

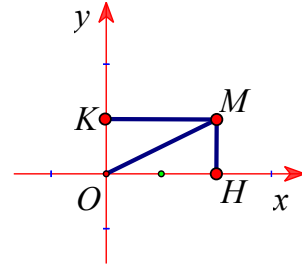
CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

Bài 1: VECTƠ TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT :

1. Định nghĩa: Hệ trục tọa độ gồm hai trục vuông góc Ox và Oy với hai vectơ đơn vị lần lượt là \vec{i}, \vec{j} . Điểm O gọi là *gốc tọa độ*, Ox gọi là *trục hoành* và Oy gọi là *trục tung*.

Kí hiệu Oxy hay $(O; \vec{i}, \vec{j})$



Hình 1.31

2. Tọa độ điểm, tọa độ vectơ.

+ Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$ nếu $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ thì cặp số $(x; y)$ được gọi là tọa độ của vectơ \vec{u} , kí hiệu là $\vec{u} = (x; y)$ hay $\vec{u}(x; y)$.

x được gọi là hoành độ, y được gọi là tung độ của vectơ \vec{u}

+ Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}, \vec{j})$, tọa độ của vectơ \overrightarrow{OM} gọi là tọa độ của điểm M , kí hiệu là $M = (x; y)$ hay $M(x; y)$. x được gọi là hoành độ, y được gọi là tung độ của điểm M .

Nhận xét: (hình 1.31) Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M lên Ox và Oy thì

$$M(x; y) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OK}$$

Như vậy $\overrightarrow{OH} = x\vec{i}$, $\overrightarrow{OK} = y\vec{j}$ hay $x = \overline{OH}$, $y = \overline{OK}$

3. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng. Tọa độ trọng tâm tam giác.

+ Cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ và M là trung điểm AB . Tọa độ trung điểm $M(x_M; y_M)$ của đoạn thẳng AB là $x_M = \frac{x_A + x_B}{2}$, $y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$

+ Cho tam giác ABC có $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$, $C(x_C; y_C)$. Tọa độ trọng tâm $G(x_G; y_G)$ của tam giác ABC là $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}$ và $y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$

4. Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ.

Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$ và số thực k . Khi đó ta có :

$$1) \vec{u} = \vec{u}' \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

$$2) \vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$$

$$3) k \cdot \vec{u} = (kx; ky)$$

$$4) \vec{u}' \text{ cùng phương } \vec{u} (\vec{u} \neq \vec{0}) \text{ khi và chỉ khi có số } k \text{ sao cho } \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

$$5) \text{ Độ dài vectơ } |\vec{u}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$6) \text{ Cho } A(x_A; y_A), B(x_B; y_B) \text{ thì } \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

1. Dạng 1: Tìm tọa độ của vectơ; các phép toán trên vectơ trên hệ trục tọa độ $(O; \vec{i})$

Phương pháp giải.

❖ **Phương pháp.**

- Dùng định nghĩa vectơ $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ thì $\vec{u} = (x; y)$ hay $\vec{u}(x; y)$.

- Dùng công thức tính tọa độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}, k\vec{u}$

Với $\vec{u} = (x; y), \vec{u}' = (x'; y')$ và số thực k , khi đó $\vec{u} \pm \vec{v} = (x \pm x'; y \pm y')$ và $k \cdot \vec{u} = (kx; ky)$

A. VÍ DỤ MINH HỌA

I- BÀI TẬP TỰ LUẬN:

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho 3 vectơ: $\vec{a} = (3; 2), \vec{b} = (-1; 5), \vec{c} = (-2; -5)$

Tìm tọa độ của vectơ sau

$$a) \vec{a} + \vec{b} \quad b) \vec{b} - \vec{c} \quad c) \vec{k} = 2\vec{a} + \vec{b} \quad d) \vec{l} = -\vec{a} + 2\vec{b} + 5\vec{c}$$

Lời giải:

$$a) \text{ Ta có } \vec{a} + \vec{b} = (3 + (-1); 2 + 5) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (2; 7).$$

$$b) \vec{b} - \vec{c} = (-1 - (-2); 5 - (-5)) = (1; 10)$$

$$c) \text{ Ta có } 2\vec{a} = (6; 4), \vec{b} = (-1; 5) \text{ suy ra } \vec{k} = (6 - 1; 4 + 5) = (5; 9);$$

d) Ta có:

$-\vec{a} = (-3; -2)$, $2\vec{b} = (-2; 10)$ và $5\vec{c} = (-10; -25)$ suy ra

$$\vec{l} = (-3 - 2 - 10; -2 + 10 - 25) = (-15; -17)$$

Ví dụ 2: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ cho hai véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$; $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$. Tìm tọa độ của véc tơ $\vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b}$

Lời giải

Ta có $\vec{a} = (2; -4)$ và $\vec{b} = (-5; 3) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} - \vec{b} = (9; -11)$.

Ví dụ 3: Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 4)$; $\vec{c} = (-1; 3)$. Tìm tọa độ của véc tơ \vec{u} biết

a) $2\vec{u} - 3\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$

b) $3\vec{u} + 2\vec{a} + 3\vec{b} = 3\vec{c}$

Lời giải:

a) Ta có $2\vec{u} - 3\vec{a} + \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u} = \frac{3}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$

Suy ra $\vec{u} = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}; 3 - 2\right) = (3; 1)$

b) Ta có $3\vec{u} + 2\vec{a} + 3\vec{b} = 3\vec{c} \Leftrightarrow \vec{u} = -\frac{2}{3}\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

Suy ra $\vec{u} = \left(-\frac{2}{3} + 3 - 1; -\frac{4}{3} - 4 + 3\right) = \left(\frac{4}{3}; -\frac{7}{3}\right)$

Ví dụ 4: Cho $\vec{a} = (1; 2)$ và $\vec{b} = (3; 4)$.

Tìm độ dài của các véc tơ \vec{a} , \vec{b} và $2\vec{a} + 3\vec{b}$

Lời giải

Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$; $|\vec{b}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Ta có $2\vec{a} + 3\vec{b} = (11; 16) \Leftrightarrow |2\vec{a} + 3\vec{b}| = \sqrt{11^2 + 16^2} = \sqrt{377}$.

2. Dạng 2: Bài toán liên quan đến sự cùng phương của hai véc tơ.

Phân tích một véc tơ qua hai véc tơ không cùng phương.

1. Phương pháp.

- Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$. Véc tơ \vec{u}' cùng phương với véc tơ \vec{u} ($\vec{u} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi

$$\text{có số } k \text{ sao cho } \begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

Chú ý: Nếu $xy \neq 0$ ta có \vec{u}' cùng phương $\vec{u} \Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$

- Để phân tích $\vec{c}(c_1; c_2)$ qua hai vectơ $\vec{a}(a_1; a_2)$, $\vec{b}(b_1; b_2)$ không cùng phương, ta giả sử

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}. \text{ Khi đó ta quy về giải hệ phương trình } \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

2. Các ví dụ.

1. Bài tập tự luận:

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{u} = (-2; 1)$ và $\vec{v} = 3\vec{i} - m\vec{j}$. Tìm m để hai vectơ \vec{u} , \vec{v} cùng phương.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{v} = 3\vec{i} - m\vec{j} \Rightarrow \vec{v} = (3; -m).$$

$$\text{Hai vectơ } \vec{u}, \vec{v} \text{ cùng phương } \Leftrightarrow \frac{3}{-2} = \frac{-m}{1} \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}.$$

Ví dụ 2: Cho $\vec{u} = (m^2 + m - 2; 4)$ và $\vec{v} = (m; 2)$. Tìm m để hai vectơ \vec{u} , \vec{v} cùng phương.

Lời giải:

+ Với $m = 0$: Ta có $\vec{u} = (-2; 4)$; $\vec{v} = (0; 2)$

Vì $\frac{0}{-2} \neq \frac{2}{4}$ nên hai vectơ $\vec{u}; \vec{v}$ không cùng phương

+ Với $m \neq 0$: Ta có $\vec{u}; \vec{v}$ cùng phương khi và chỉ khi

$$\frac{m^2 + m - 2}{m} = \frac{4}{2} \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

Vậy với $m = -1$ và $m = 2$ là các giá trị cần tìm.

Ví dụ 3: Cho các vectơ $\vec{a} = (4; -2)$, $\vec{b} = (-1; -1)$, $\vec{c} = (2; 5)$. Phân tích vectơ \vec{b} theo hai vectơ \vec{a} và \vec{c}

Lời giải

$$\text{Giả sử } \vec{b} = m\vec{a} + n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 4m + 2n \\ -1 = -2m + 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8} \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } \vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}.$$

Ví dụ 4: Cho $\vec{a} = (3; 2)$, $\vec{b} = (-3; 1)$

a) Chứng minh \vec{a} và \vec{b} không cùng phương

b) Đặt $\vec{u} = (2 - x)\vec{a} + (3 + y)\vec{b}$. Tìm x, y sao cho \vec{u} cùng phương với $x\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$.

Lời giải:

a) Ta có: $\frac{3}{-3} \neq \frac{2}{1}$ nên hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương

b) Ta có $\vec{u} = (-3x - 3y - 3; -2x + y + 7)$

$$x\vec{a} + \vec{b} = (3x - 3; 2x + 1), \vec{a} + \vec{b} = (0; 3)$$

\vec{u} cùng phương với $x\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} + \vec{b}$ khi và chỉ khi có số k, l sao cho

$$\vec{u} = k(x\vec{a} + \vec{b}), \vec{u} = l(\vec{a} + \vec{b})$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} -3x - 3y - 3 = k(3x - 3) \\ -2x + y + 7 = k(2x + 1) \\ -3x - 3y - 3 = 0 \\ -2x + y + 7 = 3l \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

2. Bài tập trắc nghiệm:

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$. Tọa độ của \vec{a} là

A. $\vec{a} = (2; -3)$. B. $\vec{a} = (-2; 3)$. C. $\vec{a} = (2; 3)$. D. $\vec{a} = (-2; -3)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ của \vec{a} là

A. $\vec{a} = (1; -3)$. **B. $\vec{a} = (1; 3)$.** C. $\vec{a} = (-1; 3)$. D. $\vec{a} = (0; 3)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$. Độ dài của \vec{a} là

A. 2. **B. $\sqrt{5}$.** C. $\sqrt{2}$. D. 1.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = (-3; 2)$ Tìm $|\vec{a}|$

A. $|\vec{a}| = 2$. **B. $|\vec{a}| = \sqrt{13}$.** C. $|\vec{a}| = \sqrt{5}$. D. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ của \vec{a} là

A. $\vec{a} = (1; -3)$. **B. $\vec{a} = (1; 3)$** . C. $\vec{a} = (-1; 3)$. D. $\vec{a} = (0; 3)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy, vector $\vec{a} = (-3; 2)$ được phân tích theo hai vector đơn vị

A. $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$. B. $\vec{a} = -3\vec{i}$. **C. $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$** . D. $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$.

Câu 7: Cho các vectơ $\vec{a} = (2; 0)$, $\vec{b} = (-1; \frac{1}{2})$, $\vec{c} = (4; 6)$.

1-Tìm tọa độ vector \vec{u} biết

a) $\vec{u} = 2\vec{a} - 4\vec{b} + 5\vec{c}$

A. $\vec{u} = (2; -8)$

B. $\vec{u} = (8; -28)$

C. $\vec{u} = (28; -28)$

D. $\vec{u} = (8; -8)$

b) $\vec{a} - 2\vec{b} + 2\vec{u} = \vec{c}$

A. $\vec{u} = (-2; \frac{7}{2})$

B. $\vec{u} = (0; \frac{3}{2})$

C. $\vec{u} = (0; \frac{7}{2})$

D. $\vec{u} = (-1; \frac{7}{2})$

2- Tìm độ dài của $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}$

A. $\sqrt{344}$.

B. $\sqrt{433}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 1.

Lời giải:

1.a) $\vec{u} = (28; -28)$ b) $\vec{u} = (0; \frac{7}{2})$

2. Ta có

$$\vec{u} = \left(2 + 2(-1) - 3.4; 0 + 2(\frac{1}{2}) - 3.6 \right) = (-12; -17) \Rightarrow |\vec{u}| = \sqrt{(-12)^2 + (-17)^2} = \sqrt{433}.$$

Câu 8: Cho $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (-3; 0)$; $\vec{c} = (-1; 3)$

a) Khẳng định nào sau đây đúng

A. hai vectơ \vec{a} ; \vec{b} không cùng phương

B. hai vectơ \vec{a} ; \vec{b} cùng phương

C. hai vectơ \vec{a} ; \vec{b} song song

D. hai vectơ \vec{a} ; \vec{b} ngược chiều

b) Phân tích vector \vec{c} qua \vec{a} ; \vec{b}

A. $\vec{c} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{5}{9}\vec{b}$

B. $\vec{c} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{4}{9}\vec{b}$

C. $\vec{c} = \frac{4}{3}\vec{a} + \frac{7}{9}\vec{b}$

D. $\vec{c} = \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{5}{9}\vec{b}$

Lời giải:

a) Ta có $\frac{-3}{1} \neq \frac{0}{2} \Rightarrow \vec{a}$ và \vec{b} không cùng phương

b) Giả sử $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$. Ta có $x\vec{a} + y\vec{b} = (x - 3y; 2x)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x - 3y = -1 \\ 2x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{5}{9} \end{cases} \Rightarrow c = \frac{2}{3}a + \frac{5}{9}b$$

Câu 9: Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

A. Hai vec tơ $\vec{u} = (4; 2)$ và $\vec{v} = (8; 3)$ cùng phương.

B. Hai vec tơ $\vec{a} = (-5; 0)$ và $\vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng.

C. Hai vec tơ $\vec{a} = (6; 3)$ và $\vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.

D. Vec tơ $\vec{c} = (7; 3)$ là vec tơ đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.

Câu 7: Cho $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Hai vec tơ \vec{a} và \vec{b} cùng phương nếu số x là:

A. -5.

B. 4.

C. -1.

D. 0.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các vectơ $\vec{u} = (2; -4)$, $\vec{a} = (-1; -2)$, $\vec{b} = (1; -3)$. Biết

$\vec{u} = m\vec{a} + n\vec{b}$, tính $m - n$.

A. 5.

B. -2.

C. -5.

D. 2.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } \vec{u} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -m + n = 2 \\ -2m - 3n = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{2}{5} \\ n = \frac{8}{5} \end{cases}$$

Suy ra $m - n = -2$.

Câu 11: Trong hệ trục $(O; \vec{i}; \vec{j})$, tọa độ của vec tơ $\vec{i} + \vec{j}$ là:

A. $(-1; 1)$.

B. $(1; 0)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(1; 1)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\vec{i} + \vec{j} = (1; 0) + (0; 1) = (1; 1)$.

Câu 10: Cho $\vec{u} = (3; -2)$, $\vec{v} = (1; 6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ ngược hướng.

B. \vec{u} , \vec{v} cùng phương.

C. $\vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6; -24)$ cùng hướng.

D. $2\vec{u} + \vec{v}$, \vec{v} cùng phương.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\vec{u} + \vec{v} = (4; 4)$ và $\vec{u} - \vec{v} = (2; -8)$.

Xét tỉ số $\frac{4}{-4} \neq \frac{4}{4} \rightarrow \vec{u} + \vec{v}$ và $\vec{a} = (-4; 4)$ không cùng phương. Loại A

Xét tỉ số $\frac{3}{1} \neq \frac{-2}{6} \rightarrow \vec{u}$, \vec{v} không cùng phương. Loại B

Xét tỉ số $\frac{2}{6} = \frac{-8}{-24} = \frac{1}{3} > 0 \rightarrow \vec{u} - \vec{v}$ và $\vec{b} = (6; -24)$ cùng hướng.

3. Bài tập tự luyện:

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$. Tọa độ của \vec{a} là

A. $\vec{a} = (0; -4)$.

B. $\vec{a} = (3; 0)$.

C. $\vec{a} = (3; -4)$.

D. $\vec{a} = (-3; 4)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, vector $\vec{a} = (5; -2)$ được phân tích theo hai vector đơn vị

A. $\vec{a} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$.

B. $\vec{a} = 5\vec{i}$.

C. $\vec{a} = 2\vec{j}$.

D. $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, vector $\vec{a} = (4; 1)$ được phân tích theo hai vector đơn vị

A. $\vec{a} = 4\vec{i} + \vec{j}$.

B. $\vec{a} = 4\vec{i}$.

C. $\vec{a} = \vec{j}$.

D. $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j}$.

Câu 4: Cho $\vec{a} = (0, 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$, $\vec{c} = (-3; -2)$. Tọa độ của $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$:

A. $(10; -15)$.

B. $(15; 10)$.

C. $(10; 15)$.

D. $(-10; 15)$.

Câu 5: Cho $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ và $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$. Tìm phát biểu sai:

A. $|\vec{a}| = 5$.

B. $|\vec{b}| = 0$.

C. $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3)$.

D. $|\vec{b}| = \sqrt{2}$.

Câu 6: Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Vec tơ $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ nếu:

A. $x = 3$.

B. $x = -15$.

C. $x = 15$.

D. $x = 5$.

Câu 7: Vector $\vec{a} = (-4; 0)$ được phân tích theo hai vector đơn vị như thế nào?

A. $\vec{a} = -4\vec{i} + \vec{j}$.

B. $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j}$.

C. $\vec{a} = -4\vec{j}$.

D. $\vec{a} = -4\vec{i}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{a} = (-4; 0) \Rightarrow \vec{a} = -4\vec{i} + 0\vec{j} = -4\vec{i}$.

Câu 8: Trong hệ trục tọa độ (O, \vec{i}, \vec{j}) cho các vector sau: $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{j}$. Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề sai:

A. $\vec{a} = (4; -3)$.

B. $|\vec{b}| = \sqrt{2}$.

C. $\vec{b} = (0; 2)$.

D. $|\vec{a}| = 5$

Câu 9: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-1; 2)$ đối nhau.

B. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-2; -1)$ đối nhau.

C. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-2; 1)$ đối nhau.

D. Hai vector $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (2; 1)$ đối nhau.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u} = (2; -1) = -(-2; 1) = -\vec{v} \Rightarrow \vec{u}$ và \vec{v} đối nhau.

Câu 10: Cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (-3; 4)$, $\vec{c} = (-4; 9)$. Hai số thực m, n thỏa mãn $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$.

Tính $m^2 + n^2$.

A. 5.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 3n = -4 \\ m + 4n = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 2 \end{cases}$$

3. DẠNG 3: Tìm tọa độ điểm, tọa độ vectơ trên mặt phẳng Oxy .

1. Phương pháp.

- Để tìm tọa độ của vectơ \vec{a} ta làm như sau

Dựng vectơ $\overline{OM} = \vec{a}$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên Ox, Oy . Khi đó

$\vec{a}(a_1; a_2)$ với $a_1 = \overline{OH}, a_2 = \overline{OK}$

- Để tìm tọa độ điểm A ta đi tìm tọa độ vectơ \overline{OA}

• Nếu biết tọa độ hai điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ suy ra tọa độ \overline{AB} được xác định theo công thức $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$

Chú ý: $\overline{OH} = OH$ nếu H nằm trên tia Ox (hoặc Oy) và $\overline{OH} = -OH$ nếu H nằm trên tia đối tia Ox (hoặc Oy)

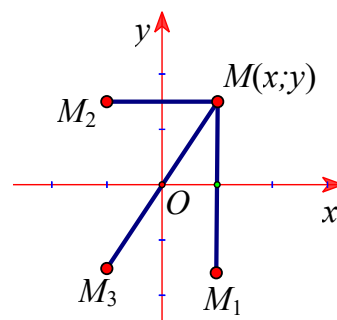
2. Các ví dụ:

1-Bài tập tự luận:

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho điểm $M(x; y)$.

Tìm tọa độ của các điểm

- M_1 đối xứng với M qua trục hoành
- M_2 đối xứng với M qua trục tung
- M_3 đối xứng với M qua gốc tọa độ



Hình 1.32

Lời giải:

- M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(x; -y)$
- M_2 đối xứng với M qua trục tung suy ra $M_2(-x; y)$
- M_3 đối xứng với M qua gốc tọa độ suy ra $M_3(-x; -y)$

Ví dụ 2: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, cho hình vuông $ABCD$ tâm I và có $A(1;3)$. Biết điểm B thuộc trục $(O; \vec{i})$ và \overrightarrow{BC} cùng hướng với \vec{i} . Tìm tọa độ các vectơ \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} và \overrightarrow{AC}

Lời giải:

(hình 1.33)

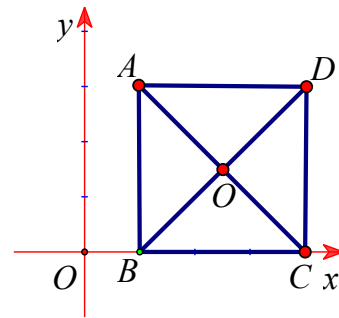
Từ giả thiết ta xác định được hình vuông trên mặt phẳng tọa độ

(hình bên)

Vì điểm $A(1;3)$ suy ra $AB = 3, OB = 1$

Do đó $B(1;0), C(4;0), D(4;3)$

Vậy $\overrightarrow{AB}(0;-3), \overrightarrow{BC}(3;0)$ và $\overrightarrow{AC}(3;-3)$



Hình 1.33

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Biết A trùng với gốc tọa độ O , C thuộc trục Ox và $x_B \geq 0, y_B \geq 0$. Tìm tọa độ các đỉnh của hình thoi $ABCD$

Lời giải:

(hình 1.34)

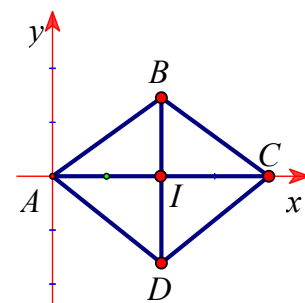
Từ giả thiết ta xác định được hình thoi trên mặt phẳng tọa độ Oxy

Gọi I là tâm hình thoi ta có

$$BI = AB \sin \widehat{BAI} = a \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$$

$$AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra $A(0;0), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3};0), D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$



Hình 1.34

Ví dụ 4: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, Cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , \vec{i} cùng hướng với \overrightarrow{OC} , \vec{j} cùng hướng \overrightarrow{OA} .

a) Tính tọa độ của các đỉnh của tam giác ABC

b) Tìm tọa độ trung điểm E của AC

c) Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Lời giải:

a) $A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right), B\left(-\frac{a}{2}; 0\right), C\left(\frac{a}{2}; 0\right)$

b) $E\left(\frac{a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{4}\right)$

c) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều trùng với trọng tâm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$

Ví dụ 5: Trong hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, Cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 8, BD = 6$.

Biết \vec{OC} và \vec{i} cùng hướng, \vec{OB} và \vec{j} cùng hướng.

a) Tính tọa độ các đỉnh của hình thoi

b) Tìm tọa độ trung điểm I của BC và trọng tâm tam giác ABC

Lời giải:

a) $A(-4; 0), C(4; 0), B(0; 3), D(0; -3)$

b) $I\left(2; \frac{3}{2}\right), G(0; 1)$

Ví dụ 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho các vector $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j}, \vec{b} = (4; -1)$ và các điểm $M(-3; 6), N(3; -3)$.

a) Tìm mối liên hệ giữa các vector \vec{MN} và $2\vec{a} - \vec{b}$

b) Các điểm O, M, N có thẳng hàng hay không?

c) Tìm điểm $P(x; y)$ để OMP là hình bình hành.

Lời giải:

a) Ta có $\vec{a} = (3; -2), 2\vec{a} - \vec{b} = (2 \cdot 3 - 4; 2 \cdot (-2) + 1) = (2; -3)$.

và $\vec{MN} = (6; -9)$

Vậy $\vec{MN} = 3(2\vec{a} - \vec{b})$

b) Ta có $\vec{OM} = (-3; 5), \vec{ON} = (3; -3)$

Vì $\frac{-3}{3} \neq \frac{5}{-3}$ nên hai vector \vec{OM}, \vec{ON} không cùng phương. Suy ra các điểm O, M, N không cùng

nằm trên một đường thẳng. Do đó O, M, N không thẳng hàng.

c) Các điểm O, M, N không thẳng hàng

Để $OMNP$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\vec{OM} = \vec{PN}$

Gọi $P(x; y)$

Ta có $\vec{OM} = (-3; 5), \vec{PN} = (3 - x; -3 - y)$. Suy ra

$$\begin{cases} -3 = 3 - x \\ 6 = -3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -9 \end{cases}$$

Vậy điểm cần tìm là $P(6; -9)$.

Ví dụ 7: Cho ba điểm $A(-4; 0)$, $B(0; 3)$ và $C(2; 1)$

a) Xác định tọa độ vectơ $\vec{u} = 2\vec{AB} - \vec{AC}$

b) Tìm điểm M sao cho $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = \vec{0}$

Lời giải:

a) Ta có $\vec{AB}(4; 3)$, $\vec{AC}(6; 1)$ suy ra $\vec{u} = (2; 5)$

b) Gọi $M(x; y)$, ta có $\vec{MA}(-4 - x; -y)$, $\vec{MB}(-x; 3 - y)$, $\vec{MC}(2 - x; 1 - y)$

Suy ra $\vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = (-6x + 2; -6y + 9)$

$$\text{Do đó } \vec{MA} + 2\vec{MB} + 3\vec{MC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} -6x + 2 = 0 \\ -6y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy $M\left(\frac{1}{3}; \frac{3}{2}\right)$

Ví dụ 8: Cho tam giác ABC có $A(2; 1)$, $B(-1; -2)$, $C(-3; 2)$.

a) Tìm tọa độ trung điểm M sao cho C là trung điểm của đoạn MB

b) Xác định trọng tâm tam giác ABC

b) Tìm điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành

Lời giải:

a) C là trung điểm của MB suy ra $x_C = \frac{x_M + x_B}{2} \Rightarrow x_M = 2x_C - x_B = -5$

và $y_C = \frac{y_M + y_B}{2} \Rightarrow y_M = 2y_C - y_B = 6$

Vậy $M(-5; 6)$

b) G là trọng tâm tam giác suy ra

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2 - 1 - 3}{3} = -\frac{2}{3} \text{ và } y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{1 - 2 + 2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Vậy } G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

$$\text{c) Gọi } D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (-3 - x; 2 - y)$$

Ta có: $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x = -3 \\ 2 - y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow D(0; 5).$$

$$\text{Vậy } D(0; 5)$$

Ví dụ 9: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(-2; 3)$; $B(4; 5)$; $C(2; -3)$

- Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.
- Giải tam giác ABC (làm tròn các kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải:

$$\text{a. Ta có: } \overrightarrow{AB} = (6; 2), \overrightarrow{BC} = (-2; -8)$$

$$\text{Vì } \frac{6}{-2} \neq \frac{2}{-8} \Rightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC} \text{ không cùng phương.}$$

Vậy ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

b. Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên :

$$\text{Vậy } G\left(\frac{-2+4+2}{3}; \frac{3+5-3}{3}\right) \Rightarrow G\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$$

c. Giải tam giác ABC (làm tròn các kết quả đến hàng đơn vị).

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (6; 2) \Rightarrow AB = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10} \approx 6$$

$$\overrightarrow{BC} = (-2; -8) \Rightarrow BC = \sqrt{(-2)^2 + (-8)^2} = 2\sqrt{17} \approx 8$$

$$\overrightarrow{AC} = (4; -6) \Rightarrow AC = \sqrt{4^2 + (-6)^2} = 2\sqrt{13} \approx 7$$

$$\overrightarrow{BA} = (-6; -2), \overrightarrow{BC} = (-2; -8)$$

$$\cos \widehat{ABC} = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{BA \cdot BC} = \frac{28}{2\sqrt{10} \cdot 2\sqrt{17}} \approx 0,54 \Rightarrow \widehat{ABC} \approx 58^\circ$$

$$\text{Tương tự: } \widehat{BAC} \approx 75^\circ$$

$$\widehat{ACB} = 180^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{BAC}) \approx 47^\circ$$

Ví dụ 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; -1)$, $B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$. Xác định tọa độ các điểm C, D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa độ tâm O của hình bình hành $ABCD$.

Lời giải:

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên

$$x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \Rightarrow x_C = 3x_I - x_A - x_B = 1$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{2} \Rightarrow y_C = 3y_I - y_A - y_B = -4$$

suy ra $C(1; -4)$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 - 3 = 1 - x_D \\ 2 + 1 = -4 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(5; -7)$$

Điểm O của hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm AC do đó

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = 2, y_O = \frac{y_A + y_C}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$$

Ví dụ 11: Cho tam giác ABC có $A(3; 1)$, $B(1; -3)$, đỉnh C nằm trên Oy và trọng tâm G nằm trên trục Ox . Tìm tọa độ đỉnh C

Lời giải:

Từ giả thiết ta có $C(0; y)$, $G(x; 0)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác nên } \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $C(0; 2)$

Ví dụ 12: Cho tam giác ABC có M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Biết $M(1; 1), N(-2; -3), P(2; -1)$. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

Lời giải:

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN}(-3; -4), \overrightarrow{PA}(x_A - 2; y_A + 1), \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PA} \Rightarrow A(-1; -5)$$

N là trung điểm AC suy ra $C(-3; -1)$

M là trung điểm BC suy ra $B(5; 3)$

Ví dụ 13: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6; 3)$, $B(-3; 6)$, $C(1; -2)$.

- Chứng minh A, B, C là ba đỉnh một tam giác. Tìm chu vi và diện tích tam giác ABC
- Xác định điểm D trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, D thẳng hàng.
- Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$

d) Xác định giao điểm hai đường thẳng DE và AC

Lời giải:

a) Ta có $\overrightarrow{AB}(-9; 3)$, $\overrightarrow{AC}(-5; -5)$. Vì $\frac{-9}{-5} \neq \frac{3}{-5}$ suy ra \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} không cùng phương

Hay A, B, C là ba đỉnh một tam giác.

$$AB = \sqrt{(-9)^2 + 3^2} = 3\sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2} = 5\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(1+3)^2 + (-2-6)^2} = 4\sqrt{5}$$

Chu vi của tam giác ABC là $3\sqrt{10} + 5\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$

$$\text{Ta có: } p = \frac{3\sqrt{10} + 5\sqrt{2} + 4\sqrt{5}}{2}$$

Diện tích của tam giác ABC là

$$S = \sqrt{p(p - 3\sqrt{10})(p - 5\sqrt{2})(p - 4\sqrt{5})} = 30 \text{ (Đơn vị diện tích)}$$

b) D trên trục hoành $\Rightarrow D(x; 0)$

Ba điểm A, B, D thẳng hàng suy ra \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AD} không cùng phương

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{AD}(x-6; -3) \text{ do đó } \frac{x-6}{-9} = \frac{-3}{3} \Rightarrow x = 15$$

Vậy $D(15; 0)$

c) Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{BE}(x+3; y-6)$, $\overrightarrow{EC}(1-x; -2-y)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$

d) Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của DE và AC.

Do đó $\overrightarrow{DI}(x-15; y), \overrightarrow{DE}\left(-\frac{46}{3}; \frac{2}{3}\right)$ cùng phương suy ra

$$\frac{3(x-15)}{-46} = \frac{3y}{2} \Rightarrow x + 23y - 15 = 0 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AI}(x-6; y-3), \overrightarrow{AC}(-5; -5) \text{ cùng phương suy ra } \frac{x-6}{-5} = \frac{y-3}{-5} \Rightarrow x - y - 3 = 0 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{7}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$

Vậy giao điểm hai đường thẳng DE và AC là $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Ví dụ 14: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1;1)$, $B(2;-2)$, $M \in Oy$ và $MA = MB$. Khi đó tọa độ điểm M là

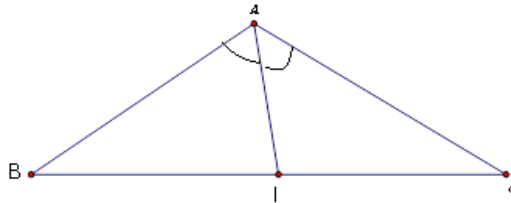
Lời giải

Do $M \in Oy$, đặt $M(0; y)$ suy ra $\overrightarrow{MA} = (1; 1-y)$, $\overrightarrow{MB} = (2; -2-y)$.

$$\text{Vì } MA = MB \Rightarrow 1^2 + (1-y)^2 = 2^2 + (2+y)^2 \Leftrightarrow y = -1. \text{ Vậy } M(0; -1).$$

Ví dụ 15: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho tam giác ABC với $A(-4;0)$, $B(6;5)$, $C(2;-3)$. Tìm tọa độ chân đường phân giác trong kẻ từ A của tam giác ABC .

Lời giải



$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (10; 5) \Rightarrow AB = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5}.$$

$$\overrightarrow{AC} = (6; -3) \Rightarrow AC = \sqrt{6^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{5}.$$

Gọi $I(x; y)$ chân đường phân giác trong kẻ từ A của tam giác ABC .

Ta có $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{3}$. Suy ra $\overrightarrow{IB} = -\frac{5}{3}\overrightarrow{IC}$. (Do đó I là nằm giữa B và C)

$$\text{Suy ra } \begin{cases} 6-a = -\frac{5}{3}(2-a) \\ 5-b = -\frac{5}{3}(-3-b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = 0 \end{cases}. \text{ Vậy } I\left(\frac{7}{2}; 0\right).$$

Ví dụ 16: Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;4), B(2;4), C(4;0)$.

Lời giải

Gọi $I(a;b)$ để I là tâm đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4), B(2;4), C(4;0)$ thì

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (4-b)^2 = (2-a)^2 + (4-b)^2 \\ a^2 + (4-b)^2 = (4-a)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy tâm $I(1;1)$

2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy, cho $K = (2; -5)$. Vector \overrightarrow{OK} biểu diễn theo hai vector đơn vị

A. $\overrightarrow{OK} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$. **B. $\overrightarrow{OK} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$.** C. $\overrightarrow{OK} = -3\vec{i} + 5\vec{j}$. D. $\overrightarrow{OK} = -5\vec{j}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\overrightarrow{OM} = 5\vec{i} - 3\vec{j}$. Tọa độ của điểm M là

A. $M = (5; -3)$. B. $M = (-5; -3)$. C. $M = (5; 3)$. D. $M = (0; -3)$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho $\overrightarrow{ON} = \vec{i} + 3\vec{j}$. Tọa độ của điểm N là

A. $N = (0; 3)$. **B. $N = (1; 3)$.** C. $N = (3; 1)$. D. $N = (0; -3)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Cho điểm $M(x; y)$. Tìm tọa độ của các điểm M_1 đối xứng với M qua trục hoành?

A. $M_1(x; -y)$. B. $M_1(-x; y)$. C. $M_1(-x; -y)$. D. $M_1(x; y)$.

Lời giải

Chọn A.

M_1 đối xứng với M qua trục hoành suy ra $M_1(x; -y)$.

Câu 5: Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD tâm I và có $A(1;3)$. Biết điểm B thuộc trục Ox và \overrightarrow{BC} cùng hướng với \vec{i} . Tìm tọa độ các vector \overrightarrow{AC} ?

A. $(-3; 3)$. B. $(3; 3)$. **C. $(3; -3)$.** D. $(3; 0)$.

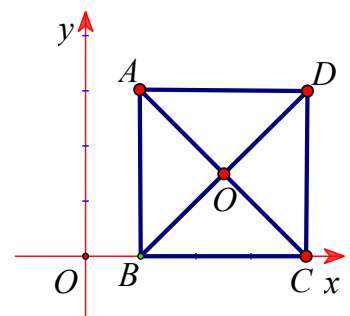
Lời giải

Chọn C.

Từ giả thiết ta xác định được hình vuông trên mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ bên.

Vì điểm $A(1;3)$ suy ra $AB = 3, OB = 1$

Do đó $B(1;0), C(4;0), D(4;3)$



Vậy $\overline{AC} = (3; -3)$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Biết A trùng với gốc tọa độ O ; C thuộc trục Ox và $x_B \geq 0, y_B \geq 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B và C của hình thoi $ABCD$.

A. $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0)$.

B. $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0)$.

C. $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C\left(a\sqrt{3}; \frac{a}{2}\right)$.

D. $B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right), C\left(a\sqrt{3}; -\frac{a}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

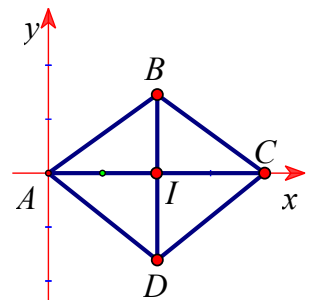
Từ giả thiết ta xác định được hình thoi trên mặt phẳng tọa độ

Oxy

Gọi I là tâm hình thoi ta có $BI = AB \sin \widehat{BAI} = a \sin 30^\circ = \frac{a}{2}$

$$AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Suy ra $A(0; 0), B\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}\right), C(a\sqrt{3}; 0), D\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}; -\frac{a}{2}\right)$.



Câu 7: Cho lục giác đều $ABCDEF$. Chọn hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, trong đó O là tâm lục giác đều, \vec{i} cùng hướng với \overline{OD} , \vec{j} cùng hướng \overline{EC} . Tính tọa độ các đỉnh lục giác đều, biết cạnh của lục giác là 6.

Lời giải:

$A(-6; 0), D(6; 0), B(-3; 3\sqrt{3}),$

$C(3; 3\sqrt{3}), F(-3; -3\sqrt{3}), E(3; -3\sqrt{3})$

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\overline{OC} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$. Tọa độ của điểm C là

A. $C = (0; 2)$.

B. $C = (-3; 0)$.

C. $C = (-3; 2)$.

D. $C = (3; -2)$.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , cho $M = (-3; 1)$. Vector \overline{OM} biểu diễn theo hai vector đơn vị

A. $\overline{OM} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$.

B. $\overline{OM} = 3\vec{i} + \vec{j}$.

C. $\overline{OM} = -3\vec{i} + \vec{j}$.

D. $\overline{OM} = -\vec{i} + 3\vec{j}$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy, cho $P = (3; 5)$. Vector \overrightarrow{OP} biểu diễn theo hai vector đơn vị

- A. $\overrightarrow{OP} = 5\vec{i} + 3\vec{j}$. **B. $\overrightarrow{OP} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$.** C. $\overrightarrow{OP} = -3\vec{i} + 5\vec{j}$. D. $\overrightarrow{OP} = 3\vec{j}$.

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy hai điểm $A(-4; 0), B(-5; 6)$. Tọa độ \overrightarrow{AB} là

- A. $(1; 6)$. B. $(-9; 6)$. **C. $(-1; 6)$.** D. $(-5; 0)$.

Câu 12: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Vectơ đối của vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là:

- A. $(-1; 2)$. B. $(-1; -2)$. **C. $(1; 2)$.** D. $(1; -2)$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy, Cho $A(-2; 3); B(0; -1)$. Khi đó

- A. $\overrightarrow{BA} = (4; 2)$ **B. $\overrightarrow{BA} = (-2; 4)$** C. $\overrightarrow{BA} = (2; -4)$ D. $\overrightarrow{BA} = (-2; -4)$

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy hai điểm $M(2; -1), N(4; 5)$. Tìm độ dài của \overrightarrow{MN} là

- A. $\sqrt{10}$. **B. $2\sqrt{10}$.** C. $\sqrt{2}$. D. 5.

Câu 15: Cho các điểm $A(1; -2), B(-2; 3), C(0; 4)$. Diện tích ΔABC bằng

- A. $\frac{13}{2}$** B. 13 C. 26 D. $\frac{13}{4}$.

Câu 16: Cho các điểm $A(-1; -2), B(4; 3), C(0; 1)$. Diện tích ΔABC bằng

- A. 5** B. 7 C. 26 D. $\frac{13}{4}$.

Câu 17: Cho các điểm $A(4; -2), B(2; -3), C(0; 1)$. Diện tích ΔABC bằng

- A. 5** B. 7 C. 4 D. $\frac{13}{4}$.

Câu 18: Cho ba điểm $A(-4; 0), B(-5; 0)$ và $C(3; -3)$

a) Tìm tọa độ vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{CA}$

- A. $\vec{u}(-3; 3)$ B. $\vec{u}(-8; 3)$ C. $\vec{u}(-38; 3)$ D. $\vec{u}(-38; 33)$

b) Tìm điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

- A. $M(-2; 1)$ B. $M(2; -1)$ C. $M(2; 1)$ D. $M(-2; -1)$

Lời giải:

a) $\vec{u}(-38; 3)$ b) $M(-2; -1)$

Câu 19: Cho ba điểm $A(3; 4), B(2; 1), C(-1; -2)$

a) Tìm tọa độ trung điểm cạnh BC và tọa độ trọng tâm của tam giác ABC

A. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

B. $G\left(\frac{4}{3}; 1\right)$

C. Cả A, B đều đúng

D. Cả A, B đều sai

b) Tìm tọa độ điểm D sao cho ABCD là hình bình hành

A. $D(5; 1)$

B. $D(0; 1)$

C. $D(3; 1)$

D. $D(2; 1)$

Lời giải:

a) Trung điểm BC là $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$, trọng tâm của tam giác ABC là $G\left(\frac{4}{3}; 1\right)$

b) Tứ giác ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow D(0; 1)$

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3; 4)$, $B(-1; 2)$, $I(4; 1)$. Xác định tọa độ các điểm C, D sao cho tứ giác ABCD là hình bình hành và I là trung điểm cạnh CD. Tìm tọa độ tâm O của hình bình hành ABCD.

A. $C(2; -2)$, $D(3; 0)$, $O\left(\frac{9}{2}; 2\right)$

B. $C(1; -2)$, $D(-6; 1)$, $O(3; 2)$

C. $C(3; -2)$, $D(3; 0)$, $O\left(\frac{9}{2}; -2\right)$

D. $C(2; -2)$, $D(6; 0)$, $O\left(\frac{9}{2}; 2\right)$

Lời giải:

Do $I(4; -1)$ là trung điểm của CD nên đặt

$$C(4 - x; -1 - y), D(4 + x; -1 + y) \Rightarrow \overline{CD}(2x; 2y)$$

Tứ giác ABCD là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{CD} = \overline{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$

Vậy $C(2; -2)$, $D(6; 0)$, $O\left(\frac{9}{2}; 2\right)$

Câu 21: Cho tam giác ABC có $A(3; 4)$, $B(-1; 2)$, $C(4; 1)$. A' là điểm đối xứng của A qua B, B' là điểm đối xứng của B qua C, C' là điểm đối xứng của C qua A.

a) Tìm tọa độ các điểm A', B', C'

A. $A'(-5; 0)$

B. $B'(9; 0)$

C. $C'(2; 7)$

D. Cả A, B, C đều đúng

b) Chứng minh các tam giác ABC và A'B'C' có cùng trọng tâm.

Lời giải:

a) A' là điểm đối xứng của A qua B suy ra B là trung điểm của AA' do đó $A'(-5;0)$. Tương tự $B'(9;0)$, $C'(2;7)$

b) Trọng tâm của tam giác ABC và $A'B'C'$ có cùng tọa độ là $\left(2; \frac{7}{3}\right)$

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm $A(1;-2)$, $B(0;3)$, $C(-3;4)$ và $D(-1;8)$.

a) Bộ ba trong 4 điểm trên bộ nào thẳng hàng

A. A, B, D thẳng hàng

B. A, B, C thẳng hàng

C. A, C, D thẳng hàng

D. C, B, D thẳng hàng

b) Chứng minh \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} không cùng phương

c) Phân tích \overrightarrow{CD} qua \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC}

A. $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$

B. $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

Lời giải:

a) A, B, D thẳng hàng

b) $\overrightarrow{AB}(-1;5)$, $\overrightarrow{AC}(-4;6)$. Vì $\frac{-1}{-4} \neq \frac{5}{6} \Rightarrow \overrightarrow{AB}$ và \overrightarrow{AC} không cùng phương

c) $\overrightarrow{CD}(2;4)$. $\overrightarrow{CD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} -x - 4y = 2 \\ 5x + 6y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Câu 23 Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm $A(0;1)$, $B(1;3)$, $C(2;7)$ và $D(0;3)$. Tìm giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD

A. $I\left(-\frac{2}{3}; 3\right)$

B. $I\left(\frac{1}{3}; -3\right)$

C. $I\left(\frac{4}{3}; 13\right)$

D. $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$

Lời giải:

Gọi $I(x;y)$ là giao điểm AC và BD suy ra $\overrightarrow{AI}; \overrightarrow{AC}$ cùng phương và $\overrightarrow{BI}; \overrightarrow{BD}$ cùng phương

Mặt khác

$$\overrightarrow{AI} = (x; y-1), \overrightarrow{AC} = (2;6) \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x - 2y = -2 \quad (1)$$

$$\overline{BI} = (x-1; y-3), \overline{BD} = (-1; 0) \text{ suy ra } y = 3 \text{ thế vào (1) ta có } x = \frac{2}{3}$$

Vậy I $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$ là điểm cần tìm.

Câu 20: Cho tam giác ABC có $A(3;4)$, $B(2;1)$, $C(-1;-2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$

A. $M_1(1;2)$, $M_2(4;2)$

B. $M_1(-1;2)$, $M_2(-3;-2)$

C. $M_1(1;2)$, $M_2(3;-2)$

D. $M_1(1;0)$, $M_2(3;2)$

Lời giải:

Ta có $S_{ABC} = 3S_{ABM} \Leftrightarrow BC = 3BM \Rightarrow \overline{BC} = \pm 3\overline{BM}$

Gọi $M(x;y) \Rightarrow \overline{BM}(x-2; y-1); \overline{BC}(-3; -3)$

Suy ra $\begin{cases} -3 = 3(x-2) \\ -3 = 3(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} -3 = -3(x-2) \\ -3 = -3(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$

Vậy có hai điểm thỏa mãn $M_1(1;0)$, $M_2(3;2)$

Câu 21: Cho ba điểm $A(-1;-1)$, $B(0;1)$, $C(3;0)$

a) Chứng minh ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác.

b) Xác định tọa độ điểm D biết D thuộc đoạn thẳng BC và $2BD = 5DC$.

A. $D\left(\frac{5}{7}; \frac{2}{7}\right)$

B. $D\left(-\frac{15}{7}; -\frac{2}{7}\right)$

C. $D\left(\frac{15}{7}; \frac{1}{7}\right)$

D. $D\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$

c) Xác định tọa độ giao điểm của AD và BG trong đó G là trọng tâm tam giác ABC.

A. $I\left(\frac{5}{9}; 1\right)$

B. $I\left(\frac{1}{9}; 1\right)$

C. $I\left(\frac{35}{9}; 2\right)$

D. $I\left(\frac{35}{9}; 1\right)$

Lời giải:

a) Ta có $\overline{AB}(1;2)$, $\overline{AC}(4;1)$. Vì $\frac{1}{4} \neq \frac{2}{1} \Rightarrow \overline{AB}$ và \overline{AC} không cùng phương

b) Ta có $2\overline{BD} = 5\overline{DC}$, $\overline{BD}(x_D; y_D - 1)$, $\overline{DC}(3 - x_D; -y_D)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} 2x_D = 5(3 - x_D) \\ 2(y_D - 1) = 5(-y_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{15}{7} \\ y_D = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$$

c) Ta có $G\left(\frac{2}{3}; 0\right)$. Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của AD và BG.

Do đó $\overline{AI}(x+1; y+1), \overline{AD}\left(\frac{22}{7}; \frac{9}{7}\right)$ cùng phương suy ra

$$\frac{7(x+1)}{22} = \frac{7(y+1)}{9} \Rightarrow 9x - 22y - 13 = 0$$

$\overline{BI}(x; y-1), \overline{BG}\left(-\frac{1}{3}; 0\right)$ cùng phương suy ra tồn tại $k : \overline{BI} = k\overline{BG} \Rightarrow y = 1$

Từ đó $I\left(\frac{35}{9}; 1\right)$

Câu 22: Tìm trên trục hoành điểm P sao cho tổng khoảng cách từ P tới hai điểm A và B là nhỏ nhất, biết:

a) $A(1; 1)$ và $B(2; -4)$

A. $P\left(\frac{6}{5}; 0\right)$ B. $P(2; 0)$ C. $P\left(-\frac{6}{5}; 0\right)$ D. $P(1; 0)$

b) $A(1; 2)$ và $B(3; 4)$

A. $P\left(\frac{5}{3}; 0\right)$ B. $P\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$ C. $P\left(\frac{5}{2}; 0\right)$ D. $P\left(\frac{1}{3}; 0\right)$

Lời giải:

a) Dễ thấy điểm A, B nằm ở hai phía với trục hoành

Ta có $PA + PB \geq AB$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \overline{AP}$ cùng phương với \overline{AB}

$$\text{Suy ra } \frac{x_P - 1}{2 - 1} = \frac{0 - 1}{-4 - 1} \Rightarrow x_P = \frac{6}{5} \Rightarrow P\left(\frac{6}{5}; 0\right)$$

b) Dễ thấy A, B cùng phía với trục hoành. Gọi A' là điểm đối xứng với A qua trục hoành, suy ra $A'(1; -2)$ và $PA = PA'$

Ta có $PA + PB = PA' + PB \geq A'B$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \overline{A'P}$ cùng phương với $\overline{A'B}$

$$\text{Suy ra } \frac{x_P - 1}{3 - 1} = \frac{0 + 2}{4 + 2} \Rightarrow x_P = \frac{5}{3} \Rightarrow P\left(\frac{5}{3}; 0\right)$$

Câu 23: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$ và tâm $I(1;1)$. Biết điểm $K(-1;2)$ nằm trên đường thẳng AB và điểm D có hoành độ gấp đôi tung độ. Tìm các đỉnh còn lại của hình bình hành.

A. $D(2;1)$

B. $B(0;1)$

C. $C(4;-1)$

D. Cả A, B, C đều đúng

Lời giải:

I là trung điểm AC nên $C(4;-1)$

Gọi $D(2a;a) \Rightarrow B(2-2a;2-a)$

$\overrightarrow{AK}(1;-1), \overrightarrow{AB}(4-2a;-1-a)$

Vì $\overrightarrow{AK}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương nên $\frac{4-2a}{1} = \frac{-1-a}{-1} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow D(2;1), B(0;1)$

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-4; 0)$ và $B(0; 3)$. Xác định tọa độ của vector $\vec{u} = 2\overrightarrow{AB}$.

A. $\vec{u} = (-8; -6)$.

B. $\vec{u} = (8; 6)$.

C. $\vec{u} = (-4; -3)$.

D. $\vec{u} = (4; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{AB} = (4; 3) \Rightarrow \vec{u} = 2\overrightarrow{AB} = (8; 6).$$

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3;-1), B(-1;2)$ và $I(1;-1)$. Tìm tọa độ điểm C để I là trọng tâm tam giác ABC .

A. $C(1;-4)$.

B. $C(1;0)$.

C. $C(1;4)$.

D. $C(9;-4)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Điểm } I \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_I - x_A - x_B \\ y_C = 3y_I - y_A - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3 - 3 - (-1) = 1 \\ y_C = -3 - (-1) - 2 = -4 \end{cases}$$

Vậy điểm $C(1;-4)$.

Câu 26: Cho tam giác ABC với $A(-2;3)$, $B(4;-1)$, trọng tâm của tam giác là $G(2;-1)$. Tọa độ đỉnh C là

- A. $(6; -4)$. B. $(6; -3)$. **C. $(4; -5)$.** D. $(2; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Do } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_A - x_B \\ y_C = 3y_G - y_A - y_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 4 \\ y_C = -5 \end{cases}$$

Vậy $C(4; -5)$.

Câu 27: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho các điểm $A(1;2)$, $B(3;-1)$, $C(0;1)$. Tọa độ của véctơ $\vec{u} = 2\vec{AB} + \vec{BC}$ là

- A. $\vec{u} = (2; 2)$. B. $\vec{u} = (-4; 1)$. **C. $\vec{u} = (1; -4)$.** D. $\vec{u} = (-1; 4)$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \vec{AB} = (2; -3) \Rightarrow 2\vec{AB} = (4; -6), \vec{BC} = (-3; 2).$$

$$\text{Nên } \vec{u} = 2\vec{AB} + \vec{BC} = (1; -4).$$

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$, $B(0;4)$, $C(5;-4)$. Tọa độ đỉnh D là:

- A. $(3; -5)$.** B. $(3; 7)$. C. $(3; \sqrt{2})$. D. $(\sqrt{7}; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

$$ABCD \text{ là hình bình hành } \Rightarrow \vec{AD} = \vec{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = 5 - 0 \\ y_D - 3 = -4 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -5 \end{cases} \Rightarrow D(3; -5)$$

Câu 29: Cho $A(0;3)$, $B(4;2)$. Điểm D thỏa $\vec{OD} + 2\vec{DA} - 2\vec{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là

- A. $(-3; 3)$. B. $(-8; 2)$. **C. $(8; -2)$.** D. $(2; \frac{5}{2})$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $D(x; y)$.

$$\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{AB}$$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AB} = (4; -1) \Rightarrow 2\overrightarrow{AB} = (8; -2) \Rightarrow \overrightarrow{OD} = (8; -2).$$

Vậy $D(8; -2)$.

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1; 2)$, $B(1; -3)$. Gọi D đối xứng với A qua B . Khi đó tọa độ điểm D là

A. $D(3; -8)$.

B. $D(-3; 8)$.

C. $D(-1; 4)$.

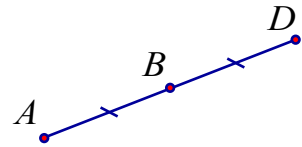
D. $D(3; -4)$.

