\,6)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $(3;\,5)$. **B.** $(5;\,1)$. **C.** $(15;\,9)$. **D.** $(9;\,15)$.

Lời giải

Chọn B

Trọng tâm G của tam giác ABC có toạ độ thoả mãn:

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{4+2+9}{3} \\ y_G = \dfrac{-3+6}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 5 \\ y_G = 1 \end{cases} \Rightarrow G(5;\,1).$$

Câu 2: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;\ 5)$, $B(1;\ 2)$, $C(5;\ 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC?

A. $(-3;\ 4)$. **B.** $(4;\ 0)$. **C.** $(\sqrt{2};\ 3)$. **D.** $(3;\ 3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có tọa độ $G=\left(\frac{3+1+5}{3};\ \frac{5+2+2}{3}\right)=(3;\ 3)$.

Câu 3: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(2;\ -3)$, $B(4;\ 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB

A. $(6;\ 4)$. **B.** $(2;\ 10)$. **C.** $(3;\ 2)$. **D.** $(8;\ -21)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $I=\left(\frac{2+4}{2};\ \frac{-3+7}{2}\right)=(3;\ 2)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A=(3;5), B=(1;2), C=(5;2)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là:

A. $(-3;4)$. **B.** $(4;0)$. **C.** $\left(\sqrt{2};3\right)$. **D.** $(3;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $G(x_G;y_G)$ là trọng tâm tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3}=\dfrac{3+1+5}{3}=3 \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3}=\dfrac{5+2+2}{3}=3 \end{cases} \Rightarrow G=(3;3).$$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có tọa độ ba đỉnh lần lượt là $A(2;\ 3)$, $B(5;\ 4)$, $C(-1;\ -1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác có tọa độ là:

A. $(3;\ 3)$. **B.** $(2;\ 2)$. **C.** $(1;\ 1)$. **D.** $(4;\ 4)$.

Lời giải

Chọn B.

Để G là trọng tâm tam giác $ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases} \Rightarrow G(2;2)$.

Câu 6: Cho tam giác ABC có tọa độ ba đỉnh lần lượt là $A(2;3)$, $B(5;4)$, $C(2;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác có tọa độ là

A. $(3;3)$ **B.** $(2;2)$ **C.** $(1;1)$ **D.** $(4;4)$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có : $\begin{cases} x_A+x_B+x_C=3x_G \\ y_A+y_B+y_C=3y_G \end{cases} \Leftrightarrow G(3;3)$.

Câu 7: Cho hai điểm $B(3;2)$, $C(5;4)$. Toạ độ trung điểm M của BC là

A. $M=(-8;3)$. **B.** $M(4;3)$. **C.** $M(2;2)$. **D.** $M=(2;-2)$.

Lời giải.

Chọn B.

Ta có : $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_C + x_B}{2} \\ y_M = \dfrac{y_C + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow M(4;3)$.

Câu 8: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy Oxy, cho ba điểm $A(5;-2)$, $B(0;3)$, $C(-5;-1)$. Khi đó trọng tâm ΔABC là:

A. $G(0;11)$. **B.** $G(1;-1)$. **C.** $G(10;0)$. **D.** $G(0;0)$.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có : $\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow G(0;0)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(2;-3)$, $B(4;7)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

A. $I(6;4)$ **B.** $I(2;10)$. **C.** $I(3;2)$. **D.** $I(8;-21)$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có : $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow I(3;2)$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;5)$, $B(1;2)$ và $C(2;0)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC

A. $G(3,7)$. **B.** $G(6;3)$. **C.** $G\left(-3,\dfrac{7}{3}\right)$ **D.** $G\left(2;\dfrac{7}{3}\right)$.

Lời giải.

Chọn D.

Để G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Rightarrow G\left(2;\dfrac{7}{3}\right)$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;5)$, $B(1;2)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

A. $I(4;7)$. **B.** $I(-2;3)$. **C.** $I\left(2;\dfrac{7}{2}\right)$. **D.** $I\left(-2;\dfrac{7}{2}\right)$.

Lời giải.

Chọn **C.**

Ta có : $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow I\left(2; \dfrac{7}{2}\right)$.

Câu 12: Cho tam giác ABC với $A(-3;6)$; $B(9;-10)$ và $G\left(\dfrac{1}{3};0\right)$ là trọng tâm. Tọa độ C là:

A. $C(5;-4)$. **B.** $C(5;4)$. **C.** $C(-5;4)$. **D.** $C(-5;-4)$.

Lời giải.

Chọn **C.**

Ta có : $\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - (x_A + x_B) \\ y_C = 3y_G - (y_A + y_B) \end{cases} \Rightarrow C(-5;4)$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(4;2), B(1;-5)$. Tìm trọng tâm G của tam giác OAB.

A. $G\left(\dfrac{5}{3};-1\right)$. **B.** $G\left(\dfrac{5}{3};2\right)$. **C.** $G(1;3)$. **D.** $G\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} x_G = \dfrac{x_O + x_A + x_B}{3} = \dfrac{0+4+1}{3} = \dfrac{5}{3} \\ y_G = \dfrac{y_O + y_A + y_B}{3} = \dfrac{0+2-5}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow G\left(\dfrac{5}{3};\ 0\right).$$

Câu 14: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(-2;\ 2)$, $B(3;\ 5)$ và trọng tâm là gốc O. Tìm tọa độ đỉnh C?

A. $(-1;\ -7)$. **B.** $(2;\ -2)$. **C.** $(-3;\ -5)$. **D.** $(1;\ 7)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $C(x;y)$. Ta có O là trọng tâm $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-2+3+x}{3} = 0 \\ \dfrac{2+5+y}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -7 \end{cases}$

Vậy $C(-1;\ -7)$.

Câu 15: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(6;\ 1)$, $B(-3;\ 5)$ và trọng tâm $G(-1;\ 1)$. Tìm tọa độ đỉnh C?

A. $(6;\ -3)$. **B.** $(-6;\ 3)$. **C.** $(-6;\ -3)$. **D.** $(-3;\ 6)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $C(x;\ y)$. Ta có G là trọng tâm $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{6+(-3)+x}{3}=-1 \\ \dfrac{1+5+y}{3}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6 \\ y=-3 \end{cases}$

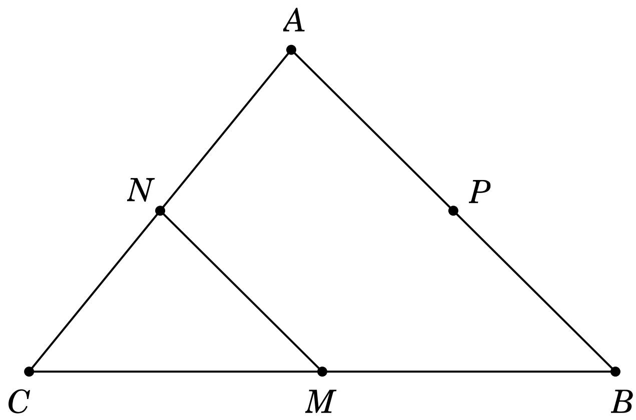
Vậy $C(-6;\ -3)$.

Câu 16: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $M(2;\ 3)$, $N(0;\ -4)$, $P(-1;\ 6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Tìm tọa độ đỉnh A?

A. $(1;\ 5)$. **B.** $(-3;\ -1)$. **C.** $(-2;\ -7)$. **D.** $(1;\ -10)$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $A(x;\ y)$. Ta có $\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{MN} \Leftrightarrow (x+1;\ y-6)=(-2;\ -7)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=-2 \\ y-6=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$. Vậy $A(-3;-1)$.

Câu 17: Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(1;\ 1)$, $B(3;\ 2)$, $C(6;\ 5)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(4;\ 3)$. **B.** $(3;\ 4)$. **C.** $(4;\ 4)$. **D.** $(8;\ 6)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $D(x;\ y)$, $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (x-1;\ y-1)=(3;\ 3)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=3 \\ y-1=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}$

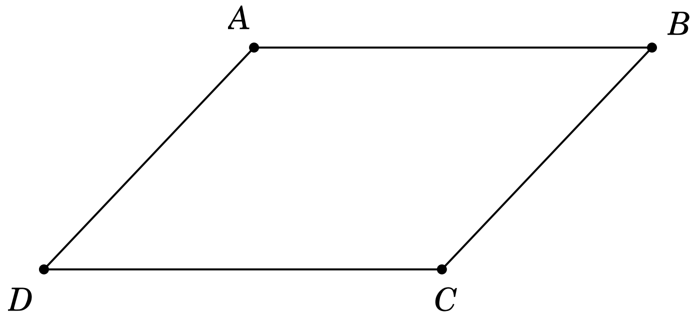
Vậy $D(4;\ 4)$.

Câu 18: Trong hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;\ 1)$, $B(0;\ -3)$, $C(3;\ 1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(5;\ 5)$. **B.** $(5;\ -2)$. **C.** $(5;\ -4)$. **D.** $(-1;\ -4)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $D(x;y)$, $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow (x-2;\ y-1)=(3;\ 4)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3 \\ y-1=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases}$

Vậy $D(5;\ 5)$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy cho 3 điểm $A=(-1;3), B=(2;0), C=(6;2)$. Tìm tọa độ D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

A. $(9;-1)$. **B.** $(3;5)$. **C.** $(5;3)$. **D.** $(-1;9)$.

Lời giải

Chọn B

$ABCD$ là hình bình hành khi $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-3), \overrightarrow{DC}=(6-x;2-y), D(x;y)$.

Nên $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 6-x=3 \\ 2-y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow D(3;5)$.

Câu 20: Cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(1;1)$, $B(-1;2)$, $C(0;1)$. Tọa độ điểm D là:

A. $(2;0)$. **B.** $(-2;0)$ **C.** $(-2;2)$. **D.** $(2;-2)$

Lời giải.

Chọn A.

Gọi $D(x,y)$ là điểm cần tìm

Ta có : $\overrightarrow{AB}=(-2;1)$, $\overrightarrow{DC}=(-x;1-y)$

Để $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -x=-2 \\ 1-y=1 \end{cases} \Rightarrow D(2;0)$.

Câu 21: Cho tam giác. ABC. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm BC, CA, AB. Biết $A(1;3), B(-3;3)$, $C(8;0)$. Giá trị của $x_M+x_N+x_P$ bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 6.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có : M là trung điểm BC $\Rightarrow x_M = \frac{5}{2}$

N là trung điểm AC $\Rightarrow x_N = \frac{9}{2}$

P là trung điểm AB $\Rightarrow x_P = -1$

$\Rightarrow x_M + x_N + x_P = \frac{5}{2} + \frac{9}{2} - 1 = 6$

Câu 22: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;0)$; $B(0;-1)$, $C(4;4)$. Toạ độ đỉnh D là:

A. $D(2;3)$. **B.** $D(6;3)$. **C.** $D(6;5)$ **D.** $D(2;5)$.

Lời giải.

Chọn D.

Gọi $D(x,y)$ là điểm cần tìm

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (2;-1)$, $\overrightarrow{DC} = (4-x;4-y)$

Để $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x=2 \\ 4-y=-1 \end{cases} \Rightarrow D(2;5)$.

Câu 23: Cho tam giác ABC với $A(-5;6)$, $B(-4;-1)$ và $C(4;3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành:

A. $D(3;10)$. **B.** $D(3;-10)$. **C.** $D(-3;10)$. **D.** $D(-3;-10)$.

Lời giải.

Chọn A.

Gọi $D(x,y)$ là điểm cần tìm

Ta có : $\overrightarrow{AB} = (1;-7)$, $\overrightarrow{DC} = (4-x;3-y)$

Để $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-x=1 \\ 3-y=-7 \end{cases} \Rightarrow D(3;10)$.

DẠNG 4: BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN SỰ CÙNG PHƯƠNG CỦA HAI VECTƠ. PHÂN TÍCH MỘT VECTƠ QUA HAI VECTƠ KHÔNG CÙNG PHƯƠNG

1 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho $A(1;2), B(-2;6)$. Tìm tạo độ điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng.

Lời giải

Ta có: M trên trục $Oy \Rightarrow M(0;y)$

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AM}$

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;4)$, $\overrightarrow{AM}=(-1;y-2)$. Do đó, $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3}=\frac{y-2}{4} \Rightarrow y=10$. Vậy $M(0;10)$.

Câu 2: Cho các vectơ $\vec{a}=(4;-2), \vec{b}=(-1;-1), \vec{c}=(2;5)$. Phân tích vectơ $\vec{b}$ theo hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$.

Lời giải

Giả sử $\vec{b}=m\vec{a}+n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases}-1=4m+2n\\-1=-2m+5n\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m=-\frac{1}{8}\\n=-\frac{1}{4}\end{cases}$. Vậy $\vec{b}=-\frac{1}{8}\vec{a}-\frac{1}{4}\vec{c}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho $A(m-1;-1), B(2;2-2m), C(m+3;3)$. Tìm giá trị m để A,B,C là ba điểm thẳng hàng?

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3-m;3-2m)$, $\overrightarrow{AC}=(4;4)$

Ba điểm A,B,C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \frac{3-m}{4}=\frac{3-2m}{4} \Leftrightarrow m=0.$$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(6;3),\ B(-3;6),\ C(1;-2)$. Xác định điểm E trên trục hoành sao cho ba điểm $A,\ B,\ E$ thẳng hàng.

Lời giải

Vì E thuộc đoạn BC và $BE=2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE}=2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x;y)$ khi đó $\overrightarrow{BE}(x+3;y-6)$, $\overrightarrow{EC}(1-x;-2-y)$

Do đó $\begin{cases}x+3=2(1-x)\\y-6=2(-2-y)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-\frac{1}{3}\\y=\frac{2}{3}\end{cases}$

Vậy $E\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm $A(0;1)$, $B(1;3)$, $C(2;7)$ và $D(0;3)$. Tìm giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD.

Lời giải

Gọi $I(x;y)$ là giao điểm AC và BD suy ra $\overrightarrow{AI}\,;\overrightarrow{AC}$ cùng phương và $\overrightarrow{BI}\,;\overrightarrow{BD}$ cùng phương

Mặt khác

$\overrightarrow{AI}=(x;y-1)$, $\overrightarrow{AC}=(2;6)$ suy ra $\frac{x}{2}=\frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x-2y=-2$ (1)

$\overrightarrow{BI}=(x-1;y-3)$, $\overrightarrow{BD}=(-1;0)$ suy ra $y=3$ thế vào (1) ta có $x=\frac{2}{3}$

Vậy $I\left(\frac{2}{3};3\right)$ là điểm cần tìm.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}$, $\vec{b}=m\vec{j}+\vec{i}$. Nếu $\vec{a},\vec{b}$ cùng phương thì:

A. $m=-6$. **B.** $m=6$. **C.** $m=-\frac{2}{3}$. **D.** $m=-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

$\vec{a}=(2\,;-3)$ và $\vec{b}=(1\,;\,m)$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{1}{2}=\frac{m}{-3}\Leftrightarrow m=-\frac{3}{2}$.

Câu 2: Hai vectơ nào có toạ độ sau đây là cùng phương?

A. $(1;\ 0)$ và $(0;\ 1)$. **B.** $(2;\ 1)$ và $(2;-1)$. **C.** $(-1;0)$ và $(1;0)$. **D.** $(3;-2)$ và $(6;\ 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{i}=(1;0)$ và $-\vec{i}=(-1;0)$ cùng phương.

Câu 3: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;\ 1)$, $B(-2;\ -2)$, $C(-7;\ -7)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $G(2;\ 2)$ là trọng tâm tam giác ABC. **B.** B ở giữa hai điểm A và C.

C. A ở giữa hai điểm B và C. **D.** $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;\ -3)$, $\overrightarrow{AC}=(6;\ 6)$ và $\overrightarrow{AC}=-2\overrightarrow{AB}$

Vậy A ở giữa hai điểm B và C.

Câu 4: Trong hệ tọa độ Oxy, cho $A(-1;\ 5)$, $B(5;\ 5)$, $C(-1;\ 11)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A,\ B,\ C$ thẳng hàng. **B.** $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

C. $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}$ không cùng phương. **D.** $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(6;\ 0)$, $\overrightarrow{AC}=(0;\ 6)\Rightarrow\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

Câu 5: Trong hệ tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(3;\ -2)$, $B(7;\ 1)$, $C(0;\ 1)$, $D(-8;\ -5)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{CD}$ là hai vectơ đối nhau. **B.** $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

C. $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{CD}$ cùng hướng. **D.** $A,\ B,\ C,\ D$ thẳng hàng.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;\ 3)$, $\overrightarrow{CD}=(-8;\ -6)=-2\overrightarrow{AB}\Rightarrow \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{CD}$ ngược hướng.

Câu 6: Cho $\vec{u}=(3;\ -2)$, $\vec{v}=(1;\ 6)$. Chọn khẳng định đúng?

A. $\vec{u}+\vec{v}$ và $\vec{a}=(-4;\ 4)$ ngược hướng.

B. $\vec{u},\ \vec{v}$ cùng phương.

C. $\vec{u}-\vec{v}$ và $\vec{c}=k.\vec{a}+h.\vec{b}$ cùng hướng.

D. $2\vec{u}+\vec{v},\ \vec{v}$ cùng phương.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u}+\vec{v}=(4;\ 4)$ và $\vec{u}-\vec{v}=(2;\ -8)$

Xét tỉ số $\frac{4}{-4}\neq\frac{4}{4}\Rightarrow \vec{u}+\vec{v}$ và $\vec{a}=(-4;\ 4)$ không cùng phương. Loại A

Xét tỉ số $\frac{3}{1}\neq\frac{-2}{6}\Rightarrow \vec{u},\ \vec{v}$ không cùng phương. Loại B

Xét tỉ số $\frac{2}{6}=\frac{-8}{-24}=3>0\Rightarrow \vec{u}-\vec{v}$ và $\vec{b}=(6;\ -24)$ cùng hướng.

Câu 7: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{a}=(-5;\ 0)$, $\vec{b}=(-4;\ 0)$ cùng hướng.

B. $\vec{c}=(7;\ 3)$ là vectơ đối của $\vec{d}=(-7;\ 3)$.

C. $\vec{u}=(4;\ 2)$, $\vec{v}=(8;\ 3)$ cùng phương.

D. $\vec{a}=(6;\ 3)$, $\vec{b}=(2;\ 1)$ ngược hướng.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a}=(-5;\ 0)=\frac{5}{4}(-4;\ 0)=\frac{5}{4}\vec{b}\Rightarrow \vec{a},\ \vec{b}$ cùng hướng.

Câu 8: Các điểm và các vectơ sau đây cho trong hệ trục $\left(O\ ;\vec{i},\vec{j}\right)$ (giả thiết $m,\ n,\ p\ ,q$ là những số thực khác 0). Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\vec{a}=(m\ ;\ 0)\Leftrightarrow \vec{a}//\vec{i}$. **B.** $\vec{b}=(0\ ;\ n)\Leftrightarrow \vec{b}//\vec{j}$.

C. Điểm $A(n\ ;\ p)\in x'Ox\Leftrightarrow n=0$.

D. $A(0\ ;\ p),B(q\ ;\ p)$ thì $AB//x'Ox$.

Lời giải

Chọn C

$A(n\ ;\ p)\in x'Ox\Leftrightarrow p=0$.

Câu 9: Hai vectơ nào sau đây **không** cùng phương:

A. $\vec{a}=(3\ ;\ 5)$ và $\vec{b}=\left(-\frac{6}{7}\ ;-\frac{10}{7}\right)$.

B. $\vec{c}$ và $-4\vec{c}$.

C. $\vec{i}=(1\ ;\ 0)$ và $\vec{m}=\left(-\frac{5}{2}\ ;\ 0\right)$.

D. $\vec{m}=\left(-\sqrt{3}\ ;\ 0\right)$ và $\vec{n}=\left(0\ ;-\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$\vec{m}=\left(-\sqrt{3}\ ;\ 0\right)$ và $\vec{n}=\left(0\ ;-\sqrt{3}\right)$. Ta có: $a_1b_2-a_2b_1=\left(-\sqrt{3}\right)\left(-\sqrt{3}\right)-0=3\neq 0$

Vậy $\vec{m}$ và $\vec{n}$ không cùng phương.

Câu 10: Cho $\vec{u}=(2x-1;\,3)$, $\vec{v}=(1\,;\,x+2)$. Có hai giá trị $x_1,\,x_2$ của x để $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{v}$. Tính $x_1.x_2$.

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $-\frac{5}{3}$. **C.** $-\frac{5}{2}$. **D.** $-\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn C

$\vec{u},\,\vec{v}$ cùng phương $\Leftrightarrow \frac{2x-1}{1}=\frac{3}{x+2}$ (với $x\neq -2$)

$\Leftrightarrow (2x-1)(x+2)=3 \Leftrightarrow 2x^2+3x-5=0$. Vậy $x_1.x_2=-\frac{5}{2}$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy, cho ba vectơ $\vec{a}=(1;2),\vec{b}=(-3;1),\vec{c}=(-4;2)$. Biết $\vec{u}=3\vec{a}+2\vec{b}+4\vec{c}$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{i}$.

B. $\vec{u}$ không cùng phương với $\vec{i}$.

C. $\vec{u}$ cùng phương với $\vec{j}$.

D. $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{i}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\vec{u}=(x;y)$. Ta có $\begin{cases} x=3.1+2.(-3)+4.(-4)=-19 \\ y=3.2+2.1+4.2=16 \end{cases} \Rightarrow \vec{u}=(-19;16)$.

Câu 12: Cho bốn điểm $A(2;5)$, $B(1;7)$, $C(1;5)$, $D(0;9)$. Ba điểm nào sau đây thẳng hàng:

A. A,B,C. **B.** A,C,D. **C.** B,C,D. **D.** A,B,D.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có: $\overrightarrow{AB}(-1;2)$, $\overrightarrow{AC}(-1;0)$, $\overrightarrow{AD}(-2;4)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}$ $\Rightarrow A,B,D$ thẳng hàng.

Câu 13: Trong hệ tọa độ Oxy, cho 4 điểm $A(3;0),B(4;-3),C(8;-1),D(-2;1)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng ?

A. $B,\,C,\,D$. **B.** $A,\,B,\,C$. **C.** $A,\,B,\,D$. **D.** $A,\,C,\,D$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AC}=(5;\,-1);\overrightarrow{AD}=(-5;\,1)\Rightarrow \overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AD}$. Vậy ba điểm $A,\,C,\,D$ thẳng hàng.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-2m;-m),B(2m;m)$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng AB đi qua O ?

A. $m=3$. **B.** $m=5$. **C.** $\forall m\in\mathbb{R}$.. **D.** Không có m.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{OA}=(-2m;\,-m)$, $\overrightarrow{OB}=(2m;\,m)$. Đường thẳng AB đi qua O khi $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ cùng phương

Mặt khác ta thấy $\overrightarrow{OA}=(-2m;\,-m)=-(2m;\,m)=-\overrightarrow{OB}$, $\forall m\in\mathbb{R}$ nên AB đi qua O, $\forall m\in\mathbb{R}$.

Câu 15: Cho 2 điểm $A(-2;-3),B(4;7)$. Tìm điểm $M\in y'Oy$ thẳng hàng với A và B.

A. $M\left(\frac{4}{3};0\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{3};0\right)$. **C.** $M(1;0)$. **D.** $M\left(-\frac{1}{3};0\right)$.

Lời giải

Chọn B

$M\in y'Oy\Rightarrow M(0;\,m)$. $\overrightarrow{AM}=(2;\,m+3)$; $\overrightarrow{AB}=(6;\,10)$.

Để A, B, M thẳng hàng thì $\frac{2}{6}=\frac{m+3}{10}\Leftrightarrow 3(m+3)=10\Leftrightarrow m=\frac{1}{3}$.

Câu 16: Ba điểm nào sau đây **không** thẳng hàng ?

A. $M(-2;4),N(-2;7),P(-2;2)$. **B.** $M(-2;4),N(5;4),P(7;4)$.

C. $M(3;5),N(-2;5),P(-2;7)$. **D.** $M(5;-5),N(7;-7),P(-2;2)$.

Lời giải

Chọn C

C. $\overrightarrow{MN}=(-5;\,0),\overrightarrow{MP}=(-5;\,2)\Rightarrow\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MP}$ không cùng phương

$\Rightarrow M$, N, P không thẳng hàng.

Câu 17: Cho ba điểm $A(2\,;-4),B(6\,;\,0),C(m\,;\,4)$. Định m để A,B,C thẳng hàng?

A. $m=10$. **B.** $m=-6$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-10$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB}=(4\,;\,4)$; $\overrightarrow{AC}=(m-2\,;\,8)$.

$A,\,B,\,C$ thẳng hàng $\Leftrightarrow\overrightarrow{AB},\,\overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow\frac{m-2}{4}=\frac{8}{4}\Leftrightarrow m=10$.

Câu 18: Cho $A(0\,;-2)$, $B(-3\,;\,1)$. Tìm tọa độ giao điểm M của AB với trục $x'Ox$.

A. $M(-2\,;\,0)$. **B.** $M(2\,;\,0)$. **C.** $M\left(-\frac{1}{2}\,;\,0\right)$. **D.** $M(0\,;-2)$.

Lời giải

Chọn A

$M(x\,;\,0)\in x'Ox\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(x\,;\,2)$; $\overrightarrow{AB}=(-3\,;\,3)$.

$A,\,B,\,M$ thẳng hàng $\Leftrightarrow\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}$ cùng phương $\Leftrightarrow\frac{x}{-3}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow x=-2$.

Vậy, $M(-2\,;\,0)$.

Câu 19: Cho bốn điểm $A(1;-1),B(2;4),C(-2;-7),D(3;3)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

A. A,B,C. **B.** A,B,D. **C.** B,C,D. **D.** A,C,D.

Lời giải

Chọn D

$\overrightarrow{AB}=(1;5),\overrightarrow{AC}=(-3;-6),\overrightarrow{AD}=(2;4)\Rightarrow\overrightarrow{AC}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AD}\ \Rightarrow A,C,D$ thẳng hàng.

Câu 20: Cho hai điểm $M(-2;2),N(1;1)$. Tìm tọa độ điểm P trên Ox sao cho 3 điểm M,N,P thẳng hàng.

A. $P(0;4)$.　　**B.** $P(0;-4)$.　　**C.** $P(-4;0)$.　　**D.** $P(4;0)$.

Lời giải

Chọn D

Do $P\in Ox$ nên $P(x;0)$, mà $\overrightarrow{MP}=(x+2;-2);\overrightarrow{MN}=(3;-1)$

Do M,N,P thẳng hàng nên $\frac{x+2}{3}=\frac{-2}{-1}\Leftrightarrow x=4$.

Câu 21: Cho 3 vectơ $\vec{a}=(5;3)$; $\vec{b}=(4;2)$; $\vec{c}=(2;0)$. Hãy phân tích vectơ $\vec{c}$ theo 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\vec{c}=2\vec{a}-3\vec{b}$.　　**B.** $\vec{c}=-2\vec{a}+3\vec{b}$.　　**C.** $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$.　　**D.** $\vec{c}=\vec{a}-2\vec{b}$.

Lời giải

Chọn B

Giả sử $\vec{c}=m\vec{a}+n\vec{b}$, ta có: $\begin{cases}5m+4n=2\\3m+2n=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\n=3\end{cases}$.

Câu 22: Trong hệ tọa độ Oxy, cho bốn điểm $A(2;\ 1)$, $B(2;\ -1)$, $C(-2;\ -3)$, $D(-2;\ -1)$. Xét ba mệnh đề:

(I) $ABCD$ là hình thoi.

(II) $ABCD$ là hình bình hành.

(III) AC cắt BD tại $M(0;\ -1)$.

Chọn khẳng định đúng

A. Chỉ (I) đúng.　　**B.** Chỉ (II) đúng.

C. Chỉ (II) và (III) đúng.　　**D.** Cả ba đều đúng.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;\ -2)$, $\overrightarrow{DC}=(0;\ -2)\xrightarrow{\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}}ABCD$ là hình bình hành.

Trung điểm AC là $(0;\ -1)\Rightarrow(III)$ đúng.

$\overrightarrow{AC}=(-4;\ -4)$, $\overrightarrow{BD}=(-4;\ 0)\Rightarrow\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}=16\neq0\Leftrightarrow AC,\ BD$ không vuông góc nhau.

Câu 23: Trong hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;\ -3)$, $B(3;\ 4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho A,B,M thẳng hàng.

A. $M(1;\ 0)$. **B.** $M(4;\ 0)$. **C.** $M\left(-\frac{5}{3};\ -\frac{1}{3}\right)$. **D.** $M\left(\frac{17}{7};\ 0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Điểm $M \in Ox \Rightarrow M(m;\ 0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;\ 7)$ và $\overrightarrow{AM} = (m-2;\ 3)$.

Để A, B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \frac{m-2}{1} = \frac{3}{7} \Leftrightarrow m = \frac{17}{7}$.

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(6;3),\ B(-3;6),\ C(1;-2)$. Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$.

A. $E\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$. **B.** $E\left(-\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$. **C.** $E\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3}\right)$. **D.** $E\left(-\frac{2}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x;y)$ khi đó $\overrightarrow{BE}(x+3;y-6)$, $\overrightarrow{EC}(1-x;-2-y)$

Do đó $\begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$

Vậy $E\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(6;3),\ B\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right),\ C(1;-2),\ D(15;0)$. Xác định giao điểm I hai đường thẳng BD và AC.

A. $I\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **B.** $I\left(-\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $I\left(-\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $I\left(\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $I(x;y)$ là giao điểm của BD và AC.

Do đó $\overrightarrow{DI}(x-15;y), \overrightarrow{DB}\left(-\frac{46}{3};\frac{2}{3}\right)$ cùng phương suy ra $\frac{3(x-15)}{-46} = \frac{3y}{2} \Rightarrow x+23y-15=0$ (1)

$\overrightarrow{AI}(x-6;y-3)$, $\overrightarrow{AC}(-5;-5)$ cùng phương suy ra $\frac{x-6}{-5} = \frac{y-3}{-5} \Rightarrow x-y-3=0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{7}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$

Vậy giao điểm hai đường thẳng BD và AC là $I\left(\frac{7}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Câu 26: Cho ba điểm $A(-1;-1),\ B(0;1),\ C(3;0)$. Xác định tọa độ điểm D biết D thuộc đoạn thẳng BC và $2BD=5DC$.

A. $\left(\frac{15}{7};\frac{2}{7}\right)$. **B.** $\left(-\frac{15}{7};\frac{2}{7}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{7};\frac{15}{7}\right)$. **D.** $\left(\frac{15}{7};-\frac{2}{7}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2\overrightarrow{BD}=5\overrightarrow{DC},\ \overrightarrow{BD}\left(x_D;y_D-1\right),\overrightarrow{DC}\left(3-x_D;-y_D\right)$

Do đó $\begin{cases}2x_D=5\left(3-x_D\right)\\2\left(y_D-1\right)=5\left(-y_D\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_D=\frac{15}{7}\\y_D=\frac{2}{7}\end{cases}\Rightarrow D\left(\frac{15}{7};\frac{2}{7}\right)$.

Câu 27: Cho tam giác ABC có $A(3;4),\ B(2;1),\ C(-1;-2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC}=3S_{ABM}$.

A. $M_1(0;1),\ M_2(3;2)$. **B.** $M_1(1;0),\ M_2(3;2)$. **C.** $M_1(1;0),\ M_2(2;3)$. **D.** $M_1(0;1),\ M_2(2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $S_{ABC}=3S_{ABM}\Leftrightarrow BC=3BM\Rightarrow\overrightarrow{BC}=\pm3\overrightarrow{BM}$

Gọi $M(x;y)\Rightarrow\overrightarrow{BM}(x-2;y-1);\ \overrightarrow{BC}(-3;-3)$

Suy ra $\begin{cases}-3=3(x-2)\\-3=3(y-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}-3=-3(x-2)\\-3=-3(y-1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$

Vậy có hai điểm thỏa mãn $M_1(1;0),\ M_2(3;2)$.

Câu 28: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$ và tâm $I(1;1)$. Biết điểm $K(-1;2)$ nằm trên đường thẳng AB và điểm D có hoành độ gấp đôi tung độ. Tìm các đỉnh B,D của hình bình hành.

A. $B(2;1),\ D(0;1)$. **B.** $B(0;1);\ D(4;-1)$.. **C.** $B(0;1);\ D(2;1)$,. **D.** $B(2;1),\ D(4;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có I là trung điểm AC nên $C(4;-1)$

Gọi $D(2a;a)\Rightarrow B(2-2a;2-a)$

$\overrightarrow{AK}(1;-1),\ \overrightarrow{AB}(4-2a;-1-a)$

Vì $\overrightarrow{AK},\ \overrightarrow{AB}$ cùng phương nên $\frac{4-2a}{1}=\frac{-1-a}{-1}\Rightarrow a=1\Rightarrow D(2;1),\ B(0;1)$.

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

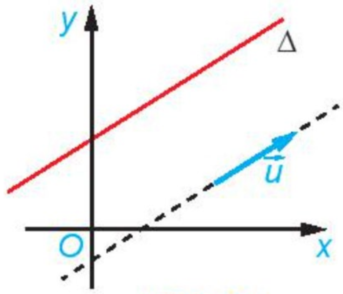
BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

I LÝ THUYẾT.

I. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Véc tơ chỉ phương của đường thẳng

1.1. Định nghĩa Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ.



Hình 7.2b

1.2. Nhận xét:

a) Nếu $\vec{u}$ là một vtcp của đường thẳng d thì $k.\vec{u}$, $(k \neq 0)$ cũng là một véc tơ chỉ phương của d.

b) Một đường thẳng xác định khi biết một vtcp và một điểm mà nó đi qua.

2. Phương trình tham số của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a;b)$. Khi đó điểm $M(x; y)$ thuộc đường thẳng Δ khi và chỉ khi tồn tại số thực t sao cho $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$, hay

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (2)$$

Hệ (2) được gọi là phương trình tham số của đường thẳng Δ (t là tham số).

2.1. Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ và có vtcp $\vec{u}=(a;b)$ thì có phương trình tham số là $\boxed{\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}}$. *(Mỗi điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng (d) tương ứng với duy nhất một số thực $t\in\mathbb{R}$ và ngược lại).*

Nhận xét : $A\in\Delta \Leftrightarrow A(x_0+at;y_0+bt), t\in\mathbb{R}$

2.2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, mọi phương trình dạng $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$ với $a^2+b^2\neq 0$ đều là phương trình của đường thẳng d có một vtcp là $\vec{u}=(a;b)$.

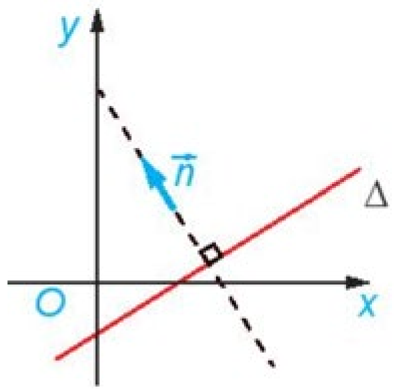
3. Phương trình chính tắc của đường thẳng (bổ sung thêm)

Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ và có vtcp $\vec{u}=(a;b)$ với $a\neq 0, b\neq 0$ có phương trình chính tắc là: $\boxed{\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}}$

II. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng

1.1. Định nghĩa: Vectơ $\vec{n}\neq\vec{0}$ gọi là vectơ pháp tuyến (VTPT) của Δ nếu giá của nó vuông góc với Δ.



1.2. Nhận xét:

a) Nếu $\vec{n}$ là một vtpt của đường thẳng d thì $k.\vec{n}$, $(k\neq 0)$ cũng là một vtpt của d.

b) Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của đường thẳng d và $\vec{u}$ là một VTCP của đường thẳng d thì $\vec{n}.\vec{u}=0$.

c) Một đường thẳng xác định khi biết một VTPT và mộ điểm nó đi qua.

2. Phương trình tổng quát (PTTQ) của đường thẳng

Trong mặt phẳng tọa độ, mọi đường thẳng đều có phương trình tổng quát dạng $ax+by+c=0$, với a và b không đồng thời bằng 0. Ngược lại, mỗi phương trình dạng $ax+by+c=0$, với a và b không đồng thời bằng 0, đều là phương trình của một đường thẳng, nhận $\vec{n}(a;b)$ là một vectơ pháp tuyến.

2.1. Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ và có VTPT $\vec{n}=(\mathrm{A};\mathrm{B})$ thì có phương trình tổng quát là $\boxed{A(x-x_0)+B(y-y_0)=0}$.

2.2. Ngược lại, trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy mọi phương trình dạng $Ax+By+C=0\left(A^2+B^2\neq 0\right)$ đều là phương trình tổng quát của đường thẳng d có VTPT $\vec{n}=(\mathrm{A};\mathrm{B})$.

2.3. Một số trường hợp đặc biệt của PTTQ $Ax+By+C=0\left(A^2+B^2\neq 0\right)$.

a) Nếu $A=0$ phương trình trở thành $By+C=0\Leftrightarrow y=-\dfrac{C}{B}$ đường thẳng song song với trục hoành Ox và cắt trục tung Oy tại điểm $M\left(0;-\dfrac{C}{B}\right)$.

b) Nếu $B=0$ phương trình trở thành $Ax+C=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{C}{A}$ đường thẳng song song với trục tung Oy và cắt trục hoành Ox tại $M\left(-\dfrac{C}{A};0\right)$.

c) Nếu $C=0$ phương trình trở thành $Ax+By=0$ đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$.

d) Đường thẳng có dạng $y=ax+b$, (trong đó a được gọi là hệ số góc của đường thẳng) có VTPT là $\vec{n}=(a;-1)$. Ngược lại đường thẳng có VTPT $\vec{n}=(A;B)$ thì có hệ số góc là $-\dfrac{A}{B}$.

e) Đường thẳng d đi qua điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ có phương trình là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.

CHÚ Ý: LIÊN HỆ GIỮA VTCP VÀ VTPT

1. Từ nhận xét "Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của đường thẳng d và $\vec{u}$ là một VTCP của đường thẳng d thì $\vec{n}.\vec{u}=0$" ta rút ra được: nếu $\vec{n}=(A;B)$ là một VTPT của đường thẳng d thì một VTCP của d là $\vec{u}=(B;-A)$ (hoặc $\vec{u}=(-B;A)$).

2. Từ nhận xét "Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của đường thẳng d và $\vec{u}$ là một VTCP của đường thẳng d thì $\vec{n}.\vec{u}=0$" ta rút ra được: nếu $\vec{u}=(a;b)$ là một VTCP của đường thẳng d thì một VTPT của d là $\vec{n}=(-b;a)$ (hoặc $\vec{n}=(b;-a)$).

Hai nhận xét trên giúp ích rất nhiều trong việc chuyển đổi qua lại giữa các dạng phương trình đường thẳng. Từ PTTQ ta có thể chuyển sang PTTS và ngược lại.

BÀI TẬP.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ, cho $\vec{n}=(2;1),\vec{v}=(3;2),A(1;3),B(-2;1)$.

a) Lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_1 đi qua A và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$.

b) Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ_2 đi qua B và có vectơ chỉ phương $\vec{v}$.

c) Lập phương trình tham số của đường thẳng AB.

Câu 2. Lập phương trình tổng quát của các trục tọa độ.

Câu 3. Cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=1+2t\\y=3+5t\end{cases}$ và $\Delta_2: 2x+3y-5=0$.

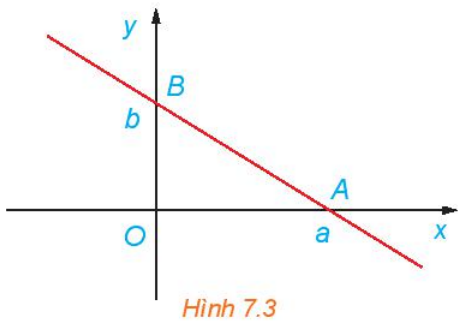
a) Lập phương trình tổng quát của Δ_1. b) Lập phương trình tham số của Δ_2.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác ABC có $A(1;2),B(3;0)$ và $C(-2;-1)$.

a) Lập phương trình đường cao kẻ từ A. b) Lập phương trình đường trung tuyến kẻ từ B.

Câu 5. (Phương trình đoạn chắn của đường thẳng)

Chứng minh rằng, đường thẳng đi qua hai điểm $A(a;0),B(0;b)$ với $ab\neq 0\,(H.7.3)$ có phương trình là: $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.



Hình 7.3

Câu 6. Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ là $21,2^0$ Bắc, kinh độ $105,8^0$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ là $16,1^0$ Bắc, kinh độ $108,2^0$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ x^0 Bắc, kinh độ y^0 Đông được tính theo công thức

$$\begin{cases}x=21,2-\dfrac{153}{40}t\\ y=105,8+\dfrac{9}{5}t\end{cases}$$

a) Hỏi chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

b) Tại thời điểm 1 giờ kể từ lúc cất cánh, máy bay đã bay qua vĩ tuyến 17 (17^0 Bắc) chưa?

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH VTCP, VTPT CỦA ĐƯỜNG THẲNG

{ Tích vô hướng hai vt, góc giữa hai vt, độ dài vt, độ dài đường trung tuyến, phân giác,đường cao, diện tích tam giác, chu vi tam giác…}

1 PHƯƠNG PHÁP.

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy phương trình dạng $Ax+By+C=0\left(A^2+B^2\neq 0\right)$ có VTPT $\vec{n}=\left(\mathrm{A};\mathrm{B}\right)$.

2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, mọi phương trình dạng $\begin{cases} x=x_0+at \\ y=y_0+bt \end{cases}$ với $a^2+b^2\neq 0$ đều là phương trình của đường thẳng d có một vtcp là $\vec{u}=\left(a;b\right)$.

3. Nếu đường thẳng d có $\vec{n}=\left(A;B\right)$ là một VTPT thì một VTCP của d là $\vec{u}=\left(B;-A\right)$ (hoặc $\vec{u}=\left(-B;A\right)$).

4. Nếu đường thẳng d có $\vec{u}=\left(a;b\right)$ là một VTCP thì một VTPT của d là $\vec{n}=\left(-b;a\right)$ (hoặc $\vec{n}=\left(b;-a\right)$).

5. Đường thẳng đi qua 2 điểm $A,\ B$ thì nhận $\overrightarrow{AB}$ làm VTCP.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\begin{cases} x=2+3t \\ y=-3-t \end{cases}$ là:

A. $\overrightarrow{u_1}=\left(2;-3\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(3;-1\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(3;\ 1\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(3;-3\right)$

Câu 2: Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $2x-3y+6=0$ là :

A. $\overrightarrow{n_4}=\left(2;-3\right)$ **B.** $\overrightarrow{n_2}=\left(2;3\right)$ **C.** $\overrightarrow{n_3}=\left(3;2\right)$ **D.** $\overrightarrow{n_1}=\left(-3;2\right)$

Câu 3: Vectơ chỉ phương của đường thẳng $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}=1$ là:

A. $\vec{u}_4=\left(-2;3\right)$ **B.** $\vec{u}_2=\left(3;-2\right)$ **C.** $\vec{u}_3=\left(3;2\right)$ **D.** $\vec{u}_1=\left(2;3\right)$

Câu 4: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(-3;2\right)$ và $B\left(1;4\right)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=\left(-1;2\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(2;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(-2;6\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(1;1\right)$.

Câu 5: Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3)$ và $B(4;1)$?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(1;-2)$.

Câu 6: Cho phương trình: $ax+by+c=0\,(1)$ với $a^2+b^2>0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. (1) là phương trình tổng quát của đường thẳng có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b)$.

B. $a=0$ (1) là phương trình đường thẳng song song hoặc trùng với trục ox.

C. $b=0$ (1) là phương trình đường thẳng song song hoặc trùng với trục oy.

D. Điểm $M_0(x_0;y_0)$ thuộc đường thẳng (1) khi và chỉ khi $ax_0+by_0+c\neq 0$.

Câu 7: Mệnh đề nào sau đây sai? Đường thẳng (d) được xác định khi biết.

A. Một vecto pháp tuyến hoặc một vec tơ chỉ phương.

B. Hệ số góc và một điểm thuộc đường thẳng.

C. Một điểm thuộc (d) và biết (d) song song với một đường thẳng cho trước.

D. Hai điểm phân biệt thuộc (d).

Câu 8: Đường thẳng (d) có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\vec{u}_1=(b;-a)$ là vecto chỉ phương của (d).

B. $\vec{u}_2=(-b;a)$ là vecto chỉ phương của (d).

C. $\overrightarrow{n'}=(ka;kb)\,k\in R$ là vecto pháp tuyến của (d).

D. (d) có hệ số góc $k=\dfrac{-b}{a}$ $(b\neq 0)$.

Câu 9: Cho đường thẳng (d): $2x+3y-4=0$. Vecto nào sau đây là vecto pháp tuyến của (d)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(3;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-4;-6)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;3)$.

Câu 10: Cho đường thẳng $(d):3x-7y+15=0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\vec{u}=(7;3)$ là vecto chỉ phương của (d).

B. (d) có hệ số góc $k=\dfrac{3}{7}$.

C. (d) không đi qua góc tọa độ.

D. (d) đi qua hai điểm $M\left(-\dfrac{1}{3};2\right)$ và $N(5;0)$.

Câu 11: Cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=2-3t\\y=-1+2t\end{cases}$ và điểm $A\left(\dfrac{7}{2};-2\right)$. Điểm $A\in(d)$ ứng với giá trị nào của t?

A. $t=\dfrac{3}{2}$. **B.** $t=\dfrac{1}{2}$. **C.** $t=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $t=2$

Câu 12: Cho $(d):\begin{cases}x=2+3t\\y=5-4t\end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc (d)?

A. $A(5;3)$. **B.** $B(2;5)$. **C.** $C(-1;9)$. **D.** $D(8;-3)$.

Câu 13: Một đường thẳng có bao nhiêu vectơ chỉ phương?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 14: Một đường thẳng có bao nhiêu vectơ pháp tuyến?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** Vô số.

Câu 15: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=2\\y=-1+6t\end{cases}$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(6;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-6;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(0;1)$.

Câu 16: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=5-\dfrac{1}{2}t\\y=-3+3t\end{cases}$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;3)$ **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(\dfrac{1}{2};3\right)$ **C.** $\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=2$ **D.** $6x-2y-8=0$

Câu 17: Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

A. $(3;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(2;-3)$.

Câu 18: Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây **không là** vectơ chỉ phương của Δ

A. $\left(1;\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-3;-2)$.

Câu 19: Đường thẳng $\Delta:5x+3y=15$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

A. $7,5$. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 3.

DẠNG 2: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG THỎA MÃN MỘT SỐ TÍNH CHẤT CHO TRƯỚC

{ Tính chất cho trước giúp tìm được: một điểm thuộc đường thẳng và một VTCP (hay VTPT); tìm được các hệ số A, B, C trong phương trình tổng quát; ...}

1 PHƯƠNG PHÁP.

1. Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vtcp $\vec{u}=\left(a;b\right)$ thì có phương trình tham số là $\boxed{\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\end{cases}}$. *(Mỗi điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng $\left(d\right)$ tương ứng với duy nhất một số thực $t\in\mathbb{R}$ và ngược lại).*

2. Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vtcp $\vec{u}=\left(a;b\right)$ với $a\neq 0,b\neq 0$ có phương trình chính tắc là: $\boxed{\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}}$

3. Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có VTPT $\vec{n}=\left(\mathrm{A};\mathrm{B}\right)$ thì có phương trình tổng quát là $\boxed{A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)=0}$.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

2.1. Viết PTTS của đường thẳng.

Câu 1: Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ qua $A\left(3;-1\right)$ và có VTCP $\vec{u}=\left(-2;3\right)$.

Câu 2: Viết PTTS của đường thẳng AB biết $A\left(3;1\right),B\left(-1;3\right)$.

Câu 3: Viết PTTS của đường thẳng Δ qua $M\left(-1;7\right)$ và song song với trục *Ox*.

Câu 4: Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y}{-5}$. Viết PTTS của đường thẳng Δ qua $I\left(2017;2018\right)$ và song song với đường thẳng d .

Câu 5: Cho $A\left(3;1\right)$ và $B\left(-3;5\right)$. Viết PTTS của đường thẳng Δ là trung trực của đoạn thẳng AB .

2.2. Viết PTTQ của đường thẳng

Câu 1: Viết PTTQ của đường thẳng d đi qua $K\left(-1;5\right)$ và có VTPT $\vec{n}=\left(2;1\right)$.

Câu 2: Viết PTTQ của đường thẳng Δ đi qua $K\left(3;-2\right)$ và song song với đường thẳng $d:x-5y+2017=0$.

Câu 3: Viết PTTQ của Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A\left(-4;-1\right),B\left(2;3\right)$.

Câu 4: Viết PTTQ của đường thẳng qua hai điểm $A\left(5;0\right)$ và $B\left(0;-2\right)$.

Câu 5: Cho tam giác ABC có $A\left(2;-1\right);B\left(4;5\right);C\left(-3;2\right)$. Viết phương trình tổng quát của đường cao AH của tam giác ABC.

2.3. Bài toán chuyển đổi qua lại giữa các dạng phương trình.

Câu 1: Cho đường thẳng $\Delta\begin{cases}x=1-2t\\y=3+t\end{cases}$. Viết PTTQ của đường thẳng.

Câu 2: Cho đường thẳng $\Delta: 2x-3y-3=0$. Viết PTTS của đường thẳng.

2.4. Bài tập tổng hợp về viết phương trình đường thẳng

Câu 1: Cho tam giác ABC với $A(2;3);B(-4;5);C(6;-5)$. M,N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Phương trình tham số của đường trung bình MN là:

Câu 2: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(5;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB là:

Câu 3: Cho ba điểm $A(1;1);B(2;0);C(3;4)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cách đều hai điểm B,C.

Câu 4: Đường thẳng $d:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$, với $a\neq 0$, $b\neq 0$, đi qua điểm $M(-1;6)$ và tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S=a+2b$.

Câu 5: Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB:5x-2y+6=0$, phương trình cạnh $AC:4x+7y-21=0$. Phương trình cạnh BC là

Câu 6: Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Phương trình các cạnh và đường cao của tam giác là AB: $7x-y+4=0$; BH: $2x+y-4=0$; AH: $x-y-2=0$. Phương trình đường cao CH của tam giác ABC là

Câu 7: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1: x-y+1=0$, $\Delta_2: 2x+y-1=0$ và điểm $P(2;1)$.Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm P và cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại hai điểm A, B sao cho P là trung điểm AB.

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy, cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình: $d_1: x+y=1$, $d_2: x-3y+3=0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d đối xứng với d_2 qua đường thẳng d_1.

Câu 9: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho ΔABC có đỉnh $A(3;0)$ và phương trình hai đường cao $(BB'): 2x+2y-9=0$ và $(CC'): 3x-12y-1=0$. Viết phương trình cạnh BC.

Câu 10: Cho tam giác ABC, đỉnh $B(2;-1)$, đường cao $AA': 3x-4y+27=0$ và đường phân giác trong của góc C là $CD: x+2y-5=0$. Khi đó phương trình cạnh AB là

Câu 11: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descarter vuông góc Oxy, cho ΔABC có điểm $A(2;-1)$ và hai đường phân giác trong của hai góc B, C lần lượt có phương trình $(\Delta_B): x-2y+1=0$, $(\Delta_C): x+y+3=0$. Viết phương trình cạnh BC.

Câu 12: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descarter vuông góc Oxy, cho ΔABC vuông cân tại $A(4;1)$ và cạnh huyền BC có phương trình: $3x-y+5=0$. Viết phương trình hai cạnh góc vuông AC và AB.

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ΔABC vuông tại A, có đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ΔABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

Câu 14: Cho ΔABC có $A(4;-2)$. Đường cao $BH: 2x+y-4=0$ và đường cao $CK: x-y-3=0$. Viết phương trình đường cao kẻ từ đỉnh A

Câu 15: Viết Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB vuông cân.

Câu 16: Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Phương trình các cạnh và đường cao của tam giác là: $AB: 7x-y+4=0; BH: 2x+y-4=0; AH: x-y-2=0$. Phương trình đường cao CH của tam giác ABC là:

Câu 17: Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x-2y+6=0$, phương trình cạnh $AC: 4x+7y-21=0$. Phương trình cạnh BC là

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 18: Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua $A(3;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-2)$

A. $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-2+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-6t \\ y=-2+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+2t \\ y=4+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=4-2t \end{cases}$.

Câu 19: Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(1;-1)$, $N(4;3)$ là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=4-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3-3t \\ y=4-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-1+4t \end{cases}$.

Câu 20: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(1;-2)$ và nhận $\vec{n}=(-1;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

A. $-x+2y=0$. **B.** $x+2y+4=0$. **C.** $x-2y-5=0$. **D.** $x-2y+4=0$.

Câu 21: Đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2)$ và nhận $\vec{n}=(-2;4)$ làm véctơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x+2y+4=0$. **B.** $x-2y+4=0$. **C.** $x-2y-5=0$. **D.** $-2x+4y=0$.

Câu 22: Đường thẳng d qua $A(1;1)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=3-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2t \\ y=3t \end{cases}$.

Câu 23: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2;4), B(-6;1)$ là

A. $3x+4y-10=0$. **B.** $3x-4y+22=0$. **C.** $3x-4y+8=0$. **D.** $3x-4y-22=0$.

Câu 24: Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x-2y-4=0$. **B.** $x+y+4=0$. **C.** $x-2y+5=0$. **D.** $-x+2y-4=0$.

Câu 25: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2;-1)$ và nhận $\vec{u}=(-3;2)$ làm vectơ chỉ phương là

A. $\begin{cases}x=-3+2t\\y=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2-3t\\y=-1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2-3t\\y=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2-3t\\y=1+2t\end{cases}$.

Câu 26: Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm véc tơ pháo tuyến có phương trình là:

A. $x-2y-4=0$ **B.** $x+y+4=0$ **C.** $-x+2y-4=0$ **D.** $x-2y+5=0$

Câu 27: Cho hai điểm $A(1;-2)$, $B(-1;2)$. Đường trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+y=0$. **B.** $x+2y=0$. **C.** $x-2y=0$. **D.** $x-2y+1=0$.

Câu 28: Lập phương trình tổng quát đường thẳng đi qua điểm $A(2;1)$ và song song với đường thẳng $2x+3y-2=0$.

A. $3x+2y-8=0$. **B.** $2x+3y-7=0$. **C.** $3x-2y-4=0$. **D.** $2x+3y+7=0$.

Câu 29: Cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+3t\\y=-1+t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và điểm $M(-1;\ 6)$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ là

A. $3x-y+9=0$. **B.** $x+3y-17=0$. **C.** $3x+y-3=0$. **D.** $x-3y+19=0$.

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:x-2y+1=0$. Nếu đường thẳng Δ qua điểm $M(1;-1)$ và Δ song song với d thì Δ có phương trình

A. $x-2y+3=0$. **B.** $x-2y-3=0$. **C.** $x-2y+5=0$. **D.** $x+2y+1=0$.

Câu 31: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(0;-5)$ và $B(3;0)$

A. $\frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$. **B.** $-\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$. **C.** $\frac{x}{3}-\frac{y}{5}=1$. **D.** $\frac{x}{5}-\frac{y}{3}=1$.

Câu 32: Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(1;-3)$, $B(-2;5)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A,\ B$.

A. $8x+3y+1=0$. **B.** $8x+3y-1=0$. **C.** $-3x+8y-30=0$. **D.** $-3x+8y+30=0$.

Câu 33: Cho $A(-2;3)$, $B(4;-1)$. Viết phương trình đường trung trục của đoạn AB.

A. $x+y+1=0$. **B.** $2x+3y-5=0$. **C.** $3x-2y-1=0$. **D.** $2x-3y+1=0$.

Câu 34: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d:x-2y+1=0$ và điểm $M(2;3)$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d là

A. $x+2y-8=0$. **B.** $x-2y+4=0$. **C.** $2x-y-1=0$. **D.** $2x+y-7=0$.

Câu 35: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(0;-1)$, $B(3;0)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $x-3y+1=0$. **B.** $x+3y+3=0$. **C.** $x-3y-3=0$. **D.** $3x+y+1=0$.

Câu 36: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2;4);B(-6;1)$ là:

A. $3x+4y-10=0$. **B.** $3x-4y+22=0$. **C.** $3x-4y+8=0$. **D.** $3x-4y-22=0$

Câu 37: Cho đường thẳng $(d): 3x+5y-15=0$. Phương trình nào sau đây không phải là một dạng khác của (d).

A. $\frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$. **B.** $y=-\frac{3}{5}x+3$ **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=5 \end{cases} (t \in R)$ **D.** $\begin{cases} x=5-\frac{5}{3}t \\ y=t \end{cases} (t \in R)$.

Câu 38: Cho đường thẳng $(d): x-2y+1=0$. Nếu đường thẳng (Δ) đi qua $M(1;-1)$ và song song với (d) thì (Δ) có phương trình

A. $x-2y-3=0$ **B.** $x-2y+5=0$ **C.** $x-2y+3=0$ **D.** $x+2y+1=0$

Câu 39: Cho ba điểm $A(1;-2), B(5;-4), C(-1;4)$. Đường cao AA' của tam giác ABC có phương trình

A. $3x-4y+8=0$ **B.** $3x-4y-11=0$ **C.** $-6x+8y+11=0$ **D.** $8x+6y+13=0$

Câu 40: Cho hai điểm $A(4;0), B(0;5)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của đường thẳng AB?

A. $\begin{cases} x=4-4t \\ y=5t \end{cases} (t \in R)$ **B.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{5}=1$ **C.** $\frac{x-4}{-4}=\frac{y}{5}$ **D.** $y=\frac{-5}{4}x+15$

Câu 41: Cho đường thẳng $(d): 4x-3y+5=0$. Nếu đường thẳng (Δ) đi qua gốc tọa độ và vuông góc với (d) thì (Δ) có phương trình:

A. $4x+3y=0$ **B.** $3x-4y=0$ **C.** $3x+4y=0$ **D.** $4x-3y=0$

Câu 42: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x-y+4=0$

A. $-x+2y-5=0$ **B.** $x+2y-3=0$ **C.** $x+2y=0$ **D.** $x-2y+5=0$

Câu 43: Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-2;3)$ và vuông góc với đường thẳng $(d'): 3x-4y+1=0$ là

A. $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=3+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=3-4t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=3+4t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=5+4t \\ y=6-3t \end{cases}$

Câu 44: Cho ΔABC có $A(2;-1); B(4;5); C(-3;2)$. Viết phương trình tổng quát của đường cao AH.

A. $3x+7y+1=0$ **B.** $7x+3y+13=0$ **C.** $-3x+7y+13=0$ **D.** $7x+3y-11=0$

Câu 45: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $M(\sqrt{2};1)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $(\sqrt{2}+1)x+(\sqrt{2}-1)y=0$.

A. $(1-\sqrt{2})x+(\sqrt{2}+1)y+1-2\sqrt{2}=0$ **B.** $-x+(3+2\sqrt{2})y-3-\sqrt{2}=0$

C. $(1-\sqrt{2})x+(\sqrt{2}+1)y+1=0$ **D.** $-x+(3+2\sqrt{2})y-\sqrt{2}=0$

Câu 46: Cho đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1;3)$ và có vecto chỉ phương $\vec{a}=(1;-2)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của (d)?

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=3+2t. \end{cases}$ **B.** $\frac{x-1}{-1}=\frac{y-3}{2}$. **C.** $2x+y-5=0$. **D.** $y=-2x-5$.

Câu 47: Cho tam giác ABC có $A(-2;3), B(1;-2), C(-5;4)$. Đường trung trực trung tuyến AM có phương trình tham số

A. $\begin{cases} x=2 \\ 3-2t. \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=3-2t. \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-2t \\ y=-2+3t. \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=-2 \\ y=3-2t. \end{cases}$

Câu 48: Cho hai điểm $A(-2;3); B(4;-1)$. viết phương trình trung trực đoạn AB.

A. $x-y-1=0$. **B.** $2x-3y+1=0$. **C.** $2x+3y-5=0$. **D.** $3x-2y-1=0$.

Câu 49: Đường thẳng (d) đi qua $I(3;2)$ cắt Ox; Oy tại M, N sao cho I là trung điểm của MN. Khi đó độ dài MN bằng

A. 52. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

Câu 50: Cho tam giác ABC với $A(2;4)$; $B(2;1)$; $C(5;0)$. Trung tuyến CM đi qua điểm nào dưới đây?

A. $\left(14;\frac{9}{2}\right)$. **B.** $\left(10;-\frac{5}{2}\right)$. **C.** $(-7;-6)$. **D.** $(-1;5)$.

Câu 51: Cho 3 đường thẳng $(d_1): 3x-2y+5=0$, $(d_2): 2x+4y-7=0$, (d_3): $3x+4y-1=0$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua giao điểm của (d_1), (d_2) và song song với (d_3).

A. $24x+32y-53=0$. **B.** $24x+32y+53=0$.

C. $24x-32y+53=0$. **D.** $24x-32y-53=0$.

Câu 52: Cho tam giác ABC có $A(-1;-2); B(0;2); C(-2;1)$. Đường trung tuyến BM có phương trình là:

A. $5x-3y+6=0$ **B.** $3x-5y+10=0$ **C.** $x-3y+6=0$ **D.** $3x-y-2=0$

Câu 53: Cho tam giác ABC với $A(2;-1); B(4;5); C(-3;2)$. Phương trình tổng quát của đường cao đi qua A của tam giác là

A. $3x+7y+1=0$ **B.** $7x+3y+13=0$ **C.** $-3x+7y+13=0$ **D.** $7x+3y-11=0$

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

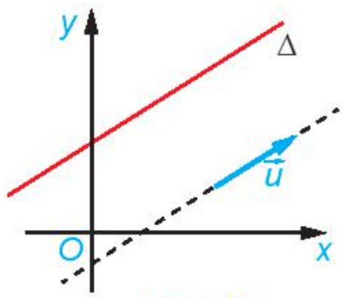
BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

I LÝ THUYẾT.

I. PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Véc tơ chỉ phương của đường thẳng

1.1. Định nghĩa Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ.



Hình 7.2b

1.2. Nhận xét:

a) Nếu $\vec{u}$ là một vtcp của đường thẳng d thì $k.\vec{u}$, $(k \neq 0)$ cũng là một véc tơ chỉ phương của d.

b) Một đường thẳng xác định khi biết một vtcp và một điểm mà nó đi qua.

2. Phương trình tham số của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a;b)$. Khi đó điểm $M(x;y)$ thuộc đường thẳng Δ khi và chỉ khi tồn tại số thực t sao cho $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$, hay

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \qquad (2)$$

Hệ (2) được gọi là phương trình tham số của đường thẳng Δ (t là tham số).

2.1. Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vtcp $\vec{u}=\left(a;b\right)$ thì có phương trình tham số là $\boxed{\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\end{cases}}$. *(Mỗi điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng $\left(d\right)$ tương ứng với duy nhất một số thực $t\in\mathbb{R}$ và ngược lại).*

Nhận xét : $A\in\Delta\Leftrightarrow A(x_0+at;y_0+bt),\mathrm{t}\in\mathbb{R}$

2.2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, mọi phương trình dạng $\begin{cases}x=x_0+at\\y=y_0+bt\end{cases}$ với $a^2+b^2\neq 0$ đều là phương trình của đường thẳng d có một vtcp là $\vec{u}=\left(a;b\right)$.

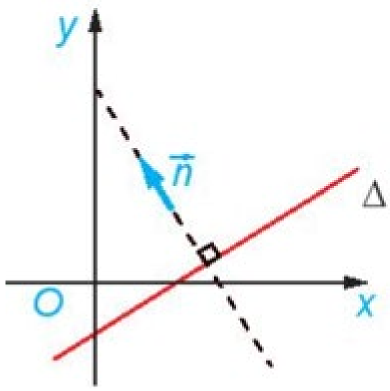
3. Phương trình chính tắc của đường thẳng (bổ sung thêm)

Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vtcp $\vec{u}=\left(a;b\right)$ với $a\neq 0,b\neq 0$ có phương trình chính tắc là: $\boxed{\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}}$

II. PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG

1. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng

1.1. Định nghĩa: Vectơ $\vec{n}\neq\vec{0}$ gọi là vectơ pháp tuyến (VTPT) của Δ nếu giá của nó vuông góc với Δ.



1.2. Nhận xét:

a) Nếu $\vec{n}$ là một vtpt của đường thẳng d thì $k.\vec{n}$, $\left(k\neq 0\right)$ cũng là một vtpt của d .

b) Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của đường thẳng d và $\vec{u}$ là một VTCP của đường thẳng d thì $\vec{n}.\vec{u}=0$.

c) Một đường thẳng xác định khi biết một VTPT và mộ điểm nó đi qua.

2. Phương trình tổng quát (PTTQ) của đường thẳng

Trong mặt phẳng tọa độ, mọi đường thẳng đều có phương trình tổng quát dạng $ax+by+c=0$, với a và b không đồng thời bằng 0. Ngược lại, mỗi phương trình dạng $ax+by+c=0$, với a và b không đồng thời bằng 0, đều là phương trình của một đường thẳng, nhận $\vec{n}\left(a;b\right)$ là một vectơ pháp tuyến.

2.1. Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có VTPT $\vec{n}=\left(\mathrm{A};\mathrm{B}\right)$ thì có phương trình tổng quát là $\boxed{A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)=0}$.

2.2. Ngược lại, trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy mọi phương trình dạng $Ax+By+C=0\left(A^2+B^2\neq 0\right)$ đều là phương trình tổng quát của đường thẳng d có VTPT $\vec{n}=\left(\mathrm{A};\mathrm{B}\right)$.

2.3. Một số trường hợp đặc biệt của PTTQ $Ax+By+C=0\left(A^2+B^2\neq 0\right)$.

a) Nếu $A=0$ phương trình trở thành $By+C=0\Leftrightarrow y=-\frac{C}{B}$ đường thẳng song song với trục hoành Ox và cắt trục tung Oy tại điểm $M\left(0;-\frac{C}{B}\right)$.

b) Nếu $B=0$ phương trình trở thành $Ax+C=0\Leftrightarrow x=-\frac{C}{A}$ đường thẳng song song với trục tung Oy và cắt trục hoành Ox tại $M\left(-\frac{C}{A};0\right)$.

c) Nếu $C=0$ phương trình trở thành $Ax+By=0$ đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O\left(0;0\right)$.

d) Đường thẳng có dạng $y=ax+b$, (trong đó a được gọi là hệ số góc của đường thẳng) có VTPT là $\vec{n}=\left(a;-1\right)$. Ngược lại đường thẳng có VTPT $\vec{n}=\left(A;B\right)$ thì có hệ số góc là $-\frac{A}{B}$.

e) Đường thẳng d đi qua điểm $A\left(a;0\right)$ và $B\left(0;b\right)$ có phương trình là $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

CHÚ Ý: LIÊN HỆ GIỮA VTCP VÀ VTPT

1. Từ nhận xét "Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của đường thẳng d và $\vec{u}$ là một VTCP của đường thẳng d thì $\vec{n}.\vec{u}=0$" ta rút ra được: nếu $\vec{n}=\left(A;B\right)$ là một VTPT của đường thẳng d thì một VTCP của d là $\vec{u}=\left(B;-A\right)$ (hoặc $\vec{u}=\left(-B;A\right)$).

2. Từ nhận xét "Nếu $\vec{n}$ là một VTPT của đường thẳng d và $\vec{u}$ là một VTCP của đường thẳng d thì $\vec{n}.\vec{u}=0$" ta rút ra được: nếu $\vec{u}=\left(a;b\right)$ là một VTCP của đường thẳng d thì một VTPT của d là $\vec{n}=\left(-b;a\right)$ (hoặc $\vec{n}=\left(b;-a\right)$).

Hai nhận xét trên giúp ích rất nhiều trong việc chuyển đổi qua lại giữa các dạng phương trình đường thẳng. Từ PTTQ ta có thể chuyển sang PTTS và ngược lại.

BÀI TẬP.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ, cho $\vec{n}=(2;1), \vec{v}=(3;2), A(1;3), B(-2;1)$.

a) Lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_1 đi qua A và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$.

b) Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ_2 đi qua B và có vectơ chỉ phương $\vec{v}$.

c) Lập phương trình tham số của đường thẳng AB.

Lời giải

a) Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_1 đi qua A và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ là

$$2(x-1)+(y-3)=0 \Leftrightarrow 2x+y-5=0.$$

b) Phương trình tham số của đường thẳng Δ_2 đi qua B và có vectơ chỉ phương $\vec{v}$ là

$$\Delta_2:\begin{cases} x=-2+3t \\ y=1+2t. \end{cases}$$

c) Lập phương trình tham số của đường thẳng AB.

Đường thẳng AB đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(-3;-2)$ là

$$\begin{cases} x=1-3t \\ y=3-2t. \end{cases}$$

Câu 2. Lập phương trình tổng quát của các trục tọa độ.

Lời giải

- Phương trình trục Ox đi qua điểm $O(0;0)$ và nhận $\vec{j}=(0;1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$y=0.$$

- Phương trình trục Oy đi qua điểm $O(0;0)$ và nhận $\vec{i}=(1;0)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$x=0.$$

Câu 3. Cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+5t \end{cases}$ và $\Delta_2: 2x+3y-5=0$.

a) Lập phương trình tổng quát của Δ_1.

b) Lập phương trình tham số của Δ_2.

Lời giải

a) Lập phương trình tổng quát của Δ_1.

Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $M(1;3)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2,5)$ nên Δ_1 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(5;-2)$. Khi đó phương trình tổng quát của Δ_1 là: $5x-2y+1=0$.

b) Lập phương trình tham số của Δ_2.

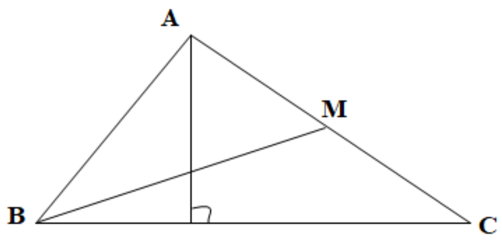
Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $N(1;1)$, có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3)$ nên Δ_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-2)$. Khi đó phương trình tham số của Δ_2 là: $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1-2t. \end{cases}$

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác ABC có $A(1;2), B(3;0)$ và $C(-2;-1)$.

a) Lập phương trình đường cao kẻ từ A.

b) Lập phương trình đường trung tuyến kẻ từ B.

Lời giải



a) Lập phương trình đường cao kẻ từ A.

Đường cao kẻ từ A đi qua $A(1;2)$ và nhận $\overrightarrow{CB}=(5;1)$ là vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$5x+y-7=0.$$

b) Lập phương trình đường trung tuyến kẻ từ B.

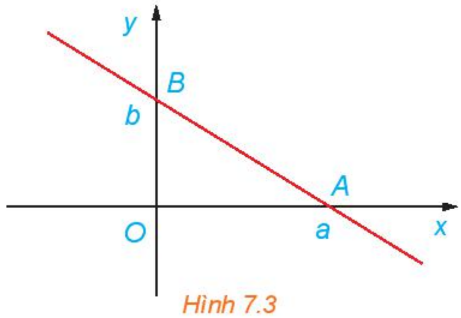
Gọi M là trung điểm của AC thì $M\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Đường trung tuyến kẻ từ B nhận $\overrightarrow{MB}=\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$ là vectơ chỉ phương nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;7)$ và đi qua $B(3;0)$ nên có phương trình là: $x+7y-3=0$.

Câu 5. (Phương trình đọan chắn của đường thẳng)

Chứng minh rằng, đường thẳng đi qua hai điểm $A(\mathrm{a};0), B(0;\mathrm{b})$ với $ab\neq 0(H.7.3)$ có phương trình là

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1.$$



Hình 7.3

Lời giải

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(a;0), B(0;b)$ nhận $\overrightarrow{AB}=(-a;b)$ làm vectơ chỉ phương thì có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(b;a)$. Khi đó phương trình đường thẳng là: $bx+ay-ab=0$.

Vì $ab\neq 0$ nên chia cả hai vế của phương trình cho ab ta được phương trình là

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1.$$

Câu 6. Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ là $21,2^0$ Bắc, kinh độ $105,8^0$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ là $16,1^0$ Bắc, kinh độ $108,2^0$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ x^0 Bắc, kinh độ y^0 Đông được tính theo công thức

$$\begin{cases} x=21,2-\dfrac{153}{40}t \\ y=105,8+\dfrac{9}{5}t \end{cases}$$

a) Hỏi chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

b) Tại thời điểm 1 giờ kể từ lúc cất cánh, máy bay đã bay qua vĩ tuyến 17 (17^0 Bắc) chưa?

Lời giải

a) Hỏi chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

Thay $x=16,1^0$, $y=108,2^0$ vào công thức trên ta có

$$\begin{cases} 16,1=21,2-\dfrac{153}{40}t \\ 108,2=105,8+\dfrac{9}{5}t \end{cases} \Rightarrow t=\frac{4}{3}$$

Vậy chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất $\dfrac{4}{3}$ giờ.

b) Tại thời điểm 1 giờ kể từ lúc cất cánh, máy bay đã bay qua vĩ tuyến 17 (17^0 Bắc) chưa?

Tại thời điểm 1 giờ kể từ lúc cất cánh thì máy bay đã bay đến $17,375^0$ Bắc nên máy bay đã bay qua vĩ tuyến 17.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH VTCP, VTPT CỦA ĐƯỜNG THẲNG

{ Tích vô hướng hai vt, góc giữa hai vt, độ dài vt, độ dài đường trung tuyến, phân giác,đường cao, diện tích tam giác, chu vi tam giác…}

1 PHƯƠNG PHÁP.

1. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy phương trình dạng $Ax+By+C=0\left(A^2+B^2\neq 0\right)$ có VTPT $\vec{n}=(\mathrm{A};\mathrm{B})$.

2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, mọi phương trình dạng $\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\end{cases}$ với $a^2+b^2\neq 0$ đều là phương trình của đường thẳng d có một vtcp là $\vec{u}=(a;b)$.

3. Nếu đường thẳng d có $\vec{n}=(A;B)$ là một VTPT thì một VTCP của d là $\vec{u}=(B;-A)$ (hoặc $\vec{u}=(-B;A)$).

4. Nếu đường thẳng d có $\vec{u}=(a;b)$ là một VTCP thì một VTPT của d là $\vec{n}=(-b;a)$ (hoặc $\vec{n}=(b;-a)$).

5. Đường thẳng đi qua 2 điểm $A,\ B$ thì nhận $\overrightarrow{AB}$ làm VTCP.

2 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\begin{cases}x=2+3t\\ y=-3-t\end{cases}$ là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;-3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(3;\ 1)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;-3)$

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình tham số của đường thẳng ta có một VTCP của đường thẳng là $\overrightarrow{u_2}=(3;-1)$.

Câu 2: Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng $2x-3y+6=0$ là :

A. $\overrightarrow{n_4}=(2;-3)$ **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;3)$ **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;2)$ **D.** $\overrightarrow{n_1}=(-3;2)$

Lời giải

Chọn A

Từ PTTQ ta thấy một VTPT của đường thẳng là $\overrightarrow{n_4}=(2;-3)$

Câu 3: Vectơ chỉ phương của đường thẳng $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$ là:

A. $\vec{u}_4=(-2;3)$ **B.** $\vec{u}_2=(3;-2)$ **C.** $\vec{u}_3=(3;2)$ **D.** $\vec{u}_1=(2;3)$

Lời giải

Chọn B

$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1 \Leftrightarrow 2x+3y-6=0$ nên đường thẳng có VTPT là $\vec{n}=(2;3)$.

Suy ra VTCP là $\vec{u}=(3;-2)$.

Câu 4: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;2)$ và $B(1;4)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;2)$ một VTCP của đường thẳng AB cùng phương với $\overrightarrow{AB}=(4;2)$.

Ta thấy $\overrightarrow{u_2}=(2;1)=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ vậy $\overrightarrow{u_2}=(2;1)$ là một VTCP của AB

Câu 5: Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;3)$ và $B(4;1)$?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(1;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2)$ một VTPT $\vec{n}$ của đường thẳng AB thì vuông góc với AB

Suy ra $\vec{n}.\overrightarrow{AB}=0 \Leftrightarrow x.2+y.(-2)=0$ chọn $x=1, y=1 \Rightarrow \vec{n}=(1;1)$

Chú ý: Ta hoàn toàn có thể dùng nhận xét nêu ở mục ***2.3.2*** để giải quyết nhanh bài toán này.

Câu 6: Cho phương trình: $ax+by+c=0\ (1)$ với $a^2+b^2>0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. (1) là phương trình tổng quát của đường thẳng có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b)$.

B. $a=0$ (1) là phương trình đường thẳng song song hoặc trùng với trục ox.

C. $b=0$ (1) là phương trình đường thẳng song song hoặc trùng với trục oy.

D. Điểm $M_0(x_0;y_0)$ thuộc đường thẳng (1) khi và chỉ khi $ax_0+by_0+c\neq 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có điểm $M_0\left(x_0;y_0\right)$ thuộc đường thẳng (1) khi và chỉ khi $ax_0+by_0+c=0$.

Câu 7: Mệnh đề nào sau đây sai? Đường thẳng (d) được xác định khi biết.

A. Một vecto pháp tuyến hoặc một vec tơ chỉ phương.
B. Hệ số góc và một điểm thuộc đường thẳng.
C. Một điểm thuộc (d) và biết (d) song song với một đường thẳng cho trước.
D. Hai điểm phân biệt thuộc (d).

Lời giải

Chọn A.

Nếu chỉ có vecto pháp tuyến hoặc một vecto chỉ phương thì thiếu điểm đi qua để viết đường thẳng.

Câu 8: Đường thẳng (d) có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\vec{u_1}=(b;-a)$ là vecto chỉ phương của (d).

B. $\vec{u_2}=(-b;a)$ là vecto chỉ phương của (d).

C. $\vec{n'}=(ka;kb)k\in R$ là vecto pháp tuyến của (d).

D. (d) có hệ số góc $k=\dfrac{-b}{a}$ $(b\neq 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình đường thẳng có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(a;b)$ là

$ax+by+c=0 \Leftrightarrow y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}(b\neq 0)$

Suy ra hệ số góc $k=-\dfrac{a}{b}$.

Câu 9: Cho đường thẳng (d): $2x+3y-4=0$. Vecto nào sau đây là vecto pháp tuyến của (d)?

A. $\vec{n_1}=(3;2)$. **B.** $\vec{n_2}=(-4;-6)$. **C.** $\vec{n_3}=(2;-3)$. **D.** $\vec{n_4}=(-2;3)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $(d): 2x+3y-4=0 \Rightarrow VTPT\,\vec{n}=(2;3)=(-4;-6)$

Câu 10: Cho đường thẳng $(d): 3x-7y+15=0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\vec{u}=(7;3)$ là vecto chỉ phương của (d).

B. (d) có hệ số góc $k=\dfrac{3}{7}$.

C. (d) không đi qua góc tọa độ.

D. (d) đi qua hai điểm $M\left(-\dfrac{1}{3};2\right)$ và $N(5;0)$.

Lời giải

Chọn D.

Giả sử $N(5;0)\in d: 3x-7y+15=0 \Rightarrow 3.5-7.0+15=0(vl)$.

Câu 11: Cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=2-3t\\y=-1+2t\end{cases}$ và điểm $A\left(\dfrac{7}{2};-2\right)$. Điểm $A\in(d)$ ứng với giá trị nào của t?

A. $t=\dfrac{3}{2}$. **B.** $t=\dfrac{1}{2}$. **C.** $t=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $t=2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $A\left(\dfrac{7}{2};-2\right)\in(d)\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{7}{2}=2-3t\\-2=-1+2t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=-\dfrac{1}{2}\\t=-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow t=-\dfrac{1}{2}$

Câu 12: Cho $(d):\begin{cases}x=2+3t\\y=5-4t\end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc (d)?

A. $A(5;3)$. **B.** $B(2;5)$. **C.** $C(-1;9)$. **D.** $D(8;-3)$.

Lời giải

Chọn B.

Thay $B(2;5)\Rightarrow\begin{cases}2=2+3t\\5=5-4t\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=0\\t=0\end{cases}\Rightarrow t=0$

Câu 13: Một đường thẳng có bao nhiêu vectơ chỉ phương?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn D

Câu 14: Một đường thẳng có bao nhiêu vectơ pháp tuyến?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn D

Câu 15: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=2\\y=-1+6t\end{cases}$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(6;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-6;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;6)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ PTTS ta thấy một VTCP của d là $\vec{u}=(0;6)=6(0;1)$ nên ta có thể chọn một VTCP là $\overrightarrow{u_4}=(0;1)$

Câu 16: Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=5-\dfrac{1}{2}t\\y=-3+3t\end{cases}$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;3)$ **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(\dfrac{1}{2};3\right)$ **C.** $\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=2$ **D.** $6x-2y-8=0$

Lời giải

Chọn D

Từ PTTS ta thấy một VTCP của Δ là $\vec{u}=\left(-\frac{1}{2};3\right)\Rightarrow -2\vec{u}=(1;-6)$ nên ta có thể chọn một VTCP là $\overrightarrow{u_4}=(1;-6)$

Câu 17: Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

A. $(3;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-3;2)$. **D.** $(2;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Từ PTTQ ta thấy một VTPT của Δ là $\vec{n}=(-2;3)$ suy ra một VTCP là $\vec{u}=(3;2)$

Câu 18: Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây **không là** vectơ chỉ phương của Δ

A. $\left(1;\frac{2}{3}\right)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(-3;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ PTTQ của đường thẳng ta thấy một VTPT là $\vec{n}=(-2;3)$ suy ra một VTCP của đường thẳng là $\vec{u}=(3;2)=-1(-3;-2)=3\left(1;\frac{2}{3}\right)$ vậy vec tơ có tọa độ $(2;3)$ không phải là VTCP của Δ.

Câu 19: Đường thẳng $\Delta: 5x+3y=15$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

A. $7,5$. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$\Delta\cap Ox=A(3;0)$, $\Delta\cap Oy=B(0;5)$.

Vậy $S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}OA\cdot OB=\frac{15}{2}=7,5$.

DẠNG 2: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG THỎA MÃN MỘT SỐ TÍNH CHẤT CHO TRƯỚC

{ Tính chất cho trước giúp tìm được: một điểm thuộc đường thẳng và một VTCP (hay VTPT); tìm được các hệ số A, B, C trong phương trình tổng quát; ...}

1 PHƯƠNG PHÁP.

1. Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0;y_0)$ và có vtcp $\vec{u}=(a;b)$ thì có phương trình tham số là $\boxed{\begin{cases}x=x_0+at\\ y=y_0+bt\end{cases}}$. *(Mỗi điểm M bất kỳ thuộc đường thẳng (d) tương ứng với duy nhất một số thực $t\in\mathbb{R}$ và ngược lại).*

2. Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có vtcp $\vec{u}=\left(a;b\right)$ với $a\neq 0,b\neq 0$ có phương trình chính tắc là: $\boxed{\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}}$

3. Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và có VTPT $\vec{n}=\left(\mathrm{A};\mathrm{B}\right)$ thì có phương trình tổng quát là $\boxed{A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)=0}$.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

2.1. Viết PTTS của đường thẳng.

Câu 1: Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ qua $A\left(3;-1\right)$ và có VTCP $\vec{u}=\left(-2;3\right)$.

Lời giải

Đường thẳng Δ qua $A\left(3;-1\right)$ và có VTCP $\vec{u}=\left(-2;3\right)$ có PTTS là $\begin{cases}x=3+\left(-2\right)t\\ y=-1+3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3-2t\\ y=-1+3t\end{cases}$

Câu 2: Viết PTTS của đường thẳng AB biết $A\left(3;1\right),B\left(-1;3\right)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(-4;2\right)=-2\left(2;-1\right)\Rightarrow\vec{u}=\left(2;-1\right)$ là một VTCP của đường thẳng AB.

Vậy AB đi qua $A\left(3;1\right)$ và có VTCP $\vec{u}=\left(2;-1\right)$ nên có PTTS $\begin{cases}x=3+2t\\ y=1-t\end{cases}$.

Lưu ý. Ta hoàn toàn có thể dùng $\overrightarrow{AB}=\left(-4;2\right)$ làm VTCP của đường thẳng AB.

Câu 3: Viết PTTS của đường thẳng Δ qua $M\left(-1;7\right)$ và song song với trục Ox.

Lời giải

Ta thấy trục hoành Ox có VTCP chính là vec tơ đơn vị $\vec{i}=\left(1;0\right)$. Vì đường thẳng Δ song song với trục hoành Ox nên cũng nhận $\vec{i}=\left(1;0\right)$ làm VTCP. Suy ra phương trình tham số của Δ là

$$\begin{cases}x=-1+t\\ y=7\end{cases}$$

Nhận xét. *Hai đường thẳng song song có cùng VTCP.*

Câu 4: Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y}{-5}$. Viết PTTS của đường thẳng Δ qua $I\left(2017;2018\right)$ và song song với đường thẳng d.

Lời giải

Ta thấy đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}=(3;-5)$, vì đường thẳng $\Delta//d$ nên Δ cũng nhận $\vec{u}=(3;-5)$ làm VTCP. Vậy PTTS của Δ là $\begin{cases}x=2017+3t\\y=2018-5t\end{cases}$.

Câu 5: Cho $A(3;1)$ và $B(-3;5)$. Viết PTTS của đường thẳng Δ là trung trực của đoạn thẳng AB.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra $I(0;3)$. Đường trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $I(0;3)$ và có một VTPT là $\overrightarrow{AB}=(-6;4)$ nên có một VTCP là $\vec{u}=(2;3)$. Vậy PTTS của AB là $\begin{cases}x=2t\\y=3+3t\end{cases}$.

