Chương 1
MỆNH ĐỀ VÀ TẬP HỢP

Bài 1 MỆNH ĐỀ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Mệnh đề

Định nghĩa 1.1. *Mệnh đề logic* (gọi tắt là *mệnh đề*) là một khẳng định **hoặc đúng hoặc sai**.

- Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.
- Một khẳng định đúng được gọi là *mệnh đề đúng*.
- Một khẳng định sai được gọi là *mệnh đề sai*.
- Mệnh đề thường được kí hiệu bằng các chữ cái in hoa. Ví dụ: Q: "6 chia hết cho 3".

CHÚ Ý

- Các câu hỏi, câu cảm thán, câu mệnh lệnh không phải là mệnh đề.
- Một câu chưa xác định được đúng hay sai nhưng chắc chắn nó chỉ đúng hoặc sai (không thể vừa đúng vừa sai) cũng là một mệnh đề. Ví dụ: "Có sự sống ngoài Trái Đất" là một mệnh đề.
- Trong thực tế, có những mệnh đề mà tính đúng sai của nó luôn gắn với một thời gian và địa điểm cụ thể: đúng ở thời gian hoặc địa điểm này nhưng sai ở thời gian hoặc địa điểm khác. Nhưng ở bất kì thời gian, địa điểm nào cũng luôn có giá trị chân lí hoặc đúng hoặc sai. Ví dụ: Sáng nay bạn An đi học.

2. Mệnh đề chứa biến

Định nghĩa 1.2. Những khẳng định mà tính đúng, sai của chúng phụ thuộc vào giá trị của biến gọi là *mệnh đề chứa biến*.

Ví dụ: Cho $P(x) : x > x^2$ với x là số thực. Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này, do đó nó chưa phải là mệnh đề.
Tuy nhiên, khi thay x bởi những giá trị cụ thể thì ta được một mệnh đề, chẳng hạn, $P(2)$ là mệnh đề sai, $P\left(\frac{1}{2}\right)$ là mệnh đề đúng.

3. Mệnh đề phủ định

Định nghĩa 1.3. Cho mệnh đề P. Mệnh đề "Không phải P" được gọi là mệnh đề phủ định của P và kí hiệu là $\overline{P}$.

- Mệnh đề P và mệnh đề phủ định $\overline{P}$ là hai khẳng định trái ngược nhau. Nếu P đúng thì $\overline{P}$ sai, nếu P sai thì $\overline{P}$ đúng.

- Mệnh đề phủ định của P có thể diễn đạt theo nhiều cách khác nhau. Chẳng hạn, xét mệnh đề P: "2 là số chẵn". Khi đó, mệnh đề phủ định của P có thể phát biểu là $\overline{P}$: "2 không phải là số chẵn" hoặc "2 là số lẻ".

4. Mệnh đề kéo theo và mệnh đề đảo

Định nghĩa 1.4. Cho hai mệnh đề P và Q. Mệnh đề "Nếu P thì Q" được gọi là mệnh đề kéo theo.

- Kí hiệu là $P \Rightarrow Q$.
- Mệnh đề kéo theo chỉ sai khi P đúng Q sai.
- $P \Rightarrow Q$ còn được phát biểu là "P kéo theo Q", "P suy ra Q" hay "Vì P nên Q".

CHÚ Ý

Trong toán học, định lí là một mệnh đề đúng, thường có dạng $P \Rightarrow Q$. Khi đó ta nói

- P là giả thiết, Q là kết luận của định lí.
- P là <u>*điều kiện đủ*</u> để có Q, còn Q là <u>*điều kiện cần*</u> để có P.

Trong logic toán học, khi xét giá trị chân lí của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ người ta không quan tâm đến mối quan hệ về nội dung của hai mệnh đề P, Q. Không phân biệt trường hợp P có phải là nguyên nhân để có Q hay không mà chỉ quan tâm đến tính đúng, sai của chúng.
Ví dụ: "Nếu mặt trời quay quanh trái đất thì Việt Nam nằm ở châu Âu" là một mệnh đề đúng. Vì ở đây hai mệnh đề P: "Mặt trời quay xung quanh trái đất" và Q: "Việt Nam nằm ở châu Âu" đều là mệnh đề sai.

Định nghĩa 1.5. Cho mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

CHÚ Ý

Mệnh đề đảo của một mệnh đề đúng không nhất thiết là một mệnh đề đúng.

5. Mệnh đề tương đương

Định nghĩa 1.6. Cho hai mệnh đề P và Q. Mệnh đề có dạng "P nếu và chỉ nếu Q" được gọi là mệnh đề tương đương.

- Kí hiệu là $P \Leftrightarrow Q$.
- Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ cùng đúng hoặc cùng sai.
  (Hay $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi cả hai mệnh đề P và Q cùng đúng hoặc cùng sai).
- $P \Leftrightarrow Q$ còn được phát biểu là "P khi và chỉ khi Q", "P tương đương với Q", hay "P là điều kiện cần và đủ để có Q".

Hai mệnh đề P, Q tương đương với nhau hoàn toàn không có nghĩa là nội dung của chúng như nhau, mà nó chỉ nói lên rằng chúng có cùng giá trị chân lí (cùng đúng hoặc cùng sai).
Ví dụ: "Hình vuông có một góc tù khi và chỉ khi 100 là số nguyên tố" là một mệnh đề đúng.

6. Mệnh đề có chứa kí hiệu ∀ và ∃

- Kí hiệu $\forall$ (với mọi): "$\forall x \in X, P(x)$" hoặc "$\forall x \in X : P(x)$".
- Kí hiệu $\exists$ (tồn tại): "$\exists x \in X, P(x)$" hoặc "$\exists x \in X : P(x)$".

- *Phủ định của mệnh đề "$\forall x \in X, P(x)$" là mệnh đề "$\exists x \in X, \overline{P(x)}$".*
- *Phủ định của mệnh đề "$\exists x \in X, P(x)$" là mệnh đề "$\forall x \in X, \overline{P(x)}$".*

B – CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xác định mệnh đề & xét tính đúng - sai của mệnh đề

1. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1. Phát biểu nào sau đây là một mệnh đề toán học?

a) Hà Nội là Thủ đô của Việt Nam.

b) Số π là một số hữu tỉ.

c) $x = 1$ có phải là nghiệm của phương trình $x^2 - 1 = 0$ không?

d) Phương trình $3x^2 - 5x + 2 = 0$ có nghiệm nguyên.

e) $5 < 7 - 3$.

f) Đây là cách xử lí khôn ngoan!

Lời giải.

- Phát biểu "Hà Nội là Thủ đô của Việt Nam" là mệnh đề nhưng không phải là mệnh đề toán học.
- Phát biểu "Số π là một số hữu tỉ" là một mệnh đề toán học.
- Phát biểu "$x = 1$ có phải là nghiệm của phương trình $x^2 - 1 = 0$ không?" là một câu hỏi nên không phải là một mệnh đề toán học.
- Phát biểu "Phương trình $3x^2 - 5x + 2 = 0$ có nghiệm nguyên" là một mệnh đề toán học.
- Phát biểu "$5 < 7 - 3$" là một mệnh đề toán học.
- Phát biểu "Đây là cách xử lí khôn ngoan!" là một câu cảm thán nên không phải là một mệnh đề toán học.

□

Ví dụ 2. Trong các mệnh đề toán học sau đây, mệnh đề nào là một khẳng định đúng? Mệnh đề nào là một khẳng định sai?

- P: "Tổng hai góc đối của một tứ giác nội tiếp bằng $180°$°".
- Q: "7 là số chính phương".
- R: "1 là số nguyên tố".

Lời giải.

Mệnh đề P là mệnh đề đúng.
Mệnh đề Q và R là mệnh đề sai.
□

Ví dụ 3. Thay dấu "?" bằng dấu "x" vào ô thích hợp trong bảng sau

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
13 là số nguyên tố.	?	?	?
Tổng độ dài hai cạnh bất kì của một tam giác nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.	?	?	?
Bạn đã làm bài tập chưa?	?	?	?
Thời tiết hôm nay thật đẹp!	?	?	?
$9 > 2$.	?	?	?
27 chia hết cho 5.	?	?	?
$2 + 3 = 6$.	?	?	?
36 là số chính phương.	?	?	?
Chó là 1 loài động vật.	?	?	?
Chó có khôn hơn lợn không?	?	?	?

Lời giải.

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
13 là số nguyên tố.		x	
Tổng độ dài hai cạnh bất kì của một tam giác nhỏ hơn độ dài cạnh còn lại.			x
Bạn đã làm bài tập chưa?	x		
Thời tiết hôm nay thật đẹp!	x		
$9 > 2$.		x	
27 chia hết cho 5.			x
$2 + 3 = 6$.			x
36 là số chính phương.		x	
Chó là 1 loài động vật.		x	
Chó có khôn hơn lợn không?	x		

□

2. Bài tập rèn luyện

Bài 1. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề toán học?

a) Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm.

b) Mọi số tự nhiên đều là số dương.

c) Có sự sống ngoài Trái Đất.

d) Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động.

Lời giải.

- Phát biểu "Tích hai số thực trái dấu là một số thực âm" là mệnh đề toán học.
- Phát biểu "Mọi số tự nhiên đều là số dương" là mệnh đề toán học.
- Phát biểu "Có sự sống ngoài Trái Đất" là mệnh đề nhưng không là mệnh đề toán học.

- Phát biểu "Ngày 1 tháng 5 là ngày Quốc tế Lao động" là mệnh đề nhưng không là mệnh đề toán học.

□

Bài 2. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

a) Trung Quốc là nước đông dân nhất thế giới.

b) Bạn học trường nào?

c) Không được làm việc riêng trong giờ học.

d) Tôi sẽ sút bóng trúng xà ngang.

Lời giải.

- Câu "Trung Quốc là nước đông dân nhất thế giới" là mệnh đề.
- Câu "Bạn học trường nào?" là câu hỏi nên không là mệnh đề.
- Câu "Không được làm việc riêng trong giờ học" là câu ra lệnh nên không là mệnh đề.
- Câu "Tôi sẽ sút bóng trúng xà ngang" là câu dự đoán nên không là mệnh đề.

□

Bài 3. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

a) $\pi < \dfrac{10}{3}$.

b) Phương trình $3x + 7 = 0$ có nghiệm.

c) Có ít nhất một số cộng với chính nó bằng 0.

d) 2022 là hợp số.

Lời giải.

- Mệnh đề "$\pi < \dfrac{10}{3}$" là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề "Phương trình $3x + 7 = 0$ có nghiệm" là mệnh đề đúng vì $3x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{7}{3}$.
- Mệnh đề "Có ít nhất một số cộng với chính nó bằng 0" là mệnh đề đúng vì $0 + 0 = 0$.
- Mệnh đề "2022 là hợp số" là mệnh đề đúng vì 2022 có ít nhất 3 ước là 1; 2 và 2022.

□

Bài 4. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

a) 1993 chia hết cho 3.

b) $\sqrt{12}$ là một số hữu tỉ.

c) 9 là một số chính phương.

d) $|-1997| \leqslant 0$.

Lời giải.

- Mệnh đề "1993 chia hết cho 3" là mệnh đề sai vì 1993 chia 3 dư 1.

- Mệnh đề "$\sqrt{12}$ là một số hữu tỉ" là mệnh đề sai vì $\sqrt{12}$ là một số vô tỉ.
- Mệnh đề "9 là một số chính phương" là mệnh đề đúng vì $\sqrt{9}=3$.
- Mệnh đề "$|-1997| \leqslant 0$" là mệnh đề sai vì $|-1997| = 1997 > 0$.

□

Bài 5. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau

a) $\sqrt{3}+\sqrt{2}=\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$.

b) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{18}\right)^2 \geqslant 8$.

c) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{12}\right)^2$ là một số hữu tỉ.

d) $x=2$ là một nghiệm của phương trình $\dfrac{x^2-4}{x-2}=0$.

Lời giải.

- Mệnh đề "$\sqrt{3}+\sqrt{2}=\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$" là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề "$\left(\sqrt{2}-\sqrt{18}\right)^2 \geqslant 8$" là mệnh đề đúng vì $\left(\sqrt{2}-\sqrt{18}\right)^2 = 8$.
- Mệnh đề "$\left(\sqrt{3}+\sqrt{12}\right)^2$ là một số hữu tỉ" là mệnh đề đúng vì $\left(\sqrt{3}+\sqrt{12}\right)^2 = 27$.
- Mệnh đề "$x=2$ là một nghiệm của phương trình $\dfrac{x^2-4}{x-2}=0$" là mệnh đề sai vì $x=2$ vi phạm điều kiện xác định của phương trình.

□

Bài 6. Thay dấu "?" bằng dấu "x" vào ô thích hợp trong bảng sau

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai
Hãy đi nhanh lên!	?	?	?
$5+7+4=15$.	?	?	?
Năm 2022 là năm nhuận.	?	?	?
Phương trình $x^2-3x+2=0$ có nghiệm.	?	?	?
$2^{10}-1$ chia hết cho 11.	?	?	?
Có vô số số nguyên tố.	?	?	?
Bây giờ là mấy giờ?	?	?	?
Chiến tranh thế giới lần thứ hai kết thúc năm 1946.	?	?	?
$\sqrt{5}$ là số vô tỉ.	?	?	?

Lời giải.

Câu	Không phải mệnh đề	Mệnh đề đúng	Mệnh đề sai

Hãy đi nhanh lên!	x		
$5+7+4=15$.			x
Năm 2022 là năm nhuận.			x
Phương trình $x^2-3x+2=0$ có nghiệm.		x	
$2^{10}-1$ chia hết cho 11.		x	
Có vô số số nguyên tố.		x	
Bây giờ là mấy giờ?	x		
Chiến tranh thế giới lần thứ hai kết thúc năm 1946.			x
$\sqrt{5}$ là số vô tỉ.		x	

$\square$

Dạng 2. Mệnh đề phủ định, mệnh đề đảo, mệnh đề kéo theo, tương đương

1. Ví dụ minh họa

Ví dụ 4. Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề phủ định đó.

a) P: "$\sqrt{5}$ là số hữu tỉ".

b) Q: "Tổng ba góc trong một tam giác bằng $180°$".

c) R: "25 là một số chính phương".

d) T: "Hình vuông không phải là hình bình hành".

Lời giải.

a) Mệnh đề phủ định của mệnh đề P là $\overline{P}$: "$\sqrt{5}$ không phải là số hữu tỉ".
Đây là một mệnh đề đúng vì $\sqrt{5}$ không thể biểu diễn dưới dạng $\dfrac{a}{b}$ với a, $b \in \mathbb{Z}$.

b) Mệnh đề phủ định của mệnh đề Q là $\overline{Q}$: "Tổng ba góc trong tam giác không bằng $180°$.
Đây là một mệnh đề sai.

c) Mệnh đề phủ định của mệnh đề R là $\overrightarrow{R}$: "25 không phải là một số chính phương".
Đây là một mệnh đề sai.

d) Mệnh đề phủ định của mệnh đề T là $\overline{T}$: "Hình vuông là hình bình hành".
Đây là một mệnh đề đúng.

$\square$

Ví dụ 5. Cho tam giác ABC. Xét hai mệnh đề P: "tam giác ABC vuông" và Q: "$AB^2+AC^2=BC^2$". Phát biểu và cho biết mệnh đề sau đúng hay sai.

a) $P \Rightarrow Q$.

b) $Q \Rightarrow P$.

Lời giải.

a) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu tam giác ABC vuông thì $AB^2+AC^2=BC^2$.
Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ sai vì chưa chắc tam giác ABC đã vuông tại A.

b) Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là "Nếu tam giác ABC có $AB^2 + AC^2 = BC^2$ thì tam giác vuông".
Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ đúng (theo định lí Py-ta-go).