Lời giải

Chọn A.

Vì D đối xứng với A qua B nên B là trung điểm của AD .

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} x_D = 2x_B - x_A \\ y_D = 2y_B - y_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -8 \end{cases} \Rightarrow D(3; -8).$$



Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC với trọng tâm G . Biết rằng $A(-1; 4)$, $B(2; 5)$, $G(0; 7)$. Hỏi tọa độ đỉnh C là cặp số nào?

A. $(2; 12)$.

B. $(-1; 12)$.

C. $(3; 1)$.

D. $(1; 12)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm } \Delta ABC \text{ nên } \begin{cases} 3x_G = x_A + x_B + x_C \\ 3y_G = y_A + y_B + y_C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 3x_G - x_B - x_A = -1 \\ y_C = 3y_G - y_B - y_A = 12 \end{cases}$$

Vậy $C(-1; 12)$.

Câu 32: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(1; -1)$, $N(3; 2)$, $P(0; -5)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA và AB của tam giác ABC . Tọa độ điểm A là

A. $(2; -2)$.

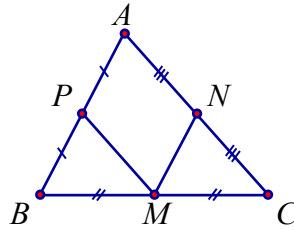
B. $(5; 1)$.

C. $(\sqrt{5}; 0)$.

D. $(2; \sqrt{2})$.

Lời giải

Chọn A.



Theo đề ta có: Tứ giác $APMN$ là hình bình hành

$$\Rightarrow \overline{NA} = \overline{MP} \Rightarrow (x_A - 3; y_A - 2) = (-1; -4) \Rightarrow \begin{cases} x_A = 2 \\ y_A = -2 \end{cases}.$$

Vậy $A(2; -2)$.

Câu 33: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;3)$, $B(-1;-2)$, $C(1;5)$. Tọa độ D trên trục Ox sao cho $ABCD$ là hình thang có hai đáy AB và CD là

- A.** $(1;0)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** Không tồn tại điểm D .

Lời giải

Chọn C.

$$D(x;0) \in Ox. \quad \overline{AB} = (-2; -5), \quad \overline{CD} = (x-1; -5).$$

Theo đề ta có: $ABCD$ là hình thang có hai đáy là AB, CD nên: \overline{AB} và \overline{CD} cùng phương.

$$\text{Suy ra: } \frac{x-1}{-2} = \frac{-5}{-5} \Rightarrow x = -1. \text{ Vậy } D(-1;0).$$

Câu 34: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $B(2;3)$, $C(-1;-2)$. Điểm M thỏa mãn $2\overline{MB} + 3\overline{MC} = \vec{0}$. Tọa độ điểm M là

- A.** $M\left(\frac{1}{5}; 0\right)$. **B.** $M\left(-\frac{1}{5}; 0\right)$. **C.** $M\left(0; \frac{1}{5}\right)$. **D.** $M\left(0; -\frac{1}{5}\right)$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Gọi } M(x; y) \Rightarrow \begin{cases} \overline{MB} = (2-x; 3-y) \\ \overline{MC} = (-1-x; -2-y) \end{cases} \Rightarrow 2\overline{MB} + 3\overline{MC} = (-5x+1; -5y).$$

$$\text{Khi đó } 2\overline{MB} + 3\overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} -5x+1=0 \\ -5y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{5} \\ y = 0 \end{cases}. \text{ Vậy } M\left(\frac{1}{5}; 0\right).$$

Câu 35: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2;4)$ và $B(4;-1)$. Khi đó, tọa độ của \overline{AB} là
A. $\overline{AB} = (-2;5)$. **B.** $\overline{AB} = (6;3)$. **C.** $\overline{AB} = (2;5)$. **D.** $\overline{AB} = (2;-5)$.

Lời giải

Chọn D.

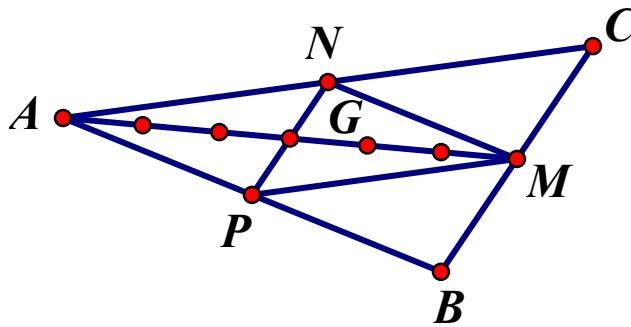
Ta có $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) = (2; -5)$

Câu 36: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $M\left(-\frac{5}{2}; -1\right)$, $N\left(-\frac{3}{2}; -\frac{7}{2}\right)$, $P\left(0; \frac{1}{2}\right)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB . Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G\left(-\frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. **B.** $G(-4; -4)$. **C.** $G\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$. **D.** $G(4; -4)$.

Lời giải

Chọn A.



Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên G cũng là trọng tâm tam giác MNP .

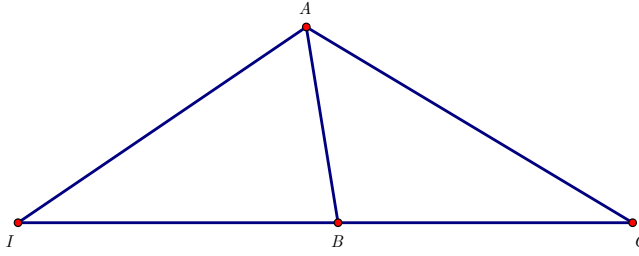
$$\text{Tọa độ điểm } G \text{ là } \begin{cases} x_G = \frac{x_M + x_N + x_P}{3} \\ y_G = \frac{y_M + y_N + y_P}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = -\frac{4}{3} \\ y_G = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Câu 37: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho tam giác ABC với $A(1;-2)$, $B(3;-4)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ giao điểm I của đường thẳng BC với đường phân giác ngoài của góc \widehat{A} .

A. $I\left(\frac{11}{3}; -2\right)$. **B.** $I(4; -1)$. **C.** $I(1; -10)$. **D.** $I\left(\frac{13}{3}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2}$. Suy ra $\overline{IB} = \frac{1}{2}\overline{IC} = \overline{BC}$. Do đó B là trung điểm của IC .

Suy ra $\begin{cases} x_I = 2x_B - x_C = 1 \\ y_I = 2y_B - y_C = -10 \end{cases}$. Vậy $I(1; -10)$.

Câu 38: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; -4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{18}{7}; 0\right)$.

B. $M(4; 0)$.

C. $M(3; 0)$.

D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Do M trên trục hoành $\Rightarrow M(x; 0)$, $\overline{AB} = (1; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{2}$.

$$\overline{AM} = (x-2; 3), \overline{BM} = (x-3; 4)$$

Ta có chu vi tam giác AMB : $P_{ABM} = \sqrt{2} + \sqrt{(x-2)^2 + 3^2} + \sqrt{(x-3)^2 + 4^2}$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{(x-2)^2 + 3^2} + \sqrt{(3-x)^2 + 4^2} \geq \sqrt{2} + \sqrt{(x-2+3-x)^2 + (3+4)^2}$$

$$\Leftrightarrow P_{ABM} \geq 6\sqrt{2}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } \frac{x-2}{3-x} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{17}{7} \Rightarrow M\left(\frac{17}{7}; 0\right).$$

Cách 2: Lấy đối xứng A qua Ox ta được $A'(2; 3)$. Ta có

$$MA + MB = MA' + MB \geq A'B.$$

Dấu bằng xảy ra khi M trùng với giao điểm của $A'B$ với Ox .

Câu 39: Cho $M(-1; -2)$, $N(3; 2)$, $P(4; -1)$. Tìm E trên Ox sao cho $|\overline{EM} + \overline{EN} + \overline{EP}|$ nhỏ nhất.

A. $E(4; 0)$.

B. $E(3; 0)$.

C. $E(1; 0)$.

D. $E(2; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Do $E \in Ox \Rightarrow E(a; 0)$.

Ta có: $\overline{EM} = (-1-a; -2)$; $\overline{EN} = (3-a; 2)$; $\overline{EP} = (4-a; -1)$

Suy ra $\overline{EM} + \overline{EN} + \overline{EP} = (6-3a; -1)$.

Do đó: $|\overline{EM} + \overline{EN} + \overline{EP}| = \sqrt{(6-3a)^2 + (-1)^2} = \sqrt{(6-3a)^2 + 1} \geq 1$.

Giá trị nhỏ nhất của $|\overline{EM} + \overline{EN} + \overline{EP}|$ bằng 1.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $6-3a=0 \Leftrightarrow a=2$.

Vậy $E(2;0)$.

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ điểm N trên cạnh BC của tam giác ABC có $A(1;-2)$, $B(2;3)$, $C(-1;-2)$ sao cho $S_{ABN} = 3S_{ANC}$ là

A. $\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$.

B. $\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

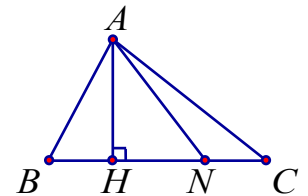
Chọn B.

Gọi H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .

Theo đề ta có: $S_{ABN} = 3S_{ACN} \Leftrightarrow \frac{1}{2}AH.BN = \frac{3}{2}AH.CN \Leftrightarrow BN = 3CN$

$\Leftrightarrow \overline{BN} = -3\overline{CN} \Leftrightarrow \overline{BN} = -3(\overline{BN} - \overline{BC}) \Leftrightarrow 4\overline{BN} = 3\overline{BC} (*)$.

Ta có $\overline{BN} = (x_N - 2; y_N - 3)$; $\overline{BC} = (-3; -5)$.



Do đó (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} 4(x_N - 2) = 3(-3) \\ 4(y_N - 3) = 3(-5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = -\frac{1}{4} \\ y_N = -\frac{3}{4} \end{cases}$. Vậy $N\left(-\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$.

Câu 41: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC vuông tại A có $B(1;-3)$ và $C(1;2)$. Tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ đỉnh A của ΔABC , biết $AB = 3$, $AC = 4$.

A. $H\left(1; \frac{24}{5}\right)$.

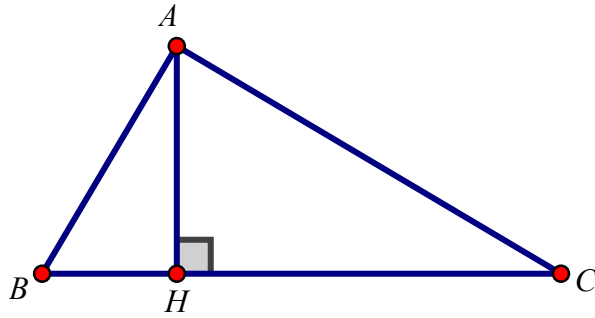
B. $H\left(1; -\frac{6}{5}\right)$.

C. $H\left(1; -\frac{24}{5}\right)$.

D. $H\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $AB^2 = BH \cdot BC$ và $AC^2 = CH \cdot CB$. Do đó: $\frac{CH}{BH} = \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{16}{9} \Rightarrow HC = \frac{16}{9} \cdot HB$.

Mà $\overrightarrow{HC}, \overrightarrow{HB}$ ngược hướng nên $\overrightarrow{HC} = -\frac{16}{9} \overrightarrow{HB}$.

Khi đó, gọi $H(x; y)$ thì $\overrightarrow{HC} = (1-x; 2-y)$, $\overrightarrow{HB} = (1-x; -3-y)$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 1-x = -\frac{16}{9}(1-x) \\ 2-y = -\frac{16}{9}(-3-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y = -\frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow H\left(1; -\frac{6}{5}\right).$$

Câu 42: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1)$, $N(5; -3)$ và P là điểm thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tọa độ điểm P là

- A.** (2; 4). **B.** (0; 4). **C.** (0; 2). **D.** (2; 0).

Lời giải

Chọn B.

$$P \in Oy \Rightarrow P(0; y).$$

$$G \in Ox \Rightarrow G(x; 0).$$

$$\text{Điểm } G \text{ là trọng tâm của tam giác } MNP \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Câu 43: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;3)$, $B(-1;-1)$, $C(1;1)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(a;b)$. Giá trị $a+b$ bằng

- A.** 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{IA} = (a-1; b-3) \Rightarrow IA^2 = a^2 + b^2 - 2a - 6b + 10.$$

$$\overline{IB} = (a+1; b+1) \Rightarrow IB^2 = a^2 + b^2 + 2a + 2b + 2.$$

$$\overline{IC} = (a-1; b-1) \Rightarrow IC^2 = a^2 + b^2 - 2a - 2b + 2.$$

Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} IA = IB \\ IC = IB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IC^2 = IB^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=2 \\ a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=2 \end{cases}.$$

Vậy $a+b=1$.

Câu 44: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;5)$, $B(1;2)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

A. $G(-3;-3)$. B. $G\left(\frac{9}{2}; \frac{9}{2}\right)$. C. $G(9;9)$. **D.**

$G(3;3)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{3+1+5}{3} = 3 \\ y_G = \frac{5+2+2}{3} = 3 \end{cases} \longrightarrow G(3;3).$$

Câu 45: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-2;2)$, $B(3;5)$ và trọng tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $C(-1;-7)$. B. $C(2;-2)$. C. $C(-3;-5)$. **D.**

$C(1;7)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $C(x;y)$.

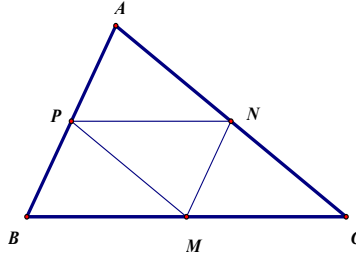
$$\text{Vì } O \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} \frac{-2+3+x}{3} = 0 \\ \frac{2+5+y}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -7 \end{cases}.$$

Câu 46: Cho $M(2;0)$, $N(2;2)$, $P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC , CA , AB của ΔABC . Tọa độ B là:

A. $(1;1)$. B. $(-1;-1)$. **C. $(-1;1)$.** D. $(1;-1)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $BPNM$ là hình bình hành nên

$$\begin{cases} x_B + x_N = x_P + x_M \\ y_B + y_N = y_P + y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + 2 = 2 + (-1) \\ y_B + 2 = 0 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -1 \\ y_B = 1 \end{cases}.$$

Câu 47: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1;-1), N(5;-3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là

A. $(0; 4)$.

B. $(2; 0)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: P thuộc trục $Oy \Rightarrow P(0; y)$, G nằm trên trục $Ox \Rightarrow G(x; 0)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } MNP \text{ nên ta có: } \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy $P(0; 4)$.

Câu 48: Cho tam giác ABC với $AB = 5$ và $AC = 1$. Tính tọa độ điểm D là của chân đường phân giác

trong góc A , biết $B(7;-2), C(1; 4)$.

A. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right)$.

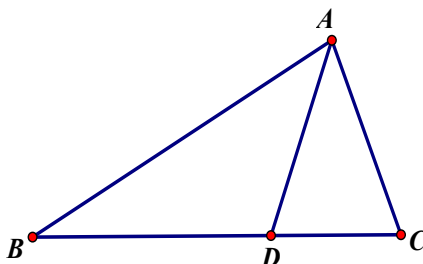
B. $(2; 3)$.

C. $(2; 0)$.

D. $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.



Theo tính chất đường phân giác: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = 5 \Rightarrow DB = 5DC \Rightarrow \overrightarrow{DB} = -5\overrightarrow{DC}$.

Gọi $D(x; y) \Rightarrow \overrightarrow{DB} = (7-x; -2-y); \overrightarrow{DC} = (1-x; 4-y)$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} 7-x = -5(1-x) \\ -2-y = -5(4-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$$

Vậy $D(2;3)$.

Câu 49: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(3;-1)$, $B(-1;2)$ và $I(1;-1)$. Xác định tọa độ các điểm C , D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành biết I là trọng tâm tam giác ABC . Tìm tọa độ O của hình bình hành $ABCD$.

A. $O\left(3; -\frac{7}{2}\right)$

B. $O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$

C. $O\left(-2; -\frac{5}{2}\right)$

D. $O\left(2; \frac{5}{2}\right)$

Lời giải

Chọn B.

Vì I là trọng tâm tam giác ABC nên

$$x_I = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \Rightarrow x_C = 3x_I - x_A - x_B = 1$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \Rightarrow y_C = 3y_I - y_A - y_B = -4$$

Suy ra $C(1; -4)$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành suy ra

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-3 = 1-x_D \\ 2+1 = -4-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = -7 \end{cases} \Rightarrow D(5; -7)$$

Điểm O của hình bình hành $ABCD$ suy ra O là trung điểm AC do đó

$$x_O = \frac{x_A + x_C}{2} = 2, y_O = \frac{y_A + y_C}{2} = -\frac{5}{2} \Rightarrow O\left(2; -\frac{5}{2}\right)$$

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3)$, $B(4;0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là **A. $M(4;0)$. B. $M(5;3)$. C. $M(0;4)$. D. $M(0;-4)$.**

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } 3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_M - 1) + (4-1) = 0 \\ 3(y_M - 3) + (0-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M(0;4).$$

Câu 51 Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3;3), B(1;4), C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overline{MA} - \overline{BC} = 4\overline{CM}$ là:

- A. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. **C. $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$.** D. $M\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có:

$$2\overline{MA} - \overline{BC} = 4\overline{CM} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3 - x_M) - (2 - 1) = 4(x_M - 2) \\ 2(3 - y_M) - (-5 - 4) = 4(y_M + 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{6} \\ y_M = -\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right).$$

3. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy . Cho điểm $M(2; -3)$. Tìm tọa độ của các điểm M_1 đối xứng với M qua trục tung?

- A. $M(-3; 2)$. B. $M(-2; 3)$. **C. $M(-2; -3)$.** D. $M(2; 3)$.

Câu 2: Trong hệ trục tọa độ (O, \vec{i}, \vec{j}) , cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , \vec{i} cùng hướng với \overline{OC} , \vec{j} cùng hướng \overline{OA} . Tìm tọa độ của các đỉnh của tam giác ABC . $A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}\right), B\left(-\frac{a}{2}; 0\right), C\left(\frac{a}{2}; 0\right)$

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ (O, \vec{i}, \vec{j}) , cho tam giác đều ABC cạnh a , biết O là trung điểm BC , \vec{i} cùng hướng với \overline{OC} , \vec{j} cùng hướng \overline{OA} . Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Lời giải

Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác đều trùng với trọng tâm $G\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}\right)$

Câu 4: Trong hệ trục tọa độ (O, \vec{i}, \vec{j}) , cho hình thoi $ABCD$ tâm O có $AC = 8, BD = 6$. Biết \overline{OC} và \vec{i} cùng hướng, \overline{OB} và \vec{j} cùng hướng. Tính tọa độ trọng tâm tam giác ABC

Lời giải

$A(-4; 0), C(4; 0), B(0; 3), D(0; -3) \Rightarrow G(0; 1)$.

Câu 5: Cho hình bình hành $ABCD$ có $AD = 4$ và chiều cao ứng với cạnh $AD = 3$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Chọn hệ trục tọa độ $(A; \vec{i}, \vec{j})$ sao cho \vec{i} và \overline{AD} cùng hướng, $y_B > 0$. Tìm tọa độ các vectơ $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}$ và \overline{AC}

Câu 6: Cho lục giác đều $ABCDEF$. Chọn hệ trục tọa độ (O, \vec{i}, \vec{j}) , trong đó O là tâm lục giác đều, \vec{i} cùng hướng với \overline{OD} , \vec{j} cùng hướng \overline{EC} . Tính tọa độ các đỉnh lục giác đều, biết cạnh của lục giác là 6.

Lời giải

ĐS: $A(-6; 0), D(6; 0), B(-3; 3\sqrt{3})$,

$$C(3;3\sqrt{3}), F(-3;-3\sqrt{3}), E(3;-3\sqrt{3})$$

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3), B(4;0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} = \vec{0}$ là

- A. $M(4;0)$. B. $M(5;3)$. C. $M(0;4)$. D. $M(0;-4)$.

Câu 8: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2), B(-2;3)$. Tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

- A. $I(1;2)$. B. $I\left(1;\frac{2}{5}\right)$. C. $I\left(-1;\frac{8}{3}\right)$. D. $I(2;-2)$.

Câu 9: Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB}$ là:

- A. $(4;-6)$. B. $(2;0)$. C. $(0;4)$. D. $(4;6)$.

Câu 10: Cho hai điểm $A(1;0)$ và $B(0;-2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là:

- A. $\left(\frac{1}{2};-1\right)$. B. $\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. C. $\left(\frac{1}{2};-2\right)$. D. $(1;-1)$.

Câu 11: Cho tam giác ABC có trọng tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh A và B có tọa độ là $A(-2;2); B(3;5)$. Tọa độ của đỉnh C là:

- A. $(1;7)$. B. $(-1;-7)$. C. $(-3;-5)$. D. $(2;-2)$.

Câu 12: Tam giác ABC có $C(-2;-4)$, trọng tâm $G(0;4)$, trung điểm cạnh BC là $M(2;0)$. Tọa độ A và B là:

- A. $A(4;12), B(4;6)$. B. $A(-4;-12), B(6;4)$.
C. $A(-4;12), B(6;4)$. D. $A(4;-12), B(-6;4)$.

Câu 13: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $C(-2;-4)$, trọng tâm $G(0;4)$ và trung điểm cạnh BC là $M(2;0)$. Tổng hoành độ của điểm A và B là

- A. -2 . B. 2 . C. 4 . D. 8 .

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy , cho $B(5;-4), C(3;7)$. Tọa độ của điểm E đối xứng với C qua B là

- A. $E(1;18)$. B. $E(7;15)$. C. $E(7;-1)$. D. $E(7;-15)$.

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2;4), B(-1;4), C(-5;1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là:

- A. $D(-8;1)$. B. $D(6;7)$. C. $D(-2;1)$. D. $D(8;1)$.

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy , gọi B', B'' và B''' lần lượt là điểm đối xứng của $B(-2;7)$ qua trục Ox, Oy và qua gốc tọa độ O . Tọa độ của các điểm B', B'' và B''' là:

- A. $B'(-2;-7), B''(2;7)$ và $B'''(2;-7)$. B. $B'(-7;2), B''(2;7)$ và $B'''(2;-7)$.

C. $B'(-2;-7)$, $B''(2;7)$ và $B'''(-7;-2)$. D.

$B'(-2;-7)$, $B''(7;2)$ và $B'''(2;-7)$.

Câu 17: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $A(0;3)$, $D(2;1)$ và $I(-1;0)$ là tâm của hình chữ nhật. Tìm tọa độ trung điểm của cạnh BC .

A. $(1;2)$. B. $(-2;-3)$. C. $(-3;-2)$. D. $(-4;-1)$.

4. DẠNG 4: Bài toán liên quan đến ba điểm thẳng hàng

Phương pháp.

- Cho $\vec{u} = (x; y)$; $\vec{u}' = (x'; y')$. Vectơ \vec{u}' cùng phương với vectơ \vec{u} ($\vec{u} \neq \vec{0}$) khi và chỉ khi có số k sao cho
$$\begin{cases} x' = kx \\ y' = ky \end{cases}$$

Chú ý: Nếu $xy \neq 0$ ta có \vec{u}' cùng phương $\vec{u} \Leftrightarrow \frac{x'}{x} = \frac{y'}{y}$

- Để phân tích $\vec{c}(c_1; c_2)$ qua hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$ không cùng phương, ta giả sử $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$. Khi đó ta quy về giải hệ phương trình
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Cho $A(1;2)$, $B(-2;6)$. Điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng thì tọa độ điểm M là:

A. $(0;10)$. B. $(0;-10)$. C. $(10;0)$. D. $(-10;0)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi \overline{AB} cùng phương với \overline{AM}

Ta có $\overline{AB} = (-3; 4)$, $\overline{AM} = (-1; y-2)$. Do đó, \overline{AB} cùng phương với

$$\overline{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-2}{4} \Rightarrow y = 10. \text{ Vậy } M(0; 10).$$

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1; -1)$, $B(2; 2-2m)$, $C(m+3; 3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?

A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = 3$. D. $m = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overline{AB} = (3-m; 3-2m)$, $\overline{AC} = (4; 4)$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi \overline{AB} cùng phương với \overline{AC}

$$\Leftrightarrow \frac{3-m}{4} = \frac{3-2m}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6;3)$, $B(-3;6)$, $C(1;-2)$. Xác định điểm D trên trục hoành sao cho ba điểm A, B, D thẳng hàng.

- A. $E(5;-10)$. **B. $E\left(-\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$** C. $E\left(-\frac{1}{3};-\frac{2}{3}\right)$. D. $E(5;10)$.

Lời giải

Chọn B.

Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{BE}(x+3; y-6)$, $\overrightarrow{EC}(1-x; -2-y)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right).$$

Ví dụ 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho 4 điểm $A(0;1)$, $B(1;3)$, $C(2;7)$ và $D(0;3)$. Tìm giao điểm của 2 đường thẳng AC và BD .

- A. $\left(\frac{2}{3}; 3\right)$** . B. $\left(\frac{2}{3}; -3\right)$. C. $\left(3; -\frac{2}{3}\right)$. D. $\left(3; \frac{2}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $I(x; y)$ là giao điểm AC và BD suy ra $\overrightarrow{AI}; \overrightarrow{AC}$ cùng phương và $\overrightarrow{BI}; \overrightarrow{BD}$ cùng phương

Mặt khác

$$\overrightarrow{AI} = (x; y-1), \overrightarrow{AC} = (2; 6) \text{ suy ra } \frac{x}{2} = \frac{y-1}{6} \Leftrightarrow 6x - 2y = -2 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{BI} = (x-1; y-3), \overrightarrow{BD} = (-1; 0) \text{ suy ra } y = 3 \text{ thế vào (1) ta có } x = \frac{2}{3}$$

Vậy $I\left(\frac{2}{3}; 3\right)$ là điểm cần tìm.

5. DẠNG 5: Bài toán thực tế

Ví dụ 1: Sự chuyển động của một tàu thủy được thể hiện trên một mặt phẳng tọa độ như sau: Tàu khởi hành từ vị trí A(1;2) chuyển động thẳng đều với vận tốc (tính theo giờ) được biểu thị bởi vectơ $\vec{v}=(3;4)$. Xác định vị trí của tàu (trên mặt phẳng tọa độ) tại thời điểm sau khi khởi hành 1,5 giờ.

Lời giải

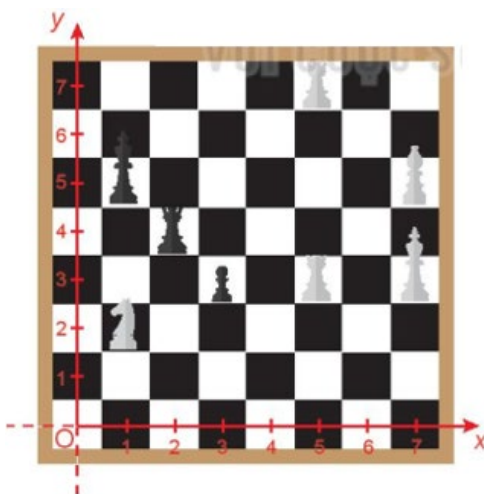
Gọi A'(x'; y') là vị trí tàu thủy đến sau khi khởi hành 1,5 giờ.

Khi đó, ta có:

$$\begin{cases} x' = 1 + 1,5 \cdot 3 \\ y' = 2 + 1,5 \cdot 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 5,5 \\ y' = 8 \end{cases} \Rightarrow A'(5,5;8)$$

Vậy sau khi khởi hành 1,5 giờ thì tàu thủy đến được vị trí A'(5,5;8).

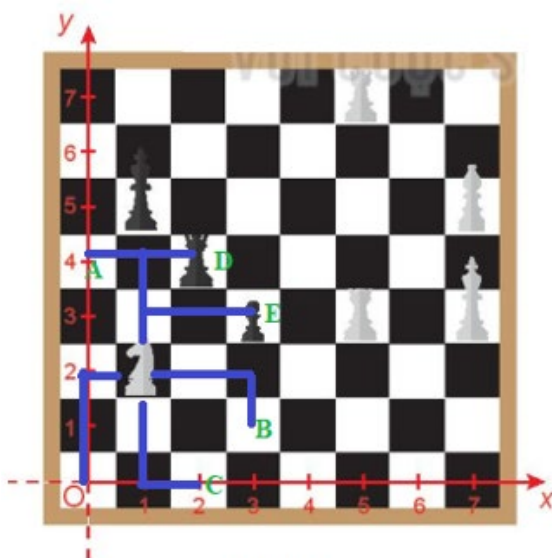
Ví dụ 2: Trong Hình 4.38, quân mã đang vị trí có tọa độ (1;2). Hỏi sau một nước đi, quân mã có thể đến những vị trí nào?



Hình 4.38

Lời giải

Cách di chuyển của quân mã là đi theo hình chữ L, nên quân mã có thể đi đến các vị trí trống sau trên bàn cờ:



Hình 4.38

Tọa độ của các vị trí là: O(0;0), A(0;4), D(2;4), E(3;3), B(3;1), C(2;0).

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 18: Cho 4 điểm $A(1;-2), B(0;3), C(-3;4), D(-1;8)$. Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?

- A. A, B, C . B. B, C, D . C. A, B, D . D. A, C, D .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AD}(-2;10), \overrightarrow{AB}(-1;5) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow 3$ điểm A, B, D thẳng hàng.

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6;3), B(-3;6), C(1;-2)$. Xác định điểm E trên cạnh BC sao cho $BE = 2EC$.

- A. $E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$ B. $E\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ C. $E\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ D. $E\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Câu 20: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(6;3), B\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), C(1;-2), D(15;0)$.

Xác định giao điểm I hai đường thẳng BD và AC .

- A. $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ B. $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ C. $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$ D. $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$

Câu 21: Cho ba điểm $A(-1;-1), B(0;1), C(3;0)$. Xác định tọa độ điểm D biết D thuộc đoạn thẳng BC và $2BD = 5DC$.

- A. $\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$ B. $\left(-\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right)$ C. $\left(\frac{2}{7}; \frac{15}{7}\right)$ D. $\left(\frac{15}{7}; -\frac{2}{7}\right)$

Câu 22: Cho tam giác ABC có $A(3;4), B(2;1), C(-1;-2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$.

- A. $M_1(0;1), M_2(3;2)$ B. $M_1(1;0), M_2(3;2)$ C. $M_1(1;0), M_2(2;3)$ D. $M_1(0;1), M_2(2;3)$.

Câu 23: Cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$ và tâm $I(1;1)$. Biết điểm $K(-1;2)$ nằm trên đường thẳng AB và điểm D có hoành độ gấp đôi tung độ. Tìm các đỉnh B, D của hình bình hành.

- A. $B(2;1), D(0;1)$ B. $B(0;1); D(4;-1)$ C. $B(0;1); D(2;1)$ D. $B(2;1), D(4;-1)$.

C. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU KHÓ CỦA PHẦN TỰ LUYỆN

Câu 26: Vì E thuộc đoạn BC và $BE = 2EC$ suy ra $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{EC}$

Gọi $E(x; y)$ khi đó $\overrightarrow{BE}(x+3; y-6), \overrightarrow{EC}(1-x; -2-y)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} x+3 = 2(1-x) \\ y-6 = 2(-2-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ y = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } E\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

Câu 27: Gọi $I(x; y)$ là giao điểm của BD và AC .

Do đó $\overline{DI}(x-15; y), \overline{DB}\left(-\frac{46}{3}; \frac{2}{3}\right)$ cùng phương suy ra

$$\frac{3(x-15)}{-46} = \frac{3y}{2} \Rightarrow x + 23y - 15 = 0 \quad (1)$$

$\overline{AI}(x-6; y-3), \overline{AC}(-5; -5)$ cùng phương suy ra $\frac{x-6}{-5} = \frac{y-3}{-5} \Rightarrow x - y - 3 = 0$

(2)

Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{7}{2}$ và $y = \frac{1}{2}$

Vậy giao điểm hai đường thẳng BD và AC là $I\left(\frac{7}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 28: Ta có $2\overline{BD} = 5\overline{DC}, \overline{BD}(x_D; y_D - 1), \overline{DC}(3 - x_D; -y_D)$

$$\text{Do đó } \begin{cases} 2x_D = 5(3 - x_D) \\ 2(y_D - 1) = 5(-y_D) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{15}{7} \\ y_D = \frac{2}{7} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{15}{7}; \frac{2}{7}\right).$$

Câu 29: Ta có $S_{ABC} = 3S_{ABM} \Leftrightarrow BC = 3BM \Rightarrow \overline{BC} = \pm 3\overline{BM}$

Gọi $M(x; y) \Rightarrow \overline{BM}(x-2; y-1); \overline{BC}(-3; -3)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} -3 = 3(x-2) \\ -3 = 3(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} -3 = -3(x-2) \\ -3 = -3(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm thỏa mãn $M_1(1; 0), M_2(3; 2)$.

Câu 30: I là trung điểm AC nên $C(4; -1)$

Gọi $D(2a; a) \Rightarrow B(2-2a; 2-a)$

$\overline{AK}(1; -1), \overline{AB}(4-2a; -1-a)$

Vì $\overline{AK}, \overline{AB}$ cùng phương nên $\frac{4-2a}{1} = \frac{-1-a}{-1} \Rightarrow a = 1 \Rightarrow D(2; 1), B(0; 1)$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VECTO TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

A. $I\left(\frac{x_A - x_B}{2}; \frac{y_A - y_B}{2}\right)$.

B. $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

C. $I\left(\frac{x_A + x_B}{3}; \frac{y_A + y_B}{3}\right)$.

D. $I\left(\frac{x_A + y_A}{2}; \frac{x_B + y_B}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: I là trung điểm của đoạn thẳng

$$AB \Rightarrow \overline{AI} = \overline{IB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I - x_A = x_B - x_I \\ y_I - y_A = y_B - y_I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

Vậy $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Câu 2: Cho các vectơ $\vec{u} = (u_1; u_2)$, $\vec{v} = (v_1; v_2)$. Điều kiện để vectơ $\vec{u} = \vec{v}$ là

A. $\begin{cases} u_1 = u_2 \\ v_1 = v_2 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} u_1 = -v_1 \\ u_2 = -v_2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} u_1 = v_2 \\ u_2 = v_1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \end{cases}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ của vectơ \overline{AB} là

A. $\overline{AB} = (y_A - x_A; y_B - x_B)$.

B. $\overline{AB} = (x_A + x_B; y_A + y_B)$.

C. $\overline{AB} = (x_A - x_B; y_A - y_B)$.

D. $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Lời giải

Chọn D

Theo công thức tọa độ vectơ $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ và $C(x_C; y_C)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $G\left(\frac{x_A - x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

B. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{2}\right)$.

C. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

D. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{2}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 3\overline{OG}$ với O là điểm bất kì.

Chọn O chính là gốc tọa độ O . Khi đó, ta có:

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 3\overline{OG} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right).$$

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Hai vectơ $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-1; 2)$ đối nhau.
B. Hai vectơ $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-2; -1)$ đối nhau.
C. Hai vectơ $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (-2; 1)$ đối nhau.
D. Hai vectơ $\vec{u} = (2; -1)$ và $\vec{v} = (2; 1)$ đối nhau.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u} = (2; -1) = -(-2; 1) = -\vec{v} \Rightarrow \vec{u}$ và \vec{v} đối nhau.

Câu 6: Trong hệ trục $(O; \vec{i}; \vec{j})$, tọa độ của vec tơ $\vec{i} + \vec{j}$ là:

- A.** $(-1; 1)$. **B.** $(1; 0)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\vec{i} + \vec{j} = (1; 0) + (0; 1) = (1; 1)$.

Câu 7: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(5; 2), B(10; 8)$. Tọa độ của vec tơ \overline{AB} là:

- A.** $(2; 4)$. **B.** $(5; 6)$. **C.** $(15; 10)$. **D.** $(50; 6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overline{AB} = (10 - 5; 8 - 2) = (5; 6)$.

Câu 8: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là:

- A.** $\left(\frac{1}{2}; -1\right)$. **B.** $\left(-1; \frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2}; -2\right)$. **D.** $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Trung điểm của đoạn thẳng AB là:

$$I = \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right) = \left(\frac{1 + 0}{2}; \frac{0 + (-2)}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}; -1\right).$$

Câu 9: Cho tam giác ABC có trọng tâm là gốc tọa độ O , hai đỉnh A và B có tọa độ là $A(-2; 2); B(3; 5)$. Tọa độ của đỉnh C là:

- A.** $(1; 7)$. **B.** $(-1; -7)$. **C.** $(-3; -5)$. **D.** $(2; -2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_O = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_O = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = \frac{-2 + 3 + x_C}{3} \\ 0 = \frac{2 + 5 + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -1 \\ y_C = -7 \end{cases}$$

Câu 10: Vector $\vec{a} = (-4; 0)$ được phân tích theo hai vector đơn vị như thế nào?

- A. $\vec{a} = -4\vec{i} + \vec{j}$. B. $\vec{a} = -\vec{i} + 4\vec{j}$. C. $\vec{a} = -4\vec{j}$. D. $\vec{a} = -4\vec{i}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \vec{a} = (-4; 0) \Rightarrow \vec{a} = -4\vec{i} + 0\vec{j} = -4\vec{i}.$$

Câu 11: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overline{AD} = -3\overline{AB}$ là:

- A. $(4; -6)$. B. $(2; 0)$. C. $(0; 4)$. D. $(4; 6)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \overline{AD} = -3\overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = -3(x_B - x_A) \\ y_D - y_A = -3(y_B - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 1 = -3(0 - 1) \\ y_D - 0 = -3(-2 - 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 6 \end{cases}$$

Câu 12: Cho $\vec{a} = (-5; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Hai vector \vec{a} và \vec{b} cùng phương nếu số x là:

- A. -5 . B. 4 . C. -1 . D. 0 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng phương khi } \vec{a} = k\vec{b} \Rightarrow x = 0.$$

Câu 13: Cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tọa độ của vector $\vec{a} - \vec{b}$ là:

- A. $(6; -9)$. B. $(4; -5)$. C. $(-6; 9)$. D. $(-5; -14)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \vec{a} - \vec{b} = (-1 - 5; 2 + 7) = (-6; 9).$$

Câu 14: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3$, $BC = 4$. Độ dài của vector \overline{AC} là:

- A. 9 . B. 5 . C. 6 . D. 7 .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } |\overline{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 15: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Vector đối của vector \overline{AB} có tọa độ là:

- A. $(-1; 2)$. B. $(-1; -2)$. C. $(1; 2)$. D. $(1; -2)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có vector đối của } \overline{AB} \text{ là } \overline{BA} = (0 - 1; -2 - 0) = (-1; -2).$$

Câu 16: Cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tọa độ của vector $\vec{a} + \vec{b}$ là:

- A. $(2; -2)$. B. $(4; -6)$. C. $(-3; -8)$. D. $(-4; 6)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{a} + \vec{b} = (3 + (-1); (-4) + 2) = (2; -2)$.

Câu 17: Khẳng định nào trong các khẳng định sau là đúng?

A. Hai vec tơ $\vec{u} = (4; 2)$ và $\vec{v} = (8; 3)$ cùng phương.

B. Hai vec tơ $\vec{a} = (-5; 0)$ và $\vec{b} = (-4; 0)$ cùng hướng.

C. Hai vec tơ $\vec{a} = (6; 3)$ và $\vec{b} = (2; 1)$ ngược hướng.

D. Vec tơ $\vec{c} = (7; 3)$ là vec tơ đối của $\vec{d} = (-7; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{a} = \frac{5}{4}\vec{b}$ suy ra \vec{a} cùng hướng với \vec{b} .

Câu 18: Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = (-5; 1)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Vec tơ $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ nếu:

A. $x = 3$.

B. $x = -15$.

C. $x = 15$.

D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{c} = 2\vec{a} + 3\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2x + 3 \cdot (-5) \\ 7 = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 15$.

Câu 19: Cho $\vec{a} = (0; 1)$, $\vec{b} = (-1; 2)$, $\vec{c} = (-3; -2)$. Tọa độ của $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c}$:

A. $(10; -15)$.

B. $(15; 10)$.

C. $(10; 15)$.

D. $(-10; 15)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - 4\vec{c} = (3 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) - 4 \cdot (-3); 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 - 4 \cdot (-2)) = (10; 15)$.

Câu 20: Cho $A(0; 3)$, $B(4; 2)$. Điểm D thỏa $\vec{OD} + 2\vec{DA} - 2\vec{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là:

A. $(-3; 3)$.

B. $(8; -2)$.

C. $(-8; 2)$.

D. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{OD} + 2\vec{DA} - 2\vec{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 0 + 2(0 - x_D) - 2(4 - x_D) = 0 \\ y_D - 0 + 2(3 - y_D) - 2(2 - y_D) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -2 \end{cases}$.

Câu 21: Tam giác ABC có $C(-2; -4)$, trọng tâm $G(0; 4)$, trung điểm cạnh BC là $M(2; 0)$.

Tọa độ A và B là:

A. $A(4; 12)$, $B(4; 6)$.

B. $A(-4; -12)$, $B(6; 4)$.

C. $A(-4; 12)$, $B(6; 4)$.

D. $A(4; -12)$, $B(-6; 4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(2; 0)$ là trung điểm BC nên $\begin{cases} 2 = \frac{x_B + (-2)}{2} \\ 0 = \frac{y_B + (-4)}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 6 \\ y_B = 4 \end{cases} \Rightarrow B(6; 4)$

$$G(0;4) \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} 0 = \frac{x_A + 6 + (-2)}{3} \\ 4 = \frac{y_A + 4 + (-4)}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -4 \\ y_A = 12 \end{cases} \Rightarrow A(-4;12).$$

Câu 22: Cho $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ và $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$. Tìm phát biểu sai:

- A. $|\vec{a}| = 5$. B. $|\vec{b}| = 0$. C. $\vec{a} - \vec{b} = (2; -3)$. D. $|\vec{b}| = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{a} = 3\vec{i} - 4\vec{j} \Rightarrow \vec{a}(3; -4)$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} \Rightarrow \vec{b}(1; -1) \Rightarrow |\vec{b}| = \sqrt{2}$.

Câu 23: Cho $A(1;2), B(-2;6)$. Điểm M trên trục Oy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng thì tọa độ điểm M là:

- A. $(0;10)$. B. $(0; -10)$. C. $(10;0)$. D. $(-10;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$

Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi \overline{AB} cùng phương với \overline{AM}

Ta có $\overline{AB} = (-3; 4)$, $\overline{AM} = (-1; y - 2)$. Do đó, \overline{AB} cùng phương với

$$\overline{AM} \Leftrightarrow \frac{-1}{-3} = \frac{y-2}{4} \Rightarrow y = 10. \text{ Vậy } M(0;10).$$

Câu 24: Cho 4 điểm $A(1; -2), B(0;3), C(-3;4), D(-1;8)$. Ba điểm nào trong 4 điểm đã cho là thẳng hàng?

- A. A, B, C . B. B, C, D . C. A, B, D . D. A, C, D .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overline{AD}(-2;10), \overline{AB}(-1;5) \Rightarrow \overline{AD} = 2\overline{AB} \Rightarrow 3$ điểm A, B, D thẳng hàng.

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy , cho $B(5; -4), C(3;7)$. Tọa độ của điểm E đối xứng với C qua B là

- A. $E(1;18)$. B. $E(7;15)$. C. $E(7; -1)$. D. $E(7; -15)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: E đối xứng với C qua $B \Rightarrow B$ là trung điểm đoạn thẳng EC

$$\text{Do đó, ta có: } \begin{cases} 5 = \frac{x_E + 3}{2} \\ -4 = \frac{y_E + 7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 7 \\ y_E = -15 \end{cases} \Rightarrow E(7; -15).$$

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1;3), B(4;0)$. Tọa độ điểm M thỏa $3\overline{AM} + \overline{AB} = \vec{0}$ là

- A. $M(4;0)$. B. $M(5;3)$. C. $M(0;4)$. D. $M(0; -4)$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } 3\overline{AM} + \overline{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x_M - 1) + (4 - 1) = 0 \\ 3(y_M - 3) + (0 - 3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow M(0; 4).$$

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-3; 3), B(1; 4), C(2; -5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\overline{MA} - \overline{BC} = 4\overline{CM}$ là:

A. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$. **B.** $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. **C.** $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. **D.** $M\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$2\overline{MA} - \overline{BC} = 4\overline{CM} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(-3 - x_M) - (2 - 1) = 4(x_M - 2) \\ 2(3 - y_M) - (-5 - 4) = 4(y_M + 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{1}{6} \\ y_M = -\frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right).$$

Câu 28: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3; -2), B(7; 1), C(0; 1), D(-8; -5)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\overline{AB}, \overline{CD}$ đối nhau. **B.** $\overline{AB}, \overline{CD}$ cùng phương nhưng ngược hướng.
C. $\overline{AB}, \overline{CD}$ cùng phương cùng hướng. **D.** A, B, C, D thẳng hàng.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (4; 3), \overline{CD} = (-8; -6) \Rightarrow \overline{CD} = -2\overline{AB}.$$

Câu 29: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1; 3), B(4; 0), C(2; -5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overline{MA} + \overline{MB} - 3\overline{MC} = \vec{0}$ là

A. $M(1; 18)$. **B.** $M(-1; 18)$. **C.** $M(-18; 1)$. **D.** $M(1; -18)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \overline{MA} + \overline{MB} - 3\overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1 - x_M) + (4 - x_M) - 3(2 - x_M) = 0 \\ (3 - y_M) + (0 - y_M) - 3(-5 - y_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -18 \end{cases}$$

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2; 0), B(5; -4), C(-5; 1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $BCAD$ là hình bình hành là:

A. $D(-8; -5)$. **B.** $D(8; 5)$. **C.** $D(-8; 5)$. **D.** $D(8; -5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: tứ giác $BCAD$ là hình bình hành khi

$$\overline{BC} = \overline{DA} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 - 5 = -2 - x_D \\ 1 + 4 = 0 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -5 \end{cases}$$

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2; 4), B(-1; 4), C(-5; 1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là:

A. $D(-8;1)$.

B. $D(6;7)$.

C. $D(-2;1)$.

D. $D(8;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-2 = -5-x_D \\ 4-4 = 1-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = 1 \end{cases}.$$

Câu 32: Trong mặt phẳng Oxy , gọi B', B'' và B''' lần lượt là điểm đối xứng của $B(-2;7)$ qua trục Ox , Oy và qua gốc tọa độ O . Tọa độ của các điểm B', B'' và B''' là:

A. $B'(-2;-7)$, $B''(2;7)$ và $B'''(2;-7)$.

B. $B'(-7;2)$, $B''(2;7)$ và $B'''(2;-7)$.

C. $B'(-2;-7)$, $B''(2;7)$ và $B'''(-7;-2)$.

D.

$B'(-2;-7)$, $B''(7;2)$ và $B'''(2;-7)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: B' đối xứng với $B(-2;7)$ qua trục $Ox \Rightarrow B'(-2;-7)$

B'' đối xứng với $B(-2;7)$ qua trục $Oy \Rightarrow B''(2;7)$

B''' đối xứng với $B(-2;7)$ qua gốc tọa độ $O \Rightarrow B'''(2;-7)$.

Câu 33: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(0;2), B(1;4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AB}$ là:

A. $M(-2;-2)$.

B. $M(1;-4)$.

C. $M(3;5)$.

D. $M(0;-2)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 0 = -2(1-0) \\ y_M - 2 = -2(4-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = -2 \end{cases} \Rightarrow M(-2;-2).$$

Câu 34: Cho $\vec{a} = (-4, 1)$ và $\vec{b} = (-3, -2)$. Tọa độ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ là:

A. $\vec{c} = (1; -3)$.

B. $\vec{c} = (2; 5)$.

C. $\vec{c} = (-7; -1)$.

D.

$\vec{c} = (-10; -3)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b} = (-4 - 2 \cdot (-3); 1 - 2 \cdot (-2)) = (2; 5).$$

Câu 35: Cho $\vec{a} = (2016\sqrt{2015}; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng phương nếu

A. $x = 504$.

B. $x = 0$.

C. $x = -504$.

D. $x = 2017$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \vec{a}, \vec{b} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Rightarrow x = 0.$$

Câu 36: Trong mặt phẳng Oxy , Cho $A\left(\frac{7}{2}; -3\right); B(-2; 5)$. Khi đó $\vec{a} = -4\overrightarrow{AB} = ?$

A. $\vec{a} = (22; -32)$. B. $\vec{a} = (22; 32)$. C. $\vec{a} = (-22; 32)$. D.

$\vec{a} = \left(\frac{-11}{2}; 8 \right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\vec{a} = -4\overrightarrow{AB} = -4\left(-2 - \frac{7}{2}; 5 + 3\right) = (22; -32)$.

Câu 37: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (m-2; 2n+1)$, $\vec{b} = (3; -2)$. Nếu $\vec{a} = \vec{b}$ thì

A. $m = 5, n = -3$. B. $m = 5, n = -\frac{3}{2}$. C. $m = 5, n = -2$. D.

$m = 5, n = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2=3 \\ 2n+1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=5 \\ n=-\frac{3}{2} \end{cases}$.

Câu 38: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; -1)$. Điểm B là điểm đối xứng của A qua trục hoành. Tọa độ điểm B là:

A. $B(2; 1)$. B. $B(-2; -1)$. C. $B(1; 2)$. D. $B(1; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: B là điểm đối xứng của A qua trục hoành $\Rightarrow B(2; 1)$.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\vec{a} = (2; 1)$, $\vec{b} = (3; 4)$, $\vec{c} = (7; 2)$. Cho biết $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$. Khi đó

A. $m = -\frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$. B. $m = \frac{1}{5}; n = \frac{-3}{5}$. C. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$. D.

$m = \frac{22}{5}; n = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 2m + 3n \\ 2 = m + 4n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{22}{5} \\ n = \frac{3}{5} \end{cases}$.

Câu 40: Cho các vector $\vec{a} = (4; -2)$, $\vec{b} = (-1; -1)$, $\vec{c} = (2; 5)$. Phân tích vector \vec{b} theo hai vector \vec{a} và \vec{c} , ta được:

A. $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$. B. $\vec{b} = \frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$. C. $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a} - 4\vec{c}$. D.

$\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{c}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Giả sử } \vec{b} = m\vec{a} + n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 4m + 2n \\ -1 = -2m + 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8} \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } \vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}.$$

Câu 41: Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = \left(-5; \frac{1}{3}\right)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Vectơ $\vec{c} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$ nếu

- A.** $x = 15$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = -15$. **D.** $x = -5$.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \vec{c} = 4\vec{a} - 3\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4x - 3 \cdot (-5) \\ 7 = 4 \cdot 2 - 3 \cdot \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = -5.$$

Câu 42: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1; -1)$, $B(2; 2-2m)$, $C(m+3; 3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?

- A.** $m = 2$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 1$.

Lời giải**Chọn B**

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (3-m; 3-2m), \overline{AC} = (4; 4)$$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi \overline{AB} cùng phương với \overline{AC}

$$\Leftrightarrow \frac{3-m}{4} = \frac{3-2m}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 43: Cho hai điểm $M(8; -1)$, $N(3; 2)$. Nếu P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N thì P có tọa độ là:

- A.** $(-2; 5)$. **B.** $(13; -3)$. **C.** $(11; -1)$. **D.** $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N nên N là trung điểm đoạn thẳng PM

$$\text{Do đó, ta có: } \begin{cases} 3 = \frac{8+x_p}{2} \\ 2 = \frac{(-1)+y_p}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_p = -2 \\ y_p = 5 \end{cases} \Rightarrow P(-2; 5).$$

Câu 44: Cho tam giác ABC với $A(3; -1)$, $B(-4; 2)$, $C(4; 3)$. Tìm D để $ABDC$ là hình bình hành?

- A.** $D(3; 6)$. **B.** $D(-3; 6)$. **C.** $D(3; -6)$. **D.** $D(-3; -6)$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $ABDC$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} -4-3 = x_D - 4 \\ 2+1 = y_D - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = 6 \end{cases} \Rightarrow D(-3;6).$$

Câu 45: Cho $K(1;-3)$. Điểm $A \in Ox, B \in Oy$ sao cho A là trung điểm KB . Tọa độ điểm B là:

- A. $(0;3)$. B. $\left(\frac{1}{3};0\right)$. C. $(0;2)$. D. $(4;2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $A \in Ox, B \in Oy \Rightarrow A(x;0), B(0;y)$

$$A \text{ là trung điểm } KB \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+0}{2} \\ 0 = \frac{-3+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } B(0;3).$$

Câu 46: Cho tam giác ABC với $A(3;1), B(4;2), C(4;-3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành?