2.2. Viết PTTQ của đường thẳng

Câu 1: Viết PTTQ của đường thẳng d đi qua $K(-1;5)$ và có VTPT $\vec{n}=(2;1)$.

Lời giải

d đi qua $K(-1;5)$ và có VTPT $\vec{n}=(2;1)$ có PTTQ là

$2(x+1)+1(y-5)=0 \Leftrightarrow 2x+y-3=0$

Câu 2: Viết PTTQ của đường thẳng Δ đi qua $K(3;-2)$ và song song với đường thẳng $d: x-5y+2017=0$.

Lời giải

Đường thẳng d có một VTPT là $\vec{n}=(1;-5)$, vì $\Delta//d$ nên Δ cũng nhận $\vec{n}=(1;-5)$ làm một VTPT vậy PTTS của Δ là $1(x-3)-5(y+2)=0 \Leftrightarrow x-5y-13=0$

Lưu ý. Ta hoàn toàn có thể giải theo cách khác như sau.

Vì $\Delta//d$ nên Δ, d có cùng VTCP, PTTQ của Δ có dạng $x-5y+C=0\,(C\neq 2017)$, mà Δ đi qua $K(3;-2)$ nên ta có $3-5(-2)+C=0 \Leftrightarrow C=-13$

Câu 3: Viết PTTQ của Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(-4;-1), B(2;3)$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow I(-1;1)$, $\overrightarrow{AB}=(6;4)=2(3;2)$ vì $\Delta\perp AB$ nên Δ có một VTPT là $\vec{n}=(3;2)$ vậy PTTQ của Δ là $3(x+1)+2(y-1)=0 \Leftrightarrow 3x+2y+1=0$

Câu 4: Viết PTTQ của đường thẳng qua hai điểm $A(5;0)$ và $B(0;-2)$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng AB là $\frac{x}{5}+\frac{y}{-2}=1 \Leftrightarrow 2x-5y=10 \Leftrightarrow 2x-5y-10=0$.

Câu 5: Cho tam giác ABC có $A(2;-1);B(4;5);C(-3;2)$. Viết phương trình tổng quát của đường cao AH của tam giác ABC.

Lời giải

Gọi AH là đường cao của tam giác.

AH đi qua $A(2;-1)$ và nhận $\overrightarrow{BC}=(-7;-3)=-(7;3)$ làm VTPT

$\Rightarrow AH: 7(x-2)+3(y+1)=0 \Leftrightarrow 7x+3y-11=0$

2.3. Bài toán chuyển đổi qua lại giữa các dạng phương trình.

Câu 1: Cho đường thẳng $\Delta\begin{cases}x=1-2t\\y=3+t\end{cases}$. Viết PTTQ của đường thẳng.

Lời giải

Cách 1.

Từ phương trình tham số ta thấy Δ đi qua $M(1;3)$ và có $\vec{u}=(-2;1)$ suy ra VTPT là $\vec{n}=(1;2)$, PTTQ là $1(x-1)+2(y-3)=0 \Leftrightarrow x+2y-7=0$.

Cách 2.

$\Delta\begin{cases}x=1-2t\\y=3+t\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=1-2t\\2y=6+2t\end{cases} \Leftrightarrow x+2y=7 \Leftrightarrow x+2y-7=0$.

Câu 2: Cho đường thẳng $\Delta: 2x-3y-3=0$. Viết PTTS của đường thẳng.

Lời giải

Cách 1.

Để tìm một điểm mà ĐT đi qua ta cho x một giá trị bất kỳ tính y hoặc ngược lại.

Cho $x=0$ thế vào PT đt Δ ta được. $-3y-3=0 \Leftrightarrow y=-1$ vậy đt Δ đi qua điểm $A(0;-1)$. Và có VTPT $\vec{n}=(2;-3)$ suy ra VTCP $\vec{u}=(3;2)$. Vậy PTTS của Δ là $\begin{cases}x=3t\\y=-1+2t\end{cases}$.

Cách 2.

Từ PTTQ $\Delta: 2x-3y-3=0 \Leftrightarrow 3y=-2x+3 \Leftrightarrow y=-\dfrac{2}{3}x+1$

Đặt $x=t$ ta thu được PTTS là $\begin{cases}x=t\\y=1-\dfrac{2}{3}t\end{cases}$

2.4. Bài tập tổng hợp về viết phương trình đường thẳng

Câu 1: Cho tam giác ABC với $A(2;3);B(-4;5);C(6;-5)$. M,N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Phương trình tham số của đường trung bình MN là:

Lời giải

Ta có: $M(-1;4);N(4;-1)$. MN đi qua $M(-1;4)$ và nhận $\overrightarrow{MN}=(5;-5)$ làm $VTCP$

$\Rightarrow MN:\begin{cases}x=-1+5t\\ y=4-5t\end{cases}$

Câu 2: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(5;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB là:

Lời giải

Gọi $A\in Ox\Rightarrow A(x_A;0);B\in Oy\Rightarrow B(0;y_B)$

Ta có M là trung điểm AB $\Rightarrow\begin{cases}x_A+x_B=2x_M\\ y_A+y_B=2y_M\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_A=10\\ y_B=-6\end{cases}$

Suy ra $(AB):\frac{x}{10}+\frac{y}{-6}=1\Leftrightarrow 3x-5y-30=0$.

Câu 3: Cho ba điểm $A(1;1);B(2;0);C(3;4)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cách đều hai điểm B,C.

Lời giải

Gọi (d) là đường thẳng đi qua A và cách đều B,C. Khi đó ta có các trường hợp sau

TH1: d đi qua trung điểm của BC. $I\left(\frac{5}{2};2\right)$ là trung điểm của BC. $\overrightarrow{AM}=\left(\frac{3}{2};1\right)$ là VTCP của đường thẳng d. Khi đó $(d):-2(x-1)+3(y-1)=0\Leftrightarrow -2x+3y-1=0$.

TH2: d song song với BC, khi đó d nhận $\overrightarrow{BC}=(1;4)$ làm VTCP, phương trình đường thẳng $(d):-4(x-1)+y-1=0\Leftrightarrow -4x+y+3=0$.

Câu 4: Đường thẳng $d:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$, với $a\neq 0$, $b\neq 0$, đi qua điểm $M(-1;6)$ và tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S=a+2b$.

Lời giải

$d:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ đi qua điểm $M(-1;6)$ $\Rightarrow\frac{-1}{a}+\frac{6}{b}=1(1)$.

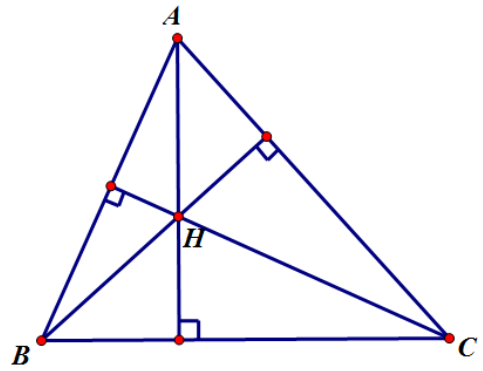
Đường thẳng $d:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ tạo với các tia $Ox;Oy$ tam giác có diện tích bằng $4\Rightarrow ab=8(2)$

Từ $(1);(2)\Rightarrow\begin{cases}\frac{-1}{a}+\frac{6}{b}=1\\ ab=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{-1}{a}+\frac{6}{b}=1\\ ab=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{-b}{8}+\frac{6}{b}=1\\ ab=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=4\\ a=2\end{cases}$ (nhận) hoặc $\begin{cases}b=-12\\ a=-\frac{3}{2}\end{cases}$ (Loại)

$\Rightarrow a+2b=10$.

Câu 5: Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x-2y+6=0$, phương trình cạnh $AC: 4x+7y-21=0$. Phương trình cạnh BC là

Lời giải



Phương trình $AB: 5x-2y+6=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{AB}}=(5;-2)$.

Phương trình $AC: 4x+7y-21=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{AC}}=(4;7)$.

Ta có $BH \perp AC \Rightarrow \overrightarrow{n_{BH}}.\overrightarrow{n_{AC}}=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{BH}}=(7;-4)$.

Suy ra phương trình đường thẳng BH có $\begin{cases}\text{VTPT } \overrightarrow{n_{BH}}=(7;-4)\\ \text{qua } H(1;1)\end{cases}$.

$BH: 7(x-1)-4(y-1)=0 \Leftrightarrow 7x-4y-3=0$.

Ta có điểm B là giao điểm của hai đường thẳng AB và BH, suy ra tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}5x-2y+6=0\\ 7x-4y-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-5\\ y=-\dfrac{19}{2}\end{cases} \Rightarrow B\left(-5;-\dfrac{19}{2}\right)$.

Ta lại có $CH \perp AB \Rightarrow \overrightarrow{n_{CH}}.\overrightarrow{n_{AB}}=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{CH}}=(2;5)$.

Suy ra phương trình đường thẳng CH có $\begin{cases}\text{VTPT } \overrightarrow{n_{CH}}=(2;5)\\ \text{qua } H(1;1)\end{cases}$.

$CH: 2(x-1)+5(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x+5y-7=0$.

Ta có điểm C là giao điểm của hai đường thẳng AC và CH, suy ra tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}4x+7y-21=0\\ 2x+5y-7=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{28}{3}\\ y=-\dfrac{7}{3}\end{cases} \Rightarrow C\left(\dfrac{28}{3};-\dfrac{7}{3}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{BC}=\left(\dfrac{43}{3};\dfrac{43}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{n_{BC}}=(1;-2)$.

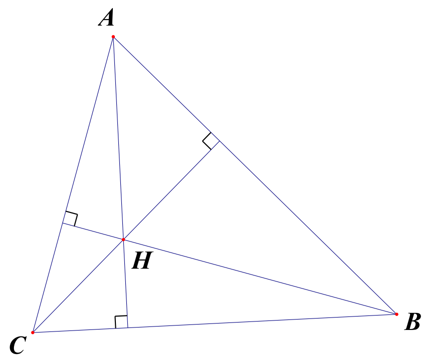
Phương trình cạnh BC có $\begin{cases} \text{VTPT } \overrightarrow{n_{BC}} = (1;-2) \\ \text{qua } C\left(\dfrac{28}{3};-\dfrac{7}{3}\right) \end{cases}$.

$BC: x-\dfrac{28}{3}-2\left(y+\dfrac{7}{3}\right)=0 \Leftrightarrow x-2y-14=0$.

Vậy $BC: x-2y-14=0$.

Câu 6: Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Phương trình các cạnh và đường cao của tam giác là AB : $7x-y+4=0$; BH : $2x+y-4=0$; AH : $x-y-2=0$. Phương trình đường cao CH của tam giác ABC là

Lời giải



Gọi $H(x;y)$.

Ta có $H = AH \cap BH$.

Nên tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$, suy ra $H(2;0)$.

Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;7)$.

Đường cao CH vuông góc với cạnh AB nên nhận $\vec{u}$ làm vectơ pháp tuyến.

Vậy phương trình tổng quát của đường cao CH là $(x-2)+7(y-0)=0 \Leftrightarrow x+7y-2=0$.

Câu 7: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1: x-y+1=0$, $\Delta_2: 2x+y-1=0$ và điểm $P(2;1)$.Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm P và cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại hai điểm A, B sao cho P là trung điểm AB.

Lời giải

Ta có $\Delta_1 \cap \Delta_2 = I(0;1)$.

Vì $A \in \Delta_1 \Rightarrow A(a;a+1)$. Vì $P(2;1)$ là trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow B(4-a;1-a)$.

Mặt khác $B \in \Delta_2 \Rightarrow a=\dfrac{8}{3} \Rightarrow A\left(\dfrac{8}{3};\dfrac{11}{3}\right)$

$\overrightarrow{AP}=\left(\frac{2}{3};\frac{8}{3}\right)\Rightarrow$ Đường thẳng $AP:2x+y-5=0$ có pt là: $4x-y-7=0$.

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy, cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình: $d_1:x+y=1,\ d_2:x-3y+3=0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d đối xứng với d_2 qua đường thẳng d_1.

Lời giải

Gọi $I(x;y)=d_1\cap d_2$. Khi đó tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$\begin{cases}x+y=1\\x-3y+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=1\end{cases}\Rightarrow I(0;1)$.

Chọn $M(-3;0)\in d_2$. Gọi Δ đi qua M và vuông góc với d_1.

Suy ra Δ có dạng $x-y+c=0$.

Vì $M(-3;0)\in\Delta\Rightarrow c=3\Rightarrow\Delta:x-y+3=0$

Gọi $H(x;y)=d_1\cap\Delta$. Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}x-y+3=0\\x+y=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}\Rightarrow H(-1;2)$.

Gọi N là điểm đối xứng của M qua d_1. Khi đó H là trung điểm của MN.

$\Leftrightarrow\begin{cases}x_N=2x_H-x_M=1\\y_N=2y_H-y_M=4\end{cases}\Rightarrow N(1;4)$.

Vậy đường thẳng d chính là đường thẳng IN, ta có

$\frac{x-0}{1}=\frac{y-1}{3}\Leftrightarrow 3x-y+1=0$.

Câu 9: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho ΔABC có đỉnh $A(3;0)$ và phương trình hai đường cao $(BB'):2x+2y-9=0$ và $(CC'):3x-12y-1=0$. Viết phương trình cạnh BC.

Lời giải

Gọi $H(x;y)$ là trực tâm của tam giác ΔABC. Khi đó tọa độ điểm $H(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x+2y-9=0\\3x-12y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{11}{3}\\y=\frac{5}{6}\end{cases}\Rightarrow H\left(\frac{11}{3};\frac{5}{6}\right)$.

Phương trình cạnh AC đi qua $A(3;0)$ và vuông góc với BB'

nên (AC) có dạng $2x-2y+c=0$.

Vì $A(3;0)\in(AC)$ nên $6+c=0\Rightarrow c=-6$. Do đó (AC): $2x-2y-6=0\Leftrightarrow x-y-3=0$.

Ta có $C=AC\cap CC'$ nên tọa độ điểm $C(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}3x-12y-1=0\\x-y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{35}{9}\\y=\dfrac{8}{9}\end{cases}\Rightarrow C\left(\dfrac{35}{9};\dfrac{8}{9}\right).$$

Phương trình cạnh BC đi qua điểm $C\left(\dfrac{35}{9};\dfrac{8}{9}\right)$ nhận $\overrightarrow{AH}=\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{5}{6}\right)=\dfrac{1}{6}(4;5)$. làm véctơ pháp tuyến $\Rightarrow(BC)$: $4x+5y-20=0$.

Câu 10: Cho tam giác ABC, đỉnh $B(2;-1)$, đường cao $AA':3x-4y+27=0$ và đường phân giác trong của góc C là $CD:x+2y-5=0$. Khi đó phương trình cạnh AB là

Lời giải

Phương trình cạnh BC đi qua $B(2;-1)$ và vuông góc với AA' là $4x+3y-5=0$.

Gọi $C(x;y)$, tọa độ điểm $C(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}x+2y-5=0\\4x+3y-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=3\end{cases}\Rightarrow C(-1;3)$

Gọi M là điểm đối xứng của B qua CD. Khi đó tọa độ điểm $M(x;y)$ thỏa mãn

$$\begin{cases}2(x-2)-(y+1)=0\\\dfrac{x+2}{2}+2\left(\dfrac{y-1}{2}\right)-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x-y-5=0\\x+2y-10=0\end{cases}\Rightarrow M(4;3).$$

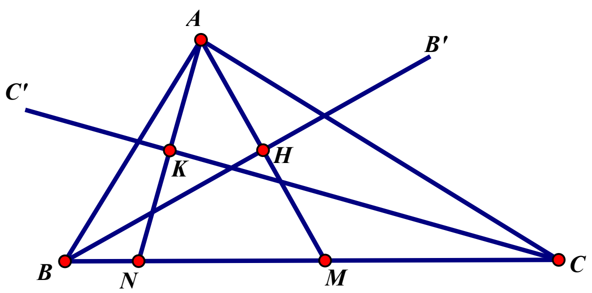
Phương trình cạnh AC chính là MC, ta có $AC:y=3$.

Gọi $A(x;y)$, tọa độ điểm $A(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}3x-4y+27=0\\y=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-5\\y=3\end{cases}\Rightarrow A(-5;3)$.

Phương trình cạnh AB là $\dfrac{x+5}{7}=\dfrac{y-3}{-4}\Leftrightarrow 4x+7y-1=0$.

Câu 11: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descarter vuông góc Oxy, cho ΔABC có điểm $A(2;-1)$ và hai đường phân giác trong của hai góc B, C lần lượt có phương trình $(\Delta_B):x-2y+1=0$, $(\Delta_C):x+y+3=0$. Viết phương trình cạnh BC.

Lời giải



+) Gọi $H(x_H;y_H)$ là hình chiếu của điểm A lên Δ_B

$\Rightarrow\overrightarrow{AH}\perp\vec{u}_{\Delta_B}\Leftrightarrow\overrightarrow{AH}.\vec{u}_{\Delta_B}=0$.

Ta có $H(2y_H-1;y_H)\in\Delta_B$;

$\overrightarrow{AH}=\left(2y_H-3;y_H+1\right)$; $\vec{u}_{\Delta_B}=\left(2;1\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}.\vec{u}_{\Delta_B}=0 \Leftrightarrow 2\left(2y_H-3\right)+\left(y_H+1\right)=0 \Leftrightarrow y_H=1 \Rightarrow H\left(1;1\right)$.

Gọi M là điểm đối xứng của A qua Δ_B.

Khi đó H là trung điểm của AM $\Leftrightarrow \begin{cases} x_M=2x_H-x_A=0 \\ y_M=2y_H-y_A=3 \end{cases} \Rightarrow M\left(0;3\right)$.

+) Gọi $K\left(x_K;y_K\right)$ là hình chiếu của điểm A lên $\Delta_C \Rightarrow \overrightarrow{AK}\perp \vec{u}_{\Delta_C} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK}.\vec{u}_{\Delta_C}=0$.

Ta có $K\left(x_K;-x_K-3\right)\in\Delta_C$; $\overrightarrow{AK}=\left(x_K-2;-x_K-2\right)$; $\vec{u}_{\Delta_C}=\left(1;-1\right)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{ADK}.\vec{u}_{\Delta_C}=0 \Leftrightarrow x_K-2+x_K+2=0 \Leftrightarrow x_K=0 \Rightarrow K\left(0;-3\right)$.

Gọi N là điểm đối xứng của A qua Δ_C.

Khi đó K là trung điểm của AN $\Leftrightarrow \begin{cases} x_N=2x_K-x_A=-2 \\ y_M=2y_K-y_A=-5 \end{cases} \Rightarrow N\left(-2;-5\right)$.

Phương trình đường thẳng BC chính là phương trình đường thẳng MN.

$\Rightarrow$ đường thẳng $BC: \dfrac{x-0}{-2}=\dfrac{y-3}{-8} \Leftrightarrow 4x-y+3=0$

Câu 12: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descarter vuông góc Oxy, cho ΔABC vuông cân tại $A\left(4;1\right)$ và cạnh huyền BC có phương trình: $3x-y+5=0$. Viết phương trình hai cạnh góc vuông AC và AB.

Lời giải

Cách 1: Viết phương trình đường thẳng đi qua A tạo với đường thẳng BC một góc $45°$.

Cách 2:

Gọi $H\left(x;y\right)$ là hình chiếu của $A\left(4;1\right)$ lên BC.

d đi qua $A\left(4;1\right)$ và vuông góc với BC nên d có dạng $x+3y+c=0$.

Vì $A\left(4;1\right)\in d \Rightarrow 7+c=0 \Leftrightarrow c=-7$ nên $d: x+3y-7=0$.

Khi đó tọa độ điểm $H\left(x;y\right)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x-y+5=0 \\ x+3y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{4}{5} \\ y=\dfrac{13}{5} \end{cases}$

$\Rightarrow H\left(-\dfrac{4}{5};\dfrac{13}{5}\right)$.

Vì ΔABC vuông cân tại A nên A, B, C thuộc đường tròn $\left(C\right)$ ngoại tiếp ΔABC có tâm $H\left(-\dfrac{4}{5};\dfrac{13}{5}\right)$ và bán kính $R=AH=\dfrac{8\sqrt{10}}{5}$.

Phương trình đường tròn (C): $\left(x+\frac{4}{5}\right)^2+\left(y-\frac{13}{5}\right)^2=\frac{128}{5}$.

Tọa độ điểm B, C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}3x-y+5=0\\ \left(x+\frac{4}{5}\right)^2+\left(y-\frac{13}{5}\right)^2=\frac{128}{5}\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}y=3x+5\\ \left(x+\frac{4}{5}\right)^2+\left(3x+5-\frac{13}{5}\right)^2=\frac{128}{5}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}y=3x+5\\ 25x^2+40x-48=0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{4}{5}\Rightarrow y=\frac{37}{5}\\ x=-\frac{12}{5}\Rightarrow y=-\frac{11}{5}\end{array}\right.$$

Suy ra 2 điểm $B\left(\frac{4}{5};\frac{37}{5}\right)$; $C\left(-\frac{12}{5};-\frac{11}{5}\right)$ hoặc $C\left(\frac{4}{5};\frac{37}{5}\right)$; $B\left(-\frac{12}{5};-\frac{11}{5}\right)$.

Vậy phương trình hai cạnh AB và AC là

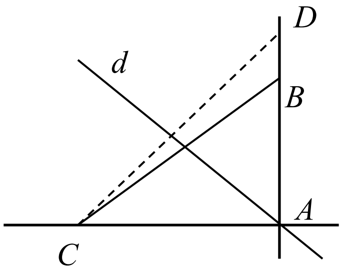
(AB): $\dfrac{x-4}{\frac{4}{5}-4}=\dfrac{y-1}{\frac{37}{5}-1}\Leftrightarrow 2x+y-9=0$; (AC): $\dfrac{x-4}{-\frac{12}{5}-4}=\dfrac{y-1}{-\frac{11}{5}-1}\Leftrightarrow x-2y-2=0$.

Hoặc (AC): $\dfrac{x-4}{\frac{4}{5}-4}=\dfrac{y-1}{\frac{37}{5}-1}\Leftrightarrow 2x+y-9=0$; (AB): $\dfrac{x-4}{-\frac{12}{5}-4}=\dfrac{y-1}{-\frac{11}{5}-1}\Leftrightarrow x-2y-2=0$.

Câu 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ΔABC vuông tại A, có đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ΔABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

Lời giải

Cách 1:



Gọi D là điểm đối xứng của $C(-4;1)$ qua đường thẳng $x+y-5=0$

suy ra tọa độ điểm $D(x;y)$ là nghiệm của

hệ phương trình $\begin{cases}(x+4)-(y-1)=0\\ \frac{x-4}{2}+\frac{y+1}{2}-5=0\end{cases}\Rightarrow D(4;9)$.

Điểm A thuộc đường tròn đường kính CD

nên tọa độ điểm $A(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}x+y-5=0\\ x^2+(y-5)^2=32\end{cases}$ với $x>0$, suy ra điểm $A(4;1)$.

Ta có $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=24\Leftrightarrow AB=\frac{2S_{ABC}}{AC}=6$

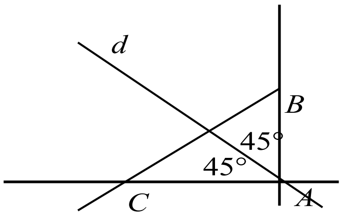
B thuộc đường thẳng $AD: x=4,$ suy ra tọa độ $B(4;y)$ thỏa mãn $(y-1)^2=36$

$\Rightarrow B(4;7)$ hoặc $B(4;-5)$.

Do d là phân giác trong góc A, nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng, suy ra $B(4;7)$.

Do đó, đường thẳng BC có phương trình: $3x-4y+16=0$.

Cách 2:



Gọi đường thẳng AC đi qua điểm $C(-4;1)$ có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(a;b),\ a^2+b^2\neq 0$.

Vì $(AC,d)=45°\Leftrightarrow\left|\cos\left(\vec{n}_{AC},\vec{n}_d\right)\right|=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{|a+b|}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0;\ b=1\\ b=0;\ a=1\end{array}\right.$

Với $b=0;\ a=1$ suy đường thẳng $AC: x+4=0\Rightarrow A=AC\cap d\Rightarrow A(-4;9)$ (loại vì $x_A>0$)

Với $a=0;\ b=1$ suy đường thẳng $AC: y-1=0\Rightarrow A=AC\cap d\Rightarrow A(4;1)$.

nên tọa độ điểm $A(x;y)$ thỏa mãn $\begin{cases}x+y-5=0\\ x^2+(y-5)^2=32\end{cases}$ với $x>0,$ suy ra điểm $A(4;1)$.

Gọi điểm $B(x;y)$.

Ta có ΔABC vuông tại A nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0\Leftrightarrow x=4\Rightarrow B(4;y)$.

Lại có $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=24\Leftrightarrow AB=\frac{2S_{ABC}}{AC}=6\Leftrightarrow(y-1)^2=36$.

$\Rightarrow B(4;7)$ hoặc $B(4;-5)$.

Do d là phân giác trong góc A, nên hai điểm A và B nằm khác phía đối với đường thẳng d, suy ra $B(4;7)$.

Do đó, đường thẳng BC có phương trình: $3x-4y+16=0$.

Câu 14: Cho ΔABC có $A(4;-2)$. Đường cao $BH: 2x+y-4=0$ và đường cao $CK: x-y-3=0$. Viết phương trình đường cao kẻ từ đỉnh A

Lời giải

Gọi AI là đường cao kẻ từ đỉnh A. Gọi H_1 là trực tâm của ΔABC, khi đó tọa độ điểm H thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases}2x+y-4=0\\ x-y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{7}{3}\\ y=-\frac{2}{3}\end{cases}$. $\overrightarrow{AH_1}=\left(-\frac{5}{3};\frac{4}{3}\right)$

AI qua $H_1\left(\frac{7}{3};-\frac{2}{3}\right)$ và nhận $\vec{n}=(4;5)$ làm VTPT

$\Rightarrow AI:4\left(x-\frac{7}{3}\right)+5\left(y+\frac{2}{3}\right)=0 \Leftrightarrow 4x+5y-6=0$

Câu 15: Viết Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2;-3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB vuông cân.

Lời giải

Phương trình đoạn chắn $(AB):\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

Do ΔOAB vuông cân tại $O \Leftrightarrow |a|=|b| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=a \\ b=-a \end{array}\right.$

TH1: $b=a \Rightarrow \frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1 \Leftrightarrow x+y=a$ mà $M(2;-3)\in(AB) \Rightarrow 2-3=a \Leftrightarrow a=-1 \Rightarrow b=-1$

Vậy $(AB):x+y+1=0$

TH2: $b=-a \Rightarrow \frac{x}{a}-\frac{y}{a}=1 \Leftrightarrow x-y=a$ mà $M(2;-3)\in(AB) \Rightarrow 2+3=a \Leftrightarrow a=5 \Rightarrow b=-5$

Vậy $(AB):x-y-5=0$

Câu 16: Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Phương trình các cạnh và đường cao của tam giác là: $AB:7x-y+4=0; BH:2x+y-4=0; AH:x-y-2=0$. Phương trình đường cao CH của tam giác ABC là:

Lời giải

Ta có $H=BH\cap AH \Rightarrow H$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y-4=0 \\ x-y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases} \Rightarrow H(2;0)$

Ta có $CH\perp AB \Rightarrow CH:x+7y+c=0$ mà $H(2;0)\in CH \Rightarrow 2+7.0+c=0 \Leftrightarrow c=-2$

Suy ra $CH:x+7y-2=0$.

Câu 17: Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB:5x-2y+6=0$, phương trình cạnh $AC:4x+7y-21=0$. Phương trình cạnh BC là

Lời giải

Ta có $A=AB\cap AC \Rightarrow A(0;3) \Rightarrow \overrightarrow{AH}=(1;-2)$

Ta có $BH\perp AC \Rightarrow (BH):7x-4y+d=0$

Mà $H(1;1)\in(BH) \Rightarrow d=-3$ suy ra $(BH):7x-4y-3=0$

Có $B=AB\cap BH \Rightarrow B\left(-5;-\frac{19}{2}\right)$

Phương trình (BC) nhận $\overrightarrow{AH}=(1;-2)$ là VTPT và qua $B\left(-5;-\frac{19}{2}\right)$

Suy ra $(BC):(x+5)-2\left(y+\frac{19}{2}\right)=0 \Leftrightarrow x-2y-14=0$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 18: Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua $A(3;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-2)$

A. $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -2+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3-6t \\ y = -2+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = 4+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = 4-2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua $A(3;4)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;-2)$

có dạng: $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = 4-2t \end{cases}$.

Câu 19: Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(1;-1)$, $N(4;3)$ là

A. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = 4-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 1+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3-3t \\ y = 4-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = -1+4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng đi qua hai điểm $M(1;-1)$, $N(4;3)$ có một véctơ chỉ phương $\overrightarrow{MN} = (3;4)$.

Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(1;-1)$, $N(4;3)$ là $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = -1+4t \end{cases}$.

Câu 20: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(1;-2)$ và nhận $\vec{n} = (-1;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến có phương trình là

A. $-x+2y=0$. **B.** $x+2y+4=0$. **C.** $x-2y-5=0$. **D.** $x-2y+4=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng là $-1(x-1)+2(y+2)=0$ hay $x-2y-5=0$.

Câu 21: Đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2)$ và nhận $\vec{n} = (-2;4)$ làm véctơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x+2y+4=0$. **B.** $x-2y+4=0$. **C.** $x-2y-5=0$. **D.** $-2x+4y=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2)$ và nhận $\vec{n} = (-2;4)$ làm véctơ pháp tuyến có phương trình là

$-2(x-1)+4(y+2)=0 \Leftrightarrow -2x+4y+10=0 \Leftrightarrow x-2y-5=0$.

Câu 22: Đường thẳng d qua $A(1;1)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u} = (2;3)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 3-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d qua $A(1;1)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(2;3)$ có phương trình tham số là

$\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+3t \end{cases}$.

Câu 23: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2;4)$, $B(-6;1)$ là

A. $3x+4y-10=0$. **B.** $3x-4y+22=0$. **C.** $3x-4y+8=0$. **D.** $3x-4y-22=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;-3)$.

Đường thẳng AB qua điểm $A(-2;4)$ và nhận 1 VTPT là $\vec{n}=(3;-4)$ nên có phương trình:

$3(x+2)-4(y-4)=0 \Leftrightarrow 3x-4y+22=0$.

Câu 24: Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

A. $x-2y-4=0$. **B.** $x+y+4=0$. **C.** $x-2y+5=0$. **D.** $-x+2y-4=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng cần tìm: $2(x+1)-4(y-2)=0 \Leftrightarrow x-2y+5=0$.

Câu 25: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2;-1)$ và nhận $\vec{u}=(-3;2)$ làm vectơ chỉ phương là

A. $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2-3t \\ y=-1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2;-1)$ và nhận $\vec{u}=(-3;2)$ làm vectơ chỉ phương có dạng: $\begin{cases} x=2-3t \\ y=-1+2t \end{cases}$.

Câu 26: Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm véc tơ pháo tuyến có phương trình là:

A. $x-2y-4=0$ **B.** $x+y+4=0$ **C.** $-x+2y-4=0$ **D.** $x-2y+5=0$

Lời giải

Chọn D.

Gọi (d) là đường thẳng đi qua và nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm VTPT

$\Rightarrow (d): x+1-2(y-2)=0 \Leftrightarrow x-2y+5=0$

Câu 27: Cho hai điểm $A(1;-2)$, $B(-1;2)$. Đường trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+y=0$. **B.** $x+2y=0$. **C.** $x-2y=0$. **D.** $x-2y+1=0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi là M trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow M(0;0)$.

Đường trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm M và có vtpt $\overrightarrow{AB}(-2;4)$ nên có phương trình là: $x-2y=0$

Câu 28: Lập phương trình tổng quát đường thẳng đi qua điểm $A(2;1)$ và song song với đường thẳng $2x+3y-2=0$.

A. $3x+2y-8=0$. **B.** $2x+3y-7=0$. **C.** $3x-2y-4=0$. **D.** $2x+3y+7=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

* Δ song song với đường thẳng $2x+3y-2=0$ nên Δ có dạng: $2x+3y+m=0\,(m\neq -2)$.

* Δ đi qua điểm $A(2;1)$ nên ta có $2.2+3.1+m=0 \Leftrightarrow m=-7 \Rightarrow \Delta: 2x+3y-7=0$.

Câu 29: Cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=2+3t \\ y=-1+t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và điểm $M(-1;\ 6)$. Phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ là

A. $3x-y+9=0$. **B.** $x+3y-17=0$. **C.** $3x+y-3=0$. **D.** $x-3y+19=0$.

Lời giải

Chọn C

Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;1)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với Δ nên d có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=\vec{u}=(3;1)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng d là $3(x+1)+(y-6)=0 \Leftrightarrow 3x+y-3=0$.

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+1=0$. Nếu đường thẳng Δ qua điểm $M(1;-1)$ và Δ song song với d thì Δ có phương trình

A. $x-2y+3=0$. **B.** $x-2y-3=0$. **C.** $x-2y+5=0$. **D.** $x+2y+1=0$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;-1)$ và Δ song song với d nên Δ nhận $\vec{n}=(1;-2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là $(x-1)-2(y+1)=0 \Leftrightarrow x-2y-3=0$.

Câu 31: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(0;-5)$ và $B(3;0)$

A. $\frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$. **B.** $-\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$. **C.** $\frac{x}{3}-\frac{y}{5}=1$. **D.** $\frac{x}{5}-\frac{y}{3}=1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;-5)$ và $B(3;0)$

$\frac{x}{3}+\frac{y}{-5}=1 \Leftrightarrow \frac{x}{3}-\frac{y}{5}=1$.

Câu 32: Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(1;-3)$, $B(-2;5)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm A, B.

A. $8x+3y+1=0$. **B.** $8x+3y-1=0$.
C. $-3x+8y-30=0$. **D.** $-3x+8y+30=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;8)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm A, B.

$\Rightarrow \vec{n}=(8;3)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm A, B.

Phương trình tổng quát đường thẳng cần tìm là

$8(x-1)+3(y+3)=0 \Leftrightarrow 8x+3y+1=0$.

Câu 33: Cho $A(-2;3)$, $B(4;-1)$. Viết phương trình đường trung trực của đoạn AB.

A. $x+y+1=0$. **B.** $2x+3y-5=0$. **C.** $3x-2y-1=0$. **D.** $2x-3y+1=0$.

Lời giải

Chọn C

Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow M(1;1)$.

Phương trình đường trung trực của đoạn AB qua $M(1;1)$ nhận $\overrightarrow{AB}=(6;-4)$ là vectơ pháp tuyến có dạng: $6(x-1)-4(y-1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y-1=0$.

Câu 34: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x-2y+1=0$ và điểm $M(2;3)$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d là

A. $x+2y-8=0$. **B.** $x-2y+4=0$. **C.** $2x-y-1=0$. **D.** $2x+y-7=0$.

Lời giải

Chọn D

Δ vuông góc $d: x-2y+1=0 \Rightarrow \Delta$ có VTPT là $\vec{n}=(2;1)$.

Δ qua $M(2;3)$ nên có phương trình là $2(x-2)+(y-3)=0 \Leftrightarrow 2x+y-7=0$.

Câu 35: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(0;-1)$, $B(3;0)$. Phương trình đường thẳng AB là

A. $x-3y+1=0$. **B.** $x+3y+3=0$. **C.** $x-3y-3=0$. **D.** $3x+y+1=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;1)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng AB. Nên $\vec{n}=(1;-3)$ là véctơ pháp tuyến của đường thẳng AB.

Khi đó phươn trình đường thẳng AB là $x-3(y+1)=0 \Leftrightarrow x-3y-3=0$.

Câu 36: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2;4); B(-6;1)$ là:

A. $3x+4y-10=0.$ **B.** $3x-4y+22=0.$ **C.** $3x-4y+8=0.$ **D.** $3x-4y-22=0$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $(AB): \dfrac{x-x_A}{x_B-x_A}=\dfrac{y-y_A}{y_B-y_A} \Leftrightarrow \dfrac{x+2}{-4}=\dfrac{y-4}{-3} \Leftrightarrow 3x-4y+22=0$

Câu 37: Cho đường thẳng $(d): 3x+5y-15=0$. Phương trình nào sau đây không phải là một dạng khác của (d).

A. $\dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{3}=1$. **B.** $y=-\dfrac{3}{5}x+3$ **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=5 \end{cases} (t\in R)$ **D.** $\begin{cases} x=5-\dfrac{5}{3}t \\ y=t \end{cases} (t\in R)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có đường thẳng $(d): 3x+5y-15=0$ có VTPT $\begin{cases} \vec{n}=(3;5) \\ qua\ A(5;0) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} VTCP\,\vec{u}=\left(-\dfrac{5}{3};1\right) \\ qua\ A(5;0) \end{cases} \Rightarrow (d): \begin{cases} x=5-\dfrac{5}{3}t \\ y=t \end{cases}$ Suy ra D đúng.

$(d): 3x+5y-15=0 \Leftrightarrow 3x+5y=15 \Leftrightarrow \dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{3}=1$ Suy ra A đúng.

$(d): 3x+5y-15=0 \Leftrightarrow -5y=3x-15 \Leftrightarrow y=-\dfrac{3}{5}x+1$ Suy ra B đúng.

Câu 38: Cho đường thẳng $(d): x-2y+1=0$. Nếu đường thẳng (Δ) đi qua $M(1;-1)$ và song song với (d) thì (Δ) có phương trình

A. $x-2y-3=0$ **B.** $x-2y+5=0$ **C.** $x-2y+3=0$ **D.** $x+2y+1=0$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(\Delta)//(d)x-2y+1=0 \Rightarrow (\Delta): x-2y+c=0 (c \neq 1)$

Ta lại có $M(1;-1) \in (\Delta) \Rightarrow 1-2(-1)+c=0 \Leftrightarrow c=-3$

Vậy $(\Delta): x-2y-3=0$

Câu 39: Cho ba điểm $A(1;-2), B(5;-4), C(-1;4)$. Đường cao AA' của tam giác ABC có phương trình

A. $3x-4y+8=0$ **B.** $3x-4y-11=0$ **C.** $-6x+8y+11=0$ **D.** $8x+6y+13=0$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-6;8)$

Gọi AA' là đường cao của tam giác ΔABC $\Rightarrow AA'$ nhận $\begin{cases} VTPT\,\vec{n}=\overrightarrow{BC}=(-6;8) \\ qua\ A(1;-2) \end{cases}$

Suy ra $AA': -6(x-1)+8(y+2)=0 \Leftrightarrow -6x+8y+22=0 \Leftrightarrow 3x-4y-11=0$.

Câu 40: Cho hai điểm $A(4;0), B(0;5)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của đường thẳng AB?

A. $\begin{cases} x=4-4t \\ y=5t \end{cases} (t \in R)$ **B.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{5}=1$ **C.** $\frac{x-4}{-4}=\frac{y}{5}$ **D.** $y=\frac{-5}{4}x+15$

Lời giải

Chọn D.

Phương trình đoạn chắn $(AB): \frac{x}{4}+\frac{y}{5}=1$ loại B

$(AB): \frac{x}{4}+\frac{y}{5}=1 \Leftrightarrow 5x+4y-20=0 \Rightarrow \begin{cases} VTPT\,\vec{n}=(5;4) \Rightarrow VTCP\,\vec{u}=(-4;5) \\ qua\ A(4;0) \end{cases}$

$\Rightarrow (AB): \begin{cases} x=4-4t \\ y=5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ loại A

$(AB): \frac{x}{4}+\frac{y}{5}=1 \Leftrightarrow \frac{y}{5}=1-\frac{x}{4} \Leftrightarrow \frac{y}{5}=\frac{x-4}{-4}$ loại C

$(AB): \frac{x}{4}+\frac{y}{5}=1 \Leftrightarrow \frac{y}{5}=1-\frac{x}{4} \Leftrightarrow y=-\frac{5}{4}x+5$ chọn D

Câu 41: Cho đường thẳng $(d): 4x-3y+5=0$. Nếu đường thẳng (Δ) đi qua gốc tọa độ và vuông góc với (d) thì (Δ) có phương trình:

A. $4x+3y=0$ **B.** $3x-4y=0$ **C.** $3x+4y=0$ **D.** $4x-3y=0$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $(\Delta) \perp (d): 4x-3y+5=0 \Rightarrow (\Delta): 3x+4y+c=0$

Ta lại có $O(0;0) \in (\Delta) \Rightarrow c=0$

Vậy $(\Delta): 3x+4y=0$

Câu 42: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x-y+4=0$

A. $-x+2y-5=0$ **B.** $x+2y-3=0$ **C.** $x+2y=0$ **D.** $x-2y+5=0$

Lời giải

Chọn B.

Gọi (d) là đường thẳng đi qua $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $(d_1): 2x-y+4=0$

Ta có $(d)\perp(d_1) \Leftrightarrow \overrightarrow{n_{(d)}}=\overrightarrow{u_{(d_1)}}=(1;2)$

$\Rightarrow (d): x+1+2(y-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-3=0$

Câu 43: Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-2;3)$ và vuông góc với đường thẳng $(d'): 3x-4y+1=0$ là

A. $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=3+3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=3-4t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=3+4t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=5+4t \\ y=6-3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $(d)\perp(d'): 3x-4y+1=0 \Rightarrow VTCP\,\overrightarrow{u_d}=(3;-4)$ và qua $M(-2;3)$

Suy ra $(d): \begin{cases} x=-2+3t \\ y=3-4t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$

Câu 44: Cho ΔABC có $A(2;-1); B(4;5); C(-3;2)$. Viết phương trình tổng quát của đường cao AH.

A. $3x+7y+1=0$ **B.** $7x+3y+13=0$ **C.** $-3x+7y+13=0$ **D.** $7x+3y-11=0$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\overrightarrow{BC}=(-7;-3)$. Vì $AH\perp BC$ nên

$$AH: \begin{cases} qua\ A(2;-1) \\ \vec{n}=(3;-7) \text{ lam VTPT} \end{cases} \Rightarrow AH: 3(x-2)-7(y+1)=0 \Leftrightarrow 3x-7y-13=0$$

Câu 45: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $M(\sqrt{2};1)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $(\sqrt{2}+1)x+(\sqrt{2}-1)y=0$.

A. $(1-\sqrt{2})x+(\sqrt{2}+1)y+1-2\sqrt{2}=0$ **B.** $-x+(3+2\sqrt{2})y-3-\sqrt{2}=0$

C. $(1-\sqrt{2})x+(\sqrt{2}+1)y+1=0$ **D.** $-x+(3+2\sqrt{2})y-\sqrt{2}=0$

Lời giải

Chọn A.

Ta có đường thẳng vuông góc đường thẳng với đường thẳng đã cho

Suy ra $(d): (1-\sqrt{2})x+(\sqrt{2}+1)y+c=0$

Mà $M(\sqrt{2},1)\in(d) \Rightarrow c=1-2\sqrt{2}$

Vậy $\left(1-\sqrt{2}\right)x+\left(\sqrt{2}+1\right)y+1-2\sqrt{2}=0$

Câu 46: Cho đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1;3)$ và có vecto chỉ phương $\vec{a}=(1;-2)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của (d)?

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=3+2t.\end{cases}$ **B.** $\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-3}{2}$. **C.** $2x+y-5=0$. **D.** $y=-2x-5$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $(d):\begin{cases}VTCP\,\vec{a}=(1;-2)\\qua\,M(1;3)\end{cases}\Rightarrow(d):\begin{cases}x=1+t\\y=3-2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\Rightarrow(d):\begin{cases}x=1-t\\y=3+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$ loại A

Ta có $(d):\begin{cases}x=1-t\\y=3+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\Rightarrow\dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y-3}{2}$ loại B

Có $VTCP\,\vec{a}=(1;-2)\Rightarrow VTPT\,\vec{n}=(2;1)$ suy ra $(d):2(x-1)+1(x-3)=0\Leftrightarrow 2x+3y-5=0$ loại C

Câu 47: Cho tam giác ABC có $A(-2;3),B(1;-2),C(-5;4)$.Đường trung trực trung tuyến AM có phương trình tham số

A. $\begin{cases}x=2\\3-2t.\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}x=-2-4t\\y=3-2t.\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-2t\\y=-2+3t.\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}x=-2\\y=3-2t.\end{cases}$

Lời giải

Chọn D.

Gọi M trung điểm BC $\Rightarrow M(-2;1)$ $\Rightarrow\overrightarrow{AM}=(0;-2)\Rightarrow(AM):\begin{cases}x=-2\\y=3-2t\end{cases}$

Câu 48: Cho hai điểm $A(-2;3);B(4;-1)$. viết phương trình trung trực đoạn AB.

A. $x-y-1=0$. **B.** $2x-3y+1=0$. **C.** $2x+3y-5=0$. **D.** $3x-2y-1=0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi M trung điểm AB $\Rightarrow M(1;1)$

Ta có $\overrightarrow{AB}=(6;-4)$

Gọi d là đường thẳng trung trực của AB .

Phương trình d nhận $VTPT\,\vec{n}=(6;-4)$ và qua $M(1;1)$

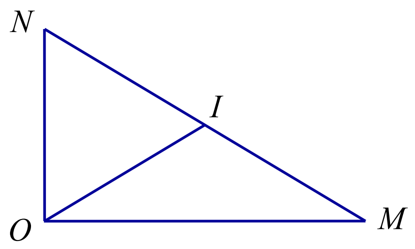
Suy ra $(d):6(x-1)-4(y-1)=0\Leftrightarrow 6x-4y-2=0\Leftrightarrow 3x-2y-1=0$

Câu 49: Đường thẳng (d) đi qua $I(3;2)$ cắt Ox ; Oy tại M , N sao cho I là trung điểm của MN . Khi đó độ dài MN bằng

A. 52. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D



Dễ thấy tam giác OMN vuông tại O suy ra $MN = 2OI = 2\sqrt{3^2+2^2} = 2\sqrt{13}$.

Câu 50: Cho tam giác ABC với $A(2;4)$; $B(2;1)$; $C(5;0)$. Trung tuyến CM đi qua điểm nào dưới đây?

A. $\left(14;\frac{9}{2}\right)$. **B.** $\left(10;-\frac{5}{2}\right)$. **C.** $(-7;-6)$. **D.** $(-1;5)$.

Lời giải

Chọn D

M là trung điểm của AB nên $M\left(2;\frac{5}{2}\right)$; $\overrightarrow{CM}\left(-3;\frac{5}{2}\right)$.

Phương trình tham số của đường thẳng CM là $\begin{cases} x = 5-3t \\ y = \frac{5}{2}t \end{cases}$.

Với $t=2$ thì $\begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$.

Câu 51: Cho 3 đường thẳng $(d_1): 3x-2y+5=0$, $(d_2): 2x+4y-7=0$, (d_3): $3x+4y-1=0$. Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua giao điểm của (d_1), (d_2) và song song với (d_3).

A. $24x+32y-53=0$. **B.** $24x+32y+53=0$.
C. $24x-32y+53=0$. **D.** $24x-32y-53=0$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ giao điểm M của (d_1) và (d_2) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x-2y=-5 \\ 2x+4y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{3}{8} \\ y=\frac{31}{16} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{8};\frac{31}{16}\right).$$

Phương trình đường thẳng (Δ) song song với (d_3) qua $M\left(-\frac{3}{8};\frac{31}{16}\right)$ có dạng

$$(\Delta):\ 3\left(x+\frac{3}{8}\right)+4\left(y-\frac{31}{16}\right)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-\frac{53}{8}=0 \Leftrightarrow 24x+32y-53=0.$$

Câu 52: Cho tam giác ABC có $A(-1;-2);B(0;2);C(-2;1)$. Đường trung tuyến BM có phương trình là:

A. $5x-3y+6=0$ **B.** $3x-5y+10=0$ **C.** $x-3y+6=0$ **D.** $3x-y-2=0$

Lời giải

Chọn A.

Gọi M là trung điểm AC $\Rightarrow M\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$. $\overrightarrow{BM}=\left(-\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$

BM qua $B(0;2)$ và nhận $\vec{n}=(5;-3)$ làm VTPT $\Rightarrow BM:5x-3(y-2)=0 \Leftrightarrow 5x-3y+6=0$

Câu 53: Cho tam giác ABC với $A(2;-1);B(4;5);C(-3;2)$. Phương trình tổng quát của đường cao đi qua A của tam giác là

A. $3x+7y+1=0$ **B.** $7x+3y+13=0$ **C.** $-3x+7y+13=0$ **D.** $7x+3y-11=0$

Lời giải

Chọn C.

Gọi AH là đường cao của tam giác. $\overrightarrow{BC}=(-7;-3)$.

AH đi qua $A(2;-1)$ và nhận $\vec{n}=(3;-7)$ làm VTPT

$\Rightarrow AH:3(x-2)-7(y+1)=0 \Leftrightarrow 3x-7y-13=0$

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH VÉCTƠ CHỈ PHƯƠNG, VÉC TƠ PHÁP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG THẲNG, HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $(d): ax+by+c=0,\ (a^2+b^2\neq 0)$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng (d)?

A. $\vec{n}=(a;-b)$. **B.** $\vec{n}=(b;a)$. **C.** $\vec{n}=(b;-a)$. **D.** $\vec{n}=(a;b)$.

Câu 2: Cho đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b)$, $a,b\in\mathbb{R}$. Xét các khẳng định sau:

1. Nếu $b=0$ thì đường thẳng d không có hệ số góc.

2. Nếu $b\neq 0$ thì hệ số góc của đường thẳng d là $\dfrac{a}{b}$.

3. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(b;-a)$.

4. Vectơ $k\vec{n}$, $k\in\mathbb{R}$ là vectơ pháp tuyến của d.

Có bao nhiêu khẳng định **sai**?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+3=0$. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là

A. $\vec{n}=(1;-2)$ **B.** $\vec{n}=(2;1)$ **C.** $\vec{n}=(-2;3)$ **D.** $\vec{n}=(1;3)$

Câu 4: Cho đường thẳng $(d): 3x+2y-10=0$. Véc tơ nào sau đây là véctơ chỉ phương của (d)?

A. $\vec{u}=(3;2)$. **B.** $\vec{u}=(3;-2)$. **C.** $\vec{u}=(2;-3)$. **D.** $\vec{u}=(-2;-3)$.

Câu 5: Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=5-\frac{1}{2}t \\ y=-3+3t \end{cases}$ một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ có tọa độ

A. $(5;-3)$. **B.** $(6;1)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};3\right)$. **D.** $(-5;3)$.

Câu 6: Trong hệ trục tọa độ Oxy, Véctơ nào là một véctơ pháp tuyến của đường thẳng $d: \begin{cases} x=-2-t \\ y=-1+2t \end{cases}$?

A. $\vec{n}(-2;-1)$. **B.** $\vec{n}(2;-1)$. **C.** $\vec{n}(-1;2)$. **D.** $\vec{n}(1;2)$.

Câu 7: Vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-4t \\ y=-2+3t \end{cases}$ là:

A. $\vec{u}=(-4;3)$. **B.** $\vec{u}=(4;3)$. **C.** $\vec{u}=(3;4)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2)$.

Câu 8: Vector nào dưới đây là 1 vector chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox :

A. $\vec{u}=(1;0)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;1)$.

Câu 9: Cho đường thẳng $d:7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là Vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Câu 10: Cho đường thẳng $d: 2x+3y-4=0$. Véctơ nào sau đây là véctơ pháp tuyến của đường thẳng d ?

A. $\overrightarrow{n_1}=(3;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(-4;-6)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(-2;3)$.

Câu 11: Cho đường thẳng d: $5x+3y-7=0$. Vectơ nào sau đây là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{n_1}=(3;5)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-5)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(5;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-5;-3)$.

Câu 12: Cho đường thẳng $\Delta: x-2y+3=0$. Véc tơ nào sau đây **không là** véc tơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{u}=(4;-2)$. **B.** $\vec{v}=(-2;-1)$. **C.** $\vec{m}=(2;1)$. **D.** $\vec{q}=(4;2)$.

Câu 13: Cho hai điểm $A=(1;2)$ và $B=(5;4)$. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là

A. $(-1;-2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 14: Cho đường thẳng $d:7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là Vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Câu 15: Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $d: x-2y+2018=0$?

A. $\vec{n}_1(0;-2)$. **B.** $\vec{n}_3(-2;0)$. **C.** $\vec{n}_4(2;1)$. **D.** $\vec{n}_2(1;-2)$.

Câu 16: Vectơ nào trong các vectơ dưới đây là vectơ pháp tuyến của đường thẳng $y+2x-1=0$?

A. $(2;-1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

Câu 17: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: 2x-y+1=0$, một véctơ pháp tuyến của d là

A. $(-2;-1)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(-1;-2)$. **D.** $(1;-2)$.

Câu 18: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: 2x-3y+4=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của d.

A. $\overrightarrow{u_4}=(3;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(3;2)$

Câu 19: Vectơ nào sau đây là một Vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: 6x-2y+3=0$?

A. $\vec{u}(1;3)$. **B.** $\vec{u}(6;2)$. **C.** $\vec{u}(-1;3)$. **D.** $\vec{u}(3;-1)$.

Câu 20: Cho hai điểm $M(2;3)$ và $N(-2;5)$. Đường thẳng MN có một vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u}=(4;2)$. **B.** $\vec{u}=(4;-2)$. **C.** $\vec{u}=(-4;-2)$. **D.** $\vec{u}=(-2;4)$.

Câu 21: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+1=0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}=(1;-2)$. **B.** $\vec{u}=(2;1)$. **C.** $\vec{u}=(2;-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;2)$.

Câu 22: Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1)$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của d ?

A. $\overrightarrow{n_1}=(-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-3;6)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;6)$.

Câu 23: Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;-2)$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;-4)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-2;4)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;1)$.

Câu 24: Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-4)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-4;-3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-4)$.

Câu 25: Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;-5)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(5;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-5;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-5)$.

Câu 26: Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-4)$. Đường thẳng Δ song song với d có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-4;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-4)$.

Câu 27: Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;-5)$. Đường thẳng Δ song song với d có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(5;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-5;-2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-5)$.

DẠNG 2. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Dạng 2.1 Viết phương trình đường thẳng khi biết VTPT hoặc VTCP, HỆ SỐ GÓC và 1 điểm đi qua

Câu 28: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;3)$ và $B(4;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng AB?

A. $x+y-3=0$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $\dfrac{x-4}{6}=\dfrac{y-1}{-4}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=1-2t\end{cases}$.

Câu 29: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1)$ và $B(2;5)$ là

A. $\begin{cases}x=2t\\y=-6t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=5+6t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1\\y=2+6t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2\\y=-1+6t\end{cases}$.

Câu 30: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(-6;2)$. Phương trình nào dưới đây không phải là phương trình tham số của đường thẳng AB?

A. $\begin{cases}x=3+3t\\y=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3t\\y=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-6-3t\\y=2+t\end{cases}$.

Câu 31: Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(1;-2)$, $N(4;3)$ là

A. $\begin{cases}x=4+t\\y=3-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=-2-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=4+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+5t\end{cases}$.

Câu 32: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1), B(-6;2)$ là

A. $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-6-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+3t \\ y=-1+t \end{cases}$.

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ, cho hai điểm $A(3;0), B(0;2)$ và đường thẳng $d: x+y=0$. Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ qua A và song song với d.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=3-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-t \\ y=3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-t \\ y=3+t \end{cases}$.

Câu 34: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x=5+t \\ y=-9-2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $2x+y-1=0$. **B.** $-2x+y-1=0$. **C.** $x+2y+1=0$. **D.** $2x+3y-1=0$.

Câu 35: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1;2)$. Gọi A, B là hình chiếu của M lên Ox, Oy. Viết phương trình đường thẳng AB.

A. $x+2y-1=0$. **B.** $2x+y+2=0$. **C.** $2x+y-2=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Câu 36: Trong mặt phẳng tọa độ *Oxy*, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=3-5t \\ y=1+4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $4x-5y-7=0.$. **B.** $4x+5y-17=0.$. **C.** $4x-5y-17=0.$. **D.** $4x+5y+17=0.$

Câu 37: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d cắt hai trục Ox và Oy lần lượt tại hai điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ $(a \neq 0; b \neq 0)$. Viết phương trình đường thẳng d.

A. $d: \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=0$. **B.** $d: \frac{x}{a}-\frac{y}{b}=1$. **C.** $d: \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$. **D.** $d: \frac{x}{b}+\frac{y}{a}=1.$.

Câu 38: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4), B(-6;0)$ là:

A. $\frac{x}{6}+\frac{y}{4}=1$. **B.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{-6}=1$. **C.** $\frac{-x}{4}+\frac{y}{-6}=1$. **D.** $\frac{-x}{6}+\frac{y}{4}=1$.

Dạng 2.2 Viết phương trình đường thẳng đi qua một điểm vuông góc hoặc với đường thẳng cho trước

Câu 39: Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 3x-2y+1=0$ là:

A. $3x-2y-7=0$. **B.** $2x+3y+4=0$. **C.** $x+3y+5=0$. **D.** $2x+3y-3=0$.

Câu 40: Cho đường thẳng $d: 8x-6y+7=0$. Nếu đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng d thì Δ có phương trình là

A. $4x-3y=0$. **B.** $4x+3y=0$. **C.** $3x+4y=0$. **D.** $3x-4y=0$.

Câu 41: Đường thẳng đi qua điểm $A(1;11)$ và song song với đường thẳng $y=3x+5$ có phương trình là

A. $y=3x+11$. **B.** $y=(-3x+14)$. **C.** $y=3x+8$. **D.** $y=x+10$.

Câu 42: Lập phương trình đường đi qua $A(2;5)$ và song song với đường thẳng $(d): y=3x+4$?

A. $(\Delta): y=3x-2$. **B.** $(\Delta): y=3x-1$. **C.** $(\Delta): y=-\frac{1}{3}x-1$. **D.** $(\Delta): y=-3x-1$.

Câu 43: Trong hệ trục Oxy, đường thẳng d qua $M(1;1)$ và song song với đường thẳng $d': x+y-1=0$ có phương trình là

A. $x+y-1=0$. **B.** $x-y=0$. **C.** $-x+y-1=0$. **D.** $x+y-2=0$.

Câu 44: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x-y+4=0$.

A. $x+2y=0$. **B.** $x+2y-3=0$. **C.** $x+2y+3=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Câu 45: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=5t \\ y=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=5 \\ y=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=3-5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+5t \\ y=t \end{cases}$.

Câu 46: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(3;2)$, $P(4;0)$ và $Q(0;-2)$. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với PQ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=3+4t \\ y=2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \end{cases}$.

Câu 47: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A(-2;1)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh CD là $\begin{cases} x=1+4t \\ y=3t \end{cases}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng chứa cạnh AB.

A. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=-2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=1-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1-4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1+4t \end{cases}$.

Câu 48: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;5)$ và song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

A. $\begin{cases} x=-3+t \\ y=5-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+t \\ y=5+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-5+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5-t \\ y=-3+t \end{cases}$.

Câu 49: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(4;-7)$ và song song với trục Ox .

A. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=-7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4 \\ y=-7+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-7+t \\ y=4 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=-7 \end{cases}$.

Câu 50: Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 2x+3y-12=0$ có phương trình tổng quát là:

A. $2x+3y-8=0$. **B.** $2x+3y+8=0$. **C.** $4x+6y+1=0$. **D.** $4x-3y-8=0$.

Câu 51: Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua O và song song với đường thẳng $\Delta: 6x-4x+1=0$ là:

A. $3x-2y=0.$ **B.** $4x+6y=0.$ **C.** $3x+12y-1=0.$ **D.** $6x-4y-1=0.$

Câu 52: Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x+y-3=0$ có phương trình tổng quát là:

A. $2x+y=0$. **B.** $x-2y-3=0$. **C.** $x+y-1=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Câu 53: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(4;-3)$ và song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x=3-2t \\ y=1+3t \end{cases}$.

A. $3x+2y+6=0$. **B.** $-2x+3y+17=0$. **C.** $3x+2y-6=0$. **D.** $3x-2y+6=0$.

Câu 54: Cho tam giác ABC có $A(2;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;1)$. Đường thẳng d đi qua B và song song với AC có phương trình tổng quát là:

A. $5x-y+3=0$. **B.** $5x+y-3=0$. **C.** $x+5y-15=0$. **D.** $x-15y+15=0$.

Câu 55: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;0)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-2t\end{cases}$.

A. $2x+y+2=0$. **B.** $2x-y+2=0$. **C.** $x-2y+1=0$. **D.** $x+2y+1=0$.

Câu 56: Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-3t\\y=-2+5t\end{cases}$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases}x=-2-3t\\y=1+5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2+5t\\y=1+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=2+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+5t\\y=2+3t\end{cases}$.

Câu 57: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta:3x-13y+1=0$.

A. $\begin{cases}x=-1+13t\\y=2+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+13t\\y=-2+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1-13t\\y=2+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-13t\end{cases}$.

Câu 58: Viết phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $A(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:2x-y+4=0$.

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=t\\y=4+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\end{cases}$.

Câu 59: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;-5)$ và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.

A. $x+y-3=0$. **B.** $x-y-3=0$. **C.** $x+y+3=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Câu 60: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1)$ và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.

A. $x+y-4=0$. **B.** $x-y-4=0$. **C.** $x+y+4=0$. **D.** $x-y+4=0$.

Câu 61: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-4;0)$ và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.

A. $\begin{cases}x=t\\y=-4+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-4+t\\y=-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=4+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=4-t\end{cases}$.

Câu 62: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2)$ và song song với trục Ox.

A. $y+2=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $x-1=0$. **D.** $y-2=0$.

Câu 63: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(6;-10)$ và vuông góc với trục Oy.

A. $\begin{cases}x=10+t\\y=6\end{cases}$. **B.** $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-10\end{cases}$. **C.** $d:\begin{cases}x=6\\y=-10-t\end{cases}$. **D.** $d:\begin{cases}x=6\\y=-10+t\end{cases}$.

Dạng 2.3 Viết phương trình cạnh, đường cao, trung tuyến, phân giác của tam giác

Dạng 2.3.1 Phương trình đường cao của tam giác

Câu 64: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;2), B(3;1), C(5;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC?

A. $2x+3y-8=0$. **B.** $2x+3y+8=0$. **C.** $3x-2y+1=0$. **D.** $2x+3y-2=0$.

Câu 65: Cho ΔABC có $A(2;-1), B(4;5), C(-3;2)$. Đường cao AH của ΔABC có phương trình là

A. $7x+3y-11=0$. **B.** $-3x+7y+13=0$. **C.** $3x+7y+17=0$. **D.** $7x+3y+10=0$.

Câu 66: Trên mặt phẳng tọa độ $\mathrm{O}xy$, cho tam giác ABC có $A(1;2), B(3;1), C(5;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC?

A. $2x+3y-8=0$. **B.** $2x+3y+8=0$.

C. $3x-2y+1=0$. **D.** $2x+3y-2=0$.

Câu 67: Trong mặt phẳng cho tam giác ABC cân tại C có $B(2;-1)$, $A(4;3)$. Phương trình đường cao CH là

A. $x-2y-1=0$. **B.** $x-2y+1=0$. **C.** $2x+y-2=0$. **D.** $x+2y-5=0$.

Câu 68: Cho ΔABC có $A(2;-1), B(4;5), C(-3;2)$. Phương trình tổng quát của đường cao BH là

A. $3x+5y-37=0$. **B.** $5x-3y-5=0$. **C.** $3x-5y-13=0$. **D.** $3x+5y-20=0$.

Câu 69: Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A=(-3;2)$, $B=(-3;3)$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(6;5)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(0;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-3;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;0)$.

Câu 70: Cho tam giác ABC có $A(1;1)$, $B(0;-2)$, $C(4;2)$. Lập phương trình đường trung tuyến của tam giác ABC kẻ từ A.

A. $x+y-2=0$. **B.** $2x+y-3=0$. **C.** $x+2y-3=0$. **D.** $x-y=0$.

Câu 71: Đường trung trực của đoạn AB với $A(1;-4)$ và $B(5;2)$ có phương trình là:

A. $2x+3y-3=0$. **B.** $3x+2y+1=0$. **C.** $3x-y+4=0$. **D.** $x+y-1=0$.

Câu 72: Đường trung trực của đoạn AB với $A(4;-1)$ và $B(1;-4)$ có phương trình là:

A. $x+y=1$. **B.** $x+y=0$. **C.** $y-x=0$. **D.** $x-y=1$.

Câu 73: Đường trung trực của đoạn AB với $A(1;-4)$ và $B(1;2)$ có phương trình là:

A. $y+1=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $y-1=0$. **D.** $x-4y=0$.

Câu 74: Đường trung trực của đoạn AB với $A(1;-4)$ và $B(3;-4)$ có phương trình là :

A. $y+4=0$. **B.** $x+y-2=0$. **C.** $x-2=0$. **D.** $y-4=0$.

Câu 75: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A.

A. $7x+3y-11=0$. **B.** $-3x+7y+13=0$.

C. $3x+7y+1=0$. **D.** $7x+3y+13=0$.

Câu 76: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ B.

A. $3x-5y-13=0$. **B.** $3x+5y-20=0$.

C. $3x+5y-37=0$. **D.** $5x-3y-5=0$.

Câu 77: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ C.

A. $x+y-1=0.$ **B.** $x+3y-3=0.$ **C.** $3x+y+11=0.$ **D.** $3x-y+11=0.$

Dạng 2.3.2 Phương trình đường trung tuyến của tam giác

Câu 78: Cho tam giác ABC với $A(1;1)$, $B(0;-2)$, $C(4;2)$. Phương trình tổng quát của đường trung tuyến đi qua điểm B của tam giác ABC là

A. $7x+7y+14=0$. **B.** $5x-3y+1=0$. **C.** $3x+y-2=0$. **D.** $-7x+5y+10=0$.

Câu 79: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;3)$, $B(1;0)$, $C(-1;-2)$. Phương trình đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC là:

A. $2x-y-1=0$. **B.** $x-2y+4=0$. **C.** $x+2y-8=0$. **D.** $2x+y-7=0$.

Câu 80: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$ và $C(7;3)$. Viết phương trình tham số của đường trung tuyến CM của tam giác.

A. $\begin{cases} x=7 \\ y=3+5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-5t \\ y=-7 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=7+t \\ y=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2 \\ y=3-t \end{cases}$.

Câu 81: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;4)$, $B(5;0)$ và $C(2;1)$. Trung tuyến BM của tam giác đi qua điểm N có hoành độ bằng 20 thì tung độ bằng:

A. $-12.$ **B.** $-\frac{25}{2}.$ **C.** $-13.$ **D.** $-\frac{27}{2}.$

Dạng 2.3.3 Phương trình cạnh của tam giác

Câu 82: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB. Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x-2y-3=0$ và $6x-y-4=0$. Phương trình đường thẳng AC là

A. $3x-4y-5=0$. **B.** $3x+4y+5=0$. **C.** $3x-4y+5=0$. **D.** $3x+4y-5=0$.

Câu 83: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB là $x-y-2=0$, phương trình cạnh AC là $x+2y-5=0$. Biết trọng tâm của tam giác là điểm $G(3;2)$ và phương trình đường thẳng BC có dạng $x+my+n=0$. Tìm $m+n$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Dạng 2.3.4 Phương trình đường phân giác của tam giác

Câu 84: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$ và hai điểm $M(x_m;y_m)$, $N(x_n;y_n)$ không thuộc Δ. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. M, N khác phía so với Δ khi $(ax_m+by_m+c).(ax_n+by_n+c)>0.$

B. M, N cùng phía so với Δ khi $(ax_m+by_m+c).(ax_n+by_n+c)\ge 0.$

C. M, N khác phía so với Δ khi $(ax_m+by_m+c).(ax_n+by_n+c)\le 0.$

D. M, N cùng phía so với Δ khi $(ax_m+by_m+c).(ax_n+by_n+c)>0.$

Câu 85: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: 3x+4y-5=0$ và hai điểm $A(1;3)$, $B(2;m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A và B nằm cùng phía đối với d.

A. $m<0$. **B.** $m>-\frac{1}{4}$. **C.** $m>-1$. **D.** $m=-\frac{1}{4}$.

Câu 86: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-3t \end{cases}$ và hai điểm $A(1;2)$, $B(-2;m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A và B nằm cùng phía đối với d.

A. $m>13$. **B.** $m\ge 13$. **C.** $m<13$. **D.** $m=13$.

Câu 87: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi hai đường thẳng $\Delta_1: x+2y-3=0$ và $\Delta_2: 2x-y+3=0$.

A. $3x+y=0$ và $x-3y=0$. **B.** $3x+y=0$ và $x+3y-6=0$.

C. $3x+y=0$ và $-x+3y-6=0$. **D.** $3x+y+6=0$ và $x-3y-6=0$.

Câu 88: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi đường thẳng $\Delta: x+y=0$ và trục hoành.

A. $\left(1+\sqrt{2}\right)x+y=0$; $x-\left(1-\sqrt{2}\right)y=0$. **B.** $\left(1+\sqrt{2}\right)x+y=0$; $x+\left(1-\sqrt{2}\right)y=0$.

C. $\left(1+\sqrt{2}\right)x-y=0$; $x+\left(1-\sqrt{2}\right)y=0$. **D.** $x+\left(1+\sqrt{2}\right)y=0$; $x+\left(1-\sqrt{2}\right)y=0$.

Câu 89: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A\left(\frac{7}{4};3\right)$, $B(1;2)$ và $C(-4;3)$. Phương trình đường phân giác trong của góc A là:

A. $4x+2y-13=0$. **B.** $4x-8y+17=0$. **C.** $4x-2y-1=0$. **D.** $4x+8y-31=0$.

Câu 90: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;5)$, $B(-4;-5)$ và $C(4;-1)$. Phương trình đường phân giác ngoài của góc A là:

A. $y+5=0$. **B.** $y-5=0$. **C.** $x+1=0$. **D.** $x-1=0$.

Câu 91: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 3x-4y-3=0$ và $d_2: 12x+5y-12=0$. Phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A. $3x+11y-3=0$. **B.** $11x-3y-11=0$. **C.** $3x-11y-3=0$. **D.** $11x+3y-11=0$.

Câu 92: Cho tam giác ABC có phương trình cạnh $AB: 3x-4y-9=0$, cạnh $AC: 8x-6y+1=0$, cạnh $BC: x+y-5=0$. Phương trình đường phân giác trong của góc A là:

A. $14x+14y-17=0$. **B.** $2x-2y-19=0$. **C.** $2x+2y+19=0$. **D.** $14x-14y-17=0$.

Câu 93: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(1;-2)$, $B(2;-3)$, $C(3;0)$. Phương trình đường phân giác ngoài góc A của tam giác ABC là

A. $x=1$. **B.** $y=-2$. **C.** $2x+y=0$. **D.** $4x+y-2=0$.

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. XÁC ĐỊNH VÉCTƠ CHỈ PHƯƠNG, VÉC TƠ PHÁP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG THẲNG, HỆ SỐ GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $(d): ax+by+c=0,\ (a^2+b^2\neq 0)$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng (d)?

A. $\vec{n}=(a;-b)$. **B.** $\vec{n}=(b;a)$. **C.** $\vec{n}=(b;-a)$. **D.** $\vec{n}=(a;b)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có một vectơ pháp tuyến của đường thẳng (d) là $\vec{n}=(a;b)$.

Do đó chọn đáp án **D.** $\vec{n_1}=(-a;b)$.

Câu 2: Cho đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b)$, $a,b\in\mathbb{R}$. Xét các khẳng định sau:

1. Nếu $b=0$ thì đường thẳng d không có hệ số góc.

2. Nếu $b\neq 0$ thì hệ số góc của đường thẳng d là $\frac{a}{b}$.

3. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(b;-a)$.

4. Vectơ $k\vec{n}$, $k\in\mathbb{R}$ là vectơ pháp tuyến của d.

Có bao nhiêu khẳng định **sai**?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b)\Rightarrow$ phương trình $d: ax+by+c=0$.

Nếu $b=0$ thì đường thẳng $d: ax+c=0$ không có hệ số góc $\Rightarrow$ khẳng định 1 đúng.

Nếu $b\neq 0$ thì đường thẳng $d: y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ có hệ số góc là $-\frac{a}{b}\Rightarrow$ khẳng định 2 sai.

Với $\vec{u}=(b;-a)\Rightarrow \vec{u}.\vec{n}=0\Rightarrow \vec{u}\perp\vec{n}\Rightarrow\vec{u}$ là một vectơ chỉ phương của $d\Rightarrow$ khẳng định 3 đúng.

Chọn $k=0\in\mathbb{R}\Rightarrow k\vec{n}=(0;0)$ không phải là vectơ pháp tuyến của $d\Rightarrow$ khẳng định 4 sai.

Vậy có 2 mệnh đề sai.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+3=0$. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là

A. $\vec{n}=(1;-2)$ **B.** $\vec{n}=(2;1)$ **C.** $\vec{n}=(-2;3)$ **D.** $\vec{n}=(1;3)$

Lời giải

Chọn A

Câu 4: Cho đường thẳng $(d): 3x+2y-10=0$. Véc tơ nào sau đây là véctơ chỉ phương của (d)?

A. $\vec{u}=(3;2)$. **B.** $\vec{u}=(3;-2)$. **C.** $\vec{u}=(2;-3)$. **D.** $\vec{u}=(-2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng (d) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;2)$ nên (d) có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3)$.

Câu 5: Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=5-\frac{1}{2}t \\ y=-3+3t \end{cases}$ một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ có tọa độ

A. $(5;-3)$. **B.** $(6;1)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};3\right)$. **D.** $(-5;3)$.

Lời giải

Chọn B

$\Delta: \begin{cases} x=5-\frac{1}{2}t \\ y=-3+3t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(-\frac{1}{2};3\right)$ suy ra có một vectơ pháp tuyến là

$\vec{n}=\left(3;\frac{1}{2}\right)$. Do đó đường thẳng Δ cũng có một vectơ pháp tuyến có tọa độ $(6;1)$.

Câu 6: Trong hệ trục tọa độ Oxy, Véctơ nào là một véctơ pháp tuyến của đường thẳng $d: \begin{cases} x=-2-t \\ y=-1+2t \end{cases}$?

A. $\vec{n}(-2;-1)$. **B.** $\vec{n}(2;-1)$. **C.** $\vec{n}(-1;2)$. **D.** $\vec{n}(1;2)$.

Lời giải

Chọn A

Một VTCP của đường thẳng d là $\vec{u}(-1;2)$ $\Rightarrow$ một VTPT của d là $\vec{n}(-2;-1)$.

Câu 7: Vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-4t \\ y=-2+3t \end{cases}$ là:

A. $\vec{u}=(-4;3)$. **B.** $\vec{u}=(4;3)$. **C.** $\vec{u}=(3;4)$. **D.** $\vec{u}=(1;-2)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-4t\\y=-2+3t\end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-4;3)$.

Câu 8: Vector nào dưới đây là 1 vector chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox :

A. $\vec{u}=(1;0)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1)$. **C.** $\vec{u}=(1;1)$. **D.** $\vec{u}=(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Vector $\vec{i}=(1;0)$ là một vector chỉ phương của trục Ox

Các đường thẳng song song với trục Ox có 1 vector chỉ phương là $\vec{u}=\vec{i}=(1;0)$

Câu 9: Cho đường thẳng $d:7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là Vectơ chỉ phương của *d*?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng *d* có 1 VTPT là $\vec{n}=(7;3)$ nên *d* có 1 VTCP là $\vec{u}=(-3;7)$.

Câu 10: Cho đường thẳng $d:2x+3y-4=0$. Véctơ nào sau đây là véctơ pháp tuyến của đường thẳng d ?

A. $\overrightarrow{n_1}=(3;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(-4;-6)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(-2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng d : $\overrightarrow{n_1}=(-4;-6)$.

Câu 11: Cho đường thẳng d: $5x+3y-7=0$. Vectơ nào sau đây là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{n_1}=(3;5)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-5)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(5;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-5;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d: $5x+3y-7=0$ có vec tơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(5;3)$.

Ta có: $\vec{n}.\overrightarrow{n_2}=0$.

$\Rightarrow d$ có một vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{n_2}=(3;-5)$.

Câu 12: Cho đường thẳng $\Delta: x-2y+3=0$. Véc tơ nào sau đây **không là** véc tơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{u}=(4;-2)$. **B.** $\vec{v}=(-2;-1)$. **C.** $\vec{m}=(2;1)$. **D.** $\vec{q}=(4;2)$.

Lời giải

Chọn A

Nếu $\vec{u}$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ thì $k.\vec{u}, \forall k \neq 0$ cũng là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Từ phương trình đường thẳng Δ ta thấy đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương có toạ độ là $(2;1)$. Do đó véc tơ $\vec{u}=(4;-2)$ không phải là véc tơ chỉ phương của Δ.

Câu 13: Cho hai điểm $A=(1;2)$ và $B=(5;4)$. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là

A. $(-1;-2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(4;2)=2(2;1)$ suy ra vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB là $\overrightarrow{n_{AB}}=(-1;2)$.

Câu 14: Cho đường thẳng $d: 7x+3y-1=0$. Vectơ nào sau đây là Vectơ chỉ phương của đường thẳng *d*?

A. $\vec{u}=(7;3)$. **B.** $\vec{u}=(3;7)$. **C.** $\vec{u}=(-3;7)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng *d* có 1 VTPT là $\vec{n}=(7;3)$ nên *d* có 1 VTCP là $\vec{u}=(-3;7)$

Câu 15: Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $d: x-2y+2018=0$?

A. $\vec{n}_1(0;-2)$. **B.** $\vec{n}_3(-2;0)$. **C.** $\vec{n}_4(2;1)$. **D.** $\vec{n}_2(1;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d: x-2y+2018=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2(1;-2)$.

Câu 16: Vectơ nào trong các vectơ dưới đây là vectơ pháp tuyến của đường thẳng $y+2x-1=0$?

A. $(2;-1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-2;-1)$.

Lời giải

Chọn D

$(d): y+2x-1=0 \Leftrightarrow 2x+y-1=0$; (d) có VTPT là $\vec{n}=(2;1)$ hay $\vec{n}'=(-2;-1)$

Câu 17: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d: 2x-y+1=0$, một véctơ pháp tuyến của d là

A. $(-2;-1)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(-1;-2)$. **D.** $(1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Một véctơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}=(2;-1)$.

Câu 18: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: 2x-3y+4=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của *d*.

A. $\overrightarrow{u_4}=(3;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;3)$.

C. $\overrightarrow{u_1}=(2;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(3;2)$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $(2;-3)$. Do đó $\overrightarrow{u_3}=(3;2)$ là một vectơ chỉ phương của *d*.

Câu 19: Vectơ nào sau đây là một Vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: 6x-2y+3=0$?

A. $\vec{u}(1;3)$. **B.** $\vec{u}(6;2)$. **C.** $\vec{u}(-1;3)$. **D.** $\vec{u}(3;-1)$.

Lời giải

Chọn A

+) Một véctơ pháp tuyến của đường thẳng Δ là $\vec{n}(6;-2)$ nên véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}(1;3)$.

Câu 20: Cho hai điểm $M(2;3)$ và $N(-2;5)$. Đường thẳng MN có một vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u}=(4;2)$. **B.** $\vec{u}=(4;-2)$. **C.** $\vec{u}=(-4;-2)$. **D.** $\vec{u}=(-2;4)$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{MN}=(-4;2)$. Do đó vectơ chỉ phương của MN là $\vec{u}=(4;-2)$.

Câu 21: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-2y+1=0$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\vec{u}=(1;\,-2)$. **B.** $\vec{u}=(2;\,1)$. **C.** $\vec{u}=(2;\,-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;\,2)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d: x-2y+1=0$. có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2) \Rightarrow$ Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u}=(2;1)$.

Câu 22: Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-1)$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ pháp tuyến của d?

A. $\overrightarrow{n_1}=(-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-3;6)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;6)$.

Lời giải

Đường thẳng *d* có VTCP: $\vec{u}(2;-1) \longrightarrow$ VTPT $\vec{n}(1;2)$ hoặc $3\vec{n}=(3;6)$. **Chọn D**

Câu 23: Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(4;-2)$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;-4)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-2;4)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;1)$.

Lời giải

Đường thẳng d có VTPT: $\vec{n}(4;-2) \longrightarrow$ VTCP $\vec{u}(2;4)$ hoặc $\frac{1}{2}\vec{u}=(1;2)$. **Chọn C**

Câu 24: Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-4)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-4;-3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-4)$.

Lời giải

$$\begin{cases}\vec{u}_d=(3;-4)\\ \Delta\perp d\end{cases} \longrightarrow \vec{n}_\Delta=\vec{u}_d=(3;-4).$$ **Chọn D**

Câu 25: Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;-5)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(5;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-5;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-5)$.

Lời giải

$$\begin{cases}\vec{n}_d=(-2;-5)\\ \Delta\perp d\end{cases} \longrightarrow \vec{u}_\Delta=\vec{n}_d=(-2;-5) \text{ hay chọn } -\vec{n}_\Delta=(2;5).$$ **Chọn C**

Câu 26: Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-4)$. Đường thẳng Δ song song với d có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(-4;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;4)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-4)$.

Lời giải

$$\begin{cases}\vec{u}_d=(3;-4)\\ \Delta\parallel d\end{cases} \longrightarrow \vec{u}_\Delta=\vec{u}_d=(3;-4) \longrightarrow \vec{n}_\Delta=(4;3).$$ **Chọn A**

Câu 27: Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(-2;-5)$. Đường thẳng Δ song song với d có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_1}=(5;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-5;-2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-5)$.

Lời giải

$$\begin{cases}\vec{n}_d=(-2;-5)\\ \Delta\parallel d\end{cases} \longrightarrow \vec{n}_\Delta=\vec{u}_d=(-2;-5) \longrightarrow \vec{u}_\Delta=(5;-2).$$ **Chọn A**

DẠNG 2. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Dạng 2.1 Viết phương trình đường thẳng khi biết VTPT hoặc VTCP, HỆ SỐ GÓC và 1 điểm đi qua

Câu 28: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;3)$ và $B(4;-1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng AB?

A. $x+y-3=0$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $\frac{x-4}{6}=\frac{y-1}{-4}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\ y=1-2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Bốn phương trình đã cho trong bốn phương án đều là phương trình của đường thẳng.

Thay lần lượt tọa độ của A, B vào từng phương án ta thấy tọa độ của cả A và B đều thỏa phương án D.

Câu 29: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;-1)$ và $B(2;5)$ là

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -6t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 6t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 6t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (0;6)$.

Phương trình đường thẳng AB đi qua A và có vecto chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (0;6)$ là

$\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$

Câu 30: Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(-6;2)$. Phương trình nào dưới đây không phải là phương trình tham số của đường thẳng AB?

A. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -3t \\ y = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -6 - 3t \\ y = 2 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

- **Cách 1:** Thay tọa độ các điểm A, B lần lượt vào các phương trình trong các phương án trên thì thấy phương án B không thỏa mãn.
- **Cách 2:** Nhận thấy rằng các phương trình ở các phương án A, C, D thì vectơ chỉ phương của các đường thẳng đó cùng phương, riêng chỉ có phương án B thì không. Do đó lựa **Chọn B**

Câu 31: Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(1;-2)$, $N(4;3)$ là

A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 4 + 5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (3;5)$ và đi qua $M(1;-2)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$.

Câu 32: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1), B(-6;2)$ là

A. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -6 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-9;3) \Rightarrow \overrightarrow{u_{AB}} = (3;-1)$.

Suy ra phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = 3+3t \\ y = -1-t \end{cases}$.

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ, cho hai điểm $A(3;0), B(0;2)$ và đường thẳng $d: x+y=0$. Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ qua A và song song với d.

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 3-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = t \\ y = 3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 3+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có Δ song song với d nên $\Delta: x+y+C=0\,(C \neq 0)$.

Δ qua $A(3;0)$, suy ra $3+0+C=0 \Leftrightarrow C=-3$

Như vậy $\Delta: x+y-3=0$

Vậy Δ có phương trình tham số: $\begin{cases} x = t \\ y = 3-t \end{cases}$.

Câu 34: Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 5+t \\ y = -9-2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $2x+y-1=0$. **B.** $-2x+y-1=0$. **C.** $x+2y+1=0$. **D.** $2x+3y-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 5+t \\ y = -9-2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = x-5 \\ y = -9-2t \end{cases} \Rightarrow y = -9-2(x-5) \Leftrightarrow 2x+y-1=0$.

Câu 35: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(1;2)$. Gọi A,B là hình chiếu của M lên Ox,Oy. Viết phương trình đường thẳng AB.

A. $x+2y-1=0$. **B.** $2x+y+2=0$. **C.** $2x+y-2=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Lời giải:

Chọn C

Ta có hình chiếu của điểm $M(1;2)$ lên Ox,Oy lần lượt là A và **B.** Do đó phương trình đường thẳng AB là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}=1 \Leftrightarrow 2x+y-2=0$.

Câu 36: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3-5t \\ y = 1+4t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $4x-5y-7=0$.. **B.** $4x+5y-17=0$.. **C.** $4x-5y-17=0$.. **D.** $4x+5y+17=0$.