□

Ví dụ 6. Cho $\triangle ABC$ có hai đường trung tuyến BM, CN. Lập mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề đảo của nó, rồi xét tính đúng sai của chúng khi

a) P: "Góc A tù" và Q: "Cạnh BC lớn nhất".

b) P: "$BM = CN$" và Q: "tam giác ABC cân".

Lời giải.

a) P: "Góc A tù" và Q: "Cạnh BC lớn nhất".

- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu góc A tù thì cạnh BC lớn nhất". Đây là mệnh đề đúng.
- Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là "Nếu cạnh BC lớn nhất thì A là góc tù". Đây là mệnh đề sai (A vẫn có thể là góc nhọn hoặc góc vuông).

b) P: "$BM = CN$" và Q: "tam giác ABC cân".

- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu $BM = CN$ thì tam giác ABC cân". Đây là một mệnh đề đúng.
- Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là "Nếu tam giác ABC cân thì $BM = CN$". Đây là một mệnh đề sai vì chưa chắc tam giác ABC đã cân tại A.

□

Ví dụ 7. Cho định lí "Nếu $MA \perp MB$ thì M thuộc đường tròn đường kính AB". Hãy xác định giả thiết của định lí, kết luận của định lí và dùng thuật ngữ "điều kiện cần", "điều kiện đủ" để phát biểu lại định lí.

Lời giải.
Giả thiết của định lí là $MA \perp MB$.
Kết luật của định lí là M thuộc đường tròn đường kính AB.

- Điều kiện cần để $MA \perp MB$ là M thuộc đường tròn đường kính AB.
- Điều kiện đủ để M thuộc đường tròn đường kính AB là $MA \perp MB$.

□

Ví dụ 8. Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và cho biết tính đúng sai của nó.

a) P: "Tứ giác $ABCD$ là hình vuông" và Q: "Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có $AC = BD$".

b) P: "Điểm M nằm trên phân giác của góc xOy" và Q: "Điểm M cách đều hai cạnh Ox, Oy".

c) P: "Tam giác ABC đều" và Q: "Tam giác ABC có ba đường cao bằng nhau".

Lời giải.

a) Mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ là "Tứ giác $ABCD$ là hình vuông khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình thoi có $AC = BD$".
Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là hai mệnh đề đúng.

b) Mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ là "Điểm M nằm trên phân giác của góc xOy khi và chỉ khi điểm M cách đều hai cạnh Ox, Oy".
Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ là hai mệnh đề đúng.

c) Mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ là "Tam giác ABC đều khi và chỉ khi ba đường cao bằng nhau".
Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ là hai mệnh đề đúng.

□

2. Bài tập rèn luyện

Bài 7. Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau

a) A: "2022 chia hết cho 7".

b) B: "Tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6".

c) C: "Phương trình $x^2+x+1=0$ vô nghiệm".

Lời giải.

a) Mệnh đề phủ định của mệnh đề A là $\overline{A}$: "2022 không chia hết cho 7".

b) Mệnh đề phủ định của mệnh đề B là $\overline{B}$: "Tích của ba số tự nhiên liên tiếp không chia hết cho 6".

c) Mệnh đề phủ định của mệnh đề C là $\overline{C}$: "Phương trình $x^2-x+1=0$ có nghiệm".

□

Bài 8. Hãy lập mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau đây và cho biết các mệnh đề phủ định đó đúng hay sai?

a) A: "735 là số nguyên tố".

b) B: "Phương trình $x^2+9x-2011=0$ vô nghiệm".

c) C: "Đường tròn có một tâm đối xứng".

d) D: "Hai đường thẳng song song không có điểm chung".

Lời giải.

a) Phủ định của mệnh đề A là $\overline{A}$: "Số 735 không phải là số nguyên tố". Đây là mệnh đề đúng vì $735 \,\vdots\, 5$.

b) Phủ định của mệnh đề B là $\overline{B}$: "Phương trình $x^2+9x-2022=0$ có nghiệm". Đây là mệnh đề đúng vì $a=1$ và $c=-2022$ trái dấu.

c) Phủ định của mệnh đề C là $\overline{C}$: "Không phải đường tròn có một tâm đối xứng". Đây là một mệnh đề sai.

d) Phủ định của mệnh đề D là $\overline{D}$: "Hai đường thẳng song song có điểm chung". Đây là mệnh đề sai.

□

Bài 9. Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mệnh đề đảo.

a) Nếu một số chia hết cho 6 thì số đó chia hết cho 3.

b) Nếu một số là số tự nhiên lẻ thì nó là số nguyên tố.

c) Nếu $\dfrac{AB}{MN}=\dfrac{AC}{MP}$ thì $\triangle ABC \backsim \triangle MNP$.

Lời giải.

a) Nếu một số chia hết cho 3 thì số đó chia hết cho 6. Đây là mệnh đề sai.

b) Nếu một số là số nguyên tố thì nó là số lẻ. Đây là mệnh đề sai vì 2 là số nguyên tố chẵn.

c) Nếu $\triangle ABC \backsim \triangle MNP$ thì $\dfrac{AB}{MN}=\dfrac{AC}{MP}$. Đây là mệnh đề đúng.

□

Bài 10. Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của mệnh đề đảo.

a) Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau.

b) Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì nó có hai cạnh đối song song và bằng nhau.

Lời giải.

a) Nếu hai tam giác có diện tích bằng nhau thì nó bằng nhau.
Đây là một mệnh đề sai.

b) Nếu tứ giác $ABCD$ có hai cạnh đối song song và bằng nhau thì nó là hình bình hành.
Đây là mệnh đề đúng.

□

Bài 11. Hãy xác định giả thiết, kết luận đồng thời dùng thuật ngữ "điều kiện đủ", để phát biểu các định lí sau

a) Nếu a và b là hai số hữu tỉ thì tổng $a + b$ cũng là số hữu tỉ.

b) Nếu một số tự nhiên n có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì nó chia hết cho 9.

Lời giải.

a) Giả thiết của định lí là "a và b là hai số hữu tỉ".
Kết luận của định lí là "tổng $a + b$ là số hữu tỉ".
Phát biểu định lí dưới dạng điều kiện đủ "Điều kiện đủ để tổng $a + b$ là số hữu tỉ là cả hai số a và b đều là số hữu tỉ".

b) Giả thiết của định lí là "Một số tự nhiên n có tổng các chữ số chia hết cho 9".
Kết luận của định lí là "n chia hết cho 9".
Phát biểu định lí dưới dạng điều kiện đủ "Điều kiện đủ để n chia hết cho 9 là tổng các chữ số của n chia hết cho 9".

□

Bài 12. Cho định lí "Cho số tự nhiên n, nếu n^5 chia hết cho 5 thì n chia hết cho 5". Định lí này được viết dưới dạng $P \Rightarrow Q$.

a) Hãy xác định các mệnh đề P và Q.

b) Phát biểu định lí trên bằng cách dùng thuật ngữ "điều kiện cần".

c) Phát biểu định lí trên bằng cách dùng thuật ngữ "điều kiện đủ". Hãy phát biểu định lí đảo (nếu có) của định lí trên rồi dùng các thuật ngữ "điều kiện cần và điều kiện đủ" phát biểu gộp cả hai định lí thuận và đảo.

Lời giải.

a) P: "n là số tự nhiên và n^5 chia hết cho 5", Q: "n chia hết cho 5".

b) Với n là số tự nhiên, n chia hết cho 5 là điều kiện cần để n^5 chia hết cho 5.

c) Với n là số tự nhiên, n^5 chia hết cho 5 là điều kiện đủ để n chia hết cho 5.

d)

- Định lí đảo "Cho số tự nhiên n, nếu n chia hết cho 5 thì n^5 chia hết cho 5".
- Phát biểu gộp cả hai định lí "Điều kiện cần và đủ để n chia hết cho 5 là n^5 chia hết cho 5".

□

Bài 13. Cho tam giác ABC với trung tuyến AM. Xét hai mệnh đề
P: "Tam giác ABC vuông tại A". Q: "Trung tuyến AM bằng một nửa cạnh BC"

a) Hãy phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề này đúng hay sai?

b) Hãy phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$. Mệnh đề này đúng hay sai?

c) Phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai?

Lời giải.

a) Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là "Nếu tam giác ABC vuông tại A thì trung tuyến AM bằng một nửa cạnh BC". Đây là mệnh đề đúng.

b) Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là "Nếu trung tuyến AM bằng một nửa cạnh BC thì tam giác ABC vuông tại A". Đây là mệnh đề đúng.

c) Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ là "Tam giác ABC vuông tại A khi và chỉ khi trung tuyến AM bằng một nửa cạnh BC".
Mệnh đề tương đương $P \Leftrightarrow Q$ đúng vì $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ là hai mệnh đề đúng.

□

Bài 14. Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó.

a) P: "Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật" và Q: "Tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường".

b) P: "Hình thang $ABCD$ nội tiếp một đường tròn " và Q: "Hình thang $ABCD$ cân".

Lời giải.

a) Mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là $Q \Rightarrow P$: "Nếu tứ giác $ABCD$ có AC và BD cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường thì nó là hình chữ nhật".
Đây là một mệnh đề sai vì tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường thì nó chỉ là hình bình hành, chưa đủ điều kiện để là hình chữ nhật.

b) Mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là $Q \Rightarrow P$: "Nếu $ABCD$ là hình thang cân thì $ABCD$ nội tiếp một đường tròn".
Đây là một mệnh đề đúng vì hình thang cân có tổng hai góc đối bằng 180°.

□

Bài 15. Hãy phát biểu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai nếu biết

a) P: "a và b cùng chia hết cho c" và Q: "$a+b$ chia hết cho c".

b) P: "a chia hết cho 3" và Q: "a chia hết cho 9".

c) P: "$ABCD$ là hình chữ nhật" và Q: "Tứ giác $ABCD$ có ba góc vuông".

Lời giải.

a) Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$: "a và b cùng chia hết cho c nếu và chỉ nếu $a+b$ chia hết cho c".
Đây là mệnh đề sai vì mệnh đề $P \Rightarrow Q$ đúng nhưng mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là sai.

b) Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$: "a chia hết cho 3 nếu và chỉ nếu a chia hết cho 9".
Đây là mệnh đề sai vì mệnh đề $P \Rightarrow Q$ là mệnh đề đúng còn mệnh đề $Q \Rightarrow P$ là mệnh đề sai.

c) Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$: "$ABCD$ là hình chữ nhật khi và chỉ khi nó có ba góc vuông".
Đây là một mệnh đề đúng vì mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ là hai mệnh đề đúng.

□

Dạng 3. Mệnh đề chứa biến- mệnh đề chứa kí hiệu ∀ và ∃

Kí hiệu ∀ đọc là "với mọi".
Kí hiệu ∃ đọc là "có một" (tồn tại một) hay "có ít nhất một" (tồn tại ít nhất một).
Mối quan hệ giữa ∃ và ∀.
Cho mệnh đề "$P(x)$, $x \in X$".
Phủ định của mệnh đề "$\forall x \in X,\ P(x)$" là mệnh đề "$\exists x \in X,\ \overline{P(x)}$".
Phủ định của mệnh đề "$\exists x \in X,\ P(x)$" là mệnh đề "$\forall x \in X,\ \overline{P(x)}$".

1. Ví dụ minh họa

Ví dụ 9. Xét câu "n là số chẵn". (với n là số nguyên)
Ta chưa khẳng định được tính đúng sai của câu này. Tuy nhiên, với mỗi giá trị của n thuộc tập số nguyên, câu này cho ta một mệnh đề. Chẳng hạn,

- Với $n = 1$ ta được mệnh đề "1 là số chẵn" (đây là mệnh đề sai).
- Với $n = 2$ ta được mệnh đề "2 là số chẵn" (đây là mệnh đề đúng).

Ta nói rằng câu "n là số chẵn" là một mệnh đề chứa biến.

Ví dụ 10. Xét câu "$x > 1$". Hãy tìm hai giá trị thực của x, ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

Lời giải.

a) Cho $x = 2$ ta được mệnh đề đúng.

b) Cho $x = 0$ ta được mệnh đề sai.

□

Ví dụ 11. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề chứa biến?

a) 18 chia hết cho 9;

b) $3n$ chia hết cho 9.

Lời giải.

a) Câu "18 chia hết cho 9" là mệnh đề nhưng không phải là mệnh đề chứa biến.

b) Câu "$3n$ chia hết cho 9" là mệnh đề chứa biến, kí hiệu là $P(n)$: "$3n$ chia hết cho 9".

□

Ví dụ 12. Cho mệnh đề P: "$\forall x \in \mathbb{N} : x - 2 > 0$". Tìm mệnh đề phủ định của mệnh đề P. Xét tính đúng sai của mệnh đề $\overline{P}$.

Lời giải.
Ta có $\overline{P}$: "$\exists x \in \mathbb{N} : x - 2 \leq 0$".
Đây là mệnh đề đúng, vì với $x = 0$ thì $x - 2 = -2 < 0$. □

Ví dụ 13. Viết mệnh đề phủ định của mệnh đề sau và xác định tính đúng sai của nó.
P: "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0$".

Lời giải.

Mệnh đề P có thể phát biểu là "Tồn tại một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0".
Phủ định của mệnh đề P là "Không tồn tại một số thực mà bình phương của nó cộng với 1 bằng 0".
Tức là "Mọi số thực mà bình phương của nó cộng với 1 khác 0".
Ta có thể viết mệnh đề phủ định của P là $\overline{P}$: "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2+1 \neq 0$". Mệnh đề phủ định này đúng. □

2. Bài tập rèn luyện

Bài 16. Cho câu "$x > 5$". Hãy tìm hai giá trị thực của x để từ câu đã cho, ta nhận được một mệnh đề đúng và một mệnh đề sai.

Lời giải.

a) Cho $x = 7$ ta được mệnh đề đúng.

b) Cho $x = 5$ ta được mệnh đề sai.

□

Bài 17. Sử dụng kí hiệu "$\forall$" để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

a) P: "Với mọi số thực $x, x^2+1>0$".

b) Q: "Với mọi số tự nhiên n, n^2+n chia hết cho 6".

Lời giải.

a) P: "Với mọi số thực $x, x^2+1>0$".
Mệnh đề được viết là P: "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2+1>0$".
Xét một số thực x tùy ý, ta phải chứng tỏ rằng $x^2+1>0$.
Thật vậy, ta có $x^2+1 \geq 1 > 0$.
Vậy mệnh đề P là mệnh đề đúng.

b) Q: "Với mọi số tự nhiên n, n^2+n chia hết cho 6".
Mệnh đề được viết là Q: "$\forall n \in \mathbb{N}, \left(n^2+n\right) \vdots 6$".
Để chứng minh mệnh đề Q là sai, ta cần chỉ ra một giá trị cụ thể của n để nhận được mệnh đề sai.
Thật vậy, chọn $n=1$, ta thấy $n^2+n=2$ không chia hết cho 6.
Vậy mệnh đề Q là mệnh đề sai.

□

Bài 18. Sử dụng kí hiệu "$\exists$" để viết mỗi mệnh đề sau và xét xem mệnh đề đó là đúng hay sai, giải thích vì sao.

a) M: "Tồn tại số thực x sao cho $x^3=-8$".

b) N: "Tồn tại số nguyên x sao cho $2x+1=0$".