- A. $D(-3;4)$. B. $D(-3;-4)$. C. $D(3;-4)$. D. $D(3;4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $ABCD$ là hình bình hành

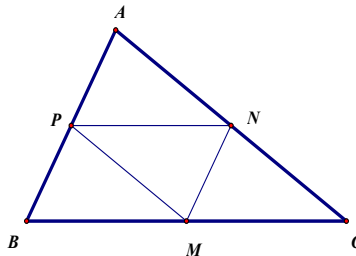
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-3 = 4-x_D \\ 2-1 = -3-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = -4 \end{cases} \Rightarrow D(-3;-4).$$

Câu 47: Cho $M(2;0), N(2;2), P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của ΔABC . Tọa độ B là:

- A. $(1;1)$. B. $(-1;-1)$. C. $(-1;1)$. D. $(1;-1)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $BPNM$ là hình bình hành nên

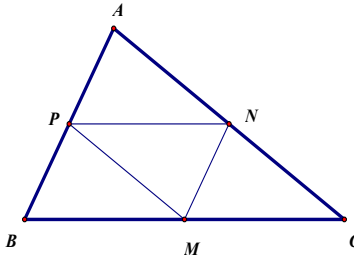
$$\begin{cases} x_B + x_N = x_P + x_M \\ y_B + y_N = y_P + y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B + 2 = 2 + (-1) \\ y_B + 2 = 0 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = -1 \\ y_B = 1 \end{cases}.$$

Câu 48: Các điểm $M(2;3), N(0;-4), P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Tọa độ đỉnh A của tam giác là:

- A. $(1;-10)$. B. $(1;5)$. C. $(-3;-1)$. D. $(-2;-7)$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $APMN$ là hình bình hành nên

$$\begin{cases} x_A + x_M = x_P + x_N \\ y_A + y_M = y_P + y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + 2 = 0 + (-1) \\ y_A + 3 = (-4) + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -3 \\ y_A = -1 \end{cases}$$

- Câu 49:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1), N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là
- A.** $(0; 4)$. **B.** $(2; 0)$. **C.** $(2; 4)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: P thuộc trục $Oy \Rightarrow P(0; y)$, G nằm trên trục $Ox \Rightarrow G(x; 0)$

G là trọng tâm tam giác MNP nên ta có:
$$\begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy $P(0; 4)$.

- Câu 50:** Cho các điểm $A(-2; 1), B(4; 0), C(2; 3)$. Tìm điểm M biết rằng $\overline{CM} + 3\overline{AC} = 2\overline{AB}$
- A.** $M(2; -5)$. **B.** $M(5; -2)$. **C.** $M(-5; 2)$. **D.** $M(2; 5)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overline{CM} + 3\overline{AC} = 2\overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 2 + 3(2+2) = 2(4+2) \\ y_M - 3 + 3(3-1) = 2(0-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = -5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -5)$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

- Câu 1:** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

- A.** $I\left(\frac{x_A - x_B}{2}; \frac{y_A - y_B}{2}\right)$. **B.** $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.
- C.** $I\left(\frac{x_A + x_B}{3}; \frac{y_A + y_B}{3}\right)$. **D.** $I\left(\frac{x_A + y_A}{2}; \frac{x_B + y_B}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: I là trung điểm của đoạn thẳng

$$AB \Rightarrow \overline{AI} = \overline{IB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I - x_A = x_B - x_I \\ y_I - y_A = y_B - y_I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}$$

Vậy $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Câu 2: Cho các vector $\vec{u} = (u_1; u_2)$, $\vec{v} = (v_1; v_2)$. Điều kiện để vector $\vec{u} = \vec{v}$ là

A. $\begin{cases} u_1 = u_2 \\ v_1 = v_2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} u_1 = -v_1 \\ u_2 = -v_2 \end{cases}$. **C. $\begin{cases} u_1 = v_1 \\ u_2 = v_2 \end{cases}$.** D. $\begin{cases} u_1 = v_2 \\ u_2 = v_1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$. Tọa độ của vector \overline{AB} là

A. $\overline{AB} = (y_A - x_A; y_B - x_B)$. B. $\overline{AB} = (x_A + x_B; y_A + y_B)$.
C. $\overline{AB} = (x_A - x_B; y_A - y_B)$. **D. $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.**

Lời giải

Chọn D.

Theo công thức tọa độ vector $\overline{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$.

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ và $C(x_C; y_C)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là:

A. $G\left(\frac{x_A - x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$. B. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{2}\right)$.
C. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$. D. $G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{2}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 3\overline{OG}$ với O là điểm bất kì.

Chọn O chính là gốc tọa độ O . Khi đó, ta có:

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} = 3\overline{OG} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right).$$

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $A(5; 2), B(10; 8)$. Tọa độ của vector \overline{AB} là:

A. $(2; 4)$. **B. $(5; 6)$.** C. $(15; 10)$. D. $(50; 6)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overline{AB} = (10 - 5; 8 - 2) = (5; 6)$.

Câu 6: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Tọa độ điểm D sao cho $\overline{AD} = -3\overline{AB}$ là:

A. (4; -6).

B. (2; 0).

C. (0; 4).

D. (4; 6).

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = -3(x_B - x_A) \\ y_D - y_A = -3(y_B - y_A) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 1 = -3(0 - 1) \\ y_D - 0 = -3(-2 - 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 6 \end{cases}.$$

Câu 7: Cho $\vec{a} = (-1; 2)$, $\vec{b} = (5; -7)$. Tọa độ của vec tơ $\vec{a} - \vec{b}$ là:

A. (6; -9).

B. (4; -5).

C. (-6; 9).

D. (-5; -14).

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \vec{a} - \vec{b} = (-1 - 5; 2 + 7) = (-6; 9).$$

Câu 8: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 3$, $BC = 4$. Độ dài của vec tơ \overrightarrow{AC} là:

A. 9.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{AC}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5.$$

Câu 9: Cho hai điểm $A(1; 0)$ và $B(0; -2)$. Vec tơ đối của vectơ \overrightarrow{AB} có tọa độ là:

A. (-1; 2).

B. (-1; -2).

C. (1; 2).

D. (1; -2).

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có vectơ đối của } \overrightarrow{AB} \text{ là } \overrightarrow{BA} = (0 - 1; -2 - 0) = (-1; -2).$$

Câu 10: Cho $\vec{a} = (3; -4)$, $\vec{b} = (-1; 2)$. Tọa độ của vec tơ $\vec{a} + \vec{b}$ là:

A. (2; -2).

B. (4; -6).

C. (-3; -8).

D. (-4; 6).

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \vec{a} + \vec{b} = (3 + (-1); (-4) + 2) = (2; -2).$$

Câu 11: Cho $A(0; 3)$, $B(4; 2)$. Điểm D thỏa $\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0}$, tọa độ D là:

A. (-3; 3).

B. (8; -2).

C. (-8; 2).

D. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 0 + 2(0 - x_D) - 2(4 - x_D) = 0 \\ y_D - 0 + 2(3 - y_D) - 2(2 - y_D) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -2 \end{cases}.$$

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3; -2)$, $B(7; 1)$, $C(0; 1)$, $D(-8; -5)$.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ đối nhau.

B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương nhưng

ngược hướng.

C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ cùng phương cùng hướng.

D. A, B, C, D thẳng hàng.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overline{AB} = (4; 3), \overline{CD} = (-8; -6) \Rightarrow \overline{CD} = -2\overline{AB}$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(1; 3), B(4; 0), C(2; -5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overline{MA} + \overline{MB} - 3\overline{MC} = \vec{0}$ là

- A. $M(1; 18)$. B. $M(-1; 18)$. C. $M(-18; 1)$. **D. $M(1; -18)$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\overline{MA} + \overline{MB} - 3\overline{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} (1-x_M) + (4-x_M) - 3(2-x_M) = 0 \\ (3-y_M) + (0-y_M) - 3(-5-y_M) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 1 \\ y_M = -18 \end{cases}$

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2; 0), B(5; -4), C(-5; 1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $BCAD$ là hình bình hành là:

- A. $D(-8; -5)$. B. $D(8; 5)$. C. $D(-8; 5)$. **D. $D(8; -5)$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có: tứ giác $BCAD$ là hình bình hành khi

$$\overline{BC} = \overline{DA} \Leftrightarrow \begin{cases} -5-5 = -2-x_D \\ 1+4 = 0-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 8 \\ y_D = -5 \end{cases}$$

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(2; 4), B(-1; 4), C(-5; 1)$. Tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là:

- A. $D(-8; 1)$. B. $D(6; 7)$. **C. $D(-2; 1)$.** D. $D(8; 1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi

$$\overline{AB} = \overline{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-2 = -5-x_D \\ 4-4 = 1-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -2 \\ y_D = 1 \end{cases}$$

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(0; 2), B(1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overline{AM} = -2\overline{AB}$ là:

- A. $M(-2; -2)$.** B. $M(1; -4)$. C. $M(3; 5)$. D. $M(0; -2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overline{AM} = -2\overline{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 0 = -2(1-0) \\ y_M - 2 = -2(4-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = -2 \\ y_M = -2 \end{cases} \Rightarrow M(-2; -2)$.

Câu 17: Cho $\vec{a} = (-4, 1)$ và $\vec{b} = (-3, -2)$. Tọa độ $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ là:

- A. $\vec{c} = (1; -3)$. **B. $\vec{c} = (2; 5)$.** C. $\vec{c} = (-7; -1)$. D.

$\vec{c} = (-10; -3)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b} = (-4 - 2 \cdot (-3); 1 - 2 \cdot (-2)) = (2; 5)$.

Câu 18: Cho $\vec{a} = (2016\sqrt{2015}; 0)$, $\vec{b} = (4; x)$. Hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng phương nếu

- A. $x = 504$. **B. $x = 0$.** C. $x = -504$. D. $x = 2017$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: \vec{a}, \vec{b} cùng phương $\Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \Rightarrow x = 0$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy , Cho $A\left(\frac{7}{2}; -3\right); B(-2; 5)$. Khi đó $\vec{a} = -4\overline{AB} = ?$

- A. $\vec{a} = (22; -32)$. **B. $\vec{a} = (22; 32)$.** C. $\vec{a} = (-22; 32)$. D.

$$\vec{a} = \left(\frac{-11}{2}; 8\right).$$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\vec{a} = -4\overline{AB} = -4\left(-2 - \frac{7}{2}; 5 + 3\right) = (22; -32)$.

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (m - 2; 2n + 1), \vec{b} = (3; -2)$. Nếu $\vec{a} = \vec{b}$ thì

- A. $m = 5, n = -3$. **B. $m = 5, n = -\frac{3}{2}$.** C. $m = 5, n = -2$. D.

$$m = 5, n = 2.$$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 = 3 \\ 2n + 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ n = -\frac{3}{2} \end{cases}$.

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; -1)$. Điểm B là điểm đối xứng của A qua trục hoành. Tọa độ điểm B là:

- A. $B(2; 1)$. **B. $B(-2; -1)$.** C. $B(1; 2)$. D. $B(1; -2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: B là điểm đối xứng của A qua trục hoành $\Rightarrow B(2; 1)$.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\vec{a} = (2; 1), \vec{b} = (3; 4), \vec{c} = (7; 2)$. Cho biết $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$. Khi đó

- A. $m = -\frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$. **B. $m = \frac{1}{5}; n = \frac{-3}{5}$.** **C. $m = \frac{22}{5}; n = \frac{-3}{5}$.** D.

$$m = \frac{22}{5}; n = \frac{3}{5}.$$

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 2m + 3n \\ 2 = m + 4n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{22}{5} \\ n = -\frac{3}{5} \end{cases}.$$

Câu 23: Cho các vectơ $\vec{a} = (4; -2)$, $\vec{b} = (-1; -1)$, $\vec{c} = (2; 5)$. Phân tích vectơ \vec{b} theo hai vectơ \vec{a} và \vec{c} , ta được:

A. $\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$. **B.** $\vec{b} = \frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}$. **C.** $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{a} - 4\vec{c}$. **D.**

$$\vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{c}.$$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Giả sử } \vec{b} = m\vec{a} + n\vec{c} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 4m + 2n \\ -1 = -2m + 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8} \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } \vec{b} = -\frac{1}{8}\vec{a} - \frac{1}{4}\vec{c}.$$

Câu 24: Cho $\vec{a} = (x; 2)$, $\vec{b} = \left(-5; \frac{1}{3}\right)$, $\vec{c} = (x; 7)$. Vectơ $\vec{c} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$ nếu

A. $x = 15$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = -15$. **D.** $x = -5$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \vec{c} = 4\vec{a} - 3\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4x - 3 \cdot (-5) \\ 7 = 4 \cdot 2 - 3 \cdot \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = -5.$$

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1; -1)$, $B(2; 2-2m)$, $C(m+3; 3)$. Tìm giá trị m để A, B, C là ba điểm thẳng hàng?

A. $m = 2$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (3-m; 3-2m), \overline{AC} = (4; 4)$$

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi \overline{AB} cùng phương với \overline{AC}

$$\Leftrightarrow \frac{3-m}{4} = \frac{3-2m}{4} \Leftrightarrow m = 0.$$

Câu 26: Cho hai điểm $M(8; -1)$, $N(3; 2)$. Nếu P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N thì P có tọa độ là:

A. $(-2; 5)$. **B.** $(13; -3)$. **C.** $(11; -1)$. **D.** $\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: P là điểm đối xứng với điểm M qua điểm N nên N là trung điểm đoạn thẳng PM

$$\text{Do đó, ta có: } \begin{cases} 3 = \frac{8+x_P}{2} \\ 2 = \frac{(-1)+y_P}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_P = -2 \\ y_P = 5 \end{cases} \Rightarrow P(-2;5).$$

Câu 27: Cho tam giác ABC với $A(3;-1), B(-4;2), C(4;3)$. Tìm D để $ABDC$ là hình bình hành?

- A. $D(3;6)$. B. $D(-3;6)$. C. $D(3;-6)$. D. $D(-3;-6)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $ABDC$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} -4-3 = x_D - 4 \\ 2+1 = y_D - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = 6 \end{cases} \Rightarrow D(-3;6).$$

Câu 28: Cho $K(1;-3)$. Điểm $A \in Ox, B \in Oy$ sao cho A là trung điểm KB . Tọa độ điểm B là:

- A. $(0;3)$. B. $(\frac{1}{3};0)$. C. $(0;2)$. D. $(4;2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $A \in Ox, B \in Oy \Rightarrow A(x;0), B(0;y)$

$$A \text{ là trung điểm } KB \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1+0}{2} \\ 0 = \frac{-3+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{cases}. \text{ Vậy } B(0;3).$$

Câu 29: Cho tam giác ABC với $A(3;1), B(4;2), C(4;-3)$. Tìm D để $ABCD$ là hình bình hành?

- A. $D(-3;4)$. B. $D(-3;-4)$. C. $D(3;-4)$. D. $D(3;4)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $ABCD$ là hình bình hành

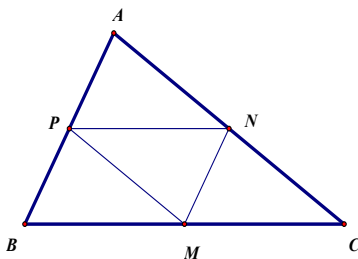
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 4-3 = 4-x_D \\ 2-1 = -3-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = -4 \end{cases} \Rightarrow D(-3;-4).$$

Câu 30: Các điểm $M(2;3), N(0;-4), P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB của tam giác ABC . Tọa độ đỉnh A của tam giác là:

- A. $(1;-10)$. B. $(1;5)$. C. $(-3;-1)$. D. $(-2;-7)$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $APMN$ là hình bình hành nên

$$\begin{cases} x_A + x_M = x_P + x_N \\ y_A + y_M = y_P + y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A + 2 = 0 + (-1) \\ y_A + 3 = (-4) + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -3 \\ y_A = -1 \end{cases}$$

Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1), N(5; -3)$ và P thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là

- A.** $(0; 4)$. **B.** $(2; 0)$. **C.** $(2; 4)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: P thuộc trục $Oy \Rightarrow P(0; y)$, G nằm trên trục $Ox \Rightarrow G(x; 0)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } MNP \text{ nên ta có: } \begin{cases} x = \frac{1+5+0}{3} \\ 0 = \frac{(-1)+(-3)+y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy $P(0; 4)$.

Câu 32: Cho các điểm $A(-2; 1), B(4; 0), C(2; 3)$. Tìm điểm M biết rằng $\overrightarrow{CM} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$

- A.** $M(2; -5)$. **B.** $M(5; -2)$. **C.** $M(-5; 2)$. **D.** $M(2; 5)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{CM} + 3\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 2 + 3(2+2) = 2(4+2) \\ y_M - 3 + 3(3-1) = 2(0-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = -5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -5)$$

----- **Hết** -----

BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

Cho hai vectơ $\vec{a} = (x_1; y_1)$ và $\vec{b} = (x_2; y_2)$. Khi đó

$$1) \vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2$$

$$2) \vec{a} = (x; y) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$3) \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

Hệ quả:

$$+ \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0$$

$$+ \text{Nếu } A(x_A; y_A) \text{ và } B(x_B; y_B) \text{ thì } AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

I-Dạng 1: Biểu thức tọa độ của tích vô hướng

Phương pháp:

-Dùng định nghĩa tích vô hướng

-Dùng biểu thức tọa độ của tích vô hướng

-Các tính chất hình học và các hệ thức lượng trong tam giác

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1)$; $\vec{b} = (2; 0)$, $\vec{c} = (1; 3)$.

a) Tìm $\vec{a} \cdot \vec{b}$; $\vec{b} \cdot \vec{c}$; $\vec{a}(\vec{b} - 2\vec{c})$

b) Góc giữa hai vectơ \vec{a} , \vec{b}

c) Tìm giữa hai vectơ \vec{a} và $\vec{b} + \vec{c}$

d) Tìm tọa độ \vec{x} biết $\vec{x} \cdot \vec{a} = 5$ và $\vec{x} \cdot \vec{c} = -2$

Lời giải

a)Ta có:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (-1) \cdot 2 + 1 \cdot 0 = -2$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = 2 \cdot 1 + 0 \cdot 3 = 2$$

$$\vec{a}(\vec{b} - 2\vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} - 2\vec{a} \cdot \vec{c} = -2 - ((-1) \cdot 1 + 1 \cdot 3) = -4.$$

b) Góc giữa hai vectơ \vec{a} , \vec{b} được tính bằng công thức:

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-1 \cdot 2 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2}} = -\frac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ.$$

c) $\vec{b} + \vec{c} = (3; 3)$

$$\cos(\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}) = \frac{-1 \cdot 3 + 1 \cdot 3}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{3^2 + 3^2}} = 0 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b} + \vec{c}) = 90^\circ.$$

d) Giả sử $\vec{x} = (x; y)$

$$\begin{cases} \vec{x} \cdot \vec{a} = 5 \\ \vec{x} \cdot \vec{c} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + y = 5 \\ x + 3y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{17}{4} \\ y = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \vec{x} = \left(-\frac{17}{4}; \frac{3}{4} \right)$$

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng Oxy, hãy tính góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} trong mỗi trường hợp sau:

a) $\vec{a} = (-3; 1), \vec{b} = (2; 6)$

b) $\vec{a} = (3; 1), \vec{b} = (2; 4)$

c) $\vec{a} = (-\sqrt{2}; 1), \vec{b} = (2; -\sqrt{2})$.

Lời giải

Vận dụng công thức tính góc giữa hai véc tơ $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$

a) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{-3 \cdot 2 + 1 \cdot 6}{\sqrt{(-3)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 6^2}} = 0 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$

b) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{3 \cdot 2 + 1 \cdot 4}{\sqrt{3^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$

c) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{(-\sqrt{2}) \cdot 2 + 1 \cdot (-\sqrt{2})}{\sqrt{(-\sqrt{2})^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-\sqrt{2})^2}} = \frac{-3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng Oxy, cho ba điểm không thẳng hàng $A(2; 4), B(-3; 1), C(3; -1)$.

a) Tìm $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$

b) Gọi G là trọng tâm ABC . Tìm $\overline{AG} \cdot \overline{BC}$

c) Tìm góc A .

d) Tìm tọa độ A' là hình chiếu của A trên BC

Lời giải

a) Ta có: $\overline{AB} = (-5; -3), \overline{AC} = (1; -5) \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{AC} = (-5) \cdot 1 + (-3) \cdot (-5) = 10$.

b) Ta có $G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$

$\overline{AG} = \left(-\frac{4}{3}; -\frac{8}{3}\right), \overline{BC} = (6; -2) \Rightarrow \overline{AG} \cdot \overline{BC} = \left(-\frac{4}{3}\right) \cdot 6 + \left(-\frac{8}{3}\right) \cdot (-2) = -\frac{8}{3}$.

c) Ta có

$AB = \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{34}$

$AC = \sqrt{1^2 + (-5)^2} = \sqrt{26}$.

$BC = \sqrt{6^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{10}$.

$\cos A = \frac{AC^2 + AB^2 - BC^2}{2AC \cdot AB} = \frac{26 + 34 - 40}{2\sqrt{26}\sqrt{34}} \Rightarrow A \approx 70^\circ 20'$.

d) Giả sử $A'(x; y)$

Ta có $\overline{AA'} \perp \overline{BC} \Leftrightarrow \overline{AA'} \cdot \overline{BC} = 0$ và $\overline{BA'}, \overline{BC}$ cùng phương

$\overline{AA'} = (x-2; y-4), \overline{BC} = (6; -2), \overline{BA'} = (x+3; y+1)$

$\overline{AA'} \cdot \overline{BC} = 0 \Leftrightarrow 6(x-2) + (-2)(y-4) = 0 \Leftrightarrow 6x - 2y - 4 = 0$ (1)

$\overline{BA'}, \overline{BC}$ cùng phương suy ra $\frac{x+3}{6} = \frac{y+1}{-2} \Leftrightarrow -2x - 6y = 0$ (2)

Giải hệ gồm hai phương trình (1) và (2) ta được
$$\begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

Vậy $A'(\frac{3}{5}; -\frac{1}{5})$

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng Oxy, cho ba điểm không thẳng hàng $A(-4;1), B(2;4), C(2;-2)$.

- Tìm $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$
- Giải tam giác ABC
- Tìm diện tích tam giác ABC
- Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC

Lời giải

a) Ta có $\overline{AB} = (6;3), \overline{BC} = (0;-6) \Rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{BC} = 6 \cdot 0 + 3 \cdot (-6) = -18$.

$$AB = \sqrt{(2+4)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}.$$

$$AC = \sqrt{(2+4)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{45}$$

$$BC = \sqrt{(2-2)^2 + (-2-4)^2} = 6$$

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{45 + 45 - 36}{2 \cdot \sqrt{45} \cdot \sqrt{45}} = \frac{3}{5} \Rightarrow \hat{A} \approx 53^\circ$$

Ta có $AB = AC$ nên ABC cân tại A. Do đó $\hat{B} = \hat{C} \approx \frac{180^\circ - 53^\circ}{2} = 63,5^\circ$.

$$\text{Ta có } p = \frac{\sqrt{45} + \sqrt{45} + 6}{2} = \sqrt{45} + 3$$

Diện tích tam giác ABC là $S = \sqrt{p(p-\sqrt{45})(p-\sqrt{45})(p-6)} = 18$ (đvdt)

d) Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

Lời giải

Giả sử $H(x; y)$ ta có $\overline{AH} = (x+4; y-1), \overline{BC} = (0; -6), \overline{BH} = (x-2; y-4), \overline{CA} = (-6; 3)$

Vì H là trực tâm tam giác ABC

$$\text{nên } \begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{CA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+4) \cdot 0 + (y-1) \cdot (-6) = 0 \\ -6(x-2) + 3(y-4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{2} \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{13}{2}; 1\right).$$

Ví dụ 5: Trong mặt phẳng Oxy, cho ba điểm không thẳng hàng $A(2;4), B(1;1)$

Tìm tọa độ điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B

Lời giải

Giả sử $C(x; y)$. Vì tam giác ABC vuông cân tại B nên
$$\begin{cases} \overline{BC} \cdot \overline{BA} = 0 \\ |\overline{BC}| = |\overline{BA}| \end{cases} \quad (I)$$

Mà $\overline{BA} = (1; 3), \overline{BC} = (x-1; y-1)$

$$(I) \Rightarrow \begin{cases} 1(x-1) + 3(y-1) = 0 \\ 1^2 + 3^2 = (x-1)^2 + (y-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - 3y \\ 10y^2 - 20y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \\ x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm C thỏa yêu cầu bài toán là $C(4; 0)$ và $C(-2; 2)$

Ví dụ 6: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;2), B(-4;3)$. Gọi $M(t;0)$ là một điểm thuộc trục hoành.

a) Tính $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$ theo t .

b) Tìm t để $\widehat{AMB} = 90^\circ$.

Lời giải

a) Ta có $\overrightarrow{AM} = (t-1; -2), \overrightarrow{BM} = (t+4; -3) \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = (t-1)(t+4) + 2 \cdot 3 = t^2 + 3t + 2$

b) Để $\widehat{AMB} = 90^\circ$ thì $\overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BM} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow t^2 + 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases}$

Vậy với $\begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases}$ thì $\widehat{AMB} = 90^\circ$

Ví dụ 7: Cho tam giác ABC có $A(1;2), B(-2;6), C(9;8)$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A .

b) Xác định tọa độ điểm H thuộc BC sao cho AH ngắn nhất.

Lời giải

a) Ta có $\overrightarrow{AB}(-3;4), \overrightarrow{AC}(8;6) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -3 \cdot 8 + 4 \cdot 6 = 0$

Do đó $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ hay tam giác ABC vuông tại A .

b) AH khi H là hình chiếu của A lên BC

Gọi $H(x; y)$ là hình chiếu của A lên BC .

Ta có $\overrightarrow{AH}(x-1; y-2), \overrightarrow{BH}(x+2; y-6), \overrightarrow{BC}(11;2)$

$AH \perp BC \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 11(x-1) + 2(y-2) = 0$

Hay $11x + 2y - 15 = 0$ (1)

Mặt khác $\overrightarrow{BH}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương nên $\frac{x+2}{11} = \frac{y-6}{2} \Leftrightarrow 2x - 11y + 70 = 0$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x = \frac{1}{5}, y = \frac{32}{5}$

Vậy hình chiếu của A lên BC là $H\left(\frac{1}{5}; \frac{32}{5}\right)$.

Ví dụ 8: Cho tam giác ABC có $A(1;2), B(-2;6), C(9;8)$.

a) Chứng minh tam giác ABC vuông tại A .

b) Tính góc B của tam giác ABC

c) Xác định hình chiếu của A lên cạnh BC

Lời giải:

a) Ta có $\overrightarrow{AB}(-3;4), \overrightarrow{AC}(8;6) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -3 \cdot 8 + 4 \cdot 6 = 0$

Do đó $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$ hay tam giác ABC vuông tại A .

b) Ta có $\overrightarrow{BC}(11;2), \overrightarrow{BA}(3;-4)$

Suy ra $\cos B = \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{11 \cdot 3 + 2 \cdot (-4)}{\sqrt{11^2 + 2^2} \sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

c) Gọi $H(x; y)$ là hình chiếu của A lên BC .

Ta có $\overrightarrow{AH}(x-1; y-2), \overrightarrow{BH}(x+2; y-6), \overrightarrow{BC}(11;2)$

$AH \perp BC \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 11(x-1) + 2(y-2) = 0$

$$\text{Hay } 11x + 2y - 15 = 0 \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } \overrightarrow{BH}, \overrightarrow{BC} \text{ cùng phương nên } \frac{x+2}{11} = \frac{y-6}{2} \Leftrightarrow 2x - 11y + 70 = 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } x = \frac{1}{5}, y = \frac{32}{5}$$

$$\text{Vậy hình chiếu của A lên BC là } H\left(\frac{1}{5}; \frac{32}{5}\right)$$

Ví dụ 9: Cho các điểm $A(4\sqrt{3}; -1)$, $B(0; 3)$, $C(8\sqrt{3}; 3)$.

- Tính các cạnh của tam giác ABC .
- Tính các góc của tam giác ABC .

Lời giải.

$$\text{a) Ta có } \overrightarrow{AB} = (-4\sqrt{3}; 4) \Rightarrow AB = \sqrt{48+16} = 8.$$

$$\overrightarrow{BC} = (8\sqrt{3}; 0) \Rightarrow BC = 8\sqrt{3}$$

$$\overrightarrow{CA} = (-4\sqrt{3}; -4) \Rightarrow AC = 8$$

$$\text{b) Ta có } \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{128 - 192}{128} = -\frac{1}{2}.$$

Suy ra $\hat{A} = 120^\circ$ và vì tam giác cân tại A nên $\hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$.

Ví dụ 10: Cho các điểm $A(-1; -1)$, $B(3; 1)$, $C(6; 0)$.

- Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
- Tính góc B và diện tích tam giác ABC .

Lời giải.

$$\text{a) Ta có } \overrightarrow{AB} = (4; 2), \overrightarrow{AC} = (7; 1). \text{ Vì } \frac{4}{7} \neq \frac{2}{1} \text{ nên ba điểm } A, B, C \text{ không thẳng hàng.}$$

$$\text{b) Ta có } \overrightarrow{BA} = (-4; -2), \overrightarrow{BC} = (3; -1).$$

$$\text{Do đó } \cos B = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{(-4) \cdot 3 + (-2) \cdot (-1)}{\sqrt{16+4} \cdot \sqrt{9+1}} = \frac{-10}{\sqrt{200}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Vậy } \hat{B} = 135^\circ.$$

$$\text{Hạ đường cao } AH \text{ ta có } S = \frac{1}{2} BC \cdot AB \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \sqrt{9+1} \cdot \sqrt{16+4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5.$$

Ví dụ 11: Cho các điểm $A(1; 3)$, $B(4; 2)$.

- Tìm tọa độ điểm D nằm trên trục Ox và cách đều hai điểm A và B .
- Tính chu vi và diện tích tam giác OAB .

Lời giải.

$$\text{a) Vì } D \text{ nằm trên trục } Ox \text{ nên } D(x; 0). \text{ Ta có}$$

$$DA = DB \Leftrightarrow DA^2 = DB^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 3^2 = (x-4)^2 + 2^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 1 - 2x + 9 = x^2 + 16 - 8x + 4 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}.$$

Vậy $D\left(\frac{5}{3}; 0\right)$.

b) Chu vi tam giác là

$$OA + OB + OC = \sqrt{1^2 + 3^2} + \sqrt{4^2 + 2^2} + \sqrt{3^2 + 1^2} = 2\sqrt{10} + \sqrt{20} = 2(\sqrt{10} + \sqrt{5})$$

Ta có $OA = AB = \sqrt{10}$ và $OB = \sqrt{20} = AC \cdot \sqrt{2}$ nên tam giác OAB là tam giác vuông cân tại

A . Vậy diện tích tam giác OAB là $S = \frac{OA \cdot OB}{2} = 5$.

Ví dụ 12: Cho các điểm $A(4; 6)$, $B(5; 1)$, $C(1; 3)$. Tìm tọa độ tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Lời giải.

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , ta có $IA = IB = IC \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IA^2 = IC^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-5)^2 + (y-1)^2 \\ (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-1)^2 + (y+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10y = -26 \\ -6x - 18y = -42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-5)^2 + (y-1)^2 \\ (x-4)^2 + (y-6)^2 = (x-1)^2 + (y+3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 10y = -26 \\ -6x - 18y = -42 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$ và bán kính $IA = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} - 4\right)^2 + \left(\frac{5}{2} - 6\right)^2} = \frac{\sqrt{130}}{2}$.

Ví dụ 13: Cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(-3; 0)$, $B(3; 0)$, $C(2; 6)$. Tìm tọa độ trọng tâm G và trực tâm H của tam giác.

Lời giải.

Trọng tâm G có tọa độ $\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{2}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 2 \end{cases}$. Vậy $G\left(\frac{2}{3}; 2\right)$.

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm ta có

$$\begin{cases} \overline{AH} \cdot \overline{BC} = 0 \\ \overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+3)(2-3) + (y-0)(6-0) = 0 \\ (x-3)(-3-2) + (y-0)(0-6) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 6y = 3 \\ -5x - 6y = -15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{5}{6} \end{cases}$$

Vậy $H\left(2; \frac{5}{6}\right)$.

Ví dụ 14: Cho ba điểm $A(3; 4)$, $B(2; 1)$ và $C(-1; -2)$. Tìm điểm M trên đường thẳng BC để góc

$$\widehat{AMB} = 45^\circ$$

Lời giải:

Giả sử $M(x; y)$ suy ra $\overline{MA}(3-x; 4-y)$, $\overline{MB}(2-x; 1-y)$, $\overline{BC}(-3; -3)$

Vì $\widehat{AMB} = 45^\circ$ suy ra $|\cos \widehat{AMB}| = |\cos(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{BC})|$

$$\Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{|\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC}|}{|\overrightarrow{MA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{|-3(3-x) - 3(4-y)|}{\sqrt{(3-x)^2 + (4-y)^2} \sqrt{9+9}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(3-x)^2 + (4-y)^2} = |x+y-7| \quad (*)$$

Mặt khác M thuộc đường thẳng BC nên hai vector $\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{BC}$ cùng phương

$$\text{Suy ra } \frac{2-x}{-3} = \frac{1-y}{-3} \Leftrightarrow x = y + 1 \text{ thế vào } (*) \text{ ta được}$$

$$\sqrt{(2-y)^2 + (4-y)^2} = |2y-6| \Leftrightarrow y^2 - 6y + 8 = 0 \Leftrightarrow y = 2 \text{ hoặc } y = 4$$

$$+ \text{ Với } y = 2 \Rightarrow x = 3, \text{ ta có } \overrightarrow{MA}(0;2), \overrightarrow{MB}(-1;-1) \Rightarrow \cos \widehat{AMB} = \cos(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Khi đó $\widehat{AMB} = 135^\circ$ (không thỏa mãn)

$$+ \text{ Với } y = 4 \Rightarrow x = 5, \overrightarrow{MA}(-2;0), \overrightarrow{MB}(-3;-3) \Rightarrow \cos \widehat{AMB} = \cos(\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Khi đó $\widehat{AMB} = 45^\circ$

Vậy $M(5;4)$ là điểm cần tìm.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM. 1

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(-4;2)$, $B(2;4)$. Tính độ dài AB .

- A.** $AB = 2\sqrt{10}$. **B.** $AB = 4$. **C.** $AB = 40$. **D.** $AB = 2$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho các vector sau: $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$. Tìm khẳng định đúng

- A.** $|\vec{a}| = 5$. **B.** $|\vec{a}| = 3$. **C.** $|\vec{a}| = 4$. **D.** $|\vec{a}| = 7$.

Câu 3: Trong hệ trục tọa độ (O, \vec{i}, \vec{j}) cho các vector sau: $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$, $\vec{b} = 2\vec{j}$. Trong các mệnh đề sau tìm mệnh đề sai:

- A.** $\vec{a} = (4; -3)$. **B.** $|\vec{b}| = \sqrt{2}$. **C.** $\vec{b} = (0; 2)$. **D.** $|\vec{a}| = 5$

Câu 4: Cho $\vec{a} = (-3; 4)$, $\vec{b} = (4; 3)$. Kết luận nào sau đây sai.

- A.** $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. **B.** \vec{a} cùng phương \vec{b} . **C.** $\vec{a} \perp \vec{b}$. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

Câu 5: Cho $\vec{a} = (1; -2)$. Với giá trị nào của y thì $\vec{b} = (-3; y)$ vuông góc với \vec{a} ?

- A.** -6 . **B.** 6 . **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** 3 .

Câu 6: Biết rằng hai vector \vec{a} và \vec{b} không cùng phương nhưng hai vector $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$

cùng phương. Khi đó giá trị của x là **A.** $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 7: Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, |\vec{a} - \vec{b}| = 3$. Tính $(\vec{a} - 2\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + \vec{b})$. **A.** -6 .

- B.** 8 . **C.** 4 . **D.** 0

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;3)$, $B(-2;-2)$, $C(3;1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$. B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$. C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$. D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$.

Câu 9: Cho \vec{a} , \vec{b} có $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vector $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ và $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Khi đó:

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$. C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(3;-1)$, $B(2;10)$, $C(-4;2)$ Tính tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

A. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 40$ B. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -40$ C. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 26$ D. $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = -26$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{AB} = (-1;11)$, $\vec{AC} = (-7;3)$.

Suy ra $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (-1) \cdot (-7) + 11 \cdot 3 = 40$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(2;10)$. Tính tích vô hướng $\vec{AO} \cdot \vec{OB}$

A. $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = -4$. B. $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = 0$. C. $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = 4$. D. $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = 16$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{AO} = (-3;1)$, $\vec{OB} = (2;10)$. Suy ra $\vec{AO} \cdot \vec{OB} = -3 \cdot 2 + 1 \cdot 10 = 4$.

Câu 11: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (2;5)$, $\vec{b} = (3;-7)$. Tính góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

A. 60° . B. 45° . C. 135° . D. 120° .

Lời giải

Chọn C.

$$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)}{\sqrt{4 + 25} \cdot \sqrt{9 + 49}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ.$$

Câu 12: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2;-1)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2;-3)$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

Câu 13: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1;3)$, $B(-2;-2)$, $C(3;1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

A. $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$. B. $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$. C. $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$. D. $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$.

Lời giải:

Chọn B.

$\vec{AB} = (-3;-5)$, $\vec{AC} = (2;-2)$.

$$\cos A = \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-3 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{\sqrt{34} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$$

Câu 14: Tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(0;4)$, $C(3;1)$. Góc \widehat{BAC} của tam giác ABC gần với giá trị nào dưới đây?

- A. 90° . B. $36^\circ 52'$. C. $143^\circ 7'$. D. $53^\circ 7'$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 2)$; $\overrightarrow{AC} = (2; -1)$.

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-2 - 2}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{-4}{5} \Rightarrow \widehat{BAC} = 143^\circ 7'.$$

Câu 15: Cho tam giác ABC có $A(5;3)$, $B(2;-1)$, $C(-1;5)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

- A. $H(-3;2)$. B. $H(-3;-2)$. C. $H(3;2)$. D. $H(3;-2)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $H(x; y)$ là tọa độ cần tìm.

Ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = (x-5; y-3) \\ \overrightarrow{BC} = (-3; 6) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow -3x + 6y - 3 = 0 \quad (1).$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{BH} = (x-2; y+1) \\ \overrightarrow{AC} = (-6; 2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -6x + 2y + 14 = 0 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} -3x + 6y = 3 \\ -6x + 2y = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy $H(3;2)$ là tọa độ cần tìm.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\overrightarrow{OM} = (-2; -1)$, $\overrightarrow{ON} = (3; -1)$. Tính góc $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. -135° . D. 135° .

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}}{OM \cdot ON} = \frac{-2 \cdot 3 + (-1) \cdot (-1)}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}. \text{ Suy ra } (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = 135^\circ.$$

Câu 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2;-1)$ và $B(-2;1)$. Tìm điểm M thuộc tia Ox sao cho tam giác ABM vuông tại M .

- A. $M(\sqrt{5}; 0)$. B. $M(\sqrt{3}; 0)$ và $M(-\sqrt{3}; 0)$.
C. $M(-\sqrt{5}; 0)$. D. $M(-\sqrt{5}; 0)$ và $M(\sqrt{5}; 0)$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $M(m; 0) \in Ox$, ($m > 0$).

$$\overrightarrow{AM} = (m-2; 1), \overrightarrow{BM} = (m+2; -1).$$

Tam giác ABM vuông tại $M \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \sqrt{5}$. Vậy $M(\sqrt{5}; 0)$.

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; 3)$, $B(-2; 1)$. Điểm C thuộc tia Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C có tọa độ là

- A. $C(3; 0)$. B. $C(-3; 0)$. **C. $C(-1; 0)$.** D. $C(2; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $C \in Ox \Rightarrow C(x; 0)$. Khi đó: $\overrightarrow{AC} = (x-2; -3)$; $\overrightarrow{BC} = (x+2; -1)$.

Tam giác ABC vuông tại $C \Rightarrow \overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy $C(-1; 0)$ hoặc $C(1; 0)$.

Câu 19: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 1)$, $B(2; -2)$, $M \in Oy$ và $MA = MB$. Khi đó tọa độ điểm M là: **A. $(0; 1)$.** B. $(-1; 1)$. C. $(1; -1)$. **D. $(0; -1)$.**

Câu 20: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 3)$, $B(-1; -1)$, $C(1; 1)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(a; b)$. Giá trị $a + b$ bằng

- A. 1.** B. 0. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{IA} = (a-1; b-3) \Rightarrow IA^2 = a^2 + b^2 - 2a - 6b + 10$.

$\overrightarrow{IB} = (a+1; b+1) \Rightarrow IB^2 = a^2 + b^2 + 2a + 2b + 2$.

$\overrightarrow{IC} = (a-1; b-1) \Rightarrow IC^2 = a^2 + b^2 - 2a - 2b + 2$.

Vì I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} IA = IB \\ IC = IB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 = IB^2 \\ IC^2 = IB^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 2 \\ a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy $a + b = 1$.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Câu 1. Trong mp Oxy cho $A(4; 6)$, $B(1; 4)$, $C\left(7; \frac{3}{2}\right)$. Khẳng định nào sau đây sai

A. $\overrightarrow{AB} = (-3; -2)$, $\overrightarrow{AC} = \left(3; -\frac{9}{2}\right)$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

C. $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$. D. $|\overrightarrow{BC}| = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Phương án A: $\overrightarrow{AB} = (-3; -2)$, nên loại A.

Phương án B: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ nên loại B.

Phương án C: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{13}$ nên loại C. $\overrightarrow{AC} = \left(3; -\frac{9}{2}\right)$

Phương án D: Ta có $\overrightarrow{BC} = \left(6; -\frac{5}{2}\right)$ suy ra $BC = \sqrt{6^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} = \frac{13}{2}$ nên chọn D.

Câu 2. Cho \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Trong các kết quả sau đây, hãy chọn kết quả đúng:

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Lời giải

Chọn A

Ta thấy về trái của 4 phương án giống nhau.

Bài toán cho \vec{a} và \vec{b} là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$ suy ra $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ$

Do đó $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ nên chọn A

Câu 3. Cho các vectơ $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-2; -6)$. Khi đó góc giữa chúng là

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 135° .

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-2; -6)$, suy ra $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{10}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{40}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$.

Câu 4. Cho $\overrightarrow{OM} = (-2; -1)$, $\overrightarrow{ON} = (3; -1)$. Tính góc của $(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON})$

- A. 135° . B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. -135° . D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos(\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}}{|\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{ON}|} = \frac{-5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}) = 135^\circ$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1)$. Tích vô hướng của 2 vectơ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{a} = (1; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1)$, suy ra $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-2) + 3 \cdot 1 = 1$.

Câu 6. Cặp vectơ nào sau đây vuông góc?

- A. $\vec{a} = (2; -1)$ và $\vec{b} = (-3; 4)$. B. $\vec{a} = (3; -4)$ và $\vec{b} = (-3; 4)$.
C. $\vec{a} = (-2; -3)$ và $\vec{b} = (-6; 4)$. D. $\vec{a} = (7; -3)$ và $\vec{b} = (3; -7)$.

Lời giải

Chọn C

Phương án A: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 4 = -10 \neq 0$ suy ra A sai.

Phương án B: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-3) + (-4) \cdot 4 \neq 0$ suy ra B sai.

Phương án C: $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2 \cdot (-6) - 3 \cdot 4 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$ suy ra C đúng.

Phương án D: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 7 \cdot 3 + (-3) \cdot (-7) = 42 \neq 0$ suy ra D sai.

Câu 7. Cho 2 vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2)$, $\vec{b} = (b_1; b_2)$, tìm biểu thức sai:

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left[\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - (\vec{a} + \vec{b})^2 \right]$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left[(\vec{a} + \vec{b})^2 - \vec{a}^2 - \vec{b}^2 \right]$.

Lời giải**Chọn C**

Phương án A : biểu thức tọa độ tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2$ nên loại A

Phương án B : Công thức tích vô hướng của hai véc tơ $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$ nên loại B

Phương án C: $\frac{1}{2} [\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - (\vec{a} + \vec{b})^2] = \frac{1}{2} [\vec{a}^2 + \vec{b}^2 - (\vec{a}^2 + \vec{b}^2 + 2\vec{a}\vec{b})] = -\vec{a}\vec{b}$ nên chọn C.

Câu 8. Cho tam giác ABC có $A(1;2), B(-1;1), C(5;-1)$. Tính $\cos A$

- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{-1}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{-2}{\sqrt{5}}$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $\vec{AB} = (-2; -1), \vec{AC} = (4; -3)$ suy ra

$$\cos A = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{(-2) \cdot 4 + (-1) \cdot (-3)}{\sqrt{(-2)^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{-5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{25}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}.$$

Câu 9. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-1;-1), B(3;1), C(6;0)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $\vec{AB} = (-4; -2), \vec{AC} = (1; 7)$. B. $\hat{B} = 135^\circ$. C. $|\vec{AB}| = 20$. D. $|\vec{BC}| = 3$.

Lời giải**Chọn B**

Phương án A: do $\vec{AB} = (4; 2)$ nên loại A

Phương án B:

Ta có $\vec{AB} = (4; 2)$ suy ra $|\vec{AB}| = \sqrt{20}, \vec{BA} = (-4; -2);$

$$\vec{BC} = (3; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{10}. \cos B = \frac{\vec{BA} \cdot \vec{BC}}{BA \cdot BC} = \frac{-10}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{10}} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \hat{B} = 135^\circ \text{ nên chọn B.}$$

Câu 10. Trong mặt phẳng $(O; \vec{i}, \vec{j})$ cho 2 vectơ : $\vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j}$ và $\vec{b} = 8\vec{i} - 4\vec{j}$. Kết luận nào sau đây sai?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. B. $\vec{a} \perp \vec{b}$. C. $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = 0$. D. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = 0$.

Lời giải**Chọn C**

$$\vec{a} = (3; 6); \vec{b} = (8; -4)$$

Phương án A: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 24 - 24 = 0$ nên loại A

Phương án B: $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ suy ra \vec{a} vuông góc \vec{b} nên loại B

Phương án C: $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| = \sqrt{3^2 + 6^2} \cdot \sqrt{8^2 + (-4)^2} \neq 0$ nên chọn C.

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(1;2), B(4;1), C(5;4)$. Tính \widehat{BAC} ?

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 120° .

Lời giải**Chọn B**

Ta có $\vec{AB} = (3; -1), \vec{AC} = (4; 2)$ suy ra

$$\cos(\vec{AB}; \vec{AC}) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{10}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{20}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{AB}; \vec{AC}) = 45^\circ.$$

Câu 12. Cho các vectơ $\vec{a} = (1; -3), \vec{b} = (2; 5)$. Tính tích vô hướng của $\vec{a}(\vec{a} + 2\vec{b})$

- A. 16. B. 26. C. 36. D. -16.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{a} \cdot \vec{a} = 10$, $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$ suy ra $\vec{a} \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) = -16$.

Câu 13. Cho hai điểm $A(-3, 2)$, $B(4, 3)$. Tìm điểm M thuộc trục Ox và có hoành độ dương để tam giác MAB vuông tại M

- A. $M(7; 0)$. B. $M(5; 0)$. C. $M(3; 0)$. D. $M(9; 0)$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có $A(-3, 2)$, $B(4, 3)$, gọi $M(x; 0)$, $x > 0$. Khi đó $\vec{AM} = (x+3; -2)$, $\vec{BM} = (x-4; -3)$.

Theo YCBT $\vec{AM} \cdot \vec{BM} = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow M(3; 0)$.

Câu 14. Cho $A(2; 5)$, $B(1; 3)$, $C(5; -1)$. Tìm tọa độ điểm K sao cho $\vec{AK} = 3\vec{BC} + 2\vec{CK}$

- A. $K(-4; 5)$. B. $K(-4; 5)$. C. $K(4; -5)$. D. $K(-4; -5)$

Lời giải**Chọn B**

Gọi $K(x; y)$ với $x, y \in \mathbb{R}$.

Khi đó $\vec{AK} = (x-2; y-5)$, $3\vec{BC} = (12; -12)$, $2\vec{CK} = (2x-10; 2y+2)$.

Theo YCBT $\vec{AK} = 3\vec{BC} + 2\vec{CK}$ nên $\begin{cases} x-2 = 12+2x-10 \\ y-5 = -12+2y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow K(-4; 5)$.

Câu 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (2; -1)$ và $\vec{b} = (-3; 4)$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Tích vô hướng của hai vectơ đã cho là -10 . B. Độ lớn của vectơ \vec{a} là $\sqrt{5}$.
C. Độ lớn của vectơ \vec{b} là 5 . D. Góc giữa hai vectơ là 90° .

Lời giải**Chọn D**

Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$ nên B đúng.

$|\vec{b}| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$ nên C đúng.

$\vec{a} \cdot \vec{b} = 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 4 = -10 \neq 0$ nên A đúng, D sai.

Câu 16. Cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, $B(-1; 1)$, $C(5; -1)$. Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

- A. 7 . B. 5 . C. -7 . D. -5 .

Lời giải**Chọn D**

Ta có $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (-2) \cdot 4 + (-1) \cdot (-3) = -5$.

Câu 17. Trong mặt phẳng Oxy cho $A(-1; 1)$, $B(1; 3)$, $C(1; -1)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- A. $\vec{AB} = (4; 2)$, $\vec{BC} = (2; -4)$. B. $\vec{AB} \perp \vec{BC}$.
C. Tam giác ABC vuông cân tại A . D. Tam giác ABC vuông cân tại B .

Lời giải**Chọn C**

Phương án A: do $\vec{AB} = (2; 2)$ nên loại A.

Phương án B: $\vec{AB} = (2; 2)$, $\vec{BC} = (0; -4)$, $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -8$ suy ra \vec{AB} không vuông góc \vec{BC} nên loại B.

Phương án C : Ta có $\vec{AB} = (2; 2)$, $\vec{AC} = (2; -2)$, $\vec{BC} = (0; -4)$, suy ra $AB = AC = \sqrt{8}$, $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0$. Nên Tam giác ABC vuông cân tại A . Do đó chọn C.

Câu 18. Cho $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (-1; -3)$. Tính (\vec{a}, \vec{b}) .

- A. $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. B. $(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ$. C. $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$. D. $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1 \cdot (-1) + (-2) \cdot (-3)}{\sqrt{1^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ.$$

Câu 19. Cho hai điểm $A(2, 2)$, $B(5, -2)$. Tìm M trên tia Ox sao cho $\widehat{AMB} = 90^\circ$

- A. $M(1, 6)$. B. $M(6, 0)$. C. $M(1, 0)$ hay $M(6, 0)$. D. $M(0, 1)$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x; 0)$, với $x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\overline{AM} = (x-2; -2)$, $\overline{BM} = (x-5; 2)$. Theo YCBT ta có

$$\overline{AM} \cdot \overline{BM} = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-5) - 4 = x^2 - 7x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow M(1; 0) \\ x=6 \Rightarrow M(6; 0) \end{cases}, \text{ nên chọn C.}$$

Câu 20: Trên mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-1; 2)$, $B(-5; 4)$ và $C(2; 4)$. Tìm tọa độ chân đường cao H dựng từ C của $\triangle ABC$.

- A. $H\left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5}\right)$. B. $H\left(-\frac{6}{5}; -\frac{3}{5}\right)$. C. $H\left(-\frac{3}{5}; -\frac{6}{5}\right)$. **D. $H\left(\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right)$.**

Lời giải

Gọi $H(a; b)$.

Ta có: $\overline{CH} = (a-2; b-4)$; $\overline{AB} = (-4; 2)$.

Mà: $CH \perp AB$ nên $\overline{CH} \cdot \overline{AB} = 0$.

$$\Rightarrow (-4) \cdot (a-2) + 2 \cdot (b-4) = 0$$

$$\Rightarrow -4a + 2b = 0 \Rightarrow b = 2a \quad (1)$$

Ta có: $\overline{AH} = (a+1; b-2)$.

Vì $H \in AB$ nên $\overline{AH}; \overline{AB}$ cùng phương, do đó ta có hệ thức:

$$\frac{a+1}{-4} = \frac{b-2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a+1}{-2} = b-2 \Rightarrow a+1 = -2b+4 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \begin{cases} a = \frac{3}{5} \\ b = \frac{6}{5} \end{cases}. \text{ Vậy } H\left(\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right).$$

Câu 21: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(-3; 0)$, $B(3; 0)$ và $C(2; 6)$. Gọi $H(a; b)$ là trực tâm của tam giác đã cho. Tính $a - 6b$

- A. 3. **B. -3.** C. 7. D. -7.

Lời giải

Gọi $H(a; b)$ là trực tâm của tam giác đã cho. Ta có :

$$\overline{AH} = (a+3; b), \overline{BC} = (-1; 6), \overline{BH} = (a-3; b), \overline{AC} = (5; 6)$$

Vì H là trực tâm tam giác ABC nên:

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ BH \perp AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a - 3 + 6b = 0 \\ 5a - 15 + 6b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + 6b = 3 \\ 5a + 6b = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = \frac{5}{6} \end{cases}$$

Suy ra $a - 6b = -3$.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; -1)$ và $B(3; 2)$. Tìm M thuộc trục tung sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

- A. $M(0; 1)$. B. $M(0; -1)$. C. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $M \in Oy$ nên $M(0; m)$ và $\begin{cases} \overrightarrow{MA} = (1; -1 - m) \\ \overrightarrow{MB} = (3; 2 - m) \end{cases}$.