Lời giải

Chọn.B.

$$d:\begin{cases}x=3-5t\\y=1+4t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\Leftrightarrow\begin{cases}t=\dfrac{3-x}{5}\\t=\dfrac{y-1}{4}\end{cases}\Rightarrow\dfrac{3-x}{5}=\dfrac{y-1}{4}\Leftrightarrow 4x+5y-17=0$$

Đáp án **B.**

Câu 37: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng d cắt hai trục Ox và Oy lần lượt tại hai điểm $A(a;0)$ và $B(0;b)$ $(a\neq 0;b\neq 0)$. Viết phương trình đường thẳng *d.*

A. $d:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=0$. **B.** $d:\dfrac{x}{a}-\dfrac{y}{b}=1$. **C.** $d:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$. **D.** $d:\dfrac{x}{b}+\dfrac{y}{a}=1$..

Lời giải

Phương trình đoạn chắn của đường thẳng $d:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.

Câu 38: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;4),B(-6;0)$ là:

A. $\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{4}=1$. **B.** $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-6}=1$. **C.** $\dfrac{-x}{4}+\dfrac{y}{-6}=1$. **D.** $\dfrac{-x}{6}+\dfrac{y}{4}=1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $M(a;0),N(0;b)$ với $a,b\neq 0$ là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$.

Áp dụng phương trình trên ta chọn phương án D.

Dạng 2.2 Viết phương trình đường thẳng đi qua một điểm vuông góc hoặc với đường thẳng cho trước

Câu 39: Phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta:3x-2y+1=0$ là:

A. $3x-2y-7=0$. **B.** $2x+3y+4=0$. **C.** $x+3y+5=0$. **D.** $2x+3y-3=0$.

Lời giải

Chọn B

Do $d\perp\Delta\Rightarrow\overrightarrow{n_d}(2;3)$

Mà đường thẳng d đi qua $A(1;-2)$ nên ta có phương trình:

$2(x-1)+3(y+2)=0\Leftrightarrow 2x+3y+4=0$.

Vậy phương trình đường thẳng $d:2x+3y+4=0$.

Câu 40: Cho đường thẳng $d:8x-6y+7=0$. Nếu đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và vuông góc với đường thẳng *d* thì Δ có phương trình là

A. $4x-3y=0$. **B.** $4x+3y=0$. **C.** $3x+4y=0$. **D.** $3x-4y=0$.

Lời giải

Chọn C

Vì Δ vuông góc với đường thẳng $d: 8x-6y+7=0$ nên phương trình $\Delta: 6x+8y+C=0$

Mà Δ đi qua gốc tọa độ nên ta có: $6.0+8.0+C=0 \Leftrightarrow C=0$.

Vậy phương trình $\Delta: 6x+8y=0$ hay $\Delta: 3x+4y=0$

Câu 41: Đường thẳng đi qua điểm $A(1;11)$ và song song với đường thẳng $y=3x+5$ có phương trình là

A. $y=3x+11$. **B.** $y=(-3x+14)$. **C.** $y=3x+8$. **D.** $y=x+10$.

Lời giải

Chọn C

Gọi (d) là đường thẳng cần tìm. Vì (d) song song với đường thẳng $y=3x+5$ nên (d) có phương trình $y=3x+a$, $a\neq 5$.

Vì (d) đi qua điểm $A(1;11)$ nên ta có $11=3\cdot 1+a \Rightarrow a=8$.

Vậy phương trình đường thẳng (d) cần tìm là $y=3x+8$.

Câu 42: Lập phương trình đường đi qua $A(2;5)$ và song song với đường thẳng $(d): y=3x+4$?

A. $(\Delta): y=3x-2$. **B.** $(\Delta): y=3x-1$. **C.** $(\Delta): y=-\dfrac{1}{3}x-1$. **D.** $(\Delta): y=-3x-1$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (Δ) là đường thẳng cần tìm.

+) $(\Delta)//(d): y=3x+4$. Suy ra phương trình (Δ) có dạng $y=3x+b$, $b\neq 4$.

Có $A(2;5)\in\Delta \Leftrightarrow 5=6+b \Leftrightarrow b=-1$

Vậy $(\Delta): y=3x-1$.

Câu 43: Trong hệ trục Oxy, đường thẳng d qua $M(1;1)$ và song song với đường thẳng $d': x+y-1=0$ có phương trình là

A. $x+y-1=0$. **B.** $x-y=0$. **C.** $-x+y-1=0$. **D.** $x+y-2=0$.

Lời giải

Chọn D

Do đường thẳng d song song với đường thẳng $d': x+y-1=0$ nên đường thẳng d nhận véc tơ $\vec{n}=(1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến.

Khi đó đường thẳng d qua $M(1;1)$ và nhận véc tơ $\vec{n}=(1;1)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là $x+y-2=0$.

Câu 44: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x-y+4=0$.

A. $x+2y=0$. **B.** $x+2y-3=0$. **C.** $x+2y+3=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đường thẳng vuông góc với $2x-y+4=0$ có phương trình $x+2y+m=0$, mà đường thẳng này đi qua điểm $I(-1;2)$, suy ra $-1+2.2+m=0 \Leftrightarrow m=-3$.

Vậy đường thẳng cần tìm có phương trình $x+2y-3=0$.

Câu 45: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(2;0)$, $B(0;3)$ và $C(-3;-1)$. Đường thẳng đi qua điểm B và song song với AC có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=5t \\ y=3+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=5 \\ y=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=3-5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3+5t \\ y=t \end{cases}$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua B và song song với AC. Ta có

$$\begin{cases} B(0;3)\in d \\ \vec{u}_d=\overrightarrow{AC}=(-5;-1)=-1.(5;1) \end{cases} \longrightarrow d:\begin{cases} x=5t \\ y=3+t \end{cases}(t\in\mathbb{R}) \longrightarrow$$ **Chọn A**

Câu 46: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(3;2)$, $P(4;0)$ và $Q(0;-2)$. Đường thẳng đi qua điểm A và song song với PQ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=3+4t \\ y=2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-2t \\ y=2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2+t \end{cases}$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua A và song song với PQ.

Ta có: $\begin{cases} A(3;2)\in d \\ \vec{u}_d=\overrightarrow{PQ}=(-4;-2)=-2(2;1) \end{cases} \to d:\begin{cases} x=3+2t \\ y=2+t \end{cases}$

$$\xrightarrow{t=-2} M(-1;0)\in d \to d:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=t \end{cases}(t\in\mathbb{R}).$$ **Chọn C**

Câu 47: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình bình hành $ABCD$ có đỉnh $A(-2;1)$ và phương trình đường thẳng chứa cạnh CD là $\begin{cases} x=1+4t \\ y=3t \end{cases}$. Viết phương trình tham số của đường thẳng chứa cạnh AB.

A. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=-2-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=1-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1-4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1+4t \end{cases}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(-2;1)\in AB,\ \vec{u}_{CD}=(4;3) \\ AB \parallel CD \to \vec{u}_{AB}=-\vec{u}_{CD}=(-4;-3) \end{cases} \longrightarrow AB:\begin{cases} x=-2-4t \\ y=1-3t \end{cases}(t\in\mathbb{R}).$$ **Chọn B**

Câu 48: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-3;5)$ và song song với đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

A. $\begin{cases} x=-3+t \\ y=5-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+t \\ y=5+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-5+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=5-t \\ y=-3+t \end{cases}$.

Lời giải

Góc phần tư: $x-y=0 \longrightarrow VTCP: \vec{u}(1;1)=\vec{u}_d \longrightarrow d:\begin{cases} x=-3+t \\ y=5+t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Chọn B

Câu 49: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(4;-7)$ và song song với trục Ox .

A. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=-7t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4 \\ y=-7+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-7+t \\ y=4 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=-7 \end{cases}$.

Lời giải

$\vec{u}_{Ox}=(1;0) \longrightarrow \vec{u}_d=(1;0) \longrightarrow d:\begin{cases} x=4+t \\ y=-7 \end{cases} \xrightarrow{t=-4} A(0;-7)\in d \to d:\begin{cases} x=t \\ y=-7 \end{cases}$.

Chọn D

Câu 50: Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 2x+3y-12=0$ có phương trình tổng quát là:

A. $2x+3y-8=0$. **B.** $2x+3y+8=0$. **C.** $4x+6y+1=0$. **D.** $4x-3y-8=0$.

Lời giải

$\begin{cases} M(1;2)\in d \\ d \parallel \Delta: 2x+3y-12=0 \end{cases} \to \begin{cases} M(1;2)\in d \\ d: 2x+3y+c=0 (c\neq -12) \end{cases}$

$\to 2.1+3.2+c=0 \Leftrightarrow c=-8$. Vậy $d: 2x+3y-8=0$. **Chọn A**

Câu 51: Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua O và song song với đường thẳng $\Delta: 6x-4x+1=0$ là:

A. $3x-2y=0$. **B.** $4x+6y=0$. **C.** $3x+12y-1=0$. **D.** $6x-4y-1=0$.

Lời giải

$\begin{cases} O(0;0)\in d \\ d \parallel \Delta: 6x-4x+1=0 \end{cases} \to \begin{cases} O(0;0)\in d \\ d: 6x-4x+c=0\ (c\neq 1) \end{cases} \longrightarrow 6.0-4.0+c=0 \Leftrightarrow c=0.$

Vậy $d: 6x-4y=0 \Leftrightarrow d: 3x-2y=0$. **Chọn A**

Câu 52: Đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x+y-3=0$ có phương trình tổng quát là:

A. $2x+y=0$. **B.** $x-2y-3=0$. **C.** $x+y-1=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Lời giải

$\begin{cases} M(-1;2) \in d \\ d \perp \Delta: 2x+y-3=0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} M(-1;2) \in d \\ d: x-2y+c=0 \end{cases} \longrightarrow -1-2.2+c=0 \Leftrightarrow c=5.$

Vậy $d: x-2y+5=0$. **Chọn D**

Câu 53: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(4;-3)$ và song song với đường thẳng $d: \begin{cases} x=3-2t \\ y=1+3t \end{cases}$.

A. $3x+2y+6=0$. **B.** $-2x+3y+17=0$. **C.** $3x+2y-6=0$. **D.** $3x-2y+6=0$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} A(4;-3) \in d \\ \vec{u}_d=(-2;3) \\ \Delta \parallel d \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A(4;-3) \in d \\ \vec{u}_\Delta=(-2;3) \rightarrow \vec{n}_\Delta=(3;2) \end{cases}$

$\rightarrow \Delta: 3(x-4)+2(y+3)=0 \Leftrightarrow \Delta: 3x+2y-6=0.$

Câu 54: Cho tam giác ABC có $A(2;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;1)$. Đường thẳng d đi qua B và song song với AC có phương trình tổng quát là:

A. $5x-y+3=0$. **B.** $5x+y-3=0$. **C.** $x+5y-15=0$. **D.** $x-15y+15=0$.

Lời giải

$\begin{cases} B(0;3) \in d \\ \vec{u}_{AC}=\overrightarrow{AC}=(-5;1) \\ d \parallel AC \end{cases} \rightarrow \begin{cases} B(0;3) \in d \\ \vec{n}_d=(1;5) \end{cases}$

$\rightarrow d: 1(x-0)+5(y-3)=0 \Leftrightarrow d: x+5y-15=0.$

Câu 55: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;0)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=-2t \end{cases}$.

A. $2x+y+2=0$. **B.** $2x-y+2=0$. **C.** $x-2y+1=0$. **D.** $x+2y+1=0$.

Lời giải

$\begin{cases} M(-1;0) \in d \\ \vec{u}_\Delta=(1;-2) \\ d \perp \Delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(-1;0) \in d \\ \vec{n}_d=(1;-2) \end{cases} \rightarrow d: 1(x+1)-2(y-0)=0 \Leftrightarrow d: x-2y+1=0.$

Chọn C

Câu 56: Đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1-3t \\ y=-2+5t \end{cases}$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=-2-3t \\ y=1+5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2+5t \\ y=1+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=2+5t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+5t \\ y=2+3t \end{cases}$.

Lời giải

$$\begin{cases} M(-2;1)\in d \\ \vec{u}_\Delta=(-3;5) \\ d\perp\Delta \end{cases} \to \begin{cases} M(-2;1)\in d \\ \vec{n}_d=(-3;5)\to\vec{u}_d=(5;3) \end{cases} \to d:\begin{cases} x=-2+5t \\ y=1+3t \end{cases} (t\in\mathbb{R}).$$ **Chọn B**

Câu 57: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 3x-13y+1=0$.

A. $\begin{cases} x=-1+13t \\ y=2+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+13t \\ y=-2+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1-13t \\ y=2+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=2-13t \end{cases}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(-1;2)\in d \\ \vec{n}_\Delta=(3;-13) \\ d\parallel\Delta \end{cases} \to \begin{cases} A(-1;2)\in d \\ \vec{n}_d=(3;-13)\to\vec{u}_d=(13;3) \end{cases} \to d:\begin{cases} x=-1+13t \\ y=2+3t \end{cases} (t\in\mathbb{R}).$$ **Chọn A**

Câu 58: Viết phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $A(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x-y+4=0$.

A. $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=t \\ y=4+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \end{cases}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(-1;2)\in d \\ \vec{n}_\Delta=(2;-1) \\ d\perp\Delta \end{cases} \to \begin{cases} A(-1;2)\in d \\ \vec{u}_d=(2;-1) \end{cases} \to d:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \end{cases} (t\in\mathbb{R}).$$ **Chọn A**

Câu 59: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;-5)$ và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.

A. $x+y-3=0$. **B.** $x-y-3=0$. **C.** $x+y+3=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

Lời giải

$$\begin{cases} M(-2;-5)\in d \\ (\text{I}): x-y=0\ (\Delta) \\ d\parallel\Delta \end{cases} \to \begin{cases} M(-2;-5)=0 \\ d: x-y+c=0\ (c\neq 0) \end{cases} \to -2-(-5)+c=0 \Leftrightarrow c=-3.$$

Vậy $d: x-y-3=0$. **Chọn B**

Câu 60: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(3;-1)$ và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.

A. $x+y-4=0$. **B.** $x-y-4=0$. **C.** $x+y+4=0$. **D.** $x-y+4=0$.

Lời giải

$$\begin{cases} M(3;-1) \in d \\ (\text{II}): x+y=0\ (\Delta) \\ d \perp \Delta \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M(3;-1) \\ d: x-y+c=0 \end{cases}$$

$$\rightarrow 3-(-1)+c=0 \Leftrightarrow c=-4 \rightarrow d: x-y-4=0.$$

Câu 61: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(-4;0)$ và vuông góc với đường phân giác góc phần tư thứ hai.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=-4+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-4+t \\ y=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=4+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=4-t \end{cases}$.

Lời giải

$$\begin{cases} M(-4;0) \in d \\ (\text{II}): x+y=0\ (\Delta) \rightarrow \vec{n}_\Delta=(1;1) \\ d \perp \Delta \rightarrow \vec{u}_d=(1;1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=-4+t \\ y=t \end{cases} \xrightarrow{t=4} A(0;4) \in d$$

$$\rightarrow d: \begin{cases} x=t \\ y=4+t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

Câu 62: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $M(-1;2)$ và song song với trục Ox.

A. $y+2=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $x-1=0$. **D.** $y-2=0$.

Lời giải

$$\begin{cases} M(-1;2) \in d \\ d \parallel Ox: y=0 \end{cases} \longrightarrow d: y=2.$$ **Chọn D**

Câu 63: Viết phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $M(6;-10)$ và vuông góc với trục Oy.

A. $\begin{cases} x=10+t \\ y=6 \end{cases}$. **B.** $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-10 \end{cases}$. **C.** $d: \begin{cases} x=6 \\ y=-10-t \end{cases}$. **D.** $d: \begin{cases} x=6 \\ y=-10+t \end{cases}$.

Lời giải

$$\begin{cases} M(6;-10) \in d \\ d \perp Oy: x=0 \rightarrow \vec{u}_d=(1;0) \end{cases} \longrightarrow d: \begin{cases} x=6+t \\ y=-10 \end{cases} \xrightarrow{t=-4} A(2;-10) \in d$$

$$\rightarrow d: \begin{cases} x=2+t \\ y=-10 \end{cases}.$$

Dạng 2.3 Viết phương trình cạnh, đường cao, trung tuyến, phân giác của tam giác

Dạng 2.3.1 Phương trình đường cao của tam giác

Câu 64: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;2), B(3;1), C(5;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC?

A. $2x+3y-8=0$. **B.** $2x+3y+8=0$. **C.** $3x-2y+1=0$. **D.** $2x+3y-2=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi AH là đường cao kẻ từ A của ΔABC. Ta có: $AH \perp BC \Rightarrow vtpt\ AH$ là $\overrightarrow{BC}=(2;3)$.

Phương trình $AH: 2(x-1)+3(y-2)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-8=0$..

Câu 65: Cho ΔABC có $A(2;-1), B(4;5), C(-3;2)$. Đường cao AH của ΔABC có phương trình là

A. $7x+3y-11=0$. **B.** $-3x+7y+13=0$. **C.** $3x+7y+17=0$. **D.** $7x+3y+10=0$.

Lời giải

Đường cao AH đi qua điểm $A(2;-1)$ và có VTPT là $\overrightarrow{BC}=(-7;-3)$.

Vậy phương trình AH là $-7(x-2)-3(y+1)=0 \Leftrightarrow 7x+3y-11=0$.

Câu 66: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;2), B(3;1), C(5;4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình đường cao kẻ từ A của tam giác ABC?

A. $2x+3y-8=0$. **B.** $2x+3y+8=0$.

C. $3x-2y+1=0$. **D.** $2x+3y-2=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{BC}=(2;3)$

Đường cao kẻ từ A của tam giác ABC nhận $\overrightarrow{BC}=(2;3)$ làm vectơ pháp tuyến và đi qua điểm A nên có phương trình: $2(x-1)+3(y-2)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-8=0$.

Câu 67: Trong mặt phẳng cho tam giác ABC cân tại C có $B(2;-1)$, $A(4;3)$. Phương trình đường cao CH là

A. $x-2y-1=0$. **B.** $x-2y+1=0$. **C.** $2x+y-2=0$. **D.** $x+2y-5=0$.

Lời giải

Chọn D

Tam giác ABC cân tại C nên H là trung điểm của AB và $CH \perp AB$.

Có $H(3;1)$ và $\overrightarrow{AB}=(-2;-4)=-2(1;2)$.

Vậy phương trình đường cao CH là $1(x-3)+2(y-1)=0 \Leftrightarrow x+2y-5=0$.

Câu 68: Cho ΔABC có $A(2;-1), B(4;5), C(-3;2)$. Phương trình tổng quát của đường cao BH là

A. $3x+5y-37=0$. **B.** $5x-3y-5=0$. **C.** $3x-5y-13=0$. **D.** $3x+5y-20=0$.

Lời giải

Chọn B

Do $BH \perp AC \Rightarrow$ Chọn VTPT của BH là $\overrightarrow{n_{BH}}=\overrightarrow{CA}=(5;-3)$.

Phương trình tổng quát của $BH: 5(x-4)-3(y-5)=0 \Leftrightarrow 5x-3y-5=0$.

Câu 69: Đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A=(-3;2)$, $B=(-3;3)$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\overrightarrow{n_1}=(6;5)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(0;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(-3;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;0)$.

Lời giải

Gọi d là trung trực đoạn AB, ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(0;1) \\ d \perp AB \end{cases} \longrightarrow \vec{n}_d=\overrightarrow{AB}=(0;1)$. **Chọn B**

Câu 70: Cho tam giác ABC có $A(1;1)$, $B(0;-2)$, $C(4;2)$. Lập phương trình đường trung tuyến của tam giác ABC kẻ từ A.

A. $x+y-2=0$. **B.** $2x+y-3=0$. **C.** $x+2y-3=0$. **D.** $x-y=0$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm của BC. Ta cần viết phương trình đường thẳng AM.

Ta có :

$$\begin{cases} B(0;-2) \\ C(4;2) \end{cases} \to M(2;0) \to \vec{u}_{AM}=\overrightarrow{AM}=(1;-1) \to \vec{n}_{AM}=(1;1) \to AM: x+y-2=0.$$ **Chọn A**

Câu 71: Đường trung trực của đoạn AB với $A(1;-4)$ và $B(5;2)$ có phương trình là:

A. $2x+3y-3=0$. **B.** $3x+2y+1=0$. **C.** $3x-y+4=0$. **D.** $x+y-1=0$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB. Ta có

$$\begin{cases} A(1;-4), B(5;2) \to I(3;-1) \in d \\ d \perp AB \to \vec{n}_d=\overrightarrow{AB}=(4;6)=2(2;3) \end{cases} \longrightarrow d: 2x+3y-3=0.$$ **Chọn A**

Câu 72: Đường trung trực của đoạn AB với $A(4;-1)$ và $B(1;-4)$ có phương trình là:

A. $x+y=1$. **B.** $x+y=0$. **C.** $y-x=0$. **D.** $x-y=1$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB. Ta có

$$\begin{cases} A(4;-1), B(1;-4) \to I\left(\dfrac{5}{2};-\dfrac{5}{2}\right) \in d \\ d \perp AB \to \vec{n}_d=\overrightarrow{AB}=(-3;-3)=-3(1;1) \end{cases} \longrightarrow d: x+y=0.$$ **Chọn B**

Câu 73: Đường trung trực của đoạn AB với $A(1;-4)$ và $B(1;2)$ có phương trình là:

A. $y+1=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $y-1=0$. **D.** $x-4y=0$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB. Ta có

$$\begin{cases} A(1;-4), B(1;2) \to I(1;-1) \in d \\ d \perp AB \to \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (0;6) = 6(0;1) \end{cases} \longrightarrow d: y+1=0.$$ **Chọn A**

Câu 74: Đường trung trực của đoạn AB với $A(1;-4)$ và $B(3;-4)$ có phương trình là :

A. $y+4=0.$ **B.** $x+y-2=0.$ **C.** $x-2=0.$ **D.** $y-4=0.$

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB và d là trung trực đoạn AB. Ta có

$$\begin{cases} A(1;-4), B(3;-4) \to I(2;-4) \in d \\ d \perp AB \to \vec{n}_d = \overrightarrow{AB} = (2;0) = 2(1;0) \end{cases} \longrightarrow d: x-2=0.$$ **Chọn C**

Câu 75: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A.

A. $7x+3y-11=0.$ **B.** $-3x+7y+13=0.$
C. $3x+7y+1=0.$ **D.** $7x+3y+13=0.$

Lời giải

Gọi h_A là đường cao kẻ từ A của tam giác ABC. Ta có

$$\begin{cases} A(2;-1) \in h_A \\ h_A \perp BC \to \vec{n}_{h_A} = \overrightarrow{BC} = (-7;-3) = -(7;3) \end{cases} \to h_A: 7x+3y-11=0.$$ **Chọn A**

Câu 76: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ B.

A. $3x-5y-13=0.$ **B.** $3x+5y-20=0.$
C. $3x+5y-37=0.$ **D.** $5x-3y-5=0.$

Lời giải

Gọi h_B là đường cao kẻ từ B của tam giác ABC. Ta có

$$\begin{cases} B(4;5) \in h_B \\ h_B \perp AC \to \vec{n}_{h_B} = \overrightarrow{AC} = (-5;3) = -(5;-3) \end{cases} \to h_B: 5x-3y-5=0.$$ **Chọn D**

Câu 77: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ C.

A. $x+y-1=0.$ **B.** $x+3y-3=0.$ **C.** $3x+y+11=0.$ **D.** $3x-y+11=0.$

Lời giải

Gọi h_C là đường cao kẻ từ C của tam giác ABC. Ta có

$$\begin{cases} C(-3;2) \in h_C \\ h_C \perp AB \to \vec{n}_{h_C} = \overrightarrow{AB} = (2;6) = 2(1;3) \end{cases} \to h_C: x+3y-3=0.$$ **Chọn B**

Dạng 2.3.2 Phương trình đường trung tuyến của tam giác

Câu 78: Cho tam giác ABC với $A(1;1)$, $B(0;-2)$, $C(4;2)$. Phương trình tổng quát của đường trung tuyến đi qua điểm B của tam giác ABC là

A. $7x+7y+14=0$. **B.** $5x-3y+1=0$. **C.** $3x+y-2=0$. **D.** $-7x+5y+10=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm của cạnh $AC \Rightarrow M\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{BM}=\left(\frac{5}{2};\frac{7}{2}\right)$.

Đường trung tuyến BM nhận $\vec{n}=(-7;5)$ làm một véctơ pháp tuyến. Vậy phương trình tổng quát của đường trung tuyến qua điểm B của tam giác ABC là:

$$-7x+5(y+2)=0 \Leftrightarrow -7x+5y+10=0.$$

Câu 79: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;3)$, $B(1;0)$, $C(-1;-2)$. Phương trình đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC là:

A. $2x-y-1=0$. **B.** $x-2y+4=0$. **C.** $x+2y-8=0$. **D.** $2x+y-7=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow I(0;-1)$

Ta có $\overrightarrow{AI}=(-2;-4) \Rightarrow \vec{n}=(2;-1)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng AI.

Phương trình đường thẳng AI là: $2(x-2)-(y-3)=0 \Leftrightarrow 2x-y-1=0$

Câu 80: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;4)$, $B(3;2)$ và $C(7;3)$. Viết phương trình tham số của đường trung tuyến CM của tam giác.

A. $\begin{cases} x=7 \\ y=3+5t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-5t \\ y=-7 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=7+t \\ y=3 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2 \\ y=3-t \end{cases}$.

Lời giải

$\begin{cases} A(1;4) \\ B(3;2) \end{cases} \rightarrow M(2;3) \rightarrow \overrightarrow{MC}=(5;0)=5(1;0) \rightarrow CM:\begin{cases} x=7+t \\ y=3 \end{cases} (t\in\mathbb{R})$. **Chọn C**

Câu 81: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(2;4)$, $B(5;0)$ và $C(2;1)$. Trung tuyến BM của tam giác đi qua điểm N có hoành độ bằng 20 thì tung độ bằng:

A. -12. **B.** $-\frac{25}{2}$. **C.** -13. **D.** $-\frac{27}{2}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(2;4) \\ C(2;1) \end{cases} \longrightarrow M\left(2;\frac{5}{2}\right) \rightarrow \overrightarrow{MB}=\left(3;-\frac{5}{2}\right)=\frac{1}{2}(6;-5) \longrightarrow MB:\begin{cases} x=5+6t \\ y=-5t \end{cases}.$$

Ta có: $N(20; y_N) \in BM \longrightarrow \begin{cases} 20 = 5 + 6t \\ y_N = -5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \dfrac{5}{2} \\ y_N = -\dfrac{25}{2} \end{cases} \longrightarrow$ **Chọn B**

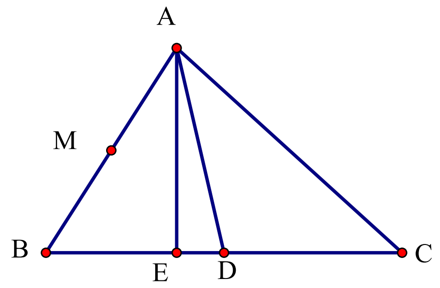
Dạng 2.3.3 Phương trình cạnh của tam giác

Câu 82: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $M(2;0)$ là trung điểm của cạnh AB. Đường trung tuyến và đường cao qua đỉnh A lần lượt có phương trình là $7x - 2y - 3 = 0$ và $6x - y - 4 = 0$. Phương trình đường thẳng AC là

A. $3x - 4y - 5 = 0$. **B.** $3x + 4y + 5 = 0$. **C.** $3x - 4y + 5 = 0$. **D.** $3x + 4y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C



+) Gọi AH và AD lần lượt là các đường cao và trung tuyến kẻ từ A của tam giác ABC.

+) Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ 6x - y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(1;2)$.

+) M là trung điểm của AB nên $\begin{cases} x_B = 2x_M - x_A = 3 \\ y_B = 2y_M - y_A = -2 \end{cases} \Rightarrow B(3;-2)$.

+) Đường thẳng BC đi qua $B(3;-2)$ và vuông góc với đường thẳng $AH: 6x - y - 4 = 0$ nên có phương trình $x - 3 + 6(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 6y + 9 = 0$.

+) D là giao điểm của BC và AN nên tọa độ D là nghiệm của hệ

$\begin{cases} 7x - 2y - 3 = 0 \\ x + 6y + 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow D\left(0; -\dfrac{3}{2}\right)$ mà D là trung điểm của BC suy ra $C(-3;-1)$

+) Đường thẳng AC đi qua $A(1;2)$ và $C(-3;-1)$ có phương trình là $3x - 4y + 5 = 0$.

Câu 83: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình cạnh AB là $x - y - 2 = 0$, phương trình cạnh AC là $x + 2y - 5 = 0$. Biết trọng tâm của tam giác là điểm $G(3;2)$ và phương trình đường thẳng BC có dạng $x + my + n = 0$. Tìm $m + n$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-y-2=0 \\ x+2y-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ nên $A(3;1)$

Gọi $B(b;b-2)$ và $C(5-2c;c)$, G là trọng tâm tam giác ABC nên b,c là nghiệm của hệ

$\begin{cases} 5-2c+b+3=9 \\ c+b-2+1=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=5 \\ c=2 \end{cases}$.

Vậy $B(5;3);C(1;2) \Rightarrow \overrightarrow{BC}=(-4;-1)$ chọn một véctơ pháp tuyến của đường thẳng BC là $\overrightarrow{n_{BC}}=(1;-4)$ suy ra phương trình đường thẳng

$BC:1(x-1)-4(y-2)=0 \Leftrightarrow BC:x-4y+7=0.$

Dạng 2.3.4 Phương trình đường phân giác của tam giác

Câu 84: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$ và hai điểm $M(x_m;y_m)$, $N(x_n;y_n)$ không thuộc Δ. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. M, N khác phía so với Δ khi $(ax_m+by_m+c).(ax_n+by_n+c)>0$.

B. M, N cùng phía so với Δ khi $(ax_m+by_m+c).(ax_n+by_n+c)\geq 0$.

C. M, N khác phía so với Δ khi $(ax_m+by_m+c).(ax_n+by_n+c)\leq 0$.

D. M, N cùng phía so với Δ khi $(ax_m+by_m+c).(ax_n+by_n+c)>0$.

Lời giải

Chọn D

Câu 85: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d:3x+4y-5=0$ và hai điểm $A(1;3)$, $B(2;m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A và B nằm cùng phía đối với d.

A. $m<0$. **B.** $m>-\frac{1}{4}$. **C.** $m>-1$. **D.** $m=-\frac{1}{4}$.

Lời giải

$A(1;3)$, $B(2;m)$ nằm cùng phía với $d:3x+4y-5=0$ khi và chỉ khi

$(3x_A+4y_A-5)(3x_B+4y_B-5)>0 \Leftrightarrow 10(1+4m)>0 \Leftrightarrow m>-\frac{1}{4}$. **Chọn B**

Câu 86: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+t \\ y=1-3t \end{cases}$ và hai điểm $A(1;2)$, $B(-2;m)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để A và B nằm cùng phía đối với d.

A. $m>13$. **B.** $m\geq 13$. **C.** $m<13$. **D.** $m=13$.

Lời giải

$d:\begin{cases} x=2+t \\ y=1-3t \end{cases} \longrightarrow d:3x+y-7=0$. Khi đó điều kiện bài toán trở thành

$(3x_A+y_A-7)(3x_B+y_B-7)>0 \Leftrightarrow -2(m-13)>0 \Leftrightarrow m<13$. **Chọn C**

Câu 87: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi hai đường thẳng $\Delta_1 : x+2y-3=0$ và $\Delta_2 : 2x-y+3=0$.

A. $3x+y=0$ và $x-3y=0$.
B. $3x+y=0$ và $x+3y-6=0$.
C. $3x+y=0$ và $-x+3y-6=0$.
D. $3x+y+6=0$ và $x-3y-6=0$.

Lời giải

Điểm $M(x;y)$ thuộc đường phân giác của các góc tạo bởi Δ_1; Δ_2 khi và chỉ khi

$$d(M;\Delta_1)=d(M;\Delta_2)\Leftrightarrow \frac{|x+2y-3|}{\sqrt{5}}=\frac{|2x-y+3|}{\sqrt{5}}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3x+y=0\\ x-3y+6=0\end{array}\right..$$ **Chọn C**

Câu 88: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi đường thẳng $\Delta : x+y=0$ và trục hoành.

A. $\left(1+\sqrt{2}\right)x+y=0$; $x-\left(1-\sqrt{2}\right)y=0$.
B. $\left(1+\sqrt{2}\right)x+y=0$; $x+\left(1-\sqrt{2}\right)y=0$.
C. $\left(1+\sqrt{2}\right)x-y=0$; $x+\left(1-\sqrt{2}\right)y=0$.
D. $x+\left(1+\sqrt{2}\right)y=0$; $x+\left(1-\sqrt{2}\right)y=0$.

Lời giải

Điểm $M(x;y)$ thuộc đường phân giác của các góc tạo bởi Δ; $Ox : y=0$ khi và chỉ khi

$$d(M;\Delta)=d(M;Ox)\Leftrightarrow \frac{|x+y|}{\sqrt{2}}=\frac{|y|}{\sqrt{1}}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+\left(1+\sqrt{2}\right)y=0\\ x+\left(1-\sqrt{2}\right)y=0\end{array}\right..$$ **Chọn D**

Câu 89: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A\left(\frac{7}{4};3\right)$, $B(1;2)$ và $C(-4;3)$. Phương trình đường phân giác trong của góc A là:

A. $4x+2y-13=0$.
B. $4x-8y+17=0$.
C. $4x-2y-1=0$.
D. $4x+8y-31=0$.

Lời giải

$$\begin{cases} A\left(\frac{7}{4};3\right), B(1;2)\to AB : 4x-3y+2=0\\ A\left(\frac{7}{4};3\right), C(-4;3)\to AC : y-3=0\end{cases}.$$

Suy ra các đường phân giác góc A là:

$$\frac{|4x-3y+2|}{5}=\frac{|y-3|}{1}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4x+2y-13=0\to f(x;y)=4x+2y-13\\ 4x-8y+17=0\end{array}\right.$$

$$\to \begin{cases} f\left(B(1;2)\right)=-5<0\\ f\left(C(-4;3)\right)=-23<0\end{cases}$$

suy ra đường phân giác trong góc A là $4x-8y+17=0$. **Chọn B**

Câu 90: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;5)$, $B(-4;-5)$ và $C(4;-1)$. Phương trình đường phân giác ngoài của góc A là:

A. $y+5=0$. **B.** $y-5=0$. **C.** $x+1=0$. **D.** $x-1=0$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(1;5), B(-4;-5) \to AB: 2x-y+3=0 \\ A(1;5), C(4;-1) \to AC: 2x+y-7=0 \end{cases}.$$

Suy ra các đường phân giác góc A là:

$$\frac{|2x-y+3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x+y-7|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \to f(x;y)=x-1 \\ y-5=0 \end{array}\right. \to \begin{cases} f(B(-4;-5)) = -5 < 0 \\ f(C(4;-1)) = 3 > 0 \end{cases}$$

suy ra đường phân giác trong góc A là $y-5=0$. **Chọn B**

Câu 91: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 3x-4y-3=0$ và $d_2: 12x+5y-12=0$. Phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng d_1 và d_2 là:

A. $3x+11y-3=0$. **B.** $11x-3y-11=0$.
C. $3x-11y-3=0$. **D.** $11x+3y-11=0$.

Lời giải

Các đường phân giác của các góc tạo bởi

$d_1: 3x-4y-3=0$ và $d_2: 12x+5y-12=0$ là:

$$\frac{|3x-4y-3|}{5} = \frac{|12x+5y-12|}{13} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x+11y-3=0 \\ 11x-3y-11=0 \end{array}\right..$$

Gọi $I = d_1 \cap d_2 \to I(1;0)$; $d: 3x+11y-3=0 \to M(-10;3) \in d$,

Gọi H là hình chiếu của M lên d_1.

Ta có: $IM = \sqrt{130}$, $MH = \frac{|-30-12-3|}{5} = 9$, suy ra

$$\sin\widehat{MIH} = \frac{MH}{IM} = \frac{9}{\sqrt{130}} \to \widehat{MIH} > 52^\circ \to 2\widehat{MIH} > 90^\circ.$$

Suy ra $d: 3x+11y-3=0$ là đường phân giác góc tù, suy ra đường phân giác góc nhọn là $11x-3y-11=0$. **Chọn B**

Câu 92: Cho tam giác ABC có phương trình cạnh $AB: 3x-4y-9=0$, cạnh $AC: 8x-6y+1=0$, cạnh $BC: x+y-5=0$. Phương trình đường phân giác trong của góc A là:

A. $14x+14y-17=0$. **B.** $2x-2y-19=0$. **C.** $2x+2y+19=0$. **D.** $14x-14y-17=0$.

Lời giải

Chọn D

$AB: 3x-4y-9=0$

$AC: 8x-6y+1=0$

Phương trình các đường phân giác của góc A của ΔABC là:

$$\frac{3x-4y-9}{5}=\pm\frac{8x-6y+1}{10}\Leftrightarrow 2(3x-4y-9)=\pm(8x-6y+1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+2y+19=0\,(\Delta_1)\\14x-14y-17=0\,(\Delta_2)\end{array}\right.$$

Có $\{B\}=AB\cap BC$. Suy ra $B\left(\frac{29}{7};\frac{6}{7}\right)$.

Có $\{C\}=AC\cap BC$. Suy ra $C\left(\frac{29}{14};\frac{41}{14}\right)$.

Xét $(\Delta_1): 2x+2y+19=0$ có $t_B.t_c=\left(2.\frac{29}{7}+2\frac{6}{7}+19\right)\left(2.\frac{29}{14}+2\frac{41}{14}+19\right)>0$.

Suy ra B,C nằm về cùng một phía đối với (Δ_1), nên (Δ_1) là đường phân giác ngoài của góc A

.

Vậy đường phân giác trong của góc A là $(\Delta_2): 14x-14y-17=0$.

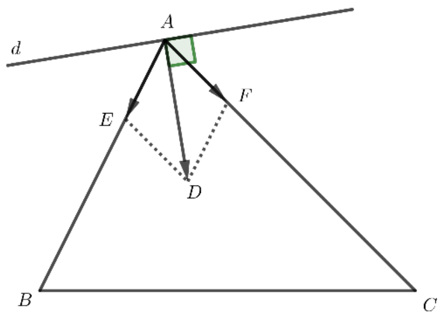
Câu 93: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(1;-2)$, $B(2;-3)$, $C(3;0)$. Phương trình đường phân giác ngoài góc A của tam giác ABC là

A. $x=1$. **B.** $y=-2$. **C.** $2x+y=0$. **D.** $4x+y-2=0$.

Lời giải

Chọn A

Bài toán tổng quát:



Gọi d là phân giác ngoài góc A của tam giác ABC.

Đặt $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{AB}.\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{AC}.\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}$.

Khi đó tứ giác $AEDF$ là hình thoi.

.

Suy ra tia AD là tia phân giác trong góc EAF.

Do đó: $AD\perp d$. Nên $\overrightarrow{AD}$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng d.

Áp dụng: $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(1;-1), AB=\sqrt{2}\\ \overrightarrow{AC}=(2;2),\ AC=2\sqrt{2}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AD}=\left(\sqrt{2};0\right)=\sqrt{2}(1;0)$.

Xem đáp án chỉ có đáp án A có vectơ pháp tuyến là $(1;0)$.

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG, GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

I LÝ THUYẾT.

I. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$.

Nếu $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng phương thì Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau. Lấy một điểm P tuỳ ý trên Δ_1.

- Nếu $P \in \Delta_2$ thì $\Delta_1 \equiv \Delta_2$.
- Nếu $P \notin \Delta_2$ thì $\Delta_1 // \Delta_2$.

Nếu $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương thì Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tại một điểm $M(x_0; y_0)$ với $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}.$$

Chú ý 1:

a) Nếu $\vec{n}_1 . \vec{n}_2 = 0$ thì $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$, suy ra $\Delta_1 \perp \Delta_2$.

b) Để xét hai vectơ $\vec{n}_1$ $(a_1; b_1)$ và $\vec{n}_2$ $(a_2; b_2)$ cùng phương hay không cùng phương, ta xét biểu thức $a_1b_1 - a_2b_2$:

- Nếu $a_1b_1 - a_2b_2 = 0$ thì hai vectơ cùng phương.
- Nếu $a_1b_1 - a_2b_2 \neq 0$ thì hai vectơ không cùng phương.

Chú ý 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$.

Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng này ta xét số nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases} \quad (0.1)$$

+ Nếu hệ (1.1) có duy nhất 1 nghiệm ta nói hai đường thẳng trên cắt nhau tọa độ giao điểm chính là nghiệm của hệ phương trình nói trên.

+ Nếu hệ (1.1) vô nghiệm ta nói hai đường thẳng nói trên song song với nhau.

+ Nếu hệ (1.1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì hai đường thẳng trên trùng nhau.

+ Tuy nhiên để thuận tiện cho việc xét nhanh vị trí tương đối của hai đường thẳng ta chú ý nhận xét sau

Nhận xét. Nếu $a_2b_2c_2 \neq 0$ ta có

a) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Leftrightarrow d_1 \cap d_2 = \{I\}$

b) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow d_1 // d_2$

c) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow d_1 \equiv d_2$

II. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Khái niệm góc giữa hai đường thẳng

Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tạo thành bốn góc.

- Nếu Δ_1 không vuông góc với Δ_2 thì góc nhọn trong bốn góc đó được gọi là góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2.
- Nếu Δ_1 vuông góc với Δ_2 thì ta nói góc giữa Δ_1 và Δ_2 bằng 90^0.

Ta quy ước: Nếu Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau thì góc giữa Δ_1 và Δ_2 bằng 0^0. Như vậy góc α giữa hai đường thẳng luôn thoả mãn: $0^0 \leq \alpha \leq 90^0$.

Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 được kí hiệu là ($\widehat{\Delta 1, \Delta 2}$) hoặc (Δ_1, Δ_2).

Khi hai đường thẳng cắt nhau góc giữa hai đường thẳng được tính theo công thức:

$$\boxed{\cos(\Delta_1;\Delta_2) = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}}$$

III. KHOẢNG CÁCH

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0)$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến đường thẳng Δ được tính theo công thức:

$$\boxed{d(M_0;\Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

BÀI TẬP.

Câu 1. Xét vị trí tương đối giữa các cặp đường thẳng sau:

a) $\Delta_1 : 3\sqrt{2}x + \sqrt{2}y - \sqrt{3} = 0$ và $\Delta_2 : 6x + 2y - \sqrt{6} = 0$.

b) $d_1 : x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $d_2 : \sqrt{3}x - 3y + 2 = 0$.

c) $m_1 : x - 2y + 1 = 0$ và $m_2 : 3x + y - 2 = 0$.

Câu 2. Tính góc giữa các cặp đường thẳng sau:

a) $\Delta_1 : \sqrt{3}x + y - 4 = 0$ và $\Delta_2 : x + \sqrt{3}y + 3 = 0$.

b) $d_1:\begin{cases} x=-1+2t \\ y=3+4t \end{cases}$ và $d_2:\begin{cases} x=3+s \\ y=1-3s \end{cases}$ ($t,\ s$ là các tham số).

Câu 3. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $A(0;-2)$ và đường thẳng $\Delta: x+y-4=0$.

a) Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ.

b) Viết phương trình đường thẳng a đi qua điểm $M(-1;0)$ và song song với Δ.

c) Viết phương trình đường thẳng b đi qua điểm $N(0;3)$ và vuông góc với Δ.

Câu 4. Trong mặt phẳng toạ độ, cho tam giác ABC có $A(1;0)$, $B(3;2)$ và $C(-2;-1)$.

a) Tính độ dài đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC.

b) Tính diện tích tam giác ABC.

Câu 5. Chứng minh rằng hai đường thẳng $d: y=ax+b\ (a\neq 0)$ và $d': y=a'x+b'\ (a'\neq 0)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi $aa'=-1$.

Câu 6. Trong mặt phẳng toạ độ, một tín hiệu âm thanh phát đi từ một vị trí và được ba thiết bị ghi tín hiệu đặt tại ba vị trí $O(0;0)$, $A(1;0)$, $B(1;3)$ nhận được cùng một thời điểm. Hãy xác định vị trí phát tín hiệu âm thanh.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÉT VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

{các bài toán xét vị trí tương đối của hai đường thẳng, tìm điều kiện (có chứa tham số m) để hai đường thẳng song song, cắt, trùng,....}

1 PHƯƠNG PHÁP.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$. Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng này ta xét số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$ (0.2)

Nếu hệ (1.1) có duy nhất 1 nghiệm ta nói hai đường thẳng trên cắt nhau tọa độ giao điểm chính là nghiệm của hệ phương trình nói trên. Nếu hệ (1.1) vô nghiệm ta nói hai đường thẳng nói trên song song với nhau. Nếu hệ (1.1) nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ thì hai đường thẳng trên trùng nhau. Tuy nhiên để thuận tiện cho việc xét nhanh vị trí tương đối của hai đường thẳng ta chú ý nhận xét sau

Nhận xét. Nếu $a_2b_2c_2\neq 0$ ta có

a) $\frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}\Leftrightarrow d_1\cap d_2=\{I\}$

b) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}\Leftrightarrow d_1//d_2$

c) $\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}\Leftrightarrow d_1\equiv d_2$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng lần lượt có phương trình $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=2$ và $6x-2y-8=0$

Câu 2: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: 2x+y+15=0$ và $d_2: x-2y-3=0$.

Câu 3: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $4x-3y-26=0$ và $3x+4y-7=0$.

Câu 4: Cho hai đường thẳng $d_1: mx+(m-1)y+2m=0$ và $d_2: 2x+y-1=0$. Tìm m để $d_1//d_2$.

Câu 5: Cho ba đường thẳng $d_1: mx+(m-1)y+2m=0, d_2: 4x-3y-26=0$ và $d_3: 3x+4y-7=0$ Tìm m để ba đường thẳng trên đồng quy.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: x-2y+1=0$ và $d_2: -3x+6y-10=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 2: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: 3x-2y-6=0$ và $d_2: 6x-2y-8=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 3: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{3}-\frac{y}{4}=1$ và $d_2:3x+4y-10=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 4: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-3+4t\\y=2-6t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=2-2t'\\y=-8+4t'\end{cases}$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 5: Cho hai đường thẳng $(d_1):mx+y=m+1,(d_2):x+my=2$ cắt nhau khi và chỉ khi :

A. $m\neq 2$. **B.** $m\neq \pm 1$. **C.** $m\neq 1$. **D.** $m\neq -1$.

Câu 6: Đường thẳng (Δ): $3x-2y-7=0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

A. $(d_1):3x+2y=0$ **B.** $(d_2):3x-2y=0$

C. $(d_3):-3x+2y-7=0$. **D.** $(d_4):6x-4y-14=0$.

Câu 7: Giao điểm M của $(d):\begin{cases}x=1-2t\\y=-3+5t\end{cases}$ và $(d'):3x-2y-1=0$. Toạ độ của M là

A. $M\left(2;-\frac{11}{2}\right)$. **B.** $M\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $M\left(0;-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $M\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Câu 8: Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $(d):y=2x-1$?

A. $2x-y+5=0$. **B.** $2x-y-5=0$. **C.** $-2x+y=0$. **D.** $2x+y-5=0$.

Câu 9: Hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=-2+5t\\y=2t\end{cases}$ và $(d_2):4x+3y-18=0$. Cắt nhau tại điểm có tọa độ:

A. $(2;3)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(2;1)$.

Câu 10: Cho hai đường thẳng $(d_1):mx+y=m+1,(d_2):x+my=2$ song song nhau khi và chỉ khi

A. $m=2$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Câu 11: Cho 4 điểm $A(1;2),B(4;0),C(1;-3),D(7;-7)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD.

A. Song song. **B.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.
C. Trùng nhau. **D.** Vuông góc nhau.

Câu 12: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $(\Delta_1):3x+4y-1=0$ và $(\Delta_2):(2m-1)x+m^2y+1=0$ trùng nhau.

A. $m=2$ **B.** mọi m **C.** không có m **D.** $m=\pm 1$

Câu 13: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1:3x-4y+15=0$, $d_2:5x+2y-1=0$ và $d_3:mx-(2m-1)y+9m-13=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

A. $m=\frac{1}{5}$. **B.** $m=-5$. **C.** $m=-\frac{1}{5}$. **D.** $m=5$.

Câu 14: Nếu ba đường thẳng d_1: $2x+y-4=0$, $d_2:5x-2y+3=0$ và $d_3:mx+3y-2=0$ đồng quy thì m nhận giá trị nào sau đây?

A. $\frac{12}{5}$. **B.** $-\frac{12}{5}$. **C.** 12. **D.** -12.

Câu 15: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1: 3x-4y+15=0$, $d_2: 5x+2y-1=0$ và $d_3: mx-4y+15=0$ đồng quy?

A. $m=-5$. **B.** $m=5$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Câu 16: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1: 2x+y-1=0$, $d_2: x+2y+1=0$ và $d_3: mx-y-7=0$ đồng quy?

A. $m=-6$. **B.** $m=6$. **C.** $m=-5$. **D.** $m=5$.

Câu 17: Cho ΔABC với $A(1;3)$, $B(-2;4)$, $C(-1;5)$ và đường thẳng $d: 2x-3y+6=0$. Đường thẳng d cắt cạnh nào của ΔABC?

A. Cạnh AC. **B.** Không cạnh nào. **C.** Cạnh AB. **D.** Cạnh BC.

Câu 18: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau đây vuông góc $(\Delta_1): \begin{cases} x=1+(m^2+1)t \\ y=2-mt \end{cases}$ và $(\Delta_2): \begin{cases} x=2-3t' \\ y=1-4mt' \end{cases}$

A. $m=\pm\sqrt{3}$ **B.** $m=-\sqrt{3}$ **C.** $m=\sqrt{3}$ **D.** không có m

Câu 19: Cho 4 điểm $A(-3;1), B(-9;-3), C(-6;0), D(-2;4)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD.

A. $(-6;-1)$ **B.** $(-9;-3)$ **C.** $(-9;3)$ **D.** $(0;4)$

DẠNG 2: TÍNH GÓC, KHOẢNG CÁCH

{Xác định và tính góc giữa hai đường thẳng, khoảng cách từ điểm đến đường thẳng,...}

1 PHƯƠNG PHÁP.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng được tính theo công thức.

$$\boxed{\cos(d_1;d_2)=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}}$$

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0$ và điểm $M_0(x_0;y_0)$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến đường thẳng Δ được tính theo công thức:

$$\boxed{d(M_0;\Delta)=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tính khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-17=0$

Câu 2: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x-4y-3=0$ và $d_2: 3x-y+17=0$. Tính số đo góc giữa d_1 và d_2.

Câu 3: Cho hai đường thẳng song $d_1: 5x-7y+4=0$ và $d_2: 5x-7y+6=0$. Phương trình đường thẳng song song và cách đều d_1 và d_2 là

Câu 4: Tính diện tích tam giác ABC với $A(3;-4)$, $B(1;5)$, $C(3;1)$ là

Câu 5: Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(3,0)$, $B(0;4)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6

Câu 6: Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x=9+at \\ y=7-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và đường thẳng $3x+4y-2=0$ bằng $45°$.

Câu 7: Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x+y-3=0$ và $d_2: x-2y+1=0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3: y-1=0$ một góc 45^0 có phương trình:

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(1;-1)$ và hai đường thẳng có phương trình $(d_1): x-y-1=0, (d_2): 2x+y-5=0$. Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng trên. Biết rằng có hai đường thẳng (d) đi qua M cắt hai đường thẳng trên lần lượt tại hai điểm B,C sao cho ABC là tam giác có $BC=3AB$ có dạng: $ax+y+b=0$ và $cx+y+d=0$, giá trị của $T=a+b+c+d$ là

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1): 2x-y+5=0$ và $(d_2): x+y-3=0$ cắt nhau tại I. Phương trình đường thẳng đi qua $M(-2;0)$ cắt $(d_1),(d_2)$ tại A và B sao cho tam giác IAB cân tại A có phương trình dạng $ax+by+2=0$. Tính $T=a-5b$.

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$, $B(-2;4)$ và đường thẳng $\Delta: mx-y+3=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi d là đường thẳng đi qua $M(4;2)$ và cách điểm $A(1;0)$ khoảng cách $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. Biết rằng phương trình đường thẳng d có dạng $x+by+c=0$ với b,c là hai số nguyên. Tính $b+c$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x-y+1=0$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(9;6)$. Điểm $M(a;b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Tính $a+b$.

Câu 13: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-4y+15=0$ và điểm $A(2;0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d để đoạn AM có độ dài nhỏ nhất.

Câu 14: Cho 3 điểm $A(-6;3); B(0;-1); C(3;2)$. Tìm M trên đường thẳng $d: 2x-y-3=0$ mà $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất là

Câu 15: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;2)$, $B(1;-3)$, $C(-2;2)$. Điểm M thuộc trục tung sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất có tung độ là?

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x-y+1=0$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(9;6)$. Điểm $M(a;b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Tính $a+b$ ta được kết quả là:

Câu 17: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;2)$ và trung điểm của BC là $I(-1;-2)$. Điểm $M(a;b)$ thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$. Tính $S=a+b$.

Câu 18: Trên mặt phẳng Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Gọi $P(a;b)$ là giao điểm của AN và BD. Giá trị $2a + b$ bằng:

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BC và BD; gọi P là giao điểm của MN và AC. Biết đường thẳng AC có phương trình $x - y - 1 = 0$, $M(0;4)$, $N(2;2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A, B.

Câu 20: Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, $(a \neq 0; b \neq 0)$ đi qua $M(-1;6)$ tạo với tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S = a + 2b$.

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG, GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

I LÝ THUYẾT.

I. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$.

Nếu $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ cùng phương thì Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau. Lấy một điểm P tuỳ ý trên Δ_1.

- Nếu $P \in \Delta_2$ thì $\Delta_1 \equiv \Delta_2$.
- Nếu $P \notin \Delta_2$ thì $\Delta_1 // \Delta_2$.

Nếu $\vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương thì Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tại một điểm $M(x_0; y_0)$ với $(x_0; y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}.$$

Chú ý 1:

a) Nếu $\vec{n}_1 . \vec{n}_2 = 0$ thì $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2$, suy ra $\Delta_1 \perp \Delta_2$.

b) Để xét hai vectơ $\vec{n}_1$ $(a_1; b_1)$ và $\vec{n}_2$ $(a_2; b_2)$ cùng phương hay không cùng phương, ta xét biểu thức $a_1b_1 - a_2b_2$:

- Nếu $a_1b_1 - a_2b_2 = 0$ thì hai vectơ cùng phương.
- Nếu $a_1b_1 - a_2b_2 \neq 0$ thì hai vectơ không cùng phương.

Chú ý 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$.

Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng này ta xét số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$ (0.1)

+ Nếu hệ (1.1) có duy nhất 1 nghiệm ta nói hai đường thẳng trên cắt nhau tọa độ giao điểm chính là nghiệm của hệ phương trình nói trên.

+ Nếu hệ (1.1) vô nghiệm ta nói hai đường thẳng nói trên song song với nhau.

+ Nếu hệ (1.1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì hai đường thẳng trên trùng nhau.

+ Tuy nhiên để thuận tiện cho việc xét nhanh vị trí tương đối của hai đường thẳng ta chú ý nhận xét sau

Nhận xét. Nếu $a_2b_2c_2 \neq 0$ ta có

a) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Leftrightarrow d_1 \cap d_2 = \{I\}$

b) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow d_1 // d_2$

c) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow d_1 \equiv d_2$

II. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$.

Khái niệm góc giữa hai đường thẳng

Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tạo thành bốn góc.

- Nếu Δ_1 không vuông góc với Δ_2 thì góc nhọn trong bốn góc đó được gọi là góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2.
- Nếu Δ_1 vuông góc với Δ_2 thì ta nói góc giữa Δ_1 và Δ_2 bằng 90^0.

Ta quy ước: Nếu Δ_1 và Δ_2 song song hoặc trùng nhau thì góc giữa Δ_1 và Δ_2 bằng 0^0. Như vậy góc α giữa hai đường thẳng luôn thoả mãn: $0^0 \leq \alpha \leq 90^0$.

Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 được kí hiệu là ($\widehat{\Delta 1, \Delta 2}$) hoặc (Δ_1, Δ_2).

Khi hai đường thẳng cắt nhau góc giữa hai đường thẳng được tính theo công thức:

$$\boxed{\cos(\Delta_1;\Delta_2) = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}}$$

III. KHOẢNG CÁCH

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và điểm $M_0(x_0; y_0)$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến đường thẳng Δ được tính theo công thức:

$$\boxed{d(M_0;\Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}}$$

BÀI TẬP.

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ, cho $\vec{n} = (2;1), \vec{v} = (3;2), A(1;3), B(-2;1)$.

a) Lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_1 đi qua A và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$.

b) Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ_2 đi qua B và có vectơ chỉ phương $\vec{v}$.

c) Lập phương trình tham số của đường thẳng AB.

Lời giải

a) Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_1 đi qua A và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ là

$$2(x-1)+(y-3)=0 \Leftrightarrow 2x+y-5=0.$$

b) Phương trình tham số của đường thẳng Δ_2 đi qua B và có vectơ chỉ phương $\vec{v}$ là

$$\Delta_2 : \begin{cases} x=-2+3t \\ y=1+2t. \end{cases}$$

c) Lập phương trình tham số của đường thẳng AB.

Đường thẳng AB đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=\left(-3;-2\right)$ là

$$\begin{cases} x=1-3t \\ y=3-2t. \end{cases}$$

Câu 2. Lập phương trình tổng quát của các trục tọa độ.

Lời giải

- Phương trình trục Ox đi qua điểm $O\left(0;0\right)$ và nhận $\vec{j}=(0;1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$y=0.$$

- Phương trình trục Oy đi qua điểm $O\left(0;0\right)$ và nhận $\vec{i}=(1;0)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$x=0.$$

Câu 3. Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x=1+2t \\ y=3+5t \end{cases}$ và $\Delta_2 : 2x+3y-5=0.$

a) Lập phương trình tổng quát của Δ_1.

b) Lập phương trình tham số của Δ_2.

Lời giải

a) Lập phương trình tổng quát của Δ_1.

Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $M\left(1;3\right)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(2,5\right)$ nên Δ_1 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(5;-2)$. Khi đó phương trình tổng quát của Δ_1 là: $5x-2y+1=0$.

b) Lập phương trình tham số của Δ_2.

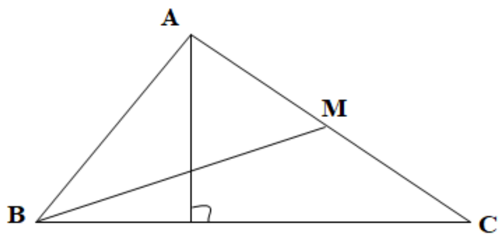
Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $N\left(1;1\right)$, có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;3)$ nên Δ_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(3;-2\right)$. Khi đó phương trình tham số của Δ_2 là: $\begin{cases} x=1+3t \\ y=1-2t. \end{cases}$

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác ABC có $A\left(1;2\right), B\left(3;0\right)$ và $C\left(-2;-1\right)$.

a) Lập phương trình đường cao kẻ từ A.

b) Lập phương trình đường trung tuyến kẻ từ B.

Lời giải



a) Lập phương trình đường cao kẻ từ A.

Đường cao kẻ từ A đi qua $A(1;2)$ và nhận $\overrightarrow{CB}=(5;1)$ là vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$5x+y-7=0.$$

b) Lập phương trình đường trung tuyến kẻ từ B.

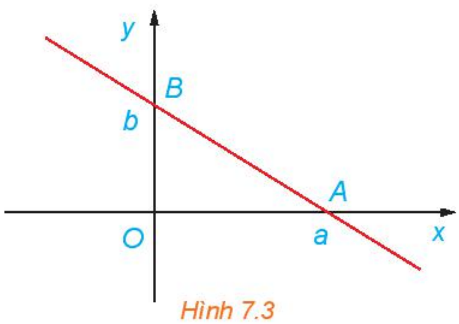
Gọi M là trung điểm của AC thì $M\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Đường trung tuyến kẻ từ B nhận $\overrightarrow{MB}=\left(\frac{7}{2};-\frac{1}{2}\right)$ là vectơ chỉ phương nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;7)$ và đi qua $B(3;0)$ nên có phương trình là: $x+7y-3=0$.

Câu 5. (Phương trình đoạn chắn của đường thẳng)

Chứng minh rằng, đường thẳng đi qua hai điểm $A(a;0), B(0;b)$ với $ab\neq 0(H.7.3)$ có phương trình là

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1.$$



Hình 7.3

Lời giải

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(a;0), B(0;b)$ nhận $\overrightarrow{AB}=(-a;b)$ làm vectơ chỉ phương thì có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(b;a)$. Khi đó phương trình đường thẳng là: $bx+ay-ab=0$.

Vì $ab\neq 0$ nên chia cả hai vế của phương trình cho ab ta được phương trình là

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1.$$

Câu 6. Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ là $21,2^0$ Bắc, kinh độ $105,8^0$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ là $16,1^0$ Bắc, kinh độ $108,2^0$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ x^0 Bắc, kinh độ y^0 Đông được tính theo công thức

$$\begin{cases} x=21,2-\dfrac{153}{40}t \\ y=105,8+\dfrac{9}{5}t \end{cases}$$

a) Hỏi chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

b) Tại thời điểm 1 giờ kể từ lúc cất cánh, máy bay đã bay qua vĩ tuyến 17 $(17^0$ Bắc) chưa?

Lời giải

a) Hỏi chuyến từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

Thay $x=16,1^0$, $y=108,2^0$ vào công thức trên ta có

$$\begin{cases} 16,1=21,2-\dfrac{153}{40}t \\ 108,2=105,8+\dfrac{9}{5}t \end{cases} \Rightarrow t=\frac{4}{3}$$

Vậy chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất $\frac{4}{3}$ giờ.

b) Tại thời điểm 1 giờ kể từ lúc cất cánh, máy bay đã bay qua vĩ tuyến 17 $(17^0$ Bắc) chưa?

Tại thời điểm 1 giờ kể từ lúc cất cánh thì máy bay đã bay đến $17,375^0$ Bắc nên máy bay đã bay qua vĩ tuyến 17.

Câu 7. Xét vị trí tương đối giữa các cặp đường thẳng sau:

a) $\Delta_1: 3\sqrt{2}x+\sqrt{2}y-\sqrt{3}=0$ và $\Delta_2: 6x+2y-\sqrt{6}=0$.

b) $d_1: x-\sqrt{3}y+2=0$ và $d_2: \sqrt{3}x-3y+2=0$.

c) $m_1: x-2y+1=0$ và $m_2: 3x+y-2=0$.

Giải:

a) Xét hệ phương trình $\begin{cases} 3\sqrt{2}x+\sqrt{2}y-\sqrt{3}=0 \\ 6x+2y-\sqrt{6}=0 \end{cases}$ có vô số nghiệm

Vậy Δ_1 và Δ_2 trùng nhau.

b) Xét hệ phương trình $\begin{cases} x-\sqrt{3}y+2=0 \\ \sqrt{3}x-3y+2=0 \end{cases}$ vô nghiệm

Vậy d_1 và d_2 song song.

c) Xét hệ phương trình $\begin{cases} x-2y+1=0 \\ 3x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{7} \\ y=\dfrac{5}{7} \end{cases}$. Hệ phương trình có nghiệm duy nhất.

Vậy m_1 và m_2 cắt nhau tại $A\left(\dfrac{3}{7};\dfrac{5}{7}\right)$.

Câu 8. Tính góc giữa các cặp đường thẳng sau:

a) $\Delta_1: \sqrt{3}x+y-4=0$ và $\Delta_2: x+\sqrt{3}y+3=0$.

b) $d_1: \begin{cases} x=-1+2t \\ y=3+4t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=3+s \\ y=1-3s \end{cases}$ (t, s là các tham số).

Giải:

a) Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}\left(\sqrt{3};1\right)$.

Đường thẳng Δ_2 có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}\left(1;\sqrt{3}\right)$.

Gọi α là góc giữa 2 đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Ta có

$$cos\alpha=\left|cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{\left|\sqrt{3}.1+1.\sqrt{3}\right|}{\sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2+1^2}.\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}}=\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Do đó, góc giữa 2 đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là $\alpha=30^0$.

b) Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}\left(2;4\right)$ nên có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}\left(2;-1\right)$.

Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}\left(1;-3\right)$ nên có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}\left(3;1\right)$.

Gọi φ là góc giữa 2 đường thẳng d_1 và d_2. Ta có

$$cos\varphi=\left|cos\left(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}\right)\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{\left|2.3+\left(-1\right).1\right|}{\sqrt{2^2+\left(-1\right)^2}.\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Do đó, góc giữa 2 đường thẳng d_1 và d_2 là $\varphi=45^0$.

Câu 9. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $A\left(0;-2\right)$ và đường thẳng $\Delta: x+y-4=0$.

a) Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ.

b) Viết phương trình đường thẳng a đi qua điểm $M\left(-1;0\right)$ và song song với Δ.

c) Viết phương trình đường thẳng b đi qua điểm $N\left(0;3\right)$ và vuông góc với Δ.

Giải:

a) Áp dụng công thức tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ, ta có:

$$d\left(A,\Delta\right)=\frac{\left|0-2-4\right|}{\sqrt{1^2+1^2}}=3\sqrt{2}.$$

Vậy khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ là $3\sqrt{2}$.

b) Đường thẳng $\Delta: x+y-4=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\Delta}\left(1;1\right)$.

Vì đường thẳng a song song với Δ nên $\overrightarrow{n_a}=\overrightarrow{n_\Delta}=\left(1;1\right)$ là vectơ pháp tuyến của a.

Lại có a đi qua điểm $M\left(-1;0\right)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng a là $1.\left(x+1\right)+1.\left(y-0\right)=0$ hay $x+y+1=0$.

c) Đường thẳng $\Delta: x+y-4=0$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_\Delta}\left(1;1\right)$.

Vì đường thẳng b vuông góc với Δ nên $\overrightarrow{n_b}=\left(1;-1\right)$ là vectơ pháp tuyến của b.

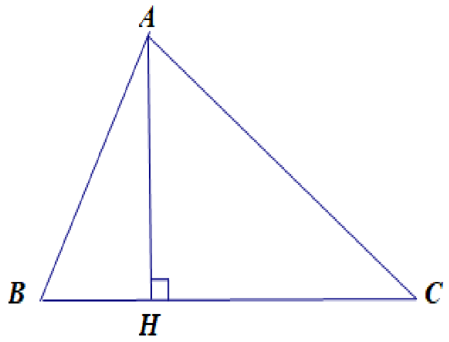
Lại có b đi qua điểm $N\left(0;3\right)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng b là $1.\left(x-0\right)-1.\left(y-3\right)=0$ hay $x-y+3=0$.

Câu 10. Trong mặt phẳng toạ độ, cho tam giác ABC có $A\left(1;0\right)$, $\mathrm{B}\left(3;2\right)$ và $\mathrm{C}\left(-2;-1\right)$.

a) Tính độ dài đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC.

b) Tính diện tích tam giác ABC.

Giải:



a) Ta có: $\overrightarrow{BC}\left(-5;-3\right)$.

BC có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BC}=\left(-5;-3\right)$ nên có vectơ pháp tuyến $\vec{n}\left(3;-5\right)$ và đi qua điểm $B\left(3;2\right)$ nên phương trình tổng quát của BC là $3\left(x-3\right)-5\left(y-2\right)=0$ hay $3x-5y+1=0$.

Gọi H là hình chiếu của A lên BC. Khi đó độ dài đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC chính là độ dài AH.

$$AH=d\left(A,BC\right)=\frac{\left|3.1-5.0+1\right|}{\sqrt{3^2+\left(-5\right)^2}}=\frac{2\sqrt{34}}{17}.$$

b) Ta có: $BC=\sqrt{\left(-5\right)^2+\left(-3\right)^2}=\sqrt{34}$.

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC}=\frac{1}{2}.AH.BC=\frac{1}{2}.\frac{2\sqrt{34}}{17}.\sqrt{34}=2$.

Câu 11. Chứng minh rằng hai đường thẳng $d: y = ax + b\ (a \neq 0)$ và $d': y = a'x + b'\ (a' \neq 0)$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi $aa' = -1$.

Giải:

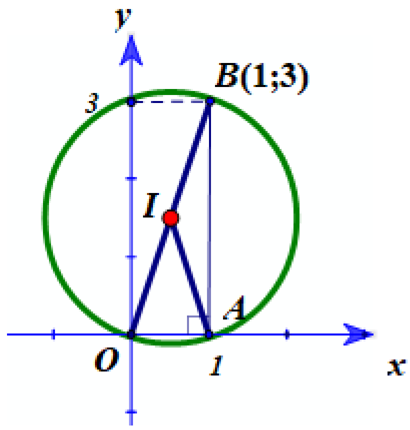
Ta có: +) $d: y = ax + b\ (a \neq 0) \Leftrightarrow ax - y + b = 0$ nên đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1}(a;-1)$.

+) $d': y = a'x + b'\ (a \neq 0) \Leftrightarrow a'x - y + b' = 0$ nên đường thẳng d' có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2}(a';-1)$.

Ta lại có: $d \perp d' \Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2} = 0 \Leftrightarrow aa' + 1 = 0 \Leftrightarrow aa' = -1$.

Câu 12. Trong mặt phẳng toạ độ, một tín hiệu âm thanh phát đi từ một vị trí và được ba thiết bị ghi tín hiệu đặt tại ba vị trí $O(0;0)$, $A(1;0)$, $B(1;3)$ nhận được cùng một thời điểm. Hãy xác định vị trí phát tín hiệu âm thanh.

Giải:



Vị trí phát tín hiệu âm thanh mà ba thiết bị ghi tín hiệu đặt tại ba vị trí $O(0;0)$, $A(1;0)$, $B(1;3)$ nhận được cùng một thời điểm thì vị trí đó phải cách đều 3 điểm O, A, B.

Gọi I là vị trí phát tín hiệu âm thanh, khi đó I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB.

Nhận xét: ΔOAB vuông tại I (biểu diễn lên hệ tục toạ độ), nên I là trung điểm của OB.

Vậy vị trí phát tín hiệu âm thanh là $I\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÉT VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

{các bài toán xét vị trí tương đối của hai đường thẳng, tìm điều kiện (có chứa tham số m) để hai đường thẳng song song, cắt, trùng,....}

1 PHƯƠNG PHÁP.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: a_1x+b_1y+c_1=0$ và $d_2: a_2x+b_2y+c_2=0$. Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng này ta xét số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} a_1x+b_1y+c_1=0 \\ a_2x+b_2y+c_2=0 \end{cases}$ (0.2)

Nếu hệ (1.1) có duy nhất 1 nghiệm ta nói hai đường thẳng trên cắt nhau tọa độ giao điểm chính là nghiệm của hệ phương trình nói trên. Nếu hệ (1.1) vô nghiệm ta nói hai đường thẳng nói trên song song với nhau. Nếu hệ (1.1) nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì hai đường thẳng trên trùng nhau. Tuy nhiên để thuận tiện cho việc xét nhanh vị trí tương đối của hai đường thẳng ta chú ý nhận xét sau

Nhận xét. Nếu $a_2b_2c_2 \neq 0$ ta có

a) $\dfrac{a_1}{a_2} \neq \dfrac{b_1}{b_2} \Leftrightarrow d_1 \cap d_2 = \{I\}$

b) $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} \neq \dfrac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow d_1 // d_2$

c) $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{b_1}{b_2} = \dfrac{c_1}{c_2} \Leftrightarrow d_1 \equiv d_2$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng lần lượt có phương trình $\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=2$ và $6x-2y-8=0$

Lời giải

Ta có $\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=2 \Leftrightarrow 3x-2y-6=0$. Do $\dfrac{6}{3} \neq \dfrac{-2}{-2}$ nên hai đường thẳng cắt nhau.

Mặt khác $6.3+(-2).(-2) \neq 0$ nên hai đường thẳng không vuông góc

Câu 2: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: 2x+y+15=0$ và $d_2: x-2y-3=0$.

Lời giải

d_1 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1=(2;1)$.

d_2 có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2=(1;-2)$.

Ta có $\vec{n}_1.\vec{n}_2=2.1+1.(-2)=0$.

Vậy d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Câu 3: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $4x-3y-26=0$ và $3x+4y-7=0$.

Lời giải

Toạ độ giao điểm của hai đường thẳng là nghiệm hệ phương trình:

$\begin{cases} 4x-3y-26=0 \\ 3x+4y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases}$. Vậy toạ độ giao điểm là $(5;-2)$.

Câu 4: Cho hai đường thẳng $d_1: mx+(m-1)y+2m=0$ và $d_2: 2x+y-1=0$. Tìm m để $d_1 // d_2$.

Lời giải

Ta có $d_1 // d_2 \Leftrightarrow \frac{m}{2}=\frac{m-1}{1}\neq\frac{2m}{-1} \Leftrightarrow m=2$.

Câu 5: Cho ba đường thẳng $d_1: mx+(m-1)y+2m=0, d_2: 4x-3y-26=0$ và $d_3: 3x+4y-7=0$ Tìm m để ba đường thẳng trên đồng quy.

Lời giải

giao điểm của hai đường thẳng là nghiệm hệ phương trình:

$\begin{cases} 4x-3y-26=0 \\ 3x+4y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases}$. Vậy toạ độ giao điểm là $I(5;-2)$.

Để ba đường thẳng đồng quy thì d_1 phải đi qua $I(5;-2)$ suy ra

$m.5+(m-1)(-2)+2m=0 \Leftrightarrow m=-\frac{2}{5}$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: x-2y+1=0$ và $d_2: -3x+6y-10=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn B

$\begin{cases} d_1: x-2y+1=0 \\ d_2: -3x+6y-10=0 \end{cases} \to \frac{1}{-3}=\frac{-2}{6}\neq\frac{1}{-10} \longrightarrow d_1 \parallel d_2$.

Câu 2: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1: 3x-2y-6=0$ và $d_2: 6x-2y-8=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn D

$\begin{cases} d_1: 3x-2y-6=0 \to \vec{n}_1=(3;-2) \\ d_2: 6x-2y-8=0 \to \vec{n}_2=(6;-2) \end{cases} \to \begin{cases} \frac{3}{6}\neq\frac{-2}{-2} \\ \vec{n}_1\cdot\vec{n}_2\neq 0 \end{cases} \longrightarrow d_1, d_2$ cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 3: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{3}-\frac{y}{4}=1$ và $d_2:3x+4y-10=0$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} d_1:\frac{x}{3}-\frac{y}{4}=1\to\vec{n}_1=\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{4}\right) \\ d_2:3x+4y-10=0\to\vec{n}_2=(3;4)\end{cases}\to\vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0\to d_1\perp d_2.$$

Câu 4: Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=-3+4t\\y=2-6t\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}x=2-2t'\\y=-8+4t'\end{cases}$.

A. Trùng nhau. **B.** Song song.
C. Vuông góc với nhau. **D.** Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn B

$$\left.\begin{array}{l} d_1:\begin{cases}x=-3+4t\\y=2-6t\end{cases}\to A(-3;2)\in d_1,\ \vec{u}_1=(2;-3) \\ d_2:\begin{cases}x=1-2t'\\y=4+3t'\end{cases}\to\vec{u}_2=(-2;3)\end{array}\right\}\to\begin{cases}\frac{2}{-2}=\frac{-3}{3}\\A\notin d_2\end{cases}\to d_1\parallel d_2.$$

Câu 5: Cho hai đường thẳng $(d_1):mx+y=m+1$,$(d_2):x+my=2$ cắt nhau khi và chỉ khi :

A. $m\neq 2$. **B.** $m\neq\pm1$. **C.** $m\neq 1$. **D.** $m\neq -1$.

Lời giải

Chọn C

$(d_1)\cap(d_2)\Leftrightarrow\begin{cases}mx+y=m+1(1)\\x+my=2(2)\end{cases}$ có một nghiệm

Thay (2) vào (1) $\Rightarrow m(2-my)+y=m+1\Leftrightarrow(1-m^2)y=1-m(*)$

Hệ phương trình có một nghiệm $\Leftrightarrow(*)$ có một nghiệm $\Leftrightarrow\begin{cases}1-m^2\neq0\\m-1\neq0\end{cases}\Leftrightarrow m\neq1$.

Câu 6: Đường thẳng (Δ): $3x-2y-7=0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

A. $(d_1):3x+2y=0$ **B.** $(d_2):3x-2y=0$
C. $(d_3):-3x+2y-7=0.$ **D.** $(d_4):6x-4y-14=0.$

Lời giải

Chọn A

Ta nhận thấy (Δ) song song với các đường $(d_2);(d_3);(d_4)$

Câu 7: Giao điểm M của $(d):\begin{cases}x=1-2t\\y=-3+5t\end{cases}$ và $(d'):3x-2y-1=0$. Toạ độ của M là

A. $M\left(2;-\frac{11}{2}\right)$. **B.** $M\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $M\left(0;-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $M\left(-\frac{1}{2};0\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(d):\begin{cases}x=1-2t\\y=-3+5t\end{cases}\Rightarrow(d):5x+2y+1=0$

Ta có $M=(d)\cap(d')\Rightarrow M$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}3x-2y-1=0\\5x+2y+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=0\\y=-\frac{1}{2}\end{cases}$

Câu 8: Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $(d):y=2x-1$?

A. $2x-y+5=0$. **B.** $2x-y-5=0$. **C.** $-2x+y=0$. **D.** $2x+y-5=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(d):y=2x-1\Rightarrow(d):2x-y-1=0$ chọn D

Câu 9: Hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases}x=-2+5t\\y=2t\end{cases}$ và $(d_2):4x+3y-18=0$. Cắt nhau tại điểm có tọa độ:

A. $(2;3)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(d_1):\begin{cases}x=-2+5t\\y=2t\end{cases}\Rightarrow(d_1):2x-5y+4=0$

Gọi $M=(d_1)\cap(d_2)\Rightarrow M$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x-5y+4=0\\4x+3y-18=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

Câu 10: Cho hai đường thẳng $(d_1):mx+y=m+1$, $(d_2):x+my=2$ song song nhau khi và chỉ khi

A. $m=2$. **B.** $m=\pm1$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Chọn D.

$(d_1);(d_2)$ song song nhau $\Leftrightarrow\begin{cases}m^2=1\\m^2+m\neq2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-1\end{array}\right.\\\begin{cases}m\neq1\\m\neq-2\end{cases}\end{cases}\Leftrightarrow m=-1$

Câu 11: Cho 4 điểm $A(1;2),B(4;0),C(1;-3),D(7;-7)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD.

A. Song song. **B.** Cắt nhau nhưng không vuông góc.
C. Trùng nhau. **D.** Vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-2),\overrightarrow{CD}=(6;-4)$

Ta có $\frac{3}{6}=\frac{-2}{-4}$

Suy ra $AB//CD$

Câu 12: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $(\Delta_1):3x+4y-1=0$ và $(\Delta_2):(2m-1)x+m^2y+1=0$ trùng nhau.

A. $m=2$ **B.** mọi m **C.** không có m **D.** $m=\pm1$

Lời giải

Chọn C

$$(\Delta_1)\equiv(\Delta_2)\Leftrightarrow\begin{cases}3=2m-1\\4=m^2\\-1=1\ (VL)\end{cases}$$

Câu 13: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1:3x-4y+15=0$, $d_2:5x+2y-1=0$ và $d_3:mx-(2m-1)y+9m-13=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

A. $m=\frac{1}{5}$.. **B.** $m=-5$.. **C.** $m=-\frac{1}{5}$.. **D.** $m=5$.

Lời giải

Chọn.D

Ta có: $\begin{cases}d_1:3x-4y+15=0\\d_2:5x+2y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=3\end{cases}\to d_1\cap d_2=A(-1;3)\in d_3$

$\to -m-6m+3+9m-13=0\Leftrightarrow m=5$..

Câu 14: Nếu ba đường thẳng $d_1:\ 2x+y-4=0$, $d_2:5x-2y+3=0$ và $d_3:mx+3y-2=0$ đồng quy thì m nhận giá trị nào sau đây?

A. $\frac{12}{5}$. **B.** $-\frac{12}{5}$. **C.** 12. **D.** -12.

Lời giải

Chọn.D

. $\begin{cases}d_1:\ 2x+y-4=0\\d_2:5x-2y+3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{5}{9}\\y=\frac{26}{9}\end{cases}\to d_1\cap d_2=A\left(\frac{5}{9};\frac{26}{9}\right)\in d_3$

$\to\frac{5m}{9}+\frac{26}{3}-2=0\Leftrightarrow m=-12$..

Câu 15: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1:3x-4y+15=0$, $d_2:5x+2y-1=0$ và $d_3:mx-4y+15=0$ đồng quy?

A. $m=-5$. **B.** $m=5$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

Chọn.C

$\begin{cases} d_1: 3x-4y+15=0 \\ d_2: 5x+2y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A(-1;3) \in d$

$\to -m-12+15=0 \Leftrightarrow m=3$.

Câu 16: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1: 2x+y-1=0$, $d_2: x+2y+1=0$ và $d_3: mx-y-7=0$ đồng quy?

A. $m=-6$. **B.** $m=6$. **C.** $m=-5$. **D.** $m=5$.

Lời giải

Chọn.B

$\begin{cases} d_1: 2x+y-1=0 \\ d_2: x+2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A(1;-1) \in d_3 \Leftrightarrow m+1-7=0 \Leftrightarrow m=6.$

Câu 17: Cho ΔABC với $A(1;3)$, $B(-2;4)$, $C(-1;5)$ và đường thẳng $d: 2x-3y+6=0$. Đường thẳng d cắt cạnh nào của ΔABC?

A. Cạnh AC. **B.** Không cạnh nào. **C.** Cạnh AB. **D.** Cạnh BC.

Lời giải

Chọn B

Thay điểm A vào phương trình đường thẳng d ta được -1

Thay điểm B vào phương trình đường thẳng d ta được -10

Thay điểm C vào phương trình đường thẳng d ta được -11

Suy ra điểm A và B nằm cùng phía đối với d nên d không cắt cạnh AB.

điểm A và C nằm cùng phía đối với d nên d không cắt cạnh AC

điểm C và B nằm cùng phía đối với d nên d không cắt cạnh BC.

Câu 18: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau đây vuông góc $(\Delta_1): \begin{cases} x=1+(m^2+1)t \\ y=2-mt \end{cases}$ và $(\Delta_2): \begin{cases} x=2-3t' \\ y=1-4mt' \end{cases}$

A. $m=\pm\sqrt{3}$ **B.** $m=-\sqrt{3}$ **C.** $m=\sqrt{3}$ **D.** không có m

Lời giải

Chọn A

(Δ_1) có $\overrightarrow{u_1}=(m^2+1;-m)$; (Δ_2) có $\overrightarrow{u_2}=(-3;-4m)$

$(\Delta_1) \perp (\Delta_2) \Leftrightarrow \overrightarrow{u_1} \perp \overrightarrow{u_2} \Leftrightarrow -3(m^2+1)+4m^2=0 \Leftrightarrow m^2=3 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{3}$

Câu 19: Cho 4 điểm $A(-3;1), B(-9;-3), C(-6;0), D(-2;4)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD.

A. $(-6;-1)$ **B.** $(-9;-3)$ **C.** $(-9;3)$ **D.** $(0;4)$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-6;-4)\Rightarrow VTPT\ \overrightarrow{n_{AB}}=(2;-3)\Rightarrow (AB):2x-3y=-9$

Ta có $\overrightarrow{CD}=(4;4)\Rightarrow VTPT\ \overrightarrow{n_{CD}}=(1;-1)\Rightarrow (CD):x-y=-6$

Gọi $N=AB\cap CD$

Suy ra N là nghiệm của hệ $\begin{cases}2x-3y=-9\\x-y=-6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-9\\y=-3\end{cases}\Rightarrow N(-9;-3)$

DẠNG 2: TÍNH GÓC, KHOẢNG CÁCH

{Xác định và tính góc giữa hai đường thẳng, khoảng cách từ điểm đến đường thẳng,...}

1 PHƯƠNG PHÁP.

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1:a_1x+b_1y+c_1=0$ và $d_2:a_2x+b_2y+c_2=0$. Khi đó góc giữa hai đường thẳng được tính theo công thức.

$$\boxed{\cos(d_1;d_2)=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}}$$

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta:ax+by+c=0$ và điểm $M_0(x_0;y_0)$. Khi đó khoảng cách từ điểm M_0 đến đường thẳng Δ được tính theo công thức:

$$\boxed{d(M_0;\Delta)=\frac{|ax_0+by_0+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tính khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta:3x-4y-17=0$

Lời giải

Áp dụng công thức tính khoảng cách ta có $d(M,\Delta)=\frac{|3.1-4(-1)-17|}{\sqrt{3^3+(-4)^2}}=\frac{10}{5}=2$.

Câu 2: Cho hai đường thẳng $d_1:2x-4y-3=0$ và $d_2:3x-y+17=0$. Tính số đo góc giữa d_1 và d_2.

Lời giải

Ta có $\cos(d_1,d_2)=\frac{|2.3+(-4).(-1)|}{\sqrt{2^2+(-4)^2}.\sqrt{3^3+(-1)^2}}=\frac{10}{10\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Suy ra số đo góc giữa d_1 và d_2 là 45^0.

Câu 3: Cho hai đường thẳng song $d_1: 5x-7y+4=0$ và $d_2: 5x-7y+6=0$. Phương trình đường thẳng song song và cách đều d_1 và d_2 là

Lời giải

Cách 1: Tự luận.