Lời giải.

a) M: "Tồn tại số thực x sao cho $x^3=-8$".
Mệnh đề được viết là M: "$\exists x \in \mathbb{R}, x^3=-8$". Để chứng tỏ mệnh đề M là đúng, ta cần chỉ ra một giá trị cụ thể của x để nhận được mệnh đề đúng.
Thật vậy, chọn $x=-2$, ta thấy $(-2)^3=-8$.
Vậy mệnh đề M là mệnh đề đúng.
Mệnh đề N: "$\exists x \in \mathbb{Z}, 2x+1=0$".

b) N: "Tồn tại số nguyên x sao cho $2x+1=0$".
Để chứng minh mệnh đề N là sai, ta phải chứng tỏ rằng với số nguyên x tùy ý thì $2x+1 \neq 0$.
Thật vậy, xét một số nguyên x tùy ý, ta có $2x+1 \neq 0$.
Vì thế mệnh đề N là mệnh đề sai.

□

Bài 19. Bạn An nói "Mọi số thực đều có bình phương là một số không âm".
Bạn Bình phủ định lại câu nói của bạn An "Có một số thực mà bình phương của nó là một số âm".

a) Sử dụng kí hiệu "$\forall$" để viết mệnh đề của bạn An.

b) Sử dụng kí hiệu "$\exists$" để viết mệnh đề của bạn Bình.

Lời giải.

a) "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$".

b) "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$".

□

Bài 20. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau

a) $\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$.

b) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2+1=0$.

Lời giải.

a) Phủ định của mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq x$" là mệnh đề "$\exists x \in \mathbb{R}, |x| < x$".

b) Phủ định của mệnh đề "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2+1=0$" là mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2+1 \neq 0$".

□

Bài 21. Phát biểu mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau

a) Tồn tại số nguyên chia hết cho 3.

b) Mọi số thập phân đều viết được dưới dạng phân số.

Lời giải.

a) Mọi số nguyên đều không chia hết cho 3.

b) Tồn tại số thập phân không viết được dưới dạng phân số.

□

Bài 22. Phát biểu các mệnh đề sau

a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$.

b) $\exists x \in \mathbb{R}, \dfrac{1}{x} > x$.

Lời giải.

a) Mọi số thực đều không âm.

b) Tồn tại số thực sao cho nghịch đảo của số đó lớn hơn chính số đó.

□

Bài 23. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề phủ định đó

a) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 2x - 2$.

b) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \leq 2x - 1$.

c) $\exists x \in \mathbb{R}, x + \dfrac{1}{x} \geq 2$.

d) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 < 0$.

Lời giải.

a) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 2x - 2$.
Mệnh đề này sai vì phương trình $x^2 - 2x + 2 = 0$ vô nghiệm trên tập số thực.

b) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 > 2x - 1$.
Mệnh đề này đúng vì với $x = 2$ thì $2^2 > 2 \cdot 2 - 1$.

c) $\forall x \in \mathbb{R}, x + \dfrac{1}{x} < 2$.
Mệnh đề này sai vì với $x = 1$ thì $1 + \dfrac{1}{1} = 2$.

d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$.
Mệnh đề này đúng vì $x^2 - x + 1 = \left(x - \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{4} > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

□

Bài 24. Trong tiết học môn Toán, Nam phát biểu: "Mọi số thực đều có bình phương khác 1". Mai phát biểu: "Có một số thực mà bình phương của nó bằng 1".

a) Hãy cho biết bạn nào phát biểu đúng.

b) Dùng kí hiệu $\forall$, $\exists$ để viết lại các phát biểu của Nam và Mai dưới dạng mệnh đề.

Lời giải.

a) Bạn Mai phát biểu là đúng vì có số 1 bình phương lên bằng 1.

b) Nam phát biểu "$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \neq 1$".
Mai phát biểu "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 1$".

□

Bài 25. Phát biểu bằng lời mệnh đề sau và cho biết mệnh đề đó đúng hay sai.

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq 0$$

Lời giải.
Mọi số thực bình phương lên và cộng cho một luôn không dương.
Đây là một mệnh đề sai vì $0^2 + 1 = 1 > 0$. □

C – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Phát biểu nào dưới đây là mệnh đề?

A. $2+3=9$.
B. Phong cảnh đẹp quá!.
C. $5-x=7$.
D. Bây giờ là mấy giờ?.

Lời giải.

"$2+3=9$" là mệnh đề sai.
"Phong cảnh đẹp quá!" không là mệnh đề vì đây là câu cảm thán.
"$5-x=7$" là mệnh đề chứa biến.
"Bây giờ là mấy giờ?" không là mệnh đề vì đây là câu nghi vấn.
Chọn đáp án A □

Câu 2. Các câu sau đây, câu nào **không** là mệnh đề?

A. Phương trình $x^2-x+1=0$ vô nghiệm.
B. $x+y>1$.
C. 12 không là số nguyên tố.
D. Hai phương trình $x^2-4x+3=0$ và $2x^2-\sqrt{x+3}=0$ có nghiệm chung.

Lời giải.

"Phương trình $x^2-x+1=0$ vô nghiệm" là mệnh đề sai.
"12 không là số nguyên tố" là mệnh đề đúng.
"Hai phương trình $x^2-4x+3=0$ và $2x^2-\sqrt{x+3}=0$ có nghiệm chung" là mệnh đề đúng.
"$x+y>1$" là mệnh đề chứa biến.
Chọn đáp án B □

Câu 3. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề **đúng**?

A. Nếu $a \ge b$ thì $a^2 \ge b^2$.
B. Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3.
C. Nếu bạn tự tin thì bạn thành công.
D. Nếu một tam giác có một góc bằng 60° thì tam giác đó đều.

Lời giải.

- Mệnh đề "Nếu $a \ge b$ thì $a^2 \ge b^2$" là một mệnh đề sai vì $b \le a < 0$ thì $a^2 \le b^2$.
- Mệnh đề "Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3" là mệnh đề đúng.

  Vì $a \vdots 9 \Rightarrow \begin{cases} a = 9n, n \in \mathbb{Z} \\ 9 \vdots 3 \end{cases} \Rightarrow a \vdots 3$.
- "Nếu bạn tự tin thì bạn thành công" chưa là mệnh đề vì chưa khẳng định được tính đúng, sai.
- Mệnh đề "Nếu một tam giác có một góc bằng 60° thì tam giác đó đều" là mệnh đề sai vì chưa đủ điều kiện để khẳng định một tam giác là đều.

Chọn đáp án B □

Câu 4. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Phương trình $x^2+bx+c=0$ có nghiệm $\Leftrightarrow b^2-4c \geqslant 0$.
B. $\begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} \Leftrightarrow a > c$.

(C) ΔABC vuông tại $A \Leftrightarrow \widehat{B}+\widehat{C}=90^\circ$.
(D) n^2 chẵn $\Leftrightarrow n$ chẵn.

Lời giải.

Xét mệnh đề $\begin{cases} a>b \\ b>c \end{cases} \Leftrightarrow a>c$, ta có

- $\begin{cases} a>b \\ b>c \end{cases} \Rightarrow a>c$ đúng.
- $a>c \Rightarrow \begin{cases} a>b \\ b>c. \end{cases}$ sai. Chẳng hạn $a=5$; $c=3$; $b=1$ thì $5>3 \Rightarrow \begin{cases} 5>1 \\ 1>3 \end{cases}$ vô lý.

Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?
(A) $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2-3x+2=0$.
(B) $\forall x \in \mathbb{R},\ x^2+1>0$.
(C) $\exists x \in \mathbb{R},\ x^2<0$.
(D) $\forall x \in \mathbb{R},\ |x+1| \geq 0$.

Lời giải.
Mệnh đề "$\exists x \in \mathbb{R}, x^2<0$" sai, vì $x^2 \geq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo **đúng**?
(A) Nếu số nguyên n có chữ số tận cùng là 5 thì số nguyên n chia hết cho 5.
(B) Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
(C) Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau.
(D) Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau.

Lời giải.

- Mệnh đề đảo của mệnh đề "Nếu số nguyên n có chữ số tận cùng là 5 thì số nguyên n chia hết cho 5" là "Nếu số nguyên n chia hết cho 5 thì số nguyên n có chữ số tận cùng là 5 ". Mệnh đề này sai vì số nguyên n cũng có thể có chữ số tận cùng là 0.
- Mệnh đề đảo của mệnh đề "Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành" là "Nếu tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường". Mệnh đề này đúng.
- Mệnh đề đảo của mệnh đề "Nếu tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau" là "Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau thì tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật". Mệnh đề này sai vì hình thang cân cũng có hai đường chéo bằng nhau, nhưng không là hình chữ nhật.
- Mệnh đề đảo của mệnh đề "Nếu tứ giác $ABCD$ là hình thoi thì tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc" là "Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc thì tứ giác $ABCD$ là hình thoi". Mệnh đề này sai.

Chọn đáp án (B) □

Câu 7. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo là **sai**?
(A) Nếu tam giác ABC cân thì tam giác có hai cạnh bằng nhau.
(B) Nếu a chia hết cho 6 thì a chia hết cho 2 và 3.

(C) Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì AB song song với CD.
(D) Nếu tứ giác có hai đường chéo vuông góc thì tứ giác đó là hình thoi.

Lời giải.
Mệnh đề đảo của mệnh đề "Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì AB song song với CD" là "Nếu tứ giác $ABCD$ có AB song song với CD thì $ABCD$ là hình bình hành ". Mệnh đề này sai vì tứ giác $ABCD$ có thể là hình thang có hai đáy là AB và CD.
Chọn đáp án (C) □

Câu 8. Cho mệnh đề $P(x)$: "$\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 + x + 1 > 0$". Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P(x)$ là
(A) "$\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 + x + 1 < 0$".
(B) "$\forall x \in \mathbb{R},\ x^2 + x + 1 \leqslant 0$".
(C) "$\exists x \in \mathbb{R},\ x^2 + x + 1 \leqslant 0$".
(D) "$x \in \mathbb{R},\ x^2 + x + 1 > 0$".

Lời giải.
Phủ định của mệnh đề $P(x)$ là $\overline{P(x)}$: "$\exists x \in \mathbb{R},\ x^2 + x + 1 \leqslant 0$".
Chọn đáp án (C) □

Câu 9. Cho mệnh đề P: "$\exists x \in \mathbb{R},\ x < \frac{1}{x}$". Xác định mệnh đề phủ định của mệnh đề P.
(A) $\overline{P}$: "$\exists x \in \mathbb{R},\ x \geq \frac{1}{x}$".
(B) $\overline{P}$: "$\forall x \in \mathbb{R},\ x > \frac{1}{x}$".
(C) $\overline{P}$: "$\forall x \in \mathbb{R},\ x \geq \frac{1}{x}$".
(D) $\overline{P}$: "$\exists x \in \mathbb{R},\ x > \frac{1}{x}$".

Lời giải.
Phủ định của mệnh đề P: "$\exists x \in \mathbb{R},\ x < \frac{1}{x}$" là mệnh đề $\overline{P}$: "$\forall x \in \mathbb{R},\ x \geq \frac{1}{x}$".
Chọn đáp án (C) □

Câu 10. Cách phát biểu nào sau đây **không** thể dùng để phát biểu mệnh đề $A \Rightarrow B$?
(A) Nếu A thì B.
(B) A kéo theo B.
(C) A là điều kiện đủ để có B.
(D) A là điều kiện cần để có B.

Lời giải.
A là điều kiện cần để có B dùng để phát biểu mệnh đề $B \Rightarrow A$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?
(A) Với mọi số thực x, nếu $x < -2$ thì $x^2 > 4$.
(B) Với mọi số thực x, nếu $x^2 < 4$ thì $x < -2$.
(C) Với mọi số thực x, nếu $x < -2$ thì $x^2 < 4$.
(D) Với mọi số thực x, nếu $x^2 > 4$ thì $x > -2$.

Lời giải.
Mệnh đề "Với mọi số thực x, nếu $x^2 < 4$ thì $x < -2$" sai. Chẳng hạn $x = 1 \Rightarrow x^2 = 1 < 4$ nhưng $1 > -2$.
Mệnh đề "Với mọi số thực x, nếu $x < -2$ thì $x^2 < 4$" sai. Chẳng hạn $x = -3 < -2$ nhưng $x^2 = 9 > 4$.
Mệnh đề "Với mọi số thực x, nếu $x^2 > 4$ thì $x > -2$" sai. Chẳng hạn $x = -3 \Rightarrow x^2 = 9 > 4$ nhưng $-3 < -2$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Biết A là mệnh đề sai và B là mệnh đề đúng. Mệnh đề nào sau đây đúng?
(A) $B \Rightarrow A$.
(B) $B \Leftrightarrow A$.
(C) $\overline{A} \Leftrightarrow \overline{B}$.
(D) $B \Rightarrow \overline{A}$.

Lời giải.
Ta có $\overline{A}$ và B đúng nên $B \Rightarrow \overline{A}$ là mệnh đề đúng.

Chọn đáp án (D)

Câu 13. Cho $P \Leftrightarrow Q$ là mệnh đề đúng. Khẳng định nào sau đây là **sai**?
(A) $\overline{P} \Leftrightarrow Q$ sai. (B) $\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$ đúng. (C) $\overline{Q} \Leftrightarrow P$ sai. (D) $\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$ sai.

Lời giải.
Ta có $P \Leftrightarrow Q$ đúng nên $P \Rightarrow Q$ đúng và $Q \Rightarrow P$ đúng.
Do đó $\overline{P} \Rightarrow \overline{Q}$ đúng và $\overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$ đúng.
Vậy $\overline{P} \Leftrightarrow \overline{Q}$ đúng.
Chọn đáp án (D)

Câu 14. Cho A, B, C là ba mệnh đề đúng. Mệnh đề nào sau đây là đúng?
(A) $A \Rightarrow (B \Rightarrow \overline{C})$. (B) $C \Rightarrow \overline{A}$. (C) $B \Rightarrow (\overline{A \Rightarrow C})$. (D) $C \Rightarrow (A \Rightarrow B)$.

Lời giải.
Ta có A, B, C là ba mệnh đề đúng nên

- $B \Rightarrow \overline{C}$ sai và $A \Rightarrow (B \Rightarrow \overline{C})$ sai.
- $\overline{A}$ sai và $C \Rightarrow \overline{A}$ sai.
- $\overline{A} \Rightarrow C$ đúng và $B \Rightarrow (\overline{A \Rightarrow C})$ sai.
- $A \Rightarrow B$ đúng và $C \Rightarrow (A \Rightarrow B)$ đúng.

Chọn đáp án (D)

Câu 15. Trong các mệnh đề nào sau đây mệnh đề nào **sai**?
(A) Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng và có một góc bằng nhau.
(B) Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông.
(C) Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại.
(D) Một tam giác là đều khi và chỉ khi chúng có hai đường trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng 60°.

Lời giải.
Mệnh đề "Một tam giác là vuông khi và chỉ khi nó có một góc bằng tổng hai góc còn lại"sai. Chẳng hạn tam giác có $A = 60^\circ$, $B = 70^\circ$, $C = 50^\circ$ nhưng tam giác ABC không là tam giác vuông.
Chọn đáp án (C)

Câu 16. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?
(A) Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
(B) Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn.
(C) Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.
(D) Tích của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ.

Lời giải.
Mệnh đề "Tổng của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn" sai. Ví dụ: $3 + 5 = 8$ là số chẵn nhưng 3 và 5 là hai số lẻ.
Mệnh đề "Tích của hai số tự nhiên là một số chẵn khi và chỉ khi cả hai số đều là số chẵn" sai. Ví dụ: $2 \cdot 3 = 6$ là số chẵn nhưng 3 là số lẻ.
Mệnh đề "Tổng của hai số tự nhiên là một số lẻ khi và chỉ khi cả hai số đều là số lẻ" sai. Ví dụ: $1 + 3 = 4$ là số chẵn nhưng 1, 3 là hai số lẻ.
Chọn đáp án (D)

Câu 17. Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$: "$x > x^3$". Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $P(1)$ là mệnh đề sai.
B. $P(1)$ là mệnh đề đúng.
C. $P(1)$ là mệnh đề vừa đúng vừa sai.
D. $P(1)$ không phải là mệnh đề.