Khi đó $MA^2 + MB^2 = |\overrightarrow{MA}|^2 + |\overrightarrow{MB}|^2 = 1^2 + (-1 - m)^2 + 3^2 + (2 - m)^2 = 2m^2 - 2m + 15$.

$$= 2\left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{29}{2} \geq \frac{29}{2}; \forall m \in \mathbb{R}.$$

Suy ra $\{MA^2 + MB^2\}_{\min} = \frac{29}{2}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{2} \longrightarrow M\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 23: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3)$, $B(3; -4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất.

- A. $M\left(\frac{18}{7}; 0\right)$. B. $M(4; 0)$. C. $M(3; 0)$. D. $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Do M trên trục hoành $\Rightarrow M(x; 0)$, $\overrightarrow{AB} = (1; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{2}$.

$\overrightarrow{AM} = (x - 2; 3)$, $\overrightarrow{BM} = (x - 3; 4)$

Ta có chu vi tam giác AMB : $P_{ABM} = \sqrt{2} + \sqrt{(x - 2)^2 + 3^2} + \sqrt{(x - 3)^2 + 4^2}$

$$= \sqrt{2} + \sqrt{(x - 2)^2 + 3^2} + \sqrt{(3 - x)^2 + 4^2} \geq \sqrt{2} + \sqrt{(x - 2 + 3 - x)^2 + (3 + 4)^2}$$

$$\Leftrightarrow P_{ABM} \geq 6\sqrt{2}. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } \frac{x - 2}{3 - x} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \frac{17}{7} \Rightarrow M\left(\frac{17}{7}; 0\right).$$

Cách 2: Lấy đối xứng A qua Ox ta được $A'(2; 3)$. Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Dấu bằng xảy ra khi M trùng với giao điểm của $A'B$ với Ox .

Câu 24: Cho $M(-1; -2)$, $N(3; 2)$, $P(4; -1)$. Tìm E trên Ox sao cho $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}|$ nhỏ nhất.

- A. $E(4; 0)$. B. $E(3; 0)$. C. $E(1; 0)$. D. $E(2; 0)$.

Lời giải

Chọn D

Do $E \in Ox \Rightarrow E(a; 0)$.

Ta có: $\overrightarrow{EM} = (-1-a; -2)$; $\overrightarrow{EN} = (3-a; 2)$; $\overrightarrow{EP} = (4-a; -1)$

Suy ra $\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP} = (6-3a; -1)$.

Do đó: $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}| = \sqrt{(6-3a)^2 + (-1)^2} = \sqrt{(6-3a)^2 + 1} \geq 1$.

Giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EP}|$ bằng 1.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $6-3a=0 \Leftrightarrow a=2$.

Vậy $E(2;0)$.

Chuyên đề: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

Chủ đề: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Vectơ chỉ phương

Vectơ $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là vectơ chỉ phương (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ .

Nhận xét: Nếu \vec{u} là VTCP của Δ thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là VTCP của Δ .

2. Phương trình tham số của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và $\vec{u} = (a; b)$ là VTCP. Khi đó phương trình tham số của đường thẳng có dạng:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad t \in R.$$

Nhận xét: $A \in \Delta \Leftrightarrow A(x_0 + at; y_0 + bt)$

3. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và $\vec{u} = (a; b)$ (với $a \neq 0, b \neq 0$) là VTCP. Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng có dạng:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$$

4. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng

Vectơ $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là vectơ pháp tuyến (VTPT) của Δ nếu giá của nó vuông góc với Δ .

Nhận xét: Nếu \vec{n} là VTPT của Δ thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là VTPT của Δ .

5. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (a; b)$. Khi đó phương trình tổng quát của đường thẳng có dạng: $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow ax + by + c = 0$ ($c = -ax_0 - by_0$)

Chú ý:

- Nếu đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ thì $\vec{n} = (a; b)$ là VTPT của Δ .

6. Các dạng đặc biệt của phương trình tổng quát

Δ song song hoặc trùng với trục $Ox \Leftrightarrow \Delta : by + c = 0$

Δ song song hoặc trùng với trục $Oy \Leftrightarrow \Delta : ax + c = 0$

Δ đi qua gốc tọa độ $\Leftrightarrow \Delta : ax + by = 0$

Δ đi qua hai điểm $A(a; 0), B(0; b) \Leftrightarrow \Delta : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ với ($ab \neq 0$)

Phương trình đường thẳng có hệ số góc k là $y = kx + m$ với $k = \tan \alpha$, α là góc hợp bởi tia Mt của Δ ở phía trên trục Ox và tia Mx (M là giao điểm của Δ và Ox).

7. Liên hệ giữa VTCP và VTPT

VTPT và VTCP vuông góc với nhau. Do đó nếu Δ có VTCP $\vec{u} = (a; b)$ thì $\vec{n} = (-b; a)$ là một VTPT của Δ .

B. DẠNG TOÁN

I. Phương trình tổng quát của đường thẳng

1. Dạng 1. Xác định vectơ pháp tuyến của đường thẳng

- Kiểm tra điểm thuộc đường thẳng

Phương pháp: $\Delta : ax + by + c = 0$ thì $\vec{n} = (a; b)$ là VTPT của Δ .

Ví dụ: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng $\Delta : 2x - y + 1 = 0$.

- Chỉ ra một vectơ pháp tuyến của Δ
- Tìm điểm trên Δ có hoành độ bằng 1
- Tìm điểm trên Δ có tung độ bằng -2
- Trong các điểm sau, điểm nào thuộc nằm trên đường thẳng Δ ?

$$A(1;1), B\left(\frac{1}{2}; 2\right).$$

Lời giải

a) Một vectơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n} = (2; -1)$

b) Thế $x = 1$ vào phương trình của đường thẳng Δ ta được $2.1 - y + 1 = 0 \Rightarrow y = 3$.

Vậy điểm cần tìm là $(1; 3)$

c) Thế $y = -2$ vào phương trình của đường thẳng Δ ta được $2.x - (-2) + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$.

Vậy điểm cần tìm là $(-\frac{3}{2}; -2)$

d) Thế $x = 1; y = 1$ vào phương trình của đường thẳng Δ ta được $2.1 - 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow 2 = 0$ (không thỏa mãn)

Vậy $A \notin \Delta$

Thế $x = \frac{1}{2}; y = 2$ vào phương trình của đường thẳng Δ ta được $2.\frac{1}{2} - 2 + 1 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ (thỏa

mãn)

Vậy $B \in \Delta$

Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Vectơ pháp tuyến của đường thẳng $2x - 3y + 6 = 0$ là :

A. $\vec{n}_4 = (2; -3)$ **B.** $\vec{n}_2 = (2; 3)$ **C.** $\vec{n}_3 = (3; 2)$ **D.** $\vec{n}_1 = (-3; 2)$

Câu 2: Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; 3)$

và $B(4; 1)$?

A. $\vec{n}_1 = (2; -2)$. **B.** $\vec{n}_2 = (2; -1)$. **C.** $\vec{n}_3 = (1; 1)$. **D.** $\vec{n}_4 = (1; -2)$.

Câu 3: Vectơ pháp tuyến của đường thẳng $2x - 3y + 6 = 0$ là :

A. $\vec{n}_4 = (2; -3)$ **B.** $\vec{n}_2 = (2; 3)$ **C.** $\vec{n}_3 = (3; 2)$ **D.**

$\vec{n}_1 = (-3; 2)$

Câu 4: Cho đường thẳng d có phương trình: $2x - y + 5 = 0$. Tìm 1 VTPT của.

A. $(2; 1)$ **B.** $(2; -1)$ **C.** $(1; 2)$ **D.** $(1; -2)$

Câu 5: Đường thẳng $51x - 30y + 11 = 0$ đi qua điểm nào sau đây ?

A. $\left(-1; \frac{3}{4}\right)$ B. $\left(-1; -\frac{4}{3}\right)$ C. $\left(1; \frac{3}{4}\right)$ D. $\left(-1; -\frac{3}{4}\right)$

Câu 6: Đường thẳng $12x - 7y + 5 = 0$ không đi qua điểm nào sau đây?

A. $(-1; -1)$. B. $\left(1; \frac{17}{7}\right)$. C. $\left(-\frac{5}{12}; 0\right)$. D. $(1; 1)$.

2. Dạng 2. Lập phương trình tổng quát của đường thẳng

2.1 Lập phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua một điểm và có vector chỉ phương hoặc pháp tuyến cho trước

Ví dụ: Lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ biết

a) Δ đi qua $A(-1; 2)$, nhận $\vec{n} = (2; -4)$ làm vector pháp tuyến.

b) Δ đi qua $B(4; -2)$, và có một vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -1)$.

c) Δ đi qua $M(3; 1)$, và có hệ số góc $k = -\frac{1}{3}$

d) Δ lần lượt là các trục tọa độ

Lời giải

a) Phương trình đường thẳng Δ cần tìm là: $2(x+1) - 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 5 = 0$.

b) Vector chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (2; -1)$. Do đó Δ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2)$

Phương trình đường thẳng Δ : $1(x-4) + 2(y+2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y = 0$

c) Phương trình Δ có dạng: $y = k(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3}(x-3) + 1 \Leftrightarrow x + 3y - 4 = 0$.

d) Trục Ox đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$ và nhận $\vec{j} = (0; 1)$ làm một vector pháp tuyến nên có phương trình là

$$0(x-0) + 1(y-0) = 0 \Leftrightarrow y = 0$$

Trục Oy đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$ và nhận $\vec{i} = (1; 0)$ làm một vector pháp tuyến nên có phương trình là

$$1(x-0) + 0(y-0) = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Phương trình đường thẳng đi qua $A(5; -9)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1)$ là:

A. $2x + y - 1 = 0$ B. $2x + y + 1 = 0$ C. $x + 2y + 2 = 0$ D. $x + 2y - 2 = 0$

Câu 2: Phương trình đường thẳng đi qua $A(3; 1)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (4; 5)$ là:

A. $4x + 5y - 17 = 0$ B. $4x - 5y + 17 = 0$ C. $4x + 5y + 17 = 0$ D. $4x - 5y - 17 = 0$.

Câu 3: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(2; -1)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 0)$ là:

A. $x + y - 1 = 0$. B. $2x - 7y + 9 = 0$. C. $x + 2 = 0$. D. $x - 2 = 0$.

Câu 4: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(3; -7)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (0; 2)$ là:

A. $y - 7 = 0$. B. $y + 7 = 0$. C. $x + y + 4 = 0$. D. $x + y + 6 = 0$.

Câu 5: Đường thẳng đi qua điểm $C(3; -2)$ và có hệ số góc $k = \frac{2}{3}$ có phương trình là

- A. $2x + 3y = 0$. B. $2x - 3y - 9 = 0$. C. $3x - 2y - 13 = 0$. D. $2x - 3y - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hệ số góc: $y = k(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = \frac{2}{3}(x - 3) - 2 \Leftrightarrow 2x - 3y - 12 = 0$.

Câu 6: Đường thẳng đi qua điểm $B(2; 1)$ và nhận $\vec{u} = (1; -1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là

- A. $x - y - 1 = 0$. B. $x + y - 3 = 0$. C. $x - y + 5 = 0$. D. $x + y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng đi qua điểm $B(2; 1)$ và nhận $\vec{u} = (1; -1)$ làm vectơ chỉ phương $\Rightarrow \vec{n} = (1; 1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là $(x - 2) + (y - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3 = 0$.

2.2 Lập phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm cho trước

Ví dụ: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(0; -1)$, $B(3; 0)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng AB

Lời giải

Ta có $\vec{AB} = (3; 1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng AB . Do đó $\vec{n} = (1; -3)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng AB .

Phương trình tổng quát đường thẳng AB là $1(x - 0) - 3(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 3y - 3 = 0$.

Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2; 4)$, $B(-6; 1)$ là

- A. $3x + 4y - 10 = 0$. B. $3x - 4y + 22 = 0$. C. $3x - 4y + 8 = 0$. D. $3x - 4y - 22 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\vec{AB} = (-4; -3)$.

Đường thẳng AB qua điểm $A(-2; 4)$ và nhận 1 VTPT là $\vec{n} = (3; -4)$ nên có phương trình:

$$3(x + 2) - 4(y - 4) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + 22 = 0.$$

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy cho hai điểm $A(1; -3)$, $B(-2; 5)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm A , B .

- A. $8x + 3y + 1 = 0$. B. $8x + 3y - 1 = 0$. C. $-3x + 8y - 30 = 0$. D. $-3x + 8y + 30 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\vec{AB} = (-3; 8)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm A , B .

$\Rightarrow \vec{n} = (8; 3)$ là vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm A , B .

Phương trình tổng quát đường thẳng cần tìm là

$$8(x-1)+3(y+3)=0 \Leftrightarrow 8x+3y+1=0.$$

Câu 3: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(3;-1)$, $B(1;5)$ là:

A. $-x+3y+6=0$. B. $3x-y+10=0$. C. $3x-y+6=0$. D. $3x+y-8=0$.

Câu 4: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(2;-1)$, $B(2;5)$ là:

A. $x+y-1=0$. B. $2x-7y+9=0$. C. $x+2=0$. D. $x-2=0$.

Câu 5: Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(3;-7)$, $B(1;-7)$ là:

A. $y-7=0$. B. $y+7=0$. C. $x+y+4=0$. D. $x+y+6=0$.

Câu 6: Viết phương trình đường thẳng qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x-y+5=0$ và $d_2: 3x+2y-3=0$ và đi qua điểm $A(-3;-2)$.

A. $5x+2y+11=0$. B. $x-y-3=0$. C. $5x-2y+11=0$ D. $2x-5y+11=0$.

2.3 Phương trình các đường thẳng đặc biệt trong tam giác

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC với $A(2;-1)$, $B(4;5)$, $C(-3;2)$. Lập phương trình tổng quát của:

- Ba đường thẳng AB , BC , AC .
- Đường trung trực cạnh AB .
- Đường cao AH và đường trung tuyến AM của tam giác ABC .

Lời giải:

Đường thẳng AB qua $A(2;-1)$ và nhận $\overline{AB} = (2;6)$ làm vectơ chỉ phương

$\Rightarrow AB$ nhận $\vec{n} = (3;-1)$ làm vectơ pháp tuyến

Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là: $3(x-2)-1(y+1)=0 \Leftrightarrow 3x-y-7=0$

Đường thẳng AC qua $A(2;-1)$ và nhận $\overline{AC} = (-5;3)$ làm vectơ chỉ phương

$\Rightarrow AC$ nhận $\vec{n} = (3;5)$ làm vectơ pháp tuyến

Phương trình tổng quát của đường thẳng AC là: $3(x-2)+5(y+1)=0 \Leftrightarrow 3x+5y-1=0$

Đường thẳng BC qua $B(4;5)$ và nhận $\overline{BC} = (-7;-3)$ làm vectơ chỉ phương

$\Rightarrow BC$ nhận $\vec{n} = (3;-7)$ làm vectơ pháp tuyến

Phương trình tổng quát của đường thẳng BC là: $3(x-4)-7(y-5)=0 \Leftrightarrow 3x-7y+23=0$

b. Đường trung trực cạnh AB

Gọi I là trung điểm của AB , ta có $I\left(\frac{2+4}{2}; \frac{-1+5}{2}\right) \Rightarrow I(3;2)$.

Gọi d là đường trung trực của cạnh AB

Vì $d \perp AB$ nên d nhận $\overline{AB} = (2;6)$ làm vectơ pháp tuyến.

Đường thẳng d đi qua $I(3;2)$. và có vectơ pháp tuyến là $\overline{AB} = (2;6)$ nên có phương trình tổng quát là $2(x-3)+6(y-2)=0 \Leftrightarrow 2x+6y-18=0 \Leftrightarrow x+3y-9=0$.

c. Phương trình đường cao AH và đường trung tuyến AM của tam giác ABC .

Ta có $AH \perp BC$ nên AH nhận $\overline{BC} = (-7; -3)$ làm vectơ pháp tuyến và AH đi qua $A(2; -1)$ nên phương trình tổng quát của AH là

$$-7(x-2) - 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow -7x - 3y + 11 = 0 \Leftrightarrow 7x + 3y - 11 = 0.$$

AM là trung tuyến của tam giác nên M là trung điểm của BC

$$\Rightarrow M\left(\frac{4-3}{2}; \frac{5+2}{2}\right) \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right).$$

Đường thẳng AM đi qua $A(2; -1)$ và nhận $\overline{AM} = \left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$ làm vectơ chỉ phương

$\Rightarrow AM$ nhận $\vec{n} = (3; 1)$ làm vectơ pháp tuyến

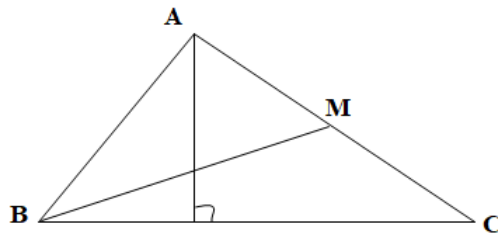
Phương trình tổng quát của AM là: $3(x-2) + (y+1) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 5 = 0.$

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác ABC có $A(1; 2), B(3; 0)$ và $C(-2; -1)$.

a) Lập phương trình đường cao kẻ từ A .

b) Lập phương trình đường trung tuyến kẻ từ B .

Lời giải



a) Lập phương trình đường cao kẻ từ A .

Đường cao kẻ từ A đi qua $A(1; 2)$ và nhận $\overline{CB} = (5; 1)$ là vectơ pháp tuyến có phương trình là

$$5x + y - 7 = 0.$$

b) Lập phương trình đường trung tuyến kẻ từ B .

Gọi M là trung điểm của AC thì $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Đường trung tuyến kẻ từ B nhận $\overline{MB} = \left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ là vectơ chỉ phương nên có vectơ pháp tuyến

là $\vec{n} = (1; 7)$ và đi qua $B(3; 0)$ nên có phương trình là: $x + 7y - 3 = 0.$

Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Cho tam giác ABC với $A(2; 4); B(2; 1); C(5; 0)$. Trung tuyến CM đi qua điểm nào dưới đây?

A. $\left(14; \frac{9}{2}\right)$.

B. $\left(10; -\frac{5}{2}\right)$.

C. $(-7; -6)$.

D. $(-1; 5)$.

Lời giải

Chọn D.

M là trung điểm của AB nên $M\left(2; \frac{5}{2}\right); \overline{CM} = \left(-3; \frac{5}{2}\right)$.

Phương trình tham số của đường thẳng CM là $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = \frac{5}{2}t \end{cases}$.

Với $t = 2$ thì $\begin{cases} x = -1 \\ y = 5 \end{cases}$.

Câu 2: Cho $A(-2;3)$, $B(4;-1)$. Viết phương trình đường trung trực của đoạn AB .

A. $x + y + 1 = 0$. B. $2x + 3y - 5 = 0$. C. $3x - 2y - 1 = 0$. D. $2x - 3y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow M(1;1)$.

Câu 3: Cho tam giác ABC với $A(2;-1)$, $B(4;5)$, $C(-3;2)$. Phương trình tổng quát của đường cao đi qua đỉnh A của tam giác ABC là

A. $3x + 7y + 1 = 0$. B. $-3x + 7y + 13 = 0$. C. $7x + 3y + 13 = 0$. D.

$7x + 3y - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$\overrightarrow{BC} = (-7; -3) = -(7; 3) \Rightarrow \vec{n} = (7; 3)$ là một véc tơ pháp tuyến của đường cao qua A .

Vậy phương trình tổng quát của đường cao qua A là $7x + 3y - 11 = 0$.

Phương trình đường trung trực của đoạn AB qua $M(1;1)$ nhận $\overrightarrow{AB} = (6; -4)$ là vectơ pháp tuyến có dạng: $6(x - 1) - 4(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - 1 = 0$.

Câu 4: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho ΔABC có $A(1; 2)$, $B(4; -2)$, $C(-3; 5)$. Một véc tơ chỉ phương của đường phân giác trong của góc A là

A. $\vec{u} = (2; 1)$. B. $\vec{u} = (1; -1)$. C. $\vec{u} = (1; 1)$. D. $\vec{u} = (1; 2)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (-4; 3) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$, suy ra ΔABC là tam giác cân tại A .

Gọi M là trung điểm của BC khi đó \overrightarrow{AM} là véc tơ chỉ phương của đường phân giác trong của góc A .

Ta có $\begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{4 + (-3)}{2} = \frac{1}{2} \\ y_M = \frac{-2 + 5}{2} = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{AM} = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Vậy một véc tơ chỉ phương của đường phân giác trong của góc A có dạng $\vec{u} = (1; 1)$.

Câu 5: Cho hai điểm $A(1; -4)$, $B(3; 2)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng trung trực của đoạn thẳng AB .

A. $3x + y + 1 = 0$.

B. $x + 3y + 1 = 0$.

C. $3x - y + 4 = 0$.

D.

$x + y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của } AB \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = -1 \end{cases} \Rightarrow M(2; -1).$$

$$\text{Phương trình đường trung trực của đoạn thẳng } AB \begin{cases} VTPT \overline{AB} = (2; 6) \\ \text{đi qua } M(2; -1) \end{cases}.$$

PTTQ: $2(x - 2) + 6(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 1 = 0$.

Câu 6: Cho hai điểm $A(1; 1)$, $B(0; -2)$, $C(4; 2)$. Phương trình tổng quát của đường trung tuyến đi qua điểm A của tam giác ABC là

A. $2x + y - 3 = 0$.

B. $x + 2y - 3 = 0$.

C. $x + y - 2 = 0$.

D. $x - y = 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của cạnh } BC \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = 2 \\ y_M = 0 \end{cases} \Rightarrow M(2; 0).$$

Ta có $\overline{AM} = (1; -1) \Rightarrow \overline{n_{AM}} = (1; 1)$.

$$\text{Phương trình đường trung tuyến } AM : \begin{cases} VTPT \overline{n_{AM}} = (1; 1) \\ \text{đi qua } A(1; 1) \end{cases}.$$

PTTQ: $x + y - 2 = 0$.

Câu 7: Cho tam giác ABC với $A(1; 1)$, $B(0; -2)$, $C(4; 2)$. Phương trình tổng quát của đường trung tuyến đi qua điểm B của tam giác ABC là

A. $7x + 7y + 14 = 0$.

B. $5x - 3y + 1 = 0$.

C. $3x + y - 2 = 0$.

D.

$-7x + 5y + 10 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của cạnh } AC \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_C}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_C}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{5}{2} \\ y_M = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Ta có $\overline{BM} = \left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right) \Rightarrow \overline{n_{BM}} = (7; -5)$.

$$\text{Phương trình đường trung tuyến } BM : \begin{cases} VTPT \overline{n_{BM}} = (7; -5) \\ \text{đi qua } B(0; -2) \end{cases}.$$

PTTQ: $7x - 5y - 10 = 0 \Leftrightarrow -7x + 5y + 10 = 0$.

Câu 8: Cho tam giác ABC với $A(2;-1)$, $B(4;5)$, $C(-3;2)$. Phương trình tổng quát của đường cao đi qua điểm A của tam giác ABC là

- A. $3x+7y+1=0$. B. $-3x+7y+13=0$. C. $7x+3y+13=0$. **D.**
 $7x+3y-11=0$.

Lời giải

Chọn D.

$\overrightarrow{BC} = (-7; -3) = -(7; 3) \Rightarrow \vec{n} = (7; 3)$ là một véc tơ pháp tuyến của đường cao qua A .

Vậy phương trình tổng quát của đường cao qua A là $7x+3y-11=0$.

Câu 9: Trong mp(Oxy), cho tam giác ABC với $A(2;6)$, $B(-3;-4)$ và $C(5;1)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC .

- A. $H\left(-\frac{57}{11}; -\frac{10}{11}\right)$. B. $H\left(\frac{57}{11}; -\frac{10}{11}\right)$. **C. $H\left(\frac{57}{11}; \frac{10}{11}\right)$.** D. $H\left(-\frac{57}{11}; \frac{10}{11}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình đường thẳng đi qua $B(-3;-4)$ và nhận $\overrightarrow{AC} = (3;-5)$ làm VTPT có dạng:

$$3(x+3)-5(y+4)=0 \Leftrightarrow 3x-5y-11=0.$$

Phương trình đường thẳng đi qua $A(2;6)$ và nhận $\overrightarrow{BC} = (8;5)$ làm VTPT có dạng:

$$8(x-2)+5(y-6)=0 \Leftrightarrow 8x+5y-46=0.$$

Suy ra tọa độ H thỏa mãn hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x-5y=11 \\ 8x+5y=46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{57}{11} \\ y=\frac{10}{11} \end{cases}.$$

Vậy $H\left(\frac{57}{11}; \frac{10}{11}\right)$ là tọa độ cần tìm.

2.4 Lập phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua một điểm song song hoặc vuông góc với đường thẳng cho trước

Ví dụ 1: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d:

- a. Đi qua điểm $A(2; 3)$ và song song với đường thẳng $d_2: x + 3y + 2 = 0$;
 b. Đi qua điểm $B(4; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $d_3: 3x - y + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải:

a. Vì d song song với $d_2: x + 3y + 2 = 0$; nên d nhận $\vec{n} = (1; 3)$ là vectơ pháp tuyến.

Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $A(2; 3)$ và nhận $\vec{n} = (1; 3)$ là vectơ pháp tuyến là: $(x - 2) + 3(y - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 11 = 0$

b. Vì d vuông góc với $d_3: 3x - y + 1 = 0$; nên d nhận $\vec{n} = (1; 3)$ là vectơ pháp tuyến.

Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $B(4; -1)$ và nhận $\vec{n} = (1; 3)$ là vectơ pháp tuyến là: $(x - 4) + 3(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 1 = 0$

Ví dụ 2: Cho 3 đường thẳng $d_1: 3x - 2y + 5 = 0$, $d_2: 2x + 4y - 7 = 0$, $d_3: 3x + 4y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của d_1, d_2 và song song với d_3 .

Lời giải

Tọa độ giao điểm M của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ 2x + 4y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{8} \\ y = \frac{31}{16} \end{cases} \Rightarrow M\left(-\frac{3}{8}; \frac{31}{16}\right).$$

Phương trình tổng quát của đường thẳng d song song với d_3 qua $M\left(-\frac{3}{8}; \frac{31}{16}\right)$ là:

$$3\left(x + \frac{3}{8}\right) + 4\left(y - \frac{31}{16}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y - \frac{53}{8} = 0 \Leftrightarrow 24x + 32y - 53 = 0.$$

Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d : x - 2y + 1 = 0$ và điểm $M(2; 3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d là

A. $x + 2y - 8 = 0$. **B.** $x - 2y + 4 = 0$. **C.** $2x - y - 1 = 0$. **D.**

$2x + y - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Δ vuông góc $d : x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow \Delta$ có VTPT là $\vec{n} = (2; 1)$.

Δ qua $M(2; 3)$ nên có phương trình là $2(x - 2) + (y - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 7 = 0$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d : x - 2y + 1 = 0$. Nếu đường thẳng Δ qua điểm $M(1; -1)$ và Δ song song với d thì Δ có phương trình

A. $x - 2y + 3 = 0$. **B.** $x - 2y - 3 = 0$. **C.** $x - 2y + 5 = 0$. **D.**

$x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng d có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; -1)$ và Δ song song với d nên Δ nhận $\vec{n} = (1; -2)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là $(x - 1) - 2(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 3 = 0$.

Câu 3: Lập phương trình tổng quát đường thẳng đi qua điểm $A(2; 1)$ và song song với đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$.

A. $3x + 2y - 8 = 0$. **B.** $2x + 3y - 7 = 0$. **C.** $3x - 2y - 4 = 0$. **D.**

$2x + 3y + 7 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

* Δ song song với đường thẳng $2x + 3y - 2 = 0$ nên Δ có dạng: $2x + 3y + m = 0 (m \neq -2)$.

* Δ đi qua điểm $A(2; 1)$ nên ta có $2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 + m = 0 \Leftrightarrow m = -7 \Rightarrow \Delta : 2x + 3y - 7 = 0$.

Câu 4: Đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2)$ và song song với đường thẳng $d : 4x + 2y + 1 = 0$ có phương trình tổng quát là

A. $4x + 2y + 3 = 0$. **B.** $2x + y + 4 = 0$. **C.** $2x + y - 4 = 0$. **D.** $x - 2y + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng d' song song với đường thẳng $d: 4x + 2y + 1 = 0$ nên phương trình d' có dạng:
 $d': 2x + y + c = 0$

d' đi qua $M(1; 2)$ nên ta có: $2 \cdot 1 + 2 + c = 0 \Leftrightarrow c = -4$

Vậy $d': 2x + y - 4 = 0$

Câu 5: Đường thẳng đi qua điểm $M(1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $d: 4x + 2y + 1 = 0$ có phương trình tổng quát là

A. $4x - 2y + 3 = 0$. B. $2x - 4y + 4 = 0$. C. $2x - 4y + 6 = 0$. D.

$x - 2y + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có đường thẳng $\Delta \perp d \Rightarrow \vec{u}_\Delta = \vec{n}_d \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (2; 1) \Rightarrow \vec{n}_\Delta = (1; -2)$.

Phương trình đường thẳng $\Delta \begin{cases} VTPT \vec{n}_\Delta = (1; -2) \\ đi qua M(1; 2) \end{cases} \Delta: x - 1 - 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 3 = 0$.

Câu 6: Cho đường thẳng $d: 2x - y + 5 = 0$. Viết được phương trình tổng quát đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 4)$ và vuông góc với đường thẳng d .

A. $x + 2y + 10 = 0$. B. $x + 2y - 10 = 0$. C. $2x + y - 8 = 0$. D.

$2x + y + 8 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Vectơ pháp tuyến của d là $\vec{n} = (2; -1)$.

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (1; 2)$.

Do đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng d nên vectơ pháp tuyến của Δ là $\vec{n} = (1; 2)$.

Phương trình tổng quát đường thẳng Δ là $1(x - 2) + 2(y - 4) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 10 = 0$.

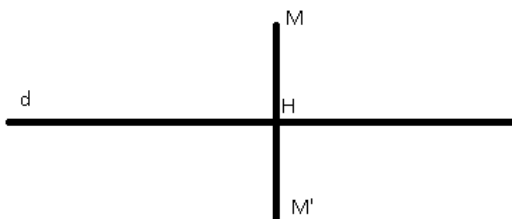
2.5 Tìm tọa độ hình chiếu, điểm đối xứng

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng Oxy cho điểm $M(2; 1)$ và đường thẳng $d: x - y + 2 = 0$

a) Tìm tọa độ hình chiếu H của M trên d .

b) Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với M qua d .

Lời giải



a) Vì HM vuông góc $d: x - y + 2 = 0$ nên nhận $\vec{n} = (1; 1)$ làm vectơ pháp tuyến và HM đi qua

$M(2; 1)$ nên phương trình của HM : $1(x - 2) + 1(y - 1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3 = 0$.

H là giao điểm của HM và d nên tọa độ H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Vậy } H\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

b) Vì M' đối xứng với M qua d nên H là trung điểm MM' . Do đó:

$$\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M \\ y_{M'} = 2y_H - y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = 2 \cdot \frac{1}{2} - 2 \\ y_{M'} = 2 \cdot \frac{5}{2} - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases}. \text{ Vậy } M'(-1; 4).$$

Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;1)$ lên đường thẳng $d: 2x + y - 7 = 0$ có tọa độ là.

A. $\left(\frac{14}{5}; \frac{7}{5}\right)$.

B. $\left(-\frac{14}{5}; -\frac{7}{5}\right)$.

C. $(3;1)$.

D. $\left(\frac{5}{3}; \frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng qua $A(2;1)$ và vuông góc với d có phương trình: $x - 2y = 0$ (Δ).

Gọi A' là hình chiếu của A lên d khi đó $A' = \Delta \cap d$. Tọa độ A' là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y - 7 = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{14}{5} \\ y = \frac{7}{5} \end{cases}. \text{ Vậy } A'\left(\frac{14}{5}; \frac{7}{5}\right).$$

Câu 2: Cho đường thẳng $d: -3x + y - 3 = 0$ và điểm $N(-2;4)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của N trên d là

A. $(-3; -6)$.

B. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{11}{3}\right)$.

C. $\left(\frac{2}{5}; \frac{21}{5}\right)$.

D. $\left(\frac{1}{10}; \frac{33}{10}\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có phương trình đường thẳng d' đi qua điểm $N(-2;4)$ và vuông góc với đường thẳng

$d: -3x + y - 3 = 0$ có phương trình là $d': x + 3y - 10 = 0$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của N trên d . Khi đó tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} -3x + y - 3 = 0 \\ x + 3y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{10} \\ y = \frac{33}{10} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{1}{10}; \frac{33}{10}\right).$$

Câu 3: Cho điểm $M(1;2)$ và đường thẳng $d: 2x + y - 5 = 0$. Tọa độ của điểm đối xứng với điểm M qua d là

A. $\left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}\right)$.

B. $(-2; 6)$.

C. $\left(0; \frac{3}{2}\right)$.

D. $(3; -5)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có phương trình đường thẳng d' đi qua điểm $M(1;2)$ và vuông góc với đường thẳng

$d: 2x + y - 5 = 0$ có phương trình là $d': -x + 2y - 3 = 0$

Gọi I là giao điểm của d và d' . Khi đó tọa độ I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ -x + 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = \frac{11}{5} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{7}{5}; \frac{11}{5}\right)$$

Gọi M' là điểm đối xứng của M qua đường thẳng d .

Khi đó I là trung điểm của MM' suy ra
$$\begin{cases} x_{M'} = 2x_I - x_M = \frac{9}{5} \\ y_{M'} = 2y_I - y_M = \frac{12}{5} \end{cases} \Rightarrow M'\left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}\right).$$

2.6 Bài toán khác về phương trình tổng quát

Câu 1: Đường thẳng $5x + 3y = 15$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng

A. 15.

B. 7,5.

C. 3.

D. 5.

Lời giải

Chọn B.

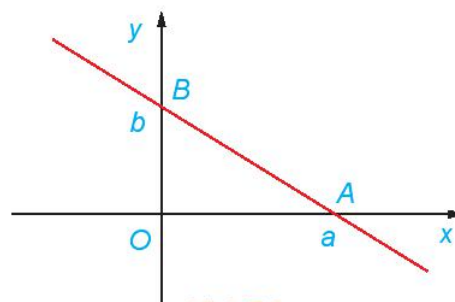
Giả sử $d: 5x + 3y = 15$

Gọi
$$\begin{cases} A = d \cap Ox \\ B = d \cap Oy \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(3;0) \\ B(0;5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} OA = 3 \\ OB = 5 \end{cases}.$$

d chắn hai trục tọa độ tam giác OAB vuông tại O có diện tích $S = \frac{1}{2}OA \cdot OB = 7,5$

Chúng minh rằng, đường thẳng đi qua hai điểm $A(a;0), B(0;b)$ với $ab \neq 0$ (H.7.3) có phương trình là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$



Hình 7.3

Lời giải

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(a;0), B(0;b)$ nhận $\overrightarrow{AB} = (-a;b)$ làm vectơ chỉ phương thì có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (b;a)$. Khi đó phương trình đường thẳng là: $bx + ay - ab = 0$.

Vì $ab \neq 0$ nên chia cả hai vế của phương trình cho ab ta được phương trình là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

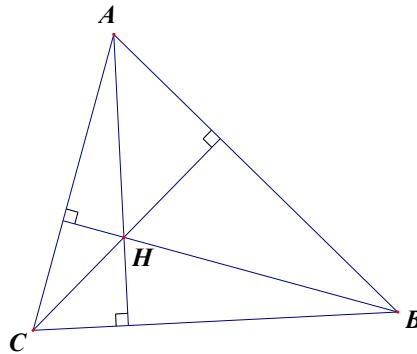
Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (a; b)$. Khi đó phương trình tổng quát của đường thẳng có dạng: $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0 \Leftrightarrow ax + by + c = 0 (c = -ax_0 - by_0)$

Câu 2: Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình các cạnh và đường cao của tam giác là $AB: 7x - y + 4 = 0$; $BH: 2x + y - 4 = 0$; $AH: x - y - 2 = 0$. Phương trình đường cao CH của tam giác ABC là

- A. $7x - y = 0$.
 B. $x - 7y - 2 = 0$.
C. $x + 7y - 2 = 0$.
 D. $7x + y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi $H(x; y)$.

Ta có $H = AH \cap BH$.

Nên tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$, suy ra $H(2; 0)$.

Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 7)$.

Đường cao CH vuông góc với cạnh AB nên nhận \vec{u} làm vectơ pháp tuyến.

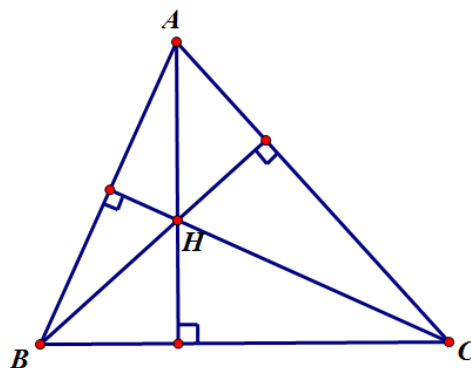
Vậy phương trình tổng quát của đường cao CH là $(x - 2) + 7(y - 0) = 0 \Leftrightarrow x + 7y - 2 = 0$.

Câu 3: Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1; 1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Phương trình cạnh BC là

- A. $4x - 2y + 1 = 0$.
 B. $x - 2y + 14 = 0$.
C. $x + 2y - 14 = 0$.
D. $x - 2y - 14 = 0$.

Lời giải

Chọn D.



Phương trình $AB: 5x - 2y + 6 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{AB} = (5; -2)$.

Phương trình $AC: 4x + 7y - 21 = 0 \Rightarrow \vec{n}_{AC} = (4; 7)$.

Ta có $BH \perp AC \Rightarrow \overrightarrow{n_{BH}} \cdot \overrightarrow{n_{AC}} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{BH}} = (7; -4)$.

Suy ra phương trình đường thẳng BH có $\begin{cases} \text{VTPT } \overrightarrow{n_{BH}} = (7; -4) \\ \text{Đi qua } \text{Điểm } H(1; 1) \end{cases}$.

$$BH: 7(x-1) - 4(y-1) = 0 \Leftrightarrow 7x - 4y - 3 = 0.$$

Ta có điểm B là giao điểm của hai đường thẳng AB và BH , suy ra tọa độ điểm B là nghiệm

của hệ phương trình $\begin{cases} 5x - 2y + 6 = 0 \\ 7x - 4y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -\frac{19}{2} \end{cases} \Rightarrow B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$.

Ta lại có $CH \perp AB \Rightarrow \overrightarrow{n_{CH}} \cdot \overrightarrow{n_{AB}} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{n_{CH}} = (2; 5)$.

Suy ra phương trình đường thẳng CH có $\begin{cases} \text{VTPT } \overrightarrow{n_{CH}} = (2; 5) \\ \text{Đi qua } \text{Điểm } H(1; 1) \end{cases}$.

$$CH: 2(x-1) + 5(y-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 5y - 7 = 0.$$

Ta có điểm C là giao điểm của hai đường thẳng AC và CH , suy ra tọa độ điểm C là nghiệm

của hệ phương trình $\begin{cases} 4x + 7y - 21 = 0 \\ 2x + 5y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{28}{3} \\ y = -\frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{28}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{BC} = \left(\frac{43}{3}; \frac{43}{6}\right) \Rightarrow \overrightarrow{n_{BC}} = (1; -2)$.

Phương trình cạnh BC có $\begin{cases} \text{VTPT } \overrightarrow{n_{BC}} = (1; -2) \\ \text{Đi qua } \text{Điểm } C\left(\frac{28}{3}; -\frac{7}{3}\right) \end{cases}$.

$$BC: x - \frac{28}{3} - 2\left(y + \frac{7}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 14 = 0.$$

Vậy $BC: x - 2y - 14 = 0$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $C(1; -2)$, đường cao $BH: x - y + 2 = 0$, đường phân giác trong $AN: 2x - y + 5 = 0$. Tọa độ điểm A là.

- A.** $A\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}\right)$. **B.** $A\left(-\frac{4}{3}; \frac{7}{3}\right)$. **C.** $A\left(-\frac{4}{3}; -\frac{7}{3}\right)$. **D.** $A\left(\frac{4}{3}; -\frac{7}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng AC qua $C(1; -2)$ và vuông góc với BH nên có phương trình $AC: x + y - 1 = 0$

Khi đó tọa độ điểm A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{4}{3} \\ y = \frac{7}{3} \end{cases}$. Vậy $A\left(-\frac{4}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Câu 5: Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, với $a \neq 0, b \neq 0$, đi qua điểm $M(-1; 6)$ và tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S = a + 2b$.

A. $S = 10$.

B. $S = 6$.

C. $S = \frac{-5+7\sqrt{7}}{3}$.

D. $S = -\frac{74}{3}$.

Lời giải**Chọn A.**

$$d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ đi qua điểm } M(-1;6) \Rightarrow \frac{-1}{a} + \frac{6}{b} = 1(1).$$

Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ tạo với các tia $Ox; Oy$ tam giác có diện tích bằng 4 $\Rightarrow ab = 8(2)$

$$\text{Từ (1);(2)} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-1}{a} + \frac{6}{b} = 1 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-1}{a} + \frac{6}{b} = 1 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-b}{8} + \frac{6}{b} = 1 \\ ab = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = 2 \end{cases} \text{(nhận) hoặc } \begin{cases} b = -12 \\ a = -\frac{3}{2} \end{cases} \text{(Loại)}$$

$$\Rightarrow a + 2b = 10.$$

Câu 6: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(0;-5)$ và $B(3;0)$

A. $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$.

B. $-\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1$.

C. $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 1$.

D. $\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 1$.

Lời giải**Chọn C.**

Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;-5)$ và $B(3;0)$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{-5} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 1.$$

Câu 7: Lập phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x - 2y + 12 = 0$ và cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho $AB = \sqrt{13}$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $3x - 2y + 12 = 0$.

B. $3x - 2y - 12 = 0$.

C. $6x - 4y - 12 = 0$.

D.

$$3x - 4y - 6 = 0.$$

Lời giải**Chọn C.****Cách 1: Tự luận**

Vì $\Delta // d$ nên Δ có dạng $3x - 2y + c = 0$ với $c \neq 12$.

Δ cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B suy ra tọa độ của $A\left(-\frac{c}{3}; 0\right)$ và $B\left(0; -\frac{c}{2}\right)$.

$$\text{Theo đề bài } AB = \sqrt{13} \Leftrightarrow AB^2 = 13 \Leftrightarrow \left(\frac{c}{3}\right)^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = 13 \Leftrightarrow c^2 = 36 \Leftrightarrow c = \pm 6.$$

Với $c = 6$: $\Delta: 3x - 2y + 6 = 0$.

Với $c = -6$: $\Delta: 3x - 2y - 6 = 0$ hay $\Delta: 6x - 4y - 12 = 0$.

Cách 2: Trắc nghiệm

A: $\Delta \equiv d \Rightarrow$ loại A.

D: $\Delta \cap d \Rightarrow$ loại D.

B: $\Delta // d$. $\Delta \cap Ox = A \Rightarrow A(4;0)$, $\Delta \cap Oy = B \Rightarrow B(0;6)$. $AB = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} \neq \sqrt{13}$.

\Rightarrow loại B.

II. Phương trình tham số của đường thẳng

1. Dạng 1. Xác định vectơ chỉ phương của đường thẳng

- Kiểm tra điểm thuộc đường thẳng

Ví dụ: Cho đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + t \end{cases}$

- Chỉ ra một vectơ chỉ phương của Δ .
- Tìm điểm nằm trên Δ có hoành độ bằng 2
- Tìm điểm nằm trên Δ có tung độ bằng -1
- Chỉ ra tọa độ của hai điểm thuộc đường thẳng Δ .
- Điểm nào trong các điểm $C(-1;-1)$; $D(1;3)$ thuộc đường thẳng Δ .

Lời giải

a) Một vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (-2;1)$

b) Thế $x = 2$ vào phương trình $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + t \end{cases}$ ta được $\begin{cases} 2 = 1 - 2t \\ y = -2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ y = -2 - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2} \end{cases}$

Vậy điểm cần tìm là $\left(2; -\frac{5}{2}\right)$

c) Thế $y = -1$ vào phương trình $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + t \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ -1 = -2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 2.1 = -1 \\ t = 1 \end{cases}$

Vậy điểm cần tìm là $(-1; -1)$

c. Gọi $M \in \Delta \Rightarrow M(1-2t; -2+t)$

Chọn $t = -1 \Rightarrow M_1(3; -3)$

Chọn $t = 0 \Rightarrow M_2(1; -2)$

d. Thay tọa độ điểm $C(-1; -1)$ vào đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} -1 = 1 - 2t \\ -1 = -2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1. \text{ Vậy } C(-1; -1) \in \Delta .$$

Thay tọa độ điểm $D(1; 3)$ vào đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} 1 = 1 - 2t \\ 3 = -2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 5 \end{cases} \text{ (1)}$$

Hệ (1) vô nghiệm nên $D(1; 3) \notin \Delta$.

Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Cho đường thẳng d có: $2x + 5y - 6 = 0$. Tìm tọa độ một vectơ chỉ phương \vec{u} của d .

- A. $\vec{u} = (2; 5)$. B. $\vec{u} = (5; 2)$. C. $\vec{u} = (5; -2)$. D. $\vec{u} = (-5; -2)$.

Lời giải

Chọn C.

Vectơ pháp tuyến của d là $\vec{n} = (2; 5)$.

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (5; -2)$.

Câu 2: Tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - 5t \end{cases}$.

- A. $\vec{u} = (2; -5)$. B. $\vec{u} = (5; 2)$. C. $\vec{u} = (-1; 3)$. D. $\vec{u} = (-3; 1)$.

Lời giải

Chọn A.

Một vector chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u} = (2; -5)$.

Câu 3: Vector chỉ phương của đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - t \end{cases}$ là:

A. $\vec{u}_1 = (2; -3)$. B. $\vec{u}_2 = (3; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (3; 1)$. D. $\vec{u}_4 = (3; -3)$.

Câu 4: Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3; 2)$ và $B(1; 4)$?

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2)$. B. $\vec{u}_2 = (2; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (-2; 6)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 1)$.

Câu 5: Vector chỉ phương của đường thẳng $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ là:

A. $\vec{u}_4 = (-2; 3)$ B. $\vec{u}_2 = (3; -2)$ C. $\vec{u}_3 = (3; 2)$ D. $\vec{u}_1 = (2; 3)$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y - 6 = 0$ nên đường thẳng có VTPT là $\vec{n} = (2; 3)$. Suy ra VTCP là $\vec{u} = (3; -2)$.

Câu 6: Đường thẳng $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-6}{1}$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của d là:

A. $(2; 1)$ B. $(2; -1)$ C. $(1; 2)$ D. $(1; -2)$

Câu 7: Đường thẳng $\frac{x-5}{2} = \frac{6-y}{-1}$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của d là:

A. $(2; 1)$ B. $(2; -1)$ C. $(1; 2)$ D. $(1; -2)$

Câu 8: Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 1)$ và $B(-3; 5)$ nhận vector nào sau đây làm vector chỉ phương?

A. $\vec{d} = (3; 1)$. B. $\vec{a} = (1; -1)$. C. $\vec{b} = (1; 1)$. D. $\vec{c} = (-2; 6)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có

Nếu \vec{u} là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là một vector chỉ phương. Đường thẳng đi qua hai điểm A và B nhận vector $\vec{AB} = (-4; 4) = -4(1; -1)$ làm một vector chỉ phương nên vector $\vec{a} = (1; -1)$ là một vector chỉ phương.

Câu 9: Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng AB , với $A(-2; 1)$ và $B(4; 3)$. Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là

A. $\vec{c} = (1; -3)$. B. $\vec{a} = (3; 1)$. C. $\vec{d} = (1; 3)$. D. $\vec{b} = (3; -1)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\vec{AB} = (6; 2)$. Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng AB nên nhận \vec{AB} làm một vector pháp tuyến, do đó Δ có một vector chỉ phương là $\vec{c} = (1; -3)$.

Câu 10: Cho phương trình tham số của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào dưới đây

- A. $M(1;-2)$ **B. $N(3;5)$** C. $P(-1;-2)$ D. $Q(-3;5)$

Câu 11: Điểm $M(2;-3)$ thuộc đường thẳng nào sau đây:

- A. $\Delta: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t \end{cases}$ B. $\Delta_1: \begin{cases} x=1+2t \\ y=7+t \end{cases}$ C. $\Delta_2: \begin{cases} x=3+3t \\ y=7-4t \end{cases}$ **D. $\Delta_3: \begin{cases} x=3+t \\ y=-7-4t \end{cases}$**

2. Dạng 2 Lập phương trình tham số hoặc chính tắc của đường thẳng

Phương pháp:

-Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và $\vec{u} = (a; b)$ là VTCP. Khi đó phương trình tham số của đường thẳng có dạng:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad t \in R.$$

-Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và $\vec{u} = (a; b)$ (với $a \neq 0, b \neq 0$) là VTCP. Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng có dạng:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$$

Ví dụ 1: Lập phương trình tham số hoặc chính tắc (nếu có) của các đường thẳng sau:

- Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1)$ và nhận $\vec{u} = (-3; 2)$ làm vectơ chỉ phương.
- Đường thẳng d_1 đi qua điểm $B(-2; 3)$ và nhận $\vec{n} = (-1; 4)$ làm vectơ pháp tuyến.
- Đường thẳng d đi qua 2 điểm $A(2; -1)$ và $B(2; 5)$.

Lời giải

a) Đường thẳng d đi qua điểm $A(2;-1)$ và nhận $\vec{u} = (-3; 2)$ làm vectơ chỉ phương

nên có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$.

Phương trình chính tắc là $\frac{x-2}{-3} = \frac{y+1}{2}$

b) Đường thẳng d_1 nhận $\vec{n} = (-1; 4)$ làm vectơ pháp tuyến nên d_1 có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; 1)$

Đường thẳng d_1 đi qua điểm $B(-2; 3)$ và nhận $\vec{u} = (4; 1)$ làm vectơ chỉ phương

nên có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

Phương trình chính tắc là $\frac{x+2}{4} = \frac{y-3}{1}$

c) Đường thẳng d_2 đi qua 2 điểm $A(2; -1)$ và $B(2; 5)$ nên có vectơ chỉ phương là

$\vec{AB} = (0; 6)$. Chọn vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (0; 1)$

Phương trình tham số của d_2 là:
$$\begin{cases} x = 2 \\ y = t \end{cases}$$
.

Đường thẳng d_2 không có phương trình chính tắc

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ, cho $\vec{n} = (2; 1)$, $\vec{v} = (3; 2)$, $A(1; 3)$, $B(-2; 1)$.

- Lập phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_1 đi qua A và có vectơ pháp tuyến \vec{n} .
- Lập phương trình tham số của đường thẳng Δ_2 đi qua B và có vectơ chỉ phương \vec{v} .
- Lập phương trình tham số của đường thẳng AB .

Lời giải

a) Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ_1 đi qua A và có vectơ pháp tuyến \vec{n} là

$$2(x-1) + (y-3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 5 = 0.$$

b) Phương trình tham số của đường thẳng Δ_2 đi qua B và có vectơ chỉ phương \vec{v} là

$$\Delta_2 : \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + 2t. \end{cases}$$

c) Lập phương trình tham số của đường thẳng AB .

Đường thẳng AB đi qua điểm A và có vectơ chỉ phương $\vec{AB} = (-3; -2)$ là

$$\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 3 - 2t. \end{cases}$$

Ví dụ 3: Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$ và $\Delta_2 : 2x + 3y - 5 = 0$.

- Lập phương trình tổng quát của Δ_1 .
- Lập phương trình tham số của Δ_2 .

Lời giải

a) Lập phương trình tổng quát của Δ_1 .

Đường thẳng Δ_1 đi qua điểm $M(1; 3)$, có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 5)$ nên Δ_1 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (5; -2)$. Khi đó phương trình tổng quát của Δ_1 là: $5x - 2y + 1 = 0$.

b) Lập phương trình tham số của Δ_2 .

Đường thẳng Δ_2 đi qua điểm $N(1; 1)$, có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; 3)$ nên Δ_2 có vectơ chỉ

phương $\vec{u} = (3; -2)$. Khi đó phương trình tham số của Δ_2 là:
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 2t. \end{cases}$$

Ví dụ 4: Cho đường thẳng d có phương trình tham số là:

$$\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 2 + 2t. \end{cases}$$

- Lập phương trình tổng quát của đường thẳng d .
- Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng d lần lượt với các trục Ox , Oy .
- Đường thẳng d có đi qua điểm $M(-7; 5)$ hay không?

Lời giải

a. Đường thẳng d đi qua $A(-1; 2)$, nhận $\vec{u} = (-3; 2)$ làm vectơ chỉ phương \Rightarrow nhận $\vec{n} = (2; 3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Phương trình tổng quát của đường thẳng d là: $2(x+1)+3.(y-2) = 0$ hay $d:: 2x+3y-4 = 0$

b. Cho $y = 0 \Rightarrow 2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$. Vậy giao điểm của d với Ox là $A(2;0)$

Cho $x = 0 \Rightarrow 3y - 4 = 0 \Rightarrow y = \frac{4}{3}$. Vậy giao điểm của d với Oy là $B(0; \frac{4}{3})$

c. Thay tọa độ điểm $M(-7; 5)$ vào phương trình tổng quát của (d) ta được:

$$2.(-7) + 3.5 - 4 = 0 \Leftrightarrow -3 = 0 \text{ (vô lý)}$$

Vậy đường thẳng d không đi qua $M(-7; 5)$.