Gọi là d đường thẳng song song và cách đều d_1 và d_2.

Suy ra phương trình d có dạng: $5x-7y+c=0$ $(c \neq 4, c \neq 6)$

Mặt khác: $d(d;d_1)=d(d;d_2) \Leftrightarrow \dfrac{|c-4|}{\sqrt{5^2+(-7)^2}}=\dfrac{|c-6|}{\sqrt{5^2+(-7)^2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c-4=c-6 \\ c-4=-c+6 \end{array}\right. \Leftrightarrow c=5$

Cách 2: Trắc nghiệm.

Phương trình đường thẳng song song và cách đều d_1 và d_2 là

$$5x-7y+\frac{6+4}{2}=0 \Leftrightarrow 5x-7y+5=0$$

Câu 4: Tính diện tích tam giác ABC với $A(3;-4)$, $B(1;5)$, $C(3;1)$ là

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;9) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{85}$.

Phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x-3}{-2}=\dfrac{y+4}{9} \Leftrightarrow 9x+2y-19=0$.

Khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng AB là $d(C,AB)=\dfrac{|9.3+2.1-19|}{\sqrt{9^2+2^2}}=\dfrac{10}{\sqrt{85}}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}\sqrt{85}.\dfrac{10}{\sqrt{85}}=5$.

Câu 5: Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(3,0)$, $B(0;4)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;4) \Rightarrow \left|\overrightarrow{AB}\right|=5$.

Phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=1 \Leftrightarrow 4x+3y-12=0$.

Gọi $M(0;m) \in Oy \Rightarrow d(M,AB)=\dfrac{|3m-12|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\dfrac{|3m-12|}{5}$.

Diện tích tam giác MAB bằng 6 nên

$\dfrac{1}{2}.5\dfrac{|3m-12|}{5}=6 \Leftrightarrow |3m-12|=12 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3m=0 \\ 3m=24 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \Rightarrow M(0;0) \\ m=8 \Rightarrow M(0;8) \end{array}\right.$.

Câu 6: Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x=9+at \\ y=7-2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $3x+4y-2=0$ bằng $45°$.

Lời giải

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng đã cho.

Đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (a;-2)$.

Đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ có vectơ chỉ phương là $\vec{v} = (4;-3)$.

Ta có $\cos\varphi = |\cos(\vec{u},\vec{v})|$ $\Leftrightarrow \cos 45° = \dfrac{|\vec{u}.\vec{v}|}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}$ $\Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{|4a+6|}{5\sqrt{a^2+4}}$

$\Leftrightarrow 5\sqrt{a^2+4} = \sqrt{2}|4a+6| \Leftrightarrow 25a^2 + 100 = 32a^2 + 96a + 72$

$\Leftrightarrow 7a^2 + 96a - 28 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \dfrac{2}{7} \\ a = -14 \end{array}\right.$.

Câu 7: Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x + y - 3 = 0$ và $d_2: x - 2y + 1 = 0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3: y - 1 = 0$ một góc 45^0 có phương trình:

Lời giải

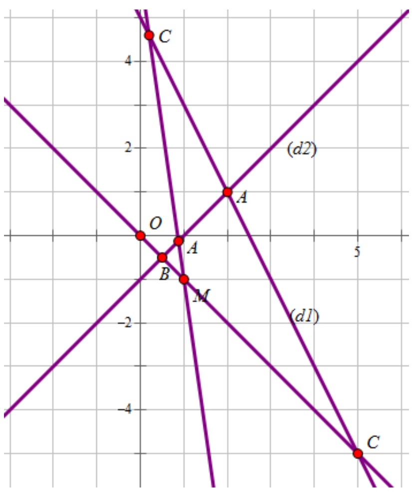
$\begin{cases} d_1: 2x + y - 3 = 0 \\ d_2: x - 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A(1;1) \in \Delta.$

Ta có $d_3: y - 1 = 0 \to \vec{n}_3 = (0;1)$, gọi $\vec{n}_\Delta = (a;b)$, $\varphi = (\Delta; d_3)$. Khi đó

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos\varphi = \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{0+1}} \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 2b^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b \to a = b = 1 \to \Delta: x + y - 2 = 0 \\ a = -b \to a = 1, b = -1 \to \Delta: x - y = 0 \end{array}\right..$$

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(1;-1)$ và hai đường thẳng có phương trình $(d_1): x - y - 1 = 0, (d_2): 2x + y - 5 = 0$. Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng trên. Biết rằng có hai đường thẳng (d) đi qua M cắt hai đường thẳng trên lần lượt tại hai điểm B, C sao cho ABC là tam giác có $BC = 3AB$ có dạng: $ax + y + b = 0$ và $cx + y + d = 0$, giá trị của $T = a + b + c + d$ là

Lời giải



Tọa độ $A(2;1)$

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng (d_1) và (d_2), $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$

Xét tam giác ABC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{10}}$

Gọi β là góc giữa hai đường thẳng (d) và (d_1), suy ra: $\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \cos\beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ (1)

Giả sử (d) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}(a;b)$

Từ (1) ta có: $\cos\beta = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \frac{|2a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow a^2 - 8ab + b^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = b \\ a = 7b \end{array}\right.$

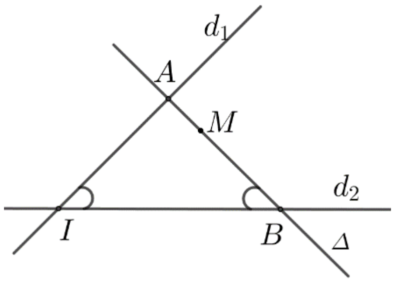
Với $a = b$ một vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1) \Rightarrow d: x + y = 0$

Với $a = 7b$ một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}(7;1) \Rightarrow d: 7x + y - 6 = 0$

Vậy: $T = 1 + 0 + 7 - 6 = 2$

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1): 2x - y + 5 = 0$ và $(d_2): x + y - 3 = 0$ cắt nhau tại I. Phương trình đường thẳng đi qua $M(-2;0)$ cắt $(d_1),(d_2)$ tại A và B sao cho tam giác IAB cân tại A có phương trình dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính $T = a - 5b$.

Lời giải



Đường thẳng $(d_1),(d_2)$ có véc tơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_1} = (2;-1)$, $\overrightarrow{n_2} = (1;1)$.

Gọi (Δ) là đường thẳng cần tìm có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a;b)$.

Góc giữa 2 đường thẳng (d_1), (d_2) và (Δ), (d_2) xác định bởi:

$$cos(d_1,d_2) = \frac{|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_1}|.|\overrightarrow{n_2}|} = \frac{|2.1 - 1.1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

$$cos(\Delta,d_2) = \frac{|\vec{n}.\overrightarrow{n_2}|}{|\vec{n}|.|\overrightarrow{n_2}|} = \frac{|a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|a+b|}{\sqrt{2}.\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Vì (Δ) cắt $(d_1),(d_2)$ tại A và B tạo thành tam giác IAB cân tại A nên

$$cos\left(d_1,d_2\right)=cos\left(\Delta,d_2\right)\Leftrightarrow\frac{|a+b|}{\sqrt{2}.\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}\Leftrightarrow\sqrt{5}|a+b|=\sqrt{a^2+b^2}$$

$$\Leftrightarrow 5(a+b)^2=a^2+b^2\Leftrightarrow 2a^2+5ab+b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-2b\\a=-\frac{1}{2}b\end{array}\right..$$

+ $a=-2b$: chọn $a=2\Rightarrow b=-1$: phương trình đường thẳng là:

$2(x+2)-y=0\Leftrightarrow 2x-y+4=0\quad(L)$.

+ $a=-\frac{1}{2}b$: chọn $a=1\Rightarrow b=-2$: phương trình đường thẳng là:

$(x+2)-2y=0\Leftrightarrow x-2y+2=0\quad(T/m)$. Do đó $T=a-5b=1-5(-2)=11$.

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$, $B(-2;4)$ và đường thẳng $\Delta: mx-y+3=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B.

Lời giải

Gọi I là trung điểm đoạn $AB\rightarrow\left\{\begin{array}{l}I\left(-\frac{1}{2};\frac{5}{2}\right)\\\overrightarrow{AB}=(-3;3)\rightarrow\vec{n}_{AB}=(1;1)\end{array}\right.$.

Khi đó: $\Delta: mx-y+3=0\ \left(\vec{n}_\Delta=(m;-1)\right)$ cách đều A,B

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}I\in\Delta\\\frac{m}{1}=\frac{-1}{1}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\frac{m}{2}-\frac{5}{2}+3=0\\m=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-1\end{array}\right..$$

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi d là đường thẳng đi qua $M(4;2)$ và cách điểm $A(1;0)$ khoảng cách $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. Biết rằng phương trình đường thẳng d có dạng $x+by+c=0$ với b,c là hai số nguyên. Tính $b+c$.

Lời giải

Ta có: $M(4;2)\in d\Leftrightarrow 4+2b+c=0\Rightarrow c=-4-2b.$ (1)

$$d(A,d)=\frac{|1+c|}{\sqrt{1+b^2}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}\Leftrightarrow 10(1+c)^2=9(1+b^2).\ (2)$$

Thay $c=-4-2b$ vào PT (2) ta được PT: $31b^2+120b+81=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=-3(tmdk)\\b=-\frac{27}{31}(ktmdk)\end{array}\right.$

$\Rightarrow b=-3, c=2\Rightarrow b+c=-1..$

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x-y+1=0$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(9;6)$. Điểm $M(a;b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Tính $a+b$.

Lời giải

Gọi A' đối xứng A qua d ta có $A'(0;3)$ khi đó điểm $M = A'B \cap d$

Tìm được $M(3;4)$.

Câu 13: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: x-4y+15=0$ và điểm $A(2;0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d để đoạn AM có độ dài nhỏ nhất.

Lời giải

Điểm $M \in d \Leftrightarrow M(4t-15;t)$

Ta có: $AM = \sqrt{(4t-17)^2+t^2} = \sqrt{17(t^2-8t+17)} = \sqrt{17\left[(t-4)^2+1\right]} \geq \sqrt{17}$, $\forall t \in \mathbb{R}$.

$\Rightarrow \min AM = \sqrt{17}$, đạt được tại $t=4$. Khi đó $M(1;4)$.

Câu 14: Cho 3 điểm $A(-6;3); B(0;-1); C(3;2)$. Tìm M trên đường thẳng $d: 2x-y-3=0$ mà $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất là

Lời giải

Cách 1:

Tìm tọa độ điểm $I(x;y)$ sao cho $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$. Suy ra $I\left(-1;\frac{4}{3}\right)$

Ta có: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IC}$

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| = 3\left|\overrightarrow{MI}\right|$. Vậy $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất khi $\left|\overrightarrow{MI}\right|$ nhỏ nhất.

$\left|\overrightarrow{MI}\right|$ nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I xuống đường thẳng d.

Đường thẳng d' đi qua I và vuông góc với d có phương trình: $x+2y=\frac{5}{3}$

M là giao điểm của d và d' nên M là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x+2y=\frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{-13}{15};\frac{19}{15}\right)$

Cách 2:

M thuộc d suy ra $M(t;2t+3)$

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC} = (-3-3t;-6t-5)$

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| = \sqrt{(-3-3t)^{2+}+(-6-5t)^2}$

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right| = \sqrt{45t^2+78t+34} = \sqrt{45\left(t+\frac{13}{15}\right)^2+\frac{1}{5}}$

$\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất khi $t=-\frac{13}{15}$. Suy ra $M\left(\frac{-13}{15};\frac{19}{15}\right)$.

Câu 15: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;2)$, $B(1;-3)$, $C(-2;2)$. Điểm M thuộc trục tung sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất có tung độ là?

Lời giải

Gọi $G(a;b)$ là trọng tâm tam giác ABC. Suy ra

$$\begin{cases} a=\frac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ b=\frac{y_A+y_B+y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{2+1-2}{3} \\ b=\frac{2-3+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right).$$

Ta có: $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right|=\left|3\overrightarrow{MG}\right|=3MG$.

Suy ra $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất.

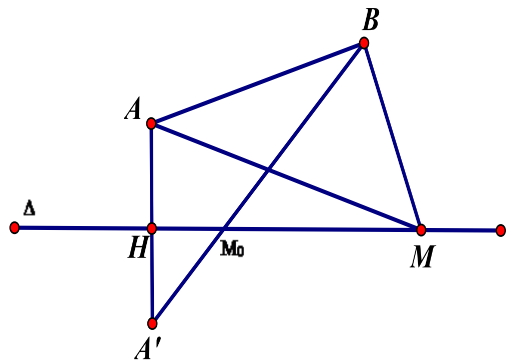
Mặt khác M thuộc trục tung nên MG nhỏ nhất khi M là hình chiếu của G lên trục tung.

Vậy $M\left(0;\frac{1}{3}\right)$.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x-y+1=0$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(9;6)$. Điểm $M(a;b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Tính $a+b$ ta được kết quả là:

Lời giải

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng Δ



Ta có: $MA+MB=MA'+MB\geq A'B$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow$ M trùng với M_0 (M_0 là giao điểm của Δ và A'B)

Ta có: $AA'\perp\Delta$ nên $\overrightarrow{n_{AA'}}=\overrightarrow{a_\Delta}=(1;1)$

$(AA'): x+y-3=0$

Gọi $H=AA'\cap\Delta\Rightarrow H(1;2)$

Vì A' đối xứng với A qua Δ nên H là trung điểm AA' $\Rightarrow A'(0;3)$

Đường thẳng A'B qua B có VTCP $\overrightarrow{A'B}=(9;3)=3(3;1)\Rightarrow\overrightarrow{n_{A'B}}=(1;-3)$

$\Rightarrow A'B: x-3y+9=0$

Tọa độ M_0 thỏa hệ: $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x-3y+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow M_0(3;4)$

$\Rightarrow M(3;4)$. Vậy $a+b=7$

Câu 17: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy ,cho tam giác ABC có đỉnh $A(2;2)$ và trung điểm của BC là $I(-1;-2)$. Điểm $M(a;b)$ thỏa mãn $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$. Tính $S=a+b$.

Lời giải

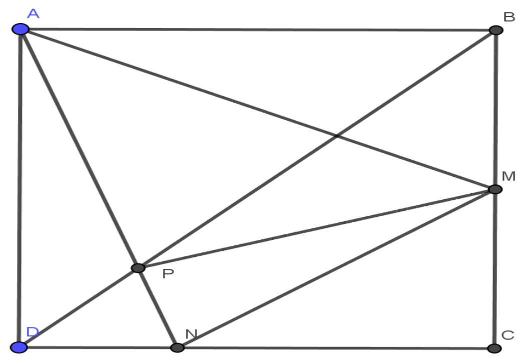
Gọi K trung điểm $AI \Rightarrow K\left(\frac{1}{2};0\right)$.

Ta có $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MI}=\vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MK}=\vec{0} \Leftrightarrow M \equiv K$

$\Rightarrow a+b=\frac{1}{2}+0=\frac{1}{2}$.

Câu 18: Trên mặt phẳng Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN=2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2};\frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x-y-3=0$. Gọi $P(a;b)$ là giao điểm của AN và BD. Giá trị $2a+b$ bằng:

Lời giải



Ta chứng minh được $MP \perp AN$, nên P là hình chiếu của M trên AN.

(Thật vậy gắn hệ trục toạ độ Dxy, $D(0;0), C(1;0), B(1;1), A(0;1)$. Khi đó $M\left(1;\frac{1}{2}\right); N\left(\frac{1}{3};0\right)$.

Phương trình đường thẳng $BD: y=x$. Phương trình đường thẳng $AN: 3x+y=1$.

Điểm $P\left(\frac{1}{4};\frac{1}{4}\right)$. Khi đó $\overrightarrow{MP}=\left(\frac{-3}{4};\frac{-1}{4}\right); \overrightarrow{AN}=\left(\frac{1}{3};-1\right) \Rightarrow \overrightarrow{MP}.\overrightarrow{AN}=0 \Rightarrow MP \perp AN$ (đpcm).

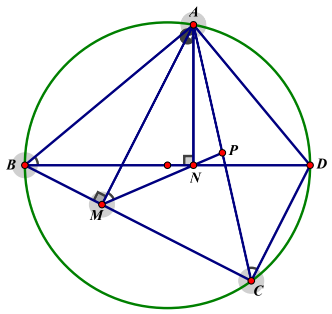
Phương trình đường thẳng MP qua M và vuông góc với AN là $x+2y-\frac{13}{2}=0$.

P là giao điểm MP và AN nên toạ độ P là nghiệm hệ $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x+2y=\frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=2 \end{cases}$.

Từ đó: $a=\frac{5}{2}$, $b=2\Rightarrow 2a+b=7$.

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BC và BD; gọi P là giao điểm của MN và AC. Biết đường thẳng AC có phương trình $x-y-1=0$, $M(0;4)$, $N(2;2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A, B.

Lời giải



* Ta chứng minh P là trung điểm của AC.

Thật vậy: do các tứ giác $ABMN$, $ABCD$ là các tứ giác nội tiếp nên $\widehat{AMP}=\widehat{ABN}=\widehat{ACD}$

Lại do : $AM\,//\,CD$ (cùng vuông góc với BC) nên $\widehat{ACD}=\widehat{CAM}\Rightarrow\widehat{PAM}=\widehat{PMA}$

$\Rightarrow\Delta PAM$ cân tại $P\Rightarrow PA=PM$. Đồng thời ΔPCM cân tại P nên $PC=PM$

$\Rightarrow PA=PC$ hay P là trung điểm của AC.

- Ta có : $\overrightarrow{MN}=(2;-2)\Rightarrow$ đường thẳng MN có phương trình: $x+y-4=0$

Điểm P có tọa độ là nghiệm của hệ $\begin{cases}x-y-1=0\\x+y-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{5}{2}\\y=\frac{3}{2}\end{cases}\Rightarrow P=\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$

- Do $A\in AC: x-y-1=0\Rightarrow A=(a;a-1)$ (với $a<2$)

- Do $PA=PM\Leftrightarrow\left(a-\frac{5}{2}\right)^2+\left(a-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{2}\Leftrightarrow\left(a-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a-\frac{5}{2}=\frac{5}{2}\\a-\frac{5}{2}=-\frac{5}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=5\\a=0\end{array}\right.\Rightarrow a=0\Rightarrow A=(0;-1)\Rightarrow C=(5;4)$

- Do BC đi qua $M(0;4)$ và $C(5;4)$ nên BC có phương trình: $y-4=0$.

- Lại có: $\overrightarrow{AN}=(2;3)$ là vectơ pháp tuyến của BD nên phương trình BD là: $2x+3y-10=0$.

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} y-4=0 \\ 2x+3y-10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow B=(-1;4)$.

Vậy $P\left(\frac{5}{2};\frac{3}{2}\right)$, $A(0;-1)$, $B(-1;4)$.

Câu 20: Đường thẳng $d: \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$, $(a \neq 0; b \neq 0)$ đi qua $M(-1;6)$ tạo với tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S=a+2b$.

Lời giải

d đi qua $M(-1;6) \Leftrightarrow \frac{-1}{a}+\frac{6}{b}=1$ (1).

Đường thẳng cắt tia Ox tại $A(a;0)$, $a>0 \Rightarrow OA=a$.

Đường thẳng cắt tia Oy tại $B(0;b)$, $b>0 \Rightarrow OB=b$.

ΔOAB vuông tại O nên có diện tích là $\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}ab$.

Theo đề $\frac{1}{2}ab=4 \Leftrightarrow ab=8$ (2).

Từ $(1),(2)$ suy ra: $a=2; b=4 \Rightarrow S=a+2b=10$.

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG, GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1: Có bao nhiêu cặp đường thẳng song song trong các đường thẳng sau?

$$(d_1): y=-\frac{1}{\sqrt{2}}x-2;\ (d_2): y=-\frac{1}{2}x+3;\ (d_3): y=\frac{1}{2}x+3;\ (d_4): y=-\frac{\sqrt{2}}{2}x-2$$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 2: Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng **không** song song với đường thẳng $d: y=3x-2$

A. $-3x+y=0$. **B.** $3x-y-6=0$. **C.** $3x-y+6=0$. **D.** $3x+y-6=0$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $d: x-2y-1=0$ song song với đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $x+2y+1=0$. **B.** $2x-y=0$. **C.** $-x+2y+1=0$. **D.** $-2x+4y-1=0$.

Câu 4: Cho các đường thẳng sau.

$$d_1: y=\frac{3}{\sqrt{3}}x-2\quad d_2: y=\frac{1}{\sqrt{3}}x+1\quad d_3: y=-\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)x+2\quad d_4: y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-1$$

Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

A. d_2, d_3, d_4 song song với nhau. **B.** d_2 và d_4 song song với nhau.

C. d_1 và d_4 vuông góc với nhau. **D.** d_2 và d_3 song song với nhau.

Câu 5: Tìm các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=\left(m^2-3\right)x+3m+1$ song song với đường thẳng $y=x-5$.

A. $m=\pm 2$. **B.** $m=\pm\sqrt{2}$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=2$.

Câu 6: Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $x-3y-6=0$ và $3x+4y-1=0$ là

A. $\left(\frac{27}{13};-\frac{17}{13}\right)$. **B.** $(-27;17)$. **C.** $\left(-\frac{27}{13};\frac{17}{13}\right)$. **D.** $(27;-17)$.

Câu 7: Cho đường thẳng $d_1: 2x+3y+15=0$ và $d_2: x-2y-3=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.

B. d_1 và d_2 song song với nhau.

C. d_1 và d_2 trùng nhau.

D. d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Câu 8: Hai đường thẳng $d_1: mx+y=m-5, d_2: x+my=9$ cắt nhau khi và chỉ khi

A. $m\neq -1$. **B.** $m\neq 1$. **C.** $m\neq \pm 1$. **D.** $m\neq 2$.

Câu 9: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1: 3x+4y+10=0 \text{ và } d_2: (2m-1)x+m^2y+10=0 \text{ trùng nhau?}$$

A. $m\pm 2$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng có phương trình $d_1: mx+(m-1)y+2m=0$ và $d_2: 2x+y-1=0$. Nếu d_1 song song d_2 thì:

A. $m=2.$ **B.** $m=-1.$ **C.** $m=-2.$ **D.** $m=1.$

Câu 11: Tìm m để hai đường thẳng $d_1: 2x-3y+4=0$ và $d_2: \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases}$ cắt nhau.

A. $m\neq -\dfrac{1}{2}.$ **B.** $m\neq 2.$ **C.** $m\neq \dfrac{1}{2}.$ **D.** $m=\dfrac{1}{2}.$

Câu 12: Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng

$$d_1: 2x-4y+1=0 \text{ và } d_2: \begin{cases} x=-1+at \\ y=3-(a+1)t \end{cases} \text{ vuông góc với nhau?}$$

A. $a=-2.$ **B.** $a=2.$ **C.** $a=-1.$ **D.** $a=1.$

Câu 13: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x=2+mt \\ y=-6+(1-2m)t \end{cases} \text{ trùng nhau?}$$

A. $m=\dfrac{1}{2}.$ **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m\neq \pm 2$.

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x=2+2t \\ y=1+mt \end{cases} \text{ và } d_2: 4x-3y+m=0 \text{ trùng nhau.}$$

A. $m=-3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\dfrac{4}{3}.$ **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 15: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1: 2x+y+4-m=0 \text{ và } d_2: (m+3)x+y+2m-1=0 \text{ song song?}$$

A. $m=1.$ **B.** $m=-1.$ **C.** $m=2.$ **D.** $m=3.$

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng

$\Delta_1: 2x-3my+10=0$ và $\Delta_2: mx+4y+1=0$ cắt nhau.

A. $1<m<10$. **B.** $m=1$. **C.** Không có m. **D.** Với mọi m.

Câu 17: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$\Delta_1: mx+y-19=0$ và $\Delta_2: (m-1)x+(m+1)y-20=0$ vuông góc?

A. Với mọi m. **B.** $m=2$. **C.** Không có m. **D.** $m=\pm 1$.

Câu 18: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 3mx+2y+6=0$ và $d_2: (m^2+2)x+2my+6=0$ cắt nhau?

A. $m\neq -1$. **B.** $m\neq 1$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\neq 1$ và $m\neq -1$.

Câu 19: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 2x-3y-10=0$ và $d_2: \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases}$ vuông góc?

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=\frac{9}{8}$. **C.** $m=-\frac{9}{8}$. **D.** $m=-\frac{5}{4}$.

Câu 20: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 4x-3y+3m=0$ và $d_2: \begin{cases} x=1+2t \\ y=4+mt \end{cases}$ trùng nhau?

A. $m=-\frac{8}{3}$. **B.** $m=\frac{8}{3}$. **C.** $m=-\frac{4}{3}$. **D.** $m=\frac{4}{3}$.

Câu 21: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 3mx+2y-6=0$ và $d_2: (m^2+2)x+2my-3=0$ song song?

A. $m=1$; $m=-1$. **B.** $m\in\varnothing$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Câu 22: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: \begin{cases} x=8-(m+1)t \\ y=10+t \end{cases}$ và $d_2: mx+2y-14=0$ song song?

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 23: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: (m-3)x+2y+m^2-1=0$ và $d_2: -x+my+m^2-2m+1=0$ cắt nhau?

A. $m\neq 1$. **B.** $\begin{cases} m\neq 1 \\ m\neq 2 \end{cases}$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\neq 1 \\ m\neq 2 \end{array}\right.$.

Câu 24: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$\Delta_1: \begin{cases} x=m+2t \\ y=1+(m^2+1)t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=1+mt \\ y=m+t \end{cases}$ trùng nhau?

A. Không có m. **B.** $m=\frac{4}{3}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-3$.

Câu 25: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $7x-3y+16=0$ và $x+10=0$.

A. $(-10;-18)$. **B.** $(10;18)$. **C.** $(-10;18)$. **D.** $(10;-18)$.

Câu 26: Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng

$$d_1:\begin{cases}x=-3+4t\\y=2+5t\end{cases} \text{ và } d_2:\begin{cases}x=1+4t'\\y=7-5t'\end{cases}.$$

A. $(1;7)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(5;1)$.

Câu 27: Cho hai đường thẳng $d_1:2x+3y-19=0$ và $d_2:\begin{cases}x=22+2t\\y=55+5t\end{cases}$. Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng đã cho.

A. $(2;5)$. **B.** $(10;25)$. **C.** $(-1;7)$. **D.** $(5;2)$.

Câu 28: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;0)$, $B(1;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t\\y=2-t\end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và d.

A. $(2;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;-2)$.

Câu 29: Xác định a để hai đường thẳng $d_1:ax+3y-4=0$ và $d_2:\begin{cases}x=-1+t\\y=3+3t\end{cases}$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

A. $a=1$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=2$. **D.** $a=-2$.

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d_1:4x+3my-m^2=0$ và $d_2:\begin{cases}x=2+t\\y=6+2t\end{cases}$ cắt nhau tại một điểm thuộc trục tung.

A. $m=0$ hoặc $m=-6$. **B.** $m=0$ hoặc $m=2$.
C. $m=0$ hoặc $m=-2$. **D.** $m=0$ hoặc $m=6$.

Câu 31: Cho ba đường thẳng $d_1:3x-2y+5=0$, $d_2:2x+4y-7=0$, $d_3:3x+4y-1=0$. Phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của d_1 và d_2, và song song với d_3 là:

A. $24x+32y-53=0$. **B.** $24x+32y+53=0$. **C.** $24x-32y+53=0$. **D.** $24x-32y-53=0$.

Câu 32: Lập phương trình của đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1:x+3y-1=0$, $d_2:x-3y-5=0$ và vuông góc với đường thẳng $d_3:2x-y+7=0$.

A. $3x+6y-5=0$. **B.** $6x+12y-5=0$. **C.** $6x+12y+10=0$. **D.** $x+2y+10=0$.

Câu 33: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1:3x-4y+15=0$, $d_2:5x+2y-1=0$ và $d_3:mx-(2m-1)y+9m-13=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

A. $m=\frac{1}{5}$. **B.** $m=-5$. **C.** $m=-\frac{1}{5}$. **D.** $m=5$.

Câu 34: Nếu ba đường thẳng: $d_1:\ 2x+y-4=0$, $d_2: 5x-2y+3=0$ và $d_3: mx+3y-2=0$ đồng quy thì m nhận giá trị nào sau đây?

A. $\frac{12}{5}$. **B.** $-\frac{12}{5}$. **C.** 12. **D.** -12.

Câu 35: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1: 3x-4y+15=0$, $d_2: 5x+2y-1=0$ và $d_3: mx-4y+15=0$ đồng quy?

A. $m=-5$. **B.** $m=5$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Câu 36: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1: 2x+y-1=0$, $d_2: x+2y+1=0$ và $d_3: mx-y-7=0$ đồng quy?

A. $m=-6$. **B.** $m=6$. **C.** $m=-5$. **D.** $m=5$.

Câu 37: Đường thẳng $d: 51x-30y+11=0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M\left(-1;-\frac{4}{3}\right)$. **B.** $N\left(-1;\frac{4}{3}\right)$. **C.** $P\left(1;\frac{3}{4}\right)$. **D.** $Q\left(-1;-\frac{3}{4}\right)$.

DẠNG 2. GÓC CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 2.1 Tính góc của hai đường thẳng cho trước

Câu 38: Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x-\sqrt{3}y+2=0$ và $\Delta': x+\sqrt{3}y-1=0$.

A. 90°. **B.** 120°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 39: Góc giữa hai đường thẳng $a: \sqrt{3}x-y+7=0$ và $b: x-\sqrt{3}y-1=0$ là:

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Câu 40: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x+5y-2=0$ và $d_2: 3x-7y+3=0$. Góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng

A. 30^0. **B.** 135^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Câu 41: Tìm côsin góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 2x+y-1=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{3}{10}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

Câu 42: Tìm góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: x-2y+15=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2-t \\ y=4+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

A. 5°. **B.** 60°. **C.** 0°. **D.** 90°.

Câu 43: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $d_1: x+2y-7=0, d_2: 2x-4y+9=0$.

A. $\frac{3}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 44: Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x-\sqrt{3}y+2=0$ *và* $\Delta': x+\sqrt{3}y-1=0$?

A. 90^o. **B.** 120^o. **C.** 60^o. **D.** 30^o.

Câu 45: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng: $d_1: 2x - y - 10 = 0$ và $d_2: x - 3y + 9 = 0$.

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 135°.

Câu 46: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng

$$d_1: 7x - 3y + 6 = 0 \text{ và } d_2: 2x - 5y - 4 = 0.$$

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** $\frac{3\pi}{4}$.

Câu 47: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1: 2x + 2\sqrt{3}y + 5 = 0$ và $d_2: y - 6 = 0$.

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 48: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1: x + \sqrt{3}y = 0$ và $d_2: x + 10 = 0$.

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 49: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng

$$d_1: 6x - 5y + 15 = 0 \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}.$$

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 50: Cho đường thẳng $d_1: x + 2y - 7 = 0$ và $d_2: 2x - 4y + 9 = 0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $-\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Câu 51: Cho đường thẳng $d_1: x + 2y - 2 = 0$ và $d_2: x - y = 0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 52: Cho đường thẳng $d_1: 10x + 5y - 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{3}{10}$.

Câu 53: Cho đường thẳng $d_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{56}{65}$. **B.** $-\frac{33}{65}$. **C.** $\frac{6}{65}$. **D.** $\frac{33}{65}$.

Dạng 2.2 Viết phương trình đường thẳng liên quan đến góc

Câu 54: Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ bằng 45°.

A. $a=1$, $a=-14$. **B.** $a=\frac{2}{7}$, $a=-14$. **C.** $a=-2$, $a=-14$. **D.** $a=\frac{2}{7}$, $a=14$.

Câu 55: Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x+y-3=0$ và $d_2: x-2y+1=0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3: y-1=0$ một góc 45^0 có phương trình:

A. $x+(1-\sqrt{2})y=0$ hoặc $\Delta: x-y-1=0$. **B.** $\Delta: x+2y=0$ hoặc $\Delta: x-4y=0$.

C. $\Delta: x-y=0$ hoặc $\Delta: x+y-2=0$. **D.** $\Delta: 2x+1=0$ hoặc $y+5=0$..

Câu 56: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm $A(2;0)$ và tạo với trục hoành một góc $45°$?

A. Có duy nhất. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** Không tồn tại.

Câu 57: Đường thẳng Δ tạo với đường thẳng $d: x+2y-6=0$ một góc 45^0. Tìm hệ số góc k của đường thẳng Δ.

A. $k=\frac{1}{3}$ hoặc $k=-3$. **B.** $k=\frac{1}{3}$ hoặc $k=3$.

C. $k=-\frac{1}{3}$ hoặc $k=-3$. **D.** $k=-\frac{1}{3}$ hoặc $k=3$.

Câu 58: Biết rằng có đúng hai giá trị của tham số k để đường thẳng $d: y=kx$ tạo với đường thẳng $\Delta: y=x$ một góc 60^0. Tổng hai giá trị của k bằng:

A. -8. **B.** -4. **C.** -1. **D.** -1.

Câu 59: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(1;-1)$ và hai đường thẳng có phương trình $(d_1): x-y-1=0, (d_2): 2x+y-5=0$. Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng trên. Biết rằng có hai đường thẳng (d) đi qua M cắt hai đường thẳng trên lần lượt tại hai điểm B, C sao cho ABC là tam giác có $BC=3AB$ có dạng: $ax+y+b=0$ và $cx+y+d=0$, giá trị của $T=a+b+c+d$ là

A. $T=5$. **B.** $T=6$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$.

Câu 60: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác cân ABC có cạnh đáy $BC: x-3y-1=0$, cạnh bên $AB: x-y-5=0$. Đường thẳng AC đi qua $M(-4;1)$. Giả sử toạ độ đỉnh $C(m,n)$.Tính $T=m+n$.

A. $T=\frac{5}{9}$. **B.** $T=-3$. **C.** $T=\frac{9}{5}$. **D.** $T=-\frac{9}{5}$.

Câu 61: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1): 2x-y+5=0$ và $(d_2): x+y-3=0$ cắt nhau tại I. Phương trình đường thẳng đi qua $M(-2;0)$ cắt $(d_1), (d_2)$ tại A và B sao cho tam giác IAB cân tại A có phương trình dạng $ax+by+2=0$. Tính $T=a-5b$.

A. $T=-1$. **B.** $T=9$. **C.** $T=-9$. **D.** $T=11$.

DẠNG 3. KHOẢNG CÁCH

Dạng 3.1 Tính khoảng cách từ 1 điểm đến đường thẳng cho trước

Câu 62: Khoảng cách từ điểm $A(1;1)$ đến đường thẳng $5x-12y-6=0$ là

A. 13. **B.** -13. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 63: Khoảng cách từ điểm $M(5;-1)$ đến đường thẳng $3x+2y+13=0$ là:

A. $2\sqrt{13}$. **B.** $\frac{28}{\sqrt{13}}$. **C.** 26. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 64: Khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+y+4=0$ là

A. 1. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Câu 65: Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $M(3;-4)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-1=0$.

A. $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{24}{5}$. **C.** $\frac{12}{5}$. **D.** $-\frac{24}{5}$.

Câu 66: Khoảng cách từ điểm $A(-3;2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-y+1=0$ bằng:

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\frac{11\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{10\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{11}{\sqrt{10}}$.

Câu 67: Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $d: 4x-3y+1=0$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 68: Một đường tròn có tâm $I(3;-2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-5y+1=0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. $\frac{14}{\sqrt{26}}$. **B.** $\frac{7}{13}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** 6.

Câu 69: Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $M(0;4)$ đến đường thẳng $\Delta: x\cos\alpha + y\sin\alpha + 4(2-\sin\alpha)=0$ bằng

A. $\sqrt{8}$. **B.** $4\sin\alpha$. **C.** $\frac{4}{\cos\alpha+\sin\alpha}$. **D.** 8.

Câu 70: Khoảng cách từ $I(1;-2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-26=0$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 5. **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 71: Khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $x-3y+4=0$ và $2x+3y-1=0$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+y+4=0$ bằng:

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** 2.

Câu 72: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(0;3)$ và $C(4;0)$. Chiều cao của tam giác kẻ từ đỉnh A bằng:

A. $\frac{1}{5}$. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{25}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 73: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;-4)$, $B(1;5)$ và $C(3;1)$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. 10. **B.** 5. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 74: Khoảng cách từ điểm $M(0;3)$ đến đường thẳng $\Delta: x\cos\alpha + y\sin\alpha + 3(2-\sin\alpha) = 0$ bằng:

A. $\sqrt{6}$. **B.** 6. **C.** $3\sin\alpha$. **D.** $\frac{3}{\cos\alpha + \sin\alpha}$.

Câu 75: Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+4t \end{cases}$ bằng:

A. 2. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{10}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 76: Khoảng cách nhỏ nhất từ điểm $M(15;1)$ đến một điểm bất kì thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = t \end{cases}$ bằng:

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{10}}$. **C.** $\frac{16}{\sqrt{5}}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 77: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx + y - m + 4 = 0$ bằng $2\sqrt{5}$.

A. $m = 2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = \frac{1}{2} \end{array}\right.$. **C.** $m = -\frac{1}{2}$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 78: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 2-t \end{cases}$ và $d_2: x - 2y + m = 0$ đến gốc toạ độ bằng 2.

A. $\left[\begin{array}{l} m = -4 \\ m = 2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m = -4 \\ m = -2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = 2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -2 \end{array}\right.$.

Câu 79: Đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 8x + 6y + 100 = 0$. Bán kính R của đường tròn (C) bằng:

A. $R = 4$. **B.** $R = 6$. **C.** $R = 8$. **D.** $R = 10$.

Câu 80: Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 5x + 12y - 10 = 0$. Bán kính R của đường tròn (C) bằng:

A. $R = \frac{44}{13}$. **B.** $R = \frac{24}{13}$. **C.** $R = 44$. **D.** $R = \frac{7}{13}$.

Câu 81: Cho đường thẳng $d: 21x - 11y - 10 = 0$. Trong các điểm $M(21;-3)$, $N(0;4)$, $P(-19;5)$ và

$Q(1;5)$ điểm nào gần đường thẳng d nhất?

A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** Q.

Câu 82: Cho đường thẳng $d: 7x+10y-15=0$. Trong các điểm $M(1;-3)$, $N(0;4)$, $P(-19;5)$ và $Q(1;5)$ điểm nào cách xa đường thẳng d nhất?

A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** Q.

Câu 83: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

$\Delta_1: 6x-8y+3=0$ và $\Delta_2: 3x-4y-6=0$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 84: Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d: 7x+y-3=0$ và $\Delta: \begin{cases} x=-2+t \\ y=2-7t \end{cases}$.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** 15. **C.** 9. **D.** $\frac{9}{\sqrt{50}}$.

Câu 85: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

$d_1: 6x-8y-101=0$ và $d_2: 3x-4y=0$ bằng:

A. $10,1$. **B.** $1,01$. **C.** 101. **D.** $\sqrt{101}$.

Dạng 3.2 Phương trình đường thẳng liên quan đến khoảng cách

Câu 86: Cho hai điểm $A(3;1), B(4;0)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều A và B?

A. $-2x+2y-3=0$. **B.** $2x-2y-3=0$. **C.** $x+2y-3=0$. **D.** $2x+2y-3=0$.

Câu 87: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;3)$ và $B(1;4)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều hai điểm A và B?

A. $x-y+2=0$. **B.** $x+2y=0$. **C.** $2x-2y+10=0$. **D.** $x-y+100=0$.

Câu 88: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(0;1)$, $B(12;5)$ và $C(-3;0)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều ba điểm A, B và C.

A. $x-3y+4=0$. **B.** $-x+y+10=0$. **C.** $x+y=0$. **D.** $5x-y+1=0$.

Câu 89: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$, $B(-2;4)$ và đường thẳng $\Delta: mx-y+3=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B.

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Câu 90: Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x-4y+1=0$ và cách d một khoảng bằng 1 có phương trình:

A. $3x-4y+6=0$ hoặc $3x-4y-4=0$. **B.** $3x-4y-6=0$ hoặc $3x-4y+4=0$.

C. $3x-4y+6=0$ hoặc $3x-4y+4=0$. **D.** $3x-4y-6=0$ hoặc $3x-4y-4=0$.

Câu 91: Tập hợp các điểm cách đường thẳng $\Delta: 3x-4y+2=0$ một khoảng bằng 2 là hai đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $3x-4y+8=0$ hoặc $3x-4y+12=0$. **B.** $3x-4y-8=0$ hoặc $3x-4y+12=0$.

C. $3x-4y-8=0$ hoặc $3x-4y-12=0$. **D.** $3x-4y+8=0$ hoặc $3x-4y-12=0$.

Câu 92: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 5x+3y-3=0$ và $d_2: 5x+3y+7=0$ song song nhau. Đường thẳng vừa song song và cách đều với d_1, d_2 là:

A. $5x+3y-2=0$. **B.** $5x+3y+4=0$. **C.** $5x+3y+2=0$. **D.** $5x+3y-4=0$.

Câu 93: Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh CD sao cho $\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{DM}$, $N(0;2019)$ là trung điểm của cạnh BC, K là giao điểm của hai đường thẳng AM và BD. Biết đường thẳng AM có phương trình $x-10y+2018=0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng NK bằng

A. 2019. **B.** $2019\sqrt{101}$. **C.** $\dfrac{2018}{11}$. **D.** $\dfrac{2019\sqrt{101}}{101}$.

Câu 94: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi d là đường thẳng đi qua $M(4;2)$ và cách điểm $A(1;0)$ khoảng cách $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$. Biết rằng phương trình đường thẳng d có dạng $x+by+c=0$ với b,c là hai số nguyên. Tính $b+c$.

A. 4. **B.** 5. **C.** -1. **D.** -5.

Câu 95: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x+(m-1)y+m=0$ (m là tham số bất kì) và điểm $A(5;1)$. Khoảng cách lớn nhất từ điểm A đến Δ bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $4\sqrt{10}$. **D.** $3\sqrt{10}$.

Câu 96: Đường thẳng $12x+5y=60$ tạo với hai trục toạ độ một tam giác. Tổng độ dài các đường cao của tam giác đó là

A. $\dfrac{60}{13}$. **B.** $\dfrac{281}{13}$. **C.** $\dfrac{360}{17}$. **D.** 20.

Câu 97: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm $A(1;-1)$ và $B(3;4)$. Gọi (d) là một đường thẳng bất kì luôn đi qua **B.** Khi khoảng cách từ A đến đường thẳng (d) đạt giá trị lớn nhất, đường thẳng (d) có phương trình nào dưới đây?

A. $x-y+1=0$. **B.** $3x+4y=25$. **C.** $5x-2y-7=0$. **D.** $2x+5y-26=0$.

DẠNG 4. XÁC ĐỊNH ĐIỂM

Câu 98: Cho đường thẳng $d: 3x+5y-15=0$. Trong các điểm sau đây, điểm nào **không** thuộc đường thẳng d

A. $M_1(5;0)$. **B.** $M_4(-5;6)$. **C.** $M_2(0;3)$. **D.** $M_3(5;3)$.

Dạng 4.1 Xác định tọa hình chiếu, điểm đối xứng

Câu 99: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(4;3)$, $B(2;7)$, $C(-3;-8)$. Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là:

A. $(-1;4)$. **B.** $(1;-4)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(4;1)$.

Câu 100: Cho đường thẳng $d: -3x+y-5=0$ và điểm $M(-2;1)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên d là

A. $\left(\frac{7}{5};-\frac{4}{5}\right)$. **B.** $\left(-\frac{7}{5};\frac{4}{5}\right)$. **C.** $\left(-\frac{7}{5};-\frac{4}{5}\right)$. **D.** $\left(-\frac{5}{7};\frac{4}{5}\right)$.

Câu 101: Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2)$ lên đường thẳng $\Delta: x-y=0$ là

A. $\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $\left(-\frac{3}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

Câu 102: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với đỉnh $A(2;4)$, trọng tâm $G\left(2;\frac{2}{3}\right)$. Biết rằng đỉnh B nằm trên đường thẳng (d) có phương trình $x+y+2=0$ và đỉnh C có hình chiếu vuông góc trên (d) là điểm $H(2;-4)$. Giả sử $B(a;b)$, khi đó $T=a-3b$ bằng

A. $T=4$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$.

Câu 103: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng d: $2x+y+5=0$ và điểm $A(-4;8)$. Gọi M đối xứng với B qua C, điểm $N(5;-4)$ là hình chiếu vuông góc của B lên đường thẳng MD. Biết tọa độ $C(m;n)$, giá trị của $m-n$ là

A. 6. **B.** -6. **C.** 8. **D.** 7

Dạng 4.2 Xác định điểm liên quan đến yếu tố khoảng cách, góc

Câu 104: Cho hai điểm $A(3;-1), B(0;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1.

A. $M\left(\frac{7}{2};0\right)$ và $M(1;0)$. **B.** $M\left(\sqrt{13};0\right)$.

C. $M(4;0)$. **D.** $M(2;0)$.

Câu 105: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$, $B(4;-3)$ và đường thẳng $d: x-2y-1=0$. Tìm điểm M thuộc d có tọa độ nguyên và thỏa mãn khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 6.

A. $M(3;7)$. **B.** $M(7;3)$. **C.** $M(-43;-27)$. **D.** $M\left(3;-\frac{27}{11}\right)$.

Câu 106: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(0;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+2t\\y=3+t\end{cases}$. Tìm điểm M thuộc d và cách A một khoảng bằng 5, biết M có hoành độ âm.

A. $M(4;4)$. **B.** $\left[\begin{array}{l}M(-4;4)\\M\left(-\frac{24}{5};-\frac{2}{5}\right)\end{array}\right.$. **C.** $M\left(-\frac{24}{5};-\frac{2}{5}\right)$. **D.** $M(-4;4)$.

Câu 107: Biết rằng có đúng hai điểm thuộc trục hoành và cách đường thẳng $\Delta: 2x-y+5=0$ một khoảng bằng $2\sqrt{5}$. Tích hoành độ của hai điểm đó bằng:

A. $-\frac{75}{4}$. **B.** $-\frac{25}{4}$. **C.** $-\frac{225}{4}$. **D.** Đáp số khác.

Câu 108: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(0;3)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1.

A. $\left[\begin{array}{l}M\left(\frac{7}{2};0\right)\\M(1;0)\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}M\left(\frac{14}{3};0\right)\\M\left(\frac{4}{3};0\right)\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}M\left(-\frac{7}{2};0\right)\\M(-1;0)\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}M\left(-\frac{14}{3};0\right)\\M\left(-\frac{4}{3};0\right)\end{array}\right.$.

Câu 109: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(3;0)$ và $B(0;-4)$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6.

A. $\left[\begin{array}{l}M(0;0)\\M(0;-8)\end{array}\right.$. **B.** $M(0;-8)$. **C.** $M(6;0)$. **D.** $\left[\begin{array}{l}M(0;0)\\M(0;6)\end{array}\right.$.

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 4. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG, GÓC VÀ KHOẢNG CÁCH

III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1: Có bao nhiêu cặp đường thẳng song song trong các đường thẳng sau?

$(d_1): y = -\frac{1}{\sqrt{2}}x - 2;\ (d_2): y = -\frac{1}{2}x + 3;\ (d_3): y = \frac{1}{2}x + 3;\ (d_4): y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x - 2$

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Hai đường thẳng $y = a_1x + b_1$ và $y = a_2x + b_2$ song song với nhau khi và chỉ khi $\begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$.

Trong các đường thẳng trên không có đường nào thỏa mãn. Vậy không có cặp đường thẳng nào song song.

Câu 2: Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng **không** song song với đường thẳng $d: y = 3x - 2$

A. $-3x + y = 0$. **B.** $3x - y - 6 = 0$. **C.** $3x - y + 6 = 0$. **D.** $3x + y - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn D

$d: y = 3x - 2 \Leftrightarrow 3x - y - 2 = 0$. (d) có VTPT $\vec{n} = (3;-1)$.

Đường thẳng $3x + y - 6 = 0$ có VTPT $\overrightarrow{n_1} = (3;1) \neq k\vec{n}$ nên $\vec{n}$ và $\overrightarrow{n_1}$ không cùng phương. Do đó đường thẳng $3x + y - 6 = 0$ không song song với đường thẳng (d).

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ song song với đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $x + 2y + 1 = 0$. **B.** $2x - y = 0$. **C.** $-x + 2y + 1 = 0$. **D.** $-2x + 4y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta kiểm tra lần lượt các đường thẳng

.+) Với $d_1: x+2y+1=0$ có $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-2} \Rightarrow d$ cắt d_1.

.+) Với $d_2: 2x-y=0$ có $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{-2} \Rightarrow d$ cắt d_2.

.+) Với $d_3: -x+2y+1=0$ có $\frac{-1}{1} = \frac{2}{-2} \neq \frac{1}{-1} \Rightarrow d$ trùng d_3.

.+) Với $d_4: -2x+4y-1=0$ có $\frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} \neq \frac{-1}{-1} \Rightarrow d$ song song d_4.

Câu 4: Cho các đường thẳng sau.

$d_1: y = \frac{3}{\sqrt{3}}x - 2 \quad d_2: y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1 \quad d_3: y = -\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)x + 2 \quad d_4: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 1$

Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

A. d_2, d_3, d_4 song song với nhau.
B. d_2 và d_4 song song với nhau.
C. d_1 và d_4 vuông góc với nhau.
D. d_2 và d_3 song song với nhau.

Lời giải

Chọn B

Vì $d_3: y = -\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)x + 2 = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1 \Rightarrow d_3 \equiv d_2$. Đường thẳng d_2 và d_4 có hệ số góc bằng nhau;hệ số tự do khác nhau nên chúng song song.

Câu 5: Tìm các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 3m + 1$ song song với đường thẳng $y = x - 5$.

A. $m = \pm 2$.
B. $m = \pm\sqrt{2}$.
C. $m = -2$.
D. $m = 2$.

Lời giải

Chọn D

Để đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 3m + 1$ song song với đường thẳng $y = x - 5$ thì điều kiện là

$$\begin{cases} m^2 - 3 = 1 \\ 3m + 1 \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 6: Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ và $3x + 4y - 1 = 0$ là

A. $\left(\frac{27}{13}; -\frac{17}{13}\right)$.
B. $(-27; 17)$.
C. $\left(-\frac{27}{13}; \frac{17}{13}\right)$.
D. $(27; -17)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $x-3y-6=0$ và $3x+4y-1=0$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x-3y-6=0 \\ 3x+4y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{27}{13} \\ y=-\dfrac{17}{3} \end{cases}$.

Câu 7: Cho đường thẳng $d_1: 2x+3y+15=0$ và $d_2: x-2y-3=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.

B. d_1 và d_2 song song với nhau.

C. d_1 và d_2 trùng nhau.

D. d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d_1: 2x+3y+15=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(2;3)$ và đường thẳng $d_2: x-2y-3=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(1;-2)$.

Ta thấy $\dfrac{2}{1} \neq \dfrac{3}{-2}$ và $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=2.1+3.(-2)=-4 \neq 0$.

Vậy d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.

Câu 8: Hai đường thẳng $d_1: mx+y=m-5, d_2: x+my=9$ cắt nhau khi và chỉ khi

A. $m \neq -1$. **B.** $m \neq 1$. **C.** $m \neq \pm 1$. **D.** $m \neq 2$.

Lời giải

Chọn C

CÁCH 1

-Xét $m=0$ thì $d_1: y=-5,\ d_2: x=9$. Rõ ràng hai đường thẳng này cắt nhau nên $m=0$ thỏa mãn .

-Xét $m \neq 0$ thì $d_1: y=-mx+m-5$ và $d_2: y=-\dfrac{x}{m}+9$

Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhaut $\Leftrightarrow -m \neq -\dfrac{1}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq \pm 1 \end{cases}$ (2).

Từ và ta có $m \neq \pm 1$.

CÁCH 2

d_1 và d_2 theo thứ tự nhận các vectơ $\vec{n}_1=(m;1),\ \vec{n}_2=(1;m)$ làm vec tơ pháp tuyến.

d_1 và d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \vec{n}_1$ và $\vec{n}_2$ không cùng phương $\Leftrightarrow m.m \neq 1.1 \Leftrightarrow m \neq \pm 1.$

Câu 9: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1: 3x+4y+10=0 \text{ và } d_2: (2m-1)x+m^2y+10=0 \text{ trùng nhau?}$$

A. $m \pm 2$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-2$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_2:(2m-1)x+m^2y+10=0 \\ d_1:3x+4y+10=0 \end{cases} \xrightarrow{d_1\equiv d_2} \frac{2m-1}{3}=\frac{m^2}{4}=\frac{10}{10}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1=3 \\ m^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng có phương trình $d_1: mx+(m-1)y+2m=0$ và $d_2: 2x+y-1=0$. Nếu d_1 song song d_2 thì:

A. $m=2.$ **B.** $m=-1.$ **C.** $m=-2.$ **D.** $m=1.$

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: mx+(m-1)y+2m=0 \\ d_2: 2x+y-1=0 \end{cases} \xrightarrow{d_1\parallel d_2} \frac{m}{2}=\frac{m-1}{1}\neq\frac{2m}{-1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1\neq 2 \\ m=2m-2 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

Câu 11: Tìm m để hai đường thẳng $d_1: 2x-3y+4=0$ và $d_2: \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases}$ cắt nhau.

A. $m\neq -\frac{1}{2}.$ **B.** $m\neq 2.$ **C.** $m\neq \frac{1}{2}.$ **D.** $m=\frac{1}{2}.$

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x-3y+4=0 \\ d_2: \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1=(2;-3) \\ \vec{n}_2=(4m;-3) \end{cases} \xrightarrow{d_1\cap d_2=M} \frac{4m}{2}\neq\frac{-3}{-3} \Leftrightarrow m\neq\frac{1}{2}.$$ **Chọn C**

Câu 12: Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng

$d_1: 2x-4y+1=0$ và $d_2: \begin{cases} x=-1+at \\ y=3-(a+1)t \end{cases}$ vuông góc với nhau?

A. $a=-2.$ **B.** $a=2.$ **C.** $a=-1.$ **D.** $a=1.$

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x-4y+1=0 \\ d_2: \begin{cases} x=-1+at \\ y=3-(a+1)t \end{cases} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1=(1;-2) \\ \vec{n}_2=(a+1;a) \end{cases} \xrightarrow{d_1\perp d_2} \vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0 \Leftrightarrow a+1-2a=0 \Leftrightarrow a=1.$$

Chọn D

Câu 13: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: \begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=2+mt \\ y=-6+(1-2m)t \end{cases}$ trùng nhau?

A. $m=\frac{1}{2}.$ **B.** $m=-2.$ **C.** $m=2.$ **D.** $m\neq\pm 2.$

Lời giải

$$\left.\begin{array}{l} d_1:\begin{cases}x=-2+2t\\ y=-3t\end{cases}\to \vec{u}_1=(2;-3)\\ d_2:\begin{cases}x=2+mt\\ y=-6+(1-2m)t\end{cases}\to A(2;-6)\in d_2,\ \vec{u}_2=(m;1-2m)\end{array}\right\}\xrightarrow{d_1\equiv d_2}\begin{cases}A\in d_1\\ \dfrac{m}{2}=\dfrac{1-2m}{-3}\end{cases}\Leftrightarrow m=2.$$

Chọn C

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng

$$d_1:\begin{cases}x=2+2t\\ y=1+mt\end{cases} \text{ và } d_2:4x-3y+m=0 \text{ trùng nhau.}$$

A. $m=-3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\dfrac{4}{3}$. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải

$$\left.\begin{array}{l} d_1:\begin{cases}x=2+2t\\ y=1+mt\end{cases}\to A(2;1)\in d_1,\vec{u}_1=(2;m)\\ d_2:4x-3y+m=0\to \vec{u}_2=(3;4)\end{array}\right\}\xrightarrow{d_1\equiv d_2}\begin{cases}A\in d_2\\ \dfrac{2}{3}=\dfrac{m}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5+m=0\\ m=\dfrac{8}{3}\end{cases}\Leftrightarrow m\in\varnothing.$$

Chọn D

Câu 15: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1:2x+y+4-m=0 \text{ và } d_2:(m+3)x+y+2m-1=0 \text{ song song?}$$

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Với $m=4\longrightarrow\begin{cases}d_1:2x+y=0\\ d_2:7x+y+7=0\end{cases}\longrightarrow d_1\cap d_2\neq\varnothing\longrightarrow$ loại $m=4$.

Với $m\neq4$ thì

$$\begin{cases}d_1:2x+y+4-m=0\\ d_2:(m+3)x+y-2m-1=0\end{cases}\xrightarrow{d_1\parallel d_2}\frac{m+3}{2}=\frac{1}{1}\neq\frac{-2m-1}{4-m}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-1\\ m\neq-5\end{cases}\Leftrightarrow m=-1.$$

Chọn B

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng

$$\Delta_1:2x-3my+10=0 \text{ và } \Delta_2:mx+4y+1=0 \text{ cắt nhau.}$$

A. $1<m<10$. **B.** $m=1$. **C.** Không có m. **D.** Với mọi m.

Lời giải

$$\begin{cases}\Delta_1:2x-3my+10=0\\ \Delta_2:mx+4y+1=0\end{cases}\to\left[\begin{array}{l} m=0\to\begin{cases}\Delta_1:x+5=0\\ \Delta_2:4y+1=0\end{cases}\to m=0 \text{ (thoaû maõn)}\\ m\neq0\xrightarrow{\Delta_1\cap\Delta_2=M}\dfrac{2}{m}\neq\dfrac{-3m}{4}\Leftrightarrow\forall m\neq0\end{array}\right.$$

. **Chọn D**

Câu 17: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$\Delta_1: mx+y-19=0$ và $\Delta_2:(m-1)x+(m+1)y-20=0$ vuông góc?

A. Với mọi m. **B.** $m=2$. **C.** Không có m. **D.** $m=\pm1$.

Lời giải

Ta có : $\begin{cases}\Delta_1: mx+y-19=0 \to \vec{n}_1=(m;1)\\ \Delta_2:(m-1)x+(m+1)y-20=0 \to \vec{n}_2=(m-1;m+1)\end{cases}$

$\xrightarrow{\Delta_1\perp\Delta_1} m(m-1)+1(m+1)=0 \Leftrightarrow m\in\varnothing.$

Câu 18: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 3mx+2y+6=0$ và $d_2:(m^2+2)x+2my+6=0$ cắt nhau?

A. $m\neq-1$. **B.** $m\neq1$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\neq1$ và $m\neq-1$.

Ta có: $\begin{cases}d_1: 3mx+2y+6=0 \to \vec{n}_1=(3m;2)\\ d_2:(m^2+2)x+2my+6=0 \to \vec{n}_2=(m^2+2;2m)\end{cases}$

$\to \left[\begin{array}{l} m=0 \to \begin{cases}d_1: y+3=0\\ d_2: x+y+3=0\end{cases} \to m=0\,(\text{thoả mãn})\\ m\neq0 \xrightarrow{d_1\cap d_2=M} \dfrac{m^2+2}{3m}\neq\dfrac{2m}{2} \Leftrightarrow m\neq\pm1\end{array}\right.$. **Chọn D**

Câu 19: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 2x-3y-10=0$ và $d_2:\begin{cases}x=2-3t\\ y=1-4mt\end{cases}$ vuông góc?

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=\dfrac{9}{8}$. **C.** $m=-\dfrac{9}{8}$. **D.** $m=-\dfrac{5}{4}$.

Lời giải

$\begin{cases}d_1: 2x-3y-10=0 \to \vec{n}_1=(2;-3)\\ d_2:\begin{cases}x=2-3t\\ y=1-4mt\end{cases} \to \vec{n}_2=(4m;-3)\end{cases}$

$\xrightarrow{d_1\perp d_2} 2.4m+(-3).(-3)=0 \Leftrightarrow m=-\dfrac{9}{8}.$ **Chọn C**

Câu 20: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 4x-3y+3m=0$ và $d_2:\begin{cases}x=1+2t\\ y=4+mt\end{cases}$ trùng nhau?

A. $m=-\dfrac{8}{3}$. **B.** $m=\dfrac{8}{3}$. **C.** $m=-\dfrac{4}{3}$. **D.** $m=\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 4x-3y+3m=0 \to \vec{n}_1=(4;-3) \\ d_2: \begin{cases} x=1+2t \\ y=4+mt \end{cases} \to A(1;4)\in d_2,\ \vec{n}_2=(m;-2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{d_1\equiv d_2} \begin{cases} A\in d_1 \\ \dfrac{m}{4}=\dfrac{-2}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-8=0 \\ m=\dfrac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m=\dfrac{8}{3}.$$ **Chọn B**

Câu 21: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: 3mx+2y-6=0$ và $d_2: (m^2+2)x+2my-3=0$ song song?

A. $m=1;\ m=-1$. **B.** $m\in\varnothing$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} d_1: 3mx+2y-6=0 \to \vec{n}_1=(3m;2) \\ d_2: (m^2+2)x+2my-3=0 \to \vec{n}_2=(m^2+2;2m) \end{cases}$

$$\to \left[\begin{array}{l} m=0 \to \begin{cases} d_1: y-3=0 \\ d_2: 2x+2y-3=0 \end{cases} \to m=0\,(\text{không thỏa mãn}) \\ m\neq 0 \xrightarrow{d_1\parallel d_2} \dfrac{m^2+2}{3m}=\dfrac{2m}{2}\neq\dfrac{-3}{-6} \Leftrightarrow m=\pm 1 \end{array}\right.$$. **Chọn A.**

Câu 22: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: \begin{cases} x=8-(m+1)t \\ y=10+t \end{cases}$ và $d_2: mx+2y-14=0$ song song?

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} d_1: \begin{cases} x=8-(m+1)t \\ y=10+t \end{cases} \to A(8;10)\in d_1,\ \vec{n}_1=(1;m+1) \\ d_2: mx+2y-14=0 \to \vec{n}_2=(m;2) \end{cases}$

$$\xrightarrow{d_1\parallel d_2} \begin{cases} A\notin d_2 \\ \left[\begin{array}{l} m=0 \to \begin{cases} \vec{n}_1=(1;1) \\ \vec{n}_2=(0;2) \end{cases} \to \text{không thỏa mãn} \\ m\neq 0 \to \dfrac{1}{m}=\dfrac{m+1}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8m+6\neq 0 \\ m\neq 0 \\ m=1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right..$$ **Chọn A**

Câu 23: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1: (m-3)x+2y+m^2-1=0$ và $d_2: -x+my+m^2-2m+1=0$ cắt nhau?

A. $m\neq 1$. **B.** $\begin{cases} m\neq 1 \\ m\neq 2 \end{cases}$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\neq 1 \\ m\neq 2 \end{array}\right.$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1:(m-3)x+2y+m^2-1=0 \\ d_2:-x+my+m^2-2m+1=0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{d_1\cap d_2=M}\left[\begin{array}{l} m=0\rightarrow\begin{cases} d_1:-3x+2y-1=0 \\ d_2:-x+1=0 \end{cases}\rightarrow \text{thoaû maõn} \\ m\neq 0\rightarrow\dfrac{m-3}{-1}\neq\dfrac{2}{m}\Leftrightarrow\begin{cases} m\neq 1 \\ m\neq 2 \end{cases} \end{array}\right.$$. **Chọn B**

Câu 24: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$\Delta_1:\begin{cases} x=m+2t \\ y=1+\left(m^2+1\right)t \end{cases} \text{ và } \Delta_2:\begin{cases} x=1+mt \\ y=m+t \end{cases} \text{ trùng nhau?}$$

A. Không có m. **B.** $m=\dfrac{4}{3}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

$$\begin{cases} \Delta_1:\begin{cases} x=m+2t \\ y=1+\left(m^2+1\right)t \end{cases}\rightarrow A(m;1)\in d_1,\ \vec{u}_1=\left(2;m^2+1\right) \\ \Delta_2:\begin{cases} x=1+mt \\ y=m+t \end{cases}\rightarrow \vec{u}_2=(m;1) \end{cases}\xrightarrow{d_1\equiv d_2}\begin{cases} A\in d_2 \\ \dfrac{m}{2}=\dfrac{1}{m^2+1} \end{cases}$$. **Chọn C**

$$\Leftrightarrow\begin{cases} m=1+mt \\ 1=m+t \\ m^3+m-2=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m=1+m(1-m) \\ (m-1)\left(m^2+m+2\right)=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m^2-1=0 \\ m-1=0 \end{cases}\Leftrightarrow m=1.$$

Câu 25: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $7x-3y+16=0$ và $x+10=0$.

A. $(-10;-18)$. **B.** $(10;18)$. **C.** $(-10;18)$. **D.** $(10;-18)$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1:7x-3y+16=0 \\ d_2:x+10=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=-10 \\ y=-18 \end{cases}.$$ **Chọn A**

Câu 26: Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng

$$d_1:\begin{cases} x=-3+4t \\ y=2+5t \end{cases} \text{ và } d_2:\begin{cases} x=1+4t' \\ y=7-5t' \end{cases}.$$

A. $(1;7)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(2;-3)$. **D.** $(5;1)$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1:\begin{cases} x=-3+4t \\ y=2+5t \end{cases} \\ d_2:\begin{cases} x=1+4t' \\ y=7-5t' \end{cases} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} -3+4t=1+4t' \\ 2+5t=7-5t' \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} t-t'=1 \\ t+t'=1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} t=1\xrightarrow{\ \ \rightarrow d_1\ \ }\begin{cases} x=1 \\ y=7 \end{cases} \\ t'=0 \end{cases}.$$ **Chọn A**

Câu 27: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x+3y-19=0$ và $d_2: \begin{cases} x=22+2t \\ y=55+5t \end{cases}$. Tìm toạ độ giao điểm của hai đường thẳng đã cho.

A. $(2;5)$. **B.** $(10;25)$. **C.** $(-1;7)$. **D.** $(5;2)$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x+3y-19=0 \\ d_2: \begin{cases} x=22+2t \\ y=55+5t \end{cases} \end{cases} \xrightarrow{d_1\cap d_2} 2(22+2t)+3(55+5t)-19=0 \Leftrightarrow t=-10 \to \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}.$$

Chọn A

Câu 28: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(-2;0)$, $B(1;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=-t \\ y=2-t \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng AB và d.

A. $(2;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(0;-2)$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(-2;0),\ B(1;4) \to AB: 4x-3y+8=0 \\ d: \begin{cases} x=-t \\ y=2-t \end{cases} \to d: x-y+2=0 \end{cases} \xrightarrow{AB\cap d} \begin{cases} 4x-3y+8=0 \\ x-y+2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}.$$

Chọn B

Câu 29: Xác định a để hai đường thẳng $d_1: ax+3y-4=0$ và $d_2: \begin{cases} x=-1+t \\ y=3+3t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

A. $a=1$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=2$. **D.** $a=-2$.

Lời giải

$$Ox\cap d_2 \leftrightarrow \begin{cases} x=-1+t \\ y=3+3t=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases} \to Ox\cap d_2 = A(-2;0)\in d_1$$

$\to -2a-4=0 \Leftrightarrow a=-2$. **Chọn D**

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d_1: 4x+3my-m^2=0$ và $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=6+2t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm thuộc trục tung.

A. $m=0$ hoặc $m=-6$. **B.** $m=0$ hoặc $m=2$.
C. $m=0$ hoặc $m=-2$. **D.** $m=0$ hoặc $m=6$.

Lời giải

$$Oy\cap d_2 \leftrightarrow \begin{cases} x=2+t=0 \\ y=6+2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \to Oy\cap d_2 = A(0;2)\in d_1$$

$\Leftrightarrow 6m-m^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=6 \end{array}\right.$. **Chọn D**

Câu 31: Cho ba đường thẳng $d_1: 3x-2y+5=0$, $d_2: 2x+4y-7=0$, $d_3: 3x+4y-1=0$. Phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của d_1 và d_2, và song song với d_3 là:

A. $24x+32y-53=0$. **B.** $24x+32y+53=0$.

C. $24x-32y+53=0$. **D.** $24x-32y-53=0$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 3x-2y+5=0 \\ d_2: 2x+4y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{3}{8} \\ y=\dfrac{31}{16} \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A\left(-\dfrac{3}{8};\dfrac{31}{16}\right).$$ Ta có

$$\begin{cases} A \in d \\ d \parallel d_3: 3x+4y-1=0 \end{cases} \to \begin{cases} A \in d \\ d: 3x+4y+c=0\ (c \neq -1) \end{cases} \to -\frac{9}{8}+\frac{31}{4}+c=0 \Leftrightarrow c=-\frac{53}{8}.$$

Vậy $d: 3x+4y-\dfrac{53}{8}=0 \Leftrightarrow d_3: 24x+32y-53=0$. **Chọn A**

Câu 32: Lập phương trình của đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x+3y-1=0$, $d_2: x-3y-5=0$ và vuông góc với đường thẳng $d_3: 2x-y+7=0$.

A. $3x+6y-5=0$. **B.** $6x+12y-5=0$.

C. $6x+12y+10=0$. **D.** $x+2y+10=0$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: x+3y-1=0 \\ d_2: x-3y-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-\dfrac{2}{3} \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A\left(3;-\dfrac{2}{3}\right).$$ Ta có

$$\begin{cases} A \in d \\ d \perp d_3: 2x-y+7=0 \end{cases} \to \begin{cases} A \in d \\ d: x+2y+c=0 \end{cases} \to 3+2.\left(-\frac{2}{3}\right)+c=0 \Leftrightarrow c=-\frac{5}{3}.$$

Vậy $d: x+2y-\dfrac{5}{3}=0 \Leftrightarrow d: 3x+6y-5=0$. **Chọn A**

Câu 33: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: 3x-4y+15=0$, $d_2: 5x+2y-1=0$ và $d_3: mx-(2m-1)y+9m-13=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

A. $m=\dfrac{1}{5}$. **B.** $m=-5$. **C.** $m=-\dfrac{1}{5}$. **D.** $m=5$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} d_1: 3x-4y+15=0 \\ d_2: 5x+2y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A(-1;3) \in d_3$

$\to -m-6m+3+9m-13=0 \Leftrightarrow m=5$. **Chọn D**

Câu 34: Nếu ba đường thẳng

$$d_1:\ 2x+y-4=0,\ d_2: 5x-2y+3=0 \text{ và } d_3: mx+3y-2=0$$

đồng quy thì m nhận giá trị nào sau đây?

A. $\frac{12}{5}$. **B.** $-\frac{12}{5}$. **C.** 12. **D.** -12.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x+y-4=0 \\ d_2: 5x-2y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{9} \\ y=\frac{26}{9} \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A\left(\frac{5}{9};\frac{26}{9}\right) \in d_3$$

$\to \frac{5m}{9}+\frac{26}{3}-2=0 \Leftrightarrow m=-12.$ **Chọn D**

Câu 35: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1: 3x-4y+15=0$, $d_2: 5x+2y-1=0$ và $d_3: mx-4y+15=0$ đồng quy?

A. $m=-5$. **B.** $m=5$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 3x-4y+15=0 \\ d_2: 5x+2y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A(-1;3) \in d$$

$\to -m-12+15=0 \Leftrightarrow m=3.$ **Chọn C**

Câu 36: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1: 2x+y-1=0$, $d_2: x+2y+1=0$ và $d_3: mx-y-7=0$ đồng quy?

A. $m=-6$. **B.** $m=6$. **C.** $m=-5$. **D.** $m=5$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x+y-1=0 \\ d_2: x+2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A(1;-1) \in d_3 \Leftrightarrow m+1-7=0 \Leftrightarrow m=6.$$

Chọn B

Câu 37: Đường thẳng $d: 51x-30y+11=0$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M\left(-1;-\frac{4}{3}\right)$. **B.** $N\left(-1;\frac{4}{3}\right)$. **C.** $P\left(1;\frac{3}{4}\right)$. **D.** $Q\left(-1;-\frac{3}{4}\right)$.

Lời giải

Đặt $f(x;y)=51x-30y+11 \longrightarrow \begin{cases} f(M)=f\left(-1;-\frac{4}{3}\right)=0 \to M \in d \\ f(N)=f\left(-1;\frac{4}{3}\right)=-80 \neq 0 \to N \notin d \\ f(P) \neq 0 \\ f(Q) \neq 0 \end{cases}$.

Chọn A

DẠNG 2. GÓC CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Dạng 2.1 Tính góc của hai đường thẳng cho trước

Câu 38: Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x-\sqrt{3}y+2=0$ và $\Delta': x+\sqrt{3}y-1=0$.

A. 90°. **B.** 120°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left(1;-\sqrt{3}\right)$, đường thẳng Δ' có vectơ pháp tuyến $\vec{n'}=\left(1;\sqrt{3}\right)$.

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng Δ, Δ'. $\cos\alpha=\left|\cos\left(\vec{n},\vec{n'}\right)\right|=\dfrac{|1-3|}{\sqrt{1+3}.\sqrt{1+3}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\alpha=60^\circ$.

Câu 39: Góc giữa hai đường thẳng $a:\sqrt{3}x-y+7=0$ và $b: x-\sqrt{3}y-1=0$ là:

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng a có vectơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_1}=\left(\sqrt{3};-1\right)$;

Đường thẳng b có vectơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_2}=\left(1;-\sqrt{3}\right)$.

Áp dụng công thức tính góc giữa hai đường thẳng có:

$\cos(a,b)=\dfrac{\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\dfrac{1.\sqrt{3}+(-1)\left(-\sqrt{3}\right)}{2.2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Suy ra góc giữa hai đường thẳng bằng 30°.

Câu 40: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x+5y-2=0$ và $d_2: 3x-7y+3=0$. Góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng

A. 30^0. **B.** 135^0. **C.** 45^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d_1: 2x+5y-2=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n_1}=(2;5)$.

Đường thẳng $d_2: 3x-7y+3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n_2}=(3;-7)$.

Góc giữa hai đường thẳng được tính bằng công thức

$$\cos(d_1,d_2)=\left|\cos\left(\vec{n}_1,\vec{n}_2\right)\right|=\frac{\left|\vec{n}_1.\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|.\left|\vec{n}_2\right|}=\frac{|2.3+5.(-7)|}{\sqrt{2^2+5^2}.\sqrt{3^2+(-7)^2}}=\frac{29}{29\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\Rightarrow (d_1;d_2)=45^0$

Vậy góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng 45^0.

Câu 41: Tìm côsin góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 2x+y-1=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{3}{10}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn D

Véctơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}=(2;1)$ nên véctơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2)$

Véctơ chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\overrightarrow{u'}=(1;-1)$

Khi đó $\cos(\Delta_1;\Delta_2)=\left|\cos\left(\vec{u};\overrightarrow{u'}\right)\right|=\frac{\left|\vec{u}.\overrightarrow{u'}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\overrightarrow{u'}\right|}=\frac{3}{\sqrt{5}.\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

Câu 42: Tìm góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: x-2y+15=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2-t \\ y=4+2t \end{cases} \left(t\in\mathbb{R}\right)$.

A. 5°. **B.** 60°. **C.** 0°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng Δ_1 có VTPT là $\overrightarrow{n_1}(1;-2)\Rightarrow 1VTCP(2;1)$

Đường thẳng Δ_2 có $1VTCP(-1;2)$.

Nhận xét: $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=0\Rightarrow\overrightarrow{u_1}\perp\overrightarrow{u_2}\Rightarrow\Delta_1\perp\Delta_2\Rightarrow(\Delta_1,\Delta_2)=90^\circ$.

Câu 43: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $d_1: x+2y-7=0, d_2: 2x-4y+9=0$.

A. $\frac{3}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $vtp t\vec{n}_{d_1}=(1;2); vtpt\vec{n}_{d_2}=(2;-4)$

$$cos(d;d')=\frac{\left|\vec{n}_{d_1}.\vec{n}_{d_2}\right|}{\left|\vec{n}_{d_1}\right|.\left|\vec{n}_{d_2}\right|}=\frac{|1.2-2.4|}{\sqrt{5}.2\sqrt{5}}=\frac{3}{5}.$$

Câu 44: Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x-\sqrt{3}y+2=0$ và $\Delta': x+\sqrt{3}y-1=0$?

A. 90°. **B.** 120°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Lời giải

Chọn C

Δ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=\left(1;-\sqrt{3}\right)$. Δ' có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=\left(1;\sqrt{3}\right)$.

Khi đó:

$$\cos\left(\Delta;\Delta'\right)=\left|\cos(\overrightarrow{n_1};\overrightarrow{n_2})\right|=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{|\overrightarrow{n_1}|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{\left|1.1+\left(-\sqrt{3}\right)\sqrt{3}\right|}{\sqrt{1^2+\left(-\sqrt{3}\right)^2}.\sqrt{1^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}}=\frac{|-2|}{\sqrt{4}.\sqrt{4}}=\frac{1}{2}.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng $\Delta,\ \Delta'$ là 60^0.

Câu 45: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng

$$d_1: 2x-y-10=0 \text{ và } d_2: x-3y+9=0.$$

A. 30°. **<u>B</u>.** 45°. **C.** 60°. **D.** 135°.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} d_1: 2x-y-10=0 \to \vec{n}_1=(2;-1) \\ d_2: x-3y+9=0 \to \vec{n}_2=(1;-3) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi=\frac{\left|2.1+(-1).(-3)\right|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+(-3)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\to \varphi=45^\circ$. **Chọn B**

Câu 46: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng

$$d_1: 7x-3y+6=0 \text{ và } d_2: 2x-5y-4=0.$$

<u>A</u>. $\frac{\pi}{4}$. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** $\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} d_1: 7x-3y+6=0 \to \vec{n}_1=(7;-3) \\ d_2: 2x-5y-4=0 \to \vec{n}_2=(2;-5) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi=\frac{|14+15|}{\sqrt{49+9}.\sqrt{4+25}}=\frac{1}{\sqrt{2}} \to \varphi=\frac{\pi}{4}.$$

Chọn A

Câu 47: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1: 2x+2\sqrt{3}y+5=0$ và $d_2: y-6=0$.

<u>A</u>. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} d_1: 2x+2\sqrt{3}y+5=0 \to \vec{n}_1=\left(1;\sqrt{3}\right) \\ d_2: y-6=0. \to \vec{n}_2=(0;1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi=\frac{\left|\sqrt{3}\right|}{\sqrt{1+3}.\sqrt{0+1}}=\frac{\sqrt{3}}{2} \to \varphi=30^\circ.$$

Chọn A

Câu 48: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1: x+\sqrt{3}y=0$ và $d_2: x+10=0$.

A. 30°. **B.** 45°. **<u>C</u>.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: x+\sqrt{3}y=0 \to \vec{n}_1=\left(1;\sqrt{3}\right) \\ d_2: x+10=0 \to \vec{n}_2=(1;0) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi=\frac{|1+0|}{\sqrt{1+3}.\sqrt{1+0}}=\frac{1}{2}$$

$\to \varphi=60^\circ$. **Chọn C**

Câu 49: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng

$$d_1: 6x-5y+15=0 \text{ và } d_2: \begin{cases} x=10-6t \\ y=1+5t \end{cases}.$$

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 6x-5y+15=0 \to \vec{n}_1=(6;-5) \\ d_2: \begin{cases} x=10-6t \\ y=1+5t \end{cases} \to \vec{n}_2=(5;6) \end{cases} \to \vec{n}_1\cdot\vec{n}_2=0 \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \varphi=90^\circ.$$ **Chọn D**

Câu 50: Cho đường thẳng $d_1: x+2y-7=0$ và $d_2: 2x-4y+9=0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $-\frac{3}{5}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: x+2y-7=0 \to \vec{n}_1=(1;2) \\ d_2: 2x-4y+9=0 \to \vec{n}_2=(1;-2) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi=\frac{|1-4|}{\sqrt{1+4}.\sqrt{1+4}}=\frac{3}{5}.$$ **Chọn C**

Câu 51: Cho đường thẳng $d_1: x+2y-2=0$ và $d_2: x-y=0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: x+2y-2=0 \to \vec{n}_1=(1;2) \\ d_2: x-y=0 \to \vec{n}_2=(1;-1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi=\frac{|1-2|}{\sqrt{1+4}.\sqrt{1+1}}=\frac{1}{\sqrt{10}}.$$ **Chọn A**

Câu 52: Cho đường thẳng $d_1: 10x+5y-1=0$ và $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{3}{10}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 10x+5y-1=0 \to \vec{n}_1=(2;1) \\ d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases} \to \vec{n}_2=(1;1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi=\frac{|2+1|}{\sqrt{4+1}.\sqrt{1+1}}=\frac{3}{\sqrt{10}}.$$ **Chọn A**

Câu 53: Cho đường thẳng $d_1: 3x+4y+1=0$ và $d_2: \begin{cases} x=15+12t \\ y=1+5t \end{cases}$.

Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{56}{65}$. **B.** $-\frac{33}{65}$. **C.** $\frac{6}{65}$. **D.** $\frac{33}{65}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 3x+4y+1=0 \to \vec{n}_1=(3;4) \\ d_2: \begin{cases} x=15+12t \\ y=1+5t \end{cases} \to \vec{n}_2=(5;-12) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos\varphi = \frac{|15-48|}{\sqrt{9+16}.\sqrt{25+144}} = \frac{33}{65}.$$

Chọn D

Dạng 2.2 Viết phương trình đường thẳng liên quan đến góc

Câu 54: Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x=9+at \\ y=7-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ và đường thẳng $3x+4y-2=0$ bằng $45°$.

A. $a=1$, $a=-14$. **B.** $a=\frac{2}{7}$, $a=-14$. **C.** $a=-2$, $a=-14$. **D.** $a=\frac{2}{7}$, $a=14$.

Lời giải

Chọn B

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng đã cho.

Đường thẳng $\begin{cases} x=9+at \\ y=7-2t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;-2)$.

Đường thẳng $3x+4y-2=0$ có vectơ chỉ phương là $\vec{v}=(4;-3)$.

Ta có $\cos\varphi = |\cos(\vec{u},\vec{v})| \Leftrightarrow \cos 45° = \frac{|\vec{u}.\vec{v}|}{|\vec{u}|.|\vec{v}|} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|4a+6|}{5\sqrt{a^2+4}}$

$\Leftrightarrow 5\sqrt{a^2+4} = \sqrt{2}|4a+6| \Leftrightarrow 25a^2+100 = 32a^2+96a+72$

$\Leftrightarrow 7a^2+96a-28=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=\frac{2}{7} \\ a=-14 \end{array}\right.$.

Câu 55: Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x+y-3=0$ và $d_2: x-2y+1=0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3: y-1=0$ một góc 45^0 có phương trình:

A. $x+(1-\sqrt{2})y=0$ hoặc $\Delta: x-y-1=0$. **B.** $\Delta: x+2y=0$ hoặc $\Delta: x-4y=0$.

C. $\Delta: x-y=0$ hoặc $\Delta: x+y-2=0$. **D.** $\Delta: 2x+1=0$ hoặc $y+5=0$..

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x+y-3=0 \\ d_2: x-2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \to d_1 \cap d_2 = A(1;1) \in \Delta.$$

Ta có $d_3: y-1=0 \to \vec{n}_3=(0;1)$, gọi $\vec{n}_\Delta=(a;b)$, $\varphi=(\Delta; d_3)$. Khi đó

$$\frac{1}{\sqrt{2}}=\cos\varphi=\frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{0+1}} \Leftrightarrow a^2+b^2=2b^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \to a=b=1 \to \Delta: x+y-2=0 \\ a=-b \to a=1, b=-1 \to \Delta: x-y=0 \end{array}\right..$$

Chọn C

Câu 56: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm $A(2;0)$ và tạo với trục hoành một góc $45°$?

A. Có duy nhất. **B.** 2.
C. Vô số. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn B

Cho đường thẳng d và một điểm $A.$ Khi đó.

Có duy nhất một đường thẳng đi qua A song song hoặc trùng hoặc vuông góc với d.

Có đúng hai đường thẳng đi qua A và tạo với d một góc $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Câu 57: Đường thẳng Δ tạo với đường thẳng $d: x+2y-6=0$ một góc 45^0. Tìm hệ số góc k của đường thẳng Δ.

A. $k=\frac{1}{3}$ hoặc $k=-3$. **B.** $k=\frac{1}{3}$ hoặc $k=3$.
C. $k=-\frac{1}{3}$ hoặc $k=-3$. **D.** $k=-\frac{1}{3}$ hoặc $k=3$.