Lời giải.

Mệnh đề $P(1)$: "$1 > 1^3$" sai.

Chọn đáp án A □

Câu 18. Xét mệnh đề chứa biến $P(x)$: "$x \in \mathbb{R},\ x^2 - 2x \geqslant 0$". Tìm một giá trị của biến để được mệnh đề đúng.

A. $x = \dfrac{1}{4}$.
B. $x = 3$.
C. $x = 1$.
D. $x = 0{,}5$.

Lời giải.

- Với $x = \dfrac{1}{4}$ ta có $P\left(\dfrac{1}{4}\right)$: "$\left(\dfrac{1}{4}\right)^2 - 2 \cdot \dfrac{1}{4} \geqslant 0$" là mệnh đề sai.
- Với $x = 3$ ta có $P(3)$: "$3^2 - 2 \cdot 3 \geqslant 0$" là mệnh đề đúng.
- Với $x = 1$ ta có $P(1)$: "$1^2 - 2 \cdot 1 \geqslant 0$" là mệnh đề sai.
- Với $x = 0{,}5$ ta có $P(0{,}5)$: "$0{,}5^2 - 2 \cdot 0{,}5 \geqslant 0$" là mệnh đề sai.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $x(1-2x) \leq \dfrac{1}{8},\ \forall x$.
B. $x^2 + 2 + \dfrac{1}{x^2+2} > \dfrac{5}{2},\ \forall x$.
C. $\dfrac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \geq \dfrac{1}{3},\ \forall x$.
D. $\dfrac{x}{x^2+1} \leq \dfrac{1}{2},\ \forall x$.

Lời giải.

Ta có

- $x(1-2x) \leq \dfrac{1}{8} \Leftrightarrow 2\left(x - \dfrac{1}{4}\right)^2 \geq 0$ (đúng).
- $\dfrac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \geq \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \dfrac{3(x^2 - x + 1) - (x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} \geq 0 \Leftrightarrow \dfrac{2(x-1)^2}{x^2 + x + 1} \geq 0$ (đúng).
- $\dfrac{x}{x^2+1} \leq \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0$ (đúng).
- Với $x = 0$ dễ thấy $0^2 + 2 + \dfrac{1}{0^2+2} > \dfrac{5}{2}$ sai.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\forall x \in \mathbb{R},\ 3x^2 - 4x + 4 > 0$.
B. $\exists x \in \mathbb{R},\ (x-1)^2 + (x+1)^2 = 0$.
C. $\exists x \in \mathbb{Q},\ x < \dfrac{1}{x}$.
D. $\exists n \in \mathbb{N},\ (1 + 2 + 3 + \cdots + n) \vdots 11$.

Lời giải.

- Mệnh đề "$\forall x \in \mathbb{R},\ 3x^2 - 4x + 4 > 0$" đúng vì $3x^2 - 4x + 4 = 2x^2 + (x-2)^2 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.
- Mệnh đề "$\exists x \in \mathbb{Q},\ x < \dfrac{1}{x}$" đúng vì với $x = \dfrac{1}{2}$ thì $x < \dfrac{1}{x}$.

- Mệnh đề "$\exists n \in \mathbb{N}, (1+2+3+\cdots+n) \vdots 11$" đúng vì với $n = 10$ thì $1+2+\cdots+10 = 5\cdot 11 \vdots 11$.
- Mệnh đề "$\exists x \in \mathbb{R}, (x-1)^2+(x+1)^2 = 0$" sai vì $(x-1)^2+(x+1)^2 > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Chọn đáp án B $\square$

Bài 2 TẬP HỢP VÀ CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

A – TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Các khái niệm cơ bản của tập hợp

1.1. Tập hợp

Định nghĩa 2.1. Có thể mô tả một tập hợp bằng một trong hai cách sau:

Cách 1. Liệt kê các phần tử của tập hợp;

Cách 2. Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

$a \in S$: phần tử a thuộc tập hợp S. $a \notin S$: phần tử a không thuộc tập hợp S.

CHÚ Ý

- Số phần tử của tập hợp S được kí hiệu là $n(S)$. Chẳng hạn, với một tập hợp A có số phần tử là 7, ta viết $n(A) = 7$.
- Tập hợp không chứa phần tử nào được gọi là tập rỗng, kí hiệu là $\varnothing$.

1.2. Tập hợp con

Định nghĩa 2.2. Nếu mọi phần tử của tập hợp T đều là phần tử của tập hợp S thì ta nói T là một tập hợp con (tập con) của S và viết là $T \subset S$ (đọc là T chứa trong S hoặc T là tập con của S).

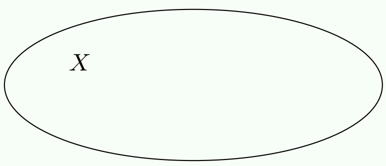
Thay cho $T \subset S$, ta còn viết $S \supset T$ (đọc là S chứa T). Kí hiệu $T \notin S$ để chỉ T không là tập con của S.

CHÚ Ý

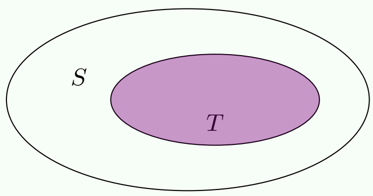
- Từ định nghĩa trên, T là tập con của S nếu mệnh đề sau đúng: $\forall x, x \in T \Rightarrow x \in S$.
- Quy ước tập rỗng là tập con của mọi tập hợp.

Định nghĩa 2.3.

- Người ta thường minh hoạ một tập hợp bằng một hình phẳng được bao quanh bởi một đường kín, gọi là biểu đồ Ven (H.1.2).
- Minh hoạ T là một tập con của S như (H.1.3).



H.1.2



H.1.3

1.3. Hai tập hợp bằng nhau

Định nghĩa 2.4. Hai tập hợp S và T được gọi là hai tập hợp bằng nhau nếu mỗi phần tử của T cũng là phần tử của tập hợp S và ngược lại. Kí hiệu là $S = T$.

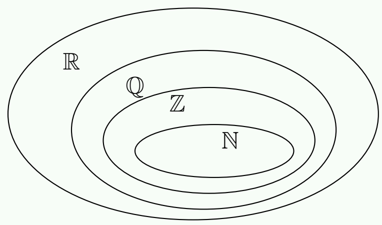
Nếu $S \subset T$ và $T \subset S$ thì $S = T$.

2. Các tập hợp số

2.1. Mối quan hệ giữa các tập hợp số

- Tập hợp các số tự nhiên $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \ldots\}$.
- Tập hợp các số nguyên $\mathbb{Z}$ gồm các số tự nhiên và các số nguyên âm: $\mathbb{Z} = \{\ldots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \ldots\}$.
- Tập hợp các số hữu tỉ $\mathbb{Q}$ gồm các số viết được dưới dạng phân số $\dfrac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$. Số hữu tỉ còn được biểu diễn dưới dạng số thập phân hữu hạn hoặc vô hạn tuần hoàn.
- Tập hợp các số thực $\mathbb{R}$ gồm các số hữu tỉ và các số vô tỉ. Số vô tỉ là các số thập phân vô hạn không tuần hoàn.

Định nghĩa 2.5.
Mối quan hệ giữa các tập hợp số: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.



H.1.5

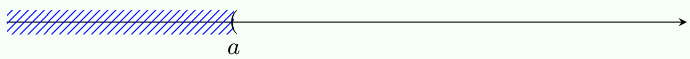
2.2. Các tập con thường dùng của $\mathbb{R}$

Định nghĩa 2.6. Một số tập con thường dùng của tập số thực $\mathbb{R}$.

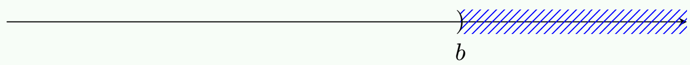
- Khoảng

$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

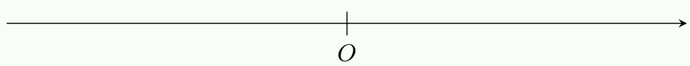
$(a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$



$(-\infty; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < b\}$



$(-\infty; +\infty)$

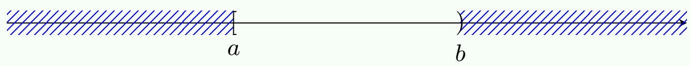


- Đoạn

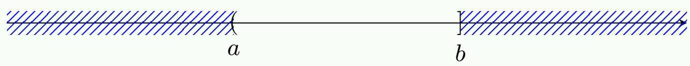
$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

- Nửa khoảng

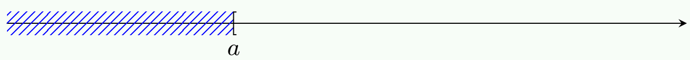
$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$



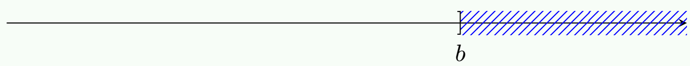
$(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$



$[a; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$



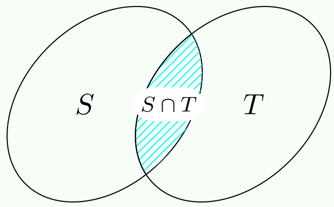
$(-\infty; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq b\}$



3. các phép toán trên tập hợp

3.1. Giao của hai tập hợp

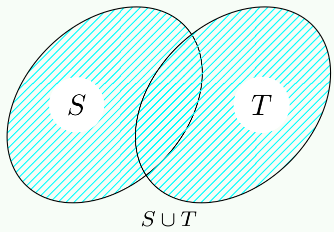
Định nghĩa 2.7.
Tập hợp gồm các phần tử thuộc cả hai tập hợp S và T gọi là giao của hai tập hợp S và T, kí hiệu là $S \cap T$.
$S \cap T = \{x \mid x \in S \text{ và } x \in T\}$.



3.2. Hợp của hai tập hợp

Định nghĩa 2.8.
Tập hợp gồm các phần tử thuộc tập hợp S hoặc thuộc tập hợp T gọi là hợp của hai tập hợp S và T. Kí hiệu là $S \cup T$.

$$S \cup T = \{x \mid x \in S \text{ hoặc } x \in T\}.$$

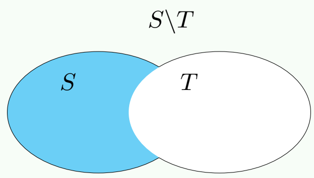


3.3. Hiệu của hai tập hợp

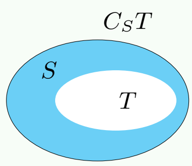
Định nghĩa 2.9.
- Hiệu của hai tập hợp S và T là tập hợp gồm các phần tử thuộc S nhưng không thuộc T, kí hiệu là $S \backslash T$.

$$S \backslash T = \{x \mid x \in S \text{ và } x \notin T\}$$

.



- Nếu $T \subset S$ thì $S \backslash T$ được gọi là phần bù của T trong S, kí hiệu là $C_s T$.



B – CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xác định tập hợp

Được mô tả theo 2 cách:

a) Liệt kê tất cả các phần tử của tập hợp.

b) Nêu tính chất đặc trưng.

1. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1. Cho $D = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là số nguyên tố, } 5 < n < 20\}$.

a) Dùng kí hiệu $\in, \notin$ để viết câu trả lời cho câu hỏi sau: Trong các số 5; 12; 17; 18, số nào thuộc tập D, số nào không thuộc tập D?

b) Viết tập hợp D bằng cách liệt kê các phần tử. Tập hợp D có bao nhiêu phần tử?

Lời giải.

a) $5 \notin D$; $12 \notin D$; $17 \in D$; $18 \notin D$.

b) $D = \{7; 11; 13; 17; 19\}$. Tập hợp D có 5 phần tử.

□

Ví dụ 2. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử.

a) $A = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| \left(2x - x^2\right)(3x - 2) = 0\right\}$.

b) $B = \left\{x \in \mathbb{Z} \middle| 2x^3 - 3x^2 - 5x = 0\right\}$.

c) $C = \left\{x \in \mathbb{Z} \middle| 2x^2 - 75x - 77 = 0\right\}$.

d) $D = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| (x^2 - x - 2)(x^2 - 9) = 0\right\}$.

Lời giải.

a) Ta giải phương trình

$$\left(2x - x^2\right)\left(2x^2 - 3x - 2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x - x^2 = 0\\ 2x^2 - 3x - 2 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 0 \vee x = 2\\ x = -\dfrac{1}{2} \vee x = 2\end{array}\right..$$

Do $x \in \mathbb{R}$ nên $A = \left\{-\dfrac{1}{2}; 0; 2\right\}$.

b) Ta giải phương trình $2x^3 - 3x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x\left(2x^2 - 3x - 5\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = 0\\ x = -1\\ x = \dfrac{5}{3}\end{array}\right..$

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $B = \{0; -1\}$.

c) Ta giải phương trình $2x^2 - 75x - 77 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = -1\\ x = \dfrac{77}{2}\end{array}\right..$

Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $C = \{-1\}$.

□

Ví dụ 3. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử.

a) $A = \left\{n \in \mathbb{N}^* \middle| 3 < n^2 < 30\right\}$.

b) $B = \{n \in \mathbb{Z} \mid |n| < 3\}$.

c) $C = \{x \mid x = 3k$ với $k \in \mathbb{Z}$ và $-4 < x < 12\}$.

d) $D = \left\{n^2 + 3 \middle| n \in \mathbb{N} \text{ và } n < 5\right\}$.

Lời giải.

a) Với $3 < n^2 < 30$ và $n \in \mathbb{N}^*$ nên chọn $n = 2; 3; 4; 5$.
Vậy $A = \{2; 3; 4; 5\}$.

b) Vì $x < |3| \Leftrightarrow -3 < x < 3$.
Do $x \in \mathbb{Z}$ nên $B = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

c) Ta có $-4 < x < 12 \Leftrightarrow -4 < 3k < 12 \Leftrightarrow -\dfrac{4}{3} < k < 4$.
Do $k \in \mathbb{Z}$ nên ta chọn $k = \{-10; 1; 2; 3\}$ suy ra $x = 3k = \{-3; 0; 3; 6; 9\}$.
Vậy $C = \{-3; 0; 3; 6; 9\}$.

d) Vì $n \in \mathbb{N}$ và $n < 5$ nên chọn $n = 0, 1, 2; 3; 4$.
Vậy $A = \{3; 4; 12; 19\}$.

□

Ví dụ 4. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách nêu tính chất đặc trưng.

a) $A = \left\{\frac{2}{3}; \frac{3}{8}; \frac{4}{15}; \frac{5}{24}; \frac{6}{35}\right\}$.

b) $B = \{0; 3; 8; 15; 24; 35\}$.

c) $C = \{-4; 1; 6; 11; 16\}$.

d) $D = \{1; -2; 7\}$.

Lời giải.

a) $A = \left\{\frac{n}{n^2-1} \middle| n \in \mathbb{N}, 2 \leq n \leq 6\right\}$.

b) $B = \left\{n^2 - 1 \middle| n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 6\right\}$.

c) $C = \{n \in \mathbb{N} |\ 5n - 4\}$.

d) $D = \{x \in \mathbb{R} |\ (x-1)(x+2)(x-7) = 0\}$.