Ví dụ 5: Cho đường thẳng d có phương trình tổng quát là: $x - 2y - 5 = 0$

a. Lập phương trình tham số của đường thẳng d .

b. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $OM = 5$ với O là gốc tọa độ.

c. Tìm tọa độ điểm N thuộc d sao cho khoảng cách từ N đến trục hoành Ox là 3.

Bài giải:

a. Chọn $A(5; 0)$ thuộc d ; d có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -2)$

$\Rightarrow d$ nhận vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1)$

Đường thẳng d qua $A(5; 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1)$ có phương trình là:

$$\begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = t \end{cases} \text{ (t là tham số)}$$

b. Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $OM = 5$ với O là gốc tọa độ.

M thuộc $d \Rightarrow M(2t + 5; t)$

$$OM = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(2t+5)^2 + t^2} = 5 \Leftrightarrow (2t+5)^2 + t^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 5t^2 + 20t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow M(5; 0) \\ t = -4 \Rightarrow M(-3; -4) \end{cases}$$

Vậy có hai điểm M thỏa yêu cầu bài toán là

$M_1(5; 0)$ và $M_2(-3; -4)$

c. Tìm tọa độ điểm N thuộc d sao cho khoảng cách từ N đến trục hoành Ox là 3.

N thuộc $d \Rightarrow N(2t + 5; t)$

Gọi N' là hình chiếu của N trên trục $Ox \Rightarrow N'(2t+5; 0)$

$$\text{Khoảng cách từ } N \text{ đến trục } Ox \text{ là } NN' = \sqrt{0^2 + t^2} = 5 \Rightarrow t^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \Rightarrow N(15; 5) \\ t = -5 \Rightarrow N(-5; -5) \end{cases}$$

Vậy có hai điểm N thỏa yêu cầu bài toán là

$N_1(-5; -5)$ và $N_2(15; 5)$

Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2; -1)$ và nhận $\vec{u} = (-3; 2)$ làm

vectơ chỉ phương là

A. $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.

Câu 2: Cho hai điểm $A(5; 6)$, $B(-3; 2)$ Phương trình chính tắc của AB là

A. $\frac{x-5}{-2} = \frac{y-6}{1}$. B. $\frac{x-5}{2} = \frac{y-6}{-1}$. C. $\frac{x+5}{2} = \frac{y+6}{1}$. **D. $\frac{x+3}{-2} = \frac{y-2}{-1}$.**

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-8; -4) = 4(-2; -1)$ nên đường thẳng AB đi qua điểm $B(-3; 2)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{v} = (-2; -1)$ suy ra phương trình chính tắc của AB là $\frac{x+3}{-2} = \frac{y-2}{-1}$.

Câu 3: Đường thẳng Δ đi qua $M(3; -2)$ nhận $\vec{u} = (4; -5)$ là vectơ chỉ phương. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là:

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - 5t \end{cases}$ B. **$\begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -2 - 5t \end{cases}$** C. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -5 - 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 4 - 5t \end{cases}$

Câu 4: Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(2; -1)$ và $B(2; 5)$.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -6t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 6t \end{cases}$ C. **$\begin{cases} x = 2 \\ y = t \end{cases}$** D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 6t \end{cases}$

Câu 5: Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d: 2x - 6y + 23 = 0$?

A. **$\begin{cases} x = 0,5 + 3t \\ y = 4 + t \end{cases}$** B. $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = 5,5 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 5,5 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = 5,5 + t \end{cases}$

Câu 6: Phương trình đường thẳng cắt hai trục tọa độ tại $A(-2; 0)$ và $B(0; 3)$ là

A. $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$. B. $3x - 2y - 6 = 0$. C. $2x + 3y - 6 = 0$. **D. $3x - 2y + 6 = 0$.**

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với $A(3; -2); B(4; 7); C(-1; 1)$ phương trình tham số đường trung tuyến AM là

A. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -2 + 4t \end{cases}$ **D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \end{cases}$.**

Lời giải

Chọn D.

Vì M là trung điểm của BC nên $M\left(\frac{4-1}{2}; \frac{7+1}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}; 4\right)$.

$$\overrightarrow{AM} = \left(\frac{3}{2} - 3; 4 + 2\right) = \left(-\frac{3}{2}; 6\right) = -\frac{3}{2}(1; -4).$$

Đường trung tuyến AM đi qua điểm $A(3; -2)$ và nhận $\vec{u} = (1; -4)$ làm vectơ chỉ phương nên có

phương trình $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2 - 4t \end{cases}$

Câu 8: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $A(2; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$. Tìm tọa

độ điểm M thuộc đường thẳng Δ sao cho $AM = \sqrt{10}$.

A. $M(-1; 2), M(4; 3)$.

B. $M(-1; 2), M(3; 4)$.

C. $M(1; -2), M(3; 4)$.

D. $M(2; -1), M(3; 4)$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $M(-1+2t; 2+t)$.

$$\text{Do } AM = \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{(2t-3)^2 + (t+1)^2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow 5t^2 - 10t + 10 = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=2 \end{cases}$$

Với $t=0 \Rightarrow M(-1; 2)$.

Với $t=2 \Rightarrow M(3; 4)$.

Vậy $M(-1; 2)$ hoặc $M(3; 4)$.

Câu 9: Cho hai điểm $A(-1; 2)$, $B(3; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \end{cases}$. Tọa độ điểm C thuộc Δ

để tam giác ACB cân tại C là

A. $\left(\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right)$.

B. $\left(\frac{7}{6}; -\frac{13}{6}\right)$.

C. $\left(\frac{13}{6}; \frac{7}{6}\right)$.

D. $\left(-\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

$$C \in \Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \end{cases} \Rightarrow C(1+t; 2+t)$$

$$CA = CB \Leftrightarrow (t+2)^2 + t^2 = (t-2)^2 + (t+1)^2 \Leftrightarrow t = \frac{1}{6} \Rightarrow C\left(\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right)$$

Câu 10: Cho đường thẳng d có phương trình tham số là $\begin{cases} x=-1+3t \\ y=2-t \end{cases}$. Phương trình tổng quát

của d :

A. $3x - y + 5 = 0$. **B.** $x + 3y = 0$. **C.** $x + 3y - 5 = 0$. **D.** $3x - y + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Từ phương trình tham số của d ta có: $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-1} \Leftrightarrow x + 3y - 5 = 0$.

Câu 11: Đường thẳng d có phương trình tổng quát $4x + 5y - 8 = 0$. Phương trình tham số của d là

A. $\begin{cases} x=-5t \\ y=4t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=5t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=2+5t \\ y=4t \end{cases}$.

D.

$\begin{cases} x=2+5t \\ y=-4t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

Từ phương trình tổng quát của d ta thấy d qua $M(2; 0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (4; 5)$ suy

ra d có vector chỉ phương $\vec{u} = (5; -4)$. Phương trình tham số của d là $\begin{cases} x=2+5t \\ y=-4t \end{cases}$.

Câu 12: Đường thẳng $d: \begin{cases} x=3-5t \\ y=1+4t \end{cases}$ có phương trình tổng quát là:

A. $4x + 5y - 17 = 0$. **B.** $4x - 5y + 17 = 0$. **C.** $4x + 5y + 17 = 0$. **D.** $4x - 5y - 17 = 0$.

Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và điểm $M(-1; 6)$. Phương trình đường thẳng đi qua

M và vuông góc với Δ là

- A. $3x - y + 9 = 0$. B. $x + 3y - 17 = 0$. C. $3x + y - 3 = 0$. D. $x - 3y + 19 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

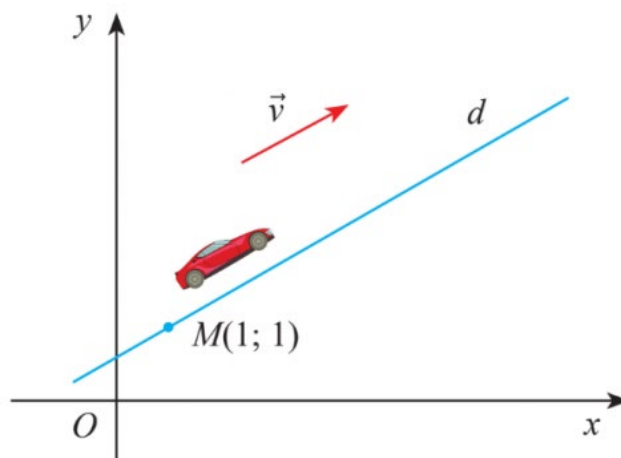
Δ có một vector chỉ phương $\vec{u} = (3; 1)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với Δ nên d có vector pháp tuyến $\vec{n} = \vec{u} = (3; 1)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng d là $3(x+1) + (y-6) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 3 = 0$.

3. Dạng 3: toán thực tế về phương trình đường thẳng

Ví dụ 1: Một trò chơi đua xe ô tô vượt sa mạc trên máy tính đã xác định trước một hệ trục tọa độ Oxy. Cho biết một ô tô chuyển động thẳng đều từ điểm $M(1; 1)$ với vector vận tốc $\vec{v} = (40; 30)$.



Hình 2

- Viết phương trình tham số của đường thẳng d biểu diễn đường đi của ô tô.
- Tìm tọa độ của xe ứng với $t = 2$; $t = 4$.

Lời giải

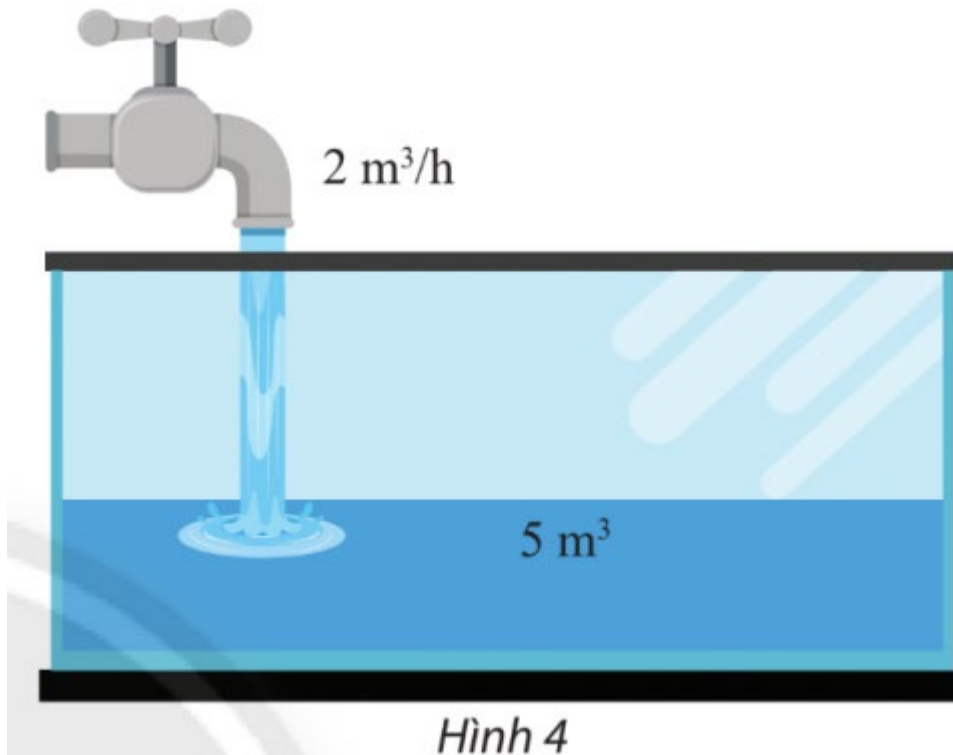
a. Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases} x = 1 + 40t \\ y = 1 + 30t \end{cases}$.

b. Thay $t = 2$ vào phương trình đường thẳng d , tọa độ của xe là:

$$\begin{cases} x = 1 + 40 \cdot 2 \\ y = 1 + 30 \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 81 \\ y = 61 \end{cases} \quad \{x = 1 + 40 \cdot 2, y = 1 + 30 \cdot 2\} \Leftrightarrow \{x = 81, y = 61\}$$

Thay $t = 4$ vào phương trình đường thẳng d , tọa độ của xe là: $\begin{cases} x = 1 + 40 \cdot 4 \\ y = 1 + 30 \cdot 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 161 \\ y = 121 \end{cases}$

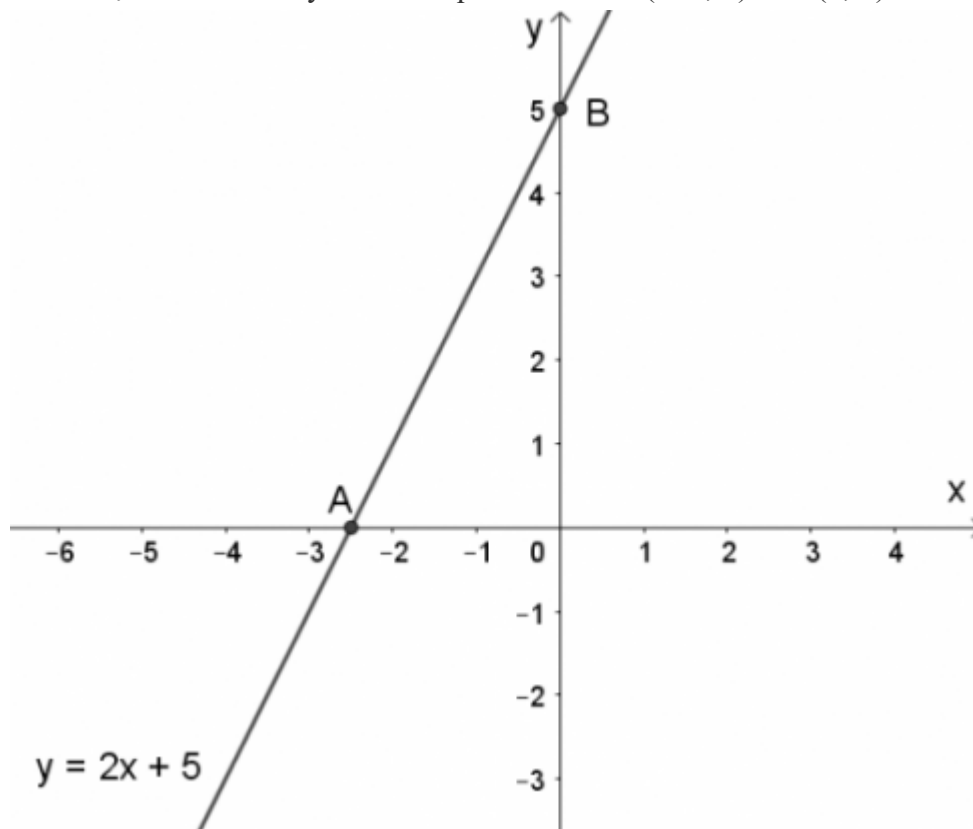
Vận dụng 2: Một người bắt đầu mở một vòi nước. Nước từ vòi chảy với tốc độ là $2\text{m}^3/\text{h}$ vào một cái bể đã chứa sẵn 5m^3 nước.



- Viết biểu thức tính thể tích y của nước có trong bể sau x giờ.
- Gọi $y = f(x)$ là hàm số xác định được từ câu a). Vẽ đồ thị d của hàm số này.
- Viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng d .

Lời giải

- $y = 2x + 5$
- Đồ thị d của hàm số $y = 2x + 5$ đi qua hai điểm $A(-2, 0)$ và $B(0, 5)$.



- Ta có: $y = 2x + 5 \Leftrightarrow 2x - y + 5 = 0$
 \Rightarrow Phương trình tổng quát của đường thẳng d là $2x - y + 5 = 0$.
Ta có d nhận $\vec{n} = (2; -1)$ là vector pháp tuyến nên $\vec{u} = (1; 2)$ là vector chỉ phương của đường thẳng d .

Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $B(0; 5)$ và nhận $\vec{u} = (1; 2)$ là vectơ chỉ

phương là:
$$\begin{cases} x = t \\ y = 5 + 2t \end{cases}$$

Ví dụ 3: Một người đang lập trình một trò chơi trên máy tính. Trên màn hình máy tính đã xác định trước một hệ trục tọa độ Oxy. Người đó viết lệnh để một điểm $M(x; y)$ từ vị trí $A(1; 2)$ chuyển động thẳng đều với vectơ vận tốc $\vec{v} = (3; -4)$.

- Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ biểu diễn đường đi của điểm M .
- Tìm tọa độ của điểm M khi Δ cắt trục hoành.

Lời giải

a. Ta có \vec{v} là vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta \Rightarrow \vec{n} = (4; 3)$ là vectơ pháp tuyến.

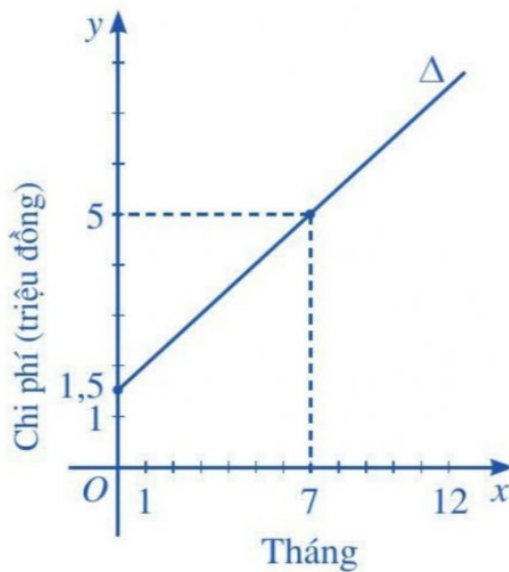
Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2)$ và nhận $\vec{n} = (4; 3)$ là vectơ pháp tuyến là:

$$4(x - 1) + 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 10 = 0$$

b. Tọa độ của điểm M là giao điểm của đường thẳng Δ và trục hoành:

Cho $y = 0 \Rightarrow 4x - 10 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$. Vậy $M = (\frac{5}{2}; 0)$

Ví dụ 4: Để tham gia một phòng tập thể dục, người tập phải trả một khoản phí tham gia ban đầu và phí sử dụng phòng tập. Đường thẳng Δ ở Hình 38 biểu thị tổng chi phí (đơn vị: triệu đồng) để tham gia một phòng tập thể dục theo thời gian tập của một người (đơn vị: tháng).



Hình 38

- Viết phương trình của đường thẳng Δ .
- Giao điểm của đường thẳng Δ với trục tung trong tình huống này có ý nghĩa gì?
- Tính tổng chi phí mà người đó phải trả khi tham gia phòng tập thể dục với thời gian 12 tháng.

Bài giải:

a. Δ qua $A(7; 5)$ và $B(0; 1,5)$, nhận $\vec{AB} = (-7; -\frac{7}{2})$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là:

$$\Delta: \begin{cases} x = 7 - 7t \\ y = 5 - \frac{7}{2}t \end{cases} \text{ (t là tham số).}$$

- Giao điểm của đường thẳng Δ với trục tung trong tình huống này có ý nghĩa là: khoản phí tham gia ban đầu mà người tập phải trả.
- Tổng chi phí mà người đó phải trả khi tham gia phòng tập thể dục với thời gian 12 tháng là:

$$x = 12 \text{ thay vào phương trình của } \Delta \text{ ta được: } \begin{cases} 12 = 7 - 7t \\ y = 5 - \frac{7}{2}t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{5}{7} \\ y = 5 - \frac{7}{2}\left(-\frac{5}{7}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{5}{7} \\ y = \frac{15}{2} = 7,5 \end{cases}$$

Vậy Tổng chi phí mà người đi phải trả khi tham gia phòng tập thể dục với thời gian 12 tháng là : 7,5 triệu đồng.

Ví dụ 5: Việc quy đổi nhiệt độ giữa đơn vị độ C và đơn vị độ F được xác định bởi hai mốc sau:

Nước đóng băng ở 0°C , 32°F ;

Nước sôi ở 100°C , 212°F .

Trong quy đổi đó, nếu $a^{\circ}\text{C}$ tương ứng với $b^{\circ}\text{F}$ thì trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $M(a; b)$ thuộc đường thẳng đi qua $A(0; 32)$ và $B(100; 212)$.

Hỏi 0°F , 100°F tương ứng với bao nhiêu độ C?

Lời giải

Viết phương trình đường thẳng qua A và B.

Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương: $\overrightarrow{AB} = (100; 180)$

Chọn vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5; 9)$

Phương trình tham số của đường thẳng AB:

$$\begin{cases} x = 5t \\ y = 32 + 9t \end{cases}$$

$$\text{Nếu } y = 0 \text{ thì } \begin{cases} x = 5t \\ 0 = 32 + 9t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5\left(-\frac{32}{9}\right) \\ t = -\frac{32}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -17,78 \\ t = -\frac{32}{9} \end{cases}$$

$$\text{Nếu } y = 100 \text{ thì } \begin{cases} x = 5t \\ 100 = 32 + 9t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5\left(\frac{68}{9}\right) \\ t = \frac{68}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 37,78 \\ t = \frac{68}{9} \end{cases}$$

Vậy 0°F , 100°F lần lượt tương ứng với $-17,78$ và $37,78$ độ C

Ví dụ 6: Theo Google Maps, sân bay Nội Bài có vĩ độ $21,2^{\circ}$ Bắc, kinh độ $105,8^{\circ}$ Đông, sân bay Đà Nẵng có vĩ độ $16,1^{\circ}$ Bắc, kinh độ $108,2^{\circ}$ Đông. Một máy bay, bay từ Nội Bài đến sân bay Đà Nẵng. Tại thời điểm t giờ, tính từ lúc xuất phát, máy bay ở vị trí có vĩ độ x° Bắc, kinh độ y° Đông được tính theo công thức

$$\begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ y = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases}$$

a. Hỏi chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất mấy giờ?

b. Tại thời điểm 1 giờ kể từ lúc cất cánh, máy bay đã bay qua vĩ tuyến 17 (17° Bắc) chưa?

Bài giải:

a. Nếu máy bay đến Đà Nẵng thì $x = 16,1$ và $y = 108,2$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 16,1 = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ 108,2 = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{4}{3} \approx 1,33$$

Vậy chuyến bay từ Hà Nội đến Đà Nẵng mất gần 1,33 giờ.

b. Tại thời điểm 1 giờ thì $t = 1$ thay vào phương trình có:

$$\begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40} \cdot 1 \\ y = 105,8 + \frac{9}{5} \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40} \cdot 1 = 17,375 \\ y = 105,8 + \frac{9}{5} \cdot 1 = 107,6 \end{cases}$$

Vậy tại thời điểm 1 giờ, máy bay đã qua vĩ tuyến 17.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1: Cho phương trình: $ax + by + c = 0$ (1) với $a^2 + b^2 > 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. (1) là phương trình tổng quát của đường thẳng có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b)$.
- B. $a = 0$ (1) là phương trình đường thẳng song song hoặc trùng với trục ox .
- C. $b = 0$ (1) là phương trình đường thẳng song song hoặc trùng với trục oy .
- D. Điểm $M_0(x_0; y_0)$ thuộc đường thẳng (1) khi và chỉ khi $ax_0 + by_0 + c = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có điểm $M_0(x_0; y_0)$ thuộc đường thẳng (1) khi và chỉ khi $ax_0 + by_0 + c = 0$.

Câu 2: Mệnh đề nào sau đây sai? Đường thẳng (d) được xác định khi biết.

- A. Một vectơ pháp tuyến hoặc một vectơ chỉ phương.
- B. Hệ số góc và một điểm thuộc đường thẳng.
- C. Một điểm thuộc (d) và biết (d) song song với một đường thẳng cho trước.
- D. Hai điểm phân biệt thuộc (d).

Lời giải

Chọn A.

Nếu chỉ có vectơ pháp tuyến hoặc một vectơ chỉ phương thì thiếu điểm đi qua để viết đường thẳng.

Câu 3: Cho tam giác ABC . Hỏi mệnh đề nào sau đây sai?

- A. \overline{BC} là một vectơ pháp tuyến của đường cao AH .
- B. \overline{BC} là một vectơ chỉ phương của đường thẳng BC .
- C. Các đường thẳng AB, BC, CA đều có hệ số góc.
- D. Đường trung trực của AB có \overline{AB} là vectơ pháp tuyến.

Lời giải

Chọn C.

Câu 4: Đường thẳng (d) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\vec{u}_1 = (b; -a)$ là vectơ chỉ phương của (d).
- B. $\vec{u}_2 = (-b; a)$ là vectơ chỉ phương của (d).

C. $\vec{n}' = (ka; kb) k \in R$ là vectơ pháp tuyến của (d) .

D. (d) có hệ số góc $k = \frac{-b}{a}$ ($b \neq 0$).

Lời giải

Chọn D.

Phương trình đường thẳng có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$ là

$$ax + by + c = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} (b \neq 0)$$

Suy ra hệ số góc $k = -\frac{a}{b}$.

Câu 5: Đường thẳng đi qua $A(-1; 2)$, nhận $\vec{n} = (2; -4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

- A. $x - 2y - 4 = 0$ B. $x + y + 4 = 0$ C. $-x + 2y - 4 = 0$ D. $x - 2y + 5 = 0$

Lời giải

Chọn D

Gọi (d) là đường thẳng đi qua và nhận $\vec{n} = (2; -4)$ làm VTPT

$$\Rightarrow (d): x + 1 - 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 5 = 0$$

Câu 6: Cho đường thẳng $(d): 2x + 3y - 4 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (d) ?

- A. $\vec{n}_1 = (3; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (-4; -6)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -3)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 3)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $(d): 2x + 3y - 4 = 0 \Rightarrow VTPT \vec{n} = (2; 3) = (-4; -6)$

Câu 7: Cho đường thẳng $(d): 3x - 7y + 15 = 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\vec{u} = (7; 3)$ là vectơ chỉ phương của (d) .

B. (d) có hệ số góc $k = \frac{3}{7}$.

C. (d) không đi qua góc tọa độ.

D. (d) đi qua hai điểm $M\left(-\frac{1}{3}; 2\right)$ và $N(5; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Giả sử $N(5; 0) \in d: 3x - 7y + 15 = 0 \Rightarrow 3.5 - 7.0 + 15 = 0 (v)$.

Câu 8: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2; 4); B(-6; 1)$ là:

- A. $3x + 4y - 10 = 0$. B. $3x - 4y + 22 = 0$. C. $3x - 4y + 8 = 0$. D. $3x - 4y - 22 = 0$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $(AB): \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \Leftrightarrow \frac{x + 2}{-4} = \frac{y - 4}{-3} \Leftrightarrow 3x - 4y + 22 = 0$

Câu 9: Cho đường thẳng $(d): 3x + 5y - 15 = 0$. Phương trình nào sau đây không phải là một dạng khác của (d) .

A. $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$. B. $y = -\frac{3}{5}x + 3$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = 5 \end{cases} (t \in R)$ D. $\begin{cases} x = 5 - \frac{5}{3}t \\ y = t \end{cases} (t \in R)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có đường thẳng $(d): 3x + 5y - 15 = 0$ có VTPT $\begin{cases} \vec{n} = (3; 5) \\ \text{qua } A(5; 0) \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} VTCP \vec{u} = \left(-\frac{5}{3}; 1\right) \\ \text{qua } A(5; 0) \end{cases} \Rightarrow (d): \begin{cases} x = 5 - \frac{5}{3}t \\ y = t \end{cases} \text{ Suy ra D đúng.}$$

$$(d): 3x + 5y - 15 = 0 \Leftrightarrow 3x + 5y = 15 \Leftrightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1 \text{ Suy ra A đúng.}$$

$$(d): 3x + 5y - 15 = 0 \Leftrightarrow -5y = 3x - 15 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{5}x + 3 \text{ Suy ra B đúng.}$$

Câu 10: Cho đường thẳng $(d): x - 2y + 1 = 0$. Nếu đường thẳng (Δ) đi qua $M(1; -1)$ và song song với (d) thì (Δ) có phương trình

A. $x - 2y - 3 = 0$ B. $x - 2y + 5 = 0$ C. $x - 2y + 3 = 0$ D. $x + 2y + 1 = 0$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(\Delta) // (d) \Rightarrow x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow (\Delta): x - 2y + c = 0 (c \neq 1)$

Ta lại có $M(1; -1) \in (\Delta) \Rightarrow 1 - 2(-1) + c = 0 \Leftrightarrow c = -3$

Vậy $(\Delta): x - 2y - 3 = 0$

Câu 11: Cho ba điểm $A(1; -2), B(5; -4), C(-1; 4)$. Đường cao AA' của tam giác ABC có phương trình

A. $3x - 4y + 8 = 0$ B. $3x - 4y - 11 = 0$ C. $-6x + 8y + 11 = 0$ D. $8x + 6y + 13 = 0$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overline{BC} = (-6; 8)$

Gọi AA' là đường cao của tam giác $\Delta ABC \Rightarrow AA'$ nhận $\begin{cases} VTPT \vec{n} = \overline{BC} = (-6; 8) \\ \text{qua } A(1; -2) \end{cases}$

$$\text{Suy ra } AA': -6(x - 1) + 8(y + 2) = 0 \Leftrightarrow -6x + 8y + 22 = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y - 11 = 0.$$

Câu 12: Cho hai điểm $A(4; 0), B(0; 5)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của đường thẳng AB?

A. $\begin{cases} x = 4 - 4t \\ y = 5t \end{cases} (t \in R)$ B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$ C. $\frac{x - 4}{-4} = \frac{y}{5}$ D. $y = \frac{-5}{4}x + 15$

Lời giải

Chọn D.

Phương trình đoạn chắn $(AB): \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1$ loại B

$$(AB): \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1 \Leftrightarrow 5x + 4y - 20 = 0 \Rightarrow \begin{cases} VTPT \vec{n} = (5; 4) \Rightarrow VTCP \vec{u} = (-4; 5) \\ qua A(4; 0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (AB): \begin{cases} x = 4 - 4t \\ y = 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \text{ loại A}$$

$$(AB): \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1 \Leftrightarrow \frac{y}{5} = 1 - \frac{x}{4} \Leftrightarrow \frac{y}{5} = \frac{x-4}{-4} \text{ loại C}$$

$$(AB): \frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1 \Leftrightarrow \frac{y}{5} = 1 - \frac{x}{4} \Leftrightarrow y = -\frac{5}{4}x + 5 \text{ chọn D}$$

Câu 13: Đường thẳng $(\Delta): 3x - 2y - 7 = 0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

A. $(d_1): 3x + 2y = 0$ B. $(d_2): 3x - 2y = 0$ C. $(d_3): -3x + 2y - 7 = 0$ D. $(d_4): 6x - 4y - 14 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta nhận thấy (Δ) song song với các đường $(d_2); (d_3); (d_4)$

Câu 14: Mệnh đề nào sau đây đúng? Đường thẳng $(d): x - 2y + 5 = 0$:

A. Đi qua $A(1; -2)$.

B. Có phương trình tham số: $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. (d) có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$.

D. (d) cắt (d') có phương trình: $x - 2y = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Giả sử $A(1; -2) \in (d): x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow 1 - 2 \cdot (-2) + 5 = 0$ (vl) loại A.

Ta có $(d): x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow VTPT \vec{n} = (1; -2) \Rightarrow VTCP \vec{u} = (2; 1)$ loại B.

Ta có $(d): x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} \Rightarrow$ hệ số góc $k = \frac{1}{2}$ Chọn C.

Câu 15: Cho đường thẳng $(d): 4x - 3y + 5 = 0$. Nếu đường thẳng (Δ) đi qua góc tọa độ và vuông góc với (d) thì (Δ) có phương trình:

A. $4x + 3y = 0$

B. $3x - 4y = 0$

C. $3x + 4y = 0$

D. $4x - 3y = 0$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $(\Delta) \perp (d): 4x - 3y + 5 = 0 \Rightarrow (\Delta): 3x + 4y + c = 0$

Ta lại có $O(0; 0) \in (\Delta) \Rightarrow c = 0$

Vậy $(\Delta): 3x + 4y = 0$

Câu 16: Cho tam giác ABC có $A(-4; 1) B(2; -7) C(5; -6)$ và đường thẳng $(d): 3x + y + 11 = 0$. Quan hệ giữa (d) và tam giác ABC là:

A. Đường cao vẽ từ A.

- B. Đường cao vẽ từ B.
 C. Đường trung tuyến vẽ từ A.
 D. Đường Phân giác góc \widehat{BAC} .

Lời giải

Chọn D.

Ta có $(d): 3x + y + 11 = 0 \Rightarrow VTPT \vec{n} = (3; 1)$

Thay $A(-4; 1)$ vào $(d): 3x + y + 11 = 0 \Rightarrow 3 \cdot (-4) + 1 + 11 = 0$ (ld) loại B

Ta có: $\vec{BC} = (3; 1)$ xét $\vec{n} \cdot \vec{BC} = 3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 = 10 \neq 0$ loại A

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow M\left(\frac{7}{2}; -\frac{13}{2}\right)$ thay vào $(d) \Rightarrow 3 \cdot \frac{7}{2} - \frac{13}{2} + 11 = 4 + 11 = 15 \neq 0$

loại C

Câu 17: Giao điểm M của $(d): \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 5t \end{cases}$ và $(d'): 3x - 2y - 1 = 0$ là

- A. $M\left(2; -\frac{11}{2}\right)$. B. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. C. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $(d): \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 5t \end{cases} \Rightarrow (d): 5x + 2y + 1 = 0$

Ta có $M = (d) \cap (d') \Rightarrow M$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 3x - 2y - 1 = 0 \\ 5x + 2y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Câu 18: Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $(d): y = 2x - 1$?

- A. $2x - y + 5 = 0$. B. $2x - y - 5 = 0$. C. $-2x + y = 0$. D. $2x + y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $(d): y = 2x - 1 \Rightarrow (d): 2x - y - 1 = 0$ chọn D

Câu 19: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x - y + 4 = 0$

- A. $-x + 2y - 5 = 0$ B. $x + 2y - 3 = 0$ C. $x + 2y = 0$ D. $x - 2y + 5 = 0$

Lời giải

Chọn B

Gọi (d) là đường thẳng đi qua $I(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $(d_1): 2x - y + 4 = 0$

Ta có $(d) \perp (d_1) \Leftrightarrow \vec{n}_{(d)} = \vec{u}_{(d_1)} = (1; 2)$

$\Rightarrow (d): x + 1 + 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3 = 0$

Câu 20: Hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 2t \end{cases}$ và $(d_2): 4x + 3y - 18 = 0$. Cắt nhau tại điểm có

tọa độ:

A. (2;3).

B. (3;2).

C. (1;2).

D. (2;1).

Lời giải

Chọn A.

Ta có $(d_1): \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 2t \end{cases} \Rightarrow (d_1): 2x - 5y + 4 = 0$

Gọi $M = (d_1) \cap (d_2) \Rightarrow M$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 5y + 4 = 0 \\ 4x + 3y - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

Câu 21: Cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$ và điểm $A\left(\frac{7}{2}; -2\right)$. Điểm $A \in (d)$ ứng với giá trị nào của t ?

A. $t = \frac{3}{2}$.

B. $t = \frac{1}{2}$.

C. $t = -\frac{1}{2}$.

D. $t = 2$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $A\left(\frac{7}{2}; -2\right) \in (d) \Rightarrow \begin{cases} \frac{7}{2} = 2 - 3t \\ -2 = -1 + 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$

Câu 22: Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-2;3)$ và vuông góc với đường thẳng $(d'): 3x - 4y + 1 = 0$ là

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3 + 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 + 4t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = 6 - 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $(d) \perp (d'): 3x - 4y + 1 = 0 \Rightarrow VTCP_{\vec{u}_d} = (3; -4)$ và qua $M(-2;3)$

Suy ra $(d): \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

Câu 23: Cho ΔABC có $A(2; -1); B(4; 5); C(-3; 2)$. Viết phương trình tổng quát của đường cao AH .

A. $3x + 7y + 1 = 0$

B. $7x + 3y + 13 = 0$

C. $-3x + 7y + 13 = 0$

D. $7x + 3y - 11 = 0$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{BC} = (-7; -3)$. Vì $AH \perp BC$ nên

$$AH: \begin{cases} \text{qua } A(2; -1) \\ \vec{n} = (3; -7) \text{ lam VTPT} \end{cases} \Rightarrow AH: 3(x - 2) - 7(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 7y - 13 = 0$$

Câu 24: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $M(\sqrt{2}; 1)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $(\sqrt{2} + 1)x + (\sqrt{2} - 1)y = 0$.

A. $(1 - \sqrt{2})x + (\sqrt{2} + 1)y + 1 - 2\sqrt{2} = 0$

B. $-x + (3 + 2\sqrt{2})y - 3 - \sqrt{2} = 0$

C. $(1 - \sqrt{2})x + (\sqrt{2} + 1)y + 1 = 0$

D. $-x + (3 + 2\sqrt{2})y - \sqrt{2} = 0$

Lời giải**Chọn A.**

Ta có đường thẳng vuông góc đường thẳng với đường thẳng đã cho

$$\text{Suy ra } (d): (1-\sqrt{2})x + (\sqrt{2}+1)y + c = 0$$

$$\text{Mà } M(\sqrt{2}, 1) \in (d) \Rightarrow c = 1 - 2\sqrt{2}$$

$$\text{Vậy } (1-\sqrt{2})x + (\sqrt{2}+1)y + 1 - 2\sqrt{2} = 0$$

Câu 25: Cho đường thẳng (d) đi qua điểm $M(1;3)$ và có vecto chỉ phương $\vec{a} = (1; -2)$.

Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của (d) ?

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t. \end{cases}$ B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2}$. C. $2x + y - 5 = 0$. D. $y = -2x - 5$.

Lời giải**Chọn D.**

Ta có $(d): \begin{cases} VTCP \vec{a} = (1; -2) \\ qua M(1; 3) \end{cases} \Rightarrow (d): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow (d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ loại A

Ta có $(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow \frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2}$ loại B

Có $VTCP \vec{a} = (1; -2) \Rightarrow VTPT \vec{n} = (2; 1)$ suy ra $(d): 2(x-1) + 1(y-3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 5 = 0$ loại C

Câu 26: Cho tam giác ABC có $A(-2; 3), B(1; -2), C(-5; 4)$. Đường trung trực trung tuyến AM có phương trình tham số

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 2t. \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 3 - 2t. \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -2 + 3t. \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 - 2t. \end{cases}$

Lời giải**Chọn D.**

Gọi M trung điểm $BC \Rightarrow M(-2; 1) \Rightarrow \overline{AM} = (0; -2) \Rightarrow (AM): \begin{cases} x = -2 \\ y = 3 - 2t \end{cases}$

Câu 27: Cho $(d): \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc (d) ?

A. $A(5; 3)$. B. $B(2; 5)$. C. $C(-1; 9)$. D. $D(8; -3)$.

Lời giải**Chọn B.**

Thay $B(2; 5) \Rightarrow \begin{cases} 2 = 2 + 3t \\ 5 = 5 - 4t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow t = 0$

Câu 28: Cho $(d): \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + t. \end{cases}$ Hỏi có bao nhiêu điểm $M \in (d)$ cách $A(9; 1)$ một đoạn bằng

5.

A. 1

B. 0

C. 3

D. 2

Lời giải**Chọn D.**

Luôn có 2 điểm thỏa yêu cầu bài toán.

Thật vậy $M(2+3m; 3+m)$, $M(2+3m; 3+m)$. Theo YCBT ta có $AM = 5 \Leftrightarrow 10m^2 - 38m + 51 = 25 \Leftrightarrow 10m^2 - 38m + 26 = 0 (*)$, phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt nên có hai điểm M thỏa YCBT.

Câu 29: Cho hai điểm $A(-2; 3); B(4; -1)$. viết phương trình trung trực đoạn AB .

- A. $x - y - 1 = 0$. B. $2x - 3y + 1 = 0$. C. $2x + 3y - 5 = 0$. D. $3x - 2y - 1 = 0$.

Lời giải**Chọn D.**

Gọi M trung điểm $AB \Rightarrow M(1; 1)$

Ta có $\overrightarrow{AB} = (6; -4)$

Gọi d là đường thẳng trung trực của AB .

Phương trình d nhận VTPT $\vec{n} = (6; -4)$ và qua $M(1; 1)$

Suy ra $(d): 6(x-1) - 4(y-1) = 0 \Leftrightarrow 6x - 4y - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - 1 = 0$

Câu 30: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau đây vuông góc $(\Delta_1): \begin{cases} x = 1 + (m^2 + 1)t \\ y = 2 - mt \end{cases}$ và

$$(\Delta_2): \begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = 1 - 4mt' \end{cases}$$

- A. $m = \pm\sqrt{3}$ B. $m = -\sqrt{3}$ C. $m = \sqrt{3}$ D. không có m

Lời giải**Chọn A**

(Δ_1) có $\vec{u}_1 = (m^2 + 1; -m)$; (Δ_2) có $\vec{u}_2 = (-3; -4m)$

$(\Delta_1) \perp (\Delta_2) \Leftrightarrow \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Leftrightarrow -3(m^2 + 1) + 4m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 3 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$

Câu 31: Cho 4 điểm $A(1; 2), B(4; 0), C(1; -3), D(7; -7)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

- A. Song song. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.
C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Lời giải**Chọn A.**

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -2), \overrightarrow{CD} = (6; -4)$

Ta có $\frac{3}{6} = \frac{-2}{-4}$

Suy ra $AB // CD$

Câu 32: Cho 4 điểm $A(-3; 1), B(-9; -3), C(-6; 0), D(-2; 4)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD .

- A. $(-6; -1)$ B. $(-9; -3)$ C. $(-9; 3)$ D. $(0; 4)$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overline{AB} = (-6; -4) \Rightarrow VTPT \overline{n_{AB}} = (2; -3) \Rightarrow (AB): 2x - 3y = -9$

Ta có $\overline{CD} = (4; 4) \Rightarrow VTPT \overline{n_{CD}} = (1; -1) \Rightarrow (CD): x - y = -6$

Gọi $N = AB \cap CD$

Suy ra N là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x - 3y = -9 \\ x - y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow N(-9; -3)$

Câu 33: Cho tam giác ABC có $A(-1; -2); B(0; 2); C(-2; 1)$. Đường trung tuyến BM có phương trình là:

- A. $5x - 3y + 6 = 0$ B. $3x - 5y + 10 = 0$ C. $x - 3y + 6 = 0$ D.

$3x - y - 2 = 0$

Lời giải

Chọn A

Gọi M là trung điểm $AC \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. $\overline{BM} = \left(-\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right)$

BM qua $B(0; 2)$ và nhận $\vec{n} = (5; -3)$ làm VTPT

$\Rightarrow BM: 5x - 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y + 6 = 0$

Câu 34: Cho tam giác ABC với $A(2; -1); B(4; 5); C(-3; 2)$. Phương trình tổng quát của đường cao đi qua A của tam giác là

- A. $3x + 7y + 1 = 0$ B. $7x + 3y + 13 = 0$ C. $-3x + 7y + 13 = 0$ D. $7x + 3y - 11 = 0$

Lời giải

Chọn C

Gọi AH là đường cao của tam giác. $\overline{BC} = (-7; -3)$.

AH đi qua $A(2; -1)$ và nhận $\vec{n} = (3; -7)$ làm VTPT

$\Rightarrow AH: 3(x - 2) - 7(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 7y - 13 = 0$

Câu 35: Cho tam giác ABC với $A(2; 3); B(-4; 5); C(6; -5)$. M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC . Phương trình tham số của đường trung bình MN là:

- A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = 4 + 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 4 + 5t \\ y = -1 + 5t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $M(-1; 4); N(4; -1)$. MN đi qua $M(-1; 4)$ và nhận $\overline{MN} = (5; -5)$ làm VTCP

$\Rightarrow MN: \begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = 4 - 5t \end{cases}$

Câu 36: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(5; -3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB là:

- A. $3x - 5y - 30 = 0$. B. $3x + 5y - 30 = 0$. C. $5x - 3y - 34 = 0$. D. $5x - 3y + 34 = 0$

Lời giải

Chọn A.

Gọi $A \in Ox \Rightarrow A(x_A; 0); B \in Oy \Rightarrow B(0; y_B)$

$$\text{Ta có } M \text{ là trung điểm } AB \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 2x_M \\ y_A + y_B = 2y_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10 \\ y_B = -6 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } (AB): \frac{x}{10} + \frac{y}{-6} = 1 \Leftrightarrow 3x - 5y - 30 = 0.$$

Câu 37: Cho ba điểm $A(1;1); B(2;0); C(3;4)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua A và cách đều hai điểm B, C .

- A. $4x - y - 3 = 0; 2x - 3y + 1 = 0$ B. $4x - y - 3 = 0; 2x + 3y + 1 = 0$
 C. $4x + y - 3 = 0; 2x - 3y + 1 = 0$ D. $x - y = 0; 2x - 3y + 1 = 0$

Lời giải

Chọn A

Gọi (d) là đường thẳng đi qua A và cách đều B, C . Khi đó ta có các trường hợp sau

TH1: d đi qua trung điểm của BC . $I\left(\frac{5}{2}; 2\right)$ là trung điểm của BC . $\overline{AM} = \left(\frac{3}{2}; 1\right)$ là VTCP của đường thẳng d . Khi đó $(d): -2(x-1) + 3(y-1) = 0 \Leftrightarrow -2x + 3y - 1 = 0$.

TH2: d song song với BC , khi đó d nhận $\overline{BC} = (1; 4)$ làm VTCP, phương trình đường thẳng $(d): -4(x-1) + y - 1 = 0 \Leftrightarrow -4x + y + 3 = 0$.

Câu 38: Cho hai điểm $P(6;1)$ và $Q(-3;-2)$ và đường thẳng $\Delta: 2x - y - 1 = 0$. Tọa độ điểm M thuộc Δ sao cho $MP + MQ$ nhỏ nhất.

- A. $M(0;-1)$ B. $M(2;3)$ C. $M(1;1)$ D. $M(3;5)$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Đặt } F(x, y) = 2x - y - 1$$

$$\text{Thay } P(6;1) \text{ vào } F(x, y) \Rightarrow 2 \cdot 6 - 1 - 1 = 10$$

$$\text{Thay } Q(-3;-2) \text{ vào } F(x, y) \Rightarrow 2 \cdot (-3) - (-2) - 1 = -5.$$

Suy ra P, Q nằm về hai phía của đường thẳng Δ .

Ta có $MP + MQ$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M, P, Q$ thẳng hàng

$$\Leftrightarrow \overline{PQ} \text{ cùng phương } \overline{PM} \text{ suy ra } M(0;-1)$$

Câu 39: Cho ΔABC có $A(4;-2)$. Đường cao $BH: 2x + y - 4 = 0$ và đường cao $CK: x - y - 3 = 0$. Viết phương trình đường cao kẻ từ đỉnh A

- A. $4x + 5y - 6 = 0$ B. $4x - 5y - 26 = 0$ C. $4x + 3y - 10 = 0$ D. $4x - 3y - 22 = 0$

Lời giải

Chọn A

Gọi AI là đường cao kẻ từ đỉnh A . Gọi H_1 là trực tâm của ΔABC , khi đó tọa độ

$$\text{điểm } H \text{ thỏa mãn hệ phương trình } \begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \cdot \overline{AH_1} = \left(-\frac{5}{3}; \frac{4}{3}\right)$$

$$AI \text{ qua } H_1\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right) \text{ và nhận } \vec{n} = (4; 5) \text{ làm VTPT}$$

$$\Rightarrow AI: 4\left(x - \frac{7}{3}\right) + 5\left(y + \frac{2}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y - 6 = 0$$

Câu 40: Viết Phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; -3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB vuông cân.

- A. $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y - 5 = 0. \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y - 5 = 0. \end{cases}$ C. $x + y + 1 = 0.$ D. $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - y + 5 = 0. \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

Phương trình đoạn chắn (AB): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Do ΔOAB vuông cân tại $O \Leftrightarrow |a| = |b| \Leftrightarrow \begin{cases} b = a \\ b = -a \end{cases}$

TH1: $b = a \Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1 \Leftrightarrow x + y = a$ mà $M(2; -3) \in (AB) \Rightarrow 2 - 3 = a \Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow b = -1$

Vậy (AB): $x + y + 1 = 0$

TH2: $b = -a \Rightarrow \frac{x}{a} - \frac{y}{a} = 1 \Leftrightarrow x - y = a$ mà $M(2; -3) \in (AB) \Rightarrow 2 + 3 = a \Leftrightarrow a = 5 \Rightarrow b = -5$

Vậy (AB): $x - y - 5 = 0$

Câu 41: Cho hai điểm $P(1; 6)$ và $Q(-3; -4)$ và đường thẳng $\Delta: 2x - y - 1 = 0$. Tọa độ điểm N thuộc Δ sao cho $|NP - NQ|$ lớn nhất.

- A. $N(-9; -19)$ B. $N(-1; -3)$ C. $N(1; 1)$ D. $N(3; 5)$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overline{PQ} = (-4; -10) \Rightarrow VTPT \overline{n_{PQ}} = (10; -4)$

Suy ra phương trình (PQ): $5x - 2y + 7 = 0$

Ta có $|NA - NB| \leq AB$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi N, A, B thẳng hàng

Ta có $N = PQ \cap \Delta$

$\Rightarrow N$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 5x - 2y + 7 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = -19 \end{cases} \Rightarrow N(-9; -19)$

Câu 42: Cho hai điểm $A(-1; 2)$, $B(3; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \end{cases}$. Tọa độ điểm C thuộc Δ để tam giác ACB cân tại C.

- A. $\left(\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right)$ B. $\left(\frac{7}{6}; -\frac{13}{6}\right)$ C. $\left(-\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right)$ D. $\left(\frac{13}{6}; \frac{7}{6}\right)$

Lời giải

Chọn A.

Ta có $C \in \Delta \Rightarrow C(1+t, 2+t) \Rightarrow \begin{cases} \overline{CA} = (-2-t; -t) \\ \overline{CB} = (2-t; -1-t) \end{cases}$

$$\text{Ta có } \triangle ACB \text{ cân tại } C \Leftrightarrow CA^2 = CB^2 \Leftrightarrow (-2-t)^2 + (-t)^2 = (2-t)^2 + (-1-t)^2 \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}$$

$$\text{Suy ra } C\left(\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right)$$

Câu 43: Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Phương trình các cạnh và đường cao của tam giác là: $AB: 7x - y + 4 = 0$; $BH: 2x + y - 4 = 0$; $AH: x - y - 2 = 0$. Phương trình đường cao CH của tam giác ABC là:

- A. $7x + y - 2 = 0$. B. $7x - y = 0$. C. $x - 7y - 2 = 0$. D. $x + 7y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } H = BH \cap AH \Rightarrow H \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow H(2; 0)$$

$$\text{Ta có } CH \perp AB \Rightarrow CH: x + 7y + c = 0 \text{ mà } H(2; 0) \in CH \Rightarrow 2 + 7 \cdot 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = -2$$

$$\text{Suy ra } CH: x + 7y - 2 = 0.$$

Câu 44: Cho tam giác ABC có $C(-1; 2)$, đường cao $BH: x - y + 2 = 0$, đường phân giác trong $AN: 2x - y + 5 = 0$. Tọa độ điểm A là

- A. $A\left(\frac{4}{3}; \frac{7}{3}\right)$ B. $A\left(\frac{-4}{3}; \frac{7}{3}\right)$ C. $A\left(\frac{-4}{3}; \frac{-7}{3}\right)$ D. $A\left(\frac{4}{3}; \frac{-7}{3}\right)$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } BH \perp AC \Rightarrow (AC): x + y + c = 0$$

$$\text{Mà } C(-1; 2) \in (AC) \Rightarrow -1 + 2 + c = 0 \Rightarrow c = -1$$

$$\text{Vậy } (AC): x + y - 1 = 0$$

$$\text{Có } A = AN \cap AC \Rightarrow A \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ 2x - y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{4}{3} \\ y = \frac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{-4}{3}; \frac{7}{3}\right)$$

Câu 45: Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1; 1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Phương trình cạnh BC là

- A. $4x - 2y + 1 = 0$ B. $x - 2y + 14 = 0$ C. $x + 2y - 14 = 0$ D. $x - 2y - 14 = 0$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } A = AB \cap AC \Rightarrow A(0; 3) \Rightarrow \overline{AH} = (1; -2)$$

$$\text{Ta có } BH \perp AC \Rightarrow (BH): 7x - 4y + d = 0$$

$$\text{Mà } H(1; 1) \in (BH) \Rightarrow d = -3 \text{ suy ra } (BH): 7x - 4y - 3 = 0$$

$$\text{Có } B = AB \cap BH \Rightarrow B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$$

$$\text{Phương trình } (BC) \text{ nhận } \overline{AH} = (1; -2) \text{ là VTPT và qua } B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$$

$$\text{Suy ra } (BC): (x + 5) - 2\left(y + \frac{19}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 14 = 0$$

Câu 46: Cho tam giác ABC có $A(1;-2)$, đường cao $CH : x - y + 1 = 0$, đường phân giác trong $BN : 2x + y + 5 = 0$. Tọa độ điểm B là

- A. $(4;3)$ B. $(4;-3)$ C. $(-4;3)$ D. $(-4;-3)$

Lời giải

Chọn D.