Lời giải

$d: x+2y-6=0 \to \vec{n}_d=(1;2)$, gọi $\vec{n}_\Delta=(a;b) \to k_\Delta=-\frac{a}{b}$. Ta có

$$\frac{1}{\sqrt{2}}=\cos 45^\circ=\frac{|a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{5}} \Leftrightarrow 5(a^2+b^2)=2a^2+8ab+8b^2$$

$$\Leftrightarrow 3a^2-8ab-3b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-\frac{1}{3}b \to k_\Delta=\frac{1}{3} \\ a=3b \to k_\Delta=-3 \end{array}\right..$$ **Chọn A**

Câu 58: Biết rằng có đúng hai giá trị của tham số k để đường thẳng $d: y=kx$ tạo với đường thẳng $\Delta: y=x$ một góc 60^0. Tổng hai giá trị của k bằng:

A. -8. **B.** -4. **C.** -1. **D.** -1.

Lời giải

$$\begin{cases} d: y = kx \to \vec{n}_d = (k;-1) \\ \Delta: y = x \to \vec{n}_\Delta = (1;-1) \end{cases} \longrightarrow \frac{1}{2} = \cos 60^\circ = \frac{|k+1|}{\sqrt{k^2+1}.\sqrt{2}} \Leftrightarrow k^2+1 = 2k^2+4k+2$$

$$\Leftrightarrow k^2+4k+1=0 \xrightarrow{\text{sol}: k=k_1,\, k=k_2} k_1+k_2=-4.$$

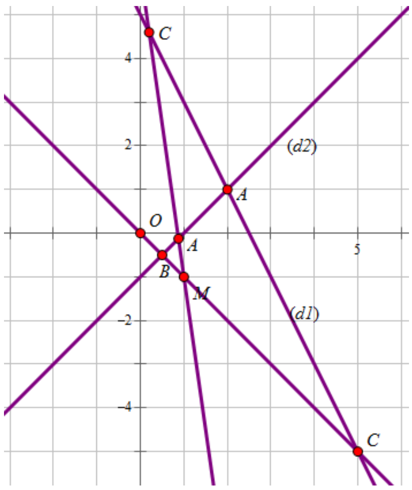
Chọn B

Câu 59: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(1;-1)$ và hai đường thẳng có phương trình $(d_1): x-y-1=0, (d_2): 2x+y-5=0$. Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng trên. Biết rằng có hai đường thẳng (d) đi qua M cắt hai đường thẳng trên lần lượt tại hai điểm B, C sao cho ABC là tam giác có $BC = 3AB$ có dạng: $ax+y+b=0$ và $cx+y+d=0$, giá trị của $T = a+b+c+d$ là

A. $T=5$. **B.** $T=6$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$.

Lời giải

Chọn C



Tọa độ $A(2;1)$

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng (d_1) và (d_2), $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$

Xét tam giác ABC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{10}}$

Gọi β là góc giữa hai đường thẳng (d) và (d_1), suy ra: $\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \cos\beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ (1)

Giả sử (d) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}(a;b)$

Từ (1) ta có: $\cos\beta = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \frac{|2a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow a^2-8ab+b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=b \\ a=7b \end{array}\right.$

Với $a=b$ một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1) \Rightarrow d: x+y=0$

Với $a=7b$ một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}(7;1) \Rightarrow d: 7x+y-6=0$

Vậy: $T = 1 + 0 + 7 - 6 = 2$

Câu 60: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác cân ABC có cạnh đáy $BC: x - 3y - 1 = 0$, cạnh bên $AB: x - y - 5 = 0$. Đường thẳng AC đi qua $M(-4;1)$. Giả sử toạ độ đỉnh $C(m,n)$.Tính $T = m + n$.

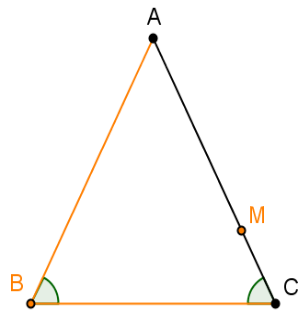
A. $T = \frac{5}{9}$. **B.** $T = -3$. **C.** $T = \frac{9}{5}$. **D.** $T = -\frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{n}(a;b)$ với $(a^2 + b^2 \neq 0)$ là véc tơ pháp tuyến của AC, véctơ $\overrightarrow{n_1}(1;-3)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng BC, $\overrightarrow{n_2}(1;-1)$ là

véc tơ pháp tuyến của đường thẳng AB.



Ta có: $\cos B = \cos C \Leftrightarrow |\cos(\vec{n},\overrightarrow{n_1})| = |\cos(\overrightarrow{n_2},\overrightarrow{n_1})|$

$$\Leftrightarrow \frac{|\vec{n},\overrightarrow{n_1}|}{|\vec{n}|.|\overrightarrow{n_1}|} = \frac{|\overrightarrow{n_2},\overrightarrow{n_1}|}{|\overrightarrow{n_2}|.|\overrightarrow{n_1}|} \Leftrightarrow \frac{|a - 3b|}{\sqrt{10}.\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 + 3|}{\sqrt{10}.\sqrt{2}}$$

$$2\sqrt{2(a^2 + b^2)} = |a - 3b| \Leftrightarrow 7a^2 + 6ab - b^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = -b \\ 7a = b \end{array}\right.$$

+ Với $a = -b$ chọn $a = 1, b = -1 \Rightarrow \vec{n}(1;-1)$ loại vì $AC // AB$

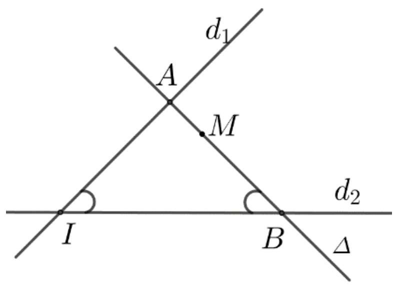
+ Với $a = \frac{b}{7}$ chọn $a = 1; b = 7 \Rightarrow AC: x + 7y - 3 = 0$. Điểm $C = AC \cap BC \Rightarrow C\left(\frac{8}{5};\frac{1}{5}\right)$

Câu 61: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1): 2x - y + 5 = 0$ và $(d_2): x + y - 3 = 0$ cắt nhau tại I. Phương trình đường thẳng đi qua $M(-2;0)$ cắt $(d_1),(d_2)$ tại A và B sao cho tam giác IAB cân tại A có phương trình dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính $T = a - 5b$.

A. $T = -1$. **B.** $T = 9$. **C.** $T = -9$. **D.** $T = 11$.

Lời giải

Chọn D



Đường thẳng $(d_1),(d_2)$ có véc tơ pháp tuyến lần lượt là $\overrightarrow{n_1} = (2;-1)$, $\overrightarrow{n_2} = (1;1)$.

Gọi (Δ) là đường thẳng cần tìm có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a;b)$.

Góc giữa 2 đường thẳng (d_1), (d_2) và (Δ), (d_2) xác định bởi:

$$cos\left(d_1,d_2\right)=\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{\left|2.1-1.1\right|}{\sqrt{2^2+\left(-1\right)^2}.\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}.$$

$$cos\left(\Delta,d_2\right)=\frac{\left|\vec{n}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|}=\frac{\left|a+b\right|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{\left|a+b\right|}{\sqrt{2}.\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Vì $\left(\Delta\right)$ cắt $\left(d_1\right),\left(d_2\right)$ tại A và B tạo thành tam giác IAB cân tại A nên

$$cos\left(d_1,d_2\right)=cos\left(\Delta,d_2\right)\Leftrightarrow\frac{\left|a+b\right|}{\sqrt{2}.\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}\Leftrightarrow\sqrt{5}\left|a+b\right|=\sqrt{a^2+b^2}$$

$$\Leftrightarrow 5\left(a+b\right)^2=a^2+b^2\Leftrightarrow 2a^2+5ab+b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-2b\\ a=-\frac{1}{2}b\end{array}\right..$$

+ $a=-2b$: chọn $a=2\Rightarrow b=-1$: phương trình đường thẳng là:

$2\left(x+2\right)-y=0\Leftrightarrow 2x-y+4=0\quad\left(L\right)$.

+ $a=-\frac{1}{2}b$: chọn $a=1\Rightarrow b=-2$: phương trình đường thẳng là:

$\left(x+2\right)-2y=0\Leftrightarrow x-2y+2=0\quad\left(T/m\right)$. Do đó $T=a-5b=1-5\left(-2\right)=11$.

DẠNG 3. KHOẢNG CÁCH

Dạng 3.1 Tính khoảng cách từ 1 điểm đến đường thẳng cho trước

Câu 62: Khoảng cách từ điểm $A\left(1;1\right)$ đến đường thẳng $5x-12y-6=0$ là

A. 13. **B.** -13. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách từ điểm $A\left(1;1\right)$ đến đường thẳng $\Delta:5x-12y-6=0$ là

$$d\left(A,\Delta\right)=\frac{\left|5.1-12.1-6\right|}{\sqrt{5^2+\left(-12\right)^2}}=1.$$

Câu 63: Khoảng cách từ điểm $M\left(5;-1\right)$ đến đường thẳng $3x+2y+13=0$ là:

A. $2\sqrt{13}$. **B.** $\frac{28}{\sqrt{13}}$. **C.** 26. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Khoảng cách $d=\frac{\left|3.5+2.\left(-1\right)+13\right|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{26}{\sqrt{13}}=2\sqrt{13}$.

Câu 64: Khoảng cách từ điểm $M\left(1;-1\right)$ đến đường thẳng $\Delta:3x+y+4=0$ là

A. 1. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+y+4=0$ là

$$d(M;\Delta)=\frac{|3.1-1+4|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{6}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Câu 65: Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $M(3;-4)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-1=0$.

A. $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{24}{5}$. **C.** $\frac{12}{5}$. **D.** $-\frac{24}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $d(M,\Delta)=\frac{|3.3-4.(-4)-1|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{24}{5}$.

Câu 66: Khoảng cách từ điểm $A(-3;2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-y+1=0$ bằng:

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\frac{11\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{10\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{11}{\sqrt{10}}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d(A;\Delta)=\frac{|3.(-3)-2+1|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{10}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$.

Câu 67: Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $d: 4x-3y+1=0$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $d(O,d)=\frac{|4.0-3.0+1|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{1}{5}$.

Câu 68: Một đường tròn có tâm $I(3;-2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-5y+1=0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. $\frac{14}{\sqrt{26}}$. **B.** $\frac{7}{13}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Gọi bán kính của đường tròn là R. Khi đó: $R=d\left(I,\Delta\right)=\dfrac{\left|3-5.(-2)+1\right|}{\sqrt{1^2+(-5)^2}}=\dfrac{14}{\sqrt{26}}$.

Câu 69: Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $M\left(0;4\right)$ đến đường thẳng $\Delta: x\cos\alpha+y\sin\alpha+4\left(2-\sin\alpha\right)=0$ bằng

A. $\sqrt{8}$. **B.** $4\sin\alpha$. **C.** $\dfrac{4}{\cos\alpha+\sin\alpha}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $d\left(M,\Delta\right)=\dfrac{\left|0.\cos\alpha+4.\sin\alpha+4\left(2-\sin\alpha\right)\right|}{\sqrt{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}}=8$.

Câu 70: Khoảng cách từ $I(1;-2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-26=0$ bằng

A. 3. **B.** 12. **C.** 5. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Khoảng cách từ điểm $M(x_0;y_0)$ đến đường thẳng Δ: $ax+by+c=0$ là:

$$d(M,\Delta)=\frac{\left|ax_0+by_0+c\right|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Vậy khoảng cách từ $I(1;-2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-26=0$ bằng

$$d(I,\Delta)=\frac{\left|3.1-4.(-2)-26\right|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=3$$

Câu 71: Khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $x-3y+4=0$ và $2x+3y-1=0$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+y+4=0$ bằng:

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$. **D.** 2.

Lời giải

$\begin{cases} x-3y+4=0\\ 2x+3y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=-1\\ y=1\end{cases}\rightarrow A\left(-1;1\right)\rightarrow d\left(A;\Delta\right)=\dfrac{\left|-3+1+4\right|}{\sqrt{9+1}}=\dfrac{2}{\sqrt{10}}$. **Chọn C**

Câu 72: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A\left(1;2\right)$, $B\left(0;3\right)$ và $C\left(4;0\right)$. Chiều cao của tam giác kẻ từ đỉnh A bằng:

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{1}{25}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Lời giải

$\begin{cases} A\left(1;2\right)\\ B\left(0;3\right),\ C\left(4;0\right)\rightarrow BC: 3x+4y-12=0\end{cases}\rightarrow h_A=d\left(A;BC\right)=\dfrac{\left|3+8-12\right|}{\sqrt{9+16}}=\dfrac{1}{5}$.

Chọn A

Câu 73: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(3;-4)$, $B(1;5)$ và $C(3;1)$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. 10. **B.** 5. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Cách 1: $\begin{cases} A(3;-4) \\ B(1;5), C(3;1) \end{cases} \to \begin{cases} A(3;-4) \\ BC = 2\sqrt{5} \\ BC: 2x+y-7=0 \end{cases} \to \begin{cases} BC = 2\sqrt{5} \\ h_A = d(A;BC) = \sqrt{5} \end{cases}$

$\to S_{ABC} = \frac{1}{2}.2\sqrt{5}.\sqrt{5} = 5$. **Chọn B**

Cách 2: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2.AC^2 - \left(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}\right)^2}$.

Câu 74: Khoảng cách từ điểm $M(0;3)$ đến đường thẳng

$\Delta: x\cos\alpha + y\sin\alpha + 3(2-\sin\alpha) = 0$ bằng:

A. $\sqrt{6}$. **B.** 6. **C.** $3\sin\alpha$. **D.** $\frac{3}{\cos\alpha + \sin\alpha}$.

Lời giải

$d(M;\Delta) = \frac{|3\sin\alpha + 3(2-\sin\alpha)|}{\sqrt{\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}} = 6$. **Chọn B**

Câu 75: Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+4t \end{cases}$ bằng:

A. 2. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{10}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

$\Delta: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2+4t \end{cases} \to \Delta: 4x-3y+2=0 \to d(M;\Delta) = \frac{|8+0+2|}{\sqrt{16+9}} = 2$. **Chọn A**

Câu 76: Khoảng cách nhỏ nhất từ điểm $M(15;1)$ đến một điểm bất kì thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = t \end{cases}$ bằng:

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{10}}$. **C.** $\frac{16}{\sqrt{5}}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

$\Delta: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = t \end{cases} \to \Delta: x-3y-2=0 \xrightarrow{\forall N\in\Delta} MN_{\min} = d(M;\Delta) = \frac{|15-3-2|}{\sqrt{1+9}} = \sqrt{10}$.

Chọn A

Câu 77: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng

$\Delta: mx+y-m+4=0$ bằng $2\sqrt{5}$.

A. $m=2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=\frac{1}{2} \end{array}\right.$. **C.** $m=-\frac{1}{2}$. **D.** Không tồn tại m.

Lời giải

$$d(A;\Delta)=\frac{|-m+2-m+4|}{\sqrt{m^2+1}}=2\sqrt{5} \Leftrightarrow |m-3|=\sqrt{5}.\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow 4m^2+6m-4=0$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=\frac{1}{2} \end{array}\right.$. **Chọn B**

Câu 78: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=t \\ y=2-t \end{cases}$ và $d_2: x-2y+m=0$ đến gốc toạ độ bằng 2.

A. $\left[\begin{array}{l} m=-4 \\ m=2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-4 \\ m=-2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: \begin{cases} x=t \\ y=2-t \end{cases} \\ d_2: x-2y+m=0 \end{cases} \to \begin{cases} d_1: x+y-2=0 \\ d_2: x-2y+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-m \\ y=m-2 \end{cases}$$

$\to M(4-m;m-2)=d_1\cap d_2$.

Khi đó: $OM=2 \Leftrightarrow (4-m)^2+(m-2)^2=4 \Leftrightarrow m^2-6m+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=4 \end{array}\right.$. **Chọn C**

Câu 79: Đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 8x+6y+100=0$. Bán kính R của đường tròn (C) bằng:

A. $R=4$. **B.** $R=6$. **C.** $R=8$. **D.** $R=10$.

Lời giải

$$R=d(O;\Delta)=\frac{|100|}{\sqrt{64+36}}=10.$$ **Chọn D**

Câu 80: Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 5x+12y-10=0$. Bán kính R của đường tròn (C) bằng:

A. $R=\frac{44}{13}$. **B.** $R=\frac{24}{13}$. **C.** $R=44$. **D.** $R=\frac{7}{13}$.

Lời giải

$$R=d(I;\Delta)=\frac{|-10-24-10|}{\sqrt{25+144}}=\frac{44}{13}.$$ **Chọn A**

Câu 81: Cho đường thẳng $d: 21x-11y-10=0$. Trong các điểm $M(21;-3)$, $N(0;4)$, $P(-19;5)$ và

$Q(1;5)$ điểm nào gần đường thẳng d nhất?

A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** Q.

Lời giải

$$f(x;y)=|21x-11y-10|\to\begin{cases}f(M(21;-3))=464\\f(N(0;4))=54\\f(P(-19;5))=464\\f(Q(1;5))=44\end{cases}.$$ **Chọn D**

Câu 82: Cho đường thẳng $d:7x+10y-15=0$. Trong các điểm $M(1;-3)$, $N(0;4)$, $P(-19;5)$ và $Q(1;5)$ điểm nào cách xa đường thẳng d nhất?

A. M. **B.** N. **C.** P. **D.** Q.

Lời giải

$$f(x;y)=|7x+10y-15|\to\begin{cases}f(M(1;-3))=38\\f(N(0;4))=25\\f(P(-19;5))=98\\f(Q(1;5))=42\end{cases}.$$ **Chọn C**

Câu 83: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

$\Delta_1:6x-8y+3=0$ và $\Delta_2:3x-4y-6=0$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 2. **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

$$\begin{cases}A(2;0)\in\Delta_2\\\Delta_2\parallel\Delta_1:6x-8y+3=0\end{cases}\to d(\Delta_1;\Delta_2)=d(A;\Delta_1)=\frac{|12+3|}{\sqrt{100}}=\frac{3}{2}.$$ **Chọn B**

Câu 84: Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d:7x+y-3=0$ và $\Delta:\begin{cases}x=-2+t\\y=2-7t\end{cases}$.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** 15. **C.** 9. **D.** $\frac{9}{\sqrt{50}}$.

Lời giải

$$\begin{cases}A(-2;2)\in\Delta,\ \vec{n}_\Delta=(7;1)\\d:7x+y-3=0\to\vec{n}_d=(7;1)\end{cases}$$

$$\to\Delta\uparrow\uparrow d\to d(d;\Delta)=d(A;d)=\frac{|-14+2-3|}{\sqrt{50}}=\frac{3}{\sqrt{2}}.$$ **Chọn A**

Câu 85: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

$d_1:6x-8y-101=0$ và $d_2:3x-4y=0$ bằng:

A. $10,1$. **B.** $1,01$. **C.** 101. **D.** $\sqrt{101}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(4;3)\in d_2 \\ d_2 \parallel d_1: 6x-8y-101=0 \end{cases} \to d(d_1;d_2)=\frac{|24-24-101|}{\sqrt{100}}=\frac{101}{10}=10,1.$$ **Chọn A**

Dạng 3.2 Phương trình đường thẳng liên quan đến khoảng cách

Câu 86: Cho hai điểm $A(3;1), B(4;0)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều A và B?

A. $-2x+2y-3=0$. **B.** $2x-2y-3=0$. **C.** $x+2y-3=0$. **D.** $2x+2y-3=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là đường thẳng được cho trong các phương án. Khi đó:

+) Phương án **A.**

$$d(A,d)=\frac{|-2.3+2.1-3|}{\sqrt{(-2)^2+2^2}}=\frac{7}{2\sqrt{2}};d(B,d)=\frac{|-2.4+2.0-3|}{\sqrt{(-2)^2+2^2}}=\frac{11}{2\sqrt{2}}\Rightarrow d(A,d)\neq d(B,d).$$

Loại phương án **A.**

+) Phương án **B.**

$$d(A,d)=\frac{|2.3-2.1-3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}};d(B,d)=\frac{|2.4-2.0-3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2}}=\frac{5}{2\sqrt{2}}\Rightarrow d(A,d)\neq d(B,d).$$

Loại phương án **B.**

+) Phương án **C.**

$$d(A,d)=\frac{|3+2.1-3|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{2}{\sqrt{5}};d(B,d)=\frac{|4+2.0-3|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{1}{\sqrt{5}}\Rightarrow d(A,d)\neq d(B,d).$$

Loại phương án **C.**

+) Phương án **D.**

$$d(A,d)=\frac{|2.3+2.1-3|}{\sqrt{2^2+2^2}}=\frac{5}{2\sqrt{2}};d(B,d)=\frac{|2.4+2.0-3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2}}=\frac{5}{2\sqrt{2}}\Rightarrow d(A,d)=d(B,d)$$

Chọn phương án **D.**

Câu 87: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(2;3)$ và $B(1;4)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều hai điểm A và B?

A. $x-y+2=0$. **B.** $x+2y=0$. **C.** $2x-2y+10=0$. **D.** $x-y+100=0$.

Lời giải

Đường thẳng cách đều hai điểm A, B thì đường thẳng đó hoặc song song với AB, hoặc đi qua trung điểm I của đoạn AB.

Ta có: $\begin{cases} A(2;3) \\ B(1;4) \end{cases} \to \begin{cases} I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{2}\right) \\ \overrightarrow{AB}=(-1;1) \to \vec{n}_{AB}=(1;1) \end{cases} \to AB \parallel d: x-y-2=0.$ **Chọn A**

Câu 88: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ba điểm $A(0;1)$, $B(12;5)$ và $C(-3;0)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều ba điểm $A,\ B$ và C.

A. $x-3y+4=0$. **B.** $-x+y+10=0$. **C.** $x+y=0$. **D.** $5x-y+1=0$.

Lời giải

Dễ thấy ba điểm $A,\ B,\ C$ thẳng hàng nên đường thẳng cách điều $A,\ B,\ C$ khi và chỉ khi chúng song song hoặc trùng với AB.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(12;4) \to \vec{n}_{AB}=(1;-3) \to AB \parallel d: x-3y+4=0.$ **Chọn A**

Câu 89: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$, $B(-2;4)$ và đường thẳng $\Delta: mx-y+3=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm $A,\ B$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=1 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm đoạn $AB \to \begin{cases} I\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{2}\right) \\ \overrightarrow{AB}=(-3;3) \to \vec{n}_{AB}=(1;1) \end{cases}$.

Khi đó: $\Delta: mx-y+3=0\ \left(\vec{n}_{\Delta}=(m;-1)\right)$ cách đều A,B

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} I\in\Delta \\ \dfrac{m}{1}=\dfrac{-1}{1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\dfrac{m}{2}-\dfrac{5}{2}+3=0 \\ m=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-1 \end{array}\right..$$ **Chọn C**

Câu 90: Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x-4y+1=0$ và cách d một khoảng bằng 1 có phương trình:

A. $3x-4y+6=0$ hoặc $3x-4y-4=0$.

B. $3x-4y-6=0$ hoặc $3x-4y+4=0$.

C. $3x-4y+6=0$ hoặc $3x-4y+4=0$.

D. $3x-4y-6=0$ hoặc $3x-4y-4=0$.

Lời giải

$$\begin{cases} d: 3x-4y+1=0 \to M(1;1)\in d \\ \Delta \parallel d \to \Delta: 3x-4y+c=0 \end{cases} \to 1=d(d;\Delta)=d(M;\Delta)=\frac{|c-1|}{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=-4 \\ c=6 \end{array}\right..$$

Chọn A

Câu 91: Tập hợp các điểm cách đường thẳng $\Delta: 3x-4y+2=0$ một khoảng bằng 2 là hai đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $3x-4y+8=0$ hoặc $3x-4y+12=0$.

B. $3x-4y-8=0$ hoặc $3x-4y+12=0$.

C. $3x-4y-8=0$ hoặc $3x-4y-12=0$.

D. $3x-4y+8=0$ hoặc $3x-4y-12=0$.

Lời giải

$$d\left(M\left(x;y\right);\Delta\right)=2\Leftrightarrow\frac{\left|3x-4y+2\right|}{5}=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x-4y+12=0\\3x-4y-8=0\end{array}\right..$$ **Chọn B**

Câu 92: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: 5x+3y-3=0$ và $d_2: 5x+3y+7=0$ song song nhau. Đường thẳng vừa song song và cách đều với d_1, d_2 là:

A. $5x+3y-2=0.$ **B.** $5x+3y+4=0.$

C. $5x+3y+2=0.$ **D.** $5x+3y-4=0.$

Lời giải

$$d\left(M\left(x;y\right);d_1\right)=d\left(M\left(x;y\right);d_2\right)\Leftrightarrow\frac{\left|5x+3y-3\right|}{\sqrt{34}}=\frac{\left|5x+3y+7\right|}{\sqrt{34}}\Leftrightarrow 5x+3y+2=0.$$

Chọn C

Câu 93: Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh CD sao cho $\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{DM}$, $N\left(0;2019\right)$ là trung điểm của cạnh BC, K là giao điểm của hai đường thẳng AM và BD. Biết đường thẳng AM có phương trình $x-10y+2018=0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng NK bằng

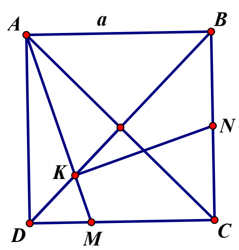
A. 2019. **B.** $2019\sqrt{101}$. **C.** $\frac{2018}{11}$. **D.** $\frac{2019\sqrt{101}}{101}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi cạnh hình vuông bằng a. Do $\Delta ABK \sim \Delta MDK \Rightarrow \frac{MD}{AB}=\frac{DK}{KB}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{DK}{DB}=\frac{1}{4}$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DM}=\overrightarrow{AD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DC}$



$\overrightarrow{NK}=\overrightarrow{BK}-\overrightarrow{BN}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{3}{4}\left(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}\right)-\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{4}$

Từ và suy ra $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{NK}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{DC}=0\Rightarrow AM\perp NK$.

Vì $AM\perp NK$ nên NK có phương trình tổng quát: $10x+y-2019=0$.

Khoảng cách từ O đến NK là $d\left(O,NK\right)=\frac{\left|-2019\right|}{\sqrt{10^2+1^2}}=\frac{2019\sqrt{101}}{101}$.

Câu 94: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi d là đường thẳng đi qua $M(4;2)$ và cách điểm $A(1;0)$ khoảng cách $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. Biết rằng phương trình đường thẳng d có dạng $x+by+c=0$ với b,c là hai số nguyên. Tính $b+c$.

A. 4. **B.** 5. **C.** -1. **D.** -5.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(4;2)\in d \Leftrightarrow 4+2b+c=0 \Rightarrow c=-4-2b.$ (1)

$$d(A,d)=\frac{|1+c|}{\sqrt{1+b^2}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}\Leftrightarrow 10(1+c)^2=9(1+b^2).\ (2)$$

Thay $c=-4-2b$ vào PT (2) ta được PT: $31b^2+120b+81=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=-3(tmdk)\\ b=-\frac{27}{31}(ktmdk)\end{array}\right.$

$\Rightarrow b=-3, c=2\Rightarrow b+c=-1.$.

Câu 95: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: x+(m-1)y+m=0$ (m là tham số bất kì) và điểm $A(5;1)$. Khoảng cách lớn nhất từ điểm A đến Δ bằng

A. $2\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $4\sqrt{10}$. **D.** $3\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

$$\Delta: x+(m-1)y+m=0\Leftrightarrow (y+1)m+x-y=0\ \forall m\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1\\ y=-1\end{cases}.$$

Suy ra Δ luôn đi qua điểm cố định $H(-1;-1)$.

Khi đó, với mọi $M\in\Delta$, ta có $d(A;\Delta)=AM\le AH$.

Giá trị lớn nhất của $d(A;\Delta)=AH$ khi $M\equiv H\Rightarrow \max d(A,\Delta)=AH=2\sqrt{10}$.

Câu 96: **Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định** Đường thẳng $12x+5y=60$ tạo với hai trục toạ độ một tam giác. Tổng độ dài các đường cao của tam giác đó là

A. $\frac{60}{13}$. **B.** $\frac{281}{13}$. **C.** $\frac{360}{17}$. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng đã cho với Ox, Oy.

Ta có $12x+5y=60\Leftrightarrow \frac{x}{5}+\frac{y}{12}=0$. Do đó $A(5;0)$, $B(0;12)$.

Gọi H là hình chiếu của O lên AB. Khi đó: $OH=d(O;AB)=\frac{|12.0+5.0-60|}{\sqrt{12^2+5^2}}=\frac{60}{13}$.

Tam giác OAB là tam giác vuông tại O nên tổng độ dài các đường cao là

$OA+OB+OH=5+12+\frac{60}{13}=\frac{281}{13}$.

Câu 97: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các điểm $A(1;-1)$ và $B(3;4)$. Gọi (d) là một đường thẳng bất kì luôn đi qua **B.** Khi khoảng cách từ A đến đường thẳng (d) đạt giá trị lớn nhất, đường thẳng (d) có phương trình nào dưới đây?

A. $x-y+1=0$. **B.** $3x+4y=25$. **C.** $5x-2y-7=0$. **D.** $2x+5y-26=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu của điểm A lên đường thẳng (d). Khi đó ta có:

$d(A,(d))=AH\le AB=\sqrt{(3-1)^2+(4+1)^2}=\sqrt{29}$. Do đó khoảng cách từ A đến đường thẳng (d) đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{29}$ khi $H\equiv B$ hay $(d)\perp AB$ tại B.

Vì vậy (d) đi qua B và nhận $\overrightarrow{AB}=(2;5)$ làm VTPT.

Do đó phương trình của đường thẳng (d) là $2(x-3)+5(y-4)=0\Leftrightarrow 2x+5y-26=0$.

DẠNG 4. XÁC ĐỊNH ĐIỂM

Câu 98: Cho đường thẳng $d:3x+5y-15=0$. Trong các điểm sau đây, điểm nào **không** thuộc đường thẳng d

A. $M_1(5;0)$. **B.** $M_4(-5;6)$. **C.** $M_2(0;3)$. **D.** $M_3(5;3)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng d, ta có $M_1,M_4,M_2\in d$ và $M_3\notin d$.

Dạng 4.1 Xác định tọa hình chiếu, điểm đối xứng

Câu 99: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(4;3)$, $B(2;7)$, $C(-3;-8)$. Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là:

A. $(-1;4)$. **B.** $(1;-4)$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(4;1)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm B và C có dạng: $\frac{x+3}{2+3}=\frac{y+8}{7+8}\Leftrightarrow 3x-y+1=0$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình:

$1(x-4)+3(y-3)=0\Leftrightarrow x+3y-13=0$

Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}3x-y+1=0\\x+3y-13=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=4\end{cases}.$$

Câu 100: Cho đường thẳng $d: -3x+y-5=0$ và điểm $M(-2;1)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên d là

A. $\left(\frac{7}{5};-\frac{4}{5}\right)$. **B.** $\left(-\frac{7}{5};\frac{4}{5}\right)$. **C.** $\left(-\frac{7}{5};-\frac{4}{5}\right)$. **D.** $\left(-\frac{5}{7};\frac{4}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với d.

Ta có phương trình của Δ là: $x+3y-1=0$

Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên d là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases}-3x+y-5=0\\x+3y-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-\frac{7}{5}\\y=\frac{4}{5}\end{cases}.$$

Câu 101: Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2)$ lên đường thẳng $\Delta: x-y=0$ là

A. $\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$. **B.** $(1;1)$. **C.** $(2;2)$. **D.** $\left(-\frac{3}{2};-\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ có 1 VTPT là $\vec{n}=(1;-1)$ nên Δ có 1 VTCP là $\vec{u}=(1;1)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(1;2)$ lên đường thẳng Δ, tọa độ $H(t;t)$

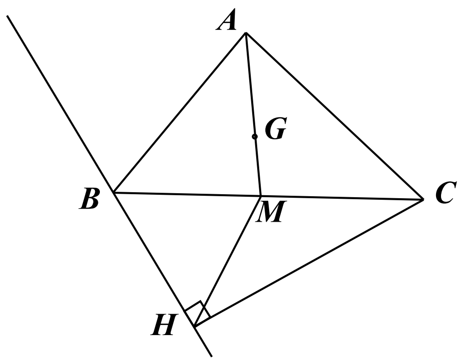
Vì $MH\perp\Delta\Rightarrow\overrightarrow{MH}\perp\vec{u}\Rightarrow\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow t-1+t-2=0\Leftrightarrow t=\frac{3}{2}\Rightarrow H\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2}\right)$

Câu 102: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với đỉnh $A(2;4)$, trọng tâm $G\left(2;\frac{2}{3}\right)$. Biết rằng đỉnh B nằm trên đường thẳng (d) có phương trình $x+y+2=0$ và đỉnh C có hình chiếu vuông góc trên (d) là điểm $H(2;-4)$. Giả sử $B(a;b)$, khi đó $T=a-3b$ bằng

A. $T=4$. **B.** $T=-2$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Ta có

$\overrightarrow{AM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AG}\Leftrightarrow\begin{cases}x_M-2=\frac{3}{2}(2-2)\\ y_M-4=\frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}-4\right)\end{cases}$, suy ra $M(2;-1)$.

$\overrightarrow{HM}=(0;3)$ suy ra HM không vuông góc với (d) nên B không trùng với H.

$B(a;b)\in(d)\Rightarrow b=-a-2$.

Tam giác BHC vuông tại H và CM là trung tuyến nên ta có

$MB=MH\Leftrightarrow(a-2)^2+(a+1)^2=9\Leftrightarrow a^2-a-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-1\\ a=2\ (l)\end{array}\right.$

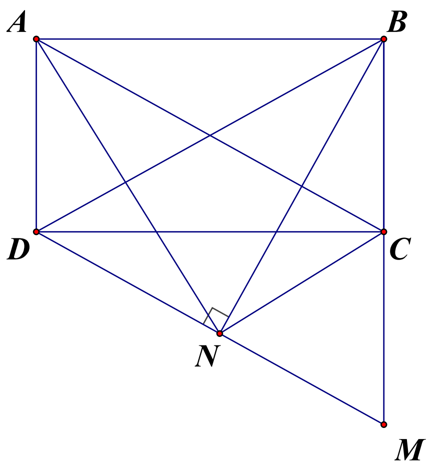
Suy ra $B(-1;-1)$ và $T=a-3b=2$.

Câu 103: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng d: $2x+y+5=0$ và điểm $A(-4;8)$. Gọi M đối xứng với B qua C, điểm $N(5;-4)$ là hình chiếu vuông góc của B lên đường thẳng MD. Biết tọa độ $C(m;n)$, giá trị của $m-n$ là

A. 6. **B.** -6. **C.** 8. **D.** 7

Lời giải

Chọn C



Gọi $C(t;-2t-5)\in(d)$.

Dễ thấy hai tứ giác $BCND$ và $ADNB$ nội tiếp.

Suy ra $\begin{cases}\widehat{BNC}=\widehat{BDC}\\ \widehat{BNA}=\widehat{BDA}\end{cases}\Rightarrow\widehat{ANC}=90^\circ\Leftrightarrow CN\perp AN$.

Do đó $\overrightarrow{CN}.\overrightarrow{AN}=0\Leftrightarrow 9(5-t)-12(2t+1)=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow C(1;-7)$.

Vậy $m-n=1+7=8$

Dạng 4.2 Xác định điểm liên quan đến yếu tố khoảng cách, góc

Câu 104: Cho hai điểm $A(3;-1),B(0;3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1.

A. $M\left(\frac{7}{2};0\right)$ và $M(1;0)$. **B.** $M\left(\sqrt{13};0\right)$.

C. $M(4;0)$. **D.** $M(2;0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x;0)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-3;4)$

Phương trình đường thẳng $AB:4x+3(y-3)=0 \Leftrightarrow 4x+3y-9=0$.

$$d(M;AB)=\frac{|4x-9|}{5} \Leftrightarrow 5=|4x-9| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{7}{2} \\ x=1 \end{array}\right.$$

Vậy $M\left(\frac{7}{2};0\right);M(1;0)$.

Câu 105: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;1)$, $B(4;-3)$ và đường thẳng $d:x-2y-1=0$. Tìm điểm M thuộc d có tọa độ nguyên và thỏa mãn khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 6.

A. $M(3;7)$. **B.** $M(7;3)$. **C.** $M(-43;-27)$. **D.** $M\left(3;-\frac{27}{11}\right)$.

Lời giải

$$\begin{cases} M\in d:x-2y-1=0 \to M(2m+1;m),\ m\in\mathbb{Z} \\ AB:4x+3y-7=0 \end{cases}. \text{ Khi đó}$$

$$6=d(M;AB)=\frac{|8m+4+3m-7|}{5} \Leftrightarrow |11m-3|=30 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=\frac{27}{11}\ (l) \end{array}\right. \to M(7;3).$$ **Chọn B**

Câu 106: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(0;1)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$. Tìm điểm M thuộc d và cách A một khoảng bằng 5, biết M có hoành độ âm.

A. $M(4;4)$. **B.** $\left[\begin{array}{l} M(-4;4) \\ M\left(-\frac{24}{5};-\frac{2}{5}\right) \end{array}\right.$. **C.** $M\left(-\frac{24}{5};-\frac{2}{5}\right)$. **D.** $M(-4;4)$.

$$M\in d:\begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases} \to M(2+2t;3+t) \text{ với } 2+2t<0 \Leftrightarrow t<-1. \text{ Khi đó}$$

$$5=AM \Leftrightarrow (2t+2)^2+(t+2)^2=25 \Leftrightarrow 5t^2+12t-17=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\ (l) \\ t=-\frac{17}{5} \end{array}\right. \to M\left(-\frac{24}{5};;-\frac{2}{5}\right).$$

Chọn C

Câu 107: Biết rằng có đúng hai điểm thuộc trục hoành và cách đường thẳng $\Delta:2x-y+5=0$ một khoảng bằng $2\sqrt{5}$. Tích hoành độ của hai điểm đó bằng:

A. $-\dfrac{75}{4}$. **B.** $-\dfrac{25}{4}$. **C.** $-\dfrac{225}{4}$. **D.** Đáp số khác.

Lời giải

Gọi $M(x;0)\in Ox$ thì hoành độ của hai điểm đó là nghiệm của phương trình:

$$d(M;\Delta)=2\sqrt{5}\Leftrightarrow \frac{|2x+5|}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5}{2}=x_1 \\ x=-\dfrac{15}{2}=x_2 \end{array}\right. \longrightarrow x_1\cdot x_2=-\frac{75}{4}.$$ **Chọn A**

Câu 108: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(0;3)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1.

A. $\left[\begin{array}{l} M\left(\dfrac{7}{2};0\right) \\ M(1;0) \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} M\left(\dfrac{14}{3};0\right) \\ M\left(\dfrac{4}{3};0\right) \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} M\left(-\dfrac{7}{2};0\right) \\ M(-1;0) \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} M\left(-\dfrac{14}{3};0\right) \\ M\left(-\dfrac{4}{3};0\right) \end{array}\right.$.

Lời giải

$$\begin{cases} M(x;0) \\ AB:4x+3y-9=0 \end{cases}\to 1=d(M;AB)=\frac{|4x-9|}{5}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{7}{2}\to M\left(\dfrac{7}{2};0\right) \\ x=1\to M(1;0) \end{array}\right..$$ **Chọn A**

Câu 109: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(3;0)$ và $B(0;-4)$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6.

A. $\left[\begin{array}{l} M(0;0) \\ M(0;-8) \end{array}\right.$. **B.** $M(0;-8)$. **C.** $M(6;0)$. **D.** $\left[\begin{array}{l} M(0;0) \\ M(0;6) \end{array}\right.$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} AB:4x-3y-12=0 \\ AB=5 \\ M(0;y)\to h_M=d(M;AB)=\dfrac{|3y+12|}{5} \end{cases}\to 6=S_{\Delta MAB}=\frac{1}{2}.5.\frac{|3y+12|}{5}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0\to M(0;0) \\ y=-8\to M(0;-8) \end{array}\right..$$

Chọn A

Câu 110: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta_1:3x-2y-6=0$ và $\Delta_2:3x-2y+3=0$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho M cách đều hai đường thẳng đã cho.

A. $M\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $M\left(\dfrac{1}{2};0\right)$. **C.** $M\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$. **D.** $M\left(\sqrt{2};0\right)$.

Lời giải

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

I LÝ THUYẾT.

I. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

1.Dạng 1: Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ bán kính R

Phương trình có dạng : $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

2.Dạng 2: Phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ với $a^2+b^2-c>0$ là phương trình đường tròn tâm $I(a;b)$ bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$.

3. Phương trình đường tròn đi qua 3 điểm không thẳng hàng

II. PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

1.Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0 \in (C)$

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm I của (C).
- Bước 2: Tiếp tuyến (D) là đường thẳng đi qua M_0 và có VTPT là $\overrightarrow{M_0I}$

$$(a-x_0)(x-x_0)+(b-y_0)(y-y_0)=0$$

2. Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0 \notin (C)$

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- Bước 2: (D) là đường thẳng đi qua M_0 nên có dạng $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$
- Bước 3: (D) tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d(I;(D))=R$ $(*)$. Giải $(*)$ tìm được mối liên hệ giữa $a\,\&\,b$. Chọn $a\,\&\,b$ phù hợp để kết luận.

3.Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) song song với $(D_1): Ax+By+C=0$

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- Bước 2: $(D) \parallel (D_1): Ax+By+C=0$ nên phương trình có dạng

$Ax+By+C'=0\ \ (C'\neq C)$

• Bước 3: (D) tiếp xúc với $(C)\Leftrightarrow d\left(I;(D)\right)=R\ \ (*)$. Giải $(*)$ tìm được C' so với đk để kết luận.

4. Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) vuông góc với (D_1): $Ax+By+C=0$

• Bước 1: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).

• Bước 2: $(D)\perp(D_1): Ax+By+C=0$ nên phương trình có dạng $Bx-Ay+C'=0$

• Bước 3: (D) tiếp xúc với $(C)\Leftrightarrow d\left(I;(D)\right)=R\ \ (*)$. Giải $(*)$ tìm được C' so với đk để kết luận.

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

Cho đường tròn (C_1) có tâm I_1, bán kính R_1 và đường tròn (C_2) có tâm I_2, bán kính R_2. Giả sử $R_1>R_2$. Ta có:

• Hai đường tròn tiếp xúc $\Leftrightarrow I_1I_2=|R_1\pm R_2|$

• Hai đường tròn cắt nhau $R_1-R_2<I_1I_2<R_1+R_2$

BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm tâm và tính bán kính của đường tròn: $(x+3)^2+(y-3)^2=36$.

Câu 2. Hãy cho biết phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn và tìm tâm, bán kính của đường tròn tương ứng.

a) $x^2+y^2+xy+4x-2=0$;

b) $x^2+y^2-2x-4y+5=0$;

c) $x^2+y^2+6x-8y+1=0$.

Câu 3. Viết phương trình của đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

a) Có tâm $I(-2;5)$ và bán kính $R=7$;

b) Có tâm $I(1;-2)$ và đi qua điểm $A(-2;2)$;

c) Có đường kính AB, với $A(-1;-3), B(-3;5)$;

d) Có tâm $I(1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $x+2y+3=0$.

Câu 4. Trong mặt phẳng toạ độ, cho tam giác ABC, với $A(6;-2), B(4;2), C(5;-5)$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

Câu 5. Cho đường tròn $(C): x^2+y^2+2x-4y+4=0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm $M(0;2)$.

Câu 6. Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 180 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó, tại thời điểm $t\ (0\le t\le 180)$ vật thể ở vị trí có tọa độ $\left(2+\sin t^\circ;4+\cos t^\circ\right)$.

a) Tìm vị trí ban đầu và vị trí kết thúc của vật thể.

b) Tìm quỹ đạo chuyển động của vật thể.

II. HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: NHẬN DẠNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN. TÌM TÂM VÀ BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN

1. PHƯƠNG PHÁP.

Cách 1: + Đưa phương trình về dạng: $(C): x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (1)

+ Xét dấu biểu thức $P=a^2+b^2-c$

Nếu $P>0$ thì (1) là phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$

Nếu $P\le 0$ thì (1) không phải là phương trình đường tròn.

Cách 2: Đưa phương trình về dạng: $(x-a)^2+(y-b)^2=P$ (2).

Nếu $P>0$ thì (2) là phương trình đường tròn có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R=\sqrt{P}$

Nếu $P\le 0$ thì (2) không phải là phương trình đường tròn.

2. BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn? Tìm tâm và bán kính nếu có.

1) $x^2+y^2+2x-4y+9=0$ (1)　　**2)** $x^2+y^2-6x+4y+13=0$ (2)

3) $2x^2+2y^2-6x-4y-1=0$ (3)　　**4)** $2x^2+y^2+2x-3y+9=0$ (4)

Câu 2: Cho phương trình $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0$ (1)

a) Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.

b) Nếu (1) là phương trình đường tròn hãy tìm toạ độ tâm và bán kính theo m

Câu 3: Cho phương trình đường cong $(C_m): x^2+y^2+(m+2)x-(m+4)y+m+1=0$ (2)

a) Chứng minh rằng (2) là phương trình một đường tròn

b) Tìm tập hợp tâm các đường tròn khi m thay đổi

c) Chứng minh rằng khi m thay đổi họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định.

3. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

(I) $x^2+y^2-4x+15y-12=0$.

(II) $x^2+y^2-3x+4y+20=0$.

(III) $2x^2+2y^2-4x+6y+1=0$.

A. Chỉ (I).　　**B.** Chỉ (II).　　**C.** Chỉ (III).　　**D.** Chỉ (I) và (III).

Câu 2: Để $x^2+y^2-ax-by+c=0$ (1) là phương trình đường tròn, điều kiện cần và đủ là

A. $a^2+b^2-c>0$.　　**B.** $a^2+b^2-c\ge 0$.　　**C.** $a^2+b^2-4c>0$.　　**D.** $a^2+b^2+4c>0$.

Câu 3: Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2+y^2-x-y+9=0$. **B.** $x^2+y^2-x=0$.

C. $x^2+y^2-2xy-1=0$. **D.** $x^2-y^2-2x+3y-1=0$.

Câu 4: Phương trình $x^2+y^2-2(m+1)x-2(m+2)y+6m+7=0$ là phương trình đường tròn khi và chỉ khi

A. $m<0$. **B.** $m<1$. **C.** $m>1$. **D.** $m<-1$ hoặc $m>1$.

Câu 5: Cho đường cong $(C_m): x^2+y^2-8x+10y+m=0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7 ?

A. $m=4$. **B.** $m=8$. **C.** $m=-8$. **D.** $m=-4$.

Câu 6: Đường tròn $3x^2+3y^2-6x+9y-9=0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\frac{15}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 25. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 7: Đường tròn $2x^2+2y^2-8x+4y-1=0$ có tâm là điểm nào sau đây?

A. $(-8;4)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(8;-4)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 8: Cho hai điểm $A(-2;1)$, $B(3;5)$. Tập hợp điểm $M(x;y)$ nhìn AB dưới một góc vuông nằm trên đường tròn có phương trình là

A. $x^2+y^2-x-6y-1=0$. **B.** $x^2+y^2+x+6y-1=0$.

C. $x^2+y^2+5x-4y+11=0$. **D.** Đáp án khác.

Câu 9: Cho hai điểm $A(-4;2)$ và $B(2;-3)$. Tập hợp điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $MA^2+MB^2=31$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+2x+y+1=0$. **B.** $x^2+y^2-6x-5y+1=0$.

C. $x^2+y^2-2x-6y-22=0$. **D.** $x^2+y^2+2x+6y-22=0$.

Câu 10: Cho $A(-1;0)$, $B(2;4)$ và $C(4;1)$. Chứng minh rằng tập hợp các điểm M thoả mãn $3MA^2+MB^2=2MC^2$ là một đường tròn (C). Tìm tính bán kính của (C).

A. $\frac{\sqrt{107}}{2}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{25}{2}$. **D.** $\frac{25}{4}$.

DẠNG 2: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cách 1: + Tìm toạ độ tâm $I(a;b)$ của đường tròn (C)

+ Tìm bán kính R của đường tròn (C)

+ Viết phương trình của (C) theo dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.

Cách 2: Giả sử phương trình đường tròn (C) là: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (Hoặc $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$).

+ Từ điều kiện của đề bài thành lập hệ phương trình với ba ẩn là a, b, c.

+ Giải hệ để tìm a, b, c từ đó tìm được phương trình đường tròn (C).

Chú ý:

* $A\in(C)\Leftrightarrow IA=R$

* (C) tiếp xúc với đường thẳng Δ tại $A\Leftrightarrow IA=d(I;\Delta)=R$

* (C) tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và $\Delta_2 \Leftrightarrow d(I;\Delta_1)=d(I;\Delta_2)=R$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Viết phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

a) Có tâm $I(1;-5)$ và đi qua $O(0;0)$.

b) Nhận AB làm đường kính với $A(1;1)$, $B(7;5)$.

c) Đi qua ba điểm: $M(-2;4)$, $N(5;5)$, $P(6;-2)$

Câu 2: Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-2y+7=0$

b) (C) đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục toạ độ Ox và Oy

c) (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x-6y-10=0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x+4y+5=0$ và $d_2: 4x-3y-5=0$

Câu 3: Cho hai điểm $A(8;0)$ và $B(0;6)$.

a) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB

b) Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x+y=0$. và $d_2: \sqrt{3}x-y=0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại B. Viết phương trình của (C), biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Đường tròn tâm $I(3;-1)$ và bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x+3)^2+(y-1)^2=4$. **B.** $(x-3)^2+(y-1)^2=4$.

C. $(x-3)^2+(y+1)^2=4$. **D.** $(x+3)^2+(y+1)^2=4$.

Câu 2: Đường tròn tâm $I(-1;2)$ và đi qua điểm $M(2;1)$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+2x-4y-5=0$. **B.** $x^2+y^2+2x-4y-3=0$.

C. $x^2+y^2-2x-4y-5=0$. **D.** $x^2+y^2+2x+4y-5=0$.

Câu 3: Cho hai điểm $A(5;-1)$, $B(-3;7)$. Đường tròn có đường kính AB có phương trình là

A. $x^2+y^2-2x-6y-22=0$. **B.** $x^2+y^2-2x-6y+22=0$.

C. $x^2+y^2-2x-y+1=0$. **D.** $x^2+y^2+6x+5y+1=0$.

Câu 4: Đường tròn (C) tâm $I(-4;3)$ và tiếp xúc với trục tung có phương trình là

A. $x^2+y^2-4x+3y+9=0$. **B.** $(x+4)^2+(y-3)^2=16$.

C. $(x-4)^2+(y+3)^2=16$. **D.** $x^2+y^2+8x-6y-12=0$.

Câu 5: Đường tròn (C) tâm $I(4;\ 3)$ và tiếp xúc với đườngthẳng $\Delta: 3x-4y+5=0$ có phương trình là

A. $(x+4)^2+(y-3)^2=1$. **B.** $(x-4)^2+(y-3)^2=1$.

C. $(x+4)^2+(y+3)^2=1$. **D.** $(x-4)^2+(y+3)^2=1$

Câu 6: Đường tròn (C) đi qua điểm $A(2;4)$ và tiếp xúc với các trục tọa độ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ hoặc $(x-10)^2+(y-10)^2=100$

B. $(x+2)^2+(y+2)^2=4$ hoặc $(x-10)^2+(y-10)^2=100$

C. $(x+2)^2+(y+2)^2=4$ hoặc $(x+10)^2+(y+10)^2=100$

D. $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ hoặc $(x+10)^2+(y+10)^2=100$

Câu 7: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3)$, $B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x-y+7=0$ có phương trình là

A. $(x-7)^2+(y-7)^2=102$. **B.** $(x+7)^2+(y+7)^2=164$.

C. $(x-3)^2+(y-5)^2=25$. **C.** $(x+3)^2+(y+5)^2=25$.

Câu 8: Đường tròn (C) tiếp xúc với trục tung tại điểm $A(0;-2)$ và đi qua điểm $B(4;-2)$ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y+2)^2=4$. **B.** $(x+2)^2+(y-2)^2=4$

C. $(x-3)^2+(y-2)^2=4$ **D.** $(x-3)^2+(y+2)^2=4$

Câu 9: Tâm của đường tròn qua ba điểm $A(2;1)$, $B(2;5)$, $C(-2;1)$ thuộc đường thẳng có phương trình

A. $x-y+3=0$. **B.** $x-y-3=0$ **C.** $-x+y+3=0$ **D.** $x+y+3=0$

Câu 10: Đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;2)$, $B(2;2)$, $C(1;1+\sqrt{2})$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+2x+2y-\sqrt{2}=0$. **B.** $x^2+y^2-2x-2y=0$.

C. $x^2+y^2-2x-2y-2=0$. **D.** $x^2+y^2+2x-2y+\sqrt{2}=0$.

Câu 11: Đường tròn đi qua 3 điểm $A(11;8)$, $B(13;8)$, $C(14;7)$ có bán kính R bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{2}$.

DẠNG 3: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐIỂM; ĐƯỜNG THẲNG; ĐƯỜNG TRÒN VỚI ĐƯỜNG TRÒN

1 PHƯƠNG PHÁP.

1 *Vị trí tương đối của điểm M và đường tròn (C)*

Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính IM

+ Nếu $IM<R$ suy ra M nằm trong đường tròn

+ Nếu $IM=R$ suy ra M thuộc đường tròn

+ Nếu $IM>R$ suy ra M nằm ngoài đường tròn

2 *Vị trí tương đối giữa đường thẳng* Δ *và đường tròn (C)*

Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính $d(I;\Delta)$

+ Nếu $d(I;\Delta)<R$ suy ra Δ cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt

+ Nếu $d(I;\Delta)=R$ suy ra Δ tiếp xúc với đường tròn

+ Nếu $d(I;\Delta)>R$ suy ra Δ không cắt đường tròn

Chú ý: Số nghiệm của hệ phương trình tạo bởi phương trình đường thẳng Δ và đường tròn (C) bằng số giao điểm của chúng. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ.

3 *Vị trí tương đối giữa đường tròn (C) và đường tròn (C')*

Xác định tâm I, bán kính R của đường tròn (C) và tâm I', bán kính R' của đường tròn (C') và tính II', $R+R'$, $|R-R'|$

+ Nếu $II'>R+R'$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và ở ngoài nhau

+ Nếu $II'=R+R'$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc ngoài với nhau

+ Nếu $II'<|R-R'|$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và lồng vào nhau

+ Nếu $II' = |R - R'|$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc trong với nhau

+ Nếu $|R - R'| < II' < R + R'$ suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt

Chú ý: Số nghiệm của hệ phương trình tạo bởi phương trình đường thẳng (C) và đường tròn (C') bằng số giao điểm của chúng. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

a) Chứng minh điểm $M(2;1)$ nằm trong đường tròn

b) Xét vị trí tương đối giữa Δ và (C)

c) Viết phương trình đường thẳng Δ' vuông góc với Δ và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$ và $(C'): x^2 + y^2 - 6x - 2y - 3 = 0$

a) Chứng minh rằng hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và B

c) Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B và O

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ có tâm I và đường thẳng $\Delta: \sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$

a) Tìm m để đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B

b) Tìm m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$. Phương trình của đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài lớn nhất là

A. $4x + 3y + 13 = 0$. **B.** $3x - 4y + 25 = 0$. **C.** $3x - 4y + 15 = 0$. **D.** $4x + 3y + 20 = 0$.

Câu 2: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$

A. $(3;3)$ và $(-1;1)$. **B.** $(-1;1)$ và $(3;-3)$. **C.** $(3;3)$ và $(1;1)$. **D.** $(2;1)$ và $(2;-1)$.

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$. Đường thẳng d đi qua $A(3;2)$ và cắt (C) theo một dây cung ngắn nhất có phương trình là

A. $2x - y + 2 = 0$. **B.** $x + y - 1 = 0$. **C.** $x - y - 1 = 0$. **D.** $x - y + 1 = 0$.

Câu 4: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(-4;2)$, cắt (C) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN. Phương trình của đường thẳng d là

A. $x - y + 6 = 0$. **B.** $7x - 3y + 34 = 0$. **C.** $7x - 3y + 30 = 0$. **D.** $7x - y + 35 = 0$.

Câu 5: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+6y-3=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(I) Điểm $A(1;1)$ nằm ngoài (C).

(II) Điểm $O(0;0)$ nằm trong (C).

(III) (C) cắt trục tung tại hai điểm phân biệt.

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Chỉ (III). **D.** Cả (I), (II) và (III).

Câu 6: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+6y+6=0$ và đường thẳng $d: 4x-3y+5=0$. Đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dại bằng $2\sqrt{3}$ có phương trình là

A. $4x-3y+8=0$. **B.** $4x-3y-8=0$ hoặc $4x-3y-18$.

C. $4x-3y-8=0$. **D.** $4x+3y+8=0$.

Câu 7: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2+6x-2y+5=0$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(-4;2)$, cắt (C) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN. Phương trình của đường thẳng d là

A. $x-y+6=0$. **B.** $7x-3y+34=0$. **C.** $7x-3y+30=0$. **D.** $7x-y+35=0$.

Câu 8: Đường tròn $x^2+y^2-2x-2y-23=0$ cắt đường thẳng $x+y-2=0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 10. **B.** 8. **C.** 6. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 9: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4=0$ và $(C_2): x^2+y^2-4x-4y+4=0$

A. $(\sqrt{2};\sqrt{2})$ và $((\sqrt{2};-\sqrt{2})$. **B.** $(0;2)$ và $(0;-2)$.

C. $(2;0)$ và $(0;2)$. **D.** $(2;0)$ và $(-2;0)$.

Câu 10: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2=4$ và $(C_2): (x+10)^2+(y-16)^2=1$.

A. Cắt nhau. **B.** Không cắt nhau. **C.** Tiếp xúc ngoài. **D.** Tiếp xúc trong.

Câu 11: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x+3y+m=0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2+y^2-9=0$.

A. $m=-3$. **B.** $m=3$ và $m=-3$. **C.** $m=3$. **D.** $m=15$ và $m=-15$.

Câu 12: Một đường tròn có tâm $I(1;3)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x+4y=0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3}{5}$. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 15.

Câu 13: Đường tròn $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ cắt đường thẳng $x+y-a-b=0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $2R$. **B.** $R\sqrt{2}$. **C.** $\frac{R\sqrt{2}}{2}$. **D.** R.

Câu 14: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4x=0$ và $(C_2): x^2+y^2+8y=0$.

A. Tiếp xúc trong. **B.** Không cắt nhau. **C.** Cắt nhau. **D.** Tiếp xúc ngoài.

Câu 15: Đường tròn (C) có tâm $I(-1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$ tại điểm H có tọa độ là

A. $\left(-\frac{1}{5};-\frac{7}{5}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{5};-\frac{7}{5}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$.

Câu 16: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2=4$ và $(C_2): (x-3)^2+(y-4)^2=25$.

A. Không cắt nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Tiếp xúc ngoài. **D.** Tiếp xúc trong.

DẠNG 4: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN VỚI ĐƯỜNG TRÒN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho đường tròn (C) tâm $I(a;b)$, bán kính R

1. Nếu biết tiếp điểm là $M(x_0;y_0)$ thì tiếp tuyến đó đi qua M và nhận vectơ $\overrightarrow{IM}(x_0-a;y_0-b)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là

$(x_0-a)(x-x_0)+(y_0-b)(y-y_0)=0$

2. Nếu không biết tiếp điểm thì dùng điều kiện: Đường thẳng Δ tiếp xúc đường tròn (C) khi và chỉ khi $d(I;\Delta)=R$ để xác định tiếp tuyến.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và điểm hai điểm $A(1;-1)$; $B(1;3)$

a) Chứng minh rằng điểm A thuộc đường tròn, điểm B nằm ngoài đường tròn

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A

c) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ **B.**

Câu 2: Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+4y-1=0$ trong trường

a) Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $\Delta': 2x+3y+4=0$

b) Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc 45^0

Câu 3: Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn sau:

$(C_1): x^2+y^2-4y-5=0$ và $(C_2): x^2+y^2-6x+8y+16=0$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho đường tròn $(C):(x-3)^2+(y-1)^2=10$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(4;4)$ là

A. $x-3y+5=0$. **B.** $x+3y-4=0$. **C.** $x-3y+16=0$. **D.** $x+3y-16=0$.

Câu 2: Cho đường tròn $(C):(x-2)^2+(y-2)^2=9$. Phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $A(-5;1)$ là

A. $x+y-4=0$ và $x-y-2=0$. **B.** $x=5$ và $y=-1$.

C. $2x-y-3=0$ và $3x+2y-2=0$. **D.** $3x-2y-2=0$ và $2x+3y+5=0$.

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2+2x-6y+5=0$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $D: x+2y-15=0$ là

A. $x+2y=0$ và $x+2y-10=0$. **B.** $x-2y=0$ và $x+2y+10=0$.

C. $x+2y-1=0$ và $x+2y-3=0$. **D.** $x-2y-1=0$ và $x-2y-3=0$.

Câu 4: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-6x+2y+5=0$ và đường thẳng $d: 2x+(m-2)y-m-7=0$. Với giá trị nào của m thì d là tiếp tuyến của (C)?

A. $m=3$. **B.** $m=15$. **C.** $m=13$. **D.** $m=3$ hoặc $m=13$.

Câu 5: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+8y-23=9$ và điểm $M(8;-3)$. Độ dài đoạn tiếp tuyến của (C) xuất phát từ M là:

A. 10. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 6: Nếu đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-3)^2=R^2$ tiếp xúc với đường thẳng $d: 5x+12y-60=0$ thì giá trị của R là:

A. $R=2\sqrt{2}$. **B.** $R=\dfrac{19}{13}$. **C.** $R=\sqrt{5}$. **D.** $R=\sqrt{2}$.

Câu 7: Cho đường tròn $(C):(x-3)^2+(y+1)^2=5$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: 2x+y+7=0$ là

A. $2x+y=0;\ 2x+y-10=0$. **B.** $2x+y+1=0;\ 2x+y-1=0$.

C. $2x-y+10=0;\ 2x+y-10=0$. **D.** $2x+y=0;\ x+2y-10=0$.

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

I LÝ THUYẾT.

I. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

1.Dạng 1: Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ bán kính R

Phương trình có dạng : $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$

2.Dạng 2: Phương trình $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ với $a^2+b^2-c>0$ là phương trình đường tròn tâm $I(a;b)$ bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$.

3. Phương trình đường tròn đi qua 3 điểm không thẳng hàng

II. PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

1.Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0\in(C)$

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm I của (C).
- Bước 2: Tiếp tuyến (D) là đường thẳng đi qua M_0 và có VTPT là $\overrightarrow{M_0I}$

$$(a-x_0)(x-x_0)+(b-y_0)(y-y_0)=0$$

2. Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0\notin(C)$

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- Bước 2: (D) là đường thẳng đi qua M_0 nên có dạng $a(x-x_0)+b(y-y_0)=0$
- Bước 3: (D) tiếp xúc với $(C)\Leftrightarrow d(I;(D))=R$ $(*)$. Giải $(*)$ tìm được mối liên hệ giữa $a\,\&\,b$. Chọn $a\,\&\,b$ phù hợp để kết luận.

3.Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) song song với $(D_1): Ax+By+C=0$

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- Bước 2: $(D)\,||\,(D_1): Ax+By+C=0$ nên phương trình có dạng

$Ax + By + C' = 0 \ \ (C' \neq C)$

• Bước 3: (D) tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d\left(I;(D)\right) = R \ \ (*)$. Giải $(*)$ tìm được C' so với đk để kết luận.

4. Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) vuông góc với (D_1): $Ax + By + C = 0$

• Bước 1: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).

• Bước 2: $(D) \perp (D_1): Ax + By + C = 0$ nên phương trình có dạng $Bx - Ay + C' = 0$

• Bước 3: (D) tiếp xúc với $(C) \Leftrightarrow d\left(I;(D)\right) = R \ \ (*)$. Giải $(*)$ tìm được C' so với đk để kết luận.

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA HAI ĐƯỜNG TRÒN

Cho đường tròn (C_1) có tâm I_1, bán kính R_1 và đường tròn (C_2) có tâm I_2, bán kính R_2. Giả sử $R_1 > R_2$. Ta có:

• Hai đường tròn tiếp xúc $\Leftrightarrow I_1I_2 = |R_1 \pm R_2|$

• Hai đường tròn cắt nhau $R_1 - R_2 < I_1I_2 < R_1 + R_2$

BÀI TẬP.

Câu 1. Tìm tâm và tính bán kính của đường tròn: $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 36$.

Lời giải

Đường tròn $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 36$ có tâm là điểm $I(-3;3)$, có bán kính $R = 6$.

Câu 2. Hãy cho biết phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn và tìm tâm, bán kính của đường tròn tương ứng.

a) $x^2 + y^2 + xy + 4x - 2 = 0$;

b) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 0$;

c) $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 1 = 0$.

Lời giải

a) $x^2 + y^2 + xy + 4x - 2 = 0$ không phải là phương trình của một đường tròn vì có xy.

b) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$ không phải là phương trình của một đường tròn vì $R = 0$.

c) $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-4)^2 = \left(2\sqrt{6}\right)^2$ là phương trình của đường tròn tâm $I(-3;4)$, bán kính $R = 2\sqrt{6}$.

Câu 3. Viết phương trình của đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

a) Có tâm $I(-2;5)$ và bán kính $R=7$;

b) Có tâm $I(1;-2)$ và đi qua điểm $A(-2;2)$;

c) Có đường kính AB, với $A(-1;-3), B(-3;5)$;

d) Có tâm $I(1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $x+2y+3=0$.

Lời giải

a) Phương trình của đường tròn là $(x+2)^2+(y-5)^2=49$.

b) Ta có $\overrightarrow{AI}=(3;-4)$, bán kính của đường tròn là $R=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$.

Phương trình của đường tròn là $(x-1)^2+(y+2)^2=25$.

c) Toạ độ trung điểm I của AB là $I(-2;1)$. Ta có $\overrightarrow{AI}=(-1;4)$.

Bán kính của đường tròn là $R=\sqrt{(-1)^2+4^2}=\sqrt{17}$.

Phương trình của đường tròn là $(x+2)^2+(x-1)^2=17$.

d) Có tâm $I(1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $x+2y+3=0$.

Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng $x+2y+3=0$ bằng bán kính $R=\dfrac{|1+2.3+3|}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$.

Phương trình đường tròn tâm I bán kính R là

$$(x-1)^2+(y-3)^2=20.$$

Câu 4. Trong mặt phẳng toạ độ, cho tam giác ABC, với $A(6;-2), B(4;2), C(5;-5)$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

Lời giải

Gọi phương trình đường tròn (C) có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$.

Vì đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(6;-2)$, $B(4;2)$, $C(5;-5)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 6^2+(-2)^2-2a.6-2b.(-2)+c=0 \\ 4^2+2^2-2a.4-2b.2+c=0 \\ 5^2+(-5)^2-2a.5-2b.(-5)+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12a+4b+c=-40 \\ -8a-4b+c=-20 \\ -10a+10b+c=-50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \\ c=-20. \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là: $x^2+y^2-2x+4y-20=0$.

Câu 5. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm $M(0;2)$.

Lời giải

Ta có đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ có tâm là điểm $I(-1;2)$.

Do $(0+1)^2 + (2-2)^2 = 1$ nên điểm M thuộc đường tròn (C).

Tiếp tuyến của (C) tại $M(0;2)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{MI} = (-1;0)$, nên có phương trình

$$-1(x+1) + 0(y-2) = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0.$$

Câu 6. Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 180 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó, tại thời điểm $t\,(0 \le t \le 180)$ vật thể ở vị trí có tọa độ $(2+\sin t^\circ; 4+\cos t^\circ)$.

a) Tìm vị trí ban đầu và vị trí kết thúc của vật thể.
b) Tìm quỹ đạo chuyển động của vật thể.

Lời giải

a) Vị trí ban đầu của vật thể tại thời điểm $t = 0$ có tọa độ $M(2;5)$.

Vị trí kết thúc của vật thể tại thời điểm $t = 180$ có tọa độ $M(2;3)$.

b) Quỹ đạo chuyển độ của vật thể là các điểm $M(x;y)$ thỏa mãn

$$\begin{cases} x = 2 + \sin t^\circ \\ y = 4 + \cos t^\circ \end{cases} \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-4)^2 = 1.$$

Vậy quỹ đạo chuyển độ của vật thể là đường tròn (C): $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 1$, có tâm $I(2;4)$, bán kính $R = 1$.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: NHẬN DẠNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN. TÌM TÂM VÀ BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cách 1: + Đưa phương trình về dạng: $(C): x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (1)

+ Xét dấu biểu thức $P=a^2+b^2-c$

Nếu $P>0$ thì (1) là phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R=\sqrt{a^2+b^2-c}$

Nếu $P\le 0$ thì (1) không phải là phương trình đường tròn.

Cách 2: Đưa phương trình về dạng: $(x-a)^2+(y-b)^2=P$ (2).

Nếu $P>0$ thì (2) là phương trình đường tròn có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R=\sqrt{P}$

Nếu $P\le 0$ thì (2) không phải là phương trình đường tròn.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn? Tìm tâm và bán kính nếu có.

1) $x^2+y^2+2x-4y+9=0$ (1)

2) $x^2+y^2-6x+4y+13=0$ (2)

3) $2x^2+2y^2-6x-4y-1=0$ (3)

4) $2x^2+y^2+2x-3y+9=0$ (4)

Lời giải

1) Phương trình (1) có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ với $a=-1;\ b=2;\ c=9$

Ta có $a^2+b^2-c=1+4-9<0$

Vậy phương trình (1) không phải là phương trình đường tròn.

2) Ta có: $a^2+b^2-c=9+4-13=0$

Suy ra phương trình (2) không phải là phương trình đường tròn.

3) Ta có: $(3)\Leftrightarrow x^2+y^2-3x-2y-\frac{1}{2}=0$

Suy ra: $P=a^2+b^2-c=\left(\frac{3}{2}\right)^2+1^2-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{15}{4}>0$

Vậy phương trình (3) là phương trình đường tròn tâm $I\left(\frac{3}{2};1\right)$ bán kính $R=\frac{\sqrt{15}}{2}$

4) Phương trình (4) không phải là phương trình đường tròn vì hệ số của x^2 và y^2 khác nhau.

Câu 2: Cho phương trình $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0$ (1)

a) Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.

b) Nếu (1) là phương trình đường tròn hãy tìm toạ độ tâm và bán kính theo m

Lời giải

a) Phương trình (1) là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $a^2+b^2-c>0$

Với $a=m;\ b=2(m-2);\ c=6-m$

Hay $m^2+4(m-2)^2-6+m>0 \Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<1 \end{array}\right.$

b) Với điều kiện trên thì đường tròn có tâm $I(m;2(m-2))$ và bán kính: $R=\sqrt{5m^2-15m+10}$

Câu 3: Cho phương trình đường cong $(C_m): x^2+y^2+(m+2)x-(m+4)y+m+1=0$ (2)

a) Chứng minh rằng (2) là phương trình một đường tròn

b) Tìm tập hợp tâm các đường tròn khi m thay đổi

c) Chứng minh rằng khi m thay đổi họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định.

Lời giải

a) Ta có $a^2+b^2-c=\left(-\dfrac{m+2}{2}\right)^2+\left(\dfrac{m+4}{2}\right)^2-m-1=\dfrac{(m+2)^2+4}{2}>0$

Suy ra (2) là phương trình đường tròn với mọi m

b) Đường tròn có tâm I: $\begin{cases} x_I=-\dfrac{m+2}{2} \\ y_I=\dfrac{m+4}{2} \end{cases}$ suy ra $x_I+y_I-1=0$

Vậy tập hợp tâm các đường tròn là đường thẳng $\Delta: x+y-1=0$

c) Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua.

Khi đó ta có: $x_o^2+y_0^2+(m+2)x_0-(m+4)y_0+m+1=0,\ \forall m$

$\Leftrightarrow (x_0-y_0-1)m+x_o^2+y_0^2+2x_0-4y_0+1=0,\ \forall m$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0-y_0+1=0 \\ x_0^2+y_0^2+2x_0-4y_0+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=-1 \\ y_0=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x_0=1 \\ y_0=2 \end{cases}$

Vậy có hai điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua với mọi m là $M_1(-1;0)$ và $M_2(1;2)$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

(I) $x^2+y^2-4x+15y-12=0$.

(II) $x^2+y^2-3x+4y+20=0$.

(III) $2x^2+2y^2-4x+6y+1=0$.

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Chỉ (III). **D.** Chỉ (I) và (III).

Lời giải

Chọn D

(I) có: $a^2+b^2-c=4+\left(\frac{15}{2}\right)^2+12=\frac{289}{4}>0$

(II) có: $a^2+b^2-c=\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{4}{2}\right)^2-20=-\frac{55}{4}<0$

$(III)\Leftrightarrow x^2+y^2-2x-3y+\frac{1}{2}=0$, phương trình này có: $a^2+b^2-c=1+\left(\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{2}=\frac{11}{4}>0$

Vậy chỉ (I) và (III) là phương trình đường tròn.

Câu 2: Để $x^2+y^2-ax-by+c=0$ (1) là phương trình đường tròn, điều kiện cần và đủ là

A. $a^2+b^2-c>0$. **B.** $a^2+b^2-c\ge 0$. **C.** $a^2+b^2-4c>0$. **D.** $a^2+b^2+4c>0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$x^2+y^2-ax-by+c=0 \quad (1)$

$\Leftrightarrow x^2-2.\frac{a}{2}.x+\left(\frac{a}{2}\right)^2+y^2-2.\frac{b}{2}.y+\left(\frac{b}{2}\right)^2-\frac{a^2}{4}-\frac{b^2}{4}+c=0$

$\Leftrightarrow \left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\left(y-\frac{b}{2}\right)^2=\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c$

Vậy điều kiện để (1) là phương trình đường tròn: $\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c>0\Leftrightarrow a^2+b^2-4c>0$

Câu 3: Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2+y^2-x-y+9=0$. **B.** $x^2+y^2-x=0$.

C. $x^2+y^2-2xy-1=0$. **D.** $x^2-y^2-2x+3y-1=0$.

Lời giải

Chọn B

Loại C vì có số hạng $-2xy$.

Câu A: $a=b=\frac{1}{2},\ c=9\Rightarrow a^2+b^2-c<0$ nên không phải phương trình đường tròn.

Câu D: loại vì có $-y^2$.

Câu B: $a=\frac{1}{2},\ b=0,\ c=0\Rightarrow a^2+b^2-c>0$ nên là phương trình đường tròn.

Câu 4: Phương trình $x^2+y^2-2(m+1)x-2(m+2)y+6m+7=0$ là phương trình đường tròn khi và chỉ khi

A. $m<0$. **B.** $m<1$. **C.** $m>1$. **D.** $m<-1$ hoặc $m>1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$x^2+y^2-2(m+1)x-2(m+2)y+6m+7=0 \quad (1)$$
$$\Leftrightarrow x^2-2(m+1)x+(m+1)^2+y^2-2(m+2)y+(m+2)^2-(m+1)^2-(m+2)^2+6m+7=0$$
$$\Leftrightarrow [x-(m+1)]^2+[y-(m+2)]^2=2m^2-2$$

Vậy điều kiện để (1) là phương trình đường tròn: $2m^2-2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right.$

Câu 5: Cho đường cong $(C_m): x^2+y^2-8x+10y+m=0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7 ?

A. $m=4$. **B.** $m=8$. **C.** $m=-8$. **D.** $m=-4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $R=\sqrt{4^2+5^2-m}=7 \Leftrightarrow m=-8$.

Câu 6: Đường tròn $3x^2+3y^2-6x+9y-9=0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{15}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** 25. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

$3x^2+3y^2-6x+9y-9=0 \Leftrightarrow x^2+y^2-2x+3y-3=0$.

Suy ra $P=1^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2-(-3)=\dfrac{25}{4}>0$. Vậy bán kính là: $R=\dfrac{5}{2}$.

Câu 7: Đường tròn $2x^2+2y^2-8x+4y-1=0$ có tâm là điểm nào sau đây?

A. $(-8;4)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(8;-4)$. **D.** $(-2;1)$.

Lời giải

Chọn B

$2x^2+2y^2-8x+4y-1=0 \Leftrightarrow x^2+y^2-4x+2y-\dfrac{1}{2}=0$.

Vậy tâm là: $I(2;-1)$.

Câu 8: Cho hai điểm $A(-2;1)$, $B(3;5)$. Tập hợp điểm $M(x;y)$ nhìn AB dưới một góc vuông nằm trên đường tròn có phương trình là

A. $x^2+y^2-x-6y-1=0$. **B.** $x^2+y^2+x+6y-1=0$.

C. $x^2+y^2+5x-4y+11=0$. **D.** Đáp án khác.

Lời giải

Chọn A

Tập hợp điểm $M(x;y)$ nhìn AB dưới một góc vuông nằm trên đường tròn đường kính AB và tâm là trung điểm của AB.

Tọa độ tâm đường tròn là trung điểm của AB: $I\left(\frac{1}{2};3\right)$.

Bán kính đường tròn: $R=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{5^2+4^2}}{2}=\frac{\sqrt{41}}{2}$.

Phương trình đường tròn: $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+(y-3)^2=\frac{41}{4}\Leftrightarrow x^2+y^2-x-6y-1=0$.

Câu 9: Cho hai điểm $A(-4;2)$ và $B(2;-3)$. Tập hợp điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $MA^2+MB^2=31$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+2x+y+1=0$. **B.** $x^2+y^2-6x-5y+1=0$.

C. $x^2+y^2-2x-6y-22=0$. **D.** $x^2+y^2+2x+6y-22=0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $MA^2+MB^2=31$

$\Leftrightarrow (x+4)^2+(y-2)^2+(x-2)^2+(y+3)^2=31\Leftrightarrow x^2+y^2+2x+y+1=0$.

Câu 10: Cho $A(-1;0)$, $B(2;4)$ và $C(4;1)$. Chứng minh rằng tập hợp các điểm M thoả mãn $3MA^2+MB^2=2MC^2$ là một đường tròn (C). Tìm tính bán kính của (C).

A. $\frac{\sqrt{107}}{2}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{25}{2}$. **D.** $\frac{25}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$3MA^2+MB^2=2MC^2\Leftrightarrow 3(x+1)^2+3y^2+(x-2)^2+(y-4)^2=2(x-4)^2+2(y-1)^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+9x-2y-\frac{11}{2}=0$. Bán kính của (C) là: $R=\frac{\sqrt{107}}{2}$.

DẠNG 2: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cách 1: + Tìm toạ độ tâm $I(a;b)$ của đường tròn (C)

+ Tìm bán kính R của đường tròn (C)

+ Viết phương trình của (C) theo dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$.

Cách 2: Giả sử phương trình đường tròn (C) là: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ (Hoặc $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$).

+ Từ điều kiện của đề bài thành lập hệ phương trình với ba ẩn là a, b, c.

+ Giải hệ để tìm a, b, c từ đó tìm được phương trình đường tròn (C).

Chú ý:

* $A\in(C)\Leftrightarrow IA=R$

* (C) tiếp xúc với đường thẳng Δ tại $A\Leftrightarrow IA=d(I;\Delta)=R$

* (C) tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và $\Delta_2\Leftrightarrow d(I;\Delta_1)=d(I;\Delta_2)=R$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Viết phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

a) Có tâm $I(1;-5)$ và đi qua $O(0;0)$.

b) Nhận AB làm đường kính với $A(1;1)$, $B(7;5)$.

c) Đi qua ba điểm: $M(-2;4)$, $N(5;5)$, $P(6;-2)$

Lời giải

a) Đường tròn cần tìm có bán kính là $OI=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$ nên có phương trình là $(x-1)^2+(y+5)^2=26$

b) Gọi I là trung điểm của đoạn AB suy ra $I(4;3)$

$AI=\sqrt{(4-1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{13}$

Đường tròn cần tìm có đường kính là AB suy ra nó nhận $I(4;3)$ làm tâm và bán kính $R=AI=\sqrt{13}$ nên có phương trình là $(x-4)^2+(y-3)^2=13$

c) Gọi phương trình đường tròn (C) có dạng là: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$.

Do đường tròn đi qua ba điểm M,N,P nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}4+16+4a-8b+c=0\\25+25-10a-10b+c=0\\36+4-12a+4b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\\c=-20\end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2+y^2-4x-2y-20=0$

Nhận xét: Đối với ý c) ta có thể làm theo cách sau

Gọi $I(x;y)$ và R là tâm và bán kính đường tròn cần tìm

Vì $IM=IN=IP \Leftrightarrow \begin{cases} IM^2=IN^2 \\ IM^2=IP^2 \end{cases}$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} (x+2)^2+(y-4)^2=(x-5)^2+(y-5)^2 \\ (x+2)^2+(y-4)^2=(x-6)^2+(y+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$$

Câu 2: Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-2y+7=0$

b) (C) đi qua $A(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục toạ độ Ox và Oy

c) (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x-6y-10=0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x+4y+5=0$ và $d_2: 4x-3y-5=0$

Lời giải

a) Bán kính đường tròn (C) chính là khoảng cách từ I tới đường thẳng Δ nên

$$R=d(I;\Delta)=\frac{|-1-4-7|}{\sqrt{1+4}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x+1)^2+(y-2)^2=\frac{4}{5}$

b) Vì điểm A nằm ở góc phần tư thứ tư và đường tròn tiếp xúc với hai trục toạ độ nên tâm của đường tròn có dạng $I(R;-R)$ trong đó R là bán kính đường tròn (C).

Ta có: $R^2=IA^2 \Leftrightarrow R^2=(2-R)^2+(-1+R)^2 \Leftrightarrow R^2-6R+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} R=1 \\ R=5 \end{array}\right.$

Vậy có hai đường tròn thoả mãn đầu bài là: $(x-1)^2+(y+1)^2=1$ và $(x-5)^2+(y+5)^2=25$

c) Vì đường tròn cần tìm có tâm K nằm trên đường thẳng d nên gọi $K(6a+10;a)$

Mặt khác đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R suy ra

$$\frac{|3(6a+10)+4a+5|}{5}=\frac{|4(6a+10)-3a-5|}{5} \Leftrightarrow |22a+35|=|21a+35| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=\frac{-70}{43} \end{array}\right.$$

- Với $a=0$ thì $K(10;0)$ và $R=7$ suy ra $(C):(x-10)^2+y^2=49$

- Với $a=\dfrac{-70}{43}$ thì $K\left(\dfrac{10}{43};\dfrac{-70}{43}\right)$ và $R=\dfrac{7}{43}$ suy ra $(C):\left(x-\dfrac{10}{43}\right)^2+\left(y+\dfrac{70}{43}\right)^2=\left(\dfrac{7}{43}\right)^2$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn có phương trình là

$(C):(x-10)^2+y^2=49$ và $(C):\left(x-\dfrac{10}{43}\right)^2+\left(y+\dfrac{70}{43}\right)^2=\left(\dfrac{7}{43}\right)^2$

Câu 3: Cho hai điểm $A(8;0)$ và $B(0;6)$.

a) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB

b) Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Lời giải

a) Ta có tam giác OAB vuông ở O nên tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm của cạnh huyền AB suy ra $I(4;3)$ và Bán kính $R=IA=\sqrt{(8-4)^2+(0-3)^2}=5$

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là: $(x-4)^2+(y-3)^2=25$

b) Ta có $OA=8;\ OB=6;\ AB=\sqrt{8^2+6^2}=10$

Mặt khác $\dfrac{1}{2}OA.OB=pr$ (vì cùng bằng diện tích tam giác ABC)

Suy ra $r=\dfrac{OA.OB}{OA+OB+AB}=2$

Dễ thấy đường tròn cần tìm có tâm thuộc góc phần tư thứ nhất và tiếp xúc với hai trục tọa độ nên

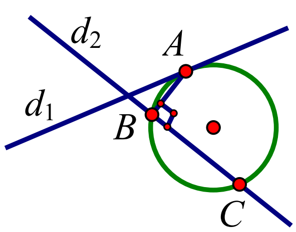
tâm của đường tròn có tọa độ là $(2;2)$

Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là: $(x-2)^2+(y-2)^2=4$

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1:\sqrt{3}x+y=0$. và $d_2:\sqrt{3}x-y=0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại

B. Viết phương trình của (C), biết tam giác ABC có diện tích bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

Lời giải



Vì $A \in d_1 \Rightarrow A\left(a; -\sqrt{3}a\right),\ a > 0;\ B, C \in d_2 \Rightarrow B\left(b; \sqrt{3}b\right),\ C\left(c; \sqrt{3}c\right)$

Suy ra $\overrightarrow{AB}\left(b-a; \sqrt{3}\left(a+b\right)\right),\ \overrightarrow{AC}\left(c-a; \sqrt{3}\left(c+a\right)\right)$

Tam giác ABC vuông tại B do đó AC là đường kính của đường tròn **C.**

Do đó $AC \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{u_1} = 0 \Leftrightarrow -1.\left(c-a\right) + \sqrt{3}.\sqrt{3}\left(a+c\right) = 0 \Leftrightarrow 2a + c = 0$ (1)

$AB \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2} = 0 \Leftrightarrow 1.\left(b-a\right) + 3\left(a+b\right) = 0 \Leftrightarrow 2b + a = 0$ (2)

Mặt khác $S_{ABC} = \frac{1}{2}d\left(A; d_2\right).BC \Rightarrow \frac{1}{2}.\frac{\left|2\sqrt{3}a\right|}{2}\sqrt{\left(c-b\right)^2 + 3\left(c-b\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2a\left|c-b\right| = 1$ (3)

Từ (1), (2) suy ra $2\left(c-b\right) = -3a$ thế vào (3) ta được $a\left|-3a\right| = 1 \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Do đó $b = -\frac{\sqrt{3}}{6},\ c = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; -1\right),\ C\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -2\right)$

Suy ra (C) nhận $I\left(-\frac{\sqrt{3}}{6}; -\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm AC làm tâm và bán kính là $R = \frac{AC}{2} = 1$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $\left(C\right): \left(x + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 1$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Đường tròn tâm $I(3;-1)$ và bán kính $R = 2$ có phương trình là

A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 4$. **B.** $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$.