□

2. Bài tập rèn luyện

Bài 1. Liệt kê các phần tử của các tập hợp sau:

a) $A = \{n \in \mathbb{N} \mid n < 5\}$.

b) B là tập hợp các số tự nhiên lớn hơn 0 và nhỏ hơn 5.

c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid (x-1)(x+2) = 0\}$.

Lời giải.

a) $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

b) $B = \{1; 2; 3; 4\}$.

c) Ta có $(x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -2. \end{array}\right.$

Mà $x \in \mathbb{R}$ nên $C = \{-2; 1\}$.

□

Bài 2. Viết các tập hợp sau bằng phương pháp liệt kê:

a) $A = \left\{x \in \mathbb{Q} \mid (x^2 - 2x + 1)(x^2 - 5)\right\} = 0$.

b) $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x^2 < 40\right\}$.

c) $C = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 9\right\}$.

d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid |2x + 1| = 5\}$.

Lời giải.

a) Ta có $x \in A \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 2x + 1 = 0 \\ x^2 - 5 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in \mathbb{Q} \\ x = \pm\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}. \end{array}\right.$

Vậy $A = \{1\}$.

b) $B = \{3; 4; 5; 6\}$.

c) $C = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$.

d) Ta có $|2x + 1| = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -3. \end{array}\right.$

Vậy $C = \{2; -3\}$.

□

Bài 3. Viết các tập hợp sau bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó.

a) $A = \{0; 4; 8; 12; 16; \ldots; 52\}$.

b) $B = \{3; 6; 9; 12; 15; \ldots; 51\}$.

c) $C = \{2; 5; 8; 11; 14; \ldots; 62\}$.

Lời giải.

a) $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid 0 \leq x \leq 52 \text{ và } x \,\vdots\, 4\right\}$.

b) $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x \leq 51 \text{ và } x \,\vdots\, 3\right\}$.

c) $C = \left\{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 62 \text{ và } (x-2) \,\vdots\, 3\right\}$.

□

Bài 4. Viết các tập hợp sau bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp đó.

a) $A = \{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17\}$.

b) $B = \{-2; 4; -8; 16; -32; 64\}$.

Lời giải.

a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 17 \text{ và } x \text{ là số nguyên tố}\}$.

b) $B = \{x = (-2)^n \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 6\}$.

□

Bài 5. Tìm một tính chất đặc trưng xác định các phần tử của mỗi tập hợp sau

$$A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$$
$$B = \{0; 7; 14; 21; 28\}$$

Lời giải.

$$A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 9\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \,\vdots\, 7 \text{ và } x \leq 28\}$$

□

Dạng 2. Tập hợp con, xác định tập hợp con

Cho tập hợp A gồm n phần tử.

a) Khi liệt kê tất cả các tập con của A, ta liệt kê đầy đủ theo thứ tự:
$\varnothing$; tập 1 phần tử; tập 2 phần tử; tập 3 phần tử;...; A.

b) Số tập con của A là 2^n.

c) Số tập con gồm k phần tử của A là C_n^k.

1. Ví dụ minh họa

Ví dụ 5. Cho tập hợp $S = \{2; 3; 5\}$. Những tập hợp nào sau đây là tập con của S?

$$S_1 = \{3\}; S_2 = \{0; 2\}; S_3 = \{3; 5\}$$

.

Lời giải.
Các tập hợp $S_1 = \{3\}$, $S_3 = \{3; 5\}$ là những tập con của S.
Tập $S_2 = \{0; 2\}$ không là tập con của S. □

Ví dụ 6. Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4\}$ và $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$.

a) Xác định tất cả tập con có hai phần tử của A.

b) Xác định tất cả tập con có ít hơn hai phần tử của A.

c) Tập A có tất cả bao nhiêu tập con.

d) Xác định tất cả các tập X thỏa $A \subset X \subset B$.

Lời giải.

a) Các tập hợp $S_1 = \{2; 3\}$, $S_2 = \{2; 4\}$, $S_3 = \{3; 4\}$ là những tập con của A.
Tập $S_2 = \{0; 2\}$ không là tập con của S.

b) Các tập hợp $\varnothing$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$ là những tập con ít hơn 2 phần tử của A.

c) Tập A có tất cả 8 tập con.

d) Tất cả các tập X thỏa $A \subset X \subset B$ là $\{2; 3; 4\}$, $\{2; 3; 4, 5\}$, $\{2; 3; 4, 5, 6\}$.

□

2. Bài tập rèn luyện

Bài 6. Tìm tất cả các tập con của tập $A = \{a, 1, 2\}$.

Lời giải.
Tập A có $2^3 = 8$ tập con.

- 0 phần tử: $\varnothing$.
- 1 phần tử: $\{a\}$, $\{1\}$, $\{2\}$.
- 2 phần tử: $\{a, 1\}$, $\{a, 2\}$, $\{1, 2\}$.
- 3 phần tử: $\{a, 1, 2\}$.

□

Bài 7. Tìm tất cả các tập con có 2 phần tử của tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Lời giải.
$\{1, 2\}$,$\{1, 3\}$, $\{1, 4\}$, $\{1, 5\}$, $\{1, 6\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 4\}$, $\{2, 5\}$, $\{2, 6\}$, $\{3, 4\}$, $\{3, 5\}$, $\{3, 6\}$, $\{4, 5\}$, $\{4, 6\}$, $\{5, 6\}$. □

Bài 8. Xác định tập hợp X biết $\{1,2\} \subset X \subset \{1,2,5\}$.

Lời giải.
Ta có

- Vì $\{1,2\} \subset X$ nên tập hợp X có chứa các phần tử $1,2$.
- Vì $X \subset \{1,2,5\}$ nên các phần tử của tập hợp X có thể là $1,2,5$.

Khi đó tập hợp X có thể là $\{1,2\},\{1,2,5\}$. □

Bài 9. Xác định tập hợp X biết $\{a,1\} \subset X \subset \{a,b,1,2\}$.

Lời giải.
Ta có

- Vì $\{a,1\} \subset X$ nên tập hợp X có chứa 2 phần tử là $a,1$.
- Vì $X \subset \{a,b,1,2\}$ nên các phần tử của tập hợp X có thể là $a,b,1,2$.

Suy ra, tập hợp X có 2 phần tử, 3 phần tử hoặc 4 phần tử.
Khi đó, tập hợp X có thể là $\{a,1\},\{a,1,2\},\{a,b,1\},\{a,b,2\},\{a,b,1,2\}$. □

Bài 10. Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4;5;6\}$. Tìm tất cả các tập con có 3 phần tử của tập hợp A sao cho tổng các phần tử này là một số lẻ.

Lời giải.
Để tổng của ba số nguyên là một số lẻ thì trong ba số chỉ có một số lẻ hoặc cả ba số đều lẻ. Nói cách khác tập con này của A phải có một số lẻ hoặc ba số lẻ.
Chỉ có một tập con gồm ba số lẻ của A là $\{1;3;5\}$. Các tập con gồm ba số của A trong đó có một số lẻ là: $\{1;2;4\}$; $\{1;2;6\}$; $\{1;4;6\}$;$\{3;2;4\}$; $\{3;2;6\}$; $\{3;4;6\}$; $\{5;2;4\}$; $\{5;2;6\}$; $\{5;4;6\}$. □

Bài 11. Cho $A=\{n\in\mathbb{N} \mid n$ là ước của $2\}$; $B=\{x\in\mathbb{R} \mid (x^2-1)(x-2)(x-4)=0\}$. Tìm tất cả các tập hợp X sao cho $A\subset X\subset B$.

Lời giải.
Liệt kê các phần tử của tập hợp A và B ta được :
$A=\{1;2\}$; $B=\{-1;1;2;4\}$.
Muốn tìm tập X thỏa điều kiện $A\subset X\subset B$ đầu tiên ta lấy $X=A$, sau đó ghép thêm các phần tử thuộc B mà không thuộc A. Với cách thực hiện như trên, ta có các tập hợp X thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $X=A=\{1;2\}$, rồi ghép thêm vào một phần tử ta được: $\{-1;1;2\}$;$\{4;1;2\}$
Ghép thêm vào A hai trong bốn phần tử còn lại của B ta được : $X=B=\{-1;1;2;4\}$ □

Dạng 3. Các phép toán trên tập hợp

1. Ví dụ minh họa

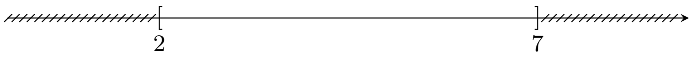
Ví dụ 7. Cho hai tập hợp: $C=\{n\in\mathbb{N} \mid n$ là bội chung của 2 và $3; n<30\}$; $D=\{n\in\mathbb{N} \mid n$ là bội của $6; n<30\}$. Chứng minh rằng $C=D$.

Lời giải.
Ta có: $C=\{0;6;12;18;24\}$.
$D=\{0;6;12;18;24\}$.
Vậy $C=D$. □

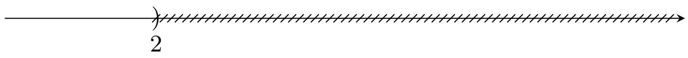
Ví dụ 8. Viết các tập hợp sau dưới dạng các khoảng, đoạn, nửa khoảng trong $\mathbb{R}$ rồi biểu diễn trên trục số: $C = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 7\}$; $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2\}$.

Lời giải.

$C = [2; 7]$



$C = (-\infty; 2)$



□

Ví dụ 9.

a) Cho hai tập hợp $C = \{4; 7; 27\}$ và $D = \{2; 4; 9; 27; 36\}$. Hãy xác định tập hợp $C \cap D$.

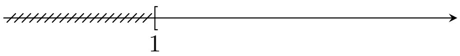
b) Cho hai tập hợp $E = [1; +\infty)$ và $F = (-\infty; 3]$. Hãy xác định tập hợp $E \cap F$.

Lời giải.

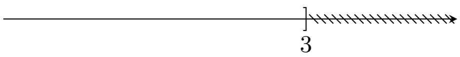
a) Giao của hai tập hợp C và D là $C \cap D = \{4; 27\}$.

b) Giao của hai tập hợp E và F là $E \cap F = [1; 3]$.

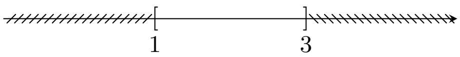
$[1; +\infty)$



$(-\infty; 3]$



$[1; +\infty) \cap (-\infty; 3] = [1; 3]$



□

Ví dụ 10. Cho hai tập hợp: $C = \{2; 3; 4; 7\}$; $D = \{-1; 2; 3; 4; 6\}$. Hãy xác định tập hợp $C \cup D$.

Lời giải.

Hợp của hai tập hợp C và D là $C \cup D = \{-1; 2; 3; 4; 6; 7\}$. □

Ví dụ 11. Cho các tập hợp: $D = \{-2; 3; 5; 6\}$; $E = \{x \mid x$ là số nguyên tố nhỏ hơn $10\}$; $X = \{x \mid x$ là số nguyên dương nhỏ hơn $10\}$.

a) Tìm $D \setminus E$ và $E \setminus D$.

b) E có là tập con của X không? Hãy tìm phần bù của E trong X (nếu có).

Lời giải.

a) Ta có: $E = \{2; 3; 5; 7\}$.
Do đó, $D \setminus E = \{-2; 6\}$; $E \setminus D = \{2; 7\}$.

b) Ta có: $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Vậy E là tập con của X.
Phần bù của E trong X là $X \setminus E = C_X E = \{1; 4; 6; 8; 9\}$.

□

Ví dụ 12. Cho hai tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$ và $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$.

a) Tìm các tập hợp $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$.

b) Tìm các tập $(A \setminus B) \cup (B \setminus A), (A \setminus B) \cap (B \setminus A)$.

Lời giải.

a) Ta có $A \backslash B = \{0; 1\}$, $B \backslash A = \{5; 6\}$, $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, $A \cap B = \{2; 3; 4\}$.

b) Ta có $(A \backslash B) \cup (B \backslash A) = \{0; 1; 5; 6\}$, $(A \backslash B) \cap (B \backslash A) = \varnothing$.

□

2. Bài tập rèn luyện

Bài 12. Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và $B = \{0; 2; 4\}$. Xác định $A \cap B$, $A \cup B$.

Lời giải.

Ta có $A \cap B = \{2; 4\}$ và $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. □

Bài 13. Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3; 5; 7\}$ và $B = \{n \in \mathbb{N} | n$ là ước số của $12\}$. Tìm $A \cap B$ và $A \cup B$.

Lời giải.

Ta có: $B = \{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$. Vậy: $A \cap B = \{1; 2; 3\}$ và $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 12\}$. □

Bài 14. Cho hai tập hợp A và B. Tìm $A \cap B, A \cup B$ biết

a) $A = \{x \mid x$ là ước nguyên dương của $12\}$ và $B = \{x \mid x$ là ước nguyên dương của $18\}$.

b) $A = \{x \mid x$ là ước nguyên dương của $27\}$ và $B = \{x \mid x$ là ước nguyên dương của $15\}$.

Lời giải.

a) $A = \{1; 2; 4; 6; 12\}$, $B = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\} \Rightarrow \begin{cases} A \cap B = \{1; 2; 6\} \\ A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18\} \end{cases}$

b) $A = \{1; 3; 9; 27\}$, $B = \{1; 3; 5; 15\} \Rightarrow \begin{cases} A \cap B = \{1; 3\} \\ A \cup B = \{1; 3; 5; 9; 15; 27\} \end{cases}$

□

Bài 15. Cho A là tập hợp học sinh lớp 12 của trường Buôn Ma Thuột và B là tập hợp học sinh của trường Buôn Ma Thuột dự kiến sẽ lựa chọn thi khối A vào các trường đại học. Hãy mô tả các học sinh thuộc tập hợp sau

a) $A \cap B$.

b) $A \cup B$.

Lời giải.

a) $A \cap B$ là tập hợp các học sinh lớp 12 thi khối A của trường Buôn Ma Thuột.

b) $A \cup B$ là tập hợp các học sinh hoặc lớp 12 hoặc học sinh chọn thi khối A của trường Buôn Ma Thuột.

□

Bài 16. Cho tập hợp $B = \{x \in \mathbb{Z} | -4 < x \leq 4\}$ và $C = \{x \in \mathbb{Z} | x \leq a\}$. Tìm số nguyên a để tập hợp $B \cap C = \varnothing$.

Lời giải.

Ta có $B = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$, $C = \{\ldots, a - 1, a\}$.
Để $B \cap C = \varnothing$ thì $a \leq -4$. □

Bài 17. Xác định tập hợp $A \cap B$ biết

$$A = \{x \in \mathbb{N} | x \text{ là bội của } 3\}, \ B = \{x \in \mathbb{N} | x \text{ là bội của } 7\}.$$

Lời giải.

Ta có $A \cap B = \{x \in \mathbb{N} | \, x$ là bội của 3 và bội của $7\} = \{x \in \mathbb{N} | \, x$ là bội của $21\}$. □

Bài 18. Cho A là tập hợp các số tự nhiên chẵn không lớn hơn 10, $B = \{n \in \mathbb{N} | n \leq 6\}$ và $C = \{n \in \mathbb{N} | 4 \leq n \leq 10\}$. Hãy tìm $A \cap (B \cup C)$.

Lời giải.

Ta có $A = \{0; 2; 4; 6; 8; 10\}$; $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ và $C = \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$
$B \cup C = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$ nên $A \cap (B \cup C) = \{0; 2; 4; 6; 8; 10\}$ □

Bài 19. Cho các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 8\}$ và $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x \leq 5\}$. Tìm $A \cap B$; $A \cup B$.