Ta có $AB \perp CH \Rightarrow (AB) : x + y + c = 0$

Mà $A(1;-2) \in (AB) \Rightarrow 1 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1$

Suy ra $(AB) : x + y + 1 = 0$

Có $B = AB \cap BN \Rightarrow N$ là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2x + y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow B(-4;3)$.

Câu 51: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(6; 3)$, $N(-3; 6)$. Gọi $P(x; y)$ là điểm trên trục hoành sao cho ba điểm M, N, P thẳng hàng, khi đó $x + y$ có giá trị là

- A. 15. B. 5. C. -3. D. -15.

Lời giải

Chọn A.

$P(x; y)$ là điểm trên trục hoành nên suy ra $P(x; 0)$.

Ta có: $\overline{MN} = (-9; 3)$; $\overline{MP} = (x - 6; -3)$.

Ba điểm M, N, P thẳng hàng khi $\overline{MP} = k\overline{MN} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 6 = k \cdot (-9) \\ -3 = k \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ k = -1 \end{cases}$.

Vậy $P(15; 0)$, suy ra $x + y = 15$.

Câu 52: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $M(4;1)$, $N(-1;2)$, $M'(x;y)$ là điểm đối xứng với M qua N . Khi đó $x + y$ có giá trị là

- A. -3. B. 3. C. 9. D. -9.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $M'(x;y)$ là điểm đối xứng với M qua N nên N là trung điểm MM' .

Tọa độ điểm M' là $\begin{cases} x_{M'} = 2x_N - x_M \\ y_{M'} = 2y_N - y_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{M'} = -6 \\ y_{M'} = 3 \end{cases}$.

Vậy $x + y = -3$.

Câu 53: Cho tam giác ABC có $A(-2;7)$; $B(3;5)$; $C(1;-4)$. Biết rằng trọng tâm của tam giác

ABC là điểm $H\left(\frac{a}{m}; \frac{b}{n}\right)$, với a, b, m, n là các số nguyên dương và $\frac{a}{m}, \frac{b}{n}$ là các phân số tối

giản. Tính $T = \frac{a}{m} + \frac{b}{n}$.

- A. $T = \frac{95}{9}$. B. $T = \frac{43}{4}$. C. $T = \frac{72}{7}$. D. $T = \frac{54}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Đường cao AH của ΔABC qua $A(-2;7)$ và nhận $\overline{CB} = (2;9)$ làm VTPT nên có phương trình:

$$2(x+2)+9(y-7)=0 \Leftrightarrow 2x+9y-59=0.$$

Đường cao BH của ΔABC qua $B(3;5)$ và nhận $\overline{AC} = (3;-11)$ làm VTPT nên có phương trình

$$\text{là } 3(x-3)-11(y-5)=0 \Leftrightarrow 3x-11y+46=0.$$

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x+9y-59=0 \\ 3x-11y+46=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{235}{49} \\ y=\frac{269}{49} \end{cases}.$$

Vậy $T = \frac{72}{7}$.

Câu 54: Cho đường thẳng $d: x-2y-3=0$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của điểm $M(0;1)$ trên đường thẳng.

- A. $H(-1;2)$. B. $H(5;1)$. C. $H(3;0)$. **D. $H(1;-1)$.**

Lời giải

Chọn D.

$\Delta \perp d \Rightarrow \Delta: 2x+y+m=0$, mà $M(0;1) \in \Delta: 2.0+1+m=0 \Leftrightarrow m=-1 \Rightarrow \Delta: 2x+y-1=0$.

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} 2x+y-1=0 \\ x-2y-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}.$$
 Vậy $H(1;-1)$.

Câu 55: Cho ba điểm $A(1;4)$, $B(3;2)$, $C(5;4)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

- A. $(2;5)$. B. $\left(\frac{3}{2};2\right)$. C. $(9;10)$. **D. $(3;4)$.**

Lời giải

Chọn D.

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = 2\sqrt{2}$, $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = 4$,

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2} = 2\sqrt{2}$

Dễ thấy $AB^2 + BC^2 = AC^2 = 16$ nên suy ra tam giác ABC vuông tại B .

Vậy tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $I(3;4)$ với I trung điểm cạnh AC .

Câu 56: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3;4)$, $B(2;1)$, $C(-1;-2)$. Gọi

$M(x;y)$ là điểm trên đường thẳng BC sao cho $S_{\Delta ABC} = 4S_{\Delta ABM}$. Tính $P = x.y$.

- A. $\begin{cases} P = \frac{5}{16} \\ P = \frac{7}{16} \end{cases}$. B. $\begin{cases} P = \frac{77}{16} \\ P = \frac{7}{16} \end{cases}$. **C. $\begin{cases} P = \frac{5}{16} \\ P = \frac{77}{16} \end{cases}$.** D. Đáp án

khác.

Lời giải

Chọn C.

Dễ thấy $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ABM}} = 4 \Leftrightarrow \frac{BC}{BM} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{BC} = 4\overline{BM} \\ \overline{BC} = -4\overline{BM} \end{cases}$.

$$\text{TH1: } \overline{BC} = 4\overline{BM} \text{ thì: } \begin{cases} x-2 = -\frac{3}{4} \\ y-1 = -\frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow x.y = \frac{5}{16}.$$

$$\text{TH2: } \overline{BC} = -4\overline{BM} \text{ thì: } \begin{cases} x-2 = \frac{3}{4} \\ y-1 = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{4} \\ y = \frac{7}{4} \end{cases} \Rightarrow x.y = \frac{77}{16}.$$

Câu 57: Cho hai điểm $P(1;6)$ và $Q(-3;-4)$ và đường thẳng $\Delta: 2x - y - 1 = 0$. Tọa độ điểm N thuộc Δ sao cho $|NP - NQ|$ lớn nhất.

- A.** $N(3;5)$. **B.** $N(1;1)$. **C.** $N(-1;-3)$. **D.** $N(-9;-19)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $(2.1 - 6 - 1).(-2.3 - 4 - 1) = 55 > 0 \Rightarrow P$ và Q cùng phía so với Δ .

Phương trình đường thẳng $PQ: 5x - 2y + 7 = 0$.

Gọi $H = \Delta \cap PQ$, tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ 5x - 2y + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = -19 \end{cases}$.

Hay $H(-9;-19)$.

Với mọi điểm $N \in \Delta$ thì: $|NP - NQ| \leq |HP - HQ| = |PQ| \Rightarrow |NP - NQ|_{\max} = |PQ|$.

Dấu bằng xảy ra khi N trùng H .

Câu 58: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(4; 1)$, đường thẳng d qua M , d cắt tia Ox , Oy lần lượt tại $A(a; 0)$, $B(0; b)$ sao cho tam giác ABO (O là gốc tọa độ) có diện tích nhỏ nhất. Giá trị $a - 4b$ bằng

- A.** -14 . **B.** 0 . **C.** 8 . **D.** -2

Lời giải

Chọn B.

Ta có phương trình đường thẳng d có dạng: $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ (theo giả thiết ta có $a > 0, b > 0$)

Do d đi qua $M(4; 1)$ nên ta có $\frac{4}{a} + \frac{1}{b} = 1$

Mặt khác diện tích của tam giác vuông ABO là $S_{ABO} = \frac{1}{2}ab$

Áp dụng BĐT Cô si ta có $1 = \frac{4}{a} + \frac{1}{b} \geq 2\sqrt{\frac{4}{a} \cdot \frac{1}{b}} = \frac{4}{\sqrt{ab}} \Leftrightarrow \sqrt{ab} \geq 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2}ab \geq 8$

Vậy diện tích của tam giác vuông ABO nhỏ nhất bằng 8 khi a, b thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{4}{a} = \frac{1}{b} \\ \frac{4}{a} + \frac{1}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a - 4b = 8 - 4.2 = 0.$$

Câu 59: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(1;0)$, $B(0;5)$ và $C(-3;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục Oy sao cho $|3\overline{MA}-2\overline{MB}+4\overline{MC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất?

- A. $M(0;5)$. B. $M(0;6)$. **C. $M(0;-6)$.** D. $M(0;-5)$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $I(a;b)$ là điểm thỏa mãn: $3\overline{IA}-2\overline{IB}+4\overline{IC}=\vec{0}$

$$\text{ta có: } 3\overline{IA}-2\overline{IB}+4\overline{IC}=\vec{0} \Leftrightarrow 5\overline{IA}=2\overline{AB}-4\overline{AC} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{9}{5} \\ b=-6 \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{9}{5};-6\right)$$

$$\text{Khi đó } |3\overline{MA}-2\overline{MB}+4\overline{MC}| = |3\overline{IA}-2\overline{IB}+4\overline{IC}-5\overline{IM}| = |\vec{0}-5\overline{IM}| = 5IM$$

Do đó: $|3\overline{MA}-2\overline{MB}+4\overline{MC}|$ nhỏ nhất khi IM ngắn nhất. Suy ra M là hình chiếu vuông góc của $I\left(-\frac{9}{5};-6\right)$ trên $Oy \Rightarrow M(0;-6)$.

Câu 60: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $\Delta:x-2y-5=0$ và các điểm $A(1;2)$, $B(-2;3)$, $C(-2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d , biết đường thẳng d đi qua gốc tọa độ và cắt đường thẳng Δ tại điểm M sao cho: $|\overline{MA}+\overline{MB}+\overline{MC}|$ nhỏ nhất.

- A. $x+y=0$. B. $x-3y=0$. C. $2x-3y=0$. **D. $2x+y=0$.**

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M(2m+5;m) \in \Delta$.

$G(-1;2)$ là trọng tâm ΔABC .

$$|\overline{MA}+\overline{MB}+\overline{MC}| = |3\overline{MG}| = 3MG.$$

$|\overline{MA}+\overline{MB}+\overline{MC}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MG$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow G$ là hình chiếu vuông góc của G trên Δ .

$$\overline{GM} = (2m+6;m-2); \text{ VTCP của } \Delta \text{ là } \vec{u} = (2;1).$$

G là hình chiếu vuông góc của G trên Δ

$$\Leftrightarrow \overline{GM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2(2m+6)+m-2=0 \Leftrightarrow 5m+10=0 \Leftrightarrow m=-2 \Rightarrow M(1;-2).$$

Đường thẳng d qua gốc tọa độ $d: y=ax$.

$$M(1;-2) \in d \Rightarrow a=-2.$$

Vậy phương trình đường thẳng $d: 2x+y=0$

Câu 61: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AD=2AB$, đường thẳng AC có phương trình $x+2y+2=0$, $D(1;1)$ và $A(a;b)$ ($a,b \in \mathbb{R}, a > 0$). Tính $a+b$.

- A. $a+b=-4$. B. $a+b=-3$. C. $a+b=4$. **D. $a+b=1$.**

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Gọi $A(a;b)$. Vì $A \in AC: x+2y+2=0$ nên $a+2b+2=0 \Rightarrow a=-2b-2$

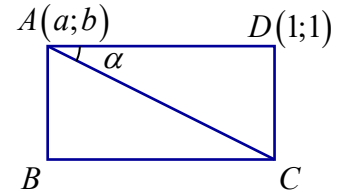
Do $a > 0$ nên $-2b-2 > 0 \Rightarrow b < -1$ (*)

Khi đó $A(-2b-2; b)$.

Ta có $\overline{AD} = (2b+3; 1-b)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng AD .

$\vec{u} = (2; -1)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng AC .

Trên hình vẽ, $\tan \alpha = \frac{DC}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ (1)



Lại có $\cos \alpha = \frac{|\overline{AD} \cdot \vec{u}|}{|\overline{AD}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{5|b+1|}{\sqrt{5}\sqrt{b^2+2b+2}}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{5|b+1|}{\sqrt{5}\sqrt{b^2+2b+2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow b^2+2b-3=0 \Rightarrow b=-3$ (do (*)) $\Rightarrow a=4$.

Khi đó $A(4; -3)$, suy ra $a+b=1$.

Cách 2: Gọi $A(a; b)$. Vì $A \in AC: x+2y+2=0$ nên $a+2b+2=0 \Rightarrow a=-2b-2$

Do $a > 0$ nên $-2b-2 > 0 \Rightarrow b < -1$ (*), khi đó $A(-2b-2; b)$.

Vì $C \in AC: x+2y+2=0$ nên $C(-2c-2; c)$

Ta có: $\overline{AD} = (3+2b; -1-b)$; $\overline{CD} = (3+2c; 1-c)$.

Chọn $\begin{cases} \vec{u} \perp \overline{CD} \\ |\vec{u}| = |\overline{CD}| \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = (c-1; 3+2c)$

Ta có: $\begin{cases} AD \perp CD \\ AB = 2CD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{AD} = 2\vec{u} \\ \overline{AD} = -2\vec{u} \end{cases}$

□ Với $\overline{AD} = 2\vec{u} \Rightarrow \begin{cases} 3+2b = 2c-2 \\ 1-b = 6+4c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3 \\ c = -\frac{1}{2} \end{cases}$ (t/m)

□ Với $\overline{AD} = -2\vec{u} \Rightarrow \begin{cases} 3+2b = -2c+2 \\ 1-b = -6-4c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c = -\frac{3}{2} \end{cases}$ (không t/m)

Vậy $A(4; -3)$, suy ra $a+b=1$.

Câu 62: Cho tam giác ABC có diện tích bằng $S = \frac{3}{2}$, hai đỉnh $A(2; -3)$ và $B(3; -2)$. Trọng tâm G nằm trên đường thẳng $3x - y - 8 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

tâm G nằm trên đường thẳng $3x - y - 8 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $C(-10; -2)$ hoặc $C(1; -1)$. **B.** $C(-2; -10)$ hoặc $C(1; -1)$.

C. $C(-2; 10)$ hoặc $C(1; -1)$. **D.** $C(2; -10)$ hoặc $C(1; -1)$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $G(a; 3a-8)$. Do $S_{ABC} = \frac{3}{2} \Rightarrow S_{GAB} = \frac{1}{2}$.

Đường thẳng AB nhận $\overline{AB} = (1; 1)$ là véctơ chỉ phương nên có phương trình $x - y - 5 = 0$.

$$AB = \sqrt{2}, d(G; AB) = \frac{|a - (3a-8) - 5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|3-2a|}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Do } S_{GAB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(G; AB) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \frac{|3-2a|}{\sqrt{2}} = 1 \Leftrightarrow |3-2a| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=2 \end{cases}.$$

Với $a=1 \Rightarrow G(1; -5) \Rightarrow C(-2; -10)$.

Với $a=2 \Rightarrow G(2; -2) \Rightarrow C(1; -1)$.

Vậy $C(-2; -10)$ hoặc $C(1; -1)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 63: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4; -1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x - y + 3 = 0$ và $3x + 2y - 6 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC và tính diện tích tam giác ABC .

A. $BC: x - y = 0; S = \frac{35}{2}$.

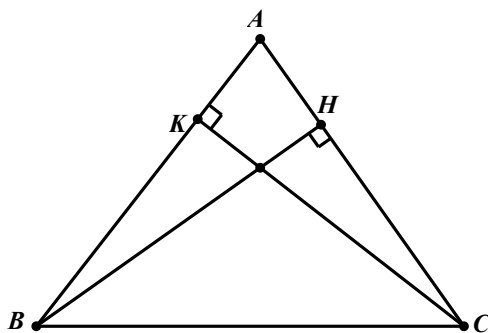
B. $BC: x - y = 0; S = \frac{25}{2}$.

C. $BC: x + y = 0; S = \frac{25}{2}$.

D. $BC: x + y = 0; S = \frac{35}{2}$.

Lời giải

Chọn D.



+ BH có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{BH}(2; -1)$. CK có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{CK}(3; 2)$.

+ Đường thẳng AB vuông góc CK nên nhận $\vec{n}_{CK}(3; 2)$ làm vectơ chỉ phương, vì thế AB có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{AB}(2; -3)$. Mặt khác AB đi qua $A(-4; -1)$ nên có phương trình:

$$2(x+4) - 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + 5 = 0.$$

+ Đường thẳng AC vuông góc BH nên nhận $\vec{n}_{BH}(2; -1)$ làm vectơ chỉ phương, vì thế AC có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{AC}(1; 2)$. Mặt khác AC đi qua $A(-4; -1)$ nên có phương trình:

$$1(x+4) + 2(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 6 = 0.$$

+ B là giao điểm của AB và BH . Xét hệ:
$$\begin{cases} 2x - 3y + 5 = 0 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 1).$$

+ C là giao điểm của AC và CK . Xét hệ:
$$\begin{cases} x + 2y + 6 = 0 \\ 3x + 2y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -6 \end{cases} \Rightarrow C(6; -6).$$

+ Đường thẳng BC có vectơ chỉ phương là $\vec{BC} = (7; -7)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (7; 7)$.

Vậy BC có phương trình: $7(x+1) + 7(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + y = 0$.

+ $BC = \sqrt{7^2 + (-7)^2} = 7\sqrt{2}$.

+ Chiều cao kẻ từ A của tam giác ABC là $d(A, BC) = \frac{|-4-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$.

+ Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{35}{2}$.

Câu 64: Cho $A(1; -1)$, $B(3; 2)$. Tìm M trên trục Oy sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

- A. $M(0; 1)$. B. $M(0; -1)$. C. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$.

$$\overline{MA} = (1; -1 - y); \overline{MB} = (3; 2 - y)$$

$$MA^2 + MB^2 = 10 - 2y + 2y^2 = 2\left(y^2 - y + \frac{1}{4}\right) + \frac{19}{2} = 2\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{19}{2} \geq \frac{19}{2}$$

Giá trị nhỏ nhất của $(MA^2 + MB^2)$ bằng $\frac{19}{2}$

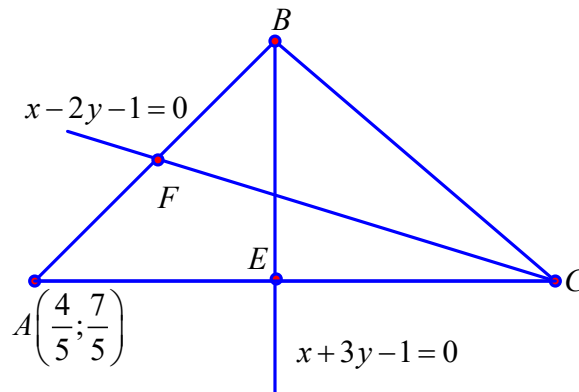
Dấu bằng xảy ra khi $y = \frac{1}{2}$.

Câu 65: Cho tam giác ABC có $A\left(\frac{4}{5}; \frac{7}{5}\right)$ và hai trong ba đường phân giác trong có phương trình lần lượt là $x - 2y - 1 = 0$, $x + 3y - 1 = 0$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC .

- A. $y + 1 = 0$. B. $y - 1 = 0$. C. $4x - 3y + 1 = 0$. D. $3x - 4y + 8 = 0$.

Lời giải

Chọn A.



Dễ thấy điểm $A\left(\frac{4}{5}; \frac{7}{5}\right)$ không thuộc hai đường phân giác $x - 2y - 1 = 0$ và $x + 3y - 1 = 0$. Suy

gọi $CF: x - 2y - 1 = 0$, $BE: x + 3y - 1 = 0$ lần lượt là phương trình đường phân giác xuất phát từ đỉnh C , B (như hình vẽ trên).

Gọi d là đường thẳng qua $A\left(\frac{4}{5}; \frac{7}{5}\right)$ và vuông góc với BE thì d có VTPT là $\overline{n_d} = (3; -1)$ nên có

phương trình $3\left(x - \frac{4}{5}\right) - \left(y - \frac{7}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 1 = 0$. Tọa độ điểm $M = d \cap BE$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 3x - y - 1 = 0 \\ x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right).$$

Suy ra tọa độ điểm đối xứng với $A\left(\frac{4}{5}; \frac{7}{5}\right)$ qua $M\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right)$ là $A'(0; -1)$ thì $A' \in BC$ (1).

Gọi d' là đường thẳng qua $A\left(\frac{4}{5}; \frac{7}{5}\right)$ và vuông góc với CF thì d' có VTPT là $\vec{n}_{d'} = (2; 1)$ nên có phương trình $2\left(x - \frac{4}{5}\right) + \left(y - \frac{7}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0$. Tọa độ điểm $N = d' \cap CF$ thỏa mãn

$$\text{hệ } \begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ x - 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right).$$

Suy ra tọa độ điểm đối xứng với $A\left(\frac{4}{5}; \frac{7}{5}\right)$ qua $N\left(\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right)$ là $A''(2; -1)$ thì $A'' \in BC$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\vec{A'A''} = (2; 0)$ là một VTCP của BC suy ra VTPT của BC là $\vec{n} = (0; 1)$. Do đó phương trình cạnh $BC : 0(x - 0) + 1(y + 1) = 0 \Leftrightarrow y + 1 = 0$.

CHUYÊN ĐỀ : PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG
CHỦ ĐỀ: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI HAI ĐƯỜNG THẲNG-GÓC-KHOẢNG CÁCH

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT:

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Cho hai đường thẳng $d_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0 \Rightarrow \vec{n}_1 = (a_1; b_1)$
 $d_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0 \Rightarrow \vec{n}_2 = (a_2; b_2)$

- d_1 cắt d_2 khi và chỉ khi $\vec{n}_1 = (a_1; b_1), \vec{n}_2 = (a_2; b_2)$ không cùng phương $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$
- $d_1 // d_2$ khi và chỉ khi $\vec{n}_1 = (a_1; b_1), \vec{n}_2 = (a_2; b_2)$ cùng phương và $M \in d_1 \Rightarrow M \notin d_2$
- $d_1 \equiv d_2$ khi và chỉ khi $\vec{n}_1 = (a_1; b_1), \vec{n}_2 = (a_2; b_2)$ và $M \in d_1 \Rightarrow M \in d_2$
- Đặc biệt $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow a_1b_2 + a_2b_1 = 0$

Chú ý: Với trường hợp $a_2 \cdot b_2 \cdot c_2 \neq 0$ khi đó

+ Nếu $\frac{a_1}{b_1} \neq \frac{a_2}{b_2}$ thì hai đường thẳng cắt nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng song song nhau.

+ Nếu $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ thì hai đường thẳng trùng nhau.

2. Góc giữa hai đường thẳng:

a) Định nghĩa: Hai đường thẳng a và b cắt nhau tạo thành bốn góc. Số đo nhỏ nhất của các góc đó được gọi là số đo của góc giữa hai đường thẳng a và b , hay đơn giản là góc giữa a và b . Khi a song song hoặc trùng với b , ta quy ước góc giữa chúng bằng 0^0 .

b) Công thức xác định góc giữa hai đường thẳng.

Góc xác định hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có phương trình $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và

$\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ được xác định bởi công thức $\cos(\Delta_1; \Delta_2) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$.

3. Khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

a) Công thức tính khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

Cho đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ và điểm $M(x_0; y_0)$. Khi đó khoảng cách từ M đến (Δ) được tính

bởi công thức: $d(M, (\Delta)) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$.

b) Vị trí của hai điểm đối với đường thẳng.

Cho đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ và $M(x_M; y_M) \notin \Delta, N(x_N; y_N) \notin \Delta$. Khi đó:

- M, N cùng phía với $\Delta \Leftrightarrow (ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) > 0$

- M, N khác phía với $\Delta \Leftrightarrow (ax_M + by_M + c)(ax_N + by_N + c) < 0$

Chú ý: Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng :

$\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ là:

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

1. Dạng 1: Vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Phương pháp:

Ví dụ 1: Xét vị trí tương đối của các cặp đường thẳng sau

a) $\Delta_1: \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2$ và $\Delta_2: 6x - 2y - 8 = 0$

b) $\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 4 + 3t' \end{cases}$

c) $\Delta_1: x - 2y + 1 = 0$ và $\Delta_2: -3x + 6y - 1 = 0$.

d) $d_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-5}{3}$, $d_2: x - 2y + 1 = 0$

Lời giải:

a) Ta có $\Delta_1: \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2 \Leftrightarrow 3x - 2y - 6 = 0$. Δ_1 có vtpt là $\vec{n}_1 = (3; -2)$

Δ_2 : có vtpt là $\vec{n}_2 = (3; -1)$

Do $\frac{3}{3} \neq \frac{-2}{-1}$ nên \vec{n}_1, \vec{n}_2 không cùng phương. Vậy hai đường thẳng cắt nhau.

b) Ta có Δ_1 có vtpt là $\vec{n}_1 = (3; 2)$

Δ_2 : có vtpt là $\vec{n}_2 = (3; 2)$

Suy ra \vec{n}_1, \vec{n}_2 cùng phương. Vậy hai đường thẳng song song hoặc trùng nhau.

Lấy $M(-3; 2)$ thuộc Δ_1 .

Thế $x = -3, y = 2$ vào phương trình đường thẳng Δ_2 ta được $\begin{cases} -3 = 1 - 2t' \\ 2 = 4 + 3t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 2 \\ t' = -\frac{2}{3} \end{cases}$ (vô nghiệm)

Suy ra $M \notin \Delta_2$

Vậy $\Delta_1 // \Delta_2$

c) $\Delta_1: x - 2y + 1 = 0$ và $\Delta_2: -3x + 6y - 3 = 0$.

Ta có $\frac{1}{-3} = \frac{-2}{6} = \frac{1}{-3}$ nên Δ_1 và Δ_2 trùng nhau.

d) $d_1: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-5}{3}$, $d_2: x - 2y + 1 = 0$

Ta có d_1 có vtpt là $\vec{n}_1 = (3; 1)$

Ta có d_2 có vtpt là $\vec{n}_2 = (1; -2)$

Do $\frac{3}{1} \neq \frac{1}{-2}$ nên \vec{n}_1, \vec{n}_2 không cùng phương. Vậy hai đường thẳng cắt nhau.

Ví dụ 2: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng sau đồng quy ?

$$d_1: 3x - 4y + 15 = 0, \quad d_2: 5x + 2y - 1 = 0, \quad d_3: mx - 4y + 15 = 0.$$

Lời giải:

Do $\frac{3}{5} \neq \frac{-4}{2}$ nên d_1, d_2 cắt nhau. Tọa độ giao điểm M của d_1, d_2 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x - 4y = -15 \\ 5x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 3)$$

Để d_1, d_2 và d_3 đồng quy thì $M \in d_3 \Rightarrow m(-1) - 4.3 + 15 = 0 \Leftrightarrow m = 3$

Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm.

Ví dụ 3: Cho hai đường thẳng $d_1: mx + (m-1)y + 2m = 0$ và $d_2: 2x + y - 1 = 0$. Tìm m để

- a) d_1, d_2 cắt nhau
 b) $d_1 // d_2$
 c) d_1, d_2 trùng nhau
 d) d_1, d_2 vuông góc

Lời giải

a) Ta có : d_1, d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \frac{m}{2} \neq \frac{m-1}{1} \Leftrightarrow m \neq 2$.

b) Ta có $d_1 // d_2 \Leftrightarrow \frac{m}{2} = \frac{m-1}{1} = \frac{2m}{-1} \Leftrightarrow m = 2$.

c) d_1, d_2 trùng nhau $\Leftrightarrow \frac{m}{2} = \frac{m-1}{1} = \frac{2m}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} = \frac{m-1}{1} \\ \frac{m}{2} = \frac{2m}{-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = 0 \end{cases}$ (không tồn tại m)

Vậy không có giá trị nào để d_1, d_2 trùng nhau.

d) d_1, d_2 vuông góc $\Leftrightarrow m \cdot 2 + (m-1) \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{3}$.

2. Dạng 2: Góc giữa hai đường thẳng:

Ví dụ 1: Tìm góc giữa các cặp đường thẳng sau:

- a) $d : 5x + y - 3 = 0; d_2 : 5x - y + 7 = 0$.
 b) $3x + y - 1 = 0$ và $4x - 2y - 4 = 0$.
 c) $\Delta_1 : x + \sqrt{3}y = 0$ và $\Delta_2 : x + 10 = 0$?

Lời giải:

a) Đường thẳng: $5x + y - 3 = 0$ có vtpt $\vec{n}_1 = (5; 1)$

Đường thẳng: $5x - y + 7 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (5; -1)$

$$\cos(d, d_2) = \frac{|5 \cdot 5 + 1 \cdot (-1)|}{\sqrt{5^2 + 1^2} \cdot \sqrt{5^2 + (-1)^2}} = \frac{12}{13} \Rightarrow (d, d_2) \approx 22^\circ 37'$$

b) Đường thẳng: $3x + y - 1 = 0$ có vtpt $\vec{n}_1 = (3; 1)$

Đường thẳng: $4x - 2y - 4 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (4; -2)$

$$\cos(d_1; d_2) = |\cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d_1; d_2) = 45^\circ$$

c) Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (1; \sqrt{3})$

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (1; 0)$

Gọi φ là góc giữa Δ_1, Δ_2 : $\cos \varphi = \frac{|1 \cdot 1 + \sqrt{3} \cdot 0|}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$.

Ví dụ 2: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng

a) $\Delta_1 : 10x + 5y - 1 = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$.

b) $\Delta_1 : x + 2y - 7 = 0$ và $\Delta_2 : 2x - 4y + 9 = 0$.

c) $d_1 : \frac{x-1}{5} = \frac{y+2}{6}$ và $d_2 : \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$?

Lời giải:

a) Vector pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1 = (2; 1), \vec{n}_2 = (1; 1)$

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

b) Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (1; 2)$

Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (2; -4)$

Gọi φ là góc giữa Δ_1, Δ_2 : $\cos \varphi = \frac{|1 \cdot 2 + 2 \cdot (-4)|}{\sqrt{1^2 + 2^2} \cdot \sqrt{2^2 + (-4)^2}} = \frac{3}{5}$

c) d_1 có VTPT $\vec{n}_1 = (6; -5)$ và d_2 có VTPT là $\vec{n}_2 = (5; 6)$. Do $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow d_1 \perp d_2$

Vậy $\cos(d_1, d_2) = 0$.

Ví dụ 3: Tìm a biết đường thẳng $y = ax + 1$ hợp với $x - y = 0$ một góc 60°

Lời giải:

Đường thẳng: $y = ax + 1 \Leftrightarrow ax - y + 1 = 0$ có vtpt $\vec{n}_1 = (a; -1)$

Đường thẳng: $x - y = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (1; -1)$

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|a \cdot 1 + (-1) \cdot (-1)|}{\sqrt{a^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|a + 1|}{\sqrt{a^2 + 1} \cdot \sqrt{2}} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} |a + 1| = \sqrt{a^2 + 1} \Leftrightarrow 2(a + 1)^2 = a^2 + 1 \Leftrightarrow a^2 + 4a + 1 = 0 \Leftrightarrow a = -2 \pm \sqrt{3}$$

Ví dụ 4: Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $d_1: x + my - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $d_2: x + y = 0$ một góc 60° . Tổng $m_1 + m_2$ bằng:

- A. -1 B. 1 C. -4 D. 4

Lời giải:

Chọn C

Đường thẳng: $x + my - 3 = 0$ có vtpt $\vec{n}_1 = (1; m)$

Đường thẳng: $x + y = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (1; 1)$

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|1 \cdot 1 + m \cdot 1|}{\sqrt{m^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|m + 1|}{\sqrt{m^2 + 1} \cdot \sqrt{2}} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} |m + 1| = \sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow 2(m + 1)^2 = m^2 + 1 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 1 = 0 \Rightarrow m_1 + m_2 = -4$$

Ví dụ 5: Cho hai đường thẳng $d: x + 2y + 3 = 0, d': 2x + y + 3 = 0$. Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' là:

Lời giải:

Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' là:

$$\frac{|x + 2y + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|2x + y + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 3 = 2x + y + 3 \\ x + 2y + 3 = -(2x + y + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases}$$

Ví dụ 6: Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(-2; 0)$ và tạo với đường thẳng $d: x + 3y - 3 = 0$ một góc 45° .

Lời giải:

Phương trình đường thẳng cần tìm có dạng: $A(x + 2) + By = 0$.

Theo giả thiết, ta có:

$$\cos 45^\circ = \frac{|A + 3B|}{\sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow |A + 3B| = \sqrt{5} \sqrt{A^2 + B^2} \Leftrightarrow$$

$$2A^2 - 3AB - 2B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{A}{B} = 2 \Rightarrow A = 2, B = 1 \\ \frac{A}{B} = -\frac{1}{2} \Rightarrow A = 1, B = -2 \end{cases}.$$

Vậy có hai đường thẳng thỏa yêu cầu bài toán là $2(x+2) + y = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 4 = 0$ và $1(x+2) - 2y = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2 = 0$.

Ví dụ 7: Cho ΔABC với $A(4; -3), B(1; 1), C(-1; -\frac{1}{2})$. Phân giác trong của góc B có phương trình:

Lời giải:

Gọi I là chân đường phân giác trong góc B , ta có:

$$\frac{\overline{IA}}{\overline{IC}} = -\frac{BA}{BC} = -\frac{\sqrt{(1-4)^2 + (1+3)^2}}{\sqrt{(1+1)^2 + (1+\frac{1}{2})^2}} = -2 \Rightarrow I \begin{cases} x = \frac{4+2(-1)}{1+2} = \frac{2}{3} \\ y = \frac{-3+2(-\frac{1}{2})}{3} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Phân giác trong là đường thẳng qua B, I nên có phương trình:

$$\frac{x - \frac{1}{2}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{y - 1}{1 + \frac{4}{3}} \Leftrightarrow 7x - y - 6 = 0.$$

Ví dụ 8: Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; 0), B(0; 4)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6

Lời giải

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (-3; 4) \Rightarrow |\overline{AB}| = 5.$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB \text{ là } \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x + 3y - 12 = 0.$$

$$\text{Gọi } M(0; m) \in Oy \Rightarrow d(M, AB) = \frac{|3m - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3m - 12|}{5}.$$

Diện tích tam giác MAB bằng 6 nên

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{|3m - 12|}{5} = 6 \Leftrightarrow |3m - 12| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} 3m = 0 \\ 3m = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \Rightarrow M(0; 0) \\ m = 8 \Rightarrow M(0; 8) \end{cases}.$$

Ví dụ 9: Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $3x + 4y - 2 = 0$ bằng 45° .

Lời giải

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng đã cho.

$$\text{Đường thẳng } \begin{cases} x = 9 + at \\ y = 7 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \text{ có vectơ chỉ phương là } \vec{u} = (a; -2).$$

$$\text{Đường thẳng } 3x + 4y - 2 = 0 \text{ có vectơ chỉ phương là } \vec{v} = (4; -3).$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos \varphi &= |\cos(\vec{u}, \vec{v})| \Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|4a+6|}{5\sqrt{a^2+4}} \\ \Leftrightarrow 5\sqrt{a^2+4} &= \sqrt{2}|4a+6| \Leftrightarrow 25a^2+100 = 32a^2+96a+72 \\ \Leftrightarrow 7a^2+96a-28 &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{7} \\ a = -14 \end{cases} \end{aligned}$$

Ví dụ 10: Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x+y-3=0$ và $d_2: x-2y+1=0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3: y-1=0$ một góc 45° có phương trình:

Lời giải

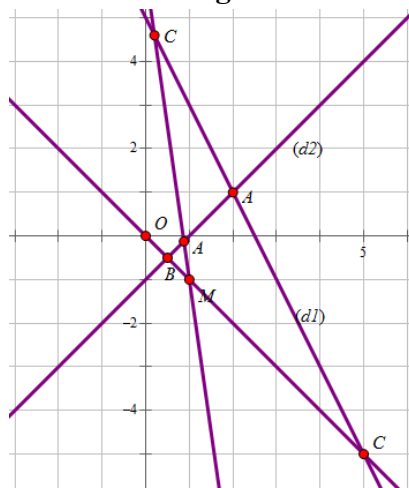
$$\begin{cases} d_1: 2x+y-3=0 \\ d_2: x-2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(1;1) \in \Delta.$$

Ta có $d_3: y-1=0 \rightarrow \vec{n}_3 = (0;1)$, gọi $\vec{n}_\Delta = (a;b)$, $\varphi = (\Delta; d_3)$. Khi đó

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \varphi = \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{0+1}} \Leftrightarrow a^2+b^2 = 2b^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \rightarrow a=b=1 \rightarrow \Delta: x+y-2=0 \\ a=-b \rightarrow a=1, b=-1 \rightarrow \Delta: x-y=0 \end{cases}$$

Ví dụ 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1;-1)$ và hai đường thẳng có phương trình $(d_1): x-y-1=0, (d_2): 2x+y-5=0$. Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng trên. Biết rằng có hai đường thẳng (d) đi qua M cắt hai đường thẳng trên lần lượt tại hai điểm B, C sao cho ABC là tam giác có $BC=3AB$ có dạng: $ax+y+b=0$ và $cx+y+d=0$, giá trị của $T = a+b+c+d$ là

Lời giải



Tọa độ $A(2;1)$

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng (d_1) và (d_2) , $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$

Xét tam giác ABC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{10}}$

Gọi β là góc giữa hai đường thẳng (d) và (d_1) , suy ra: $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \cos \beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$ (1)

Giả sử (d) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}(a;b)$

$$\text{Từ (1) ta có: } \cos \beta = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \frac{|2a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow a^2 - 8ab + b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = 7b \end{cases}$$

Với $a = b$ một vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1) \Rightarrow d : x + y = 0$

Với $a = 7b$ một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}(7;1) \Rightarrow d : 7x + y - 6 = 0$

Vậy: $T = 1 + 0 + 7 - 6 = 2$

Ví dụ 12: Phân giác của góc nhọn tạo bởi 2 đường thẳng $d_1 : 3x + 4y - 5 = 0$ và $d_2 : 5x - 12y + 3 = 0$ có phương trình:

Lời giải:

d_1 có vecto pháp tuyến $\vec{n}_1 = (3;4)$, d_2 có vecto pháp tuyến $\vec{n}_2 = (5;-12)$.

Do đó $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 15 - 48 = -33 < 0$. Vậy phương trình phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng đã cho là:

$$\frac{3x + 4y - 5}{5} = \frac{5x - 12y + 3}{13} \Leftrightarrow 7x + 56y - 40 = 0.$$

Ví dụ 13: Cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ và 2 điểm $A(1; 2)$, $B(-2; m)$. Định m để A và B nằm cùng phía đối với d .

Lời giải:

Phương trình tổng quát của đường thẳng $d : 3(x - 2) + 1(y - 1) = 0$

hay $d : 3x + y - 7 = 0$. A, B cùng phía

với $d \Leftrightarrow (3x_A + y_A - 7)(3x_B + y_B - 7) > 0 \Leftrightarrow -2(-13 + m) > 0 \Leftrightarrow m < 13$

Ví dụ 14: Cho đường thẳng $d : 3x - 4y - 12 = 0$. Phương trình các đường thẳng qua $M(2; -1)$ và tạo với d một góc 45° là

Lời giải:

Gọi $\vec{n} = (A; B)$ và $A^2 + B^2 \neq 0$ là vec tơ pháp tuyến của đường thẳng cần tìm

$$\text{Ta có: } \cos 45^\circ = \frac{|A \cdot 3 + B \cdot (-4)|}{\sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{|3A - 4B|}{\sqrt{A^2 + B^2} \cdot 5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sqrt{2} |3A - 4B| = 5\sqrt{A^2 + B^2}$$

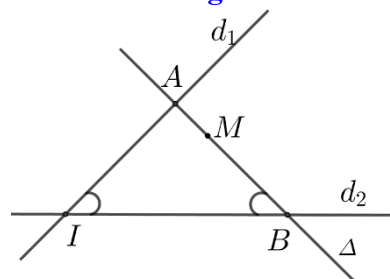
$$\Leftrightarrow 7A^2 + 48AB - 7B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} B = 7A \\ A = -7B \end{cases}$$

Với $B = 7A$ chọn $A = 1, B = 7 \Rightarrow x + 7y + 5 = 0$

Với $A = -7B$ chọn $A = 7, B = -1 \Rightarrow 7x - y - 15 = 0$

Ví dụ 15: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1) : 2x - y + 5 = 0$ và $(d_2) : x + y - 3 = 0$ cắt nhau tại I . Phương trình đường thẳng đi qua $M(-2; 0)$ cắt $(d_1), (d_2)$ tại A và B sao cho tam giác IAB cân tại A có phương trình dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính $T = a - 5b$.

Lời giải



Đường thẳng $(d_1), (d_2)$ có vec tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (2; -1)$, $\vec{n}_2 = (1; 1)$.

Gọi (Δ) là đường thẳng cần tìm có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b)$.

Góc giữa 2 đường thẳng $(d_1), (d_2)$ và $(\Delta), (d_2)$ xác định bởi:

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2 \cdot 1 - 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

$$\cos(\Delta, d_2) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a+b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{1^2+1^2}} = \frac{|a+b|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2+b^2}}.$$

Vì (Δ) cắt $(d_1), (d_2)$ tại A và B tạo thành tam giác IAB cân tại A nên

$$\cos(d_1, d_2) = \cos(\Delta, d_2) \Leftrightarrow \frac{|a+b|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2+b^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \sqrt{5}|a+b| = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\Leftrightarrow 5(a+b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 2a^2 + 5ab + b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2b \\ a = -\frac{1}{2}b \end{cases}.$$

+ $a = -2b$: chọn $a = 2 \Rightarrow b = -1$: phương trình đường thẳng là:

$$2(x+2) - y = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 4 = 0 \quad (L).$$

+ $a = -\frac{1}{2}b$: chọn $a = 1 \Rightarrow b = -2$: phương trình đường thẳng là:

$$(x+2) - 2y = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2 = 0 \quad (T/m). \text{ Do đó } T = a - 5b = 1 - 5(-2) = 11.$$

3. Dạng 3: Khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

Ví dụ 1: Tìm khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ

a) $M(1; -1), \Delta: 3x - 4y - 17 = 0$

b) $M(1; 1), \Delta: \begin{cases} x = -5 + 4t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$

c) $M(1; -4), \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1}$

Lời giải

a) Áp dụng công thức tính khoảng cách ta có $d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4(-1) - 17|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2.$

b) $\Delta: \begin{cases} x = -5 + 4t \\ y = 3 - 3t \end{cases}$ qua $A(-5; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4; -3)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 4).$

Phương trình tổng quát của Δ là $3(x+5) + 4(y-3) = 0 \Leftrightarrow 3x + 4y + 3 = 0.$

$$d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 3|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2.$$

c) Ta có $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} \Leftrightarrow -x+1 = 2y+6 \Leftrightarrow x+2y+5=0.$

$$\text{Do đó } d(M, \Delta) = \frac{|1 \cdot 1 + 2 \cdot (-4) + 5|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng Oxy , Cho điểm $A(1; -1)$ và đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$

a) Tìm $d(A, \Delta)$

b) Lập phương trình đường thẳng Δ qua điểm $A(1; -1)$ và Δ song song với d

Lời giải:

$$a) d(A, d) = \frac{|1 \cdot 1 + (-2) \cdot (-1) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}.$$

b) Cách 1: Đường thẳng d có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; -1)$ và Δ song song với d nên Δ nhận $\vec{n} = (1; -2)$ làm vector pháp tuyến.

Phương trình tổng quát của đường thẳng Δ là $(x-1) - 2(y+1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 3 = 0$.

Cách 2: Δ song song với d nên Δ nhận $\vec{n} = (1; -2)$ làm vector pháp tuyến. Phương trình Δ có dạng:

$$x - 2y + m = 0 (m \neq 1)$$

Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; -1)$ nên $1 \cdot 1 - 2 \cdot (-1) + m = 0 \Leftrightarrow m = -3$. Vậy phương trình Δ là $x - 2y - 3 = 0$.

Ví dụ 3: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$ và điểm $M(2; 3)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng d là

Lời giải

Cách 1: Δ vuông góc $d: x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow \Delta$ có VTPT là $\vec{n} = (2; 1)$.

Δ qua $M(2; 3)$ nên có phương trình là $2(x-2) + (y-3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 7 = 0$.

Cách 2: Δ vuông góc $d: x - 2y + 1 = 0$ nên phương trình Δ có dạng:

$$2x + y + m = 0$$

Δ qua $M(2; 3)$ nên $2 \cdot 2 + 3 + m = 0 \Leftrightarrow m = -7$.

Vậy phương trình Δ là $2x + y - 7 = 0$.

Ví dụ 4: Hai cạnh của hình chữ nhật nằm trên hai đường thẳng $d_1: 4x - 3y + 5 = 0, d_2: 3x + 4y - 5 = 0$, đỉnh $A(2; 1)$. Tìm diện tích của hình chữ nhật

Lời giải:

Do điểm A không thuộc hai đường thẳng trên.

Độ dài hai cạnh kề của hình chữ nhật bằng khoảng cách từ $A(2; 1)$ đến hai đường thẳng trên, do đó diện

$$\text{tích hình chữ nhật bằng } S = \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \cdot \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2.$$

Ví dụ 5: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(1; 2), B(2; 3), C(-3; -4)$.

a) Tìm góc giữa hai đường thẳng AB và BC

b) Tìm độ dài đường cao kẻ từ C của tam giác ABC

c) Tìm diện tích tam giác ABC bằng

Lời giải

a) Đường thẳng AB có vector chỉ phương là $\vec{AB} = (1; 1)$

Đường thẳng BC có vector chỉ phương là $\vec{BC} = (-5; -7)$

$$\text{Khi đó } \cos(\overline{AB}, \overline{BC}) = \frac{|1 \cdot (-5) + 1 \cdot (-7)|}{\sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-5)^2 + (-7)^2}} = \frac{6\sqrt{37}}{37} \Rightarrow (\overline{AB}, \overline{BC}) \approx 10^\circ 30'$$

b) Đường thẳng AB đi qua $A(1; 2)$ và nhận $\overline{AB} = (1; 1)$ làm VTCP nên $AB: 1(x-1) - 1(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 1 = 0$.

Khoảng cách từ điểm $C(-3; -4)$ đến đường thẳng AB là: $d(C, AB) = \frac{|-3 + 4 + 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$.

c) Diện tích tam giác ABC bằng: $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C, AB) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2} = 1$.

Ví dụ 6: Cho hai đường thẳng song $d_1: 5x - 7y + 4 = 0$ và $d_2: 5x - 7y + 6 = 0$. Tìm khoảng cách giữa d_1 và d_2

Lời giải:

$$\text{Ta có } \frac{5}{5} = \frac{-7}{-7} \neq \frac{4}{6} \Rightarrow d_1 // d_2$$

Gọi $M \in d_1$. Cho $x = -5 \Rightarrow y = -3$, suy ra $M(-5; -3)$.

$$d(d_1; d_2) = d(M, d_2) = \frac{|5 \cdot (-5) - 7 \cdot (-3) + 6|}{\sqrt{5^2 + (-7)^2}} = \frac{2}{\sqrt{74}}$$

Ví dụ 7: Tìm điểm M trên trục Ox sao cho nó cách đều hai đường thẳng: $d_1: 3x + 2y - 6 = 0$ và $d_3: 3x + 2y + 6 = 0$?

Lời giải:

Vì M trên trục Ox nên $M(a; 0)$.

Điểm M cách đều hai đường thẳng: $d_1: 3x + 2y - 6 = 0$ và $d_3: 3x + 2y + 6 = 0$ nên

$$d(M, d_1) = d(M, d_2) \Leftrightarrow \frac{|3a - 6|}{\sqrt{13}} = \frac{|3a + 6|}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow |3a - 6| = |3a + 6|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 6 = 3a + 6 \\ 3a - 6 = -(3a + 6) \end{cases} \Leftrightarrow a = 0.$$

Vậy $M(0; 0)$.

Ví dụ 8: Cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(0; 3)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng AB ?

Lời giải:

Ta gọi $M(a; 0)$, pt $AB: 4x + 3y - 9 = 0$, $AB = 5$

$$\Rightarrow d(M, AB) = 5 \Leftrightarrow \frac{|4a - 9|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{34}{9} \Rightarrow M_1\left(\frac{34}{9}; 0\right), M_2(-4; 0) \\ a = -4 \end{cases}$$

Ví dụ 9: Cho hai điểm $A(1; 2)$ và $B(4; 6)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 1 ?

Lời giải:

$AB = 5$, Gọi $M(0; m)$

Vì diện tích tam giác MAB bằng 1 $\Rightarrow d(M, AB) = \frac{2}{5}$,

$$AB: 3x + 4y - 11 = 0 \Rightarrow \frac{|4m - 11|}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{13}{4} \\ m = \frac{9}{4} \end{cases}$$

Ví dụ 10: Viết phương trình của đường thẳng qua $P(2;5)$ và cách $Q(5;1)$ một khoảng bằng 3.

Lời giải:

$$\Delta \text{ qua } P(2;5) \Rightarrow \Delta: a(x-2) + b(y-5) = 0 \Leftrightarrow ax + by - 2a - 5b = 0$$

$$d(Q, \Delta) = 3 \Leftrightarrow \frac{|5a + b - 2a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow |3a - 4b| = 3\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow -24ab + 7b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = \frac{24}{7}a \end{cases}$$

Với $b = 0$, chọn $a = 1 \Rightarrow \Delta: x = 2$

Với $b = \frac{24}{7}a$, chọn $a = 7 \Rightarrow b = 24 \rightarrow \Delta: 7x + 24y - 134 = 0$

Ví dụ 11: Cho hai đường thẳng song $d_1: 5x - 7y + 4 = 0$ và $d_2: 5x - 7y + 6 = 0$. Viết phương trình đường thẳng song song và cách đều d_1 và d_2

Lời giải

Gọi là d đường thẳng song song và cách đều d_1 và d_2 .

Suy ra phương trình d có dạng: $5x - 7y + c = 0$ ($c \neq 4, c \neq 6$)

$$\text{Mặt khác: } d(d; d_1) = d(d; d_2) \Leftrightarrow \frac{|c-4|}{\sqrt{5^2 + (-7)^2}} = \frac{|c-6|}{\sqrt{5^2 + (-7)^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} c-4 = c-6 \\ c-4 = -c+6 \end{cases} \Leftrightarrow c = 5$$

Vậy $d: 5x - 7y + 5 = 0$.

Ví dụ 14: Cho tam giác ABC có $AB: 2x - y + 4 = 0$; $AC: x - 2y - 6 = 0$. B và C thuộc Ox . Phương trình phân giác ngoài của góc BAC là

Lời giải:

Do $B, C \in Ox \Rightarrow B(-2;0), C(6;0)$ Gọi $M(x; y)$ thuộc đường phân giác của góc BAC

$$\text{Ta có: } d(M, AB) = d(M, AC) \Leftrightarrow \frac{|2x - y + 4|}{\sqrt{5}} = \frac{|x - 2y - 6|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow |2x - y + 4| = |x - 2y - 6|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 10 = 0 \\ 3x - 3y - 2 = 0 \end{cases}$$

Khi đó: $(-2+10)(-6-2) < 0$ nên $3x - 3y - 2 = 0$ là đường thẳng cần tìm

Ví dụ 15: Cho ba điểm $A(2;4)$; $B(-1;2)$ và $C(3;-1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua B đồng thời cách đều A và C .

Bài giải:

Giả sử d qua $B(-1;2)$ và có vecto pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$

$\Rightarrow d$ có dạng: $ax + by + a - 2b = 0$

Vì d cách đều hai điểm A và C

$$d(A, d) = d(C, d) \Leftrightarrow \frac{|2a+4b+a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|3a-b+a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\Leftrightarrow |3a+2b| = |4a-3b|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b=4a-3b \\ 3a+2b=-(4a-3b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5b \\ 7a=b \end{cases}$$

Với $a=5b$, chọn $b=1, a=5$ ta được phương trình $d: 5x+y+3=0$

Với $7a=b$, chọn $a=1, b=7$, ta được phương trình $d: x+7y-13=0$

Vậy có hai đường thẳng thỏa mãn yêu cầu bài toán là $5x+y+3=0$ và $x+7y-13=0$

Ví dụ 16: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;1)$, $B(-2;4)$ và đường thẳng $\Delta: mx-y+3=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B .

Lời giải

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm đoạn } AB \rightarrow \begin{cases} I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right) \\ \overrightarrow{AB} = (-3; 3) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (1; 1) \end{cases}$$

Khi đó: $\Delta: mx-y+3=0$ ($\vec{n}_\Delta = (m; -1)$) cách đều A, B

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I \in \Delta \\ \frac{m}{1} = \frac{-1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{m}{2} - \frac{5}{2} + 3 = 0 \\ m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}$$

Ví dụ 17: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi d là đường thẳng đi qua $M(4;2)$ và cách điểm $A(1;0)$ khoảng cách $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. Biết rằng phương trình đường thẳng d có dạng $x+by+c=0$ với b, c là hai số nguyên. Tính $b+c$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } M(4;2) \in d \Leftrightarrow 4+2b+c=0 \Rightarrow c=-4-2b. \quad (1)$$

$$d(A, d) = \frac{|1+c|}{\sqrt{1+b^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \Leftrightarrow 10(1+c)^2 = 9(1+b^2). \quad (2)$$

$$\text{Thay } c = -4-2b \text{ vào PT (2) ta được PT: } 31b^2 + 120b + 81 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3(tmdk) \\ b = -\frac{27}{31}(ktmdk) \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = -3, c = 2 \Rightarrow b+c = -1..$$

Ví dụ 18: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x-y+1=0$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(9;6)$. Điểm $M(a; b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Tính $a+b$.

Lời giải

Gọi A' đối xứng A qua d ta có $A'(0;3)$ khi đó điểm $M = A'B \cap d$

Tìm được $M(3;4)$.