C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$. **D.** $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình đường tròn có tâm $I\left(3;-1\right)$, bán kính $R = 2$ là: $\left(x-3\right)^2 + \left(y+1\right)^2 = 4$

Câu 2: Đường tròn tâm $I(-1;2)$ và đi qua điểm $M(2;1)$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Đường tròn có tâm $I\left(-1;2\right)$ và đi qua $M\left(2;1\right)$ thì có bán kính là: $R = IM = \sqrt{3^2 + \left(-1\right)^2} = \sqrt{10}$

Khi đó có phương trình là: $\left(x+1\right)^2 + \left(y-2\right)^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$

Câu 3: Cho hai điểm $A(5;-1)$, $B(-3;7)$. Đường tròn có đường kính AB có phương trình là

A. $x^2+y^2-2x-6y-22=0$. **B.** $x^2+y^2-2x-6y+22=0$.

C. $x^2+y^2-2x-y+1=0$. **D.** $x^2+y^2+6x+5y+1=0$.

Lời giải

Chọn A.

Tâm I của đường tròn là trung điểm AB nên $I(1;3)$.

Bán kính $R=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{(-3-5)^2+(7+1)^2}=4\sqrt{2}$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-1)^2+(y-3)^2=32 \Leftrightarrow x^2+y^2-2x-6y-22=0$

Câu 4: Đường tròn (C) tâm $I(-4;3)$ và tiếp xúc với trục tung có phương trình là

A. $x^2+y^2-4x+3y+9=0$. **B.** $(x+4)^2+(y-3)^2=16$.

C. $(x-4)^2+(y+3)^2=16$. **D.** $x^2+y^2+8x-6y-12=0$.

Lời giải

Chọn B.

(C) tiếp xúc với $y'Oy$ và có tâm $I(-4;3)$ nên: $a=-4, b=3, R=|a|=4$.

Do đó, (C) có phương trình $(x+4)^2+(y-3)^2=16$.

Câu 5: Đường tròn (C) tâm $I(4;\,3)$ và tiếp xúc với đườngthẳng $\Delta: 3x-4y+5=0$ có phương trình là

A. $(x+4)^2+(y-3)^2=1$. **B.** $(x-4)^2+(y-3)^2=1$.

C. $(x+4)^2+(y+3)^2=1$. **D.** $(x-4)^2+(y+3)^2=1$

Lời giải

Chọn B.

(C)có bán kính $R=d(I,\Delta)=\frac{|3.4-4.3+5|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=1$.

Do đó, (C) có phương trình $(x-4)^2+(y-3)^2=1$.

Câu 6: Đường tròn (C) đi qua điểm $A(2;4)$ và tiếp xúc với các trục tọa độ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ hoặc $(x-10)^2+(y-10)^2=100$

B. $(x+2)^2+(y+2)^2=4$ hoặc $(x-10)^2+(y-10)^2=100$

C. $(x+2)^2+(y+2)^2=4$ hoặc $(x+10)^2+(y+10)^2=100$

D. $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ hoặc $(x+10)^2+(y+10)^2=100$

Lời giải

Chọn A.

$(C):(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ tiếp xúc với các trục tọa độ nên $|a|=|b|=R$ và điểm $A(2;\,4)\in(C)$nằm trong góc phần tư thứ nhất nên $I(a;b)$cũng ở góc phần tư thứ nhất. Suy ra $a=b=R$. Vậy $(x-a)^2+(y-a)^2=a^2\,(C)$.

$A\in(C)\Rightarrow(2-a)^2+(4-a)^2=a^2\Leftrightarrow a^2-12a+20=0$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=2\\a=10\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}(x-2)^2+(y-2)^2=4\\(x-10)^2+(y-10)^2=100\end{array}\right.$

Câu 7: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3)$, $B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d:2x-y+7=0$ có phương trình là

A. $(x-7)^2+(y-7)^2=102$.
B. $(x+7)^2+(y+7)^2=164$.
C. $(x-3)^2+(y-5)^2=25$.
C. $(x+3)^2+(y+5)^2=25$.

Lời giải

Chọn B.

$I(a;b)$ là tâm của đường tròn (C), do đó:

$AI^2=BI^2\Rightarrow(a-1)^2+(b-3)^2=(a-3)^2+(b-1)^2$

Hay: $a=b$ (1). Mà $I(a;b)\in d:2x-y+7=0$ nên $2a-b+7=0$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có: $a=-7\Rightarrow b=-7\Rightarrow R^2=AI^2=164$.

Vậy $(C):(x+7)^2+(y+7)^2=164$.

Câu 8: Đường tròn (C) tiếp xúc với trục tung tại điểm $A(0;-2)$ và đi qua điểm $B(4;-2)$ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y+2)^2=4$.
B. $(x+2)^2+(y-2)^2=4$
C. $(x-3)^2+(y-2)^2=4$ **D.** $(x-3)^2+(y+2)^2=4$

Lời giải

Chọn A.

Vì $y_A=y_B=-2$ nên $AB\perp y'Oy$ và AB là đường kính của (C). Suy ra $I(2;-2)$ và bán kính $R=IA=2$. Vậy $(C):(x-2)^2+(y+2)^2=4$.

Câu 9: Tâm của đường tròn qua ba điểm $A(2;1)$, $B(2;5)$, $C(-2;1)$ thuộc đường thẳng có phương trình

A. $x-y+3=0$. **B.** $x-y-3=0$ **C.** $-x+y+3=0$ **D.** $x+y+3=0$

Lời giải

Chọn A.

Phương trình (C) có dạng: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ $(a^2+b^2+c>0)$. Tâm $I(a;b)$.

$$\begin{cases}A(2;1)\in(C)\\B(2;5)\in(C)\\C(-2;1)\in(C)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4+1-4a-2b+c=0\\4+25-4a-10b+c=0\\4+1+4a-2b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0\\b=3\Rightarrow I(0;3)\\c=1\end{cases}$$

Lần lượt thế tọa độ I vào các phương trình để kiểm tra.

Câu 10: Đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;2)$, $B(2;2)$, $C(1;1+\sqrt{2})$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+2x+2y-\sqrt{2}=0$.
B. $x^2+y^2-2x-2y=0$.

C. $x^2+y^2-2x-2y-2=0$. **D.** $x^2+y^2+2x-2y+\sqrt{2}=0$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi phương trình đường tròn cần tìm có dạng: $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ $\left(a^2+b^2-c>0\right)$.

Đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;2)$, $B(2;2)$, $C(1;1+\sqrt{2})$ nên ta có:

$$\begin{cases}4-4b+c=0\\8-4a-4b+c=0\\4+2\sqrt{2}-2a-2\left(1+\sqrt{2}\right)b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=1\\c=0\end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;2)$, $B(2;2)$, $C(1;1+\sqrt{2})$ là

$$x^2+y^2-2x-2y=0$$

Câu 11: Đường tròn đi qua 3 điểm $A(11;8)$, $B(13;8)$, $C(14;7)$ có bán kính R bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi phương trình đường tròn cần tìm có dạng:
$x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ $\left(a^2+b^2-c>0\right)$.

Đường tròn đi qua 3 điểm $A(11;8)$, $B(13;8)$, $C(14;7)$ nên ta có:

$$\begin{cases}121+64-22a-16b+c=0\\169+64-26a-16b+c=0\\196+49-28a-14b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=12\\b=6\\c=175\end{cases}$$

Ta có $R=\sqrt{a^2+b^2-c}=\sqrt{5}$

Vậy phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $A(11;8)$, $B(13;8)$, $C(14;7)$ có bán kính là $R=\sqrt{5}$

DẠNG 3: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐIỂM; ĐƯỜNG THẲNG; ĐƯỜNG TRÒN VỚI ĐƯỜNG TRÒN

1 PHƯƠNG PHÁP.

1 *Vị trí tương đối của điểm M và đường tròn (C)*

Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính IM

+ Nếu $IM<R$ suy ra M nằm trong đường tròn

+ Nếu $IM=R$ suy ra M thuộc đường tròn

+ Nếu $IM>R$ suy ra M nằm ngoài đường tròn

2 *Vị trí tương đối giữa đường thẳng Δ và đường tròn (C)*

Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính $d(I;\Delta)$

+ Nếu $d(I;\Delta) < R$ suy ra Δ cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt

+ Nếu $d(I;\Delta) = R$ suy ra Δ tiếp xúc với đường tròn

+ Nếu $d(I;\Delta) > R$ suy ra Δ không cắt đường tròn

Chú ý: Số nghiệm của hệ phương trình tạo bởi phương trình đường thẳng Δ và đường tròn (C) bằng số giao điểm của chúng. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ.

3 *Vị trí tương đối giữa đường tròn (C) và đường tròn (C')*

Xác định tâm I, bán kính R của đường tròn (C) và tâm I', bán kính R' của đường tròn (C') và tính II', $R+R'$, $|R-R'|$

+ Nếu $II' > R+R'$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và ở ngoài nhau

+ Nếu $II' = R+R'$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc ngoài với nhau

+ Nếu $II' < |R-R'|$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và lồng vào nhau

+ Nếu $II' = |R-R'|$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc trong với nhau

+ Nếu $|R-R'| < II' < R+R'$ suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt

Chú ý: Số nghiệm của hệ phương trình tạo bởi phương trình đường thẳng (C) và đường tròn (C') bằng số giao điểm của chúng. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho đường thẳng $\Delta: x-y+1=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+2y-4=0$

a) Chứng minh điểm $M(2;1)$ nằm trong đường tròn

b) Xét vị trí tương đối giữa Δ và (C)

c) Viết phương trình đường thẳng Δ' vuông góc với Δ và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất.

Lời giải

a) Đường tròn (C) có tâm $I(2;-1)$ và bán kính $R=3$.

Ta có $IM=\sqrt{(2-2)^2+(1+1)^2}=2<3=R$ do đó M nằm trong đường tròn.

b) Vì $d(I;\Delta)=\dfrac{|2+1+1|}{\sqrt{1+1}}=2\sqrt{2}<3=R$ nên Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

c) Vì Δ' vuông góc với Δ và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất nên Δ' vuông góc với Δ và đi qua tâm I của đường tròn (C).

Do đó Δ' nhận vectơ $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;1)$ làm vectơ pháp tuyến suy ra $\Delta':1(x-2)+1(y+1)=0$ hay $x+y-1=0$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\Delta':x+y-1=0$

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường tròn $(C):x^2+y^2-2x-6y-15=0$ và $(C'):x^2+y^2-6x-2y-3=0$

a) Chứng minh rằng hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và B

c) Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B và O

Lời giải

a) Cách 1: (C) có tâm $I(1;3)$ và bán kính $R=5$, (C) có tâm $I'(3;1)$ và bán kính $R=\sqrt{13}$

$II'=\sqrt{(3-1)^2+(1-3)^2}=2\sqrt{2}$

Ta thấy $|R_1-R_2|<I_1I_2<|R_1+R_2|$ suy ra hai đường tròn cắt nhau.

Cách 2: Xét hệ phương trình

$$\begin{cases}x^2+y^2-2x-6y-15=0\\ x^2+y^2-6x-2y-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2-2x-6y-15=0\\ x-y-3=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(y+3)^2+y^2-2(y+3)-6y-15=0\\ x=y+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y^2-y-6=0\\ x=y+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}y=-2\\ y=3\end{array}\right.\\ x=y+3\end{cases}$$

Suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm có tọa độ là $A(1;-2)$ và $B(6;3)$

b) Đường thẳng đi qua hai điểm A, B nhận $\overrightarrow{AB}(5;5)$ làm vectơ chỉ phương suy ra phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=1+5t\\ y=-2+5t\end{cases}$

c) Cách 1: Đường tròn cần tìm (C") có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$

(C") đi qua ba điểm A, B và O nên ta có hệ $\begin{cases}1+4-2a+4b+c=0\\ 36+9-12a-6b+c=0\\ c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{7}{2}\\ b=\dfrac{1}{2}\\ c=0\end{cases}$

Vậy (C"): $x^2+y^2-7x-y=0$

Cách 2: Vì A, B là giao điểm của hai đường tròn (C) và (C') nên tọa độ đều thỏa mãn phương trình

$x^2+y^2-2x-6y-15+m\left(x^2+y^2-6x-2y-3\right)=0$ (*)

Tọa độ điểm O thỏa mãn phương trình (*) khi và chỉ khi $-15+m.(-3)=0 \Leftrightarrow m=-5$

Khi đó phương trình (*) trở thành $x^2+y^2-7x-y=0$

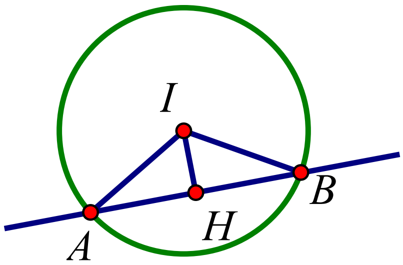
Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2+y^2-7x-y=0$

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y-4=0$ có tâm I và đường thẳng $\Delta: \sqrt{2}x+my+1-\sqrt{2}=0$

a) Tìm m để đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B

b) Tìm m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất

Lời giải



a) Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=3$

Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

$$d(I;\Delta)<R \Leftrightarrow \frac{\left|\sqrt{2}-2m+1-\sqrt{2}\right|}{\sqrt{2+m^2}}<3$$

$\Leftrightarrow 5m^2+5m+17>0$ (đúng với mọi m)

b) Ta có $S_{IAB}=\frac{1}{2}IA.IB.\sin\widehat{AIB}=\frac{9}{2}\sin\widehat{AIB}\le\frac{9}{2}$

Suy $\max S_{IAB}=\frac{9}{2}$ khi và chỉ khi $\sin\widehat{AIB}=1 \Leftrightarrow \widehat{AIB}=90^0$

Gọi H là hình chiếu của I lên Δ khi đó $\widehat{AIH}=45^0 \Rightarrow IH=IA.\cos 45^0=\frac{3}{\sqrt{2}}$

Ta có $d(I;\Delta)=IH \Leftrightarrow \frac{|1-2m|}{\sqrt{2+m^2}}=\frac{3}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m^2+8m+16=0 \Leftrightarrow m=-4$

Vậy với $m=-4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho đường tròn $(C):(x+1)^2+(y-3)^2=4$ và đường thẳng $d:3x-4y+5=0$. Phương trình của đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài lớn nhất là

A. $4x+3y+13=0$. **B.** $3x-4y+25=0$. **C.** $3x-4y+15=0$. **D.** $4x+3y+20=0$.

Lời giải

Chọn **C.**

(C) có tâm $I(-1;3)$ và $R=2. d'//d \Rightarrow d':3x-4y+c=0$.

Yêu cầu bài toán có nghĩa là d' qua tâm $I(-1;3)$ của (C), tức là : $-3-12+c=0 \Leftrightarrow c=1$

Vậy $d':3x-4y+15=0$.

Câu 2: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x-2y+3=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y=0$

A. $(3;3)$ và $(-1;1)$. **B.** $(-1;1)$ và $(3;-3)$. **C.** $(3;3)$ và $(1;1)$. **D.** $(2;1)$ và $(2;-1)$.

Lời giải

Chọn **A.**

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x-2y+3=0 \\ x^2+y^2-2x-4y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2y-3 \\ (2y-3)^2+y^2-2(2y-3)-4y=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2-4y+3=0 \\ x=2y-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=-1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} y=3 \\ x=3 \end{cases}$$

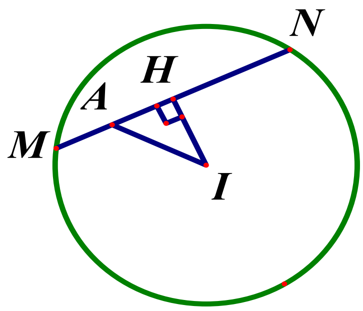
Vậy tọa độ giao điểm là $(3;3)$ và $(-1;1)$.

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x-6y+5=0$. Đường thẳng d đi qua $A(3;2)$ và cắt (C) theo một dây cung ngắn nhất có phương trình là

A. $2x-y+2=0$. **B.** $x+y-1=0$. **C.** $x-y-1=0$. **D.** $x-y+1=0$.

Lời giải

Chọn **C.**



$f(x;y)=x^2+y^2-4x-6y+5.$

$f(3;2)=9+4-12-12+5=-6<0.$

Vậy $A(3;2)$ ở trong (C).

Dây cung MN ngắn nhất $\Leftrightarrow IH$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv A \Leftrightarrow MN$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{IA} = (1;-1)$. Vậy d có phương trình: $1(x-3)-1(y-2)=0 \Leftrightarrow x-y-1=0$.

Câu 4: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2+6x-2y+5=0$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(-4;2)$, cắt (C) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN. Phương trình của đường thẳng d là

A. $x-y+6=0$. **B.** $7x-3y+34=0$. **C.** $7x-3y+30=0$. **D.** $7x-y+35=0$.

Lời giải

Chọn A.

(C) có tâm $I(-3;1), R=\sqrt{5}$. Do đó, $IA=\sqrt{2}<R \Rightarrow A$ ở trong (C).

A là trung điểm của $MN \Rightarrow IA \perp MN \Rightarrow \overrightarrow{IA} = (-1;1)$ là vectơ pháp tuyến của d, nên d có phương trình: $-1(x+4)+1(y+2)=0 \Leftrightarrow x-y+6=0$.

Câu 5: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+6y-3=0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(I) Điểm $A(1;1)$ nằm ngoài (C).

(II) Điểm $O(0;0)$ nằm trong (C).

(III) (C) cắt trục tung tại hai điểm phân biệt.

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Chỉ (III). **D.** Cả (I), (II) và (III).

Lời giải

Chọn D.

Đặt $f(x;y)=x^2+y^2-4x+6y-3$

$f(1;1)=1+1-4+6-3=1>0 \Rightarrow A$ ở ngoài (C).

$f(0;0)=-3<0 \Rightarrow O(0;0)$ ở trong (C).

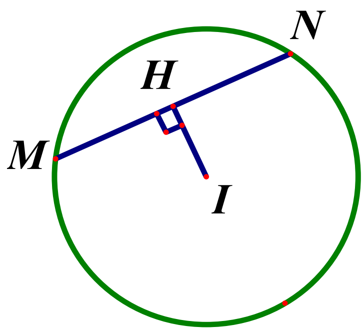
$x=0 \Rightarrow y^2+6y-3=0$. Phương trình này có hai nghiệm, suy ra (C) cắt $y'Oy$ tại 2 điểm.

Câu 6: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+6y+6=0$ và đường thẳng $d: 4x-3y+5=0$. Đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dại bằng $2\sqrt{3}$ có phương trình là

A. $4x-3y+8=0$. **B.** $4x-3y-8=0$ hoặc $4x-3y-18$.

C. $4x-3y-8=0$. **D.** $4x+3y+8=0$.

Lời giải



(C) có tâm $I(1;-3)$, $R=2$

$d'//\, d \Rightarrow d'$ có phương trình $4x-3y+m=0\,(m\neq 5)$.

Vẽ $IH\perp MN \Rightarrow HM=\sqrt{3} \Rightarrow IH^2=R^2-HM^2=4-3=1$.

$d(I,d')=IH \Leftrightarrow \dfrac{|4.1-3.(-3)+m|}{\sqrt{16+9}}=1 \Leftrightarrow |m+13|=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-8 \\ m=-18. \end{array}\right.$

Vậy: $\left[\begin{array}{l} d':4x-3y-8=0 \\ d':4x-3y-18=0 \end{array}\right.$.

Câu 7: Cho đường tròn $(C):x^2+y^2+6x-2y+5=0$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(-4;2)$, cắt (C) tại hai điểm M,N sao cho A là trung điểm của MN. Phương trình của đường thẳng d là

A. $x-y+6=0$. **B.** $7x-3y+34=0$. **C.** $7x-3y+30=0$. **D.** $7x-y+35=0$.

Lời giải

Chọn A.

(C) có tâm $I(-3;1)$, $R=\sqrt{5}$. Do đó, $IA=\sqrt{2}<R \Rightarrow A$ ở trong (C).

A là trung điểm của $MN \Rightarrow IA\perp MN \Rightarrow \overrightarrow{IA}=(-1;1)$ là vectơ pháp tuyến của d, nên d có phương trình: $-1(x+4)+1(y+2)=0 \Leftrightarrow x-y+6=0$.

Câu 8: Đường tròn $x^2+y^2-2x-2y-23=0$ cắt đường thẳng $x+y-2=0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 10. **B.** 8. **C.** 6. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Giải hệ PT $\begin{cases} x^2+y^2-2x-2y-23=0 \\ x+y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-4x-23=0 \\ y=2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2+5\sqrt{2}}{2} \\ y=\dfrac{2-5\sqrt{2}}{2} \end{cases} hay \begin{cases} x=\dfrac{2-5\sqrt{2}}{2} \\ y=\dfrac{2+5\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

Độ dài dây cung $AB=10$.

Câu 9: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1):x^2+y^2-4=0$ và $(C_2):x^2+y^2-4x-4y+4=0$

A. $(\sqrt{2};\sqrt{2})$ và $((\sqrt{2};-\sqrt{2})$. **B.** $(0;2)$ và $(0;-2)$.

C. $(2;0)$ và $(0;2)$. **D.** $(2;0)$ và $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn C.

Giải hệ PT $\begin{cases} x^2+y^2-4=0 \\ x^2+y^2-4x-4y+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2-4=0 \\ 4-4x-4y+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2-4=0 \\ x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x^2+(2-x)^2-4=0 \\ y=2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+(2-x)^2-4=0 \\ y=2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} hay \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}.$

Vậy giao điểm $A(0;2)$, $B(2;0)$.

Câu 10: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2=4$ và $(C_2): (x+10)^2+(y-16)^2=1$.

A. Cắt nhau. **B.** Không cắt nhau. **C.** Tiếp xúc ngoài. **D.** Tiếp xúc trong.

Lời giải

Chọn B.

(C_1) có tâm và bán kính: $I_1 \equiv (0;0)$, $R_1=2$; (C_2) có tâm và bán kính: $I_2(-10;16)$, $R_2=1$;

khoảng cách giữa hai tâm $I_1I_2=\sqrt{10^2+16^2}=2\sqrt{89}>R_1+R_2$.

Vậy (C_1) và (C_2) không có điểm chung.

Câu 11: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x+3y+m=0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2+y^2-9=0$.

A. $m=-3$. **B.** $m=3$ và $m=-3$.

C. $m=3$. **D.** $m=15$ và $m=-15$.

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn (C) có tâm và bán kính là $I \equiv (0;0)$, $R=3$.

Δ tiếp xúc $(C) \Leftrightarrow d(I,\Delta)=R \Leftrightarrow \frac{|m|}{5}=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=15 \\ m=-15 \end{array}\right.$

Câu 12: Một đường tròn có tâm $I(1;3)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x+4y=0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3}{5}$. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C.

$$ycbt \Leftrightarrow R=d(I;\Delta)=\frac{|3.1+3.4|}{\sqrt{3^2+4^2}}=3.$$

Câu 13: Đường tròn $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ cắt đường thẳng $x+y-a-b=0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $2R$. **B.** $R\sqrt{2}$. **C.** $\frac{R\sqrt{2}}{2}$. **D.** R.

Lời giải

Chọn **A.**

Vì đường tròn có tâm $I(a;b)$, bán kính R và tâm $I(a;b)$ thuộc đường thẳng $x+y-a-b=0$.

Nên độ dài của dây cung bằng độ dài đường kính bằng $2R$.

Câu 14: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4x=0$ và $(C_2): x^2+y^2+8y=0$.

A. Tiếp xúc trong. **B.** Không cắt nhau. **C.** Cắt nhau. **D.** Tiếp xúc ngoài.

Lời giải

Chọn **C.**

Đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4x=0$ có tâm $I_1(2;0)$, bán kính $R_1=2$.

Đường tròn $(C_2): x^2+y^2+8y=0$ có tâm $I_2(0;-4)$, bán kính $R_2=4$.

Ta có $R_2-R_1<I_1I_2=2\sqrt{5}<R_2+R_1$ nên hai đường tròn cắt nhau.

Câu 15: Đường tròn (C) có tâm $I(-1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$ tại điểm H có tọa độ là

A. $\left(-\frac{1}{5};-\frac{7}{5}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{5};-\frac{7}{5}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn **B.**

$IH\perp d\Rightarrow IH: 4x+3y+c=0$. Đường thẳng IH qua $I(-1;3)$ nên $4(-1)+3.3+c=0\Leftrightarrow c=-5$. Vậy $IH: 4x+3y-5=0$.

Giải hệ: $\begin{cases}4x+3y-5=0\\3x-4y+5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1}{5}\\y=\frac{7}{5}\end{cases}\Rightarrow H\left(\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$.

Câu 16: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2=4$ và $(C_2): (x-3)^2+(y-4)^2=25$.

A. Không cắt nhau. **B.** Cắt nhau. **C.** Tiếp xúc ngoài. **D.** Tiếp xúc trong.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

Ta có: tâm $I_1(0;0)$, $I_2(3;4)$, bán kính $R_1=2$, $R_2=5$ nên $R_2-R_1=3<I_1I_2=5<R_2+R_1=7$ nên 2 đường tròn trên cắt nhau.

DẠNG 4: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN VỚI ĐƯỜNG TRÒN

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho đường tròn (C) tâm $I(a;b)$, bán kính R

1. Nếu biết tiếp điểm là $M(x_0;y_0)$ thì tiếp tuyến đó đi qua M và nhận vectơ $\overrightarrow{IM}(x_0-a;y_0-b)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $(x_0-a)(x-x_0)+(y_0-b)(y-y_0)=0$

2. Nếu không biết tiếp điểm thì dùng điều kiện: Đường thẳng Δ tiếp xúc đường tròn (C) khi và chỉ khi $d(I;\Delta)=R$ để xác định tiếp tuyến.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và điểm hai điểm $A(1;-1)$; $B(1;3)$

a) Chứng minh rằng điểm A thuộc đường tròn, điểm B nằm ngoài đường tròn

b) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A

c) Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ **B.**

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$ bán kính $R=\sqrt{3^2+1-6}=2$.

a) Ta có: $IA=2=R; IB=2\sqrt{5}>R$ suy ra điểm A thuộc đường tròn và điểm B nằm ngoài đường tròn

b) Tiếp tuyến của (C) tại điểm A nhận $\overrightarrow{IA}=(2;0)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $2(x-1)+0(y+1)=0$ hay $x=1$

b) Phương trình đường thẳng Δ đi qua B có dạng:

$a(x-1)+b(y-3)=0$ (với $a^2+b^2\neq 0$) hay $ax+by-a-3b=0$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn $\Leftrightarrow d(I;\Delta)=R$

$$\Leftrightarrow \frac{|3a-b-a-3b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2 \Leftrightarrow (a-2b)^2=a^2+b^2 \Leftrightarrow 3b^2-4ab=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ 3b=4a \end{array}\right.$$

+ Nếu $b=0$, chọn $a=1$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $x=1$.

+ Nếu $3b=4a$, chọn $a=3,\ b=4$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $3x+4y-15=0$

Vậy qua A kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là $x=1$ và $3x+4y-15=0$

Câu 2: Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): x^2+y^2-4x+4y-1=0$ trong trường

a) Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $\Delta': 2x+3y+4=0$

b) Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc 45^0

Lời giải

a) Đường tròn (C) có tâm $I(2;-2)$, bán kính $R=3$

Vì $\Delta \perp \Delta'$ nên Δ nhận $\vec{u}(-3;2)$ làm VTPT do đó phương trình có dạng

$-3x+2y+c=0$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d(I;\Delta)=3 \Leftrightarrow \frac{|-10+c|}{\sqrt{13}}=3 \Leftrightarrow c=10\pm 3\sqrt{13}$$

Vậy có hai tiếp tuyến là $\Delta: -3x+2y+10\pm 3\sqrt{13}=0$

b) Giả sử phương trình đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0,\ a^2+b^2\neq 0$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d(I;\Delta)=3 \Leftrightarrow \frac{|2a-2b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=3 \Leftrightarrow (2a-2b+c)^2=9(a^2+b^2)(*)$$

Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc 45^0 suy ra

$$\cos(\Delta;Ox)=\frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow \cos 45^0=\frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow a=b \text{ hoặc } a=-b$$

TH1: Nếu $a=b$ thay vào (*) ta có $18a^2=c^2 \Leftrightarrow \pm c=3\sqrt{2}a$, chọn $a=b=1 \Rightarrow c=\pm 3\sqrt{2}$ suy ra $\Delta: x+y\pm 3\sqrt{2}=0$

TH2: Nếu $a=-b$ thay vào (*) ta có $18a^2=(4a+c)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=\left(3\sqrt{2}-4\right)a \\ c=-\left(3\sqrt{2}+4\right)a \end{array}\right.$

Với $c=\left(3\sqrt{2}-4\right)a$, chọn $a=1,\ b=-1,\ c=\left(3\sqrt{2}-4\right) \Rightarrow \Delta: x-y+3\sqrt{2}-4=0$

Với $c=-\left(3\sqrt{2}+4\right)a$, chọn $a=1,\ b=-1,\ c=-\left(3\sqrt{2}+4\right) \Rightarrow \Delta: x-y-3\sqrt{2}-4=0$

Vậy có bốn đường thẳng thỏa mãn là $\Delta_{1,2}: x+y\pm 3\sqrt{2}=0,\ \Delta_3: x-y+3\sqrt{2}-4=0$ và $\Delta_4: x-y-3\sqrt{2}-4=0$

Câu 3: Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn sau:

$(C_1): x^2+y^2-4y-5=0$ và $(C_2): x^2+y^2-6x+8y+16=0$

Lời giải

Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(0;2)$ bán kính $R_1=3$

Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(3;-4)$ bán kính $R_2=3$

Gọi tiếp tuyến chung của hai đường tròn có phương trình $\Delta: ax+by+c=0$ với $a^2+b^2\neq 0$

Δ là tiếp tuyến chung của (C_1) và $(C_2)\Leftrightarrow\begin{cases}d(I_1,\Delta)=3\\ d(I_2,\Delta)=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|2b+c|=3\sqrt{a^2+b^2}\ (*)\\ |3a-4b+c|=3\sqrt{a^2+b^2}\end{cases}$

Suy ra $|2b+c|=|3a-4b+c|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2b\\ c=\dfrac{-3a+2b}{2}\end{array}\right.$

TH1: Nếu $a=2b$ chọn $a=2,\ b=1$ thay vào (*) ta được $c=-2\pm3\sqrt5$ nên ta có 2 tiếp tuyến là $2x+y-2\pm3\sqrt5=0$

TH2: Nếu $c=\dfrac{-3a+2b}{2}$ thay vào (*) ta được $|2b-a|=2\sqrt{a^2+b^2}\Leftrightarrow a=0$ hoặc $3a+4b=0$

+ Với $a=0\Rightarrow c=b$, chọn $b=c=1$ ta được $\Delta: y+1=0$

+ Với $3a+4b=0\Rightarrow c=3b$, chọn $a=4,\ b=-3,\ c=-9$ ta được $\Delta: 4x-3y-9=0$

Vậy có 4 tiếp tuyến chung của hai đường tròn là: $2x+y-2\pm3\sqrt5=0,\ y+1=0,\ 4x-3y-9=0$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho đường tròn $(C):(x-3)^2+(y-1)^2=10$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(4;4)$ là

A. $x-3y+5=0$. **B.** $x+3y-4=0$. **C.** $x-3y+16=0$. **D.** $x+3y-16=0$.

Lời giải

Chọn **D.**

(C) có tâm $I(3;1)\Rightarrow\overrightarrow{IA}=(1;3)$ là vectơ pháp tuyến của tiếp tuyến D.

Suy ra $D: 1(x-4)+3(y-4)=0\Leftrightarrow x+3y-16=0$.

Câu 2: Cho đường tròn $(C):(x-2)^2+(y-2)^2=9$. Phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $A(-5;1)$ là

A. $x+y-4=0$ và $x-y-2=0$. **B.** $x=5$ và $y=-1$.

C. $2x-y-3=0$ và $3x+2y-2=0$. **D.** $3x-2y-2=0$ và $2x+3y+5=0$.

Lời giải

Chọn **B.**

(C) có tâm $I(2;2)$ và bán kính $R=3$.

$\vec n=(A;B)$ là vectơ pháp tuyến nên $D: A(x-5)+B(y+1)=0$.

D là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi :

$$d(I,\Delta)=R \Leftrightarrow \frac{|A(2-5)+B(2+1)|}{\sqrt{A^2+B^2}}=3 \Leftrightarrow A.B=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A=0 \text{ chon } B=0 \Rightarrow y=-1 \\ B=0 \text{ chon } A=0 \Rightarrow x=5 \end{array}\right. .$$

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2+2x-6y+5=0$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $D: x+2y-15=0$ là

A. $x+2y=0$ và $x+2y-10=0$. **B.** $x-2y=0$ và $x+2y+10=0$.

C. $x+2y-1=0$ và $x+2y-3=0$. **D.** $x-2y-1=0$ và $x-2y-3=0$.

Lời giải

Chọn A.

(C) có tâm $I(-1;3)$ và bán kính $R=\sqrt{1+9-5}=\sqrt{5}$, $d: x+2y-m=0$.

d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi:

$$d(I,d)=R \Leftrightarrow \frac{|-1+6-m|}{\sqrt{1+4}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow |m-5|=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-5=-5 \\ m-5=5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \Rightarrow d: x+2y=0 \\ m=10 \Rightarrow d: x+2y-10=0 \end{array}\right. .$$

Câu 4: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-6x+2y+5=0$ và đường thẳng $d: 2x+(m-2)y-m-7=0$. Với giá trị nào của m thì d là tiếp tuyến của (C)?

A. $m=3$. **B.** $m=15$. **C.** $m=13$. **D.** $m=3$ hoặc $m=13$.

Lời giải

Chọn D.

(C) có tâm $I(3;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

d là tiếp tuyến của (C) khi va chỉ khi:

$$d(I,d)=R \Leftrightarrow \frac{|6-m+2-m-7|}{\sqrt{4+(m-2)^2}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow m^2-16m+39=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=13 \end{array}\right. .$$

Câu 5: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+8y-23=9$ và điểm $M(8;-3)$. Độ dài đoạn tiếp tuyến của (C) xuất phát từ M là:

A. 10. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+8y-23=9$ có tâm $I(1;-4)$ bán kính $R=\sqrt{40}$.

Độ dài tiếp tuyến là $\sqrt{IM^2-R^2}=\sqrt{10}$.

Câu 6: Nếu đường tròn $(C): (x-1)^2+(y-3)^2=R^2$ tiếp xúc với đường thẳng $d: 5x+12y-60=0$ thì giá trị của R là:

A. $R = 2\sqrt{2}$. **B.** $R = \frac{19}{13}$. **C.** $R = \sqrt{5}$. **D.** $R = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-3)^2=R^2$ có tâm $I(1;3)$ bán kính R.

Đường thẳng $d: 5x+12y-60=0$ tiếp xúc với đường tròn (C) khi

$$d = d(I,d) = \frac{|5.1+12.3-60|}{\sqrt{5^3+12^3}} = \frac{19}{13}$$

Câu 7: Cho đường tròn $(C):(x-3)^2+(y+1)^2=5$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: 2x+y+7=0$ là

A. $2x+y=0;\ 2x+y-10=0$. **B.** $2x+y+1=0;\ 2x+y-1=0$.
C. $2x-y+10=0;\ 2x+y-10=0$. **D.** $2x+y=0;\ x+2y-10=0$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình tiếp tuyến có dạng $\Delta: 2x+y+m=0$ với $m \neq 7$.

Đường tròn $(C):(x-3)^2+(y+1)^2=5$ có tâm $I(3;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$

Đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (C) khi $d(I;\Delta)=R \Rightarrow \frac{|2.3-1+m|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-10 \end{array}\right.$

Vậy $\Delta_1: 2x+y=0;\ \Delta_2: 2x+y-10=0$

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

III. HỆ THỐNG BÀI TẬP. TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. NHẬN DẠNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 1: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình đường tròn.

A. $1<m<2$. **B.** $m<-2$ hoặc $m>-1$.
C. $m<-2$ hoặc $m>1$. **D.** $m<1$ hoặc $m>2$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $x^2+2y^2-4x-8y+1=0$. **B.** $x^2+y^2-4x+6y-12=0$.
C. $x^2+y^2-2x-8y+20=0$. **D.** $4x^2+y^2-10x-6y-2=0$.

Câu 3: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $2x^2+y^2-6x-6y-8=0$. **B.** $x^2+2y^2-4x-8y-12=0$.
C. $x^2+y^2-2x-8y+18=0$. **D.** $2x^2+2y^2-4x+6y-12=0$.

Câu 4: Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2+y^2-4xy+2x+8y-3=0$. **B.** $x^2+2y^2-4x+5y-1=0$.
C. $x^2+y^2-14x+2y+2018=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+5y+2=0$.

Câu 5: Cho phương trình $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0\,(1)$. Điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

A. $m=2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right.$. **C.** $1<m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

DẠNG 2. TÌM TỌA ĐỘ TÂM, BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn $(C): x^2+y^2+4x+6y-12=0$ có tâm là.

A. $I(-2;-3)$. **B.** $I(2;3)$. **C.** $I(4;6)$. **D.** $I(-4;-6)$.

Câu 7: Đường tròn $x^2+y^2-10y-24=0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 49. **B.** 7. **C.** 1. **D.** $\sqrt{29}$.

Câu 8: Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C):(x+1)^2+(y-2)^2=9$.

A. Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$. **B.** Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=9$.
C. Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=3$. **D.** Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=9$.

Câu 9: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+4y+1=0$.

A. $I(-1;2);R=4$. **B.** $I(1;-2);R=2$. **C.** $I(-1;2);R=\sqrt{5}$. **D.** $I(1;-2);R=4$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C):(x-2)^2+(y+3)^2=9$. Đường tròn có tâm và bán kính là

A. $I(2;3)$, $R=9$. **B.** $I(2;-3)$, $R=3$. **C.** $I(-3;2)$, $R=3$. **D.** $I(-2;3)$, $R=3$.

Câu 11: Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của đường tròn $(C):(x+2)^2+(y-5)^2=9$.

A. $I(-2;5)$, $R=81$.. **B.** $I(2;-5)$, $R=9$.. **C.** $I(2;-5)$, $R=3$.. **D.** $I(-2;5)$, $R=3$.

Câu 12: Đường tròn $(C):x^2+y^2-2x+4y-3=0$ có tâm I, bán kính R là

A. $I(-1;2),R=\sqrt{2}$. **B.** $I(-1;2),R=2\sqrt{2}$. **C.** $I(1;-2),R=\sqrt{2}$. **D.** $I(1;-2),R=2\sqrt{2}$.

DẠNG 3. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Dạng 3.1 Khi biết tâm và bán kính

Câu 13: Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=5$ là

A. $x^2+y^2-2x-4y-20=0$. **B.** $x^2+y^2+2x+4y+20=0$.

C. $x^2+y^2+2x+4y-20=0$. **D.** $x^2+y^2-2x-4y+20=0$.

Câu 14: Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+2x+4y-4=0$. **B.** $x^2+y^2-2x-4y-4=0$.

C. $x^2+y^2+2x-4y-4=0$. **D.** $x^2+y^2-2x+4y-4=0$.

Câu 15: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính bằng 3?

A. $(x-1)^2+(y+2)^2=9$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2=9$.

Dạng 3.2 Khi biết các điểm đi qua

Câu 16: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(5;3)$ và có tâm I thuộc trục hoành có phương trình là

A. $(x+4)^2+y^2=10$. **B.** $(x-4)^2+y^2=10$. **C.** $(x-4)^2+y^2=\sqrt{10}$. **D.** $(x+4)^2+y^2=\sqrt{10}$.

Câu 17: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$.

A. $I(1;1)$. **B.** $I(0;0)$. **C.** $I(1;2)$. **D.** $I(1;0)$.

Câu 18: Cho tam giác ABC có $A(1;-1),B(3;2),C(5;-5)$. Toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $\left(\frac{47}{10};-\frac{13}{10}\right)$. **B.** $\left(\frac{47}{10};\frac{13}{10}\right)$. **C.** $\left(-\frac{47}{10};-\frac{13}{10}\right)$. **D.** $\left(-\frac{47}{10};\frac{13}{10}\right)$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là.

A. $x^2+y^2+25x+19y-49=0$. **B.** $2x^2+y^2-6x+y-3=0$.

C. $x^2+y^2-6x+y-1=0$. **D.** $x^2+y^2-6x+xy-1=0$.

Câu 20: Lập phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0),B(0;2)$ và có tâm thuộc đường thẳng $d: x+y=0$.

A. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$. **B.** $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$.

C. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$. **D.** $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$.

Câu 21: Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x+2y-2=0$. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC?

A. $(x+1)^2+(y+1)^2=20$. **B.** $(x-2)^2+(y+4)^2=20$.

C. $(x-1)^2+(y+3)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-3)^2=25$.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H, trọng tâm $G(-1;3)$. Gọi K,M,N lần lượt là trung điểm của AH,AB,AC. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết đường tròn ngoại tiếp tam giác KMN là $(C): x^2+y^2+4x-4y-17=0$.

A. $(x-1)^2+(y-5)^2=100$. **B.** $(x+1)^2+(y-5)^2=100$.

C. $(x-1)^2+(y+5)^2=100$. **D.** $(x+1)^2+(y+5)^2=100$.

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm O. Gọi M là trung điểm của BC; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C. Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P có phương trình là $(T): (x-1)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2=25$. **B.** $x^2+(y-1)^2=25$.

C. $x^2+(y-1)^2=50$. **D.** $(x-2)^2+(y+1)^2=25$.

Dạng 3.3 Sử dụng điều kiện tiếp xúc

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình của đường tròn có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x+y-2=0$ là

A. $x^2+y^2=2$. **B.** $x^2+y^2=\sqrt{2}$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2=\sqrt{2}$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=2$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho đường tròn (S) có tâm I nằm trên đường thẳng $y=-x$, bán kính $R=3$ và tiếp xúc với các trục tọa độ. Lập phương trình của (S), biết hoành độ tâm I là số dương.

A. $(x-3)^2+(y-3)^2=9$. **B.** $(x-3)^2+(y+3)^2=9$.

C. $(x-3)^2-(y-3)^2=9$. **D.** $(x+3)^2+(y+3)^2=9$.

Câu 26: Một đường tròn có tâm $I(3;4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x+4y-10=0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5}{3}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{5}$.

Câu 27: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $I(1;1)$ và đường thẳng $(d): 3x+4y-2=0$. Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có phương trình

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=5$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=\frac{1}{5}$.

Câu 28: Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó có phương trình là $3x+4y-9=0$. Viết phương trình của đường tròn (C).

A. $(x+3)^2+(y-2)^2=2$. **B.** $(x-3)^2+(y+2)^2=2$.

C. $(x-3)^2+(y-2)^2=4$ **D.** $(x+3)^2+(y-2)^2=4$.

Câu 29: Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình

A. $x^2+y^2=1$. **B.** $x^2+y^2-4x+4=0$.

C. $x^2+y^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Câu 30: Cho hai điểm $A(3;0)$, $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình là

A. $x^2+y^2=1$. **B.** $x^2+y^2-2x-2y+1=0$.

C. $x^2+y^2-6x-8y+25=0$. **D.** $x^2+y^2=2$.

DẠNG 4. TƯƠNG GIAO CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

Dạng 4.1. Phương trình tiếp tuyến

Câu 31: Đường tròn $x^2+y^2-1=0$ tiếp xúc với đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

A. $3x-4y+5=0$ **B.** $x+y=0$ **C.** $3x+4y-1=0$ **D.** $x+y-1=0$

Câu 32: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Ox:

A. $x^2+y^2-10x=0$. **B.** $x^2+y^2-5=0$.

C. $x^2+y^2-10x-2y+1=0$. **D.** $x^2+y^2+6x+5y+9=0$.

Câu 33: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y+3=0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 3x+4y+1=0$.

A. $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0$; $3x+4y-5\sqrt{2}+11=0$.

B. $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0$, $3x+4y-5\sqrt{2}-11=0$.

C. $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0$, $3x+4y+5\sqrt{2}+11=0$.

D. $3x+4y-5\sqrt{2}+11=0$, $3x+4y-5\sqrt{2}-11=0$.

Câu 34: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $A(1;5)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A.

A. $y - 5 = 0$. **B.** $y + 5 = 0$. **C.** $x + y - 5 = 0$. **D.** $x - y - 5 = 0$.

Câu 35: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4 = 0$ và điểm $A(-1;2)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây đi qua A và là tiếp tuyến của đường tròn (C)?

A. $4x - 3y + 10 = 0$. **B.** $6x + y + 4 = 0$. **C.** $3x + 4y + 10 = 0$. **D.** $3x - 4y + 11 = 0$.

Câu 36: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 2 = 0$ là

A. $4x - 3y + 18 = 0$. **B.** $4x - 3y + 18 = 0$.

C. $4x - 3y + 18 = 0; 4x - 3y - 2 = 0$. **D.** $4x - 3y - 18 = 0; 4x - 3y + 2 = 0$.

Câu 37: Số tiếp tuyến chung của 2 đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và $(C'): x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 38: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$.

A. $4x + 3y + 29 = 0$. **B.** $4x + 3y + 29 = 0$ hoặc $4x + 3y - 21 = 0$.

C. $4x - 3y + 5 = 0$ hoặc $4x - 3y - 45 = 0$ **D.** $4x + 3y + 5 = 0$ hoặc $4x + 3y + 3 = 0$.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$. Từ điểm $A(1;1)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đường tròn (C)

A. 1. **B.** 2. **C.** vô số. **D.** 0.

Câu 40: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C), biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 2 = 0$ là

A. $4x - 3y + 18 = 0$ và $-4x - 3y - 2 = 0$. **B.** $4x - 3y + 18 = 0$ và $4x - 3y - 2 = 0$.

C. $-4x - 3y + 18 = 0$ và $4x - 3y - 2 = 0$. **D.** $-4x + 3y - 18 = 0$ và $-4x - 3y - 2 = 0$.

Câu 41: Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $P(-3;-2)$ và đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 36$. Từ điểm P kẻ các tiếp tuyến PM và PN tới đường tròn (C), với M, N là các tiếp điểm. Phương trình đường thẳng MN là

A. $x + y + 1 = 0$. **B.** $x - y - 1 = 0$. **C.** $x - y + 1 = 0$. **D.** $x + y - 1 = 0$.

Câu 42: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $M(-3;1)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$. Gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2.

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\dfrac{3}{\sqrt{5}}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Dạng 4.2 Bài toán tương giao

Câu 43: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ có phương trình lần lượt là $(x+1)^2+(y+2)^2=9$ và $(x-2)^2+(y-2)^2=4$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-1;-2)$ và bán kính $R_1=3$.

B. Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;2)$ và bán kính $R_2=2$.

C. Hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ không có điểm chung.

D. Hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ tiếp xúc với nhau.

Câu 44: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4=0$ và $(C_2): x^2+y^2-4x-4y+4=0$.

A. $(2;2)$ **và** $(-2;-2)$. **B.** $(0;2)$ **và** $(0;-2)$. **C.** $(2;0)$ **và** $(-2;0)$. **D.** $(2;0)$ **và** $(0;2)$.

Câu 45: Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy, cho hai đường tròn $(C):(x-1)^2+y^2=4$ và $(C'):(x-4)^2+(y-3)^2=16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Lập phương trình đường thẳng AB

A. $x+y-2=0$. **B.** $x-y+2.=0$ **C.** $x+y+2=0$. **D.** $x-y-2=0$.

Câu 46: Cho đường thẳng $\Delta: 3x-4y-19=0$ và đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-1)^2=25$. Biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B, khi đó độ dài đọan thẳng AB là

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 47: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ bán kính $R=5$. Biết rằng đường thẳng $(d): 3x-4y+8=0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A,B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=8$. **B.** $AB=4$. **C.** $AB=3.$. **D.** $AB=6$.

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2+(y+2)^2=4$ và đường thẳng $d: 3x+4y+7=0$. Gọi A,B là các giao điểm của đường thẳng d với đường tròn (C). Tính độ dài dây cung AB.

A. $AB=\sqrt{3}$. **B.** $AB=2\sqrt{5}$. **C.** $AB=2\sqrt{3}$. **D.** $AB=4$.

Câu 49: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(3;1)$, đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y+3=0$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC=2\sqrt{2}$.

A. $d: x+2y-5=0$. **B.** $d: x-2y-5=0$. **C.** $d: x+2y+5=0$. **D.** $d: x-2y+5=0$.

Câu 50: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ có phương trình lần lượt là $(x+1)^2+(y+2)^2=9$ và $(x-2)^2+(y-2)^2=4$. Viết phương trình đường thẳng d' đi qua gốc tọa độ và tạo với đường thẳng nối tâm của hai đường tròn một góc bằng $45°$.

A. $d': x-7y=0$ hoặc $d': 7x+y=0$. **B.** $d': x+7y=0$ hoặc $d': 7x+y=0$.

C. $d': x+7y=0$ hoặc $d': 7x-y=0$. **D.** $d': x-7y=0$ hoặc $d': 7x-y=0$.

Câu 51: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $I(1;2)$ và đường thẳng $(d): 2x+y-5=0$. Biết rằng có hai điểm M_1, M_2 thuộc (d) sao cho $IM_1 = IM_2 = \sqrt{10}$. Tổng các hoành độ của M_1 và M_2 là

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{14}{5}$. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 52: Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2+y^2-4x+2y-15=0$. I là tâm (C), đường thẳng d đi qua $M(1;-3)$ cắt (C) tại A, B. Biết tam giác IAB có diện tích là 8. Phương trình đường thẳng d là: $x+by+c=0$. Tính $b+c$

A. 8. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 1.

Câu 53: Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(5;5)$, trực tâm $H(-1;13)$, đường tròn ngoài tiếp tam giác có phương trình $x^2+y^2=50$. Biết tọa độ đỉnh $C(a;b)$, với $a<0$. Tổng $a+b$ bằng

A. -8. **B.** 8. **C.** 6. **D.** -6.

Câu 54: Trong mặt phẳng Oxy, cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm $I(2;\,2)$, điểm D là chân đường phân giác ngoài của góc $\widehat{BAC}$. Đường thẳng AD cắt đường tròn ngoại tiếp $\Delta\,ABC$ tại điểm thứ hai là M. Biết điểm $J(-2;\,2)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta\,ACD$ và phương trình đường thẳng CM là: $x+y-2=0$. Tìm tổng hoành độ của các đỉnh $A,\,B,\,C$ của tam giác ABC.

A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Câu 55: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $(\Delta): x+3y+8=0$; $(\Delta'): 3x-4y+10=0$ và điểm $A(-2;1)$. Đường tròn có tâm $I(a;b)$ thuộc đường thẳng (Δ),đi qua A và tiếp xúc với đường thẳng (Δ'). Tính $a+b$.

A. -4. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 56: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: 3x-4y-1=0$ và điểm $I(1;-2)$. Gọi (C) là đường tròn có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A và B sao cho tam giác IAB có diện tích bằng 4. Phương trình đường tròn (C) là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2=8$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2=20$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2=16$.

DẠNG 5. CÂU HỎI MIN-MAX

Câu 57: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y-4=0$ và điểm $M(2;1)$. Dây cung của (C) đi qua điểm M có độ dài ngắn nhất là

A. 6. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $3\sqrt{7}$. **D.** $2\sqrt{7}$.

Câu 58: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(0;-3)$, $B(4;1)$ và điểm M thay đổi thuộc đường tròn $(C): x^2+(y-1)^2=4$. Gọi $P_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA+2MB$. Khi đó ta có $P_{\min}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(7,7;8,1)$.. **B.** $(7,3;7,7)$.. **C.** $(8,3;8,5)$.. **D.** $(8,1;8,3)$.

Câu 59: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y+3=0$. Tìm tọa độ điểm $M(x_0;y_0)$ nằm trên đường tròn (C) sao cho $T=x_0+y_0$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $M(2;3)$. **B.** $M(0;1)$. **C.** $M(2;1)$. **D.** $M(0;3)$.

Câu 60: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm M nằm trên đường tròn $(C): x^2+y^2+8x-6y+16=0$. Tính độ dài nhỏ nhất của OM ?

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 61: Gọi I là tâm của đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-1)^2=4$. Số các giá trị nguyên của m để đường thẳng $x+y-m=0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 62: Điểm nằm trên đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y+1=0$ có khoảng cách ngắn nhất đến đường thẳng $d: x-y+3=0$ có toạ độ $M(a;b)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\sqrt{2}a=-b$. **B.** $a=-b$. **C.** $\sqrt{2}a=b$. **D.** $a=b$.

Câu 63: Cho tam giác ABC có trung điểm của BC là $M(3;2)$, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác lần lượt là $G\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right), I(1;-2)$. Tìm tọa độ đỉnh C, biết C có hoành độ lớn hơn 2.

A. $C(9;1)$. **B.** $C(5;1)$. **C.** $C(4;2)$. **D.** $C(3;-2)$.

Câu 64: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y-25=0$ và điểm $M(2;1)$. Dây cung của (C) đi qua M có độ dài ngắn nhất là:

A. $2\sqrt{7}$. **B.** $16\sqrt{2}$. **C.** $8\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{7}$.

Câu 65: Cho các số thực a,b,c,d thay đổi, luôn thỏa mãn $(a-1)^2+(b-2)^2=1$ và $4c-3d-23=0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(a-c)^2+(b-d)^2$ là:

A. $P_{\min}=28$. **B.** $P_{\min}=3$. **C.** $P_{\min}=4$. **D.** $P_{\min}=16$.

Câu 66: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ và các đường thẳng $d_1: mx+y-m-1=0$, $d_2: x-my+m-1=0$. Tìm các giá trị của tham số m để mỗi đường thẳng d_1, d_2 cắt (C) tại 2 điểm phân biệt sao cho 4 điểm đó lập thành 1 tứ giác có diện tích lớn nhất. Khi đó tổng của tất cả các giá trị tham số m là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

III HỆ THỐNG BÀI TẬP. TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. NHẬN DẠNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 1: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình đường tròn.

A. $1<m<2$. **B.** $m<-2$ hoặc $m>-1$.

C. $m<-2$ hoặc $m>1$. **D.** $m<1$ hoặc $m>2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0 \quad (1)$

$\Rightarrow a=m+2; b=-2m; c=19m-6.$

Phương trình (1) là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0$

$\Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0 \Leftrightarrow m<1$ hoặc $m>2$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $x^2+2y^2-4x-8y+1=0$. **B.** $x^2+y^2-4x+6y-12=0$.

C. $x^2+y^2-2x-8y+20=0$. **D.** $4x^2+y^2-10x-6y-2=0$.

Lời giải

Chọn B

Để là phương trình đường tròn thì điều kiện cần là hệ số của x^2 và y^2 phải bằng nhau nên loại được đáp án A và **D.**

Ta có: $x^2+y^2-2x-8y+20=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-4)^2+3=0$ vô lý.

Ta có: $x^2+y^2-4x+6y-12=0 \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+3)^2=25$ là phương trình đường tròn tâm $I(2;-3)$, bán kính $R=5$.

Câu 3: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

A. $2x^2+y^2-6x-6y-8=0$. **B.** $x^2+2y^2-4x-8y-12=0$.

C. $x^2+y^2-2x-8y+18=0$. **D.** $2x^2+2y^2-4x+6y-12=0$.

Lời giải

Chọn D

Biết rằng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$ là phương trình của một đường tròn khi và chỉ khi $a^2+b^2-c>0$.

Ta thấy phương trình trong phương án A và B có hệ số của x^2, y^2 không bằng nhau nên đây không phải là phương trình đường tròn.

Với phương án C có $a^2+b^2-c=1+16-18<0$ nên đây không phải là phương trình đường tròn. Vậy ta chọn đáp án D.

Câu 4: Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2+y^2-4xy+2x+8y-3=0$. **B.** $x^2+2y^2-4x+5y-1=0$.

C. $x^2+y^2-14x+2y+2018=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+5y+2=0$.

Lời giải

Chọn D

Phương án A: có tích xy nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án B: có hệ số bậc hai không bằng nhau nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án C: ta có $x^2+y^2-14x+2y+2018=0 \Leftrightarrow (x-7)^2+(y+1)^2+1968=0$ không tồn tại x, y nên cũng không phải phương trình đường tròn.

Còn lại, **Chọn D**

Câu 5: Cho phương trình $x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0\,(1)$. Điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

A. $m=2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right.$. **C.** $1<m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

$x^2+y^2-2mx-4(m-2)y+6-m=0\,(1)$ là phương trình của đường tròn khi và chỉ khi

$$(m)^2+\left[2(m-2)\right]^2-(6-m)>0 \Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right..$$

DẠNG 2. TÌM TỌA ĐỘ TÂM, BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn $(C): x^2+y^2+4x+6y-12=0$ có tâm là.

A. $I(-2;-3)$. **B.** $I(2;3)$. **C.** $I(4;6)$. **D.** $I(-4;-6)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình đường tròn là: $(x+2)^2+(y+3)^2=25$.

Vậy tâm đường tròn là: $I(-2;-3)$.

Câu 7: Đường tròn $x^2+y^2-10y-24=0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 49. **B.** 7. **C.** 1. **D.** $\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $x^2+y^2-10y-24=0$ có tâm $I(0;5)$, bán kính $R=\sqrt{0^2+5^2-(-24)}=7$.

Câu 8: Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C):(x+1)^2+(y-2)^2=9$.

A. Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$. **B.** Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=9$.

C. Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=3$. **D.** Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=9$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C): $x^2+y^2-2x+4y+1=0$.

A. $I(-1;2);R=4$. **B.** $I(1;-2);R=2$. **C.** $I(-1;2);R=\sqrt{5}$. **D.** $I(1;-2);R=4$.

Lời giải

Chọn B

(C) có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2-1}=2$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C):(x-2)^2+(y+3)^2=9$. Đường tròn có tâm và bán kính là

A. $I(2;3)$, $R=9$. **B.** $I(2;-3)$, $R=3$. **C.** $I(-3;2)$, $R=3$. **D.** $I(-2;3)$, $R=3$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn (C) có tâm $I(2;-3)$ và bán kính $R=3$.

Câu 11: Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của đường tròn $(C):(x+2)^2+(y-5)^2=9$.

A. $I(-2;5)$, $R=81$.. **B.** $I(2;-5)$, $R=9$.. **C.** $I(2;-5)$, $R=3$.. **D.** $I(-2;5)$, $R=3$.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra ta có tọa độ tâm $I(-2;5)$ và bán kính $R=3$.

Câu 12: Đường tròn $(C):x^2+y^2-2x+4y-3=0$ có tâm I, bán kính R là

A. $I(-1;2),R=\sqrt{2}$. **B.** $I(-1;2),R=2\sqrt{2}$. **C.** $I(1;-2),R=\sqrt{2}$. **D.** $I(1;-2),R=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2-(-3)}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

DẠNG 3. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Dạng 3.1 Khi biết tâm và bán kính

Câu 13: Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=5$ là

A. $x^2+y^2-2x-4y-20=0$. **B.** $x^2+y^2+2x+4y+20=0$.

C. $x^2+y^2+2x+4y-20=0$. **D.** $x^2+y^2-2x-4y+20=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=5$ là $(x-1)^2+(y-2)^2=5^2$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2-4y+4=25 \Leftrightarrow x^2+y^2-2x-4y-20=0$.

Câu 14: Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

A. $x^2+y^2+2x+4y-4=0$. **B.** $x^2+y^2-2x-4y-4=0$.

C. $x^2+y^2+2x-4y-4=0$. **D.** $x^2+y^2-2x+4y-4=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là $(x+1)^2+(y-2)^2=9 \Leftrightarrow x^2+y^2+2x-4y-4=0$.

Câu 15: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính bằng 3?

A. $(x-1)^2+(y+2)^2=9$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2=9$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường tròn tâm $I(-1;2)$ và bán kính $R=3$ là: $(x+1)^2+(y-2)^2=9$.

Dạng 3.2 Khi biết các điểm đi qua

Câu 16: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(5;3)$ và có tâm I thuộc trục hoành có phương trình là

A. $(x+4)^2+y^2=10$. **B.** $(x-4)^2+y^2=10$. **C.** $(x-4)^2+y^2=\sqrt{10}$. **D.** $(x+4)^2+y^2=\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(x;0)\in Ox$; $IA^2=IB^2$ $\Leftrightarrow (1-x)^2+1^2=(5-x)^2+3^2$ $\Leftrightarrow x^2-2x+1+1=x^2-10x+25+9$

$\Leftrightarrow x=4$. Vậy tâm đường tròn là $I(4;0)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{(1-4)^2+1^2}=\sqrt{10}$.

Phương trình đường tròn (C) có dạng $(x-4)^2+y^2=10$.

Câu 17: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$.

A. $I(1;1)$. **B.** $I(0;0)$. **C.** $I(1;2)$. **D.** $I(1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A,B,C có dạng $(C): x^2+y^2+2ax+2by+c=0$

Thay tọa độ 3 điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$ ta được:

$$\begin{cases}8b+c=-16\\4a+8b+c=-20\\4a+c=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-2\\c=0\end{cases}\Rightarrow (C): x^2+y^2-2x-4y=0.$$

Vậy (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Câu 18: Cho tam giác ABC có $A(1;-1),B(3;2),C(5;-5)$. Toạ độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $\left(\frac{47}{10};-\frac{13}{10}\right)$. **B.** $\left(\frac{47}{10};\frac{13}{10}\right)$. **C.** $\left(-\frac{47}{10};-\frac{13}{10}\right)$. **D.** $\left(-\frac{47}{10};\frac{13}{10}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(x;\,y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có: $\begin{cases}AI^2=BI^2\\AI^2=CI^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)^2+(y+1)^2=(x-3)^2+(y-2)^2\\(x-1)^2+(y+1)^2=(x-5)^2+(y+5)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x+6y=11\\8x-8y=48\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{47}{10}\\y=-\frac{13}{10}\end{cases}$.

$\Rightarrow I\left(\frac{47}{10};-\frac{13}{10}\right)$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2)$, $B(5;2)$, $C(1;-3)$ có phương trình là.

A. $x^2+y^2+25x+19y-49=0$. **B.** $2x^2+y^2-6x+y-3=0$.

C. $x^2+y^2-6x+y-1=0$. **D.** $x^2+y^2-6x+xy-1=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường tròn có dạng $x^2+y^2-2ax-2by+c=0$. Đường tròn này qua A,B,C nên

$$\begin{cases}1+4-2a-4b+c=0\\25+4-10a-4b+c=0\\1+9-2a+6b+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\b=-\dfrac{1}{2}\\c=-1\end{cases}.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2+y^2-6x+y-1=0$.

Câu 20: Lập phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0),B(0;2)$ và có tâm thuộc đường thẳng $d: x+y=0$.

A. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$.

B. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$.

C. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$.

D. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$A(3;0)$, $B(0;2)$, $d: x+y=0$.

Gọi I là tâm đường tròn vậy $I(x;-x)$ vì $I\in d$.

$IA^2=IB^2 \Leftrightarrow (3-x)^2+x^2=x^2+(2+x)^2 \Leftrightarrow -6x+9=4x+4 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$. Vậy $I\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$.

$IA=\sqrt{\left(3-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{26}}{2}$ là bán kính đường tròn.

Phương trình đường tròn cần lập là: $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{2}$.

Câu 21: Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3};\frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x+2y-2=0$. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC?

A. $(x+1)^2+(y+1)^2=20$.

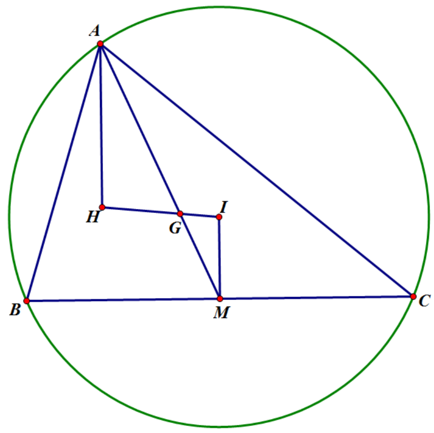
B. $(x-2)^2+(y+4)^2=20$.

C. $(x-1)^2+(y+3)^2=1$.

D. $(x-1)^2+(y-3)^2=25$.

Lời giải

Chọn D



*) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

$$\Rightarrow \overrightarrow{HI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{HG} \Rightarrow \begin{cases} x_I - 3 = \frac{3}{2}\left(\frac{5}{3} - 3\right) \\ y_I - 2 = \frac{3}{2}\left(\frac{8}{3} - 2\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases}.$$

.

*) Gọi M là trung điểm của BC $\Rightarrow IM \perp BC$ $\Rightarrow IM : 2x - y + 1 = 0$.

$$M = IM \cap BC \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(0;1).$$

Lại có: $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3.\frac{5}{3} \\ y_A - 1 = 3.\left(\frac{8}{3} - 1\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 5 \\ y_A = 6 \end{cases}$.

Suy ra: bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = IA = 5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$.

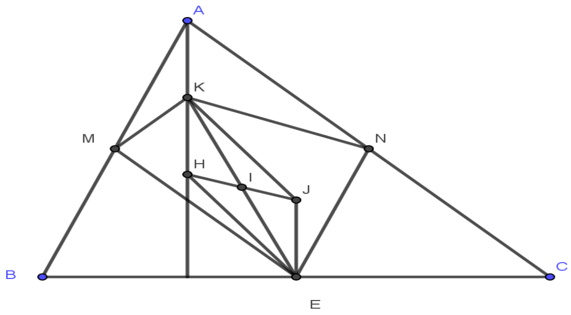
Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm H, trọng tâm $G(-1;3)$. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của AH, AB, AC. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết đường tròn ngoại tiếp tam giác KMN là $(C): x^2 + y^2 + 4x - 4y - 17 = 0$.

A. $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 100$. **B.** $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 100$.

C. $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 100$. **D.** $(x+1)^2 + (y+5)^2 = 100$.

Lời giải

Chọn A



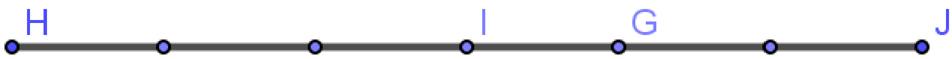
Gọi E là trung điểm BC, J là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Ta có $\begin{cases} MK \parallel BH \\ ME \parallel AC \\ BH \perp AC \end{cases} \Rightarrow MK \perp ME \ (1)$, $\begin{cases} KN \parallel CH \\ NE \parallel AB \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow KN \perp NE \ (2)$

Từ $(1),(2) \Rightarrow KMEN$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính KE.

Đường tròn $(C): x^2+y^2+4x-4y-17=0$ có tâm $I(-2;2)$ bán kính $r=5 \Rightarrow I$ là trung điểm KE.

$KHEJ$ là hình bình hành $\Rightarrow I$ là trung điểm JH



Ta có: $\overrightarrow{IJ} = 3\overrightarrow{IG} \Rightarrow \begin{cases} x_J+2=3(-1+2) \\ y_J-2=3(3-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_J=1 \\ y_J=5 \end{cases} \Rightarrow J(1;5)$.

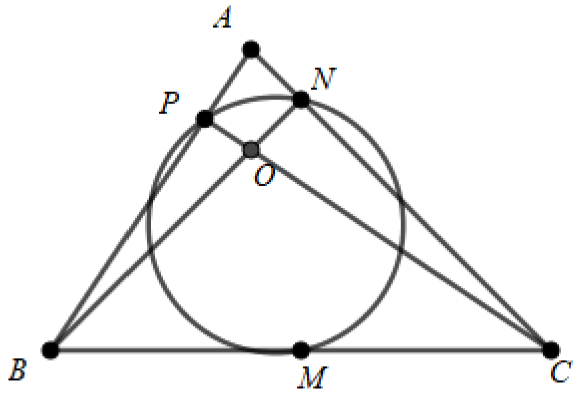
Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC là $R=JA=2IK=2r=10$.

Phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC là: $(x-1)^2+(y-5)^2=100$.

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có trực tâm O. Gọi M là trung điểm của BC ; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C. Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P có phương trình là $(T): (x-1)^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là:

A. $(x-1)^2+(y+2)^2=25$.
B. $x^2+(y-1)^2=25$.
C. $x^2+(y-1)^2=50$.
D. $(x-2)^2+(y+1)^2=25$.

Lời giải



Ta có M là trung điểm của BC; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C. Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P là đường tròn Euler. Do đó đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC chính là ảnh của đường tròn Euler qua phép vị tự tâm là O, tỷ số $k = 2$.

Gọi I và I' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP và tam giác ABC.

Gọi R và R' lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP và tam giác ABC.

Ta có $I\left(1;-\dfrac{1}{2}\right)$ và do đó $\overrightarrow{OI'} = 2\overrightarrow{OI} \Rightarrow I'(2;-1)$.

Mặt khác $R = \dfrac{5}{2} \Rightarrow R' = 5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$.

Nhận xét: Đề bài này rất khó đối với học sinh nếu không biết đến đường tròn Euler.

Dạng 3.3 Sử dụng điều kiện tiếp xúc

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình của đường tròn có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường thẳng Δ: $x + y - 2 = 0$ là

A. $x^2 + y^2 = 2$.
B. $x^2 + y^2 = \sqrt{2}$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{2}$.
D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm O, bán kính R tiếp xúc với Δ nên có:

$R = d(O;\Delta) = \dfrac{|-2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

Phương trình đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 2$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy), cho đường tròn (S) có tâm I nằm trên đường thẳng $y = -x$, bán kính $R = 3$ và tiếp xúc với các trục tọa độ. Lập phương trình của (S), biết hoành độ tâm I là số dương.

A. $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$.
B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$.

C. $(x-3)^2-(y-3)^2=9$. **D.** $(x+3)^2+(y+3)^2=9$.

Lời giải

Chọn B

Do tâm I nằm trên đường thẳng $y=-x \Rightarrow I(a;-a)$, điều kiện $a>0$.

Đường tròn (S) có bán kính $R=3$ và tiếp xúc với các trục tọa độ nên:

$$d(I;Ox)=d(I;Oy)=3 \Leftrightarrow |a|=3 \Leftrightarrow a=3(n) \vee a=-3(l) \Rightarrow I(3;-3).$$

Vậy phương trình $(S):(x-3)^2+(y+3)^2=9$.

Câu 26: Một đường tròn có tâm $I(3;4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta:3x+4y-10=0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5}{3}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn tâm $I(3;4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta:3x+4y-10=0$ nên bán kính đường tròn chính là khoảng cách từ tâm $I(3;4)$ tới đường thẳng $\Delta:3x+4y-10=0$.

Ta có: $R=d(I,\Delta)=\frac{|3.3+4.4-10|}{\sqrt{3^3+4^2}}=\frac{15}{5}=3$.

Câu 27: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $I(1;1)$ và đường thẳng $(d):3x+4y-2=0$. Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có phương trình

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=5$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có bán kính

$$R=d(I,d)=\frac{|3.1+4.1-2|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$$

Vậy đường tròn có phương trình là: $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Câu 28: Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó có phương trình là $3x+4y-9=0$. Viết phương trình của đường tròn (C).

A. $(x+3)^2+(y-2)^2=2$. **B.** $(x-3)^2+(y+2)^2=2$.

C. $(x-3)^2+(y-2)^2=4$ **D.** $(x+3)^2+(y-2)^2=4$.

Lời giải

Chọn D

Vì đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó là đường thẳng Δ có phương trình là $3x+4y-9=0$ nên bán kính của đường tròn là $R=d(I,\Delta)=\dfrac{|3.(-3)+4.2-9|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x+3)^2+(y-2)^2=4$

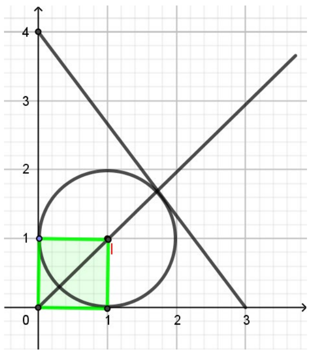
Câu 29: Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, cho các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình

A. $x^2+y^2=1$. **B.** $x^2+y^2-4x+4=0$.

C. $x^2+y^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Lời giải

Chọn D



Vì các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất nên tam giác OAB cũng nằm trong góc phần tư thứ nhất. Do vậy gọi tâm đường tròn nội tiếp là $I(a,b)$ thì $a>0,b>0$.

Theo đề ra ta có: $d(I;Ox)=d(I;Oy)=d(I;AB)$.

Phương trình theo đoạn chắn của AB là: $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=1$ hay $4x+3y-12=0$.

Do vậy ta có: $\begin{cases}|a|=|b|\\ |4a+3b-12|=5|a|\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}|a|=|b|\\ \left[\begin{array}{l}7a-12=5a\\ 7a-12=-5a\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=b>0\\ \left[\begin{array}{l}a=6\ (l)\\ a=1\end{array}\right.\end{cases}$.

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Câu 30: Cho hai điểm $A(3;0)$, $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình là

A. $x^2+y^2=1$. **B.** $x^2+y^2-2x-2y+1=0$.

C. $x^2+y^2-6x-8y+25=0$. **D.** $x^2+y^2=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $OA = 3,\ OB = 4,\ AB = 5$.

Gọi $I(x_I; y_I)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB.

Từ hệ thức $AB.\overrightarrow{IO} + OB.\overrightarrow{IA} + OA.\overrightarrow{IB} = \vec{0}$ ta được

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{AB.x_O + OB.x_A + OA.x_B}{AB + OB + OA} = \dfrac{4.3}{5+4+3} = 1 \\ y_I = \dfrac{AB.y_O + OB.y_A + OA.y_B}{AB + OB + OA} = \dfrac{3.4}{5+4+3} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1;1)$$

Mặt khác tam giác OAB vuông tại O với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác thì

$r = \dfrac{S}{p} = \dfrac{\frac{1}{2}OA.OB}{\frac{OA + OB + AB}{2}} = \dfrac{3.4}{3+4+5} = 1$ (S, p lần lượt là diện tích và nửa chu vi tam giác).

Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

hay $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

DẠNG 4. TƯƠNG GIAO CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

Dạng 4.1. Phương trình tiếp tuyến

Câu 31: Đường tròn $x^2 + y^2 - 1 = 0$ tiếp xúc với đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

A. $3x - 4y + 5 = 0$ **B.** $x + y = 0$ **C.** $3x + 4y - 1 = 0$ **D.** $x + y - 1 = 0$

Lời giải

Chọn A

$x^2 + y^2 - 1 = 0$ có tâm $O(0;0), R = 1$.

Điều kiện để đường thẳng tiếp xúc với đường tròn là khoảng cách từ tâm tới đường thẳng bằng bán kính.

Xét đáp án A:

$\Delta: 3x - 4y + 5 = 0 \Rightarrow d(O,\Delta) = \dfrac{|3.0 - 4.0 + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1 = R \Rightarrow \Delta$ tiếp xúc với đường tròn.

Câu 32: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Ox:

A. $x^2 + y^2 - 10x = 0$. **B.** $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đường tròn (C) tiếp xúc với trục Ox khi $d(I, \text{Ox}) = R$ với I và R lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C).

Đường tròn: $x^2+y^2-10x=0 \Leftrightarrow (x-5)^2+y^2=25$ có tâm $I(5;0)$, bán kính $R=5$, $d(\text{I,Ox})=0$. Suy ra: $d(I,\text{Ox})\neq R$. Vậy (C) không tiếp xúc với trục Ox.

$\Rightarrow$ không phải là phương trình đường tròn.

.Xét phương trình đường tròn: $x^2+y^2-5=0$ có $I(0;0)$ và $R=\sqrt{5}$, $d(\text{I,Ox})=0$.

Suy ra: $d(I,\text{Ox})\neq R$. Vậy (C) không tiếp xúc với trục Ox.

Xét phương trình đường tròn: $x^2+y^2-10x-2y+1=0$ có $I(5;1)$ và $R=5$, $d(\text{I,Ox})=1$.

Suy ra: $d(I,\text{Ox})\neq R$. Vậy (C) không tiếp xúc với trục Ox.

Xét phương trình đường tròn: $x^2+y^2+6x+5y+9=0$ có $I\left(-3;-\frac{5}{2}\right)$ và $R=\frac{5}{2}$, $d(\text{I,Ox})=\frac{5}{2}$

. Suy ra: $d(I,\text{Ox})=R$. Vậy (C) tiếp xúc với trục Ox

Câu 33: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $\text{Ox}y$, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y+3=0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 3x+4y+1=0$.

A. $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0$; $3x+4y-5\sqrt{2}+11=0$.

B. $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0$, $3x+4y-5\sqrt{2}-11=0$.

C. $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0$, $3x+4y+5\sqrt{2}+11=0$.

D. $3x+4y-5\sqrt{2}+11=0$, $3x+4y-5\sqrt{2}-11=0$.

Lời giải

Chọn B

$(C): x^2+y^2-2x-4y+3=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-2)^2=2.$

Do đó đường tròn có tâm $I=(1;2)$ và bán kính $R=\sqrt{2}$.

Do d song song với đường thẳng Δ nên d có phương trình là $3x+4y+k=0$, $(k\neq 1)$.

Ta có $d(I;d)=R \Leftrightarrow \frac{|11+k|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\sqrt{2} \Leftrightarrow |11+k|=5\sqrt{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}11+k=5\sqrt{2}\\ 11+k=-5\sqrt{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}k=5\sqrt{2}-11\\ k=-5\sqrt{2}-11\end{array}\right.$.

Vậy có hai phương trình tiếp tuyến cần tìm là $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0$, $3x+4y-5\sqrt{2}-11=0$.

Câu 34: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y-4=0$ và điểm $A(1;5)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A.

A. $y-5=0$. **B.** $y+5=0$. **C.** $x+y-5=0$. **D.** $x-y-5=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2) \Rightarrow \overrightarrow{IA}=(0;3)$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm A, khi đó d đi qua A và nhận vectơ $\overrightarrow{IA}$ là một VTPT.

Chọn một VTPT của d là $\overrightarrow{n_d}=(0;1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $y-5=0$.

Câu 35: Cho đường tròn $(C): x^2+y^2-4=0$ và điểm $A(-1;2)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây đi qua A và là tiếp tuyến của đường tròn (C)?

A. $4x-3y+10=0$. **B.** $6x+y+4=0$. **C.** $3x+4y+10=0$. **D.** $3x-4y+11=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$ và có bán kính $R=2$.

Họ đường thẳng Δ qua $A(-1;2): a(x+1)+b(y-2)=0$, với $a^2+b^2\neq 0$.

Điều kiện tiếp xúc $d(O;\Delta)=R$ hay $\dfrac{|a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=2 \Leftrightarrow (a-2b)^2=4(a^2+b^2)$

$\Leftrightarrow 3a^2+4ab=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ 3a=-4b \end{array}\right.$.

Với $a=0$, chọn $b=1$ ta có $\Delta_1: y-2=0$.

Với $3a=-4b$, chọn $a=4$ và $b=-3$ ta có $\Delta_2: 4(x+1)-3(y-2)=0 \Leftrightarrow 4x-3y+10=0$.

Nhận xét: Thực ra bài này khi thay tọa độ điểm $A(-1;2)$ vào các đường thẳng ở các phương án thì ta loại C. và D. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đến đường thẳng thì chỉ có phương án A. thỏa.

Câu 36: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-4)^2=4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta: 4x-3y+2=0$ là

A. $4x-3y+18=0$. **B.** $4x-3y+18=0$.

C. $4x-3y+18=0; 4x-3y-2=0$. **D.** $4x-3y-18=0; 4x-3y+2=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-4)^2=4$ có tâm $I(1;4)$ và bán kính $R=2$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C).

Vì $d//\Delta$ nên đường thẳng $d: 4x-3y+m=0 (m\neq 2)$.

d là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow d(I;(d))=R \Leftrightarrow \dfrac{|4.1-3.4+m|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=2$

$$\Leftrightarrow |m-8| = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 18 \\ m = -2 \end{array}\right.$$

Vậy có 2 tiếp tuyến cần tìm : $4x-3y+18=0; 4x-3y-2=0$.

Câu 37: Số tiếp tuyến chung của 2 đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y+1=0$ và $(C'): x^2+y^2+6x-8y+20=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y+1=0$ có tâm $I(1;-2)$ bán kính $R=2$.

Đường tròn $(C'): x^2+y^2+6x-8y+20=0$ có tâm $I'(-3;4)$ bán kính $R'=\sqrt{5}$.

$II' = 2\sqrt{13}$.

Vậy $II' > R+R'$ nên 2 đường tròn không có điểm chung suy ra 2 đường tròn có 4 tiếp tuyến chung.

Câu 38: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-2)^2+(y+4)^2=25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$.

A. $4x+3y+29=0$.

B. $4x+3y+29=0$ hoặc $4x+3y-21=0$.

C. $4x-3y+5=0$ hoặc $4x-3y-45=0$

D. $4x+3y+5=0$ hoặc $4x+3y+3=0$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $(C): (x-2)^2+(y+4)^2=25$ có tâm $I(2;-4)$, bán kính $R=5$.

Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$ có phương trình dạng: $4x+3y+c=0$

Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi: $d(I;\Delta)=R \Leftrightarrow \dfrac{|4.2+3.(-4)+c|}{\sqrt{4^2+3^2}}=5$

$\Leftrightarrow |c-4|=25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c-4=25 \\ c-4=-25 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=29 \\ c=-21 \end{array}\right.$. Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm là: $4x+3y+29=0$ và $4x+3y-21=0$.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-2x+2y-3=0$. Từ điểm $A(1;1)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đường tròn (C)

A. 1. **B.** 2. **C.** vô số. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

(C) có tâm $I(1;-1)$ bán kính R$=\sqrt{1^2+(-1)^2-(-3)}=\sqrt{5}$

Vì $IA = 2 < R$ nên A nằm bên trong (C).Vì vậy không kẻ được tiếp tuyến nào tới đường tròn (C).

Câu 40: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-4)^2=4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C), biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 4x-3y+2=0$ là

A. $4x-3y+18=0$ và $-4x-3y-2=0$.
B. $4x-3y+18=0$ và $4x-3y-2=0$.
C. $-4x-3y+18=0$ và $4x-3y-2=0$.
D. $-4x+3y-18=0$ và $-4x-3y-2=0$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-4)^2=4$ có tâm $I(1;4)$ và bán kính $R=2$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C).

Vì $d//\Delta$ nên đường thẳng $d: 4x-3y+m=0\ (m\neq 2)$.

d là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow d(I;(d))=R \Leftrightarrow \dfrac{|4.1-3.4+m|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=2$

$$\Leftrightarrow |m-8|=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=18 \\ m=-2 \end{array}\right.$$

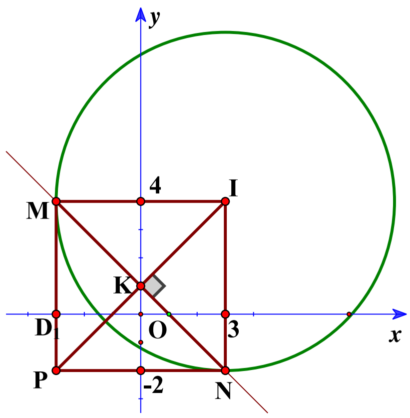
Vậy có 2 tiếp tuyến cần tìm : $4x-3y+18=0; 4x-3y-2=0$.

Câu 41: Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $P(-3;-2)$ và đường tròn $(C):(x-3)^2+(y-4)^2=36$. Từ điểm P kẻ các tiếp tuyến PM và PN tới đường tròn (C), với M, N là các tiếp điểm. Phương trình đường thẳng MN là

A. $x+y+1=0$.
B. $x-y-1=0$.
C. $x-y+1=0$.
D. $x+y-1=0$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là tâm của đường tròn, ta có tọa độ tâm $I(3;4)$.

Theo đề ra ta có tứ giác $IMPN$ là hình vuông, nên đường thẳng MN nhận $\overrightarrow{IP}=(-6;-6)$ làm VTPT, đồng thời đường thẳng MN đi qua trung điểm $K(0;1)$ của IP. Vậy phương trình đường thẳng MN: $1.(x-0)+1.(y-1)=0$ hay $x+y-1=0$.

Câu 42: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $M(-3;1)$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-6y+6=0$. Gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2.

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{5}}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$+(C): x^2+y^2-2x-6y+6=0 \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-3)^2=4$ suy ra có tâm I và R = 2

+ Phương trình đường thẳng d đi qua $M(-3;1)$ có phương trình: $A(x+3)+B(y-1)=0$.

d là tiếp tuyến với đường tròn khi và chỉ khi $d(I;d)=R$.

$\Rightarrow$ ta có phương trình: $\dfrac{|A+3B+3A-B|}{\sqrt{A^2+B^2}}=2 \Leftrightarrow 3A^2+4AB=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A=0 \\ 3A=-4B \end{array}\right.$

+ Với $A=0$, chọn $B=1$, phương trình tiếp tuyến thứ nhất là $(d_1): y=1$.

Thế $y=1$ vào $(C): x^2+y^2-2x-6y+6=0$, ta được tiếp điểm là $T_1(1;1)$.

+ Với $3A=-4B$, chọn $A=-4; B=3$, phương trình tiếp tuyến thứ hai là $(d_2): -4x+3y-15=0$

Tiếp điểm $T_2\left(x;\frac{4x}{3}+5\right)\in(C)$ nên $(x-1)^2+\left(\frac{4x}{3}+5-3\right)^2=4 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{5} \Rightarrow T_2\left(-\frac{3}{5};\frac{21}{5}\right)$.

+ Phương trình đường thẳng $T_1T_2: 2(x-1)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-3=0$.

+ Khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2 là: $d(0;T_1T_2)=\dfrac{|-3|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\dfrac{3}{\sqrt{5}}$.