Lời giải.

Ta có $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$; $B = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.
Vậy $A \cap B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ và $A \cup B = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. □

Bài 20. Cho các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \big| |x-1| < 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \big| |x-1| > 2\}$. Tìm $A \cap B$.

Lời giải.

Ta có $|x-1| < 4 \Leftrightarrow -4 < x - 1 < 4 \Leftrightarrow -3 < x < 5$, $A = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.
Lại có $|x-1| > 2 \Leftrightarrow x < -1 \vee x > 3$, $B = \{\ldots; -3; -2; 4; 5; 6; \ldots\}$ nên $A \cap B = \{-2; 4\}$. □

Bài 21. Cho các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2m - 1 < x < 2m + 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \big| |x| < 2\}$. Tìm m để $A \cap B = \varnothing$.

Lời giải.

Ta có $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 2\} = \{-1; 0; 1\}$ và $A = \{2m, \ldots, 2m+2\}$.

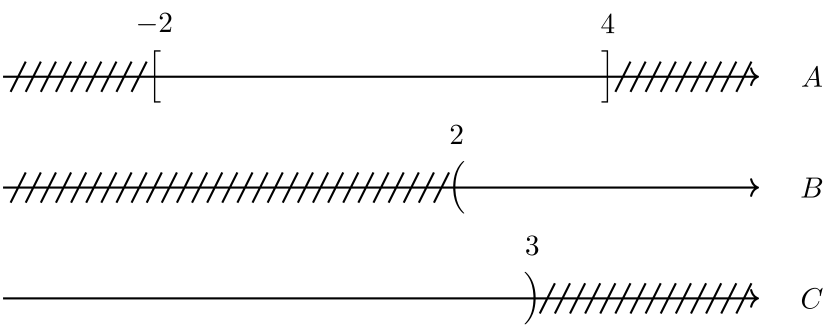
$$A \cap B = \varnothing \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m + 2 \leq -2 \\ 2m \geq 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq -2 \\ m \geq 1 \end{array}\right.$$ □

Bài 22. Cho $A = [-2; 4]$, $B = (2; +\infty)$, $C = (-\infty; 3)$. Xác định các tập hợp sau đây và biểu diễn chúng trên trục số.

a) $A \cap B, B \cap C$.

b) $\mathbb{R} \cap A, \mathbb{R} \cap B$.

Lời giải.

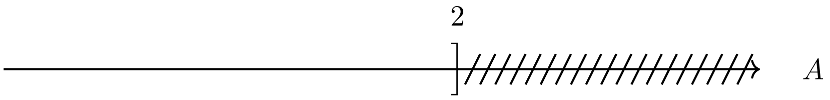


a) $A \cap B = (2; 4]$, $B \cap C = (2; 3)$.

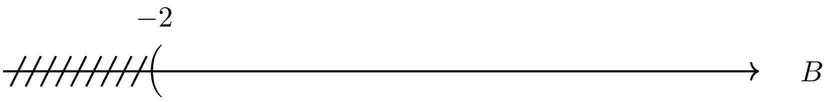
b) $\mathbb{R} \cap A = [-2; 4]$, $\mathbb{R} \cap B = (2; +\infty)$.

□

Bài 23. Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | -2 < x\}$. Tìm $A \setminus B, B \setminus A$.



Lời giải.



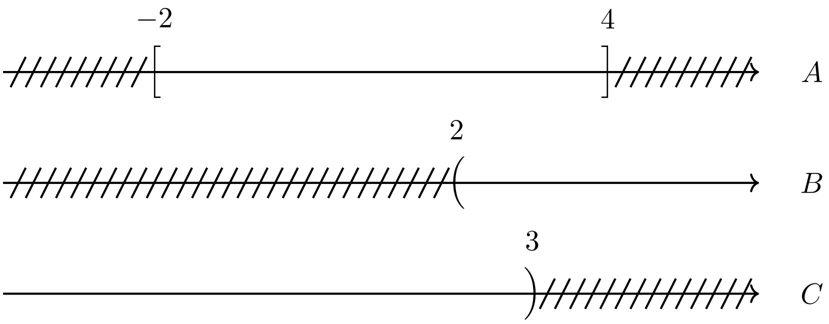
$\Rightarrow A \setminus B = (-\infty; -2]$, $B \setminus A = (2; +\infty)$. □

Bài 24. Cho $A = [-2; 4]$, $B = (2; +\infty)$, $C = (-\infty; 3)$. Xác định các tập hợp sau đây và biểu diễn chúng trên trục số.

a) $A \setminus B, B \setminus A$.

b) $\mathbb{R} \setminus A, \mathbb{R} \setminus B, \mathbb{R} \setminus C$.

Lời giải.



a) $A \setminus B = [-2; 2]$, $B \setminus A = (4; +\infty)$.

b) $\mathbb{R} \setminus A = (\infty; -2) \cup (4; +\infty)$, $\mathbb{R} \setminus B = (-\infty; 2]$, $\mathbb{R} \setminus C = [3; +\infty)$.

□

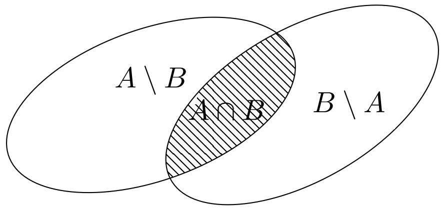
Dạng 4. Ứng dụng thực tế các phép toán tập hợp

1. Ví dụ minh họa

Ví dụ 13. Cho A là tập hợp các học sinh giỏi Toán của trường THPT X và B là tập hợp học sinh giỏi Văn của trường này. Hãy mô tả các học sinh thuộc tập hợp sau

a) $A \cup B$. b) $A \cap B$. c) $A \setminus B$. d) $B \setminus A$. e) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$.

Lời giải.



a) $A \cup B$ là tập hợp các học sinh giỏi Toán hoặc giỏi Văn của trường.

b) $A \cap B$ là tập hợp các học sinh giỏi cả hai môn Toán và Văn của trường.

c) $A \setminus B$ là tập hợp các học sinh chỉ giỏi Toán, không giỏi Văn.

d) $B \setminus A$ là tập hợp các học sinh chỉ giỏi Văn, không giỏi Toán.

e) $(A \cup B) \setminus (A \cap B)$ là tập hợp các học sinh chỉ giỏi Toán hoặc giỏi Văn của trường.

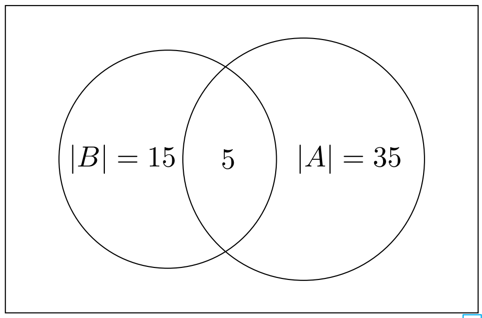
□

Ví dụ 14. Trong kì thi học sinh giỏi cấp trường, lớp 10C1 có 45 học sinh trong đó có 17 bạn đạt học sinh giỏi Văn, 25 bạn đạt học sinh giỏi Toán và 13 bạn học sinh không đạt học sinh giỏi. Tìm số học sinh giỏi cả Văn và Toán của lớp 10C1.

Lời giải.

- Gọi A, B theo thứ tự là tập hợp các học sinh giỏi Văn và giỏi Toán của lớp. Theo đề ta có $|A| = 17$, $|B| = 25$, $|A \cup B| = 45 - 13 = 32$.
- Số học sinh giỏi cả Văn và Toán là

$$|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| = 25 + 17 - 32 = 10.$$



□

Ví dụ 15. Một lớp học có 50 học sinh trong đó có 30 em biết chơi bóng chuyền, 25 em biết chơi bóng đá, 10 em biết chơi cả bóng đá và bóng chuyền. Hỏi có bao nhiêu em không biết chơi môn nào trong hai môn ở trên?

Lời giải.

Gọi tập A là tập hợp các học sinh biết chơi bóng chuyền.
Tập B là tập hợp các học sinh biết chơi bóng đá.
Khi đó số học sinh biết chơi ít nhất một trong hai môn bóng chuyền hoặc bóng đá là

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 30 + 25 - 10 = 45.$$

Vậy số học sinh không biết chơi môn nào là $50 - 45 = 5$. □

Ví dụ 16. Trong số 45 cán bộ được triệu tập để chuẩn bị công tác cho một cuộc hội nghị quốc tế có 25 cán bộ phiên dịch tiếng Anh, 15 cán bộ phiên dịch tiếng Pháp, trong đó có 10 cán bộ vừa phiên dịch được tiếng Anh, vừa phiên dịch được tiếng Pháp. Hỏi

a) Nhóm có bao nhiêu cán bộ được cấp thẻ đỏ, biết rằng muốn được cấp thẻ đỏ cán bộ đó phải phiên dịch được tiếng Anh hoặc phiên dịch được tiếng Pháp.

b) Nhóm có bao nhiêu cán bộ không phiên dịch được tiếng Anh và không phiên dịch được tiếng Pháp.

Lời giải.

Gọi A, B theo thứ tự là tập hợp các cán bộ phiên dịch tiếng Anh và tập hợp các các bộ phiên dịch tiếng Pháp. Theo đề ta có $|A| = 25$, $|B| = 15$, $|A \cap B| = 10$.

a) Tập hợp các cán bộ được cấp thẻ đỏ là $A \cup B$.
Vậy số cán bộ được cấp thẻ đỏ là $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 25 + 15 - 10 = 30$.

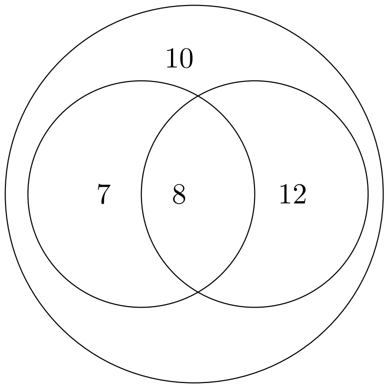
b) Tập hợp các cán bộ của nhóm không phiên dịch được tiếng Anh và tiếng Pháp chính là số cán bộ không được cấp thẻ đỏ.
Vậy số cán bộ đó là $45 - 30 = 15$.

□

Ví dụ 17. Lớp $10A$ có 15 bạn thích môn Văn, 20 bạn thích môn Toán. Trong số các bạn thích văn hoặc toán có 8 bạn thích cả 2 môn. Trong lớp vẫn còn 10 bạn không thích môn nào trong 2 môn Văn và Toán. Hỏi lớp $10A$ có bao nhiêu học sinh?

Lời giải.

Ta sử dụng sơ đồ Ven.



- Hình tròn lớn ngoài cùng thể hiện số học sinh cả lớp.
  Như vậy, ta có:

- Số bạn chỉ thích Văn là $15 - 8 = 7$(bạn).

- Số bạn chỉ thích Toán là $20 - 8 = 12$(bạn).

- Số học sinh cả lớp là tổng các phần không giao nhau: $7 + 8 + 12 + 10 = 37$.

□

Ví dụ 18. Một lớp có 40 học sinh, mỗi học sinh đều đăng ký chơi ít nhất 1 trong 2 môn thể thao là bóng đá hoặc cầu lông. Có 30 học sinh có đăng ký môn bóng đá, 25 học sinh có đăng ký môn cầu lông. Hỏi có bao nhiêu em đăng ký cả 2 môn.

Lời giải.

Gọi A là tập hợp các học sinh đăng kí chơi bóng đá, B là tập học sinh đăng kí chơi cầu lông thì $A \cap B$ là tập hợp các học sinh đăng kí chơi cả hai môn.
Vậy số học sinh đăng kí chơi cả hai môn là $|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| = 30 + 25 - 40 = 15$. □

Ví dụ 19. Ở xứ sở của thần Thoại ngoài các vị thần thì còn có các sinh vật gồm 27 con người, 311 con yêu quái một mắt, 205 con yêu quái tóc rắn và yêu quái vừa một mắt vừa tóc rắn. Tìm số yêu quái vừa một mắt vừa tóc rắn biết có tổng số sinh vật là 500 con.

Lời giải.

- Số sinh vật không phải con người là $500 - 27 = 473$ (con).

- Gọi A, B lần lượt là tập hợp yêu quái một mắt và yêu quái tóc rắn. Khi đó $|A| = 311$, $|B| = 205$, $|A \cup B| = 473$.

- Vậy số yêu quái vừa một mắt vừa tóc rắn là $|A \cap B| = 311 + 205 - 473 = 43$.

□

Ví dụ 20. Mỗi học sinh của lớp $10A$ đều chơi bóng đá hoặc bóng chuyền. Biết rằng có 25 bạn chơi bóng đá, 20 bạn chơi bóng chuyền và 10 bạn chơi cả 2 môn thể thao. Hỏi lớp $10A$ có bao nhiêu học sinh.

Lời giải.

Gọi A là tập hợp các học sinh chơi bóng đá, B là tập các học sinh chơi bóng chuyền. Do đó $A \cap B$ là tập các học sinh chơi cả hai môn.
Theo đề $|A| = 25$, $|B| = 20$, $|A \cap B| = 10$.
Vậy số học sinh cả lớp là $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 25 + 20 - 10 = 35$. □

Ví dụ 21. Lớp 10A có 45 học sinh, có 15 học sinh giỏi và 20 học sinh xếp hạnh kiểm tốt, trong đó có 10 bạn vừa học giỏi vừa xếp hạnh kiểm tốt. Các học sinh được học sinh giỏi hoặc hạnh kiểm tốt đều được khen thưởng. Số học sinh được khen thưởng của lớp 10A là là bao nhiêu?

Lời giải.

Gọi A là tập hợp các học sinh giỏi, B là tập hợp các học sinh xếp hạnh kiểm tốt.
Khi đó số học sinh được khen thưởng là $|A \cup B|$.
Vậy số học sinh được khen thưởng là $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 15 + 20 - 10 = 25$. □

Ví dụ 22. Kết quả thi học kì một của một trường THPT có 48 thí sinh giỏi môn Toán, 37 thí sinh giỏi môn Vật Lí,42 thí sinh giỏi môn Văn. Biết rằng có 75 thí sinh giỏi môn Toán hoặc môn Vật lí, 76 thí sinh giỏi môn Toán hoặc môn Văn, 66 thí sinh giỏi môn Vật lí hoặc môn Văn và có 4 thí sinh giỏi cả ba môn. Hỏi

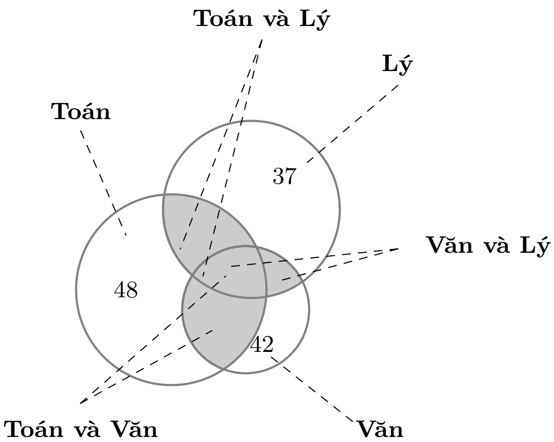
a) có bao nhiêu học sinh chỉ giỏi 1 môn.

b) có bao nhiêu học sinh chỉ giỏi 2 môn.

c) có bao nhiêu học sinh giỏi ít nhất 1 môn.

Lời giải.