Ví dụ 19: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x-4y+15=0$ và điểm $A(2;0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc d để đoạn AM có độ dài nhỏ nhất.

Lời giải

Điểm $M \in d \Leftrightarrow M(4t-15; t)$

Ta có: $AM = \sqrt{(4t-17)^2 + t^2} = \sqrt{17(t^2 - 8t + 17)} = \sqrt{17[(t-4)^2 + 1]} \geq \sqrt{17}, \forall t \in \mathbb{R}.$

$\Rightarrow \min AM = \sqrt{17}$, đạt được tại $t = 4$. Khi đó $M(1; 4)$.

Ví dụ 20: Cho 3 điểm $A(-6; 3); B(0; -1); C(3; 2)$. Tìm M trên đường thẳng $d: 2x - y - 3 = 0$ mà $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất là

Lời giải

Cách 1:

Tìm tọa độ điểm $I(x; y)$ sao cho $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. Suy ra $I\left(-1; \frac{4}{3}\right)$

Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 3|\overrightarrow{MI}|$. Vậy $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi $|\overrightarrow{MI}|$ nhỏ nhất.

$|\overrightarrow{MI}|$ nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của I xuống đường thẳng d .

Đường thẳng d' đi qua I và vuông góc với d có phương trình: $x + 2y = \frac{5}{3}$

M là giao điểm của d và d' nên M là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{-13}{15}; \frac{19}{15}\right)$$

Cách 2:

M thuộc d suy ra $M(t; 2t+3)$

$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = (-3 - 3t; -6t - 5)$

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = \sqrt{(-3 - 3t)^2 + (-6t - 5)^2}$

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = \sqrt{45t^2 + 78t + 34} = \sqrt{45\left(t + \frac{13}{15}\right)^2 + \frac{1}{5}}$

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi $t = -\frac{13}{15}$. Suy ra $M\left(\frac{-13}{15}; \frac{19}{15}\right)$.

Ví dụ 21: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có đỉnh $A(2; 2)$, $B(1; -3)$, $C(-2; 2)$. Điểm M thuộc trục tung sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất có tung độ là?

Lời giải

Gọi $G(a; b)$ là trọng tâm tam giác ABC . Suy

$$\text{ra } \begin{cases} a = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ b = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2+1-2}{3} \\ b = \frac{2-3+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

Ta có: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC}| = |3\overrightarrow{MG}| = 3MG$.

Suy ra $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất khi MG nhỏ nhất.

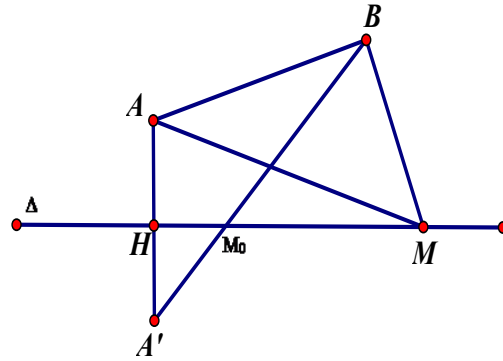
Mặt khác M thuộc trục tung nên MG nhỏ nhất khi M là hình chiếu của G lên trục tung.

Vậy $M\left(0; \frac{1}{3}\right)$.

Ví dụ 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2;1)$, $B(9;6)$. Điểm $M(a;b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$ ta được kết quả là:

Lời giải

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng Δ



Ta có: $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow M$ trùng với M_0 (M_0 là giao điểm của Δ và $A'B$)

Ta có: $AA' \perp \Delta$ nên $\vec{n}_{AA'} = \vec{a}_\Delta = (1; 1)$

$(AA'): x + y - 3 = 0$

Gọi $H = AA' \cap \Delta \Rightarrow H(1; 2)$

Vì A' đối xứng với A qua Δ nên H là trung điểm $AA' \Rightarrow A'(0; 3)$

Đường thẳng $A'B$ qua B có VTCP $\vec{A'B} = (9; 3) = 3(3; 1) \Rightarrow \vec{n}_{A'B} = (1; -3)$

$\Rightarrow A'B: x - 3y + 9 = 0$

Tọa độ M_0 thỏa hệ: $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - 3y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow M_0(3; 4)$

$\Rightarrow M(3; 4)$. Vậy $a + b = 7$

Ví dụ 23: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $A(2; 2)$ và trung điểm của BC là $I(-1; -2)$. Điểm $M(a; b)$ thỏa mãn $2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$. Tính $S = a + b$.

Lời giải

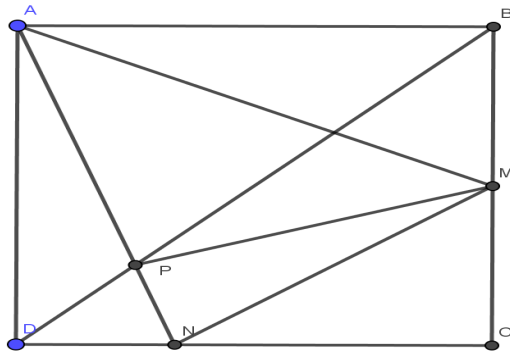
Gọi K trung điểm $AI \Rightarrow K\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

Ta có $2\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{MA} + 2\vec{MI} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\vec{MK} = \vec{0} \Leftrightarrow M \equiv K$

$\Rightarrow a + b = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$.

Ví dụ 24: Trên mặt phẳng Oxy, cho hình vuông $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $CN = 2ND$. Giả sử $M\left(\frac{11}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đường thẳng AN có phương trình $2x - y - 3 = 0$. Gọi $P(a; b)$ là giao điểm của AN và BD . Giá trị $2a + b$ bằng:

Lời giải



Ta chứng minh được $MP \perp AN$, nên P là hình chiếu của M trên AN .

(Thật vậy gắn hệ trục tọa độ Dxy , $D(0;0), C(1;0), B(1;1), A(0;1)$. Khi đó $M\left(1; \frac{1}{2}\right); N\left(\frac{1}{3}; 0\right)$.

Phương trình đường thẳng $BD: y = x$. Phương trình đường thẳng $AN: 3x + y = 1$.

Điểm $P\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$. Khi đó $\overrightarrow{MP} = \left(\frac{-3}{4}; \frac{-1}{4}\right); \overrightarrow{AN} = \left(\frac{1}{3}; -1\right) \Rightarrow \overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{AN} = 0 \Rightarrow MP \perp AN$ (đpcm).

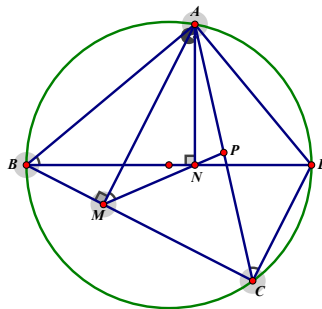
Phương trình đường thẳng MP qua M và vuông góc với AN là $x + 2y - \frac{13}{2} = 0$.

P là giao điểm MP và AN nên tọa độ P là nghiệm hệ
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 2y = \frac{13}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 2 \end{cases}$$

Từ đó: $a = \frac{5}{2}, b = 2 \Rightarrow 2a + b = 7$.

Ví dụ 25: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính BD . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BC và BD ; gọi P là giao điểm của MN và AC . Biết đường thẳng AC có phương trình $x - y - 1 = 0, M(0; 4), N(2; 2)$ và hoành độ điểm A nhỏ hơn 2. Tìm tọa độ các điểm P, A, B .

Lời giải



* Ta chứng minh P là trung điểm của AC .

Thật vậy: do các tứ giác $ABMN, ABCD$ là các tứ giác nội tiếp nên $\widehat{AMP} = \widehat{ABN} = \widehat{ACD}$

Lại do: $AM \parallel CD$ (cùng vuông góc với BC) nên $\widehat{ACD} = \widehat{CAM} \Rightarrow \widehat{PAM} = \widehat{PMA}$

$\Rightarrow \Delta PAM$ cân tại $P \Rightarrow PA = PM$. Đồng thời ΔPCM cân tại P nên $PC = PM$

$\Rightarrow PA = PC$ hay P là trung điểm của AC .

- Ta có: $\overrightarrow{MN} = (2; -2) \Rightarrow$ đường thẳng MN có phương trình: $x + y - 4 = 0$

$$\text{Điểm } P \text{ có tọa độ là nghiệm của hệ } \begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ x + y - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow P = \left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

- Do $A \in AC: x - y - 1 = 0 \Rightarrow A = (a; a - 1)$ (với $a < 2$)

$$\text{- Do } PA = PM \Leftrightarrow \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{2} \Leftrightarrow \left(a - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - \frac{5}{2} = \frac{5}{2} \\ a - \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow A = (0; -1) \Rightarrow C = (5; 4)$$

- Do BC đi qua $M(0; 4)$ và $C(5; 4)$ nên BC có phương trình: $y - 4 = 0$.

- Lại có: $\overrightarrow{AN} = (2; 3)$ là vectơ pháp tuyến của BD nên phương trình BD là: $2x + 3y - 10 = 0$.

$$\text{Tọa độ điểm } B \text{ là nghiệm của hệ phương trình: } \begin{cases} y - 4 = 0 \\ 2x + 3y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow B = (-1; 4).$$

Vậy $P\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$, $A(0; -1)$, $B(-1; 4)$.

Ví dụ 26: Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, ($a \neq 0; b \neq 0$) đi qua $M(-1; 6)$ tạo với tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S = a + 2b$.

Lời giải

$$d \text{ đi qua } M(-1; 6) \Leftrightarrow \frac{-1}{a} + \frac{6}{b} = 1 \quad (1).$$

Đường thẳng cắt tia Ox tại $A(a; 0)$, $a > 0 \Rightarrow OA = a$.

Đường thẳng cắt tia Oy tại $B(0; b)$, $b > 0 \Rightarrow OB = b$.

$$\Delta OAB \text{ vuông tại } O \text{ nên có diện tích là } \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}ab.$$

$$\text{Theo đề } \frac{1}{2}ab = 4 \Leftrightarrow ab = 8 \quad (2).$$

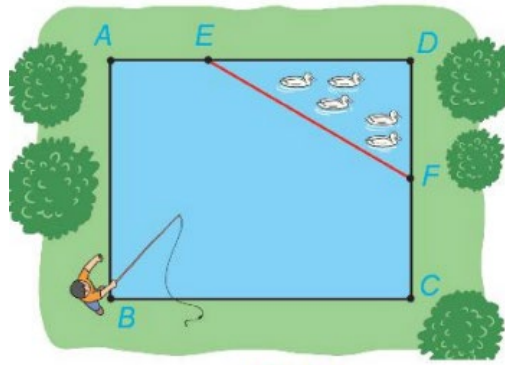
Từ (1), (2) suy ra: $a = 2; b = 4 \Rightarrow S = a + 2b = 10$.

4. Bài toán thực tế:

Ví dụ 1: Nhân dịp nghỉ hè, Nam về quê ở với ông bà nội. Nhà ông bà nội có một ao cá có dạng hình chữ nhật ABCD với chiều dài $AD = 15\text{m}$, chiều rộng $AB = 12\text{m}$. Phần tam giác DEF là nơi ông bà nuôi vịt, $AE = 5\text{m}$, $CF = 6\text{m}$.

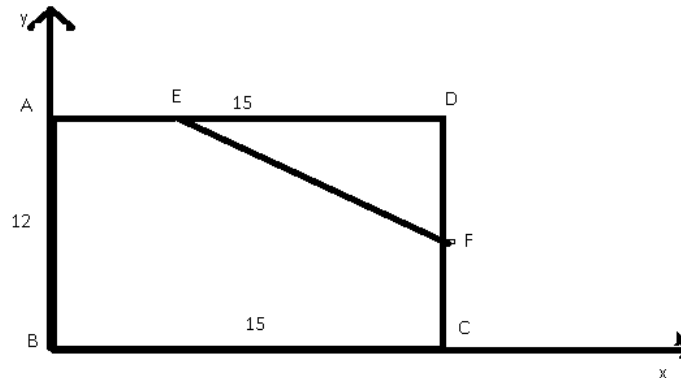
a. Chọn hệ trục tọa độ Oxy, có điểm O trùng với điểm B, các tia Ox, Oy tương ứng trùng với các tia BC, BA. Chọn 1 đơn vị độ dài trên mặt phẳng tọa độ tương ứng với 1m thực tế. Hãy xác định tọa độ của các điểm A, B, C, D, E, F và viết phương trình đường thẳng EF.

b. Nam đứng ở vị trí B câu cá và có thể quăng lưới câu xa 10,7 m. Hỏi lưới câu có thể rơi vào nơi nuôi vịt hay không?



Hình 7.11

Hướng dẫn giải:



a. Tọa độ các điểm: $A(0; 12)$, $B(0; 0)$, $C(15; 0)$, $D(15; 12)$, $E(5; 12)$, $F(15; 6)$

- Đường thẳng EF có vectơ chỉ phương $\vec{EF} = (10; -6)$. Chọn vectơ pháp tuyến là: $\vec{n} = (3; 5)$
- Phương trình tổng quát của đường thẳng EF là: $3(x - 5) + 5(y - 12) = 0$ hay $3x + 5y - 75 = 0$.

b. Để lưỡi câu có thể rơi vào nơi nuôi vịt thì 10,7 phải lớn hơn khoảng cách từ B đến đường thẳng EF.

Khoảng cách từ B đến đường thẳng EF là $d(B, EF) = \frac{|-75|}{\sqrt{3^2 + 5^2}} \approx 12,87 > 10,7$.

Vậy lưỡi câu không thể rơi vào nơi nuôi vịt.

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng tọa độ, một tín hiệu âm thanh phát đi từ một vị trí và được ba thiết bị ghi tín hiệu tại ba vị trí $O(0; 0)$, $A(1; 0)$, $B(1; 3)$ nhận được cùng một thời điểm. Hãy xác định vị trí phát tín hiệu âm thanh.

Bài giải:

Gọi điểm phát tín hiệu là $I(x; y)$.

Do vị trí I đều được ba thiết bị ghi tín hiệu tại O, A, B nhận được cùng một thời điểm nên: $IO = IA = IB$.

Ta có:

$$IO = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$IA = \sqrt{(x-1)^2 + y^2}$$

$$IB = \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2}$$

Vì $IO = IA = IB$, nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = (x-1)^2 + y^2 \\ x^2 + y^2 = (x-1)^2 + (y-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 1 \\ 2x + 6y = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy điểm cần tìm là $I(\frac{1}{2}; \frac{3}{2})$.

Ví dụ 3: Có hai con tòi A và B cùng xuất phát từ hai bên, chuyển động đều theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình radar của trạm điều khiển (được coi như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục

tính theo ki - lô - mét), sau khi xuất phát t (giờ) ($t \geq 0$), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công

$$\text{thức: } \begin{cases} x = 1 - 30t \\ y = -2 + 15t \end{cases}, \text{ vị trí của tàu B có tọa độ là } (1 - 10t; -4 + 17t)$$

- Tính cosin góc giữa hai đường đi của hai tàu A và B.
- Sau bao lâu kể từ thời điểm xuất phát hai tàu gần nhất?
- Nếu tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu B chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu?

Bài giải:

a. Giả sử đường đi của tàu A là $d_1 \Rightarrow d_1: \begin{cases} x = 1 - 30t \\ y = -2 + 15t \end{cases}$

B có tọa độ là $(2 - 10t; 5 + 25t)$ nên B thuộc đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = 1 - 10t \\ y = -4 + 17t \end{cases}$

d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (-2; 1)$

d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (-10; 17)$

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|(-2) \cdot (-10) + 1 \cdot 17|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-10)^2 + 17^2}} \approx 0,84.$$

- b. Kể từ thời điểm xuất phát hai tàu gần nhất, khi hai tàu gặp nhau.

Phương trình tổng quát của d_1 là $\frac{x-1}{-30} = \frac{y+2}{15} \Leftrightarrow x-1 = -2(y+2) \Leftrightarrow x+2y+3=0$

Phương trình tổng quát của d_2 là $\frac{x-1}{-10} = \frac{y+4}{17} \Leftrightarrow 17(x-1) = -10(y+4) \Leftrightarrow 17x+10y+23=0$

Tọa độ giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+2y=-3 \\ 17x+10y=-23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{2}{3} \\ y=-\frac{7}{6} \end{cases}$

Thế $x = -\frac{2}{3}, y = -\frac{7}{6}$ vào phương trình đường thẳng d_1 ta được $\begin{cases} -\frac{2}{3} = 1 - 30t \\ -\frac{7}{6} = -2 + 15t \end{cases} \Rightarrow t = \frac{1}{18}$.

Vậy hai tàu gần nhất sau khi xuất phát khoảng 3,33 phút.

- c. Khi tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu $\Rightarrow A(1; -2)$. Khi đó khoảng cách ngắn nhất giữa tàu A và tàu B bằng $d(A; (d_2))$

$$d_2: 17x + 10y + 23 = 0$$

$$d(A, d_2) = \frac{|17 \cdot 1 + 10(-2) + 23|}{\sqrt{17^2 + 10^2}} \approx 1,01.$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng 1,01 km.

C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng.

Phần 1:

Câu 1: Có bao nhiêu cặp đường thẳng song song trong các đường thẳng sau?

$$(d_1): y = -\frac{1}{\sqrt{2}}x - 2; (d_2): y = -\frac{1}{2}x + 3; (d_3): y = \frac{1}{2}x + 3; (d_4): y = -\frac{\sqrt{2}}{2}x - 2$$

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

Hai đường thẳng $y = a_1x + b_1$ và $y = a_2x + b_2$ song song với nhau khi và chỉ khi $\begin{cases} a_1 = a_2 \\ b_1 \neq b_2 \end{cases}$.

Trong các đường thẳng trên không có đường nào thỏa mãn. Vậy không có cặp đường thẳng nào song song.

Câu 2: Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng **không** song song với đường thẳng $d: y = 3x - 2$

- A. $-3x + y = 0$. B. $3x - y - 6 = 0$. C. $3x - y + 6 = 0$. **D. $3x + y - 6 = 0$.**

Lời giải

Chọn D

$d: y = 3x - 2 \Leftrightarrow 3x - y - 2 = 0$. (d) có VTPT $\vec{n} = (3; -1)$.

Đường thẳng $3x + y - 6 = 0$ có VTPT $\vec{n}_1 = (3; 1) \neq k\vec{n}$ nên \vec{n} và \vec{n}_1 không cùng phương. Do đó đường thẳng $3x + y - 6 = 0$ không song song với đường thẳng (d).

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$ song song với đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A. $x + 2y + 1 = 0$. B. $2x - y = 0$. C. $-x + 2y + 1 = 0$. **D. $-2x + 4y - 1 = 0$.**

Lời giải

Chọn D

Ta kiểm tra lần lượt các đường thẳng

+) Với $d_1: x + 2y + 1 = 0$ có $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-2} \Rightarrow d$ cắt d_1 .

+) Với $d_2: 2x - y = 0$ có $\frac{2}{1} \neq \frac{-1}{-2} \Rightarrow d$ cắt d_2 .

+) Với $d_3: -x + 2y + 1 = 0$ có $\frac{-1}{1} = \frac{2}{-2} \neq \frac{1}{-1} \Rightarrow d$ trùng d_3 .

+) Với $d_4: -2x + 4y - 1 = 0$ có $\frac{1}{-2} = \frac{-2}{4} \neq \frac{-1}{-1} \Rightarrow d$ song song d_4 .

Câu 4: Cho các đường thẳng sau.

$$d_1: y = \frac{3}{\sqrt{3}}x - 2 \quad d_2: y = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1 \quad d_3: y = -\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)x + 2 \quad d_4: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 1$$

Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- A. d_2, d_3, d_4 song song với nhau. **B. d_2 và d_4 song song với nhau.**
C. d_1 và d_4 vuông góc với nhau. D. d_2 và d_3 song song với nhau.

Lời giải

Chọn B

Vì $d_3: y = -\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)x + 2 = \frac{1}{\sqrt{3}}x + 1 \Rightarrow d_3 \equiv d_2$. Đường thẳng d_2 và d_4 có hệ số góc bằng nhau; hệ số tự do khác nhau nên chúng song song.

Câu 5: Tìm các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 3m + 1$ song song với đường thẳng $y = x - 5$.

- A. $m = \pm 2$. B. $m = \pm\sqrt{2}$. C. $m = -2$. **D. $m = 2$.**

Lời giải

Chọn D

Để đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 3m + 1$ song song với đường thẳng $y = x - 5$ thì điều kiện là

$$\begin{cases} m^2 - 3 = 1 \\ 3m + 1 \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 6: Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ và $3x + 4y - 1 = 0$ là

A. $\left(\frac{27}{13}; -\frac{17}{13}\right)$. **B.** $(-27; 17)$. **C.** $\left(-\frac{27}{13}; \frac{17}{13}\right)$. **D.** $(27; -17)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ và $3x + 4y - 1 = 0$ là nghiệm của hệ

phương trình $\begin{cases} x - 3y - 6 = 0 \\ 3x + 4y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{27}{13} \\ y = -\frac{17}{13} \end{cases}$.

Câu 7: Cho đường thẳng $d_1 : 2x + 3y + 15 = 0$ và $d_2 : x - 2y - 3 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.
B. d_1 và d_2 song song với nhau.
C. d_1 và d_2 trùng nhau.
D. d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $d_1 : 2x + 3y + 15 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; 3)$ và đường thẳng $d_2 : x - 2y - 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; -2)$.

Ta thấy $\frac{2}{1} \neq \frac{3}{-2}$ và $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 3 \cdot (-2) = -4 \neq 0$.

Vậy d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.

Câu 8: Hai đường thẳng $d_1 : mx + y = m - 5, d_2 : x + my = 9$ cắt nhau khi và chỉ khi

- A.** $m \neq -1$. **B.** $m \neq 1$. **C.** $m \neq \pm 1$. **D.** $m \neq 2$.

Lời giải

Chọn C

CÁCH 1

-Xét $m = 0$ thì $d_1 : y = -5, d_2 : x = 9$. Rõ ràng hai đường thẳng này cắt nhau nên $m = 0$ thỏa mãn.

-Xét $m \neq 0$ thì $d_1 : y = -mx + m - 5$ và $d_2 : y = -\frac{x}{m} + 9$

Hai đường thẳng d_1 và d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow -m \neq -\frac{1}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq \pm 1 \end{cases}$ (2).

Từ và ta có $m \neq \pm 1$.

CÁCH 2

d_1 và d_2 theo thứ tự nhận các vectơ $\vec{n}_1 = (m; 1)$, $\vec{n}_2 = (1; m)$ làm vec tơ pháp tuyến.

d_1 và d_2 cắt nhau $\Leftrightarrow \vec{n}_1$ và \vec{n}_2 không cùng phương $\Leftrightarrow m \cdot m \neq 1 \cdot 1 \Leftrightarrow m \neq \pm 1$.

Câu 9: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1: 3x + 4y + 10 = 0 \text{ và } d_2: (2m-1)x + m^2y + 10 = 0 \text{ trùng nhau?}$$

- A.** $m \pm 2$. **B.** $m = \pm 1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -2$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_2: (2m-1)x + m^2y + 10 = 0 \\ d_1: 3x + 4y + 10 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1=d_2} \frac{2m-1}{3} = \frac{m^2}{4} = \frac{10}{10}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m-1=3 \\ m^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow m=2.$$

Câu 10: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng có phương trình $d_1: mx + (m-1)y + 2m = 0$ và $d_2: 2x + y - 1 = 0$. Nếu d_1 song song d_2 thì:

- A.** $m = 2$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: mx + (m-1)y + 2m = 0 \\ d_2: 2x + y - 1 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \frac{m}{2} = \frac{m-1}{1} \neq \frac{2m}{-1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \neq 2 \\ m = 2m - 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 11: Tìm m để hai đường thẳng $d_1: 2x - 3y + 4 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ cắt nhau.

- A.** $m \neq -\frac{1}{2}$. **B.** $m \neq 2$. **C.** $m \neq \frac{1}{2}$. **D.** $m = \frac{1}{2}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x - 3y + 4 = 0 \\ d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = (2; -3) \\ \vec{n}_2 = (4m; -3) \end{cases} \xrightarrow{d_1 \cap d_2 = M} \frac{4m}{2} \neq \frac{-3}{-3} \Leftrightarrow m \neq \frac{1}{2}. \text{ Chọn C}$$

Câu 12: Với giá trị nào của a thì hai đường thẳng

$$d_1: 2x - 4y + 1 = 0 \text{ và } d_2: \begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a+1)t \end{cases} \text{ vuông góc với nhau?}$$

- A.** $a = -2$. **B.** $a = 2$. **C.** $a = -1$. **D.** $a = 1$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x - 4y + 1 = 0 \\ d_2: \begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a+1)t \end{cases} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = (1; -2) \\ \vec{n}_2 = (a+1; a) \end{cases} \xrightarrow{d_1 \perp d_2} \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow a+1-2a=0 \Leftrightarrow a=1.$$

Chọn D

Câu 13: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = -6 + (1-2m)t \end{cases} \text{ trùng nhau?}$$

A. $m = \frac{1}{2}$.

B. $m = -2$.

C. $m = 2$.

D. $m \neq \pm 2$.

Lời giải

$$\left. \begin{array}{l} d_1: \begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \end{cases} \rightarrow \vec{u}_1 = (2; -3) \\ d_2: \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = -6 + (1 - 2m)t \end{cases} \rightarrow A(2; -6) \in d_2, \vec{u}_2 = (m; 1 - 2m) \end{array} \right\} \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \begin{cases} A \in d_1 \\ \frac{m}{2} = \frac{1 - 2m}{-3} \Leftrightarrow m = 2. \end{cases}$$

Chọn C

Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases} \text{ và } d_2: 4x - 3y + m = 0 \text{ trùng nhau.}$$

A. $m = -3$.

B. $m = 1$.

C. $m = \frac{4}{3}$.

D. $m \in \emptyset$.

Lời giải

$$\left. \begin{array}{l} d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases} \rightarrow A(2; 1) \in d_1, \vec{u}_1 = (2; m) \\ d_2: 4x - 3y + m = 0 \rightarrow \vec{u}_2 = (3; 4) \end{array} \right\} \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \begin{cases} A \in d_2 \\ \frac{2}{3} = \frac{m}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 + m = 0 \\ m = \frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset. \end{cases}$$

Chọn D

Câu 15: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1: 2x + y + 4 - m = 0 \text{ và } d_2: (m + 3)x + y + 2m - 1 = 0 \text{ song song?}$$

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 3$.

Lời giải

Với $m = 4 \rightarrow \begin{cases} d_1: 2x + y = 0 \\ d_2: 7x + y + 7 = 0 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 \neq \emptyset \rightarrow \text{loại } m = 4.$

Với $m \neq 4$ thì

$$\begin{cases} d_1: 2x + y + 4 - m = 0 \\ d_2: (m + 3)x + y - 2m - 1 = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \frac{m + 3}{2} = \frac{1}{1} \neq \frac{-2m - 1}{4 - m} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m \neq -5 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Chọn B

Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng

$$\Delta_1: 2x - 3my + 10 = 0 \text{ và } \Delta_2: mx + 4y + 1 = 0 \text{ cắt nhau.}$$

A. $1 < m < 10$.

B. $m = 1$.

C. Không có m .

D. Với mọi m .

Lời giải

$$\begin{cases} \Delta_1: 2x - 3my + 10 = 0 \\ \Delta_2: mx + 4y + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m = 0 \rightarrow \begin{cases} \Delta_1: x + 5 = 0 \\ \Delta_2: 4y + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow m = 0 \text{ (thỏa mãn)} \\ m \neq 0 \xrightarrow{\Delta_1 \cap \Delta_2 = M} \frac{2}{m} \neq \frac{-3m}{4} \Leftrightarrow \forall m \neq 0 \end{cases}$$

Chọn D

Câu 17: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$\Delta_1: mx + y - 19 = 0 \text{ và } \Delta_2: (m - 1)x + (m + 1)y - 20 = 0 \text{ vuông góc?}$$

A. Với mọi m .

B. $m = 2$.

C. Không có m .

D. $m = \pm 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \Delta_1: mx + y - 19 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (m; 1) \\ \Delta_2: (m-1)x + (m+1)y - 20 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (m-1; m+1) \end{cases}$$
$$\xrightarrow{\Delta_1 \perp \Delta_2} m(m-1) + 1(m+1) = 0 \Leftrightarrow m \in \emptyset.$$

Câu 18: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1: 3mx + 2y + 6 = 0 \text{ và } d_2: (m^2 + 2)x + 2my + 6 = 0 \text{ cắt nhau?}$$

- A.** $m \neq -1$. **B.** $m \neq 1$. **C.** $m \in \mathbb{R}$. **D.** $m \neq 1$ và $m \neq -1$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} d_1: 3mx + 2y + 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (3m; 2) \\ d_2: (m^2 + 2)x + 2my + 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (m^2 + 2; 2m) \end{cases}$$
$$\rightarrow \begin{cases} m = 0 \rightarrow \begin{cases} d_1: y + 3 = 0 \\ d_2: x + y + 3 = 0 \end{cases} \rightarrow m = 0 \text{ (thỏa mãn)} \\ m \neq 0 \xrightarrow{d_1 \cap d_2 = M} \frac{m^2 + 2}{3m} \neq \frac{2m}{2} \Leftrightarrow m \neq \pm 1 \end{cases}$$

Chọn D

Câu 19: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1: 2x - 3y - 10 = 0 \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases} \text{ vuông góc?}$$

- A.** $m = \frac{1}{2}$. **B.** $m = \frac{9}{8}$. **C.** $m = -\frac{9}{8}$. **D.** $m = -\frac{5}{4}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x - 3y - 10 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (2; -3) \\ d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2 = (4m; -3) \end{cases}$$
$$\xrightarrow{d_1 \perp d_2} 2 \cdot 4m + (-3) \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{8}.$$

Chọn C

Câu 20: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1: 4x - 3y + 3m = 0 \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + mt \end{cases} \text{ trùng nhau?}$$

- A.** $m = -\frac{8}{3}$. **B.** $m = \frac{8}{3}$. **C.** $m = -\frac{4}{3}$. **D.** $m = \frac{4}{3}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 4x - 3y + 3m = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (4; -3) \\ d_2: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + mt \end{cases} \rightarrow A(1; 4) \in d_2, \vec{n}_2 = (m; -2) \end{cases}$$
$$\xrightarrow{d_1 = d_2} \begin{cases} A \in d_1 \\ \frac{m}{4} = \frac{-2}{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m - 8 = 0 \\ m = \frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}.$$

Chọn B

Câu 21: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$$d_1: 3mx + 2y - 6 = 0 \text{ và } d_2: (m^2 + 2)x + 2my - 3 = 0 \text{ song song?}$$

A. $m = 1; m = -1.$

B. $m \in \emptyset.$

C. $m = 2.$

D. $m = -1.$

Lời giải

Ta có $\begin{cases} d_1 : 3mx + 2y - 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (3m; 2) \\ d_2 : (m^2 + 2)x + 2my - 3 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (m^2 + 2; 2m) \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} m = 0 \rightarrow \begin{cases} d_1 : y - 3 = 0 \\ d_2 : 2x + 2y - 3 = 0 \end{cases} \rightarrow m = 0 \text{ (không thỏa mãn)} \\ m \neq 0 \xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \frac{m^2 + 2}{3m} = \frac{2m}{2} \neq \frac{-3}{-6} \Leftrightarrow m = \pm 1 \end{cases}$

Chọn A.

Câu 22: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1 : \begin{cases} x = 8 - (m + 1)t \\ y = 10 + t \end{cases}$ và $d_2 : mx + 2y - 14 = 0$ song song?

A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$

B. $m = 1.$

C. $m = -2.$

D. $m \in \emptyset.$

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} d_1 : \begin{cases} x = 8 - (m + 1)t \\ y = 10 + t \end{cases} \rightarrow A(8; 10) \in d_1, \vec{n}_1 = (1; m + 1) \\ d_2 : mx + 2y - 14 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (m; 2) \end{cases}$

$\xrightarrow{d_1 \parallel d_2} \begin{cases} A \notin d_2 \\ m = 0 \rightarrow \begin{cases} \vec{n}_1 = (1; 1) \\ \vec{n}_2 = (0; 2) \end{cases} \rightarrow \text{khoảng thỏa mãn} \\ m \neq 0 \rightarrow \frac{1}{m} = \frac{m + 1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8m + 6 \neq 0 \\ m \neq 0 \\ m = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$

Chọn A

Câu 23: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$d_1 : (m - 3)x + 2y + m^2 - 1 = 0$ và $d_2 : -x + my + m^2 - 2m + 1 = 0$ cắt nhau?

A. $m \neq 1.$

B. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$

C. $m \neq 2.$

D. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$

Lời giải

$\begin{cases} d_1 : (m - 3)x + 2y + m^2 - 1 = 0 \\ d_2 : -x + my + m^2 - 2m + 1 = 0 \end{cases}$

$\xrightarrow{d_1 \cap d_2 = M} \begin{cases} m = 0 \rightarrow \begin{cases} d_1 : -3x + 2y - 1 = 0 \\ d_2 : -x + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{thỏa mãn} \\ m \neq 0 \rightarrow \frac{m - 3}{-1} \neq \frac{2}{m} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases} \end{cases}$

Chọn B

Câu 24: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng

$\Delta_1 : \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 + (m^2 + 1)t \end{cases}$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 1 + mt \\ y = m + t \end{cases}$ trùng nhau?

- A.** Không có m . **B.** $m = \frac{4}{3}$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

$$\begin{cases} \Delta_1: \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 + (m^2 + 1)t \end{cases} \rightarrow A(m; 1) \in d_1, \vec{u}_1 = (2; m^2 + 1) \\ \Delta_2: \begin{cases} x = 1 + mt \\ y = m + t \end{cases} \rightarrow \vec{u}_2 = (m; 1) \end{cases} \xrightarrow{d_1 = d_2} \begin{cases} A \in d_2 \\ \frac{m}{2} = \frac{1}{m^2 + 1} \end{cases} \cdot \text{Chọn C}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + mt \\ 1 = m + t \\ m^3 + m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 + m(1 - m) \\ (m - 1)(m^2 + m + 2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 0 \\ m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 25: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $7x - 3y + 16 = 0$ và $x + 10 = 0$.

- A.** $(-10; -18)$. **B.** $(10; 18)$. **C.** $(-10; 18)$. **D.** $(10; -18)$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 7x - 3y + 16 = 0 \\ d_2: x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ y = -18 \end{cases} \cdot \text{Chọn A}$$

Câu 26: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases}$$

- A.** $(1; 7)$. **B.** $(-3; 2)$. **C.** $(2; -3)$. **D.** $(5; 1)$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases} \\ d_2: \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 + 4t = 1 + 4t' \\ 2 + 5t = 7 - 5t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - t' = 1 \\ t + t' = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 0 \end{cases} \xrightarrow{d_1} \begin{cases} x = 1 \\ y = 7 \end{cases} \cdot \text{Chọn A}$$

Câu 27: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x + 3y - 19 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng đã cho.

- A.** $(2; 5)$. **B.** $(10; 25)$. **C.** $(-1; 7)$. **D.** $(5; 2)$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x + 3y - 19 = 0 \\ d_2: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases} \end{cases} \xrightarrow{d_1 \cap d_2} 2(22 + 2t) + 3(55 + 5t) - 19 = 0 \Leftrightarrow t = -10 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$$

Chọn A

Câu 28: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-2; 0)$, $B(1; 4)$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 - t \end{cases}. \text{ Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng } AB \text{ và } d.$$

- A.** $(2; 0)$. **B.** $(-2; 0)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(0; -2)$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(-2;0), B(1;4) \rightarrow AB: 4x-3y+8=0 \\ d: \begin{cases} x=-t \\ y=2-t \end{cases} \rightarrow d: x-y+2=0 \end{cases} \xrightarrow{AB \cap d} \begin{cases} 4x-3y+8=0 \\ x-y+2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$$

Chọn B

Câu 29: Xác định a để hai đường thẳng $d_1: ax+3y-4=0$ và $d_2: \begin{cases} x=-1+t \\ y=3+3t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

A. $a=1$.

B. $a=-1$.

C. $a=2$.

D. $a=-2$.

Lời giải

$$Ox \cap d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1+t \\ y=3+3t=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=0 \end{cases} \rightarrow Ox \cap d_2 = A(-2;0) \in d_1$$

$$\rightarrow -2a-4=0 \Leftrightarrow a=-2. \quad \text{Chọn D}$$

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hai đường thẳng $d_1: 4x+3my-m^2=0$ và $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=6+2t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm thuộc trục tung.

A. $m=0$ hoặc $m=-6$. **B.** $m=0$ hoặc $m=2$.

C. $m=0$ hoặc $m=-2$. **D.** $m=0$ hoặc $m=6$.

Lời giải

$$Oy \cap d_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2+t=0 \\ y=6+2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=2 \end{cases} \rightarrow Oy \cap d_2 = A(0;2) \in d_1$$

$$\Leftrightarrow 6m-m^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=6 \end{cases}. \quad \text{Chọn D}$$

Câu 31: Cho ba đường thẳng $d_1: 3x-2y+5=0$, $d_2: 2x+4y-7=0$, $d_3: 3x+4y-1=0$. Phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của d_1 và d_2 , và song song với d_3 là:

A. $24x+32y-53=0$. **B.** $24x+32y+53=0$.

C. $24x-32y+53=0$. **D.** $24x-32y-53=0$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 3x-2y+5=0 \\ d_2: 2x+4y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{3}{8} \\ y=\frac{31}{16} \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A\left(-\frac{3}{8}; \frac{31}{16}\right). \text{ Ta có}$$

$$\begin{cases} A \in d \\ d \parallel d_3: 3x+4y-1=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \in d \\ d: 3x+4y+c=0 \quad (c \neq -1) \end{cases} \rightarrow -\frac{9}{8} + \frac{31}{4} + c = 0 \Leftrightarrow c = -\frac{53}{8}.$$

$$\text{Vậy } d: 3x+4y-\frac{53}{8}=0 \Leftrightarrow d_3: 24x+32y-53=0. \quad \text{Chọn A}$$

Câu 32: Lập phương trình của đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: x+3y-1=0$, $d_2: x-3y-5=0$ và vuông góc với đường thẳng $d_3: 2x-y+7=0$.

A. $3x+6y-5=0$. **B.** $6x+12y-5=0$.

C. $6x+12y+10=0$. **D.** $x+2y+10=0$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: x+3y-1=0 \\ d_2: x-3y-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-\frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A\left(3; -\frac{2}{3}\right). \text{ Ta có}$$

$$\begin{cases} A \in d \\ d \perp d_3: 2x-y+7=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \in d \\ d: x+2y+c=0 \end{cases} \rightarrow 3+2\left(-\frac{2}{3}\right)+c=0 \Leftrightarrow c=-\frac{5}{3}.$$

$$\text{Vậy } d: x+2y-\frac{5}{3}=0 \Leftrightarrow d: 3x+6y-5=0. \text{ Chọn A}$$

Câu 33: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng lần lượt có phương trình $d_1: 3x-4y+15=0$, $d_2: 5x+2y-1=0$ và $d_3: mx-(2m-1)y+9m-13=0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để ba đường thẳng đã cho cùng đi qua một điểm.

A. $m = \frac{1}{5}$. **B.** $m = -5$. **C.** $m = -\frac{1}{5}$. **D.** $m = 5$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} d_1: 3x-4y+15=0 \\ d_2: 5x+2y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(-1; 3) \in d_3$$

$$\rightarrow -m-6m+3+9m-13=0 \Leftrightarrow m=5. \text{ Chọn D}$$

Câu 34: Nếu ba đường thẳng

$$d_1: 2x+y-4=0, d_2: 5x-2y+3=0 \text{ và } d_3: mx+3y-2=0$$

đồng quy thì m nhận giá trị nào sau đây?

A. $\frac{12}{5}$. **B.** $-\frac{12}{5}$. **C.** 12. **D.** -12.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x+y-4=0 \\ d_2: 5x-2y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{9} \\ y=\frac{26}{9} \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A\left(\frac{5}{9}; \frac{26}{9}\right) \in d_3$$

$$\rightarrow \frac{5m}{9} + \frac{26}{3} - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -12. \text{ Chọn D}$$

Câu 35: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1: 3x-4y+15=0$, $d_2: 5x+2y-1=0$ và $d_3: mx-4y+15=0$ đồng quy?

A. $m = -5$. **B.** $m = 5$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -3$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 3x-4y+15=0 \\ d_2: 5x+2y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(-1; 3) \in d_3$$

$$\rightarrow -m-12+15=0 \Leftrightarrow m=3. \text{ Chọn C}$$

Câu 36: Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng $d_1: 2x+y-1=0$, $d_2: x+2y+1=0$ và $d_3: mx-y-7=0$ đồng quy?

A. $m = -6$. **B.** $m = 6$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = 5$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x+y-1=0 \\ d_2: x+2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(1; -1) \in d_3 \Leftrightarrow m+1-7=0 \Leftrightarrow m=6.$$

Chọn B

Câu 37: Đường thẳng $d: 51x - 30y + 11 = 0$ đi qua điểm nào sau đây?

- A.** $M\left(-1; -\frac{4}{3}\right)$. **B.** $N\left(-1; \frac{4}{3}\right)$. **C.** $P\left(1; \frac{3}{4}\right)$. **D.** $Q\left(-1; -\frac{3}{4}\right)$.

Lời giải

$$\text{Đặt } f(x; y) = 51x - 30y + 11 \rightarrow \begin{cases} f(M) = f\left(-1; -\frac{4}{3}\right) = 0 \rightarrow M \in d \\ f(N) = f\left(-1; \frac{4}{3}\right) = -80 \neq 0 \rightarrow N \notin d \\ f(P) \neq 0 \\ f(Q) \neq 0 \end{cases}$$

Chọn A

Phần 2:

Câu 1: Vị trí tương đối của hai đường thẳng lần lượt có phương trình $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2$ và $6x - 2y - 8 = 0$

- A.** Song song. **B. Cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau.**
C. Trùng nhau. **D.** Vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2 \Leftrightarrow 3x - 2y - 6 = 0$. Do $\frac{6}{3} \neq \frac{-2}{-2}$ nên hai đường thẳng cắt nhau.

Mặt khác $6 \cdot 3 + (-2) \cdot (-2) \neq 0$ nên hai đường thẳng không vuông góc.

Câu 2: Cho hai đường thẳng d và d' biết $d: 2x + y - 8 = 0$ và $d': \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$. Biết $I(a; b)$ là tọa độ

giao điểm của d và d' . Khi đó tổng $a + b$ bằng

- A. 5.** **B. 1.** **C. 3.** **D. 6.**

Lời giải

Chọn A.

Tham số t ứng với giao điểm của d và d' là nghiệm của phương trình

$$2(1+2t) + (3-t) - 8 = 0 \Leftrightarrow t = 1. \text{ Khi đó } \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow I(3; 2) \Rightarrow a + b = 5.$$

Câu 3: Đường thẳng $(\Delta): 3x - 2y - 7 = 0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

- A.** $(d_1): 3x + 2y = 0$ **B.** $(d_2): 3x - 2y = 0$ **C.** $(d_3): -3x + 2y - 7 = 0$. **D.**
 $(d_4): 6x - 4y - 14 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta nhận thấy (Δ) song song với các đường $(d_2); (d_3); (d_4)$

Câu 4: Cho hai đường thẳng $(\Delta_1): 11x - 12y + 1 = 0$ và $(\Delta_2): 12x + 11y + 9 = 0$. Khi đó hai đường thẳng này

- A.** Vuông góc nhau **B.** cắt nhau nhưng không vuông góc

C. trùng nhau

D. song song với nhau

Lời giải

Chọn A

Ta có: (Δ_1) có VTPT là $\vec{n}_1 = (11; -12)$; (Δ_2) có VTPT là $\vec{n}_2 = (12; 11)$.

Xét $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 11 \cdot 12 - 12 \cdot 11 = 0 \Rightarrow (\Delta_1) \perp (\Delta_2)$

Câu 5: Cho 4 điểm $A(1;2), B(4;0), C(1;-3), D(7;-7)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

A. Song song.

B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau.

D. Vuông góc nhau.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overline{AB} = (3; -2), \overline{CD} = (6; -4)$

Ta có $\frac{3}{6} = \frac{-2}{-4}$

Suy ra $AB // CD$

Câu 6: Đường thẳng $(\Delta): 5x + 3y = 15$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 15.

C. $\frac{15}{2}$.

D. 5.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi A là giao điểm của Δ và Ox , B là giao điểm của Δ và Oy .

Ta có: $A(3;0), B(0;5) \Rightarrow OA = 3, OB = 5 \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{15}{2}$.

Câu 7: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$ và $(\Delta_2): \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases}$.

A. $A(5;1)$.

B. $A(1;7)$.

C. $A(-3;2)$.

D. $A(1;-3)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Xét hệ: $\begin{cases} -3 + 4t = 1 + 4t' \\ 2 + 5t = 7 - 5t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 0 \end{cases} \Rightarrow$ giao điểm $A(1;7)$.

Câu 8: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: 15x - 2y - 10 = 0$ và trục tung Oy .

A. $(-5;0)$.

B. $(0;5)$.

C. $(0;-5)$.

D. $(\frac{2}{3}; 5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giải hệ: $\begin{cases} 15x - 2y - 10 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 \\ x = 0 \end{cases}$.

Vậy tọa độ giao điểm của $\Delta: 15x - 2y - 10 = 0$ và trục tung Oy là $(0;-5)$.

Câu 9: Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng sau đây:

$\Delta_1: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 12 + 4t' \\ y = -15 - 5t' \end{cases}$

A. $(6;5)$.

B. $(0;0)$.

C. $(-5;4)$.

D. $(2;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Giải hệ:
$$\begin{cases} 22 + 2t = 12 + 4t' \\ 55 + 5t = 12 + 4t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2 là $(0;0)$.

Câu 10: Cho bốn điểm $A(1;2)$, $B(4;0)$, $C(1;-3)$, $D(7;-7)$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD là

- A. Song song.**
C. Trùng nhau.

- B. Cắt nhau nhưng không vuông góc với nhau.**
D. Vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn A.

$\overline{AB} = (3; -2)$, $\overline{CD} = (6; -4)$ và $\overline{AC} = (0; -5)$.

Ta thấy: $\overline{CD} = 2\overline{AB} \Rightarrow \overline{CD}$ và \overline{AB} cùng phương.

Lại có: $\frac{0}{3} \neq \frac{-5}{-2} \Rightarrow \overline{AB}$ và \overline{AC} không cùng phương.

Vậy hai đường thẳng AB và CD song song.

Câu 11 : Cho hai đường thẳng $(d_1): mx + y = m + 1$, $(d_2): x + my = 2$ cắt nhau khi và chỉ khi :

- A. $m \neq 2$.** **B. $m \neq \pm 1$.** **C. $m \neq 1$.** **D. $m \neq -1$.**

Lời giải

Chọn C.

$(d_1) \cap (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} mx + y = m + 1 (1) \\ x + my = 2 (2) \end{cases}$ có một nghiệm

Thay (2) vào (1) $\Rightarrow m(2 - my) + y = m + 1 \Leftrightarrow (1 - m^2)y = 1 - m (*)$

Hệ phương trình có một nghiệm $\Leftrightarrow (*)$ có một nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m^2 \neq 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1$.

Câu 12 : Cho hai đường thẳng $(d_1): mx + y = m + 1$, $(d_2): x + my = 2$ song song nhau khi và chỉ khi

- A. $m = 2$.** **B. $m = \pm 1$.** **C. $m = 1$.** **D. $m = -1$.**

Lời giải

Chọn D.

$(d_1); (d_2)$ song song nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 1 \\ m^2 + m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \\ m \neq 1 \\ m \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1$

Câu 13: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau đây vuông góc $(\Delta_1): \begin{cases} x = 1 + (m^2 + 1)t \\ y = 2 - mt \end{cases}$ và

$(\Delta_2): \begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = 1 - 4mt' \end{cases}$

- A. $m = \pm\sqrt{3}$** **B. $m = -\sqrt{3}$** **C. $m = \sqrt{3}$** **D. không có m**

Lời giải

Chọn A

(Δ_1) có $\vec{u}_1 = (m^2 + 1; -m)$; (Δ_2) có $\vec{u}_2 = (-3; -4m)$

$(\Delta_1) \perp (\Delta_2) \Leftrightarrow \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Leftrightarrow -3(m^2 + 1) + 4m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 3 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$

Câu 14: Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $(\Delta_1): 3x + 4y - 1 = 0$ và $(\Delta_2): (2m - 1)x + m^2y + 1 = 0$ trùng nhau.

A. $m = 2$

B. mọi m

C. không có m

D. $m = \pm 1$

Lời giải

Chọn C

$$(\Delta_1) \equiv (\Delta_2) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2m - 1 \\ 4 = m^2 \\ -1 = 1 \text{ (VL)} \end{cases}$$

Câu 15: Cho 4 điểm $A(-3;1), B(-9;-3), C(-6;0), D(-2;4)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD .

A. $(-6;-1)$

B. $(-9;-3)$

C. $(-9;3)$

D. $(0;4)$

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overline{AB} = (-6;-4) \Rightarrow VTPT \overline{n_{AB}} = (2;-3) \Rightarrow (AB): 2x - 3y = -9$

Ta có $\overline{CD} = (4;4) \Rightarrow VTPT \overline{n_{CD}} = (1;-1) \Rightarrow (CD): x - y = -6$

Gọi $N = AB \cap CD$

Suy ra N là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x - 3y = -9 \\ x - y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow N(-9;-3)$

Câu 16: Cho đường thẳng $d_1: 2x + y + 15 = 0$ và $d_2: x - 2y - 3 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

B. d_1 và d_2 song song với nhau.

C. d_1 và d_2 trùng nhau với nhau.

D. d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.

Lời giải

Chọn A.

d_1 có vector pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2;1)$.

d_2 có vector pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1;-2)$.

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) = 0$.

Vậy d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Câu 17: Xác định m để 2 đường thẳng $d: 2x - 3y + 4 = 0$ và $d': \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ vuông góc

A. $m = \frac{9}{8}$.

B. $m = \frac{1}{2}$.

C. $m = -\frac{9}{8}$.

D. $m = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$(d): 2x - 3y + 4 = 0$ có VTPT là $\vec{n} = (2;-3)$ suy ra VTCP của (d) là $\vec{u}_d = (3;2)$.

$(d'): \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ suy ra $\vec{u}_{d'} = (-3;-4m)$ là VTCP của (d') . Để (d') vuông góc với (d) thì

$$\vec{u}_d \cdot \vec{u}_{d'} = 0 \Leftrightarrow -9 - 8m = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{8}$$

2. Góc giữa hai đường thẳng:

Phần 1:

Câu 38: Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $\Delta': x + \sqrt{3}y - 1 = 0$.

A. 90° .

B. 120° .

C. 60° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; -\sqrt{3})$, đường thẳng Δ' có vectơ pháp tuyến $\vec{n}' = (1; \sqrt{3})$.

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng Δ, Δ' . $\cos \alpha = |\cos(\vec{n}, \vec{n}')| = \frac{|1-3|}{\sqrt{1+3} \cdot \sqrt{1+3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Câu 39: Góc giữa hai đường thẳng $a: \sqrt{3}x - y + 7 = 0$ và $b: x - \sqrt{3}y - 1 = 0$ là:

- A. 30°. B. 90°. C. 60°. D. 45°.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng a có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}_1 = (\sqrt{3}; -1)$;

Đường thẳng b có vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}_2 = (1; -\sqrt{3})$.

Áp dụng công thức tính góc giữa hai đường thẳng có:

$$\cos(a, b) = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1 \cdot \sqrt{3} + (-1) \cdot (-\sqrt{3})}{2 \cdot 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}. \text{ Suy ra góc giữa hai đường thẳng bằng } 30^\circ.$$

Câu 40: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x + 5y - 2 = 0$ và $d_2: 3x - 7y + 3 = 0$. Góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng

- A. 30°. B. 135°. C. 45°. D. 60°.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d_1: 2x + 5y - 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; 5)$.

Đường thẳng $d_2: 3x - 7y + 3 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (3; -7)$.

Góc giữa hai đường thẳng được tính bằng công thức

$$\cos(d_1, d_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2 \cdot 3 + 5 \cdot (-7)|}{\sqrt{2^2 + 5^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-7)^2}} = \frac{29}{29\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow (d_1; d_2) = 45^\circ$$

Vậy góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng 45° .

Câu 41: Tìm cosin góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 2x + y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{3}{10}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

Lời giải

Chọn D

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n} = (2; 1)$ nên vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -2)$

Vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ_2 là $\vec{u}' = (1; -1)$

$$\text{Khi đó } \cos(\Delta_1; \Delta_2) = \left| \cos(\vec{u}; \vec{u}') \right| = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}'|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}'|} = \frac{3}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

Câu 42: Tìm góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: x - 2y + 15 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 4 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

- A. 5° . B. 60° . C. 0° . D. 90° .

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng Δ_1 có VTPT là $\vec{n}_1(1; -2) \Rightarrow 1VTCP(2; 1)$

Đường thẳng Δ_2 có $1VTCP(-1; 2)$.

Nhận xét: $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow \vec{u}_1 \perp \vec{u}_2 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2 \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 90^\circ$.