Dạng 4.2 Bài toán tương giao

Câu 43: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ có phương trình lần lượt là $(x+1)^2+(y+2)^2=9$ và $(x-2)^2+(y-2)^2=4$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-1;-2)$ và bán kính $R_1=3$.

B. Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;2)$ và bán kính $R_2=2$.

C. Hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ không có điểm chung.

D. Hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ tiếp xúc với nhau.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đường tròn (C_1) có tâm $I(-1;-2)$ và bán kính $R_1=3$. Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;2)$ và bán kính $R_2=2$.

Khi đó: $5=R_1+R_2=I_1I_2=\sqrt{(2+1)^2+(2+2)^2}=5\Rightarrow(C_1)$ và (C_2) tiếp xúc nhau.

Câu 44: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2+y^2-4=0$ và $(C_2): x^2+y^2-4x-4y+4=0$.

A. $(2;2)$ **và** $(-2;-2)$. **B.** $(0;2)$ **và** $(0;-2)$. **C.** $(2;0)$ **và** $(-2;0)$. **D.** $(2;0)$ **và** $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

Giao điểm 2 đường tròn là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x^2+y^2-4=0 \\ x^2+y^2-4x-4y+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=4 \\ 4x+4y=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=4 \\ x=2-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2-y)^2+y^2=4 \\ x=2-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2-4y=0 \\ x=2-y \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y=0 \\ x=2 \end{cases} \\ \begin{cases} y=2 \\ x=0 \end{cases} \end{array}\right.$$

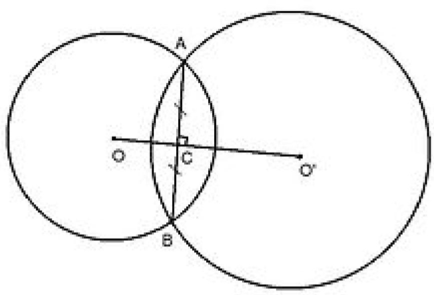
Vậy giao điểm 2 đường tròn là: $(2;0)$ và $(0;2)$.

Câu 45: Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy, cho hai đường tròn $(C):(x-1)^2+y^2=4$ và $(C'):(x-4)^2+(y-3)^2=16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Lập phương trình đường thẳng AB

A. $x+y-2=0$. **B.** $x-y+2.=0$ **C.** $x+y+2=0$. **D.** $x-y-2=0$.

Lời giải

Chọn A



Cách 1: Xét hệ $\begin{cases}(x-1)^2+y^2=4\\(x-4)^2+(y-3)^2=16\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2-2x-3=0\\x^2+y^2-8x-6y+9=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}y=2-x\\x^2+(2-x)^2-2x-3=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=2-x\\2x^2-6x+1=0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&x=\frac{3+\sqrt{7}}{2}, y=\frac{1-\sqrt{7}}{2}\\&x=\frac{3-\sqrt{7}}{2}, y=\frac{1+\sqrt{7}}{2}\end{aligned}\right.$

Suy ra $A\left(\frac{3+\sqrt{7}}{2};\frac{1-\sqrt{7}}{2}\right)$, $B\left(\frac{3-\sqrt{7}}{2};\frac{1+\sqrt{7}}{2}\right)$.

(C) có tâm $O(1;0)$, (C') có tâm $O'(4;3)$ $\Rightarrow \overrightarrow{OO'}=(3;3)$

Nên đường thẳng AB qua A và nhận $\vec{n}(1;1)$ là véctơ pháp tuyến.

Phương trình: $1\left(x-\frac{3+\sqrt{7}}{2}\right)+1\left(y-\frac{1-\sqrt{7}}{2}\right)=0 \Leftrightarrow x+y-2=0$. Chọn A.

Cách 2: Giả sử hai đường tròn $(C):(x-1)^2+y^2=4$ và $(C'):(x-4)^2+(y-3)^2=16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B khi đó tọa độ của A và thỏa mãn hệ phương trình:

$\begin{cases}(x-1)^2+y^2=4\\(x-4)^2+(y-3)^2=16\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2-2x-3=0 & (1)\\x^2+y^2-8x-6y+9=0 & (2)\end{cases}$

Lấy (1) trừ (2) ta được: $6x+6y-12=0 \Leftrightarrow x+y-2=0$ là phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm A và B

Câu 46: Cho đường thẳng $\Delta:3x-4y-19=0$ và đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-1)^2=25$. Biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B, khi đó độ dài đọan thẳng AB là

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Từ $\Delta:3x-4y-19=0 \Rightarrow y=\frac{3}{4}x-\frac{19}{4}(1)$.

Thế (1) vào (C) ta được

$(x-1)^2+\left(\frac{3}{4}x-\frac{23}{4}\right)^2=25$

$\Leftrightarrow \frac{25}{16}x^2-\frac{85}{8}x+\frac{145}{16}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{aligned}&x=1\\&x=\frac{29}{5}\end{aligned}\right.$.

+) $x_A=1 \Rightarrow y_A=-4 \Rightarrow A(1;-4)$.

+) $x_B = \dfrac{29}{5} \Rightarrow y_B = -\dfrac{2}{5} \Rightarrow B\left(\dfrac{29}{5};-\dfrac{2}{5}\right)$.

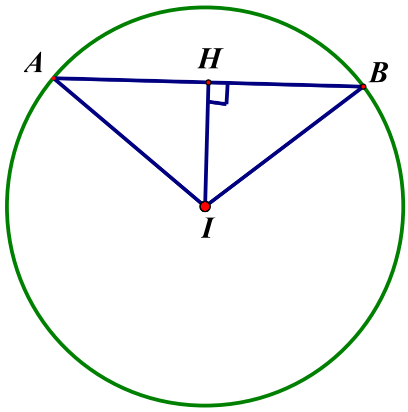
Độ dài đoạn thẳng $AB = \sqrt{\left(\dfrac{29}{5}-1\right)^2+\left(-\dfrac{2}{5}+4\right)^2} = 6$.

Câu 47: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ bán kính $R=5$. Biết rằng đường thẳng $(d): 3x-4y+8=0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A,B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=8$. **B.** $AB=4$. **C.** $AB=3$.. **D.** $AB=6$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB. Ta có $IH \perp AB$ và

$IH = d(I;AB) = \dfrac{|3.1-4.(-1)+8|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}} = 3$.

Xét tam giác vuông AHI ta có: $HA^2 = IA^2 - IH^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow HA = 4 \Rightarrow AB = 2HA = 8$

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2+(y+2)^2=4$ và đường thẳng $d: 3x+4y+7=0$. Gọi A,B là các giao điểm của đường thẳng d với đường tròn (C). Tính độ dài dây cung AB.

A. $AB=\sqrt{3}$. **B.** $AB=2\sqrt{5}$. **C.** $AB=2\sqrt{3}$. **D.** $AB=4$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn (C) có tâm $I(2;-2)$ bán kính $R=2$.

$d(I,d) = \dfrac{|3.2+4.(-2)+7|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 1 < R = 2$ nên d cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Gọi A,B là các giao điểm của đường thẳng d với đường tròn (C).

$AB = 2\sqrt{R^2 - d^2(I,d)} = 2\sqrt{3}$.

Câu 49: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(3;1)$, đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y+3=0$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC=2\sqrt{2}$.

A. $d: x+2y-5=0$. **B.** $d: x-2y-5=0$. **C.** $d: x+2y+5=0$. **D.** $d: x-2y+5=0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+2^2-3}=\sqrt{2}$.

Theo giả thiết đường thẳng d đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC=2\sqrt{2}$.

Vì $BC=2\sqrt{2}=2R$ nên BC là đường kính của đường tròn (C) suy ra đường thẳng d đi qua tâm $I(1;2)$

Ta chọn: $\overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{IA}=(2;-1)\Rightarrow \overrightarrow{n_d}=(1;2)$.

Vậy đường thẳng d đi qua $A(3;1)$ và có VTPT $\overrightarrow{n_d}=(1;2)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng d là: $1(x-3)+2(y-1)=0 \Leftrightarrow x+2y-5=0$.

Câu 50: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ có phương trình lần lượt là $(x+1)^2+(y+2)^2=9$ và $(x-2)^2+(y-2)^2=4$. Viết phương trình đường thẳng d' đi qua gốc tọa độ và tạo với đường thẳng nối tâm của hai đường tròn một góc bằng $45°$.

A. $d': x-7y=0$ hoặc $d': 7x+y=0$. **B.** $d': x+7y=0$ hoặc $d': 7x+y=0$.
C. $d': x+7y=0$ hoặc $d': 7x-y=0$. **D.** $d': x-7y=0$ hoặc $d': 7x-y=0$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ tâm I_1 của đường tròn (C_1) là: $I_1(-1;-2)$.

Tọa độ tâm I_2 của đường tròn (C_1) là: $I_2(2;2)$.

Ta có: $\overrightarrow{I_1I_2}(3;4)$. Gọi d,d' lần lượt là đường thẳng nối tâm của hai đường tròn đã cho và đường thẳng cần lập. Chọn một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là: $\overrightarrow{n_d}(4;-3)$. Gọi $\overrightarrow{n_{d'}}(a;b)$, $a^2+b^2\neq 0$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d'.

Theo đề $\cos(d,d')=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\left|\cos\left(\overrightarrow{n_d},\overrightarrow{n_{d'}}\right)\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\dfrac{|4a-3b|}{\sqrt{3^2+4^2}.\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

$$\Leftrightarrow 7a^2-48ab-7b^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=7b\neq 0\\ a=-\dfrac{1}{7}b\neq 0\end{array}\right..$$

Với $a=-\frac{1}{7}b\neq 0$, chọn $b=-7\Rightarrow a=1$. Phương trình đường thẳng $d':x-7y=0$.

Với $a=7b\neq 0$, chọn $b=1\Rightarrow a=7$. Phương trình đường thẳng $d':7x+y=0$.

Câu 51: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $I(1;2)$ và đường thẳng $(d):2x+y-5=0$. Biết rằng có hai điểm M_1,M_2 thuộc (d) sao cho $IM_1=IM_2=\sqrt{10}$. Tổng các hoành độ của M_1 và M_2 là

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{14}{5}$. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} IM_1=IM_2=\sqrt{10} \\ I(1;2) \end{cases} \Rightarrow M_1,M_2\in(C):(x-1)^2+(y-2)^2=10.$$

Mặt khác, M_1, M_2 thuộc $(d):2x+y-5=0$ nên ta có tọa độ M_1, M_2 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} (x-1)^2+(y-2)^2=10 & (1) \\ 2x+y-5=0 & (2) \end{cases}.$$

$(2)\Leftrightarrow y=-2x+5$, thay vào (1) ta có $5x^2-14x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{14}{5} \end{array}\right.$.

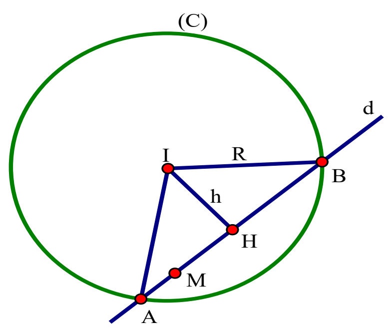
Gọi x_1,x_2 lần lượt là hoành độ của M_1 và $M_2\Rightarrow x_1+x_2=0+\frac{14}{5}=\frac{14}{5}$.

Câu 52: Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2+y^2-4x+2y-15=0$. I là tâm (C), đường thẳng d đi qua $M(1;-3)$ cắt (C) tại A,B. Biết tam giác IAB có diện tích là 8. Phương trình đường thẳng d là: $x+by+c=0$. Tính $b+c$

A. 8. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B



(C) có tâm $I(2;-1)$, bán kính $R=2\sqrt{5}$.

Đặt $h=d(I,AB)$. Ta có: $S_{IAB}=\frac{1}{2}h.AB=8\Rightarrow h.AB=16$.

Mặt khác: $R^2 = h^2 + \dfrac{AB^2}{4} = 20$

Suy ra: $\begin{cases} h = 4 \\ AB = 4 \end{cases}; \begin{cases} h = 2 \\ AB = 8 \end{cases}$

Vì d đi qua $M(1;-3)$ nên $1 - 3b + c = 0 \Rightarrow 3b - c = 1 \Rightarrow c = 3b - 1$

Với $h = 4 = \dfrac{|2 - b + c|}{\sqrt{1+b^2}} = \dfrac{|2 - b + 3b - 1|}{\sqrt{1+b^2}} = \dfrac{|1 + 2b|}{\sqrt{1+b^2}} \Rightarrow b \in \Phi$

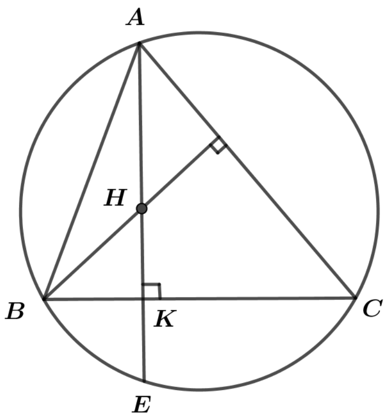
Với $h = 2 = \dfrac{|2 - b + c|}{\sqrt{1+b^2}} = \dfrac{|2 - b + 3b - 1|}{\sqrt{1+b^2}} = \dfrac{|1 + 2b|}{\sqrt{1+b^2}} \Rightarrow b = \dfrac{3}{4} \Rightarrow c = \dfrac{5}{4} \Rightarrow b + c = 2.$

Câu 53: Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh $A(5;5)$, trực tâm $H(-1;13)$, đường tròn ngoài tiếp tam giác có phương trình $x^2 + y^2 = 50$. Biết tọa độ đỉnh $C(a;b)$, với $a < 0$. Tổng $a + b$ bằng

A. -8. **B.** 8. **C.** 6. **D.** -6.

Lời giải

Chọn D



Gọi K là chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC, gọi E là điểm đối xứng với H qua K suy ra E thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có $\overrightarrow{AH} = (-6;8)$, chọn $\overrightarrow{u_{AH}} = (3;-4)$.

Phương trình đường thẳng AH qua A ở dạng tham số $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}$

$K \in AH$ suy ra tọa độ điểm K có dạng $K(5 + 3t; 5 - 4t)$

H và E đối xứng nhau qua K suy ra tọa độ E theo t là $E(11 + 6t; -3 - 8t)$

$$E\in(C)\ \Rightarrow\ (11+6t)^2+(-3-8t)^2=50$$
$$\Leftrightarrow\ 5t^2+9t+4=0$$
$$\Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l} t=-1\\ t=\dfrac{-4}{5}\end{array}\right.$$

□ Với $t=-1$, $E(5;5)$

□ Với $t=\dfrac{-4}{5}$, $E\left(\dfrac{31}{5};\dfrac{17}{5}\right)$, $K\left(\dfrac{13}{5};\dfrac{41}{5}\right)$

Phương trình đường thẳng BC có $\overrightarrow{u_{BC}}=\overrightarrow{n_{AH}}=(4;3)$ và qua điểm K có phương trình tham số

$$\begin{cases} x=\dfrac{13}{5}+4t\\ y=\dfrac{41}{5}+3t\end{cases}\Rightarrow C\in BC\Rightarrow C\left(\dfrac{13}{5}+4t;\dfrac{41}{5}+3t\right).$$

$$C\in(C)\ \Rightarrow\ \left(\dfrac{13}{5}+4t\right)^2+\left(\dfrac{41}{5}+3t\right)^2=50$$
$$\Leftrightarrow\ 25t^2+70t+24=0$$
$$\Leftrightarrow\ \left[\begin{array}{l} t=-\dfrac{2}{5}\Rightarrow C(1;7)\Rightarrow(KTM)\\ t=\dfrac{-12}{5}\Rightarrow C(-7;1)\end{array}\right.$$

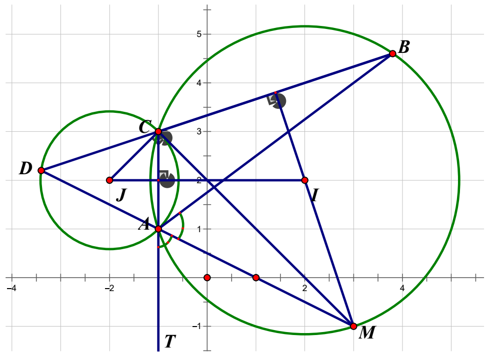
Vậy $C(a;b)=C(-7;1)\Rightarrow a+b=-6$.

Câu 54: Trong mặt phẳng Oxy, cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm $I(2;\,2)$, điểm D là chân đường phân giác ngoài của góc $\widehat{BAC}$. Đường thẳng AD cắt đường tròn ngoại tiếp $\Delta\,ABC$ tại điểm thứ hai là M. Biết điểm $J(-2;\,2)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta\,ACD$ và phương trình đường thẳng CM là: $x+y-2=0$. Tìm tổng hoành độ của các đỉnh $A,\ B,\ C$ của tam giác ABC.

A. $\dfrac{9}{5}$. **B.** $\dfrac{12}{5}$. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** $\dfrac{6}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$\widehat{BCM} = \widehat{BAM}$ (1)

$\widehat{BAM} = \widehat{MAT} = \widehat{DAC}$ (2)

Từ $(1), (2)$ suy ra $\widehat{DAC} = \widehat{BCM}$, mà $\widehat{BCM} = \widehat{CDA} + \widehat{AMC}$, $\widehat{DAC} = \widehat{ACM} + \widehat{AMC}$ từ đó suy ra $\widehat{CDA} = \widehat{ACM}$, do đó MC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD có tâm J nên $JC \perp MC$. Hay C là hình chiếu của J lên đường thẳng CM.

Đường thẳng qua J và vuông góc với CM có phương trình:

$(x+2)-(y-2)=0 \Leftrightarrow x-y+4=0$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow C(-1;\, 3)$.

AC là đường thẳng qua C và vuông góc với $\overrightarrow{IJ}(-4;\, 0)$ nên có phương trình: $x+1=0$.

Do đó tọa độ điểm A có dạng $A(-1;\, a)$. Ta có $IA^2 = IC^2 \Leftrightarrow 9+(a-2)^2 = 9+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=3 \end{array}\right.$.

Vì $A \neq C$ nên $A(-1;\, 1)$.

Tọa độ điểm M có dạng $M(m;\, 2-m)$. Ta có

$IM^2 = IC^2 \Leftrightarrow (m-2)^2 + m^2 = 10 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Vì $M \neq C$ nên $M(3;\, -1)$.

BC là đường thẳng qua C và vuông góc với $\overrightarrow{MI}(-1;\, 3)$ nên có phương trình:

$-(x+1)+3(y-3)=0 \Leftrightarrow x-3y+10=0$.

Tọa độ điểm B có dạng $B(3b-10;\, b)$. Ta có

$IB^2 = IC^2 \Leftrightarrow (3b-12)^2 + (b-2)^2 = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=3 \\ b=\dfrac{23}{5} \end{array}\right.$.

Vì $B \neq C$ nên $B\left(\dfrac{19}{5};\dfrac{23}{5}\right)$.

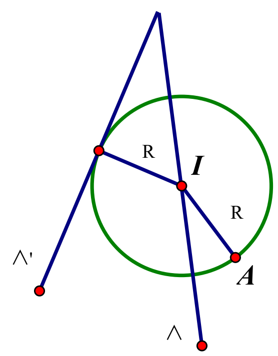
Vậy tổng hoành độ của các đỉnh $A,\ B,\ C$ là $-1-1+\dfrac{19}{5}=\dfrac{9}{5}$.

Câu 55: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $(\Delta): x+3y+8=0$; $(\Delta'): 3x-4y+10=0$ và điểm $A(-2;1)$. Đường tròn có tâm $I(a;b)$ thuộc đường thẳng (Δ),đi qua A và tiếp xúc với đường thẳng (Δ'). Tính $a+b$.

A. -4. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D



Vì $I \in (\Delta)$ nên $a+3b+8=0 \Leftrightarrow a=-8-3b$.

Vì đường tròn đi qua A và tiếp xúc với đường thẳng (Δ') nên:

$$d(I;\Delta')=IA \Leftrightarrow \frac{|3a-4b+10|}{5}=\sqrt{(-2-a)^2+(1-b)^2} \quad (1).$$

Thay $a=-8-3b$ vào (1) ta có:

$$\frac{|3(-8-3b)-4b+10|}{5}=\sqrt{(-2+8+3b)^2+(1-b)^2}$$

$$\Leftrightarrow |-14-13b|=5\sqrt{10b^2+34b+37}$$

$$\Leftrightarrow (-14-13b)^2=25(10b^2+34b+37)$$

$$\Leftrightarrow 81b^2+486b+729=0 \Leftrightarrow b=-3.$$

Với $b=-3 \Leftrightarrow a=1$.

$a+b=-2$.

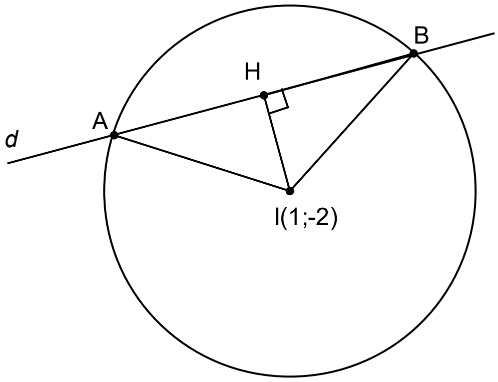
Câu 56: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: 3x-4y-1=0$ và điểm $I(1;-2)$. Gọi (C) là đường tròn có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A và B sao cho tam giác IAB có diện tích bằng 4. Phương trình đường tròn (C) là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2=8$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2=20$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2=16$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$IH = d\left(I;d\right) = 2$.

$S_{\Delta IAB} = \dfrac{1}{2}IH.AB \Rightarrow AB = \dfrac{2S_{\Delta IAB}}{IH} = \dfrac{2.4}{2} = 4 \Rightarrow AH = 2$.

$\Rightarrow R = IA = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$.

$\Rightarrow \left(C\right):\left(x-1\right)^2 + \left(y+2\right)^2 = 8$.

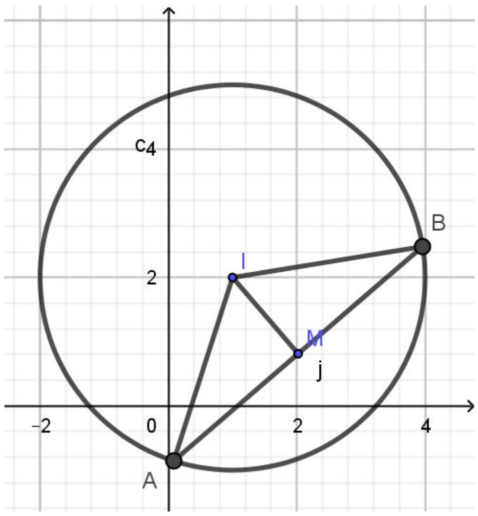
DẠNG 5. CÂU HỎI MIN-MAX

Câu 57: Cho đường tròn $\left(C\right): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $M\left(2;1\right)$. Dây cung của $\left(C\right)$ đi qua điểm M có độ dài ngắn nhất là

A. 6. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $3\sqrt{7}$. **D.** $2\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\left(C\right): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow \left(C\right):\left(x-1\right)^2 + \left(y-2\right)^2 = 9$ nên có tâm $I\left(1;2\right), R = 3$

Vì $IM = \sqrt{2} < 3 = R$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M cắt đường tròn $\left(C\right)$ tại các điểm A, **B.** Gọi J là trung điểm của AB. Ta có:

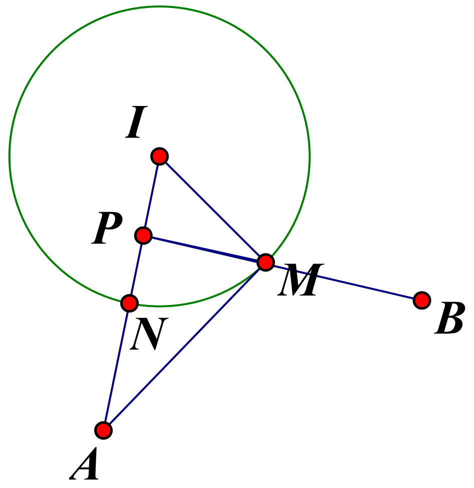
Ta có: $AB = 2AJ = 2\sqrt{R^2 - IJ^2} \geq 2\sqrt{R^2 - IM^2} = 2\sqrt{9-2} = 2\sqrt{7}$.

Câu 58: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(0;-3)$, $B(4;1)$ và điểm M thay đổi thuộc đường tròn $(C): x^2+(y-1)^2=4$. Gọi $P_{\min}$ là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=MA+2MB$. Khi đó ta có $P_{\min}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(7,7;8,1)$.. **B.** $(7,3;7,7)$.. **C.** $(8,3;8,5)$.. **D.** $(8,1;8,3)$.

Lời giải:

Chọn. D.



Đường tròn $(C): x^2+(y-1)^2=4$ có tâm $I(0;1)$ bán kính $R=2$.

$IA=IB=4>R$ nên A,B nằm ngoài đường tròn.

Gọi N là giao điểm của IA và đường tròn (C)

Trên đoạn IN lấy điểm P sao cho $IP=\frac{1}{2}IN \Rightarrow \overrightarrow{IP}=\frac{1}{4}\overrightarrow{IA} \Rightarrow P$ trùng với gốc tọa độ.

Ta có $\Delta IAM \sim \Delta IMP \Rightarrow \frac{MA}{MP}=\frac{IM}{IP}=\frac{IN}{IP}=2 \Rightarrow MA=2MP$.

Do đó $P=MA+2MB=2MP+2MB\ge 2PB \Rightarrow P_{\min}=2PB=2\sqrt{17} \Rightarrow P_{\min}\in(8,1;8,3)$.

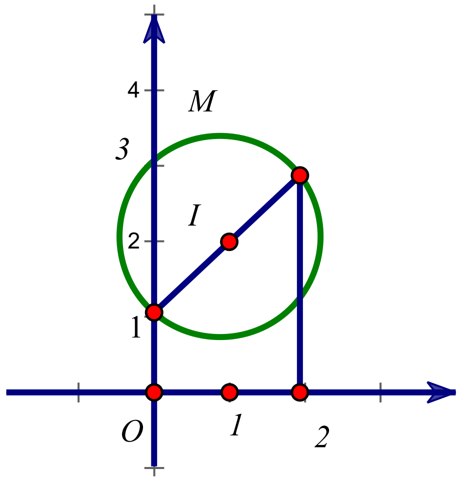
Chọn. **D.**

Câu 59: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y+3=0$. Tìm tọa độ điểm $M(x_0;y_0)$ nằm trên đường tròn (C) sao cho $T=x_0+y_0$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $M(2;3)$. **B.** $M(0;1)$. **C.** $M(2;1)$. **D.** $M(0;3)$.

Lời giải

Chọn A



$(C): x^2+y^2-2x-4y+3=0$, (C) có tâm $I(1;2)$, $R=\sqrt{2}$.

Suy ra $(C): (x-1)^2+(y-2)^2-2=0$.

Có $T=x_0+y_0=(x_0-1)+(y_0-2)+3$.

Áp dụng bất đẳng thức **B.** **C. S** cho 2 bộ số $(1;1),((x_0-1);(y_0-2))$.

$|(x_0-1)+(y_0-2)|\le\sqrt{2\left[(x_0-1)^2+(y_0-2)^2\right]}=2$, do $(x_0-1)^2+(y_0-2)^2=2$.

$\Rightarrow -2\le(x_0-1)+(y_0-2)\le 2\Rightarrow 1\le(x_0-1)+(y_0-2)+3\le 5\Rightarrow 1\le T\le 5$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}(x_0-1)=(y_0-2)\\(x_0-1)^2+(y_0-2)^2=2\end{cases}$.

$\Rightarrow (x_0-1)^2=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_0-1=1\\x_0-1=-1\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=2,y_0=3,T=5\\x_0=0,y_0=1,T=1\end{array}\right.$.

Vậy $\max T=5$ khi $x_0=2,y_0=3$.

Câu 60: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm M nằm trên đường tròn $(C): x^2+y^2+8x-6y+16=0$. Tính độ dài nhỏ nhất của OM?

A. 3. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải 1

Chọn D

Đường tròn (C) có tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=3$.

Ta có $\overrightarrow{OI}=(-4;3)$ suy ra phương trình đường thẳng OI là $\begin{cases}x=-4t\\y=3t\end{cases}$.

$OI\cap(C)=\{M\}$ Tọa độ $(x;y)$ của M là nghiệm hệ

$$\begin{cases} x^2+y^2+8x-6y+16=0 \\ x=-4t \\ y=3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25t^2-50t+16=0 \\ x=-4t \\ y=3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\dfrac{8}{5} \\ x=\dfrac{-32}{5} \\ y=\dfrac{24}{5} \end{cases} \vee \begin{cases} t=\dfrac{2}{5} \\ x=\dfrac{-8}{5} \\ y=\dfrac{6}{5} \end{cases}$$

Suy ra $M_1\left(-\frac{32}{5};\frac{24}{5}\right), M_2\left(-\frac{8}{5};\frac{6}{5}\right)$

Ta có $OM_1=\sqrt{\left(-\frac{32}{5}\right)^2+\left(\frac{24}{5}\right)^2}=8, OM_2=\sqrt{\left(-\frac{8}{5}\right)^2+\left(\frac{6}{5}\right)^2}=2 \Rightarrow OM_{\min}=OM_2=2$.

Cách 2

Đường tròn (C) có tâm $I(-4;3)$, bán kính $R=\sqrt{4^2+3^2-16}=3$.

Phương trình đường thẳng OI đi qua $O(0;0)$ có vtpt $\vec{n}(3;4)$ là:

$3x+4y=0$.

Tọa độ $M=OI\cap(C)$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 3x+4y=0 \\ x^2+y^2+8x-6y+16=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{32}{5} \\ y=\dfrac{24}{5} \end{cases} \vee \begin{cases} x=-\dfrac{8}{5} \\ y=\dfrac{6}{5} \end{cases}$$

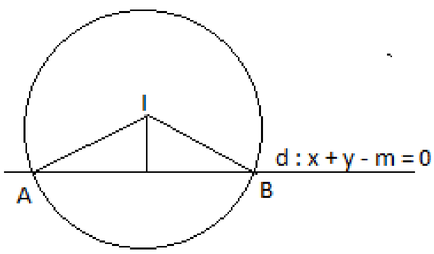
Ta có $OM_1=\sqrt{\left(\frac{32}{5}\right)^2+\left(\frac{24}{5}\right)^2}=8; OM_2=\sqrt{\left(\frac{8}{5}\right)^2+\left(\frac{6}{5}\right)^2}=2$. Vậy $OM_{\min}=2$.

Câu 61: Gọi I là tâm của đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-1)^2=4$. Số các giá trị nguyên của m để đường thẳng $x+y-m=0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C



Gọi: $d: x+y-m=0$; tâm của (C) là $I(1;1)$, để $d\cap(C)$ tại 2 phân biệt khi đó:

$0 \le d(I;d) < 2 \leftrightarrow 0 \le \frac{|2-m|}{\sqrt{2}} < 2 \leftrightarrow 2-2\sqrt{2} < m < 2+2\sqrt{2}\,(*)$

Xét ΔIAB có: $S_{\Delta AIB} = \frac{1}{2}.IA.IB.\sin\widehat{AIB} = \frac{1}{2}.R^2.\sin\widehat{AIB} \le \frac{1}{2}.R^2$

Dấu "=" xảy ra khi: $\sin\widehat{AIB} = 1 \Leftrightarrow \widehat{AIB} = 90^0 \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow d(I;d) = \sqrt{2} \leftrightarrow \frac{|2-m|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \quad (TM) \\ m=4 \quad (TM) \end{array}\right.$.

Câu 62: Điểm nằm trên đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y+1=0$ có khoảng cách ngắn nhất đến đường thẳng $d: x-y+3=0$ có toạ độ $M(a;b)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

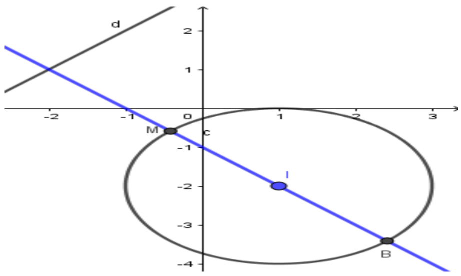
A. $\sqrt{2}a = -b$. **B.** $a=-b$. **C.** $\sqrt{2}a = b$. **D.** $a=b$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R=2$.

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với d. Khi đó, điểm M cần tìm là một trong hai giao điểm của Δ và (C).



Ta có phương trình $\Delta: x+y+1=0$.

Xét hệ: $\begin{cases} x+y+1=0 \\ x^2+y^2-2x+4y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x-1 \\ (x-1)^2+(y+2)^2=4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-x-1 \\ 2(x-1)^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x-1 \\ x=1\pm\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=1+\sqrt{2} \\ y=-2-\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=1-\sqrt{2} \\ y=-2+\sqrt{2} \end{cases} \end{array}\right.$

Với $B\left(1+\sqrt{2};-2-\sqrt{2}\right) \Rightarrow d(B,d) = 2+3\sqrt{2}$

Với $C\left(1-\sqrt{2};-2+\sqrt{2}\right) \Rightarrow d(C,d) = -2+3\sqrt{2} < d(B,d)$

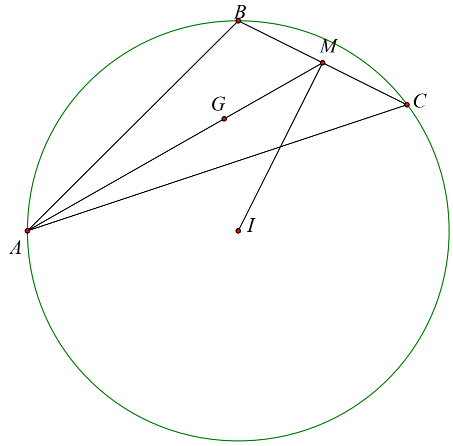
Suy ra $M\left(1-\sqrt{2};-2+\sqrt{2}\right) \Rightarrow a = 1-\sqrt{2}; b = -2+\sqrt{2} = \sqrt{2}\left(1-\sqrt{2}\right) = \sqrt{2}a$.

Câu 63: Cho tam giác ABC có trung điểm của BC là $M(3;2)$, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác lần lượt là $G\left(\frac{2}{3};\frac{2}{3}\right), I(1;-2)$. Tìm tọa độ đỉnh C, biết C có hoành độ lớn hơn 2.

A. $C(9;1)$. **B.** $C(5;1)$. **C.** $C(4;2)$. **D.** $C(3;-2)$.

Lời giải

Chọn B



Vì $\overrightarrow{GA}=-2\overrightarrow{GM}$ nên A là ảnh của điểm M qua phép vị tự tâm G, tỉ số -2, suy ra $A(-4;-2)$.

Đường tròn ngoại tiếp ABC có tâm I, bán kính $R=IA=5$ có phương trình $(x-3)^2+(y-2)^2=25$.

Ta có $\overrightarrow{IM}=(2;4)$.

Đường thẳng BC đi qua M và nhận vectơ $\overrightarrow{IM}$ làm vectơ pháp tuyến, phương trình BC là: $1(x-3)+2(y-2)=0 \Leftrightarrow x+2y-7=0$.

Điểm C là giao điểm của đường thẳng BC và đường tròn $(I;R)$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}(x-3)^2+(y-2)^2=25\\ x+2y-7=0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1, y=3\\ x=5, y=1\end{array}\right.$

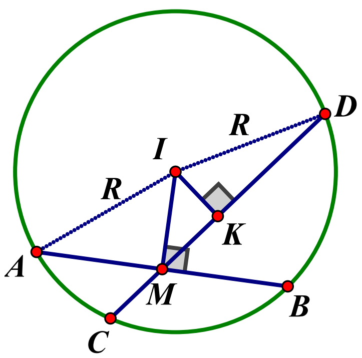
Đối chiếu điều kiện đề bài ta có tọa độ điểm $C(5;1)$.

Câu 64: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y-25=0$ và điểm $M(2;1)$. Dây cung của (C) đi qua M có độ dài ngắn nhất là:

A. $2\sqrt{7}$. **B.** $16\sqrt{2}$. **C.** $8\sqrt{2}$. **D.** $4\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D



+) (C) có tâm $I(1;2)$, bán kính $R=\sqrt{30}$

+) AB là dây cung của (C) đi qua M

+) Ta có $AB\min \Leftrightarrow AB \perp IM$.

Thật vậy, giả sử CD là dây cung qua M và không vuông góc với IM.

Gọi K là hình chiếu của I lên CD ta có:

$AB = 2AM = 2\sqrt{IA^2 - IM^2} = 2\sqrt{R^2 - IM^2}$

$CD = 2KD = 2\sqrt{ID^2 - KD^2} = 2\sqrt{R^2 - IK^2}$

Do tam giác IMK vuông tại K nên $IM > IK$.

Vậy $CD > AB$.

+) Ta có: $IM = \sqrt{(2-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{2}$

$MA = \sqrt{R^2 - IM^2} = \sqrt{30-2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

$\Rightarrow AB = 2MA = 4\sqrt{7}$.

Câu 65: Cho các số thực a,b,c,d thay đổi, luôn thỏa mãn $(a-1)^2 + (b-2)^2 = 1$ và $4c - 3d - 23 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a-c)^2 + (b-d)^2$ là:

A. $P_{\min} = 28$. **B.** $P_{\min} = 3$. **C.** $P_{\min} = 4$. **D.** $P_{\min} = 16$.

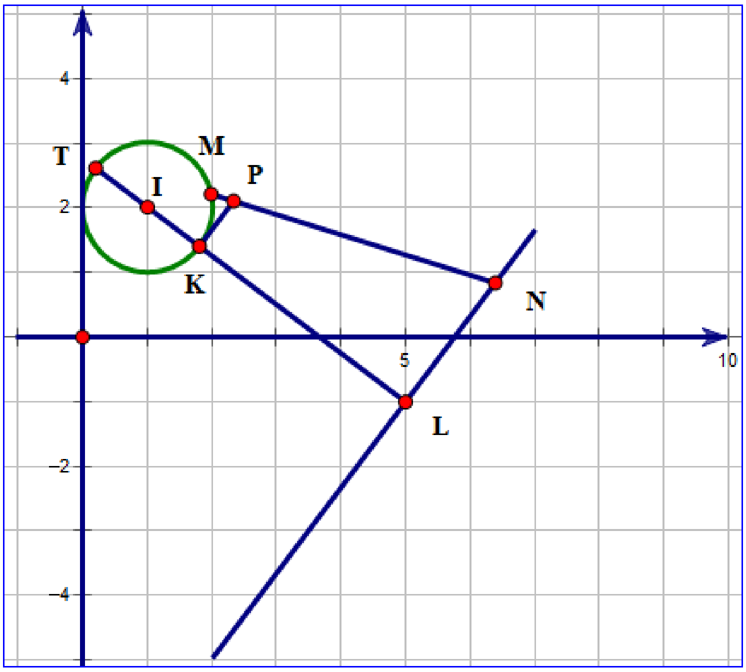
Lời giải

Chọn D

Xét tập hợp điểm $M(a;b)$ thỏa mãn $(a-1)^2 + (b-2)^2 = 1$ thì M thuộc đường tròn tâm $I(1;2); R = 1$

Xét điểm $N(c;d)$ thỏa mãn $4c - 3d - 23 = 0$ thì N thuộc đường thẳng có phương trình $4x - 3y - 23 = 0$.

Ta thấy $d(I;d) = \dfrac{|4-6-23|}{5} = 5 > R = 1$. Do đó đường thẳng không cắt đường tròn.



Đường thẳng qua I vuông góc với d tại L và cắt đường tròn ở T, K (K ở giữa T và L)

Vẽ tiếp tuyến tại K cắt MN tại P.

Có $KL \le PN \le MN$, mà $KL = d\left(I,d\right) - R$

Do đó MN ngắn nhất khi $MN = KL$

Từ đây ta suy ra $P = \left(a-c\right)^2 + \left(b-d\right)^2 = MN^2$ bé nhất khi và chỉ khi $MN = d(I;d) - R = 5 - 1 = 4$. Vậy giá trị nhỏ nhất $P_{\min} = 16$

Câu 66: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn $\left(C\right)$: $\left(x-1\right)^2 + \left(y-2\right)^2 = 4$ và các đường thẳng $d_1: mx + y - m - 1 = 0$, $d_2: x - my + m - 1 = 0$. Tìm các giá trị của tham số m để mỗi đường thẳng d_1, d_2 cắt $\left(C\right)$ tại 2 điểm phân biệt sao cho 4 điểm đó lập thành 1 tứ giác có diện tích lớn nhất. Khi đó tổng của tất cả các giá trị tham số m là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(C)\begin{cases} I(1;2) \\ R = 2 \end{cases}$

Ta dễ thấy đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $M\left(1;1\right)$ cố định nằm trong đường tròn $\left(C\right)$ và $d_1 \perp d_2$. Gọi A, B là giao điểm của d_1 và $\left(C\right)$, C, D là giao điểm của d_2 và $\left(C\right)$. H, K lần lượt là hình chiếu của I trên d_1 và d_2

Khi đó

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}AB.CD = 2AH.CK = 2\sqrt{R^2 - \left[d\left(I,d_1\right)\right]^2}.\sqrt{R^2 - \left[d\left(I,d_2\right)\right]^2}$$

$$= 2\sqrt{4 - \frac{1}{m^2+1}}\sqrt{4 - \frac{m^2}{m^2+1}} = 2\frac{\sqrt{\left(4m^2+3\right)\left(3m^2+4\right)}}{m^2+1} \le \frac{4m^2+3+3m^2+4}{m^2+1} = 7$$

Do đó $\max S_{ABCD} = 7$ khi $m = \pm 1$. Khi đó tổng các giá trị của m bằng 0.

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 6. BA ĐƯỜNG CONIC

I LÝ THUYẾT.

I. ĐƯỜNG ELIP

1. Định nghĩa đường elip: Cho hai điểm cố định và phân biệt F_1, F_2. Đặt $F_1F_2 = 2c > 0$. Cho số thực a lớn hơn c. Tập hợp các điểm M sao cho $MF_1 + MF_2 = 2a$ được gọi là đường elip. Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai tiêu điểm và $F_1F_2 = 2c$ được gọi là tiêu cự của elip đó.

2. Phương trình chính tắc của đường elip: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, elip có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tiêu điểm đó thì phương trình elip được viết dưới dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$. (2)

Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (2) đều là phương trình của elip có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{a^2-b^2};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{a^2-b^2};0\right)$, tiêu cự $2c = 2\sqrt{a^2-b^2}$ và tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip đó tới hai tiêu điểm bằng $2a$.

- Phương trình (2) được gọi là phương trình chính tắc của elip tương ứng.

***Tính chất và hình dạng của Elip:** Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

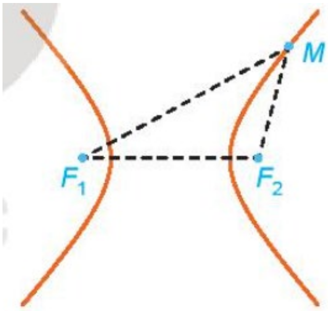
- Trục đối xứng Ox, Oy
- Tâm đối xứng O.
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$. Độ dài trục bé $2b$.
- Nội tiếp trong hình chữ nhật cơ sở có kích thước là $2a$ và $2b$.
- Tâm sai $e = \frac{c}{a} < 1$.
- Hai đường chuẩn $x = \frac{a}{e}$ và $x = -\frac{a}{e}$.

- $M(x;y)\in(E)$. Khi đó $MF_1 = a + ex$: bán kính qua tiêu điểm trái.

$MF_2 = a - ex$: bán kính qua tiêu điểm phải.

II. ĐƯỜNG HYPEBOL

Trên mặt phẳng, nếu hai thiết bị đặt tại các vị trí F_1, F_2 nhận được một tín hiệu âm thanh cùng lúc thì vị trí phát ra tín hiệu cách đều hai điểm F_1, F_2, và do đó, nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng F_1F_2.



Hình 7.23

Cho hai điểm phân biệt cố định F_1, F_2. Đặt $F_1F_2 = 2c$. Cho số thực dương a nhỏ hơn c. Tập hợp các điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ được gọi là đường hypebol . Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai *tiêu điểm* và $F_1F_2 = 2c$ được gọi là *tiêu cự* của hypebol đó.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hypebol có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a, b > 0$.

Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (4) đều là phương trình của hypebol có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{a^2+b^2};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{a^2+b^2};0\right)$, tiêu cự $2x = 2\sqrt{a^2+b^2}$ và giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol đến hai tiêu điểm bằng $2a$.

Phương trình được gọi là phương trình chính tắc của hypebol tương ứng.

III. ĐƯỜNG PARABOL

Cho một điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F. Tập hợp các điểm M cách đều F và Δ được gọi là đường parabol . Điểm F được gọi là tiêu điểm, Δ được gọi là đường chuẩn, khoảng cách từ F đến Δ được gọi là tham số tiêu của parabol đó.

Xét (P) là một parabol với tiêu điểm F, đường chuẩn Δ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của F trên Δ. Khi đó, trong hệ trục tọa độ Oxy với gốc O là trung điểm của HF, tia Ox trùng với tia OF, parabol (P) có phương trình

$$y^2 = 2px \qquad (5)$$

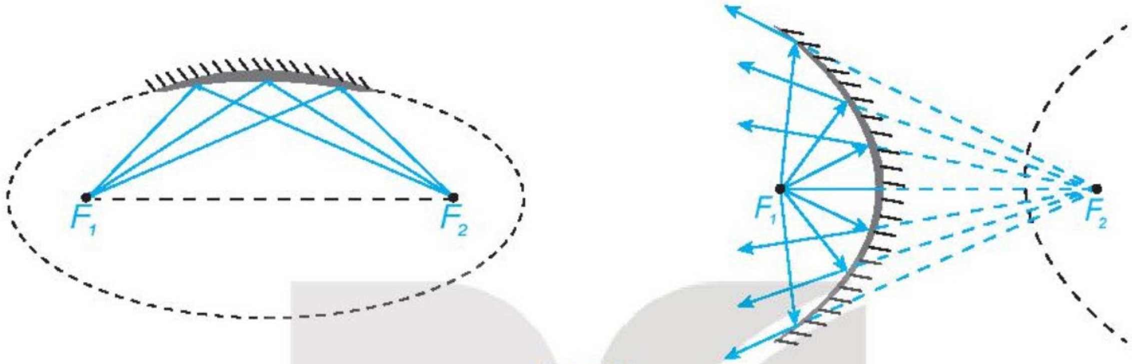
Phương trình (5) được gọi là phương trình chính tắc của parabol (P).

Ngược lại, mỗi phương trình dạng (5), với $p > 0$, là phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta : x = -\frac{p}{2}$.

IV. MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA BA ĐƯỜNG CONIC. TÍNH CHẤT QUANG HỌC

Tương tự gương cầu lồi thường đặt ở những khúc đường cua, người ta cũng có những gương elip, hypebol, parabol. Tia sáng gặp các gương này, đều được phản xạ theo một quy tắc được xác định rõ bằng hình học, chẳng hạn:

- Tia sáng phát ra từ một tiêu điểm của elip, hypebol sau khi gặp elip, hypebol sẽ bị hắt lại theo một tia nằm trên đường thẳng đi qua tiêu điểm còn lại .



Hình 7.29

Nhà vòm hoa (Flower Dome) trong Khu vườn bên vịnh (Gardens by the Bay), Singapore

Công viên với hình elip ở phía nam Nhà Trắng, Hoa Kỳ

Ba đường conic xuất hiện và có nhiều ứng dụng trong khoa học và trong cuộc sống, chẳng hạn:

- Tia nước bắn ra từ đài phun nước, đường đi bổng của quả bóng là những hình ảnh về đường parabol;
- Khi nghiêng cốc tròn, mặt nước trong cốc có hình elip. Tương tự, dưới ánh sáng mặt trời, bóng của một quả bóng, nhìn chung, là một elip;
- Ánh sáng phát ra từ một bóng đèn Led trên trần nhà có thể tạo nên trên tường các nhánh hypebol;

BÀI TẬP.

Câu 1. Cho elip có phương trình $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$.Tìm tiêu điểm và tiêu cự của elip

Câu 2. Cho hypebol có phương trình: $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=1$. Tìm tiêu điểm và tiêu cự của hypebol.

Câu 3. Cho parabol có phương trình: $y^2=8x$. Tìm tiêu điểm và đường chuẩn của parabol.

Câu 4. Lập phương trình chính tắc của elip đi qua điểm A và có một tiêu điểm là F_2.

Câu 5. Lập phương trình chính tắc của parabol đi qua điểm *M*

Câu 6. Có hai trạm phát tín hiệu vô tuyến đặt tại hai vị trí A, B cách nhau 300 km. Tại cùng một thời điểm, hai trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292 000 km/s để một tàu thuỷ thu và đo độ lệch thời gian. Tín hiệu từ *A* đến sớm hơn tín hiệu từ B là 0,0005 s. Từ thông tin trên, ta có thể xác định được tàu thuỷ thuộc đường hypebol nào? Viết phương trình chính tắc của hypebol đó theo đơn vị kilômét.

Câu 7. Khúc cua của một con đường có dạng hình parabol, điểm đầu vào khúc cua là A điểm cuối là B, khoảng cách $AB = 400m$. Đỉnh parabol của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng 20 m và cách đều A, B .

a).Lập phương trình chính tắc của , với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng toạ độ tương ứng 1 m trên thực tế.

b). Lập phương trình chính tắc của , với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng toạ độ tương ứng 1 km trên thực tế.

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CỦA ELÍP

{ Xác định các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm. của elip}

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho Elip có phương trình chính tắc: $(E): \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ với $b^2 = a^2 - c^2$.

● Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.

● Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.

● Độ dài trục lớn $2a$.

● Độ dài trục bé $2b$.

● Tiêu cự $2c$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E): \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{1} = 1$.

Câu 2: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E): 4x^2 + 25y^2 = 100$.

Câu 3: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E): 4x^2 + 9y^2 = 1$.

Câu 4: Tìm tâm sai của Elíp biết:

a) Mỗi tiêu điểm nhìn trục nhỏ dưới một góc 60^0.

b) Đỉnh trên trục nhỏ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc 60^0.

c) Khoảng cách giữa hai đỉnh trên hai trục bằng hai lần tiêu cự:

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cặp điểm nào là các tiêu điểm của elip (E): $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$?

A. $F_{1,2}=(0;\pm1)$. **B.** $F_{1,2}=(\pm1;0)$. **C.** $F_{1,2}=(\pm3;0)$. **D.** $F_{1,2}=(1;\pm2)$.

Câu 2: Cho Elip $(E):4x^2+9y^2=36$. Mệnh đề nào ***sai*** trong các mệnh đề sau:

A. (E) có tỉ số $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** (E) có trục lớn bằng 6.

C. (E) có trục nhỏ bằng 4. **D.** (E) có tiêu cự $\sqrt{5}$.

Câu 3: Cho elip $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{1}=1$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Tỉ số giữa trục lớn và trục nhỏ bằng $\sqrt{3}$. **B.** Tiêu cự bằng 4.

C. Tâm sai $e=\frac{2}{3}$. **D.** Hai tiêu điểm $F_1(-2;0)$ và $F_2(2;0)$.

Câu 4: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

A. $4x^2+8y^2=32$. **B.** $\frac{x^2}{\frac{1}{5}}+\frac{y^2}{\frac{1}{2}}=1$. **C.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{16}=-1$. **D.** $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 5: Cho elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. Chọn khẳng định **sai**

A. Điểm $A(3;0)\in(E)$. **B.** (E) có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}$.

C. Trục lớn của (E) có độ dài bằng 6. **D.** (E) có tâm sai bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 6: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

A. $x^2-y^2=2$. **B.** $x^2+y^2=2$. **C.** $x^2+2y^2=2$. **D.** $x^2=2y^2$.

Câu 7: Trong mặt phẳng (Oxy), cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$. Tìm tiêu cự của (E).

A. $F_1F_2=12$ **B.** $F_1F_2=8$ **C.** $F_1F_2=2\sqrt{5}$ **D.** $F_1F_2=4\sqrt{5}$

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy, tìm tiêu cự của elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

A. 3 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 5

Câu 9: Tìm các tiêu điểm của Elip $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$

A. $F_1(3;0)$; $F_2(0;-3)$. **B.** $F_1(\sqrt{8};0)$; $F_2(0;-\sqrt{8})$.

C. $F_1(-3;0)$; $F_2(0;-3)$. **D.** $F_1(-\sqrt{8};0)$; $F_2(\sqrt{8};0)$.

Câu 10: Elíp $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 25. **B.** 50. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 11: Cho $9x^2+25y^2=225$. Hỏi diện tích hình chữ nhật cơ sở ngoại tiếp (E) là

A. 15. **B.** 30. **C.** 40. **D.** 60.

Câu 12: Cho (E) có độ dài trục lớn bằng 26, tâm sai $e=\frac{12}{13}$. Độ dài trục nhỏ của (E) bằng

A. 5. **B.** 10. **C.** 12 **D.** 24.

Câu 13: Cho $(E): 16x^2+25y^2=100$ và điểm M thuộc (E) có hoành độ bằng 2. Tổng khoảng cách từ M đến 2 tiêu điểm của (E) bằng

A. 5. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 14: Cho elip $(E): \frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$. Tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 15: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và đi qua điểm $A(2;-2)$ là

A. $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$

Câu 16: Phương trình chính tắc của (E) nhận điểm $M(4;3)$ là một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là

A. $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{3}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

Câu 17: Phương trình chính tắc của (E) có khoảng cách giữa các đường chuẩn bằng $\frac{50}{3}$ và tiêu cự bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{25}=1$. **B.** $\frac{x^2}{89}+\frac{y^2}{64}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường elip $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2. M là điểm thuộc (E). Tính MF_1+MF_2.

A. 5 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 2

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy cho elip $(E): x^2+3y^2=6$. Giá trị nào sau đây là tiêu cự của elip?

A. 2 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 4

Câu 20: Trong hệ trục tọa độ (Oxy), cho elip $(E): \frac{4x^2}{25}+\frac{4y^2}{9}=1$. Độ dài tiêu cự của (E) bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 2.

Câu 21: Cho elip $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$.

B. (E) có tỉ số $\dfrac{c}{a}=\dfrac{4}{5}$.

C. (E) có đỉnh $A_1(-5;0)$.

D. (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy cho (E) có phương trình: $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ khẳng định nào sau đây đúng?

A. (E) có tâm sai $e=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $F_1\left(0;-\sqrt{5}\right),F_2\left(0;\sqrt{5}\right)$ là các tiêu điểm của (E).

C. Độ dài trục lớn là 9.

D. Các đỉnh nằm trên trục lớn là $A_1(0;3)$ và $A_2(0;-3)$.

Câu 23: Cho Elip có phương trình $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. Một tiêu điểm của Elip có tọa độ là:

A. $A\left(\sqrt{3};0\right)$. **B.** $B\left(0;\sqrt{3}\right)$. **C.** $C\left(\sqrt{5};0\right)$. **D.** $D\left(0;\sqrt{5}\right)$.

Câu 24: Cho Elip có phương trình $x^2+4y^2=1$. Tiêu cự của Elip là:

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 25: Diện tích của tứ giác tạo nên bởi các đỉnh của elip $(E):\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ là

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy cho elip có phương trình $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Đường thẳng $\Delta: x=-4$ cắt elip (E) tại hai điểm M, N. Tính độ dài đoạn thẳng MN?

A. $MN=\dfrac{18}{25}$. **B.** $MN=\dfrac{9}{25}$. **C.** $MN=\dfrac{18}{5}$. **D.** $MN=\dfrac{9}{5}$.

Câu 27: Trong hệ tọa độ (Oxy), cho elip $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$. Bán kính qua tiêu của (E) đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. 0 **B.** 1 **C.** $\dfrac{3}{5}$ **D.** 2

Câu 28: Một elip (E) có phương trình $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, trong đó $a>b>0$. Biết (E) đi qua điểm $A\left(2;\sqrt{2}\right)$ và $B\left(2\sqrt{2};0\right)$ thì (E) có độ dài trục bé là

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 29: Cho (E) có hai tiêu điểm $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$ và điểm M thuộc (E). Biết chu vi tam giác MF_1F_2 bằng 18. Khi đó tâm sai của (E) bằng

A. $\frac{4}{18}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $-\frac{4}{5}$. **D.** $-\frac{4}{9}$.

Câu 30: Cho (E) có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{7};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{7};0\right)$ và điểm $M\left(-\sqrt{7};\frac{9}{4}\right)$ thuộc (E). Gọi N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O. Khi đó

A. $NF_1+MF_2=\frac{9}{2}$. **B.** $NF_2+MF_1=\frac{9}{2}$. **C.** $NF_2-NF_1=\frac{7}{2}$ **D.** $NF_1+MF_2=8$.

DẠNG 2: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH CHÍNH TẮC CỦA ELIP

1 PHƯƠNG PHÁP.

{ Phương trình chính tắc của Elip có dạng: $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $b^2=a^2-c^2$; ...}

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M\left(2;\frac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$.

b) Elip nhận $F_2(5;0)$ là một tiêu điểm và có độ dài trục nhỏ bằng $4\sqrt{6}$.

c) Elip có độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ và tiêu cự bằng 2.

d) Elip đi qua hai điểm $M\left(2;-\sqrt{2}\right)$ và $N\left(-\sqrt{6};1\right)$.

Câu 2: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip có tổng độ dài hai trục bằng 8 và tâm sai $e=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

b) Elip có tâm sai $e=\frac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở có chu vi bằng 20.

c) Elip có tiêu điểm $F_1(-2;0)$ và hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng $12\sqrt{5}$.

Câu 3: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M\left(-\sqrt{5};2\right)$ và khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng 10.

b) Elip có tâm sai $e=\frac{3}{5}$ và khoảng cách từ tâm đối xứng của nó đến một đường chuẩn bằng $\frac{25}{3}$.

c) Elip có độ dài trục lớn bằng 10 và phương trình một đường chuẩn là $x=\frac{25}{4}$.

d) Khoảng cách giữa các đường chuẩn bằng 36 và bán kính qua tiêu điểm của điểm M thuộc Elip là 9 và 15.

Câu 4: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip có hình chữ nhật cơ sở nội tiếp đường tròn $(C): x^2+y^2=41$ và đi qua điểm $A(0;5)$.

b) Elip có hình chữ nhật cơ sở nội tiếp đường tròn $(C): x^2+y^2=21$ và điểm $M(1;2)$ nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc 60^0.

c) Một cạnh hình chữ nhật cơ sở của Elip nằm trên $d: x-\sqrt{5}=0$ và độ dài đường chéo hình chữ nhật bằng 6.

d) Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có bốn đỉnh trùng với các đỉnh của Elip. Bán kính của đường tròn nội tiếp hình thoi bằng $\sqrt{2}$ và tâm sai của Elip bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 5: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết

a) Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có bốn đỉnh trùng với các đỉnh của Elip. Đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $(C): x^2+y^2=4$ và $AC=2BD$, A thuộc Ox.

b) Elip có độ dài trục lớn bằng 8 và giao điểm của Elip với đường tròn $(C): x^2+y^2=8$ tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.

c) Elip có tâm sai $e=\frac{1}{3}$ và giao điểm của Elip với đường tròn $(C): x^2+y^2=9$ tại bốn điểm A, B, C, D sao cho AB song song với Ox và $AB=3BC$.

d) Elip có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$, các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của Elip cùng nằm trên một đường tròn.

Câu 6: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết

a) Elip có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông có diện tích bằng 32.

b) Elip có một đỉnh và hai tiêu điểm tạo thành một tam giác đều và chu vi hình chữ nhật cơ sở của Elip bằng $12\left(2+\sqrt{3}\right)$.

c) Elip đi qua điểm $M\left(2\sqrt{3};2\right)$ và M nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc vuông.

d) Elip đi qua điểm $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và tiêu điểm nhìn trục nhỏ dưới một góc 60^0.

Câu 7: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết

a) Elip có một tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$ và đi qua điểm M, biết tam giác F_1MF_2 có diện tích bằng 1 và vuông tại M.

b) Elip đi qua ba đỉnh của tam giác đều ABC. Biết tam giác ABC có trục đối xứng là Oy, $A(0;2)$ và có diện tích bằng $\dfrac{49\sqrt{3}}{12}$.

c) Khi M thay đổi trên Elip thì độ dài nhỏ nhất của OM bằng 4 và độ dài lớn nhất của MF_1 bằng 8 với F_1 là tiêu điểm có hoành độ âm của Elip.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Phương trình chính tắc của Elip là

A. $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=-1$. **B.** $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

C. $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ \left(a>b>0\right)$. **D.** $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=-1$.

Câu 2: Phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10.

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{81}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{16}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

Câu 3: Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $9x^2+16y^2=144$. **B.** $9x^2+16y^2=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$.

Câu 4: Cho (E) có hình chữ nhật cơ sở diện tích bằng 8, chu vi bằng 6 thì phương trình chính tắc là:

A. $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{1}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Câu 5: Cho (E) có tiêu điểm $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$, tâm sai $e=\dfrac{4}{5}$ thì phương trình là:

A. $4x^2+5y^2=20$. **B.** $16x^2+25y^2=400$.

C. $9x^2+25y^2=225$. **D.** $9x^2+16y^2=144$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 12 và độ dài trục bé bằng 6. Phương trình nào sau đây là phương trình của elip (E)

A. $\dfrac{x^2}{144}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{9}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{144}+\dfrac{y^2}{36}=0$.

Câu 7: Tìm phương trình chính tắc của Elip có tâm sai bằng $\dfrac{1}{3}$ và trục lớn bằng 6.

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{5}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{5}=1$.

Câu 8: Phương trình Elip có trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ và một tiêu điểm $F_1(-1;0)$ là:

A. $4x^2+5y^2=20$. **B.** $4x^2+5y^2=12$. **C.** $5x^2+4y^2=20$ **D.** $5x^2+4y^2=12$.

Câu 9: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, trục nhỏ bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $9x^2+16y^2=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 10: Phương trình chính tắc của (E) có tâm sai $e=\frac{4}{5}$, độ dài trục nhỏ bằng 12 là

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **C.** $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$. **D.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{25}=1$.

Câu 11: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 6, tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3}$ là

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **C.** $\frac{x^2}{19}+\frac{y^2}{5}=1$. **D.** $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$.

Câu 12: Elip có hai đỉnh $(-3;0)$; $(3;0)$ và hai tiêu điểm $(-1;0)$ và $(1;0)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$.

Câu 13: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$ là

A. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{24}=1$. **C.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{6}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 14: Phương trình chính tắc của (E) có đường chuẩn $x+4=0$ và tiêu điểm $F(-1;0)$ là

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{15}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$.

Câu 15: Phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$. **B.** $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 16: Elip có hai tiêu điểm $F_1(-1;0); F_2(1;0)$ và tâm sai $e=\frac{1}{5}$ có phương trình là

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=1$. **B.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{25}=-1$. **C.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{25}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=-1$.

Câu 17: Trong hệ trục tọa độ Oxy, một elip có độ dài trục lớn là 8, độ dài trục bé là 6 thì có phương trình chính tắc là.

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$.

Câu 18: Các đỉnh của Elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$; $(a>b>0)$ tạo thành hình thoi có một góc ở đỉnh là $60°$, tiêu cự của (E) là 8, thế thì $a^2+b^2=?$

A. 16. **B.** 32. **C.** 64. **D.** 128.

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Elip (E) đi qua điểm $M(0;3)$. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm bất kì trên (E) bằng 8. Phương trình chính tắc của Elip là

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ **B.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{64}=1$ **D.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{9}=1$

Câu 20: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho đường elip $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{5}=1$ và hai điểm $M(-5;-1), N(-1;1)$. Điểm K thay đổi trên elip (E). Diện tích tam giác MNK lớn nhất bằng

A. $9\sqrt{5}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 9. **D.** 18.

Câu 21: Cho elip $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Xét các điểm M,N lần lượt thuộc các tia Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (E). Hỏi độ dài ngắn nhất của MN là bao nhiêu?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

DẠNG 3: TÌM ĐIỂM THUỘC ELIP THỎA ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho Elip có phương trình chính tắc: $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $b^2=a^2-c^2$.

- $M(x;y)\in(E)$. Khi đó $MF_1=a+ex$: bán kính qua tiêu điểm trái.

  $MF_2=a-ex$: bán kính qua tiêu điểm phải.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip; A, B là hai điểm thuộc (E) sao cho $AF_1+BF_2=8$. Tính AF_2+BF_1.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1=2MF_2$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1-MF_2=2$.

Câu 2: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm những điểm M thuộc (E) sao cho nó nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{4}+y^2=1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{F_1MF_2}=60^0$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{25}=1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{F_1MF_2}=120^0$.

d) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2 trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{MF_1F_2}=120^0$.

Câu 3: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$ và điểm $C(2;0)$. Tìm tọa độ các điểm A, B thuộc (E), biết rằng A, B đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E) có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$ và điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết B có tung độ dương.

Câu 4: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{5}=1$ và hai điểm $A(-5;-1)$, $B(-1;1)$. Xác đinh tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$ và hai điểm $A(3;4)$, $B(5;3)$. Tìm trên (E) điểm C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng 4,5.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm trên (E) những điểm sao cho khoảng cách từ điểm đó đến đường thẳng $d:2x-3y+1=0$ là lớn nhất.

Câu 5: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ và các điểm $A(-3;0)$, $I(-1;0)$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho bán kính đường tròn nội tiếp tam giác MF_1F_2 bằng $\frac{4}{3}$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho đường phân giác trong góc $\widehat{F_1MF_2}$ đi qua điểm $N\left(-\frac{48}{25}; 0\right)$

.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho Elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Với M là điểm bất kì nằm trên (E), khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $4 \le OM \le 5$. **B.** $OM \ge 5$. **C.** $OM \le 3$. **D.** $3 \le OM \le 4$.

Câu 2: Elip đi qua điểm $M\left(1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ thì có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{1} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$.

Câu 3: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ và điểm M nằm trên (E). Nếu điểm M có hoành độ bằng -13 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng:

A. $8;\ 18$. **B.** $13 \pm \sqrt{5}$. **C.** $10; 16$. **D.** $13 \pm \sqrt{10}$.

Câu 4: Cho Elíp có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 100$. Tính tổng khoảng cách từ điểm thuộc elíp có hoành độ $x = 2$ đến hai tiêu điểm.

A. 10. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** $4\sqrt{3}$.

Câu 5: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Đường thẳng $(d): x = -4$ cắt (E) tại hai điểm M, N. Khi đó:

A. $MN = \frac{9}{25}$. **B.** $MN = \frac{18}{25}$. **C.** $MN = \frac{18}{5}$. **D.** $MN = \frac{9}{5}$.

Câu 6: Cho Elip có phương trình: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$. M là điểm thuộc (E) sao cho $MF_1=MF_2$. Khi đó tọa độ điểm M là:

A. $M_1(0;1), M_2(0;-1)$.
B. $M_1(0;2), M_2(0;-2)$.
C. $M_1(-4;0), M_2(4;0)$.
D. $M_1(0;4), M_2(0;-4)$.

Câu 7: Dây cung của Elip $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,(0<b<a)$. vuông góc với trục lớn tại tiêu điểm có độ dài là

A. $\frac{2c^2}{a}$.
B. $\frac{2b^2}{a}$.
C. $\frac{2a^2}{c}$.
D. $\frac{a^2}{c}$.

Câu 8: Cho (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ và điểm M thuộc (E). Khi đó độ dài OM thỏa mãn

A. $OM\le 3$
B. $3\le OM\le 4$.
C. $4\le OM\le 5$.
D. $OM\ge 5$.

Câu 9: Cho $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Đường thẳng $d: x=-4$ cắt (E) tại hai điểm M, N. Khi đó, độ dài đoạn MN bằng

A. $\frac{9}{5}$.
B. $\frac{9}{25}$.
C. $\frac{18}{5}$.
D. $\frac{18}{25}$.

Câu 10: Đường thẳng $y=kx$ cắt (E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ tại hai điểm M, N phân biệt. Khi đó M, N

A. Đối xứng nhau qua $O(0;0)$.
B. Đối xứng nhau qua Oy.
C. Đối xứng nhau qua Ox.
D. Đối xứng nhau qua $I(0;1)$.

Câu 11: Cho elip $(E):\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ và điểm M thuộc (E) có hoành độ $x_M=-13$. Khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm của (E) lần lượt là

A. 10 và 6.
B. 8 và 18.
C. 13 và $\pm\sqrt{5}$.
D. 13 và $\pm\sqrt{10}$

Câu 12: Cho elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$, với tiêu điểm F_1,F_2. Lấy hai điểm $A,B\in(E)$ sao cho $AF_1+BF_1=8$. Khi đó, $AF_2+BF_2=?$

A. 6.
B. 8.
C. 12.
D. 10.

Câu 13: Cho elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Tìm toạ độ điểm $M\in(E)$ sao cho M nhìn F_1,F_2 dưới một góc vuông:

A. $(-5;0)$.
B. $\left(4;-\frac{9}{5}\right)$.
C. $(0;4)$.
D. $\left(\frac{5\sqrt{7}}{4};\frac{9}{4}\right)$.

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{5}=1$ và hai điểm $A(-5;-1)$, $B(-1;1)$. Điểm M bất kì thuộc (E), diện tích lớn nhất của tam giác MAB là:

A. 18.
B. 9.
C. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$.
D. $4\sqrt{2}$.

Câu 15: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip (E): $x^2+4y^2-4=0$. Tìm tất cả những điểm N trên elip (E) sao cho: $\widehat{F_1NF_2}=60^0$ ($F1,\ F2$ là hai tiêu điểm của elip (E))

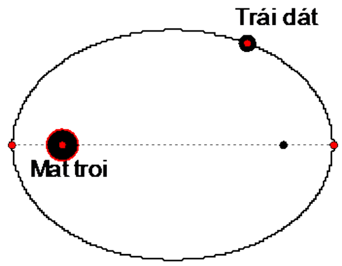
A. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$.

B. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$.

C. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$.

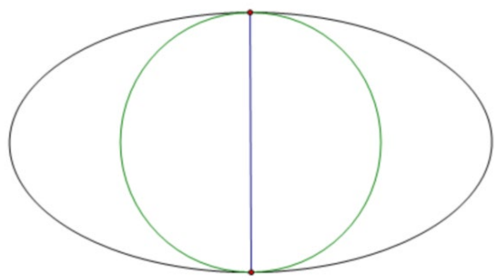
D. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Câu 16: Các hành tinh và các sao chổi khi chuyển động xung quanh mặt trời có quỹ đạo là một đường elip trong đó tâm mặt trời là một tiêu điểm. Điểm gần mặt trời nhất gọi là *điểm cận nhật*, điểm xa mặt trời nhất gọi là *điểm viễn nhật*. Trái đất chuyển động xung quanh mặt trời theo quỹ đạo là một đường elip có độ dài nửa trục lớn bằng 93.000.000 dặm. Tỉ số khoảng cách giữa điểm cận nhật và điểm viễn nhật đến mặt trời là $\frac{59}{61}$. Tính khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điểm cận nhật. Lấy giá trị gần đúng.



A. Xấp xỉ 91.455.000 dặm.
B. Xấp xỉ 91.000.000 dặm.
C. Xấp xỉ 91.450.000 dặm.
D. Xấp xỉ 91.550.000 dặm.

Câu 17: Ông Hoàng có một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là $60m$ và $30m$. Ông chia thành hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với elip để làm mục đích sử dụng khác nhau. Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích elip được tính theo công thức $S=\pi ab$ trong đó a,b lần lượt là đọ dài nửa trục lớn và nửa trục bé của elip. Biết độ rộng của đường elip không đáng kể.



A. $T=\frac{2}{3}$.
B. $T=1$.
C. $T=\frac{1}{2}$.
D. $T=\frac{3}{2}$.

CHƯƠNG VII

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẲNG

BÀI 6. BA ĐƯỜNG CONIC

I LÝ THUYẾT.

I. ĐƯỜNG ELIP

1. Định nghĩa đường elip: Cho hai điểm cố định và phân biệt F_1, F_2. Đặt $F_1F_2 = 2c > 0$. Cho số thực a lớn hơn c. Tập hợp các điểm M sao cho $MF_1 + MF_2 = 2a$ được gọi là đường elip . Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai tiêu điểm và $F_1F_2 = 2c$ được gọi là tiêu cự của elip đó.

2. Phương trình chính tắt của đường elip: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, elip có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đọan thẳng nối hai tiêu điểm đó thì phương trình elip được viết dưới dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$. (2)

Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (2) đều là phương trình của elip có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{a^2-b^2};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{a^2-b^2};0\right)$, tiêu cự $2c = 2\sqrt{a^2-b^2}$ và tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip đó tới hai tiêu điểm bằng $2a$.

- Phương trình (2) được gọi là phương trình chính tắc của elip tương ứng.

***Tính chất và hình dạng của Elip:** Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

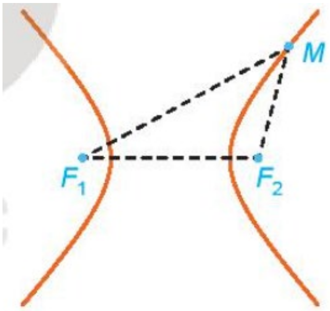
- Trục đối xứng Ox, Oy
- Tâm đối xứng O.
- Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$. Độ dài trục bé $2b$.
- Nội tiếp trong hình chữ nhật cơ sở có kích thước là $2a$ và $2b$.
- Tâm sai $e = \frac{c}{a} < 1$.
- Hai đường chuẩn $x = \frac{a}{e}$ và $x = -\frac{a}{e}$.

- $M(x;y)\in(E)$. Khi đó $MF_1=a+ex$: bán kính qua tiêu điểm trái.

$MF_2=a-ex$: bán kính qua tiêu điểm phải.

II. ĐƯỜNG HYPEBOL

Trên mặt phẳng, nếu hai thiết bị đặt tại các vị trí F_1,F_2 nhận được một tín hiệu âm thanh cùng lúc thì vị trí phát ra tín hiệu cách đều hai điểm F_1,F_2, và do đó, nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng F_1F_2.



Hình 7.23

Cho hai điểm phân biệt cố định F_1, F_2. Đặt $F_1F_2=2c$. Cho số thực dương a nhỏ hơn c. Tập hợp các điểm M sao cho $|MF_1-MF_2|=2a$ được gọi là đường hypebol . Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai *tiêu điểm* và $F_1F_2=2c$ được gọi là *tiêu cự* của hypebol đó.
Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hypebol có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, với $a,b>0$.

Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (4) đều là phương trình của hypebol có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{a^2+b^2};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{a^2+b^2};0\right)$, tiêu cự $2x=2\sqrt{a^2+b^2}$ và giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol đến hai tiêu điểm bằng $2a$.

Phương trình được gọi là phương trình chính tắc của hypebol tương ứng.

III. ĐƯỜNG PARABOL

Cho một điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F. Tập hợp các điểm M cách đều F và Δ được gọi là đường parabol . Điểm F được gọi là tiêu điểm, Δ được gọi là đường chuẩn, khoảng cách từ F đến Δ được gọi là tham số tiêu của parabol đó.
Xét (P) là một parabol với tiêu điểm F, đường chuẩn Δ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của F trên Δ. Khi đó, trong hệ trục tọa độ Oxy với gốc O là trung điểm của HF, tia Ox trùng với tia OF, parabol (P) có phương trình

$$y^2=2px \qquad (5)$$

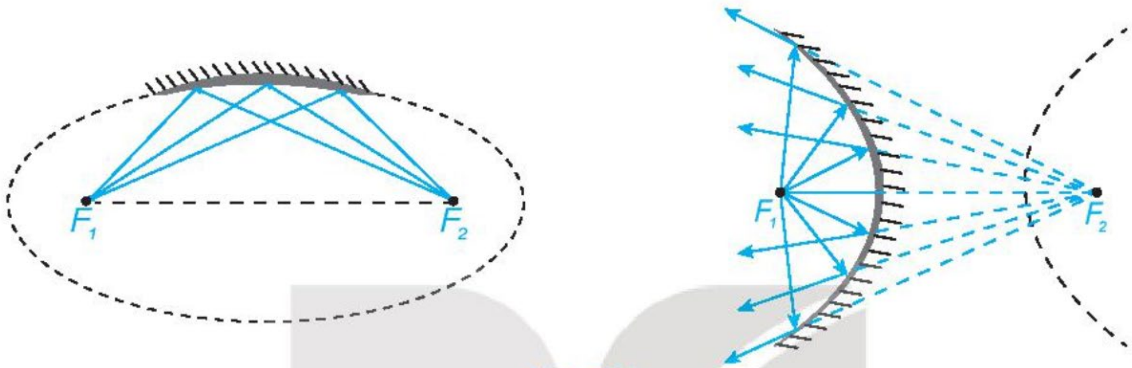
Phương trình (5) được gọi là phương trình chính tắc của parabol (P).

Ngược lại, mỗi phương trình dạng (5), với $p>0$, là phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta: x=-\frac{p}{2}$.

IV. MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA BA ĐƯỜNG CONIC. TÍNH CHẤT QUANG HỌC

Tương tự gương cầu lồi thường đặt ở những khúc đường cua, người ta cũng có những gương elip, hypebol, parabol. Tia sáng gặp các gương này, đều được phản xạ theo một quy tắc được xác định rõ bằng hình học, chẳng hạn:

- Tia sáng phát ra từ một tiêu điểm của elip, hypebol sau khi gặp elip, hypebol sẽ bị hắt lại theo một tia nằm trên đường thẳng đi qua tiêu điểm còn lại .



Hình 7.29

Nhà vòm hoa (Flower Dome) trong Khu vườn bên vịnh (Gardens by the Bay), Singapore

Công viên với hình elip ở phía nam Nhà Trắng, Hoa Kỳ

Ba đường conic xuất hiện và có nhiều ứng dụng trong khoa học và trong cuộc sống, chẳng hạn:

- Tia nước bắn ra từ đài phun nước, đường đi bổng của quả bóng là những hình ảnh về đường parabol;
- Khi nghiêng cốc tròn, mặt nước trong cốc có hình elip. Tương tự, dưới ánh sáng mặt trời, bóng của một quả bóng, nhìn chung, là một elip;
- Ánh sáng phát ra từ một bóng đèn Led trên trần nhà có thể tạo nên trên tường các nhánh hypebol;

BÀI TẬP.

Câu 1. Cho elip có phương trình $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$.Tìm tiêu điểm và tiêu cự của elip

Lời giải

Ta có: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1 \Rightarrow \begin{cases} a^2=36 \\ b^2=9 \end{cases}$

Mặt khác $c^2=a^2-b^2=36-9=27 \Rightarrow c=\pm\sqrt{27}$.

Vậy ta có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{27};0\right)$ và $F_2\left(\sqrt{27};0\right)$,có tiêu cự bằng $2c=2\sqrt{27}$.

Câu 2. Cho hypebol có phương trình: $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=1$. Tìm tiêu điểm và tiêu cự của hypebol.

Lời giải

Ta có: $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=1 \Rightarrow \begin{cases} a^2=7 \\ b^2=9 \end{cases}$

Mặt khác $c^2=a^2+b^2=49+81=130 \Rightarrow c=\pm\sqrt{130}$.

Vậy ta có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{130};0\right)$ và $F_2\left(\sqrt{130};0\right)$; có tiêu cự bằng $2c=2\sqrt{130}$.

Câu 3. Cho parabol có phương trình: $y^2=8x$. Tìm tiêu điểm và đường chuẩn của parabol.

Lời giải

Ta có :

$2p=8 \Leftrightarrow p=4$ nên tiêu điểm của parabol $F\left(\frac{p}{2};0\right)=F$ và đường chuẩn :$\Delta: x=-\frac{p}{2}=-\frac{4}{2}=-2$.

Câu 4. Lập phương trình chính tắc của elip đi qua điểm A và có một tiêu điểm là F_2.

Lời giải

Ta có:Phương trình elip có dạng:$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

Do đi qua $A(5;0)$nên: $\frac{25}{a^2}+\frac{0}{b^2}=1 \Rightarrow a^2=25$

Mặc khác: tiêu điểm $F_2(3;0)$nên $\Rightarrow c=3 => c^2=9=a^2+b^2$

Từ và => $b^2=16$nên :$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$

Câu 5. Lập phương trình chính tắc của parabol đi qua điểm M

Lời giải

Giả sử : $y^2=2px$

Vì đi qua M nên:$16=2p.2 => p=4$.Vậy $y^2=8x$

Câu 6. Có hai trạm phát tín hiệu vô tuyến đặt tại hai vị trí A, B cách nhau 300 km. Tại cùng một thời điểm, hai trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292 000 km/s để một tàu thuỷ thu và đo độ lệch thời gian. Tín hiệu từ *A* đến sớm hơn tín hiệu từ B là 0,0005 s. Từ thông tin trên, ta có thể xác định được tàu thuỷ thuộc đường hypebol nào? Viết phương trình chính tắc của hypebol đó theo đơn vị kilômét.

Lời giải

Ta có:

Do tín hiệu A đến sớm hơn tín hiệu từ B nên tàu thuỷ thuộc đường hepebol nhánh A.

Gọi vị trí tàu thuỷ là điểm M.

Phương trình hyperbol có dạng: :$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

$$|MA-MB|=2a=292000x0{,}0005=146km \Rightarrow a=73$$
$$AB=300km=2c \Rightarrow c=150$$

Từ đó, $b^2=c^2-a^2=17171$

Vậy phương trình hyperbol :$\frac{x^2}{73^2}-\frac{y^2}{17171^2}=1$

Câu 7. Khúc cua của một con đường có dạng hình parabol, điểm đầu vào khúc cua là A điểm cuối là B, khoảng cách $AB=400m$. Đỉnh parabol của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng 20 m và cách đều *A, B* .

a).Lập phương trình chính tắc của , với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng toạ độ tương ứng 1 m trên thực tế.

b). Lập phương trình chính tắc của , với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng toạ độ tương ứng 1 km trên thực tế.

Lời giải

a) Phương trình chính tắc : $y^2 = 2px$

Theo đề ta có A, B, O

Do đi qua A nên suy ra $20^2 = 2p = -400 \Rightarrow p = -1$

Vậy : $y^2 = -2x$

b) Phương trình chính tắc : $y^2 = 2px$

Theo đề ta có A, B, O

Do đi qua A nên suy ra $0{,}02^2 = 2p = -0{,}4 \Rightarrow p = -0{,}001$

Vậy : $y^2 = -0{,}002x$

II HỆ THỐNG BÀI TẬP.

DẠNG 1: XÁC ĐỊNH CÁC YẾU TỐ CỦA ELÍP

{ Xác định các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm. của elip}

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho Elip có phương trình chính tắc: $(E): \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ với $b^2 = a^2 - c^2$.

● Tiêu điểm $F_1(-c;0)$, $F_2(c;0)$.

● Tọa độ các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$.

● Độ dài trục lớn $2a$.

● Độ dài trục bé $2b$.

● Tiêu cự $2c$

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E): \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{1} = 1$.

Lời giải

Từ phương trình của $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$ (E), ta có $a = 2,\ b = 1$. Suy ra $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$.

Suy ra tọa độ các đỉnh là $A_1(-2;0)$; $A_2(2;0)$; $B_1(0;-1)$; $B_2(0;1)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2 = 4$, độ dài trục bé $B_1B_2 = 2$.

Tiêu cự $F_1F_2 = 2c = 2\sqrt{3}$, tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$; $F_2\left(\sqrt{3};0\right)$.

Tâm sai của $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$ là $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E): 4x^2 + 25y^2 = 100$.

Lời giải

Ta có $4x^2 + 25y^2 = 100 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ suy ra $a = 5;\ b = 2$ nên $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{21}$.

Do đó tọa độ các đỉnh là $A_1(-5;0)$; $A_2(5;0)$; $B_1(0;-2)$; $B_2(0;2)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2 = 10$, độ dài trục bé $B_1B_2 = 4$.

Tiêu cự $F_1F_2 = 2c = 2\sqrt{21}$, tiêu điểm là $F_1\left(-\sqrt{21};0\right)$; $F_2\left(\sqrt{21};0\right)$.

Tâm sai của (E) là $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{21}}{5}$.

Câu 3: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E): 4x^2 + 9y^2 = 1$.

Lời giải

Ta có $4x^2 + 9y^2 = 1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\frac{1}{4}} + \dfrac{y^2}{\frac{1}{9}} = 1$ suy ra $a = \dfrac{1}{2};\ b = \dfrac{1}{3}$ nên $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \dfrac{\sqrt{5}}{6}$.

Do đó tọa độ các đỉnh là $A_1\left(-\dfrac{1}{2};0\right)$; $A_2\left(\dfrac{1}{2};0\right)$; $B_1\left(0;-\dfrac{1}{3}\right)$; $B_2\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2 = 1$, độ dài trục bé $B_1B_2 = \dfrac{2}{3}$.

Tiêu cự $F_1F_2 = 2c = \dfrac{2\sqrt{5}}{6}$, tiêu điểm là $F_1\left(-\dfrac{\sqrt{5}}{6};0\right)$; $F_2\left(\dfrac{\sqrt{5}}{6};0\right)$.