Gọi A, B, C theo thứ tự là tập hợp các học sinh giỏi Toán, giỏi Lí và giỏi Văn. Theo đề ta có



- Số học sinh giỏi Toán và Lí là

$$|A \cap B = |A| + |B| - |A \cup B| = 48 + 37 - 75 = 10.$$

- Số học sinh giỏi Toán và Văn là

$$|A \cap C = |A| + |C| - |A \cup C| = 48 + 42 - 76 = 14.$$

- Số học sinh giỏi Lí và Văn là

$$|B \cap C = |B| + |C| - |B \cup C| = 42 + 37 - 66 = 13.$$

- Số học sinh chỉ giỏi môn Toán $48 - 10 - 14 - 4 = 20$.
- Số học sinh chỉ giỏi môn Lí $37 - 10 - 13 - 4 = 10$.
- Số học sinh chỉ giỏi môn Văn $42 - 13 - 14 - 4 = 11$.

a) Số học sinh chỉ giỏi đúng 1 môn là $20 + 10 + 11 = 41$.

b) Số học sinh chỉ giỏi đúng 2 môn là $10 + 14 + 13 - 4 \cdot 2 = 25$.

c) Số học sinh giỏi ít nhất một môn là $(20+10+11)+(10+13+14-4\cdot 3)+4=70$.

□

Ví dụ 23. Một nhóm học sinh giỏi các bộ môn: Anh, Toán, Văn. Có 18 em giỏi Văn, 10 em giỏi Anh, 12 em giỏi Toán, 3 em giỏi Văn và Toán, 4 em giỏi Toán và Anh, 5 em giỏi Văn và Anh, 2 em giỏi cả ba môn. Hỏi nhóm đó có bao nhiêu em?

Lời giải.

Gọi A là tập hợp những học sinh giỏi Anh, T là tập hợp những học sinh giỏi toán, V là tập hợp những học sinh giỏi Văn. Ta có

- $n(V)=18,\ n(A)=10,\ n(T)=12,\ n(V\cap T)=3,\ n(T\cap A)=4,\ n(V\cap A)=5,\ n(A\cap B\cap C)=2.$
- $n(V\cup A\cup T)=n(V)+n(A)+n(T)-[n(V\cap A)+n(A\cap T)+n(T\cap V)]+n(V\cap A\cap T)=18+10+12-[3+4+5]+2=30$. Vậy nhóm đó có 30 em. □

Ví dụ 24. Trong số 42 học sinh của lớp 10A có 13 bạn được xếp loại học lực giỏi, 22 bạn được xếp loại hạnh kiểm tốt, trong đó 7 bạn vừa học lực giỏi, vừa có hạnh kiểm tốt. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu bạn được khen thưởng? Biết rằng muốn được khen thưởng thì bạn đó phải có học lực giỏi hoặc có hạnh kiểm tốt.

Lời giải.

Gọi tập hợp các học sinh học lực giỏi là G, tập hợp các bạn học sinh hạnh kiểm tốt là T. Khi đó tập hợp các bạn học sinh vừa có học lực giỏi là, vừa có hạnh kiểm tốt là $G\cap T$, tập hợp các bạn học sinh đạt học lực giỏi hoặc hạnh kiểm tốt là $G\cup T$. Ta có

$|G|=13,\ |T|=22,\ |G\cap T|=7.$

$|G\cup T|=|G|+|T|-|G\cap T|=13+22-7=28.$ □

Ví dụ 25. Một nhóm học sinh giỏi các bộ môn: Anh, Toán, Văn. Có 18 em giỏi Văn, 10 em giỏi Anh, 12 em giỏi Toán, 3 em giỏi Văn và Toán, 4 em giỏi Toán và Anh, 5 em giỏi Văn và Anh, 2 em giỏi cả ba môn. Hỏi nhóm đó có bao nhiêu em?

Lời giải.

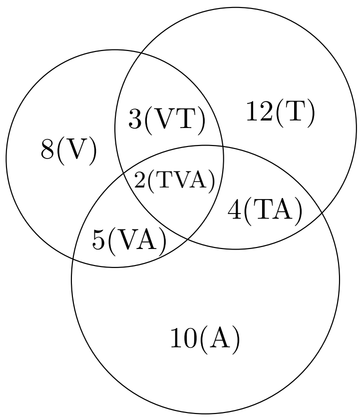
Ký hiệu A là tập hợp những học sinh giỏi Anh,
T là tập hợp những học sinh giỏi Toán,
V là tập hợp những học sinh giỏi Văn.

- $|V|=18,\ |A|=10,\ |T|=12,$
- $|T\cap V|=3,\ |T\cap A|=4,\ |V\cap A|=5, |A\cap B\cap C|=2.$

Số học sinh của nhóm là

$$\begin{aligned}|V\cup A\cup T| &= |V|+|A|+|T|-|V\cap A|-|T\cap A|-|T\cap V|+|A\cap B\cap C|\\ &= 18+10+12-(3+4+5)+2=30.\end{aligned}$$

Vậy nhóm đó có 30 em.



□

Ví dụ 26. Có 45 học sinh giỏi, mỗi em giỏi ít nhất một môn. Có 22 em giỏi Văn, 25 em giỏi Toán, 20 em giỏi Anh. Có 8 em giỏi đúng hai môn Văn, Toán; Có 7 em giỏi đúng hai môn Toán, Anh; Có 6 em giỏi đúng hai môn Anh, Văn. Hỏi có bao nhiêu em giỏi cả ba môn Văn, Toán, Anh?

Lời giải.

Ta có

$n(V)=22,\ n(T)=25,\ n(A)=20,\ n(V\cap T)=8,\ n(T\cap A)=7,\ n(V\cap A)=6,\ n(A\cup B\cup C)=45.$

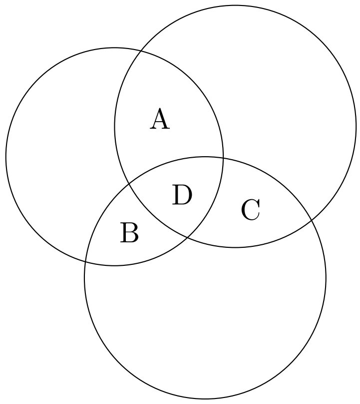
$n(V\cup A\cup T)=n(V)+n(A)+n(T)-n(V\cap A)-n(A\cap T)-n(T\cap V)+n(V\cap A\cap T)$

$\Leftrightarrow 45=22+20+25-6-7-8+n(V\cap A\cap T).$

$\Rightarrow n(V\cap A\cap T)=19.$ □

Ví dụ 27. Để thành lập đội tuyển học sinh giỏi khối 10, nhà trường tổ chức thi chọn các môn Toán, Văn, Anh trên tổng số 111 học sinh. Kết quả có: 70 học sinh giỏi Toán, 65 học sinh giỏi Văn, 62 học sinh giỏi Anh. Trong đó có 49 học sinh giỏi cả hai môn Văn và Toán, 32 học sinh giỏi cả hai môn Toán và Anh, 34 học sinh giỏi cả hai môn Văn và Anh. Xác định số học sinh giỏi cả ba môn Văn, Toán, Anh. Biết rằng có 6 học sinh không đạt yêu cầu cả ba môn.

Lời giải.



Có $111 - 6 = 105$ học sinh thi đạt ít nhất 1 môn.
Gọi A là số học sinh giỏi môn Toán và Tiếng Anh nhưng không giỏi Văn.
Gọi B là số học sinh giỏi môn Toán và Văn nhưng không giỏi Tiếng Anh.
Gọi C là số học sinh giỏi môn Văn và Tiếng Anh nhưng không giỏi Toán.
Gọi D là số học sinh giỏi cả ba môn. Ta có hệ:

$$\begin{cases} B + D = 49 \\ A + D = 32 \\ C + D = 34 \\ 70 + 65 + 62 - (A + B + C + 2D) = 105 \end{cases}$$

$\Rightarrow 92 = 32 - D + 49 - D + 34 - D + 2D$
$\Rightarrow D = 23$.
Vậy có 23 học sinh giỏi cả ba môn.

□

2. Bài tập rèn luyện

Bài 25. Mỗi học sinh của lớp $10A$ đều chơi bóng đá hoặc bóng chuyền. Biết rằng có 25 bạn chơi bóng đá, 20 bạn chơi bóng chuyền và 10 bạn chơi cả 2 môn thể thao. Hỏi lớp $10A$ có bao nhiêu học sinh.

Lời giải.

Ngoài sơ đồ Ven ta có thể dùng công thức số phần tử. Gọi A là tập hợp các học sinh chơi bóng đá, B là tập các học sinh chơi bóng chuyền. Do đó $A \cap B$ là tập các học sinh chơi cả hai môn. Ta có

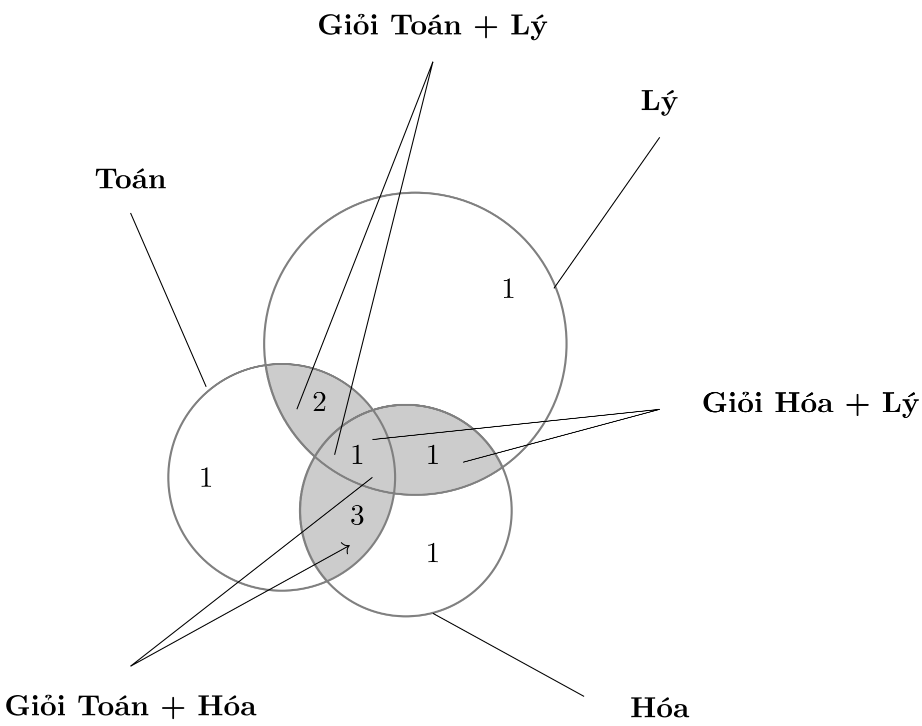
$$|A| = 25, |B| = 20, |A \cap B| = 10.$$

Số học sinh cả lớp là số phần tử của tập $A \cup B$. Theo công thức ta có $|A \cup B| = 25 + 20 - 10 = 35$ (học sinh).
□

Bài 26. Lớp $10B_1$ có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Tính số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hóa) của lớp $10B_1$.

Lời giải.

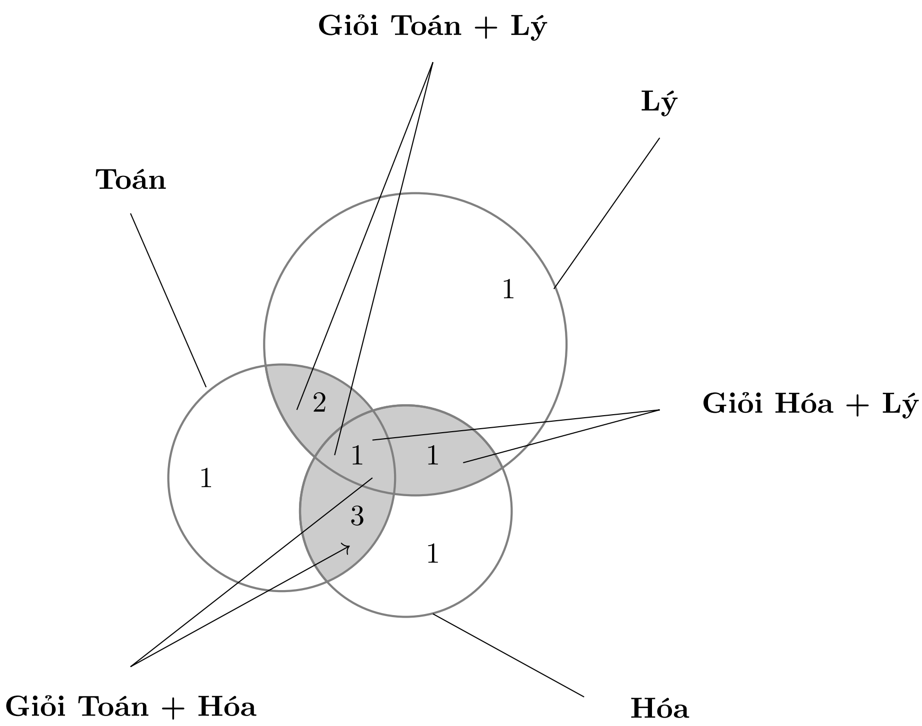
Ta dùng biểu đồ Ven để giải:



Nhìn vào biểu đồ, số học sinh giỏi ít nhất 1 trong 3 môn là: $1+2+1+3+1+1+1=10$ □

Bài 27. Lớp $10A_1$ có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hóa, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hóa, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hóa, 1 học sinh giỏi cả 3 môn Toán, Lý, Hóa. Tính số học sinh giỏi đúng hai môn học của lớp $10A_1$.

Lời giải.



Dựa vào biểu đồ ven trên, ta có số học sinh giỏi đúng hai môn học là $2+1+3=6$ □

C – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Cho hai tập hợp $X = \{1;3;5;8\}$, $Y = \{3;5;7;9\}$. Tập hợp $X \cup Y$ bằng tập hợp nào sau đây?
(A) $\{1;3;5\}$. (B) $\{3;5\}$. (C) $\{1;7;9\}$. (D) $\{1;3;5;7;8;9\}$.

Lời giải.
Ta có $X \cup Y = \{1;3;5;7;8;9\}$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Cho hai tập hợp $A = \{1;2;3;4;5\}$ và $B = \{0;2;4;6;8\}$. Tìm $A \setminus B$.
(A) $A \setminus B = \{2;4\}$. (B) $A \setminus B = \{1;3;5\}$. (C) $A \setminus B = \{0;1;3;5\}$. (D) $A \setminus B = \{0;6;8\}$.

Lời giải.
Ta có $A \setminus B = \{1;3;5\}$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 3. Cho hai tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{R} \mid (2x - x^2)(x-1) = 0\right\}$, $B = \left\{n \in \mathbb{N} \mid 0 < n^2 < 10\right\}$. Chọn mệnh đề đúng?
(A) $A \cap B = \{1;2\}$. (B) $A \cap B = \{2\}$. (C) $A \cap B = \{0;1;2;3\}$. (D) $A \cap B = \{0;3\}$.

Lời giải.
Ta có

- $(2x - x^2)(x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right. \Rightarrow A = \{0;1;2\}$.
- $B = \{1;2;3\}$.

Suy ra $A \cap B = \{1;2\}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 4. Cho các tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid (4 - x^2)(x^2 - 5x + 4) = 0\right\}$; $B = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ là ước của } 4\right\}$. Tập hợp $A \cap B$ là
(A) $\{-2,1,2,4\}$. (B) $\{1,2,4\}$. (C) $\{2,4\}$. (D) $\{-4,-2,-1,1,2,4\}$.

Lời giải.