Tâm sai của (E) là $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 4: Tìm tâm sai của Elíp biết:

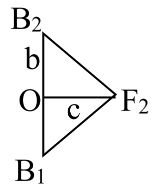
a) Mỗi tiêu điểm nhìn trục nhỏ dưới một góc 60^0.

b) Đỉnh trên trục nhỏ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc 60^0.

c) Khoảng cách giữa hai đỉnh trên hai trục bằng hai lần tiêu cự:

Lời giải

a) Từ giả thiết, ta có: $\tan 30° = \frac{b}{c} \Leftrightarrow b = c.\tan 30°$



Suy ra: $e = \frac{c}{a}$

$$\Leftrightarrow e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{c^2}{b^2+c^2} = \frac{c^2}{c^2.\tan^2 30° + c^2} = \frac{1}{\tan^2 30° + 1} = \cos^2 30°$$

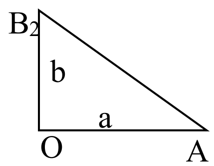
$$\Leftrightarrow e = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

b) Từ giả thiết, ta có $\cot 30° = \frac{b}{c} \Leftrightarrow b = c.\cot 30°$

Suy ra: $e = \frac{c}{a}$

$$\Leftrightarrow e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{c^2}{b^2+c^2} = \frac{c^2}{c^2.\cot^2 30° + c^2} = \frac{1}{\cot^2 30° + 1} = \sin^2 30°$$

$$\Leftrightarrow e = \sin 30° = \frac{1}{2}$$



c) Từ giả thiết, ta có: $A_2B_2 = 4c$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2+b^2} = 4c \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 16c^2$$

$$\Leftrightarrow c^2 + b^2 + b^2 = 16c^2 \Leftrightarrow b^2 = \frac{15c^2}{2}.$$

Suy ra: $e = \frac{c}{a} \Leftrightarrow e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{c^2}{b^2+c^2} = \frac{c^2}{\frac{15c^2}{2} + c^2} = \frac{2}{17}$

$$\Leftrightarrow e = \frac{\sqrt{34}}{2}$$

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cặp điểm nào là các tiêu điểm của elip $(E): \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$?

A. $F_{1,2} = (0;\pm 1)$. **B.** $F_{1,2} = (\pm 1;0)$. **C.** $F_{1,2} = (\pm 3;0)$. **D.** $F_{1,2} = (1;\pm 2)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $a^2 = 5; b^2 = 4 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow F_{1,2} = (\pm 1;0)$.

Câu 2: Cho Elip $(E): 4x^2+9y^2=36$. Mệnh đề nào ***sai*** trong các mệnh đề sau:

A. (E) có tỉ số $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** (E) có trục lớn bằng 6.

C. (E) có trục nhỏ bằng 4. **D.** (E) có tiêu cự $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D.

$(E): 4x^2+9y^2=36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$

Suy ra: $a=3, b=2, c=\sqrt{5}$

Tiêu cự của (E) là $2c=2\sqrt{5}$.

Câu 3: Cho elip $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{1}=1$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Tỉ số giữa trục lớn và trục nhỏ bằng $\sqrt{3}$. **B.** Tiêu cự bằng 4.

C. Tâm sai $e=\frac{2}{3}$. **D.** Hai tiêu điểm $F_1(-2;0)$ và $F_2(2;0)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(E): \frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{1}=1 \Rightarrow \begin{cases} a^2=3 \Rightarrow a=\sqrt{3} \\ b^2=1 \Rightarrow b=1 \\ c^2=a^2-b^2=2 \Rightarrow c=\sqrt{2} \end{cases}$.

Câu 4: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

A. $4x^2+8y^2=32$. **B.** $\frac{x^2}{\frac{1}{5}}+\frac{y^2}{\frac{1}{2}}=1$.

C. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{16}=-1$. **D.** $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $4x^2+8y^2=32 \Leftrightarrow \frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 5: Cho elip $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. Chọn khẳng định **sai**

A. Điểm $A(3;0)\in(E)$. **B.** (E) có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}$.

C. Trục lớn của (E) có độ dài bằng 6. **D.** (E) có tâm sai bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

Có $(E): \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1 \Rightarrow \begin{cases} a^2=9 \Rightarrow a=3 \\ b^2=4 \Rightarrow b=2 \\ c^2=a^2-b^2=5 \Rightarrow c=\sqrt{5} \end{cases}$.

Khi đó (E) có tâm sai bằng $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 6: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

A. $x^2-y^2=2$. **B.** $x^2+y^2=2$.

C. $x^2+2y^2=2$. **D.** $x^2=2y^2$.

Lời giải

Chọn C.

Vì $x^2+2y^2=2 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{1}=1$.

Câu 7: Trong mặt phẳng (Oxy), cho elip (E) có phương trình $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{16}=1$. Tìm tiêu cự của (E).

A. $F_1F_2=12$ **B.** $F_1F_2=8$ **C.** $F_1F_2=2\sqrt{5}$ **D.** $F_1F_2=4\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn D

$\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{16}=1 \Rightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow c^2=a^2-b^2=20 \Rightarrow c=2\sqrt{5} \Rightarrow F_1F_2=4\sqrt{5}$.

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy, tìm tiêu cự của elip $(E): \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

A. 3 **B.** 6 **C.** 4 **D.** 5

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} a^2=25 \\ b^2=16 \end{cases} \Rightarrow c^2=25-16=9 \Rightarrow c=3$.

Vậy tiêu cự $2c=6$.

Câu 9: Tìm các tiêu điểm của Elip $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1$

A. $F_1(3;0);\ F_2(0;-3)$. **B.** $F_1(\sqrt{8};0);\ F_2(0;-\sqrt{8})$.

C. $F_1(-3;0);\ F_2(0;-3)$. **D.** $F_1(-\sqrt{8};0);\ F_2(\sqrt{8};0)$.

Lời giải

Chọn D.

$(E): \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{1}=1$ có $a=3;\ b=1 \Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{8}$.

Vậy (E) có các tiêu điểm là: $F_1\left(-\sqrt{8};0\right)$; $F_2\left(\sqrt{8};0\right)$.

Câu 10: Elíp $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 25. **B.** 50. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1 \Rightarrow a=5$.

Do đó (E) có độ dài trục lớn là $2a=10$.

Câu 11: Cho $9x^2+25y^2=225$. Hỏi diện tích hình chữ nhật cơ sở ngoại tiếp (E) là

A. 15. **B.** 30. **C.** 40. **D.** 60.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình chính tắc của (E): $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Ta có $\begin{cases} a^2=25 \\ b^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases}$.

Diện tích hình chữ nhật cơ sở ngoại tiếp (E) là $S=4ab=60$.

Câu 12: Cho (E) có độ dài trục lớn bằng 26, tâm sai $e=\dfrac{12}{13}$. Độ dài trục nhỏ của (E) bằng

A. 5. **B.** 10. **C.** 12 **D.** 24.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $2a=26 \Rightarrow a=13$.

$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{12}{13} \Rightarrow c=12$.

$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{169-144}=5$.

Độ dài trục nhỏ là $2b=10$.

Câu 13: Cho $(E):16x^2+25y^2=100$ và điểm M thuộc (E) có hoành độ bằng 2. Tổng khoảng cách từ M đến 2 tiêu điểm của (E) bằng

A. 5. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $(E): \dfrac{x^2}{\frac{100}{16}} + \dfrac{y^2}{\frac{100}{25}} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = \dfrac{100}{16} \\ b^2 = \dfrac{100}{25} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{5}{2} \\ b = 2 \end{cases}$

Theo định nghĩa Elip thì với mọi điểm $M \in (E)$ ta có: $MF_1 + MF_2 = 2a = 5$.

Câu 14: Cho elip $(E): \dfrac{x^2}{5} + \dfrac{y^2}{4} = 1$. Tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5}$; $b^2 = 4 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 1$.

Vậy tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\dfrac{2c}{2a} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 15: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và đi qua điểm $A(2;-2)$ là

A. $\dfrac{x^2}{24} + \dfrac{y^2}{16} = 1$. **B.** $\dfrac{x^2}{36} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. **C.** $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$. **D.** $\dfrac{x^2}{20} + \dfrac{y^2}{5} = 1$

Lời giải

Chọn D.

Gọi phương trình elip là $(E): \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

Theo bài ra ta có: $\begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \dfrac{4}{a^2} + \dfrac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \dfrac{4}{4b^2} + \dfrac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 5 \end{cases}$.

Vậy phương trình elip là $(E): \dfrac{x^2}{20} + \dfrac{y^2}{5} = 1$.

Câu 16: Phương trình chính tắc của (E) nhận điểm $M(4;3)$ là một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là

A. $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$. **B.** $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1$. **C.** $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{3} = 1$. **D.** $\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$

Lời giải

Chọn A.

Gọi phương trình elip là $(E): \dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$.

Vì $M(4;3)$ là một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở nên $a=4$, $b=3$.

Vậy phương trình elip là $(E): \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 17: Phương trình chính tắc của (E) có khoảng cách giữa các đường chuẩn bằng $\frac{50}{3}$ và tiêu cự bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{25}=1$. **B.** $\frac{x^2}{89}+\frac{y^2}{64}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$

Lời giải

Chọn C.

Gọi phương trình elip là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

Theo bài ra ta có $\begin{cases} \frac{a^2}{c}=\frac{25}{3} \\ 2c=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=25 \\ c=3 \end{cases} \Rightarrow b^2=a^2-c^2=16$.

Vậy phương trình elip là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường elip $(E): \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2. M là điểm thuộc (E). Tính MF_1+MF_2.

A. 5 **B.** 6 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải

Chọn B

Phương trình của (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a^2=b^2+c^2)$. Suy ra $a^2=9 \Rightarrow a=3$.

Do M thuộc (E) nên $MF_1+MF_2=2a=6$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy cho elip $(E): x^2+3y^2=6$. Giá trị nào sau đây là tiêu cự của elip?

A. 2 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 4

Lời giải

Chọn D

Ta có $(E): \frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$, dó đó $a=\sqrt{6}$, $b=\sqrt{2}$, $c=2$. Độ dài tiêu cự là $2c=4$.

Câu 20: Trong hệ trục tọa độ (Oxy), cho elip $(E): \frac{4x^2}{25}+\frac{4y^2}{9}=1$. Độ dài tiêu cự của (E) bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(E): \dfrac{4x^2}{25}+\dfrac{4y^2}{9}=1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\frac{25}{4}}+\dfrac{y^2}{\frac{9}{4}}=1 \Leftrightarrow \dfrac{x^2}{\left(\frac{5}{2}\right)^2}+\dfrac{y^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^2}=1$.

Do đó $\begin{cases} a=\dfrac{5}{2} \\ b=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=2$. Vậy độ dài tiêu cự là $F_1F_2=2c=4$.

Câu 21: Cho elip $(E): \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$.

B. (E) có tỉ số $\dfrac{c}{a}=\dfrac{4}{5}$.

C. (E) có đỉnh $A_1(-5;0)$.

D. (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình elip $(E): \dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ nên ta có: $a=5; b=3 \Rightarrow c=4$.

Nên các đáp án **A;B;C** đúng.

Đáp án **D** sai vì độ dài trục nhỏ bằng $2b=6$.

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy cho (E) có phương trình: $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ khẳng định nào sau đây đúng?

A. (E) có tâm sai $e=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $F_1\left(0;-\sqrt{5}\right), F_2\left(0;\sqrt{5}\right)$ là các tiêu điểm của (E).

C. Độ dài trục lớn là 9.

D. Các đỉnh nằm trên trục lớn là $A_1(0;3)$ và $A_2(0;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\begin{cases} a^2=9 \\ b^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=2 \end{cases}$

Mà $c^2=a^2-b^2=9-4=5 \Rightarrow c=\sqrt{5}$

A. (E) có tâm sai $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. **Đúng**

B. Tiêu điểm của (E) là: $F_1\left(-\sqrt{5};0\right), F_2\left(\sqrt{5};0\right)$. **Sai**

C. Độ dài trục lớn là : $A_1A_2 = 2a = 6$. **Sai**

D. Các đỉnh trên trục lớn là : $A_1(-3;0), A_2(3;0)$. **Sai**

Câu 23: Cho Elip có phương trình $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. Một tiêu điểm của Elip có tọa độ là:

A. $A(\sqrt{3};0)$. **B.** $B(0;\sqrt{3})$. **C.** $C(\sqrt{5};0)$. **D.** $D(0;\sqrt{5})$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $c^2 = a^2 - b^2 = 4 - 1 = 3$.

Nên tiêu điểm của Elip có tọa độ là: $F_1(-\sqrt{3};0), F_2(\sqrt{3};0)$.

Câu 24: Cho Elip có phương trình $x^2+4y^2=1$. Tiêu cự của Elip là:

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$x^2+4y^2=1 \Leftrightarrow x^2+\frac{y^2}{\frac{1}{4}}=1.$$

Ta có : $c^2 = a^2 - b^2 = 1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \Leftrightarrow c=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Tiêu cự là $2c=\sqrt{3}$.

Câu 25: Diện tích của tứ giác tạo nên bởi các đỉnh của elip $(E): \frac{x^2}{4}+y^2=1$ là

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B.

* Tọa độ các đỉnh của elip $(E): \frac{x^2}{4}+y^2=1$ là $A_1(-2;0)$, $A_2(2;0)$; $B_1(0;-1)$, $B_2(0;1)$.

* Vì tứ giác $A_1B_1A_2B_2$ là hình thoi có hai đường chéo $A_1A_2=4$ và $B_1B_2=2$.

* Vậy diện tích tứ giác cần tìm là $S=\frac{1}{2}\cdot A_1A_2.B_1B_2=4$.

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy cho elip có phương trình $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Đường thẳng $\Delta: x=-4$ cắt elip (E) tại hai điểm M, N. Tính độ dài đoạn thẳng MN?

A. $MN=\frac{18}{25}$. **B.** $MN=\frac{9}{25}$. **C.** $MN=\frac{18}{5}$. **D.** $MN=\frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Thế $x=-4$ vào phương trình elip (E) ta được: $\frac{16}{25}+\frac{y^2}{9}=1 \Rightarrow y=\pm\frac{9}{5}$.

$\Rightarrow M\left(-4;-\frac{9}{5}\right), N\left(-4;\frac{9}{5}\right)$

Do đó: $MN=\frac{18}{5}$.

Câu 27: Trong hệ tọa độ (Oxy), cho elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Bán kính qua tiêu của (E) đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. 0 **B.** 1 **C.** $\frac{3}{5}$ **D.** 2

Lời giải

Chọn D.

Từ phương trình elip ta có $\begin{cases} a=5 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=3$. Bán kính qua tiêu là $MF_1=a+\frac{c}{a}x$ với $-a\le x\le a$. Suy ra $a-c\le MF_1=a+c$ hay $(MF_1)_{\min}=a-c=5-3=2$.

Câu 28: Một elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, trong đó $a>b>0$. Biết (E) đi qua điểm $A(2;\sqrt{2})$ và $B(2\sqrt{2};0)$ thì (E) có độ dài trục bé là

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A.

(E) đi qua $B(2\sqrt{2};0)$ nên ta có $\frac{(2\sqrt{2})^2}{a^2}+\frac{0^2}{b^2}=1$ suy ra $a=2\sqrt{2}$.

(E) đi qua $A(2;\sqrt{2})$ nên ta có $\frac{(2)^2}{8}+\frac{(\sqrt{2})^2}{b^2}=1$ suy ra $b=2$.

Do đó độ dài trục bé $2b=4$.

Câu 29: Cho (E) có hai tiêu điểm $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$ và điểm M thuộc (E). Biết chu vi tam giác MF_1F_2 bằng 18. Khi đó tâm sai của (E) bằng

A. $\frac{4}{18}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $-\frac{4}{5}$. **D.** $-\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $F_1F_2=8$ và $c=4$.

$C_{\Delta MF_1F_2} = MF_1 + MF_2 + F_1F_2 = 18 \Rightarrow MF_1 + MF_2 = 10 = 2a \Rightarrow a = 5$.

Tâm sai của elip: $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{4}{5}$.

Câu 30: Cho (E) có hai tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{7};0\right)$, $F_2\left(\sqrt{7};0\right)$ và điểm $M\left(-\sqrt{7};\dfrac{9}{4}\right)$ thuộc (E). Gọi N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O. Khi đó

A. $NF_1 + MF_2 = \dfrac{9}{2}$. **B.** $NF_2 + MF_1 = \dfrac{9}{2}$. **C.** $NF_2 - NF_1 = \dfrac{7}{2}$ **D.** $NF_1 + MF_2 = 8$.

Lời giải

Chọn B.

N đối xứng với M qua gốc tọa độ O nên $N\left(\sqrt{7};-\dfrac{9}{4}\right)$.

Ta có: $MF_1 = \dfrac{9}{4}; MF_2 = \dfrac{23}{4}; NF_1 = \dfrac{23}{4}; NF_2 = \dfrac{9}{4}$.

Do đó $NF_2 + MF_1 = \dfrac{9}{2}$.

DẠNG 2: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH CHÍNH TẮC CỦA ELIP

1 PHƯƠNG PHÁP.

{ Phương trình chính tắc của Elip có dạng: $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $b^2=a^2-c^2$; ...}

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M\left(2;\frac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$.

b) Elip nhận $F_2(5;0)$ là một tiêu điểm và có độ dài trục nhỏ bằng $4\sqrt{6}$.

c) Elip có độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ và tiêu cự bằng 2.

d) Elip đi qua hai điểm $M\left(2;-\sqrt{2}\right)$ và $N\left(-\sqrt{6};1\right)$.

Lời giải

a) Do (E) có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$ nên $c=2$. Suy ra $a^2=b^2+c^2=b^2+4$.

Mặt khác, (E) đi qua điểm $M\left(2;\frac{5}{3}\right)$ nên $\frac{2^2}{a^2}+\frac{\left(\frac{5}{3}\right)^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\frac{4}{b^2+4}+\frac{25}{9b^2}=1$

$\Leftrightarrow 9b^4-25b^2-100=0\Leftrightarrow b^2=5$ hoặc $b^2=-\frac{20}{9}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$.

b) Do (E) có một tiêu điểm $F_2(5;0)$ nên $c=5$.

Theo giả thiết độ dài trục nhỏ bằng $4\sqrt{6}$ nên $2b=4\sqrt{6}\Leftrightarrow b=2\sqrt{6}$.

Suy ra $a^2=b^2+c^2=5^2+\left(2\sqrt{6}\right)^2=49$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$.

c) Độ dài trực lớn bằng $2\sqrt{5}$ nên $2a=2\sqrt{5}\Leftrightarrow a=\sqrt{5}$. Tiêu cự bằng 2 nên $2c=2\Leftrightarrow c=1$.

Từ hệ thức $a^2=b^2+c^2$, suy ra $b^2=a^2-c^2=5-1=4$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$.

d) Do (E) đi qua $M\left(2;-\sqrt{2}\right)$ và $N\left(-\sqrt{6};1\right)$ nên ta có hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{4}{a^2}+\dfrac{2}{b^2}=1\\ \dfrac{6}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{1}{a^2}=\dfrac{1}{8}\\ \dfrac{1}{b^2}=\dfrac{1}{4}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2=8\\ b^2=4\end{cases}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

Câu 2: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip có tổng độ dài hai trục bằng 8 và tâm sai $e=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

b) Elip có tâm sai $e=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở có chu vi bằng 20.

c) Elip có tiêu điểm $F_1(-2;0)$ và hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng $12\sqrt{5}$.

Lời giải

a) Tổng độ dài hai trục bằng 8 nên $2a+2b=8$. (1)

Tâm sai $e=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow a=\sqrt{2}c$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases}2a+2b=8\\ e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a+b=4\\ a=\sqrt{2}c\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{2}c+b=4\\ a=\sqrt{2}c\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b=4-\sqrt{2}c\\ a=\sqrt{2}c\end{cases}$.

Thay vào hệ thức $a^2=b^2+c^2$, ta được

$2c^2=\left(4-\sqrt{2}c\right)^2+c^2 \Leftrightarrow c^2-8\sqrt{2}c+16=0 \Leftrightarrow c=4\sqrt{2}\pm 4$.

● Với $c=4\sqrt{2}+4$, suy ra $\begin{cases}a=8+4\sqrt{2}\\ b=-4-4\sqrt{2}\end{cases}$: không thỏa mãn.

● Với $c=4\sqrt{2}-4$, suy ra $\begin{cases}a=8-4\sqrt{2}\\ b=-4+4\sqrt{2}\end{cases}$. Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\dfrac{x^2}{\left(8-4\sqrt{2}\right)^2}+\dfrac{y^2}{\left(4\sqrt{2}-4\right)^2}=1$.

b) Elip có tâm sai $e=\dfrac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow a=\dfrac{3}{\sqrt{5}}c$. (1)

Mặt khác, Elip có hình chữ nhật cơ sở có chu vi bằng 20 nên $2(2a+2b)=20 \Leftrightarrow a+b=5 \Leftrightarrow b=5-a$. (2)

Thay (1) và (2) vào hệ thức $a^2=b^2+c^2$, ta được

$$\left(\frac{3}{\sqrt{5}}c\right)^2=(5-a)^2+c^2\Leftrightarrow\left(\frac{3}{\sqrt{5}}c\right)^2=\left(5-\frac{3}{\sqrt{5}}c\right)^2+c^2\Leftrightarrow c^2-\frac{30}{\sqrt{5}}c+25=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=5\sqrt{5}\\c=\sqrt{5}\end{array}\right..$$

● Với $c=5\sqrt{5}$, suy ra $\begin{cases}a=15\\b=-10\end{cases}$: không thỏa mãn.

● Với $c=\sqrt{5}$, suy ra $\begin{cases}a=3\\b=2\end{cases}$. Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$.

c) Elip có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$ nên $c=2$.

Diện tích hình chữ nhật cơ sở $S=2a.2b=12\sqrt{5}\Leftrightarrow ab=3\sqrt{5}\Leftrightarrow a^2b^2=45$. (1)

Mặt khác, ta có $a^2=b^2+c^2=b^2+4$. (2)

Kết hợp (1) và (2), ta được

$a^2b^2=45\Leftrightarrow(b^2+4)b^2=45\Leftrightarrow b^4+4b^2-45=0\Leftrightarrow b^2=5$ hoặc $b^2=-9$.

Với $b^2=5$, suy ra $a^2=9$. Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$.

Câu 3: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M\left(-\sqrt{5};2\right)$ và khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng 10.

b) Elip có tâm sai $e=\frac{3}{5}$ và khoảng cách từ tâm đối xứng của nó đến một đường chuẩn bằng $\frac{25}{3}$.

c) Elip có độ dài trục lớn bằng 10 và phương trình một đường chuẩn là $x=\frac{25}{4}$.

d) Khoảng cách giữa các đường chuẩn bằng 36 và bán kính qua tiêu điểm của điểm M thuộc Elip là 9 và 15.

Lời giải

a) Elip đi qua điểm $M\left(-\sqrt{5};2\right)$ nên $\frac{5}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1$. (1)

Khoảng cách giữa hai đường chuẩn của Elip bằng 10 nên $2.\frac{a}{e}=10\Leftrightarrow\frac{a}{e}=5\Leftrightarrow\frac{a^2}{c}=5\Leftrightarrow a^2=5c$. (2)

Từ (2), kết hợp với hệ thức $a^2=b^2+c^2$, ta được $b^2=a^2-c^2=5c-c^2$. (3)

Thay (2), (3) vào (1), ta được

$\frac{5}{5c}+\frac{4}{5c-c^2}=1 \Leftrightarrow c^2-6c+9=0 \Leftrightarrow c=3$.

Với $c=3$, suy ra $\begin{cases} a^2=15 \\ b^2=6 \end{cases}$. Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{6}=1$.

b) Ta có $e=\frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{c}{a}=\frac{3}{5} \Leftrightarrow c=\frac{3}{5}a$.

Elip có khoảng cách từ tâm đối xứng O đến một đường chuẩn một khoảng bằng $\frac{25}{3}$ nên

$\frac{a}{e}=\frac{25}{3} \Leftrightarrow \frac{a^2}{c}=\frac{25}{3} \Leftrightarrow \frac{a^2}{\frac{3}{5}a}=\frac{25}{3} \Leftrightarrow a=5$.

Với $a=5$, suy ra $c=3$ và $b^2=a^2-c^2=16$.

Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

c) Elip có độ dài trục lớn bằng 10 nên $2a=10 \Leftrightarrow a=5$.

Mặt khác, Elip có phương trình một đường chuẩn

$x=\frac{25}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{e}=\frac{25}{4} \Leftrightarrow \frac{a^2}{c}=\frac{25}{4} \Leftrightarrow \frac{5^2}{c}=\frac{25}{4} \Leftrightarrow c=4$.

Suy ra $b^2=a^2-c^2=25-16=9$. Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

d) Elip có khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng 36 nên $2.\frac{a}{e}=36 \Leftrightarrow 2.\frac{a^2}{c}=36 \Leftrightarrow \frac{a^2}{c}=18$.

Mặt khác, ta có $\begin{cases} MF_1=a+ex=9 \\ MF_2=a-ex=15 \end{cases}$ suy ra $2a=24 \Leftrightarrow a=12$.

Với $a=12$, suy ra $c=8$ và $b^2=a^2-c^2=144-64=80$. Do đó Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{80}=1$.

Câu 4: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip có hình chữ nhật cơ sở nội tiếp đường tròn $(C):x^2+y^2=41$ và đi qua điểm $A(0;5)$.

b) Elip có hình chữ nhật cơ sở nội tiếp đường tròn $(C):x^2+y^2=21$ và điểm $M(1;2)$ nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc 60^0.

c) Một cạnh hình chữ nhật cơ sở của Elip nằm trên $d:x-\sqrt{5}=0$ và độ dài đường chéo hình chữ nhật bằng 6.

d) Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có bốn đỉnh trùng với các đỉnh của Elip. Bán kính của đường tròn nội tiếp hình thoi bằng $\sqrt{2}$ và tâm sai của Elip bằng $\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Elip đi qua $A(0;5) \in Oy$, suy ra $b=5$.

Phương trình các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x=\pm a;\ y=\pm 5$.

Suy ra một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là $(a;5)$. Theo giả thiết $(a;5)$ thuộc đường tròn (C)

$\Leftrightarrow a^2+25=41 \Leftrightarrow a^2=16$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$.

b) Theo giả thiết bài toán, ta có $\widehat{F_1MF_2}=60^0$ suy ra

$F_1F_2^{\ 2}=MF_1^{\ 2}+MF_2^{\ 2}-2MF_1.MF_2.\cos 60^0$

$\Leftrightarrow 4c^2=(1+c)^2+4+(1-c)^2+4-2\sqrt{(1+c)^2+4}.\sqrt{(1-c)^2+4}.\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow 4c^2=2c^2+10-\sqrt{(1+c)^2+4}.\sqrt{(1-c)^2+4} \Leftrightarrow \sqrt{(1+c)^2+4}.\sqrt{(1-c)^2+4}=10-2c^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10-2c^2 \ge 0 \\ \left[(1+c)^2+4\right].\left[(1-c)^2+4\right]=(10-2c^2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<c\le\sqrt{5} \\ 3c^4-46c^2+75=0 \end{cases} \Leftrightarrow c^2=\frac{23\pm 4\sqrt{19}}{3}.$$

Phương trình các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x=\pm a;\ y=\pm b$.

Suy ra một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là $(a;b)$. Theo giả thiết $(a;b)$ thuộc đường tròn (C) nên $a^2+b^2=21$.

Lại có $a^2=b^2+c^2$, suy ra $a^2-b^2=c^2$.

● Với $c^2=\frac{23+4\sqrt{19}}{3}$, ta có $\begin{cases} a^2+b^2=21 \\ a^2-b^2=\frac{23+4\sqrt{19}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=\frac{43+2\sqrt{19}}{3} \\ b^2=\frac{20-2\sqrt{19}}{3} \end{cases}$.

Suy ra $(E): \frac{x^2}{\frac{43+2\sqrt{19}}{3}}+\frac{y^2}{\frac{20-2\sqrt{19}}{3}}=1$.

● Với $c^2=\frac{23-4\sqrt{19}}{3}$, ta có $\begin{cases} a^2+b^2=21 \\ a^2-b^2=\frac{23-4\sqrt{19}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2=\frac{43-2\sqrt{19}}{3} \\ b^2=\frac{20+2\sqrt{19}}{3} \end{cases}$.

Suy ra $(E): \dfrac{x^2}{\dfrac{43-2\sqrt{19}}{3}} + \dfrac{y^2}{\dfrac{20+2\sqrt{19}}{3}} = 1$.

Vậy có hai Elip cần tìm thỏa yêu cầu bài toán:

$(E): \dfrac{x^2}{\dfrac{43+2\sqrt{19}}{3}} + \dfrac{y^2}{\dfrac{20-2\sqrt{19}}{3}} = 1$ hoặc $(E): \dfrac{x^2}{\dfrac{43-2\sqrt{19}}{3}} + \dfrac{y^2}{\dfrac{20+2\sqrt{19}}{3}} = 1$.

c) Phương trình các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x = \pm a;\ y = \pm b$.

Theo giả thiết, một cạnh hình chữ nhật cơ sở là $d: x - \sqrt{5} = 0$, suy ra $a = \sqrt{5}$.

Độ dài đường chéo hình chữ nhật cơ sở bằng 6 nên

$\sqrt{4a^2 + 4b^2} = 6 \Leftrightarrow 4a^2 + 4b^2 = 36 \Leftrightarrow 20 + 4b^2 = 36 \Leftrightarrow b^2 = 4$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \dfrac{x^2}{5} + \dfrac{y^2}{4} = 1$.

d) Elip có tâm sai $e = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \dfrac{c}{a} = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow a = 2c$.

Elip có các đỉnh $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$. Gọi H là hình chiếu của O lên A_2B_2.

Theo giả thiết suy ra bán kính của đường tròn đã cho bằng OH. Ta có

$\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{b^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4c^2} + \dfrac{1}{a^2 - c^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{4c^2} + \dfrac{1}{3c^2} \Leftrightarrow c^2 = \dfrac{7}{6}$.

Suy ra $a^2 = 4c^2 = \dfrac{14}{3}$ và $b^2 = a^2 - c^2 = \dfrac{7}{2}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \dfrac{x^2}{\dfrac{14}{3}} + \dfrac{y^2}{\dfrac{7}{2}} = 1$.

Câu 5: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết

a) Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có bốn đỉnh trùng với các đỉnh của Elip. Đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình $(C): x^2 + y^2 = 4$ và $AC = 2BD$, A thuộc Ox.

b) Elip có độ dài trục lớn bằng 8 và giao điểm của Elip với đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.

c) Elip có tâm sai $e = \dfrac{1}{3}$ và giao điểm của Elip với đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$ tại bốn điểm A, B, C, D sao cho AB song song với Ox và $AB = 3BC$.

d) Elip có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$, các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của Elip cùng nằm trên một đường tròn.

Lời giải

a) Giả sử một đỉnh của hình thoi là $A(a;0)$. Suy ra $AC=2a$ và $BD=2b$.

Theo giả thiết

$AC=2BD \Leftrightarrow 2a=2.2b \Leftrightarrow a=2b$.

Đường tròn (C) có $R=2$. Gọi H là hình chiếu của O lên AB với $B(0;b)$. Khi đó ta có

$$\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}=\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{R^2}=\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4b^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow b^2=5.$$

Suy ra $a^2=20$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{20}+\frac{y^2}{5}=1$.

b) Elip có độ dài trục lớn bằng 8 nên $2a=8 \Leftrightarrow a=4$.

Do (E) và (C) đều có tâm đối xứng là O và hai trục đối xứng là Ox và Oy nên hình vuông tạo bởi giữa chúng cũng có tính chất tương tự. Do đó ta giả sử gọi một đỉnh của hình vuông là $M(x;x)$ với $x>0$. Vì $M \in (C)$

$\Leftrightarrow x^2+x^2=8 \Leftrightarrow x^2=4$ suy ra $x=2 \Rightarrow M(2;2)$.

Ta có $M \in (E) \Leftrightarrow \frac{4}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{4}{16}+\frac{4}{b^2}=1 \Leftrightarrow b^2=\frac{16}{3}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{\frac{16}{3}}=1$.

c) Elip có tâm sai $e=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{a}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow a=3c$.

Đặt $BC=x$ với $x>0$, suy ra $AB=3x$. Giả sử một đỉnh $A\left(\frac{3}{2}x;\frac{1}{2}x\right)$. Ta có

$A \in (C) \Leftrightarrow \frac{9}{4}x^2+\frac{1}{4}x^2=9 \Leftrightarrow x^2=\frac{18}{5}$ suy ra $x=\frac{3\sqrt{10}}{5} \Rightarrow A\left(\frac{9\sqrt{10}}{10};\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)$.

Mặt khác,

$$A \in (E) \Leftrightarrow \frac{81}{10a^2}+\frac{9}{10b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{81}{10(3c)^2}+\frac{9}{10\left(a^2-c^2\right)}=1 \Leftrightarrow \frac{9}{10c^2}+\frac{9}{80c^2}=1 \Leftrightarrow c^2=\frac{81}{80}.$$

Suy ra $a^2=9c^2=\frac{729}{80}$ và $b^2=a^2-c^2=\frac{81}{10}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{\frac{729}{80}} + \frac{y^2}{\frac{81}{10}} = 1$.

d) Độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$ nên $2a = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow a = 2\sqrt{2}$.

Các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm cùng thuộc đường tròn nên $b = c$.

Từ hệ thức $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 8 = 2b^2 \Leftrightarrow b^2 = 4$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 6: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết

a) Elip có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông có diện tích bằng 32.

b) Elip có một đỉnh và hai tiêu điểm tạo thành một tam giác đều và chu vi hình chữ nhật cơ sở của Elip bằng $12\left(2+\sqrt{3}\right)$.

c) Elip đi qua điểm $M\left(2\sqrt{3};2\right)$ và M nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc vuông.

d) Elip đi qua điểm $M\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và tiêu điểm nhìn trục nhỏ dưới một góc 60^0.

Lời giải

a) Hai đỉnh trên trục nhỏ và hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông nên $b = c$.

Mặt khác, diện tích hình vuông bằng 32 nên $2c.2b = 32 \Leftrightarrow b^2 = 8$.

Suy ra $a^2 = b^2 + c^2 = 16$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$.

b) Chu vi hình chữ nhật cơ sở

$C = 12\left(2+\sqrt{3}\right) \Leftrightarrow 2(2a+2b) = 12\left(2+\sqrt{3}\right) \Leftrightarrow a + b = 3\left(2+\sqrt{3}\right)$. (1)

Giả sử tam giác $F_1F_2B_2$ đều cạnh $F_1F_2 = 2c$ mà $B_2O \perp F_1F_2$ suy ra $OB_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_1F_2 \Leftrightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2}.2c = \sqrt{3}c$. (2)

Từ (1) và (2), suy ra $a = 3\left(2+\sqrt{3}\right) - b = 3\left(2+\sqrt{3}\right) - \sqrt{3}c$.

Thay vào hệ thức $a^2 = b^2 + c^2$, ta được

$\left[\left(6+3\sqrt{3}\right)-\sqrt{3}c\right]^2 = 3c^2 + c^2 \Leftrightarrow c^2 + 6\sqrt{3}\left(2+\sqrt{3}\right)c - \left(6+3\sqrt{3}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow c = 3$

hoặc $c = -12\sqrt{3} - 21$.

Với $c=3$, suy ra $a=6$ và $b=3\sqrt{3}$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{27}=1$.

c) Từ giả thiết, ta suy ra $\widehat{F_1MF_2}=90^0$ hay $MF_1\perp MF_2$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MF_1}.\overrightarrow{MF_2}=0\Leftrightarrow\left(-c-2\sqrt{3}\right)\left(c-2\sqrt{3}\right)+4=0\Leftrightarrow c^2=16$.

Hơn nữa (E) qua M nên

$\dfrac{12}{a^2}+\dfrac{4}{b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{12}{b^2+16}+\dfrac{4}{b^2}=1\Leftrightarrow 12b^2+4b^2+64=b^4+16b^2\Leftrightarrow b^4=64\Leftrightarrow b^2=8$.

Suy ra $a^2=b^2+c^2=24$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\dfrac{x^2}{24}+\dfrac{y^2}{8}=1$.

d) Từ giả thiết, ta suy ra $\widehat{B_1F_1B_2}=60^0$ mà $F_1B_1=F_1B_2$. Suy ra tam giác $F_1B_1B_2$ đều cạnh $B_1B_2=2b$ nên

$F_1O=\dfrac{\sqrt{3}}{2}B_1B_2\Leftrightarrow c=\dfrac{\sqrt{3}}{2}2b\Leftrightarrow c=\sqrt{3}b$. (1)

Hơn nưa (E) qua $M\left(1;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ nên $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{3}{4b^2}=1\Leftrightarrow\dfrac{1}{4b^2}+\dfrac{3}{4b^2}=1\Leftrightarrow b^2=1$. (2)

Từ (1) và (2), kết hợp với hệ thức $a^2=b^2+c^2$, ta được $a^2=4$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$.

Câu 7: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết

a) Elip có một tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$ và đi qua điểm M, biết tam giác F_1MF_2 có diện tích bằng 1 và vuông tại M.

b) Elip đi qua ba đỉnh của tam giác đều ABC. Biết tam giác ABC có trục đối xứng là Oy, $A(0;2)$ và có diện tích bằng $\dfrac{49\sqrt{3}}{12}$.

c) Khi M thay đổi trên Elip thì độ dài nhỏ nhất của OM bằng 4 và độ dài lớn nhất của MF_1 bằng 8 với F_1 là tiêu điểm có hoành độ âm của Elip.

Lời giải

a) Elip có tiêu điểm $F_1\left(-\sqrt{3};0\right)$, suy ra $c=\sqrt{3}$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$. Theo giả thiết, ta có

$S_{\Delta F_1MF_2}=1\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}MF_1.MF_2=1$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a+ex)(a-ex)=1 \Leftrightarrow a^2-e^2x^2=2 \Leftrightarrow a^2-\frac{c^2}{a^2}.x^2=2$

$\Leftrightarrow a^2-\frac{3}{a^2}.x^2=2 \Leftrightarrow x^2=\frac{(a^2-2)a^2}{3}$. (1)

Cũng từ $MF_1 \perp MF_2$, ta có $\overrightarrow{MF_1}.\overrightarrow{MF_2}=0 \Leftrightarrow (-c-x)(c-x)+(-y)(-y)=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2=c^2=3$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $y^2=3-x^2=3-\frac{(a^2-2)a^2}{3}=\frac{9-a^4+2a^2}{3}$.

Do đó

$M(x;y)\in(E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Leftrightarrow \frac{a^2-2}{3}+\frac{9-a^4+2a^2}{3(a^2-3)}=1$

$\Leftrightarrow (a^2-2)(a^2-3)+9-a^4+2a^2=3a^2-9 \Leftrightarrow a^2=4$.

Suy ra $b^2=1$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

b) Tam giác ABC đều, có điểm $A(0;2)\in Oy$ và trục đối xứng là Oy nên hai điểm B, C đối xứng nhau qua Oy.

Giả sử $B(x;y)$ với $x>0, y<2$, suy ra $C(-x;y)$. Độ dài cạnh của tam giác là $2x$.

Theo giả thiết, ta có

$S_{\Delta ABC}=\frac{49\sqrt{3}}{12} \Leftrightarrow \frac{(2x)^2\sqrt{3}}{4}=\frac{49\sqrt{3}}{12}$, suy ra $x=\frac{7}{2\sqrt{3}}$.

Đường cao của tam giác đều

$h=\frac{2x\sqrt{3}}{2}=x\sqrt{3}=\frac{7}{2} \Leftrightarrow 2-y=\frac{7}{2} \Leftrightarrow y=\frac{3}{2}$.

Suy ra $B\left(\frac{7}{2\sqrt{3}};\frac{3}{2}\right)$.

Đến đây bài toán trở thành viết phương trình Elip đi qua hai điểm $A(0;2)$ và $B\left(\frac{7}{2\sqrt{3}};\frac{3}{2}\right)$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E):\frac{x^2}{\frac{28}{5}}+\frac{y^2}{4}=1$.

c) Độ dài nhỏ nhất của OM bằng 4 nên $b=4$.

Mặt khác, ta lại có độ dài lớn nhất của MF_1 bằng 8 nên $a+c=8$.

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} a+c=8 \\ a^2=b^2+c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+c=8 \\ a^2=16+c^2 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} a=5 \\ c=3 \end{cases}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Phương trình chính tắc của Elip là

A. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=-1$. **B.** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

C. $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \ (a>b>0)$. **D.** $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10.

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình elip là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

Vì trục lớn bằng 10 nên $2a=10 \Rightarrow a=5$.

Elip có tiêu cự bằng 6 nên $2c=6 \Rightarrow c=3 \Rightarrow \sqrt{a^2-b^2}=3 \Rightarrow b=4$.

Vậy phương trình Elip là: $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 3: Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $9x^2+16y^2=144$. **B.** $9x^2+16y^2=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1; (a>b)$

Độ dài trục lớn là: $A_1A_2=2a=8 \Rightarrow a=4$

Độ dài trục nhỏ là: $B_1B_2=2b=6 \Rightarrow b=3$

Vậy phương trình Elip là: $(E): \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1 \Leftrightarrow 9x^2+16y^2=144$

Câu 4: Cho (E) có hình chữ nhật cơ sở diện tích bằng 8, chu vi bằng 6 thì phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1$. **B.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

C. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases}2a\cdot 2b=8\\2a+2b=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$. Vậy PTCT của (E) là : $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.

Câu 5: Cho (E) có tiêu điểm $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$, tâm sai $e=\frac{4}{5}$ thì phương trình là:

A. $4x^2+5y^2=20$. **B.** $16x^2+25y^2=400$.

C. $9x^2+25y^2=225$. **D.** $9x^2+16y^2=144$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases}F_1(-4;0)\\e=\frac{4}{5}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c=4\\a=5\end{cases}\Rightarrow b^2=25-16=9$ Vậy PTCT của (E) là : $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$

$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1\Leftrightarrow 9x^2+25y^2=225$.

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 12 và độ dài trục bé bằng 6. Phương trình nào sau đây là phương trình của elip (E)

A. $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=1$. **C.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{36}=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a,b>0)$.

Ta có $a=6$, $b=3$, vậy phương trình của Elip là: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 7: Tìm phương trình chính tắc của Elip có tâm sai bằng $\frac{1}{3}$ và trục lớn bằng 6.

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$. **D.** $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình chính tắc của Elip có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$.

Theo giả thiết: $e=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{c}{a}=\frac{1}{3}\Rightarrow a=3c$ và $2a=6\Leftrightarrow a=3\Rightarrow c=1$

Khi đó: $a^2=b^2+c^2\Leftrightarrow 3^2=b^2+1\Leftrightarrow b^2=8\Leftrightarrow b=2\sqrt{2}$

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$.

Câu 8: Phương trình Elip có trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ và một tiêu điểm $F_1(-1;0)$ là:

A. $4x^2+5y^2=20$. **B.** $4x^2+5y^2=12$. **C.** $5x^2+4y^2=20$ **D.** $5x^2+4y^2=12$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2a=2\sqrt{5}\Leftrightarrow a=\sqrt{5}$.

$b^2=a^2-c^2=\sqrt{5}^2-1^2=4$.

Vậy phương trình Elip có dạng: $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1\Leftrightarrow 4x^2+5y^2=20$.

Câu 9: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, trục nhỏ bằng 6 là

A. $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **C.** $9x^2+16y^2=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases}2a=8\\2b=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}$.

Vậy phương trình chính tắc của (E): $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$

Câu 10: Phương trình chính tắc của (E) có tâm sai $e=\dfrac{4}{5}$, độ dài trục nhỏ bằng 12 là

A. $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{25}=1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases}e=\dfrac{4}{5}\\2b=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}5c=4a\\b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}25c^2=16a^2\\b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}25\left(a^2-b^2\right)=16a^2\\b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=10\\b=6\end{cases}$.

Vậy phương trình của (E): $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$.

Câu 11: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 6, tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\dfrac{1}{3}$ là

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{8}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{19}+\dfrac{y^2}{5}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{5}=1$.

Lời giải

Chọn B

* Do độ dài trục lớn bằng 6 nên $2a=6\Rightarrow a=3$.

* Do tỷ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3}$ nên $\frac{2c}{2a}=\frac{c}{a}=\frac{1}{3}\Rightarrow a=3c\Rightarrow c=1$.

* Ta có: $b^2=a^2-c^2=9-1=8\Rightarrow (E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$.

Câu 12: Elip có hai đỉnh $(-3;0)$; $(3;0)$ và hai tiêu điểm $(-1;0)$ và $(1;0)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. **C.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{2}=1$.

Lời giải

Chọn B

Theo đề bài ta có $\begin{cases} a=3 \\ c=1 \end{cases}\Rightarrow b^2=a^2-c^2=8$.

Vậy phương trình chính tắc của Elip đã cho là $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$

Câu 13: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$ là

A. $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. **B.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{24}=1$. **C.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{6}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Lời giải

Chọn D

* Do độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ nên $2a=2.2b\Rightarrow a=2b$.

* Do tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$ nên $2c=4\sqrt{3}\Rightarrow c=2\sqrt{3}$.

* Ta có: $b^2=a^2-c^2\Leftrightarrow b^2=4b^2-12\Rightarrow b=2\Rightarrow a=4\Rightarrow (E):\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 14: Phương trình chính tắc của (E) có đường chuẩn $x+4=0$ và tiêu điểm $F(-1;0)$ là

A. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. **B.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{15}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$.

Lời giải

Chọn A

* Do đường chuẩn là $x+4=0\Leftrightarrow x=-4$ nên $\frac{a}{e}=4\Leftrightarrow \frac{a^2}{c}=4\Rightarrow a^2=4c$.

* Do có tiêu điểm $F(-1;0)$ nên $c=1\Rightarrow a=2,\ b^2=a^2-c^2=3$.

* Phương trình chính tắc của (E) là $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

Câu 15: Phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$. **B.** $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Lời giải

Chọn D

* Do (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c=6\Rightarrow c=3$.

* Do (E) đi qua điểm $A(5;0)$ nên $a=5\Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-9=16$.

* Phương trình chính tắc của (E) là $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

Câu 16: Elip có hai tiêu điểm $F_1(-1;0);F_2(1;0)$ và tâm sai $e=\frac{1}{5}$ có phương trình là

A. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=1$. **B.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{25}=-1$. **C.** $\frac{x^2}{24}+\frac{y^2}{25}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=-1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ \ (a>b>0)$

Tiêu điểm $F_1(-1;0)\Rightarrow c=1$

Tâm sai $e=\frac{1}{5}\Leftrightarrow\frac{c}{a}=\frac{1}{5}\Leftrightarrow a=5c=5$

$\Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-1=24$.

Vậy $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{24}=1$.

Câu 17: Trong hệ trục tọa độ Oxy, một elip có độ dài trục lớn là 8, độ dài trục bé là 6 thì có phương trình chính tắc là.

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **C.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{7}=1$.

Lời giải

Chọn C

Độ dài trục lớn là $8\Rightarrow 2a=8\Leftrightarrow a=4$

Độ dài trục nhỏ là $6\Rightarrow 2b=6\Leftrightarrow b=3$

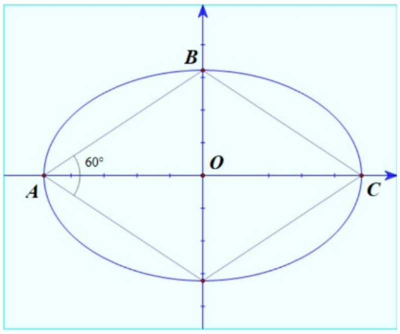
Phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\Leftrightarrow\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 18: Các đỉnh của Elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$; $(a>b>0)$ tạo thành hình thoi có một góc ở đỉnh là $60°$, tiêu cự của (E) là 8, thế thì $a^2+b^2=?$

A. 16. **B.** 32. **C.** 64. **D.** 128.

Lời giải

Chọn D



Gọi hình thoi là $ABCD$ và $\widehat{A}=60°$.

Tiêu cự là 8 $\Rightarrow$ $a^2-b^2=64$ (1).

Mặt khác xét tam giác AOB vuông tại O có góc $\widehat{BAO}=30°$ nên

$OB=OA\tan 30° \Leftrightarrow b=a.\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$ thay vào phương trình (1)

ta được $\dfrac{2}{3}a^2=64 \Leftrightarrow a^2=96 \Rightarrow b^2=32$. Vậy $a^2+b^2=128$.

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Elip (E) đi qua điểm $M(0;3)$. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm bất kì trên (E) bằng 8. Phương trình chính tắc của Elip là

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$ **B.** $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$ **C.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{64}=1$ **D.** $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{9}=1$

Lời giải

Chọn B

$M(0;3)\in(E)\Rightarrow b=3$.

khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm bất kì trên (E) bằng 8 $\Rightarrow a=4$.

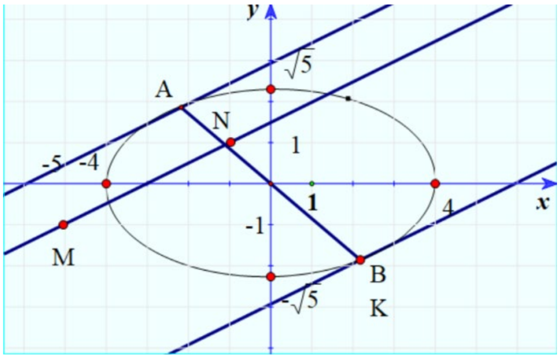
Phương trình chính tắc của (E): $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$.

Câu 20: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho đường elip $(E):\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{5}=1$ và hai điểm $M(-5;-1),N(-1;1)$. Điểm K thay đổi trên elip (E). Diện tích tam giác MNK lớn nhất bằng

A. $9\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 9. **D.** 18.

Lời giải

Chọn C



+ Ta có

. $\overrightarrow{MN}=(4;2)\Rightarrow MN=2\sqrt{5}$

. $MN: x-2y+3=0$ hay $MN: y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$

. $S_{\Delta KMN}=\dfrac{1}{2}.MN.d(K,MN)$

$$=\frac{1}{2}.2\sqrt{5}.\frac{|x_o-2y_o+3|}{\sqrt{5}}=|x_o-2y_o+3| \text{ với } K(x_o;y_o)$$

$\Rightarrow S_{\Delta KMN}$ lớn nhất khi $d(K,MN)$ lớn nhất.

+ Nhận thấy (E) có hai tiếp tuyến song song với MN, gọi A,B là hai tiếp điểm tương ứng. Khi đó $d(K,MN)$ lớn nhất khi $K\equiv B$.

+ Mà tiếp tuyến tại $K(x_o;y_o)$ có phương trình là: $\dfrac{x_o x}{16}+\dfrac{y_o y}{5}=1$ *hay* $y=-\dfrac{5x_o}{16y_o}x+\dfrac{5}{y_o}$.

+ Từ đó ta có:

$$\begin{cases}\dfrac{-5x_o}{16y_o}=\dfrac{1}{2}\\ \dfrac{x_o^2}{16}+\dfrac{y_o^2}{5}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y_o=-\dfrac{5}{8}x_o\\ x_o=\pm\dfrac{8}{3}\end{cases}\Rightarrow K\left(\frac{8}{3};-\frac{5}{3}\right)\Rightarrow S_{\Delta KMN}=9$$

Câu 21: Cho elip $(E):\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}=1$. Xét các điểm M,N lần lượt thuộc các tia Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (E). Hỏi độ dài ngắn nhất của MN là bao nhiêu?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M(m;0)$, $N(0;n)$ với $m,n>0\Rightarrow MN^2=m^2+n^2$. Đường thẳng $MN:\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1$.

Cách 1: Dùng điều kiện tiếp tuyến của elip chính tắc

+) Elip chính tắc $(E):\dfrac{x^2}{a}+\dfrac{y^2}{b}=1$ *và đường thẳng* $\Delta: Ax+By+C=0$ *tiếp xúc với nhau khi và chỉ khi* $a^2A^2+b^2B^2=C^2$.

+) Phương trình tiếp tuyến của elip chính tắc tại $M(x_0;y_0)$ *là:* $\dfrac{x_0}{a^2}x+\dfrac{y_0}{b^2}y=1$.

MN tiếp xúc với $(E) \Leftrightarrow \frac{16}{m^2}+\frac{9}{n^2}=1$. Ta có $1=\frac{16}{m^2}+\frac{9}{n^2}\geq\frac{(4+3)^2}{m^2+n^2}$

$\Rightarrow m^2+n^2\geq 49 \Rightarrow MN_{\min}=7$.

Cách 2: Dùng điều kiện tiếp xúc

Đường thẳng $MN:\frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1\Rightarrow y=-\frac{n}{m}x+n$ tiếp xúc với elip khi và chỉ khi phương trình

$\frac{x^2}{16}+\frac{\left(-\frac{n}{m}x+n\right)^2}{9}=1$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow\left(\frac{1}{16}+\frac{n^2}{9m^2}\right)x^2-\frac{2n^2}{9m}x+\frac{n^2}{9}-1=0$ có nghiệm kép

$\Leftrightarrow \Delta'=\frac{n^2}{9m^2}-\frac{n^2}{144}+\frac{1}{6}=0\Leftrightarrow n^2=\frac{9m^2}{m^2-16}$.

Khi đó $MN=\sqrt{m^2+n^2}=\sqrt{m^2+\frac{9m^2}{m^2-16}}=\sqrt{\frac{m^4-56m^2+784}{m^2-16}+49}=\sqrt{\frac{(m^2-28)^2}{m^2-16}+49}\geq 7.$

Nhận xét: Cả 2 cách làm trên hiện tại không có trong chương trình phổ thông, người ra bài toán này không nắm được chương trình mới.

DẠNG 3: TÌM ĐIỂM THUỘC ELIP THỎA ĐIỀU KIỆN CHO TRƯỚC

1 PHƯƠNG PHÁP.

Cho Elip có phương trình chính tắc: $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với $b^2=a^2-c^2$.

- $M(x;y)\in(E)$. Khi đó $MF_1=a+ex$: bán kính qua tiêu điểm trái.

  $MF_2=a-ex$: bán kính qua tiêu điểm phải.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN.

Câu 1: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip; A, B là hai điểm thuộc (E) sao cho $AF_1+BF_2=8$. Tính AF_2+BF_1.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1=2MF_2$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1-MF_2=2$.

Lời giải

a) Ta có $a^2=25\Rightarrow a=5$. Do $A,\ B\in(E)$ nên

$AF_1+AF_2=2a=10$ và $BF_1+BF_2=2a=10$.

Suy ra $AF_1+AF_2+BF_1+BF_2=20\Leftrightarrow 8+AF_2+BF_1=20\Leftrightarrow AF_2+BF_1=12$.

b) Ta có $a^2=9\Rightarrow a=3$ và $b^2=5\Rightarrow b=\sqrt{5}$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=4\Rightarrow c=2$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$. Ta có $MF_1=2MF_2\Leftrightarrow a+ex=2(a-ex)\Leftrightarrow x=\frac{a}{3e}=\frac{a^2}{3c}=\frac{3}{2}$. Thay vào (E), ta được $\frac{9}{4.9}+\frac{y^2}{5}=1\Leftrightarrow y^2=\frac{15}{4}\Leftrightarrow y=\pm\frac{\sqrt{15}}{2}$.

Vậy $M\left(\frac{3}{2};-\frac{\sqrt{15}}{2}\right)$ hoặc $M\left(\frac{3}{2};\frac{\sqrt{15}}{2}\right)$.

c) Ta có $a^2=8\Rightarrow a=2\sqrt{2}$ và $b^2=4\Rightarrow b=2$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=4\Rightarrow c=2$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$. Ta có $MF_1-MF_2=2\Leftrightarrow a+ex-(a-ex)=2\Leftrightarrow x=\frac{1}{e}=\frac{a}{c}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$.

Thay vào (E), ta được $\frac{2}{8}+\frac{y^2}{4}=1\Leftrightarrow y^2=3\Leftrightarrow y=\pm\sqrt{3}$.

Vậy $M\left(\sqrt{2};-\sqrt{3}\right)$ hoặc $M\left(\sqrt{2};\sqrt{3}\right)$.

Câu 2: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm những điểm M thuộc (E) sao cho nó nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{4}+y^2=1$ với hai tiêu điểm $F_1,\ F_2$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{F_1MF_2}=60^0$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{25}=1$ với hai tiêu điểm $F_1,\ F_2$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{F_1MF_2}=120^0$.

d) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ với hai tiêu điểm $F_1,\ F_2$ trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{MF_1F_2}=120^0$.

Lời giải

a) Ta có $a^2=9\Rightarrow a=3$ và $b^2=1\Rightarrow b=1$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=2\Rightarrow c=2\sqrt{2}$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$. Ta có $\widehat{F_1MF_2}=90^0$ nên $F_1F_2{}^2=MF_1^2+MF_2^2$

$\Leftrightarrow 4c^2=\left(a+ex\right)^2+\left(a-ex\right)^2 \Leftrightarrow 32=2a^2+2e^2x^2$

$\Leftrightarrow 32=18+2.\frac{8}{9}.x^2 \Leftrightarrow x^2=\frac{63}{8} \Leftrightarrow x=\pm\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$

Thay vào $\left(E\right)$, ta được $y^2=\frac{1}{8} \Leftrightarrow y=\pm\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Vậy $M\left(\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}};\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$, $M\left(\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}};-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$, $M\left(-\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}};\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}};-\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$.

b) Ta có $a^2=4 \Rightarrow a=2$ và $b^2=1 \Rightarrow b=1$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=3 \Rightarrow c=\sqrt{3}$.

Gọi $M\left(x;y\right)\in\left(E\right)$. Ta có $F_1F_2^{\,2}=MF_1^2+MF_2^{\,2}-2MF_1.MF_2.\cos 60^0$

$\Leftrightarrow 4c^2=\left(a+ex\right)^2+\left(a-ex\right)^2-2\left(a+ex\right)\left(a-ex\right).\frac{1}{2} \Leftrightarrow 12=2a^2+2e^2x^2-a^2+e^2x^2$

$\Leftrightarrow x^2=\frac{12-a^2}{3e^2}=\frac{32}{9} \Leftrightarrow x=\pm\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

Thay vào $\left(E\right)$, ta được $\frac{32}{9.4}+y^2=1 \Leftrightarrow y^2=\frac{1}{9} \Leftrightarrow y=\pm\frac{1}{3}$.

Vậy $M\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$, $M\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$, $M\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$.

c) Ta có $a^2=100 \Rightarrow a=10$ và $b^2=25 \Rightarrow b=5$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=75 \Rightarrow c=5\sqrt{3}$.

Gọi $M\left(x;y\right)\in\left(E\right)$. Ta có $F_1F_2^{\,2}=MF_1^2+MF_2^{\,2}-2MF_1.MF_2\cos 120^0$

$\Leftrightarrow 4c^2=\left(a+ex\right)^2+\left(a-ex\right)^2-2\left(a+ex\right)\left(a-ex\right)\left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 300=2a^2+2e^2x^2+a^2-e^2x^2$

$\Leftrightarrow 300=3a^2+e^2x^2 \Leftrightarrow 300=300+e^2x^2 \Leftrightarrow x^2=0 \Leftrightarrow x=0.$

Thay vào $\left(E\right)$, ta được $\frac{0}{100}+\frac{y^2}{25}=1 \Leftrightarrow y^2=25 \Leftrightarrow y=\pm 5$.

Vậy $M\left(0;5\right)$ hoặc $M\left(0;-5\right)$.

d) Ta có $a^2=25 \Rightarrow a=5$ và $b^2=9 \Rightarrow b=3$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=16 \Rightarrow c=4$.

Gọi $M\left(x;y\right)\in\left(E\right)$. Ta có $MF_2^{\,2}=MF_1^2+F_1F_2^{\,2}-2MF_1.F_1F_2\cos 120^0$

$\Leftrightarrow \left(a-ex\right)^2=\left(a+ex\right)^2+4c^2-2\left(a+ex\right)2c\left(-\frac{1}{2}\right)$

$\Leftrightarrow 4aex+4c^2+2ac+2ecx=0 \Leftrightarrow x=-\frac{65}{14}.$

Thay vào $\left(E\right)$, ta được $y^2=\frac{243}{196} \Leftrightarrow y=\pm\frac{9\sqrt{3}}{14}$.

Vậy $M\left(-\frac{65}{14};\frac{9\sqrt{3}}{14}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{65}{14};-\frac{9\sqrt{3}}{14}\right)$.

Câu 3: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$ và điểm $C(2;0)$. Tìm tọa độ các điểm A, B thuộc (E), biết rằng A, B đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E) có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$ và điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho tam giác ABC vuông cân tại A, biết B có tung độ dương.

Lời giải

a) a có $a^2=4\Rightarrow a=2$ và $b^2=1\Rightarrow b=1$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=3\Rightarrow c=\sqrt{3}$.

Giả sử $A(x;y)$ suy ra $B(x;-y)$. Theo giả thiết, tam giác ABC đều

$AC^2=AB^2\Leftrightarrow(2-x)^2+y^2=4y^2\Leftrightarrow(2-x)^2=3y^2$. (1)

Hơn nữa $A\in(E)\Leftrightarrow\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1\Leftrightarrow x^2+4y^2=4$. (2)

Từ (1) và (2), ta có

$$\begin{cases}(2-x)^2=3y^2\\x^2+4y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y^2=1-\frac{x^2}{4}\\7x^2-16x+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=0\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}x=\frac{2}{7}\\y=\frac{4\sqrt{3}}{7}\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}x=\frac{2}{7}\\y=-\frac{4\sqrt{3}}{7}\end{cases}.$$

Vì A, B khác C nên $A\left(\frac{2}{7};\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$, $B\left(\frac{2}{7};-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hoặc $A\left(\frac{2}{7};-\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7};\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

b) Do tam giác OAB cân tại O và A, B đều có hoành độ dương nên A, B đối xứng nhau qua Ox.

Giả sử $A(x;y)$ với $x>0$, suy ra $B(x;-y)$. Gọi H là hình chiếu của O lên AB. Khi đó ta có

$S_{\Delta OAB}=\frac{1}{2}AB.OH=\frac{1}{2}|2y|x=x|y|$.

Áp dụng bất đẳng thức $Cauchy$, ta có $1=\frac{x^2}{4}+y^2\ge 2.\frac{x}{2}.|y|=x|y|$.

Do đó $S_{\Delta OAB} \le 1$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{x^2}{4} = y^2$.

Thay vào (E), ta được $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \Leftrightarrow y^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow y^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow y = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$.

Vậy $A\left(\sqrt{2};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ và $B\left(\sqrt{2};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $A\left(\sqrt{2};-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ và $B\left(\sqrt{2};\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

c) Gọi $B(x;y)$ với $x > 0$.

Do tam giác ABC vuông cân tại A, suy ra B và C đối xứng nhau qua Ox nên $C(x;-y)$.

Ta có $AB \perp AC \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - y^2 = 0$. (1)

Hơn nữa, $B \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$. (2)

Từ (1) và (2), ta có

$$\begin{cases}(x-3)^2 - y^2 = 0\\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y^2 = 1 - \frac{x^2}{9}\\ (x-3)^2 - 1 + \frac{x^2}{9} = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y^2 = 1 - \frac{x^2}{9}\\ \frac{10}{9}x^2 - 6x + 8 = 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x = 3\\ y = 0\end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases}x = \frac{12}{5}\\ y = \pm\frac{3}{5}\end{cases}.$$

Vì A, B khác C nên $B\left(\frac{12}{5};\frac{3}{5}\right)$, $C\left(\frac{12}{5};-\frac{3}{5}\right)$.

Câu 4: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$ và hai điểm $A(-5;-1)$, $B(-1;1)$. Xác đinh tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ và hai điểm $A(3;4)$, $B(5;3)$. Tìm trên (E) điểm C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng 4,5.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E): \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm trên (E) những điểm sao cho khoảng cách từ điểm đó đến đường thẳng $d: 2x - 3y + 1 = 0$ là lớn nhất.

Lời giải

a) Gọi $M(x;y) \in (E)$ nên $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$. Phương trình đường thẳng $AB: x - 2y + 3 = 0$.

Ta có

$S_{\Delta MAB}=\frac{1}{2}AB.d\left(M,AB\right)=\frac{1}{2}.2\sqrt{5}\frac{\left|x-2y+3\right|}{\sqrt{5}}=\left|x-2y+3\right|$.

Áp dụng bất đẳng thức *Bunhiacopxki*, ta được

$$\left(x-2y\right)^2=\left(4.\frac{1}{4}x-2\sqrt{5}.\frac{y}{\sqrt{5}}\right)^2\le\left[\left(\frac{1}{4}x\right)^2+\left(\frac{y}{\sqrt{5}}\right)^2\right]\left[4^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2\right]=\left(\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{5}\right).36=1.36=36.$$

Suy ra $\left|x-2y\right|\le 6$ nên $\left|x-2y+3\right|\le 9$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases}\dfrac{\frac{1}{4}x}{4}=\dfrac{\frac{y}{\sqrt{5}}}{-2\sqrt{5}}\\ x-2y+3=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{8}{3}\\ y=-\dfrac{5}{3}\end{cases}$.

Vậy $M\left(\frac{8}{3};-\frac{5}{3}\right)$ thỏa yêu cầu bài toán.

b) Gọi $C\left(x;y\right)\in\left(E\right)\Leftrightarrow\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$. (1)

Phương trình đường thẳng $AB:x+2y-11=0$. Ta có

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.d\left(C,AB\right)=4,5\Leftrightarrow\frac{1}{2}\sqrt{5}\frac{\left|x+2y-11\right|}{\sqrt{5}}=4,5\Leftrightarrow\left|x+2y-11\right|=9$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+2y-11=9\quad(2)\\ x+2y-11=-9\quad(3)\end{array}\right.$.

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases}x+2y-11=9\\ \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=20-2y\\ \dfrac{\left(20-2y\right)^2}{8}-\dfrac{y^2}{2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=20-2y\\ 2y^2-20y+100=0\end{cases}$: vô nghiệm.

Từ (1) và (3), ta có $\begin{cases}x+2y-11=-9\\ \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2-2y\\ \dfrac{\left(2-2y\right)^2}{8}-\dfrac{y^2}{2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1-\sqrt{3}\\ y=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=1+\sqrt{3}\\ y=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\end{cases}$.

Vậy $C\left(1-\sqrt{3};\frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$ hoặc $C\left(1+\sqrt{3};\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$.

c) Gọi $M\left(x;y\right)\in\left(E\right)\Leftrightarrow\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{1}=1\Leftrightarrow x^2+2y^2=2$. Ta có

$d\left(M,d\right)=\frac{\left|2x-3y+1\right|}{\sqrt{13}}$.

Áp dụng bất đẳng thức $Bunhiacopxki$, ta có

$$(2x-3y)^2=\left(2.x-\frac{3}{\sqrt{2}}.\sqrt{2}y\right)^2\le\left[x^2+\left(\sqrt{2}y\right)^2\right]\left(4+\frac{9}{2}\right)=2.\frac{17}{2}=17.$$

Suy ra $|2x-3y|\le\sqrt{17}$ nên $|2x-3y+1|\le\sqrt{17}+1$.

Dấu $"="$ xảy ra khi và chỉ khi: $\begin{cases}\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sqrt{2}y}{\dfrac{-3}{\sqrt{2}}}\\2x-3y=\sqrt{17}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{4}{\sqrt{17}}\\y=-\dfrac{3}{\sqrt{17}}\end{cases}$.

Vậy $d(M,d)$ lớn nhất bằng $\dfrac{\sqrt{17}+1}{\sqrt{13}}$ khi $M\left(\dfrac{4}{\sqrt{17}};-\dfrac{3}{\sqrt{17}}\right)$.

Câu 5: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ và các điểm $A(-3;0)$, $I(-1;0)$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho bán kính đường tròn nội tiếp tam giác MF_1F_2 bằng $\dfrac{4}{3}$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho đường phân giác trong góc $\widehat{F_1MF_2}$ đi qua điểm $N\left(-\dfrac{48}{25};0\right)$.

Lời giải

a) Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(-1;0)$, bán kính $R=IA=2$ là:

$(C):(x+1)^2+y^2=4$.

Theo giả thiết, ta có $B,C\in(E)\cap(C)$ nên tọa độ điểm B,C là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1\\(x+1)^2+y^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x^2+9y^2=36\\9(x+1)^2+9y^2=36\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x^2+9y^2=36\\9(x+1)^2-4x^2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4x^2+9y^2=36\\5x^2+18x+9=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=-3\\y=0\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}x=-\dfrac{3}{5}\\y=\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}x=-\dfrac{3}{5}\\y=-\dfrac{4\sqrt{6}}{5}\end{cases}.$$

Vậy $B\left(-\frac{3}{5};-\frac{4\sqrt{6}}{5}\right)$, $C\left(-\frac{3}{5};\frac{4\sqrt{6}}{5}\right)$ hoặc $B\left(-\frac{3}{5};\frac{4\sqrt{6}}{5}\right)$, $\left(-\frac{3}{5};-\frac{4\sqrt{6}}{5}\right)$.

b) Ta có $a^2=25\Rightarrow a=5$ và $b^2=9\Rightarrow b=3$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=16\Rightarrow c=4$.

Hai tiêu điểm của Elip là: $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$. Ta có $S_{\Delta MF_1F_2}=p.r$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}F_1F_2.d(M,F_1F_2)=\frac{MF_1+MF_2+F_1F_2}{2}.r$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}.2c.|y|=(a+c).\frac{4}{3}\Leftrightarrow 4|y|=9.\frac{4}{3}\Leftrightarrow |y|=3\Leftrightarrow y=\pm 3.$$

Thay vào phương trình (E), ta được $\frac{x^2}{25}+\frac{9}{9}=1\Leftrightarrow x=0$.

Vậy $M(0;3)$ hoặc $M(0;-3)$.

c) Ta có $a^2=25\Rightarrow a=5$ và $b^2=9\Rightarrow b=3$. Suy ra $c^2=a^2-b^2=16\Rightarrow c=4$.

Hai tiêu điểm của Elip là: $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$.

Gọi $M(x;y)\in(E)$. Theo giả thiết MN là phân giác trong của $\widehat{F_1MF_2}$, suy ra

$$\frac{F_1N}{F_2N}=\frac{F_1M}{F_2M}\Leftrightarrow \frac{52}{148}=\frac{a+ex}{a-ex}\Leftrightarrow 12a+25ex=0\Leftrightarrow 12.5+25.\frac{4}{5}x=0\Leftrightarrow x=-3.$$

Thay vào phương trình (E), ta được $\frac{9}{25}+\frac{y^2}{9}=1\Leftrightarrow y=\pm\frac{12}{5}$.

Vậy $M\left(-3;\frac{12}{5}\right)$ hoặc $M\left(-3;-\frac{12}{5}\right)$.

3 BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Cho Elip (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$. Với M là điểm bất kì nằm trên (E), khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $4\le OM\le 5$. **B.** $OM\ge 5$. **C.** $OM\le 3$. **D.** $3\le OM\le 4$.

Lời giải

Chọn D.

Từ (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$, suy ra $a=4, b=3$.

Với một điểm bất kì trên (E), ta luôn có $b\le OM\le a\Rightarrow 3\le OM\le 4$.

Câu 2: Elip đi qua điểm $M\left(1;-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ thì có phương trình chính tắc là:

A. $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{1}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{\frac{1}{4}}=1$.

Lời giải

Chọn B.

Giả sử (E) có PTCT là: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \quad (a>b>0)$.

Ta có: $\begin{cases} M\left(1;-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\in(E) \\ 2c=2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{a^2}+\dfrac{3}{4b^2}=1 \\ a^2-b^2=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2=4 \\ b^2=1 \end{cases}$ Vậy PTCT của (E) là : $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$

Câu 3: Cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{169}+\dfrac{y^2}{144}=1$ và điểm M nằm trên (E). Nếu điểm M có hoành độ bằng -13 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng:

A. 8; 18. **B.** $13\pm\sqrt{5}$. **C.** 10;16. **D.** $13\pm\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a=13$, $b=12 \Rightarrow c=5$

Vậy $MF_1=a+\dfrac{c}{a}x_M=8$ $MF_2=a-\dfrac{c}{a}x_M=18$

Câu 4: Cho Elíp có phương trình $16x^2+25y^2=100$. Tính tổng khoảng cách từ điểm thuộc elíp có hoành độ $x=2$ đến hai tiêu điểm.

A. 10. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 5. **D.** $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \quad (a,b>0)$.

Ta có : $a=\dfrac{5}{2}$, $b=2$, $c=\sqrt{6}$.

Sử dụng công thức bán kính qua tiêu

$MF_1=\dfrac{5}{2}-\dfrac{4\sqrt{6}}{5}$, $MF_2=\dfrac{5}{2}+\dfrac{4\sqrt{6}}{5}$

$MF_1+MF_2=5$.

Cách 2: dễ thấy $MF_1+MF_2=2a=5$.

Câu 5: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Đường thẳng $(d): x=-4$ cắt (E) tại hai điểm M, N. Khi đó:

A. $MN=\frac{9}{25}$. **B.** $MN=\frac{18}{25}$. **C.** $MN=\frac{18}{5}$. **D.** $MN=\frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết: $x=-4$ nên ta có phương trình:

$$\frac{(-4)^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{9}=\frac{9}{25} \Leftrightarrow y^2=\frac{81}{25} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=\frac{9}{5} \Rightarrow M\left(-4;\frac{9}{5}\right) \\ y=-\frac{9}{5} \Rightarrow N\left(-4;-\frac{9}{5}\right)\end{array}\right.$$

Khi đó: $MN=\sqrt{(-4+4)^2+\left(\frac{9}{5}+\frac{9}{5}\right)^2}=\frac{18}{5}$.

Câu 6: Cho Elip có phương trình: $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$. M là điểm thuộc (E) sao cho $MF_1=MF_2$. Khi đó tọa độ điểm M là:

A. $M_1(0;1), M_2(0;-1)$. **B.** $M_1(0;2), M_2(0;-2)$.

C. $M_1(-4;0), M_2(4;0)$. **D.** $M_1(0;4), M_2(0;-4)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (a,b>0)$.

Nên $a=4;\ b=2$

Vì $MF_1=MF_2$ nên M thuộc đường trung trực của F_1F_2 chính là trục Oy

M là điểm thuộc (E) nên M là giao điểm của elip và trục Oy

Vậy $M_1(0;2), M_2(0;-2)$.

Câu 7: Dây cung của Elip $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (0<b<a)$. vuông góc với trục lớn tại tiêu điểm có độ dài là

A. $\frac{2c^2}{a}$. **B.** $\frac{2b^2}{a}$. **C.** $\frac{2a^2}{c}$. **D.** $\frac{a^2}{c}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi dây cung đó là M_1M_2 như hình vẽ.

Giả sử $M_1(c;y)(y>0)$, $M_1 \in (E) \Rightarrow \frac{c^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow y^2=b^2\cdot\frac{a^2-c^2}{a^2}=\frac{b^4}{a^2} \Rightarrow y=\frac{b^2}{a}$

Khi đó, $M_1\left(c;\frac{b^2}{a}\right)$, $M_2\left(c;-\frac{b^2}{a}\right) \Rightarrow M_1M_2=\frac{2b^2}{a}$.

Câu 8: Cho (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ và điểm M thuộc (E). Khi đó độ dài OM thỏa mãn

A. $OM \le 3$ **B.** $3 \le OM \le 4$. **C.** $4 \le OM \le 5$. **D.** $OM \ge 5$.

Lời giải

Chọn B

Vì $M(x;y) \in (E)$ nên $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ và $OM=\sqrt{x^2+y^2}$.

Ta có $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{16} \le \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9} \le \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{9} \Leftrightarrow \frac{OM^2}{16} \le 1 \le \frac{OM^2}{9} \Leftrightarrow 9 \le OM^2 \le 16 \Leftrightarrow 3 \le OM \le 4$.

Câu 9: Cho $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$. Đường thẳng $d: x=-4$ cắt (E) tại hai điểm M, N. Khi đó, độ dài đoạn MN bằng

A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{9}{25}$. **C.** $\frac{18}{5}$. **D.** $\frac{18}{25}$.

Lời giải

Chọn C

Thay $x=-4$ vào phương trình đường elip ta được: $\frac{16}{25}+\frac{y^2}{9}=1 \Leftrightarrow y=\pm\frac{9}{5}$.

Tọa độ hai giao điểm là $M\left(-4;\frac{9}{5}\right), N\left(-4;-\frac{9}{5}\right)$.

Do đó, $MN=\frac{18}{5}$.

Câu 10: Đường thẳng $y=kx$ cắt (E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ tại hai điểm M, N phân biệt. Khi đó M, N

A. Đối xứng nhau qua $O(0;0)$. **B.** Đối xứng nhau qua Oy.

C. Đối xứng nhau qua Ox. **D.** Đối xứng nhau qua $I(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $y=kx$ đi qua $O(0;0)$ và (E) nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng. Do đó khi đường thẳng $y=kx$ cắt (E) tại M, N phân biệt thì M, N đối xứng nhau qua $O(0;0)$.

Câu 11: Cho elip $(E): \frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ và điểm M thuộc (E) có hoành độ $x_M=-13$. Khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm của (E) lần lượt là

A. 10 và 6. **B.** 8 và 18. **C.** 13 và $\pm\sqrt{5}$. **D.** 13 và $\pm\sqrt{10}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} x_M = -13 \\ M \in (E) \end{cases} \Rightarrow y_M = 0 \Rightarrow M(-13;0)$.

Ta có $a^2 = 169$; $b^2 = 144 \Rightarrow c^2 = 25 \Rightarrow c = 5$.

Các tiêu điểm của (E) là $F_1(-5;0)$, $F_2(5;0)$, suy ra $MF_1 = 8$, $MF_2 = 18$.

Câu 12: Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, với tiêu điểm F_1, F_2. Lấy hai điểm $A, B \in (E)$ sao cho $AF_1 + BF_1 = 8$. Khi đó, $AF_2 + BF_2 = ?$

A. 6. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

Do $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$.

Do $A \in (E) \Leftrightarrow AF_1 + AF_2 = 2a = 10$.

Do $B \in (E) \Leftrightarrow BF_1 + BF_2 = 2a = 10$.

$\Rightarrow (AF_1 + BF_1) + (AF_2 + BF_2) = 20 \Leftrightarrow 8 + (AF_2 + BF_2) = 20 \Leftrightarrow AF_2 + BF_2 = 12$.

Câu 13: Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm toạ độ điểm $M \in (E)$ sao cho M nhìn F_1, F_2 dưới một góc vuông:

A. $(-5;0)$. **B.** $\left(4; -\frac{9}{5}\right)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $\left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; \frac{9}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$M(x_M; y_M)$ nhìn F_1, F_2 dưới một góc vuông khi và chỉ khi $OM = OF_1$.

Do $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a^2 = 25; b^2 = 9 \Rightarrow c^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = 4$.

Để $OM = OF_1 \Leftrightarrow \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = 4 \Leftrightarrow x_M^2 + y_M^2 = 16$.

Mặt khác $M \in (E) \Rightarrow \frac{x_M^2}{25} + \frac{y_M^2}{9} = 1 \Leftrightarrow 9x_M^2 + 25y_M^2 = 225$.

Ta có hệ: $\begin{cases} x_M^2 + y_M^2 = 16 \\ 9x_M^2 + 25y_M^2 = 225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M^2 = \frac{175}{16} \\ y_M^2 = \frac{81}{16} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \pm\frac{5\sqrt{7}}{4} \\ y_M = \pm\frac{9}{4} \end{cases}$.

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$ và hai điểm $A(-5;-1)$, $B(-1;1)$. Điểm M bất kì thuộc (E), diện tích lớn nhất của tam giác MAB là:

A. 18. **B.** 9. **C.** $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(4;2)$, $AB=2\sqrt{5}$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, B: $x-2y+3=0$.

$M\left(4\cos\varphi;\sqrt{5}\sin\varphi\right)\in(E)(0\le\varphi\le 2\pi)$.

$S_{\Delta MAB}=\frac{1}{2}AB.d(M,\Delta)$. Diện tích lớn nhất khi và chỉ khi $d(M,\Delta)$ lớn nhất.

Ta có: $d_{(M,\Delta)}=\frac{\left|4\cos\varphi-2\sqrt{5}\sin\varphi+3\right|}{\sqrt{5}}\le\frac{\left|4\cos\varphi-2\sqrt{5}\sin\varphi\right|+3}{\sqrt{5}}$

$\Leftrightarrow d(M,\Delta)\le\frac{\sqrt{4^2+\left(-2\sqrt{5}\right)^2}+3}{\sqrt{5}}=\frac{9}{\sqrt{5}}$. Vậy $S_{\Delta MAB}=\frac{1}{2}AB.d(M,\Delta)=9$.

Câu 15: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho elip (E): $x^2+4y^2-4=0$. Tìm tất cả những điểm N trên elip (E) sao cho: $\widehat{F_1NF_2}=60^0$ ($F1$, $F2$ là hai tiêu điểm của elip (E))

A. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$.

B. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$.

C. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$.

D. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3};-\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$(E):\frac{x^2}{4}+y^2=1\Rightarrow a^2=4,b^2=1\Leftrightarrow c^2=3\Rightarrow c=\sqrt{3}$.

Gọi $N(x_0;y_0)\in(E)\Rightarrow\begin{cases}x_0^2+4y_0^2=4\\ NF_1=2+\frac{\sqrt{3}}{2}x_0;\ NF_2=2-\frac{\sqrt{3}}{2}x_0\\ F_1F_2=2\sqrt{3}\end{cases}$. Xét tam giác F_1NF_2 theo hệ thức lượng trong tam giác ta có: $(F_1F_2)^2=NF_1^2+NF_2^2-2NF_1NF_2\cos60^0\Leftrightarrow$

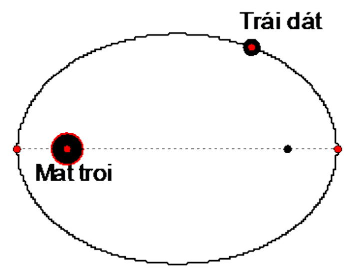
$\Leftrightarrow\left(2\sqrt{3}\right)^2=\left(2+\frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)^2+\left(2-\frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)^2-\left(2+\frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)\left(2-\frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)$

$$\Leftrightarrow 12 = 8 + \frac{3}{2}x_0^2 - \left(4 - \frac{3}{4}x_0^2\right) \Leftrightarrow \frac{9}{4}x_0^2 = 8 \Leftrightarrow x_0^2 = \frac{32}{9} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = -\dfrac{4\sqrt{2}}{3} \\ x_0 = \dfrac{4\sqrt{2}}{3} \end{array}\right. \Rightarrow y_0^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y_0 = -\dfrac{1}{3} \\ y_0 = \dfrac{1}{3} \end{array}\right..$$

Vậy có tất cả 4 điểm thỏa

$N\left(-\dfrac{4\sqrt{2}}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(-\dfrac{4\sqrt{2}}{3};\dfrac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};-\dfrac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Câu 16: Các hành tinh và các sao chổi khi chuyển động xung quanh mặt trời có quỹ đạo là một đường elip trong đó tâm mặt trời là một tiêu điểm. Điểm gần mặt trời nhất gọi là *điểm cận nhật*, điểm xa mặt trời nhất gọi là *điểm viễn nhật*. Trái đất chuyển động xung quanh mặt trời theo quỹ đạo là một đường elip có độ dài nửa trục lớn bằng $93.000.000$ dặm. Tỉ số khoảng cách giữa điểm cận nhật và điểm viễn nhật đến mặt trời là $\dfrac{59}{61}$. Tính khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điểm cận nhật. Lấy giá trị gần đúng.



A. Xấp xỉ $91.455.000$ dặm. **B.** Xấp xỉ $91.000.000$ dặm.
C. Xấp xỉ $91.450.000$ dặm. **D.** Xấp xỉ $91.550.000$ dặm.

Lời giải

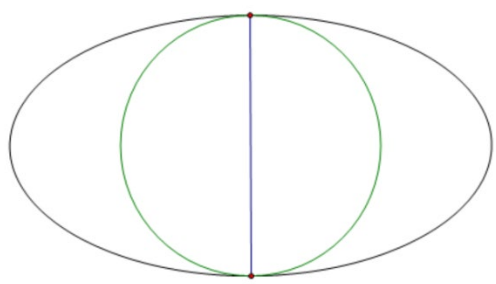
Chọn C

Ta có $a = 93.000.000$

Và $\dfrac{a-c}{a+c} = \dfrac{59}{61} \Leftrightarrow 61a - 61c = 59a + 59c \Leftrightarrow c = \dfrac{a}{60} = \dfrac{93.000.000}{60} = 1.550.000$

Suy ra khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điểm cận nhật là: $91.450.000$

Câu 17: Ông Hoàng có một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là $60m$ và $30m$. Ông chia thành hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với elip để làm mục đích sử dụng khác nhau. Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích elip được tính theo công thức $S = \pi ab$ trong đó a, b lần lượt là đọ dài nửa trục lớn và nửa trục bé của elip. Biết độ rộng của đường elip không đáng kể.



A. $T = \dfrac{2}{3}$. **B.** $T = 1$. **C.** $T = \dfrac{1}{2}$. **D.** $T = \dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình tròn: $S_T = \pi.15^2$, diện tích elip là $S_E = \pi.15.30$.

Tỉ số diện tích $T = \dfrac{S_T}{S_E - S_T} = \dfrac{\pi.15^2}{\pi.15.30 - \pi.15^2} = \dfrac{15}{30-15} = 1$.