Ta có $(4 - x^2)(x^2 - 5x + 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4 - x^2 = 0 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \\ x = 1 \\ x = 4. \end{array}\right.$

Vì $x \in \mathbb{N}$ nên $x \in \{1,2,4\}$.
Do đó $A = \{1,2,4\}$ (1).
Ta có các ước của 4 là $\pm 1, \pm 2, \pm 4$.
Do đó $B = \{-4,-2,-1,1,2,4\}$ (2).
Từ (1), (2) ta có $A \cap B = \{1,2,4\}$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 5. Cho hai tập hợp $A = (-5;7)$ và $B = (1;+\infty)$. Tìm $A \setminus B$.
(A) $A \setminus B = (-5;1]$. (B) $A \setminus B = (-5;1)$. (C) $A \setminus B = [7;+\infty)$. (D) $A \setminus B = (7;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $A \setminus B = (-5; 1]$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 6. Cho hai tập hợp $A = [-2; 4)$ và $B = (0; +\infty)$. Tìm khẳng định đúng.

(A) $A \cup B = (4; +\infty)$. (B) $A \cap B = (0; 4)$. (C) $B \setminus A = [-2; +\infty)$. (D) $A \setminus B = [-2; 0)$.

Lời giải.

$A \cup B = [-2; +\infty) \to$ loại.
$A \cap B = (0; 4) \to$ chọn.
$B \setminus A = [4; +\infty) \to$ loại.
$A \setminus B = [-2; 0] \to$ loại.

Chọn đáp án (B) □

Câu 7. Cho A là tập hợp các hình thoi, B là tập hợp các hình chữ nhật và C là tập hợp các hình vuông. Khi đó

(A) $A \cap B = C$. (B) $A \setminus B = C$. (C) $B \setminus A = C$. (D) $A \cup B = C$.

Lời giải.

Ta có hình thoi có hai cạnh kề vuông góc khi và chỉ khi nó là hình vuông.
Hình chữ nhật có hai cạnh kề bằng nhau khi và chỉ khi nó là hình vuông.

Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Cho hai tập hợp $M = \{1; 2; 3; 5\}$ và $N = \{2; 6; -1\}$. Xét các khẳng định

(I) $M \cap N = \{2\}$ (II) $N \setminus M = \{1; 3; 5\}$ (III)$M \cup N = \{1; 2; 3; 5; 6; -1\}$.

Có bao nhiêu khẳng định đúng trong ba khẳng định nêu trên?

(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Lời giải.

Ta có $M \cap N = \{2\}$; $N \setminus M = \{6; -1\}$ và $M \cup N = \{1; 2; 3; 5; 6; -1\}$.
Vậy có 2 khẳng định đúng là (I) và (III).

Chọn đáp án (D) □

Câu 9. Cho hai tập hợp $A = \{2; 4; 6; 8\}$ và B là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10. Phần bù của A trong B là

(A) $\{0; 1; 3; 5; 7; 9\}$. (B) $[0; 10) \setminus \{2; 4; 6; 8\}$. (C) $\varnothing$. (D) $\{1; 3; 5; 7; 9\}$.

Lời giải.

Vì B là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10 nên $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.
Khi đó $\mathrm{C}_B A = \{0; 1; 3; 5; 7; 9\}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 10. Cho hai tập hợp $C_{\mathbb{R}} A = (0; +\infty)$ và $C_{\mathbb{R}} B = (-\infty; -5) \cup (-2; +\infty)$. Xác định tập $A \cup B$.

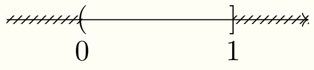
(A) $A \cap B = (-2; 0)$. (B) $A \cap B = (-5; -2)$. (C) $A \cap B = (-5; 0]$. (D) $A \cap B = [-5; -2]$.

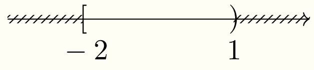
Lời giải.

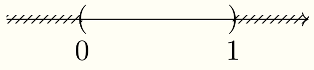
Ta có $C_{\mathbb{R}} A \cup C_{\mathbb{R}} B = C_{\mathbb{R}}(A \cap B) = (-\infty; -5) \cup (-2; +\infty)$, suy ra $A \cap B = [-5; -2]$.

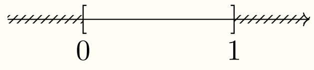
Chọn đáp án (D) □

Câu 11. Hình vẽ nào dưới đây biểu diễn cho tập hợp $[-2; 1] \cap (0; 1)$?

A  .

B  .

C  .

D  .

Lời giải.

Ta có $[-2;1] \cap (0;1) = (0;1)$.

Chọn đáp án C

Câu 12. Cho hai tập $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \middle| \dfrac{x+5}{x+1} \in \mathbb{Z} \right\}$ và $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$. Có bao nhiêu tập hợp X thỏa mãn $B \subset X \subset A$?

A 64. B 16. C 8. D 32.

Lời giải.

Ta có $\dfrac{x+5}{x+1} = 1 + \dfrac{4}{x+1}$.

Vì $x \in \mathbb{Z}$ và $\dfrac{x+5}{x+1} \in \mathbb{Z}$ nên $\dfrac{4}{x+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x + 1 \in \{1; 2; 4; -1; -2; -4\} \Leftrightarrow x \in \{0; 1; 3; -2; -3; -5\}$.

Do đó $A = \{-5; -3; -2; 0; 1; 3\}$.

Vì $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$ nên $B = \{1; 3\}$.

Ta có $B \subset X \subset A \Leftrightarrow \{1; 3\} \subset X \subset \{-5; -3; -2; 0; 1; 3\}$.

Suy ra số tập X đúng bằng số tập con của tập $\{-5; -3; -2; 0\}$.

Vậy số tập X là $2^4 = 16$.

Chọn đáp án B

Câu 13. Cho tập hợp $X = \{3; -4; 5\}$ có hai tập con A và B (số phần tử của tập B ít hơn số phần tử của tập A). Có bao nhiêu cặp $(A; B)$ mà $\{3; -4\} \cup (A \setminus B) = X$?

A 12. B 10. C 11. D 15.

Lời giải.

Từ giả thiết $\{3; -4\} \cup (A \setminus B) = X \Rightarrow 5 \in (A \setminus B) \Rightarrow \begin{cases} 5 \in A \\ 5 \notin B. \end{cases}$

Vì số phần tử của tập B ít hơn số phần tử của tập A nên tập B có không quá 2 phần tử.

Các khả năng có thể xảy ra và thỏa mãn là

- TH1: $A = \{3; -4; 5\}$ và B bằng một trong các tập sau $\varnothing$, $\{3\}$, $\{-4\}$, $\{3; -4\}$.
- TH2: $A = \{-4; 5\}$ và B bằng một trong các tập sau $\varnothing$, $\{3\}$, $\{-4\}$.
- TH3: $A = \{3; 5\}$ và B bằng một trong các tập sau $\varnothing$, $\{3\}$, $\{-4\}$.
- TH4: $A = 5$ và $B = \varnothing$.

Vậy tất cả có 11 kết quả thỏa mãn.

Chọn đáp án C

Câu 14. Tìm điều kiện của tham số m để $A \cap B$ là một khoảng, biết $A(m; m+2)$, $B(4; 7)$.

A $4 \leq m < 7$. B $2 < m < 7$. C $2 \leq m < 7$. D $2 < m < 4$.

Lời giải.

Để $A \cap B = \varnothing$ thì $\left[\begin{array}{l} m + 2 \leq 4 \\ m \geq 7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq 2 \\ m \geq 7. \end{array}\right.$

Do đó, để $A \cap B$ là một khoảng thì $2 < m < 7$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 15. Cho hai tập hợp $A = (m-1;5)$ và $B = (3;+\infty)$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $A \setminus B = \varnothing$.

(A) $4 \leq m \leq 6$. (B) $m = 4$. (C) $m \geq 4$. (D) $4 \leq m < 6$.

Lời giải.

Ta có $A \setminus B = \varnothing \Leftrightarrow 3 \leq m - 1 \Leftrightarrow m \geq 4$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 16. Cho hai tập hợp $A = [-5;8)$ và $B = [-m;m+2]$. Tìm tất cả các giá trị của m để $A \cap B \neq \varnothing$.

(A) $m \in (-8;6)$. (B) $m \in [-7;+\infty)$. (C) $m \in (-8;+\infty)$. (D) $m \in (-1;+\infty)$.

Lời giải.

$$A \cap B \neq \varnothing \Leftrightarrow \begin{cases} -m < m+2 \\ -m < 8 \\ m+2 \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| x^2 - 6x + 8 = 0\right\}$ có bao nhiêu phần tử?

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) vô số.

Lời giải.

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 4. \end{array}\right.$$

Vậy tập hợp A có 2 phần tử.

Chọn đáp án (C) □

Câu 18. Tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{Z}^+ \middle| x^2 - x = 0\right\}$ có bao nhiêu phần tử?

(A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

Lời giải.

$$x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$$

Vì $x \in \mathbb{Z}^+$ nên $2 \in A$. Vậy tập hợp A có 1 phần tử.

Chọn đáp án (A) □

Câu 19. Hãy viết tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| x^2 - 6x + 8 = 0\right\}$ dưới dạng liệt kê các phần tử.

(A) $A = \{2;4\}$. (B) $A = \{6;8\}$. (C) $A = \{-2;2\}$. (D) $A = (2;4)$.

Lời giải.

Ta có $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 4 \end{array}\right.$ nên $A = \{2;4\}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 20. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

(A) "$x \in [-4;1) \Leftrightarrow -4 \leq x < 1$". (B) "$x \in [-4;1) \Leftrightarrow -4 < x \leq 1$".

(C) "$x \in [-4;1) \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 1$". (D) "$x \in [-4;1) \Leftrightarrow -4 < x < 1$".

Lời giải.

Ta có “$x \in [-4; 1) \Leftrightarrow -4 \le x < 1$”.

Chọn đáp án A □

Câu 21. Số tập con của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$ là?

A 1. B 3. C 2. D 4.

Lời giải.

Ta có $2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$, mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $x = 2$.

Vậy $X = \{2\}$ nên có 2 tập con.

Chọn đáp án C □

Câu 22. Tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ được viết dưới dạng chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó là

A $A = \left\{n \in \mathbb{N} \middle| 1 < n \le 6\right\}$.

B $A = \left\{n \in \mathbb{N} \middle| n \le 6\right\}$.

C $A = \left\{n \in \mathbb{N} \middle| 0 < n \le 6\right\}$.

D $A = \left\{n \in \mathbb{N} \middle| 0 < n < 6\right\}$.

Lời giải.

Ta có $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} = \left\{n \in \mathbb{N} \middle| 0 < n \le 6\right\}$.

Chọn đáp án C □

Câu 23. Cho hai tập hợp $X = \{7, 2, 8, 4, 9, 12\}$ và $Y = \{1, 3, 7, 4\}$. Tìm tập hợp $X \cap Y$.

A $\{1, 2, 3, 4, 8, 9, 7, 12\}$. B $\{2, 8, 9, 12\}$. C $\{4, 7\}$. D $\{1, 3\}$.

Lời giải.

Ta có $X \cap Y = \{4, 7\}$.

Chọn đáp án C □

Câu 24. Cho hai tập hợp $X = \{2, 4, 6, 9\}$ và $Y = \{1, 2, 3, 4\}$. Tìm tập hợp $X \cup Y$.

A $\{1, 3\}$. B $\{6, 9\}$. C $\{1, 2, 3, 4, 6, 9\}$. D $\{2, 4\}$.

Lời giải.

Ta có $X \cup Y = \{1, 2, 3, 4, 6, 9\}$.

Chọn đáp án C □

Câu 25. Cho hai tập hợp $X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ và $Y = \{2, 3, 4, 5, 6\}$. Tìm tập hợp $X \setminus Y$.

A $\{0\}$. B $\{0, 1\}$. C $\{1, 2\}$. D $\{1, 5\}$.

Lời giải.

Ta có $X \setminus Y = \{0, 1\}$.

Chọn đáp án B □

Câu 26. Cho hai tập hợp $A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ và $B = \{0, 2, 4\}$. Tìm tập hợp $C_A B$.

A $\{0, 2, 4, 6\}$. B $\{0, 2, 4, 8\}$. C $\{2, 4\}$. D $\{6, 8\}$.

Lời giải.

Ta có $B \subset A$ và $A \setminus B = \{6, 8\} \Rightarrow C_A B = \{6, 8\}$.

Chọn đáp án D □

Câu 27. Cho $A = (-\infty; -2]$, $B = [3; +\infty)$ và $C = (0; 4)$. Khi đó tập $(A \cup B) \cap C$ là

A. $(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.
B. $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$.
C. $[3; 4)$.
D. $[3; 4]$.

Lời giải.

$(A \cup B) = (-\infty; -2] \cup [3; +\infty)$.
Vậy $(A \cup B) \cap C = [3; 4)$.
Chọn đáp án C □

Câu 28. Cho hai tập hợp $A = (-3; 4]$ và $B = (-\sqrt{2}; +\infty)$. Tập hợp $A \cap B$ là

A. $(-\sqrt{2}; 4]$.
B. $(-3; +\infty)$.
C. $(-3; -\sqrt{2}]$.
D. $(4; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $A \cap B = (-\sqrt{2}; 4]$.
Chọn đáp án A □

Câu 29. Cho hai tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| x + 2 \geq 0\right\}$ và $B = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| 5 - x \geq 0\right\}$. Tìm tập hợp $A \cap B$.

A. $[-2; 5]$.
B. $[-2; 6]$.
C. $[-5; 2]$.
D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases} A = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| x + 2 \geq 0\right\} = [-2; +\infty) \\ B = \left\{x \in \mathbb{R} \middle| 5 - x \geq 0\right\} = (-\infty; 5]. \end{cases}$
Khi đó $A \cap B = [-2; +\infty) \cap (-\infty; 5] = [-2; 5]$.
Chọn đáp án A □

Câu 30. Cho các tập hợp $M = [1; 4]$, $N = (2; 6)$ và $P = (1; 2)$. Tìm tập hợp $(M \cap N) \cap P$.

A. $[0; 4]$.
B. $[5; +\infty)$.
C. $(-\infty; 1)$.
D. $\varnothing$.

Lời giải.

Ta có $M \cap N = (2; 4] \Rightarrow M \cap N \cap P = (2; 4] \cap (1; 2) = \varnothing$.
Chọn đáp án D □

Câu 31. Lớp $10A$ có 10 học sinh giỏi Văn, 15 học sinh giỏi Sử, 5 học sinh giỏi cả 2 môn Văn, Sử và 2 học sinh không giỏi môn nào. Hỏi lớp $10A$ có bao nhiêu học sinh?

A. 20 .
B. 22.
C. 25.
D. 28.

Lời giải.

Số học sinh giỏi một môn Văn: $10 - 5 = 5$(học sinh).
Số học sinh giỏi một môn Sử: $15 - 5 = 10$(học sinh).
Số học sinh lớp $10A$: $2 + 5 + 10 + 5 = 22$(học sinh).
Chọn đáp án B □

Câu 32. Để phục vụ cho công việc tiêm vắc-xin phòng chống Covid-19, Sở y tế đã huy động 30 cán bộ đo huyết áp, 25 cán bộ tiêm vắc-xin. Trong đó có 12 cán bộ làm được cả 2 công việc đo huyết áp và tiêm vắc-xin. Hỏi Sở y tế đã huy động tất cả bao nhiêu cán bộ cho công việc tiêm vắc-xin phòng chống Covid-19?

A. 42.
B. 31.
C. 55.
D. 43.

Lời giải.

Số cán bộ được huy động là: $30 + 25 - 12 = 43$ cán bộ.
Chọn đáp án D □