Câu 43: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $d_1: x + 2y - 7 = 0, d_2: 2x - 4y + 9 = 0$.

- A. $\frac{3}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $vtpt\vec{n}_{d_1} = (1; 2); vtpt\vec{n}_{d_2} = (2; -4)$

$$\cos(d; d') = \frac{|\vec{n}_{d_1} \cdot \vec{n}_{d_2}|}{|\vec{n}_{d_1}| \cdot |\vec{n}_{d_2}|} = \frac{|1 \cdot 2 - 2 \cdot 4|}{\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}} = \frac{3}{5}$$

Câu 44: Tính góc giữa hai đường thẳng $\Delta: x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ và $\Delta': x + \sqrt{3}y - 1 = 0$?

- A. 90° . B. 120° . C. 60° . D. 30° .

Lời giải

Chọn C

Δ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (1; -\sqrt{3})$. Δ' có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1; \sqrt{3})$.

Khi đó:

$$\cos(\Delta; \Delta') = \left| \cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|1 \cdot 1 + (-\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3}|}{\sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} = \frac{|-2|}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng Δ, Δ' là 60° .

Câu 45: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng

$$d_1: 2x - y - 10 = 0 \text{ và } d_2: x - 3y + 9 = 0.$$

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 135° .

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} d_1: 2x - y - 10 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (2; -1) \\ d_2: x - 3y + 9 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (1; -3) \end{cases} \xrightarrow{\varphi = (d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-3)|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\rightarrow \varphi = 45^\circ$. **Chọn B**

Câu 46: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng

$$d_1: 7x - 3y + 6 = 0 \text{ và } d_2: 2x - 5y - 4 = 0.$$

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{3}$.

C. $\frac{2\pi}{3}$.

D. $\frac{3\pi}{4}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} d_1: 7x - 3y + 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (7; -3) \\ d_2: 2x - 5y - 4 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (2; -5) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|14 + 15|}{\sqrt{49 + 9} \cdot \sqrt{4 + 25}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

Chọn A

Câu 47: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1: 2x + 2\sqrt{3}y + 5 = 0$ và $d_2: y - 6 = 0$.

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} d_1: 2x + 2\sqrt{3}y + 5 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (1; \sqrt{3}) \\ d_2: y - 6 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (0; 1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|\sqrt{3}|}{\sqrt{1+3} \cdot \sqrt{0+1}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \varphi = 30^\circ.$$

Chọn A

Câu 48: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng $d_1: x + \sqrt{3}y = 0$ và $d_2: x + 10 = 0$.

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: x + \sqrt{3}y = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (1; \sqrt{3}) \\ d_2: x + 10 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (1; 0) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|1+0|}{\sqrt{1+3} \cdot \sqrt{1+0}} = \frac{1}{2} \rightarrow \varphi = 60^\circ. \text{ **Chọn C**}$$

Câu 49: Tính góc tạo bởi giữa hai đường thẳng

$$d_1: 6x - 5y + 15 = 0 \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}.$$

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 6x - 5y + 15 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (6; -5) \\ d_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2 = (5; 6) \end{cases} \rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \xrightarrow{\varphi=(d_1; d_2)} \varphi = 90^\circ. \text{ **Chọn D**}$$

Câu 50: Cho đường thẳng $d_1: x + 2y - 7 = 0$ và $d_2: 2x - 4y + 9 = 0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $-\frac{3}{5}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: x + 2y - 7 = 0 \rightarrow \vec{n}_1 = (1; 2) \\ d_2: 2x - 4y + 9 = 0 \rightarrow \vec{n}_2 = (1; -2) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1; d_2)} \cos \varphi = \frac{|1-4|}{\sqrt{1+4} \cdot \sqrt{1+4}} = \frac{3}{5}. \text{ **Chọn C**}$$

Câu 51: Cho đường thẳng $d_1: x + 2y - 2 = 0$ và $d_2: x - y = 0$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai

đường thẳng đã cho.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: x+2y-2=0 \rightarrow \vec{n}_1=(1;2) \\ d_2: x-y=0 \rightarrow \vec{n}_2=(1;-1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos \varphi = \frac{|1-2|}{\sqrt{1+4}\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{10}}. \text{ Chọn A}$$

Câu 52: Cho đường thẳng $d_1: 10x+5y-1=0$ và $d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases}$. Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

D. $\frac{3}{10}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 10x+5y-1=0 \rightarrow \vec{n}_1=(2;1) \\ d_2: \begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2=(1;1) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos \varphi = \frac{|2+1|}{\sqrt{4+1}\sqrt{1+1}} = \frac{3}{\sqrt{10}}. \text{ Chọn A}$$

Câu 53: Cho đường thẳng $d_1: 3x+4y+1=0$ và $d_2: \begin{cases} x=15+12t \\ y=1+5t \end{cases}$.

Tính cosin của góc tạo bởi giữa hai đường thẳng đã cho.

A. $\frac{56}{65}$.

B. $-\frac{33}{65}$.

C. $\frac{6}{65}$.

D. $\frac{33}{65}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 3x+4y+1=0 \rightarrow \vec{n}_1=(3;4) \\ d_2: \begin{cases} x=15+12t \\ y=1+5t \end{cases} \rightarrow \vec{n}_2=(5;-12) \end{cases} \xrightarrow{\varphi=(d_1;d_2)} \cos \varphi = \frac{|15-48|}{\sqrt{9+16}\sqrt{25+144}} = \frac{33}{65}.$$

Chọn D

Dạng 2.2 Viết phương trình đường thẳng liên quan đến góc

Câu 54: Xác định tất cả các giá trị của a để góc tạo bởi đường thẳng $\begin{cases} x=9+at \\ y=7-2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $3x+4y-2=0$ bằng 45° .

A. $a=1, a=-14$.

B. $a=\frac{2}{7}, a=-14$.

C. $a=-2, a=-14$.

D. $a=\frac{2}{7}, a=14$.

Lời giải

Chọn B

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng đã cho.

Đường thẳng $\begin{cases} x=9+at \\ y=7-2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(a;-2)$.

Đường thẳng $3x+4y-2=0$ có vectơ chỉ phương là $\vec{v}=(4;-3)$.

$$\text{Ta có } \cos \varphi = |\cos(\vec{u}, \vec{v})| \Leftrightarrow \cos 45^\circ = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|4a+6|}{5\sqrt{a^2+4}}$$

$$\Leftrightarrow 5\sqrt{a^2+4} = \sqrt{2}|4a+6| \Leftrightarrow 25a^2+100 = 32a^2+96a+72$$

$$\Leftrightarrow 7a^2+96a-28=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{7} \\ a = -14 \end{cases}$$

Câu 55: Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x+y-3=0$ và $d_2: x-2y+1=0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3: y-1=0$ một góc 45° có phương trình:

- A.** $x+(1-\sqrt{2})y=0$ hoặc $\Delta: x-y-1=0$. **B.** $\Delta: x+2y=0$ hoặc $\Delta: x-4y=0$.
C. $\Delta: x-y=0$ hoặc $\Delta: x+y-2=0$. **D.** $\Delta: 2x+1=0$ hoặc $y+5=0$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: 2x+y-3=0 \\ d_2: x-2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases} \rightarrow d_1 \cap d_2 = A(1;1) \in \Delta$$

Ta có $d_3: y-1=0 \rightarrow \vec{n}_3 = (0;1)$, gọi $\vec{n}_\Delta = (a;b)$, $\varphi = (\Delta; d_3)$. Khi đó

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \varphi = \frac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{0+1}} \Leftrightarrow a^2+b^2 = 2b^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \rightarrow a=b=1 \rightarrow \Delta: x+y-2=0 \\ a=-b \rightarrow a=1, b=-1 \rightarrow \Delta: x-y=0 \end{cases}$$

Chọn C

Câu 56: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm $A(2;0)$ và tạo với trục hoành một góc 45° ?

- A.** Có duy nhất. **B.** 2.
C. Vô số. **D.** Không tồn tại.

Lời giải

Chọn B

Cho đường thẳng d và một điểm A . Khi đó.

Có duy nhất một đường thẳng đi qua A song song hoặc trùng hoặc vuông góc với d .

Có đúng hai đường thẳng đi qua A và tạo với d một góc $0^\circ < \alpha < 90^\circ$.

Câu 57: Đường thẳng Δ tạo với đường thẳng $d: x+2y-6=0$ một góc 45° . Tìm hệ số góc k của đường thẳng Δ .

- A.** $k = \frac{1}{3}$ hoặc $k = -3$. **B.** $k = \frac{1}{3}$ hoặc $k = 3$.
C. $k = -\frac{1}{3}$ hoặc $k = -3$. **D.** $k = -\frac{1}{3}$ hoặc $k = 3$.

Lời giải

$d: x+2y-6=0 \rightarrow \vec{n}_d = (1;2)$, gọi $\vec{n}_\Delta = (a;b) \rightarrow k_\Delta = -\frac{a}{b}$. Ta có

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45^\circ = \frac{|a+2b|}{\sqrt{a^2+b^2} \cdot \sqrt{5}} \Leftrightarrow 5(a^2+b^2) = 2a^2+8ab+8b^2$$

$$\Leftrightarrow 3a^2-8ab-3b^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{3}b \rightarrow k_\Delta = \frac{1}{3} \\ a = 3b \rightarrow k_\Delta = -3 \end{cases} \quad \text{Chọn A}$$

Câu 58: Biết rằng có đúng hai giá trị của tham số k để đường thẳng $d: y=kx$ tạo với đường thẳng $\Delta: y=x$ một góc 60° . Tổng hai giá trị của k bằng:

A. -8.

B. -4.

C. -1.

D. -1.

Lời giải

$$\begin{cases} d: y = kx \rightarrow \vec{n}_d = (k; -1) \\ \Delta: y = x \rightarrow \vec{n}_\Delta = (1; -1) \end{cases} \rightarrow \frac{1}{2} = \cos 60^\circ = \frac{|k+1|}{\sqrt{k^2+1} \cdot \sqrt{2}} \Leftrightarrow k^2 + 1 = 2k^2 + 4k + 2$$

$$\Leftrightarrow k^2 + 4k + 1 = 0 \xrightarrow{\text{sol: } k=k_1, k=k_2} k_1 + k_2 = -4.$$

Chọn B

Câu 59: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(1; -1)$ và hai đường thẳng có phương trình $(d_1): x - y - 1 = 0, (d_2): 2x + y - 5 = 0$. Gọi A là giao điểm của hai đường thẳng trên. Biết rằng có hai đường thẳng (d) đi qua M cắt hai đường thẳng trên lần lượt tại hai điểm B, C sao cho ABC là tam giác có $BC = 3AB$ có dạng: $ax + y + b = 0$ và $cx + y + d = 0$, giá trị của $T = a + b + c + d$ là

A. $T = 5$.

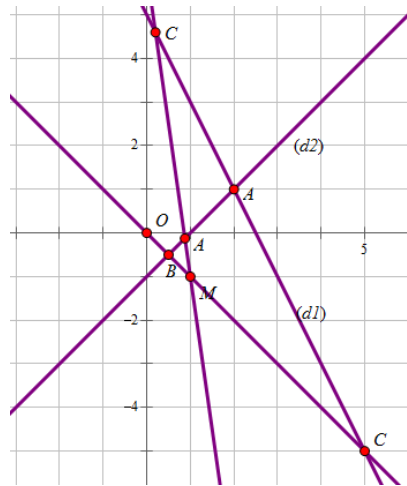
B. $T = 6$.

C. $T = 2$.

D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn C



Tọa độ $A(2;1)$

Gọi α là góc giữa hai đường thẳng (d_1) và (d_2) , $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$

Xét tam giác ABC ta có: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin C = \frac{1}{\sqrt{10}}$

Gọi β là góc giữa hai đường thẳng (d) và (d_1) , suy ra: $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow \cos \beta = \frac{3}{\sqrt{10}} \quad (1)$

Giả sử (d) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}(a;b)$

$$\text{Từ (1) ta có: } \cos \beta = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \frac{|2a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow a^2 - 8ab + b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = 7b \end{cases}$$

Với $a = b$ một vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;1) \Rightarrow d: x + y = 0$

Với $a = 7b$ một vec tơ pháp tuyến $\vec{n}(7;1) \Rightarrow d: 7x + y - 6 = 0$

Vậy: $T = 1 + 0 + 7 - 6 = 2$

Câu 60: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác cân ABC có cạnh đáy $BC: x - 3y - 1 = 0$, cạnh bên $AB: x - y - 5 = 0$. Đường thẳng AC đi qua $M(-4;1)$. Giả sử tọa độ đỉnh $C(m,n)$. Tính $T = m + n$.

A. $T = \frac{5}{9}$.

B. $T = -3$.

C. $T = \frac{9}{5}$.

D. $T = -\frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $\vec{n}(a;b)$ với $(a^2 + b^2 \neq 0)$ là véc tơ pháp tuyến của AC , véc tơ $\vec{n}_1(1;-3)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng BC , $\vec{n}_2(1;-1)$ là véc tơ pháp tuyến của đường thẳng AB .

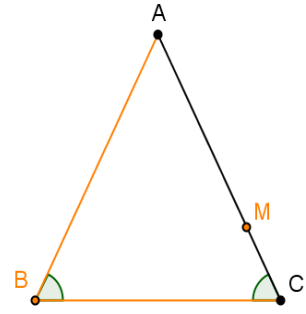
Ta có: $\cos B = \cos C \Leftrightarrow |\cos(\vec{n}, \vec{n}_1)| = |\cos(\vec{n}_2, \vec{n}_1)|$

$$\Leftrightarrow \frac{|\vec{n}, \vec{n}_1|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}_1|} = \frac{|\vec{n}_2, \vec{n}_1|}{|\vec{n}_2| \cdot |\vec{n}_1|} \Leftrightarrow \frac{|a-3b|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|1+3|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{2}}$$

$$2\sqrt{2(a^2+b^2)} = |a-3b| \Leftrightarrow 7a^2 + 6ab - b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -b \\ 7a = b \end{cases}$$

+ Với $a = -b$ chọn $a = 1, b = -1 \Rightarrow \vec{n}(1;-1)$ loại vì $AC \parallel AB$

+ Với $a = \frac{b}{7}$ chọn $a = 1; b = 7 \Rightarrow AC : x + 7y - 3 = 0$. Điểm $C = AC \cap BC \Rightarrow C\left(\frac{8}{5}; \frac{1}{5}\right)$



Câu 61: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $(d_1): 2x - y + 5 = 0$ và $(d_2): x + y - 3 = 0$ cắt nhau tại I . Phương trình đường thẳng đi qua $M(-2;0)$ cắt $(d_1), (d_2)$ tại A và B sao cho tam giác IAB cân tại A có phương trình dạng $ax + by + 2 = 0$. Tính $T = a - 5b$.

A. $T = -1$.

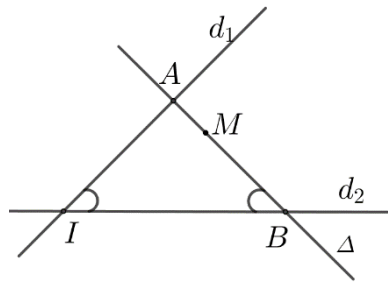
B. $T = 9$.

C. $T = -9$.

D. $T = 11$.

Lời giải

Chọn D



Đường thẳng $(d_1), (d_2)$ có véc tơ pháp tuyến lần lượt là $\vec{n}_1 = (2; -1), \vec{n}_2 = (1; 1)$.

Gọi (Δ) là đường thẳng cần tìm có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b)$.

Góc giữa 2 đường thẳng $(d_1), (d_2)$ và $(\Delta), (d_2)$ xác định bởi:

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2 \cdot 1 - 1 \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\cos(\Delta, d_2) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|a + b|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|a + b|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}}$$

Vì (Δ) cắt $(d_1), (d_2)$ tại A và B tạo thành tam giác IAB cân tại A nên

$$\cos(d_1, d_2) = \cos(\Delta, d_2) \Leftrightarrow \frac{|a + b|}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \sqrt{5}|a + b| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow 5(a+b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 2a^2 + 5ab + b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2b \\ a = -\frac{1}{2}b \end{cases}.$$

+ $a = -2b$: chọn $a = 2 \Rightarrow b = -1$: phương trình đường thẳng là:

$$2(x+2) - y = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 4 = 0 \quad (L).$$

+ $a = -\frac{1}{2}b$: chọn $a = 1 \Rightarrow b = -2$: phương trình đường thẳng là:

$$(x+2) - 2y = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2 = 0 \quad (T/m). \text{ Do đó } T = a - 5b = 1 - 5(-2) = 11.$$

Phần 2:

Câu 1: Góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$ được xác định theo công thức:

A. $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$

B. $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$

C. $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} + \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$

D. $\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \sqrt{\frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{a^2 + b^2}}.$

Lời giải

Chọn C.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_{\Delta_1}, \vec{n}_{\Delta_2}) \right| = \frac{|\vec{n}_{\Delta_1} \cdot \vec{n}_{\Delta_2}|}{|\vec{n}_{\Delta_1}| \cdot |\vec{n}_{\Delta_2}|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} + \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}.$$

Câu 2: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 10x + 5y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$.

A. $\frac{3}{10}.$

B. $\frac{\sqrt{10}}{10}.$

C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}.$

D. $\frac{3}{5}.$

Lời giải

Chọn C.

Véc-tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(2;1), \vec{n}_2(1;1)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{3}{\sqrt{10}}.$$

Câu 3: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: x + 2y - \sqrt{2} = 0$ và $\Delta_2: x - y = 0$.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}.$

B. $\sqrt{2}.$

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}.$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải

Chọn A.

Véc-tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(1;2), \vec{n}_2(1;-1)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

Câu 4: Tìm cosin giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x + 3y - 10 = 0$ và $\Delta_2: 2x - 3y + 4 = 0$.

A. $\frac{7}{13}.$

B. $\frac{6}{13}.$

C. $\sqrt{13}.$

D. $\frac{5}{13}.$

Lời giải

Chọn D.

Véc tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(2;3), \vec{n}_2(2;-3)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{5}{13}.$$

- Câu 5:** Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x + 2\sqrt{3}y + \sqrt{5} = 0$ và $\Delta_2: y - \sqrt{6} = 0$
A. 60° . B. 125° . C. 145° . D. 30° .

Lời giải

Chọn D.

Véc tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(1;\sqrt{3}), \vec{n}_2(0;1)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 30^\circ.$$

- Câu 6:** Tìm góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: x + \sqrt{3}y = 0$ và $\Delta_2: x + 10 = 0$.
A. 45° . B. 125° . C. 30° . D. 60° .

Lời giải

Chọn D.

Véc tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(1;\sqrt{3}), \vec{n}_2(1;0)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{1}{2} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 60^\circ.$$

- Câu 7:** Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x - y - 10 = 0$ và $\Delta_2: x - 3y + 9 = 0$.
A. 60° . B. 0° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải

Chọn D.

Véc tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(2;-1), \vec{n}_2(1;-3)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 45^\circ.$$

- Câu 8:** Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: x + 2y - 7 = 0$ và $\Delta_2: 2x - 4y + 9 = 0$.
A. $\frac{3}{5}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A.

Véc tơ pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1(1;2), \vec{n}_2(2;-4)$.

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{3}{5}.$$

- Câu 9:** Trong mặt phẳng Oxy cho hai đường thẳng $\Delta_1: x + 2y - 6 = 0$ và $\Delta_2: x - 3y + 9 = 0$. Tính góc tạo bởi Δ_1 và Δ_2

- A. 30° . B. 135° . C. 45° . D. 60° .

Lời giải

Chọn C.

$$(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_{\Delta_1}, \vec{n}_{\Delta_2}) \right| = \frac{|\vec{n}_{\Delta_1} \cdot \vec{n}_{\Delta_2}|}{|\vec{n}_{\Delta_1}| |\vec{n}_{\Delta_2}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 45^\circ.$$

- Câu 10:** Cho hai đường thẳng $d_1: x + 2y + 4 = 0$; $d_2: 2x - y + 6 = 0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 là
A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

Chọn D.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 là $\vec{n}_1 = (1;2)$.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d_2 là $\vec{n}_2 = (2; -1)$.

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow d_1 \perp d_2$.

Câu 11: Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1 : 6x - 5y + 15 = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

A. 90° . B. 60° . C. 0° . D. 45° .

Lời giải

Chọn A.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (6; -5)$.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (5; 6)$.

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2$.

Câu 12: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1 : 3x + 4y + 1 = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

A. $\frac{56}{65}$. B. $\frac{63}{13}$. C. $\frac{6}{65}$. D. $\frac{33}{65}$.

Lời giải

Chọn D.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (3; 4)$.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (5; -12)$.

Gọi φ là góc giữa $\Delta_1, \Delta_2 \Rightarrow \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{33}{65}$.

Câu 13: Cho đoạn thẳng AB với $A(1; 2), B(-3; 4)$ và đường thẳng $d : 4x - 7y + m = 0$. Định m để d và đoạn thẳng AB có điểm chung.

A. $10 \leq m \leq 40$. B. $m > 40$ hoặc $m < 10$.

C. $m > 40$. D. $m < 10$.

Lời giải

Chọn A.

Đường thẳng d và đoạn thẳng AB có điểm chung $\Leftrightarrow A, B$ nằm về hai phía của đường thẳng d

$\Leftrightarrow (4 - 14 + m)(-12 - 28 + m) \leq 0 \Leftrightarrow 10 \leq m \leq 40$.

Câu 14: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi đường thẳng $\Delta : x + y = 0$ và trục hoành Ox ?

A. $(1 + \sqrt{2})x + y = 0$; $x - (1 - \sqrt{2})y = 0$.

B. $(1 + \sqrt{2})x + y = 0$; $x + (1 - \sqrt{2})y = 0$.

C. $(1 + \sqrt{2})x - y = 0$; $x + (1 - \sqrt{2})y = 0$.

D. $x + (1 + \sqrt{2})y = 0$; $x + (1 - \sqrt{2})y = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M(x; y)$ là điểm thuộc đường phân giác $\Rightarrow d(M, \Delta) = d(M, Ox)$

$\Rightarrow \frac{|x + y|}{\sqrt{2}} = |y| \Rightarrow x + (1 \pm \sqrt{2})y = 0$.

Câu 15: Cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ và 2 điểm $A(1; 2), B(-2; m)$. Định m để A và B nằm cùng phía đối với d .

A. $m < 13$. B. $m \geq 13$. C. $m > 13$. D. $m = 13$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình tổng quát của đường thẳng $d : 3(x-2) + 1(y-1) = 0$ hay $d : 3x + y - 7 = 0$.

A, B cùng phía với $d \Leftrightarrow (3x_A + y_A - 7)(3x_B + y_B - 7) > 0 \Leftrightarrow -2(-13 + m) > 0 \Leftrightarrow m < 13$

Câu 16: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng $\Delta_1 : x + 2y - 3 = 0$ và $\Delta_2 : 2x - y + 3 = 0$.

A. $3x + y = 0$ và $x - 3y = 0$.

B. $3x + y = 0$ và $x + 3y - 6 = 0$.

C. $3x + y = 0$ và $-x + 3y - 6 = 0$.

D. $3x + y + 6 = 0$ và $x - 3y - 6 = 0$.

Lời giải**Chọn C.**

Gọi $M(x; y)$ là điểm thuộc đường phân giác $\Rightarrow d(M, \Delta_1) = d(M, \Delta_2)$

$$\Rightarrow \frac{|x + 2y - 3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x - y + 3|}{\sqrt{5}} \Rightarrow x + 2y - 3 = \pm(2x - y + 3) \Rightarrow \begin{cases} -x + 3y - 6 = 0 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$$

Câu 17: Cho hai đường thẳng $d_1 : 2x - 4y - 3 = 0; d_2 : 3x - y + 17 = 0$. Số đo góc giữa d_1 và d_2 là

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. $-\frac{3\pi}{4}$.

D. $-\frac{\pi}{4}$.

Lời giải**Chọn A.**

$$\cos(d_1, d_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d_1, d_2) = \frac{\pi}{4}$$

Câu 18: Cho đường thẳng $d : 3x + 4y - 5 = 0$ và 2 điểm $A(1; 3), B(2; m)$. Định m để A và B nằm cùng phía đối với d .

A. $m < 0$.

B. $m > -\frac{1}{4}$.

C. $m > -1$.

D. $m = -\frac{1}{4}$.

Lời giải**Chọn B.**

A, B nằm về hai phía của đường thẳng d

$$\Leftrightarrow (3 + 12 - 5)(6 + 4m - 5) > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{4}$$

Câu 19: Cho ΔABC với $A(1; 3), B(-2; 4), C(-1; 5)$ và đường thẳng $d : 2x - 3y + 6 = 0$. Đường thẳng d cắt cạnh nào của ΔABC ?

A. Cạnh AC .

B. Không cạnh nào.

C. Cạnh AB .

D. Cạnh BC .

Lời giải**Chọn B.**

Thay điểm A vào phương trình đường thẳng d ta được -1

Thay điểm B vào phương trình đường thẳng d ta được -10

Thay điểm C vào phương trình đường thẳng d ta được -11

Suy ra điểm A và B nằm cùng phía đối với d nên d không cắt cạnh AB .

điểm A và C nằm cùng phía đối với d nên d không cắt cạnh AC

điểm C và B nằm cùng phía đối với d nên d không cắt cạnh BC .

Câu 20: Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : x + y + 5 = 0$ và $\Delta_2 : y = -10$. Góc giữa Δ_1 và Δ_2 là

A. 30° .

B. 45° .

C. $88^\circ 57' 52''$.

D. $1^\circ 13' 8''$.

Lời giải**Chọn B.**

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (1; 1)$.

Véc tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (0; 1)$.

$$\text{Ta có } \cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\Delta_1, \Delta_2) = 45^\circ$$

Câu 21: Cho tam giác ABC có $A(0;1), B(2;0), C(-2;-5)$. Tính diện tích S của tam giác ABC

- A. $S = \frac{5}{2}$. B. $S = 5$. C. $S = 7$. D. $S = \frac{7}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{5}; AC = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}; BC = \sqrt{41}.$$

$$\Rightarrow p = \frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{10} + \sqrt{41}}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = 7.$$

Câu 22: Cho đoạn thẳng AB với $A(1;2), B(-3;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$. Định m để d cắt đoạn thẳng AB .

- A. $m < 3$. B. $m = 3$. C. $m > 3$. D. Không có m nào.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Phương trình tổng quát của đường thẳng } d: x + 2y - m - 2 = 0$$

Đường thẳng d và đoạn thẳng AB có điểm chung

$$\Leftrightarrow A, B \text{ nằm về hai phía của đường thẳng } d \Leftrightarrow (1 + 4 - m - 2)(-3 + 8 - m - 2) < 0.$$

$$\Leftrightarrow (3 - m)(3 - m) < 0 \text{ vô nghiệm.}$$

Câu 23: Đường thẳng $ax + by - 3 = 0, a, b \in \mathbb{Z}$ đi qua điểm $M(1;1)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: 3x - y + 7 = 0$ một góc 45° . Khi đó $a - b$ bằng

- A. 6. B. -4. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn D.

Gọi đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_d = (a; b)$ với $a, b \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3a - b|}{\sqrt{10}\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |3a - b| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow 2a^2 - 3ab - 2b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ a = -\frac{1}{2}b \end{cases}$$

Với $a = 2b$ chọn $B = 1; A = 2 \Rightarrow d: 2x + y - 3 = 0$.

Với $a = -\frac{1}{2}b$ chọn $B = -2; A = 1 \Rightarrow d: x - 2y + 1 = 0$.

Câu 24: Cho $d: 3x - y = 0$ và $d': mx + y - 1 = 0$. Tìm m để $\cos(d, d') = \frac{1}{\sqrt{10}}$

- A. $m = 0$. B. $m = \frac{4}{3}$ hoặc $m = 0$. C. $m = \frac{3}{4}$ hoặc $m = 0$. D. $m = \pm\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{d} = (3; -1)$.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng d' là $\vec{d}' = (m; 1)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \cos(d, d') &= \frac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_d, \vec{n}_{d'}) \right| = \frac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_d \cdot \vec{n}_{d'}|}{|\vec{n}_d| \cdot |\vec{n}_{d'}|} = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ &\Leftrightarrow \frac{|3m-1|}{\sqrt{10}\sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow |3m-1| = \sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow 8m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=\frac{3}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 25: Cho tam giác ABC có $A(0;1)$, $B(-2;0)$, $C(2;5)$. Tính diện tích S của tam giác ABC

- A. $S = 3$. B. $S = 5$. C. $S = \frac{5}{2}$. D. $S = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $AB = \sqrt{5}$; $AC = \sqrt{20}$; $BC = \sqrt{41}$.

$$\Rightarrow p = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{20} + \sqrt{41}}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = 3.$$

Câu 26: Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $x + my - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $x + y = 0$ một góc 60° . Tổng $m_1 + m_2$ bằng:

- A. -1 . B. 1 . C. -4 . D. 4 .

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \cos(d, d') = 60^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_d, \vec{n}_{d'}) \right| = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_d \cdot \vec{n}_{d'}|}{|\vec{n}_d| \cdot |\vec{n}_{d'}|} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|m+1|}{\sqrt{2}\sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2|m+1| = \sqrt{2}\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow m^2 + 4m + 1 = 0.$$

$$\Rightarrow m_1 + m_2 = -\frac{b}{a} = -4.$$

Câu 27: Xác định giá trị của a để góc tạo bởi hai đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + at \\ y = 1 - 2t \end{cases}$ và đường thẳng

$3x + 4y + 12 = 0$ một góc bằng 45° .

- A. $a = \frac{2}{7}; a = -14$. B. $a = \frac{2}{7}; a = 14$. C. $a = 1; a = -14$. D. $a = -2; a = -14$.

Lời giải

Chọn A.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d_1 là $\vec{n}_1 = (2; a)$.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng d_2 là $\vec{n}_2 = (3; 4)$.

$$\text{Ta có } (d_1, d_2) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_{d_1}, \vec{n}_{d_2}) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_{d_1} \cdot \vec{n}_{d_2}|}{|\vec{n}_{d_1}| \cdot |\vec{n}_{d_2}|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|4a+6|}{5\sqrt{4+a^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2|4a+6| = 5\sqrt{2}\sqrt{a^2+4} \Leftrightarrow 7a^2 + 96a - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{7} \\ a = -14 \end{cases}$$

Câu 28: Phương trình đường thẳng đi qua $A(-2;0)$ và tạo với đường thẳng $d: x + 3y - 3 = 0$ một góc 45° là

- A. $2x + y + 4 = 0; x - 2y + 2 = 0$. B. $2x + y - 4 = 0; x - 2y + 2 = 0$.

C. $2x - y + 4 = 0; x - 2y + 2 = 0.$

D. $2x + y + 4 = 0; x + 2y + 2 = 0.$

Lời giải

Chọn A.

Gọi đường thẳng Δ đi qua $A(-2;0)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (A; B); (A^2 + B^2 \neq 0).$

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|A+3B|}{\sqrt{10}\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |A+3B| = \sqrt{5}\sqrt{A^2+B^2} \Leftrightarrow 4A^2 - 6AB - 4B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2B \\ A = -\frac{1}{2}B \end{cases}$$

Với $A = 2B$ chọn $B = 1; A = 2 \Rightarrow \Delta: 2x + y + 4 = 0.$

Với $A = -\frac{1}{2}B$ chọn $B = -2; A = 1 \Rightarrow \Delta: x - 2y + 2 = 0$

Câu 29: Đường thẳng đi qua $B(-4;5)$ và tạo với đường thẳng $\Delta: 7x - y + 8 = 0$ một góc 45° có phương trình là

A. $x + 2y + 6 = 0$ và $2x - 11y - 63 = 0.$

B. $x + 2y - 6 = 0$ và $2x - 11y - 63 = 0.$

C. $x + 2y - 6 = 0$ và $2x - 11y + 63 = 0.$

D. $x + 2y + 6 = 0$ và $2x - 11y + 63 = 0.$

Lời giải

Chọn C.

Gọi đường thẳng d đi qua $B(-4;5)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (A; B); (A^2 + B^2 \neq 0).$

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|7A-B|}{\sqrt{50}\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |7A-B| = 5\sqrt{A^2+B^2} \Leftrightarrow 22A^2 - 7AB - 2B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{2}B \\ A = -\frac{2}{11}B \end{cases}$$

Với $A = \frac{1}{2}B$ chọn $B = 2; A = 1 \Rightarrow d: x + 2y - 6 = 0.$

Với $A = -\frac{2}{11}B$ chọn $B = -11; A = 2 \Rightarrow d: 2x - 11y + 63 = 0.$

Câu 30: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: x + y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(2; -4)$ và tạo với đường thẳng d một góc bằng 45° .

A. $y - 4 = 0$ và $x - 2 = 0.$

B. $y + 4 = 0$ và $x + 2 = 0.$

C. $y - 4 = 0$ và $x + 2 = 0.$

D. $y + 4 = 0$ và $x - 2 = 0.$

Lời giải

Chọn D.

Gọi đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (a; b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0.$

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|a+b|}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |a+b| = \sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

Với $a = 0$ chọn $b = 1 \Rightarrow \Delta: y + 4 = 0.$

Với $b = 0$ chọn $a = 1 \Rightarrow \Delta: x - 2 = 0.$

Câu 31: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , hãy lập phương trình đường phân giác của góc tù tạo bởi hai đường thẳng $\Delta_1: 3x - 4y + 12 = 0$, $\Delta_2: 12x + 3y - 7 = 0$.

A. $d: (60 - 9\sqrt{17})x + (15 - 12\sqrt{17})y - 35 + 36\sqrt{17} = 0$.

B. $d: (60 - 9\sqrt{17})x + (15 + 12\sqrt{17})y - 35 - 36\sqrt{17} = 0$.

C. $d: (60 + 9\sqrt{17})x + (15 + 12\sqrt{17})y + 35 + 36\sqrt{17} = 0$.

D. $d: (60 + 9\sqrt{17})x + (15 - 12\sqrt{17})y - 35 + 36\sqrt{17} = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_{\Delta_1} = (3; -4)$.

Véc-tơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_{\Delta_2} = (12; 3)$.

Vì $\vec{n}_{\Delta_1} \cdot \vec{n}_{\Delta_2} = 24 > 0$ nên đường phân giác góc tù tạo bởi 2 hai đường thẳng là

$$\frac{3x - 4y + 12}{5} = \frac{12x + 3y - 7}{3\sqrt{17}} \Leftrightarrow (60 - 9\sqrt{17})x + (15 + 12\sqrt{17})y - 35 - 36\sqrt{17} = 0.$$

Câu 32: Cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $A(-4; 5)$ và một đường chéo có phương trình $7x - y + 8 = 0$.

Tọa độ điểm C là

A. $C(5; 14)$.

B. $C(5; -14)$.

C. $C(-5; -14)$.

D. $C(-5; 14)$.

Lời giải

Chọn B.

Vì $A(-4; 5) \notin 7x - y + 8 = 0$ nên đường chéo $BD: 7x - y + 8 = 0$.

Phương trình đường chéo AC đi qua $A(-4; 5)$ và vuông góc với BD là $x + 7y - 31 = 0$.

Gọi tâm hình vuông là $I(x; y)$, tọa độ điểm $I(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} 7x - y + 8 = 0 \\ x + 7y - 31 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow I\left(\frac{1}{2}; -\frac{9}{2}\right)$.

I là trung điểm AC suy ra $\begin{cases} x_C = 2x_I - x_A = 5 \\ y_C = 2y_I - y_A = -14 \end{cases} \Rightarrow C(5; -14)$.

Câu 33: Cho $d: \sqrt{3}x - y = 0$ và $d': mx + y - 1 = 0$. Tìm m để $\cos(d, d') = \frac{1}{2}$

A. $m = 0$.

B. $m = \pm\sqrt{3}$.

C. $m = \sqrt{3}$ hoặc $m = 0$.

D. $m = -\sqrt{3}$ hoặc $m = 0$.

Lời giải

Chọn C.

$$\cos(d, d') = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{|\sqrt{3}m - 1|}{2\sqrt{m^2 + 1}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow |\sqrt{3}m - 1| = \sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow m^2 - \sqrt{3}m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \sqrt{3} \end{cases}$$

Câu 34: Có hai giá trị m_1, m_2 để đường thẳng $mx + y - 3 = 0$ hợp với đường thẳng $x + y = 0$ một góc 60° . Tổng $m_1 + m_2$ bằng

A. -3 .

B. 3 .

C. 4 .

D. -4 .

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 60^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 60^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|m+1|}{\sqrt{2}\sqrt{m^2+1}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2|m+1| = \sqrt{2}\sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow m^2 + 4m + 1 = 0 \Rightarrow m_1 + m_2 = -\frac{b}{a} = -4.$$

Câu 35: Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng Δ_1 :

$3x+4y+1=0$ và $\Delta_2: x-2y+4=0$.

A. $(3+\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3-\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$.

B. $(3+\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3-\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1-4\sqrt{5}=0$.

C. $(3-\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3+\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1-4\sqrt{5}=0$.

D. $(3+\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3-\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1-4\sqrt{5}=0$.

Lời giải

Chọn B.

Cặp đường thẳng là phân giác của các góc tạo bởi Δ_1, Δ_2 là

$$\frac{|3x+4y+1|}{5} = \frac{|x-2y+4|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4y+1 = \sqrt{5}(x-2y+4) \\ 3x+4y+1 = -\sqrt{5}(x-2y+4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+4y+1 = \sqrt{5}(x-2y+4) \\ 3x+4y+1 = -\sqrt{5}(x-2y+4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (3-\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1-4\sqrt{5}=0 \\ (3+\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0 \end{cases}$$

Câu 36: Đường thẳng $bx+ay-3=0, a, b \in \mathbb{Z}$ đi qua điểm $M(1;1)$ và tạo với đường thẳng

$\Delta: 3x-y+7=0$ một góc 45° . Khi đó $2a-5b$ bằng

A. -8.

B. 8.

C. -1.

D. 1.

Lời giải

Chọn A.

Gọi đường thẳng d có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (A; B)$ với $A^2 + B^2 \neq 0$.

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3A-B|}{\sqrt{10}\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow |3A-B| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{A^2+B^2} \Leftrightarrow 2A^2 - 3AB - 2B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2B \\ A = -\frac{1}{2}B \end{cases}$$

Với $A = 2B$ chọn $B = 1; A = 2 \Rightarrow d: 2x + y - 3 = 0$.

Với $A = -\frac{1}{2}B$ chọn $B = -2; A = 1 \Rightarrow d: x - 2y + 1 = 0$.

Câu 37: Viết phương trình đường thẳng qua $B(-1;2)$ tạo với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -2t \end{cases}$ một góc 60° .

A. $(\sqrt{645} + 24)x + 3y + \sqrt{645} - 30 = 0; (\sqrt{645} + 24)x - 3y + \sqrt{645} + 30 = 0$.

B. $(\sqrt{645} + 24)x + 3y + \sqrt{645} + 30 = 0; (\sqrt{645} - 24)x - 3y + \sqrt{645} + 30 = 0$.

C. $(\sqrt{645} - 24)x + 3y + \sqrt{645} - 30 = 0; (\sqrt{645} + 24)x + 3y + \sqrt{645} + 30 = 0$.

D. $(\sqrt{645} - 24)x + 3y + \sqrt{645} - 30 = 0; (\sqrt{645} + 24)x - 3y + \sqrt{645} + 30 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi đường thẳng Δ đi qua $B(-1;2)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (a; b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0$.

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 60^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 60^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|2a+3b|}{\sqrt{13}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2|2a+3b| = \sqrt{13}\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 3a^2 + 48ab - 23b^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-24 + \sqrt{645}}{3}b \\ a = \frac{-24 - \sqrt{645}}{3}b \end{cases}$$

Với $a = \frac{-24 + \sqrt{645}}{3}b$ chọn $b = 3$; $a = -24 + \sqrt{645} \Rightarrow \Delta: (\sqrt{645} - 24)x + 3y + \sqrt{645} - 30 = 0$.

Với $a = \frac{-24 - \sqrt{645}}{3}b$ chọn $b = -3$; $a = 24 + \sqrt{645} \Rightarrow \Delta: (\sqrt{645} + 24)x - 3y + \sqrt{645} + 30 = 0$.

Câu 38: Cho đoạn thẳng AB với $A(1;2)$, $B(-3;4)$ và đường thẳng $d: 4x - 7y + m = 0$. Tìm m để d và đường thẳng AB tạo với nhau góc 60° .

A. $m = 1$.

B. $m = \{1; 2\}$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. không tồn tại m .

Lời giải

Chọn B.

Gọi đường thẳng AB có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{AB} = (2; 4) = 2(1; 2)$.

$$\text{Ta có } (AB, d) = \left| \cos(\vec{n}_{AB}, \vec{n}_d) \right| = \frac{|\vec{n}_{AB} \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_{AB}| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$$

$$\Rightarrow (AB, d) \approx 56^\circ.$$

Câu 39: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: x + 2y - 6 = 0$ và $\Delta_2: x - 3y + 9 = 0$. Viết phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi Δ_1 và Δ_2 .

A. $(\sqrt{2} + 1)x + (2\sqrt{2} + 3)y - (6\sqrt{2} + 9) = 0$.

B. $(\sqrt{2} - 1)x + (2\sqrt{2} + 3)y - (6\sqrt{2} + 9) = 0$.

C. $(\sqrt{2} - 1)x + (2\sqrt{2} - 3)y - (6\sqrt{2} + 9) = 0$.

D. $(\sqrt{2} - 1)x + (2\sqrt{2} + 3)y + (6\sqrt{2} + 9) = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_{\Delta_1} = (1; 2)$.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_{\Delta_2} = (1; -3)$.

Vì $\vec{n}_{\Delta_1} \cdot \vec{n}_{\Delta_2} = -5 < 0$ nên đường phân giác góc tù tạo bởi 2 hai đường thẳng là

$$\frac{x + 2y - 6}{\sqrt{5}} = \frac{x - 3y + 9}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow (\sqrt{2} - 1)x + (2\sqrt{2} + 3)y - (6\sqrt{2} + 9) = 0.$$

Câu 40: Lập phương trình Δ đi qua $A(2;1)$ và tạo với đường thẳng $d: 2x + 3y + 4 = 0$ một góc 45° .

A. $5x + y - 11 = 0$; $x - 5y + 3 = 0$.

B. $5x + y + 11 = 0$; $x - 5y + 3 = 0$.

C. $5x + y - 11 = 0$; $x - 5y - 3 = 0$.

D. $5x + 2y - 12 = 0$; $2x - 5y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi đường thẳng Δ đi qua $A(2;1)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_\Delta = (a; b)$ với $a^2 + b^2 \neq 0$.

$$\text{Ta có } (\Delta, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_\Delta, \vec{n}_d) \right| = \cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{|\vec{n}_\Delta \cdot \vec{n}_d|}{|\vec{n}_\Delta| \cdot |\vec{n}_d|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|2a+3b|}{\sqrt{13}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 2|2a+3b| = \sqrt{26}\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 10a^2 - 48ab - 10b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5b \\ a = -\frac{1}{5}b \end{cases}$$

Với $a = 5b$ chọn $b = 1$; $a = 5 \Rightarrow \Delta: 5x + y - 11 = 0$.

Với $a = -\frac{1}{5}b$ chọn $b = -5; a = 1 \Rightarrow \Delta: x - 5y + 3 = 0$.

Câu 41: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình: $d_1: x + y = 1, d_2: x - 3y + 3 = 0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d đối xứng với d_2 qua đường thẳng d_1 .

A. $d: 3x - y - 1 = 0$. B. $d: 3x - y + 1 = 0$. C. $d: 3x + y + 1 = 0$. D. $d: 3x + y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $I(x; y) = d_1 \cap d_2$. Khi đó tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0; 1).$$

Chọn $M(-3; 0) \in d_2$. Gọi Δ đi qua M và vuông góc với d_1 .

Suy ra Δ có dạng $x - y + c = 0$.

Vì $M(-3; 0) \in \Delta \Rightarrow c = 3 \Rightarrow \Delta: x - y + 3 = 0$

Gọi $H(x; y) = d_1 \cap \Delta$. Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow H(-1; 2).$$

Gọi N là điểm đối xứng của M qua d_1 . Khi đó H là trung điểm của MN .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_H - x_M = 1 \\ y_N = 2y_H - y_M = 4 \end{cases} \Rightarrow N(1; 4).$$

Vậy đường thẳng d chính là đường thẳng HN , ta có

$$\frac{x - 0}{1} = \frac{y - 1}{3} \Leftrightarrow 3x - y + 1 = 0.$$

Câu 42: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 2x - y - 2 = 0$ và $d_2: 2x + 4y - 7 = 0$. Viết phương trình đường thẳng qua điểm $P(3; 1)$ cùng với d_1, d_2 tạo thành tam giác cân có đỉnh là giao điểm của d_1 và d_2 .

A. $\begin{cases} d: 3x + y - 10 = 0 \\ d: x + 3y = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} d: 3x - y - 10 = 0 \\ d: x - 3y = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} d: 2x + y - 7 = 0 \\ d: x - 2y - 1 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} d: 3x + y - 10 = 0 \\ d: x - 3y = 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi phương trình đường thẳng d đi qua điểm P có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B), A^2 + B^2 \neq 0$.

Theo giả thiết ta có $(d, d_1) = (d, d_2) \Leftrightarrow \cos(d, d_1) = \cos(d, d_2)$

$$\Leftrightarrow \frac{|2A - B|}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|2A + 4B|}{2\sqrt{5} \cdot \sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$\Leftrightarrow 2|2A - B| = |2A + 4B| \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2A - B) = 2A + 4B \\ 2(2A - B) = -2A - 4B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 3B \\ A = -\frac{1}{3}B \end{cases}$$

Với $A = 3B$ chọn $B = 1; A = 3 \Rightarrow d: 3x + y - 10 = 0$.

Với $A = -\frac{1}{3}B$ chọn $B = -3; A = 1 \Rightarrow d: x - 3y = 0$.

Câu 43: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , cho tam giác cân PRQ , biết phương trình cạnh đáy $PQ: 2x - 3y + 5 = 0$, cạnh bên $PR: x + y + 1 = 0$. Tìm phương trình cạnh bên RQ biết rằng nó đi qua điểm $D(1; 1)$

A. $RQ: 17x + 7y + 24 = 0$.

B. $RQ: 17x - 7y - 24 = 0$.

C. $RQ: 17x + 7y - 24 = 0$.

D. $RQ: 17x - 7y + 24 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi phương trình cạnh bên RQ đi qua điểm D có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B)$, $A^2 + B^2 \neq 0$.

Vì tam giác PRQ cân tại R nên $(RQ, PQ) = (PQ, PR) \Leftrightarrow \cos(RQ, PQ) = \cos(PQ, PR)$

$$\Leftrightarrow \frac{|2A - 3B|}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{1}{\sqrt{13} \cdot \sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot |2A - 3B| = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\Leftrightarrow 7A^2 - 24AB + 17B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = \frac{17}{7}B \\ A = B \end{cases}$$

Với $A = \frac{17}{7}B$ chọn $B = 7; A = 17 \Rightarrow RQ: 17x + 7y - 24 = 0$.

Với $A = B$ chọn $B = 1; A = 11 \Rightarrow RQ: x + y - 2 = 0$ loại vì $RQ \parallel PR$.

Vậy đường thẳng cần tìm là $RQ: 17x + 7y - 24 = 0$.

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy , cho 3 đường thẳng $d_1: 3x + 4y - 6 = 0$; $d_2: 4x + 3y - 1 = 0$ và $d_3: y = 0$.

Gọi $A = d_1 \cap d_2$; $B = d_2 \cap d_3$; $C = d_3 \cap d_1$. Viết phương trình đường phân giác trong của góc B .

A. $4x - 2y - 1 = 0$. B. $4x - 2y + 1 = 0$. C. $4x + 8y - 1 = 0$. D. $4x + 8y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$A = d_1 \cap d_2, \text{ suy ta tọa độ điểm } A(x; y) \text{ thỏa mãn } \begin{cases} 3x + 4y - 6 = 0 \\ 4x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(-2; 3).$$

$$B = d_2 \cap d_3, \text{ suy ta tọa độ điểm } B(x; y) \text{ thỏa mãn } \begin{cases} y = 0 \\ 4x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{1}{4}; 0\right).$$

$$C = d_3 \cap d_1, \text{ suy ta tọa độ điểm } C(x; y) \text{ thỏa mãn } \begin{cases} 3x + 4y - 6 = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow C(2; 0).$$

$$\text{Phương trình các đường phân giác góc } B \text{ là } \frac{4x + 3y - 1}{5} = \pm y \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y - 1 = 0 \ (\Delta_1) \\ 4x + 8y - 1 = 0 \ (\Delta_2) \end{cases}.$$

Xét đường thẳng $(\Delta_1): 4x - 2y - 1 = 0$, ta có $(4x_A - 2y_A - 1)(4x_C - 2y_C - 1) = -105 < 0$

Suy ra A và C nằm khác phía đối với (Δ_1) .

Do đó đường phân giác trong góc B là $(\Delta_1): 4x - 2y - 1 = 0$.

Câu 45: Trong mặt phẳng tọa độ vuông góc Oxy , cho hai đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt có phương trình: $d_1: x + y = 1$, $d_2: x - 3y + 3 = 0$. Hãy viết phương trình đường thẳng d_3 đối xứng với d_1 qua đường thẳng d_2 .

A. $7x + y - 1 = 0$. B. $7x + y + 1 = 0$. C. $7x - y - 1 = 0$. D. $7x - y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $I(x; y) = d_1 \cap d_2$. Khi đó tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0; 1).$$

Chọn $M(1; 0) \in d_1$. Gọi Δ đi qua M và vuông góc với d_2 .

Suy ra Δ có dạng $3x + y + c = 0$.

Vì $M(1; 0) \in \Delta \Rightarrow c = -3 \Rightarrow \Delta: 3x + y - 3 = 0$.

Gọi $H(x; y) = d_2 \cap \Delta$. Khi đó tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x + y - 3 = 0 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right).$$

Gọi N là điểm đối xứng của M qua d_2 . Khi đó H là trung điểm của MN .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_H - x_M = \frac{1}{5} \\ y_N = 2y_H - y_M = \frac{12}{5} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{1}{5}; \frac{12}{5}\right).$$

Vậy đường thẳng d_3 chính là đường thẳng IN , ta có

$$\frac{x-0}{0-\frac{1}{5}} = \frac{y-1}{\frac{12}{5}-1} \Leftrightarrow 7x + y - 1 = 0.$$

- Câu 46:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho ΔABC có đỉnh $A(3;0)$ và phương trình hai đường cao (BB') : $2x + 2y - 9 = 0$ và (CC') : $3x - 12y - 1 = 0$. Viết phương trình cạnh BC .
A. $4x - 5y - 20 = 0$. **B.** $4x + 5y + 20 = 0$. **C.** $4x + 5y - 20 = 0$. **D.** $4x - 5y + 20 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $H(x; y)$ là trực tâm của tam giác ΔABC . Khi đó tọa độ điểm $H(x; y)$ là nghiệm của hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} 2x + 2y - 9 = 0 \\ 3x - 12y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{3} \\ y = \frac{5}{6} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{11}{3}; \frac{5}{6}\right).$$

Phương trình cạnh AC đi qua $A(3;0)$ và vuông góc với BB'

nên (AC) có dạng $2x - 2y + c = 0$.

Vì $A(3;0) \in (AC)$ nên $6 + c = 0 \Rightarrow c = -6$. Do đó (AC) : $2x - 2y - 6 = 0 \Leftrightarrow x - y - 3 = 0$.

Ta có $C = AC \cap CC'$ nên tọa độ điểm $C(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 12y - 1 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{35}{9} \\ y = \frac{8}{9} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{35}{9}; \frac{8}{9}\right).$$

Phương trình cạnh BC đi qua điểm $C\left(\frac{35}{9}; \frac{8}{9}\right)$ nhận $\overrightarrow{AH} = \left(\frac{2}{3}; \frac{5}{6}\right) = \frac{1}{6}(4; 5)$ làm vectơ pháp

tuyến $\Rightarrow (BC)$: $4x + 5y - 20 = 0$.

- Câu 47:** Cho tam giác ABC , đỉnh $B(2; -1)$, đường cao AA' : $3x - 4y + 27 = 0$ và đường phân giác trong của góc C là CD : $x + 2y - 5 = 0$. Khi đó phương trình cạnh AB là
A. $4x - 7y - 15 = 0$. **B.** $2x + 5y + 1 = 0$. **C.** $4x + 7y - 1 = 0$. **D.** $2x - 5y - 9 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình cạnh BC đi qua $B(2; -1)$ và vuông góc với AA' là $4x + 3y - 5 = 0$.

Gọi $C(x; y)$, tọa độ điểm $C(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} x + 2y - 5 = 0 \\ 4x + 3y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 3)$

Gọi M là điểm đối xứng của B qua CD . Khi đó tọa độ điểm $M(x; y)$ thỏa mãn

$$\begin{cases} 2(x-2)-(y+1)=0 \\ \frac{x+2}{2}+2\left(\frac{y-1}{2}\right)-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y-5=0 \\ x+2y-10=0 \end{cases} \Rightarrow M(4;3).$$

Phương trình cạnh AC chính là MC , ta có $AC: y=3$.

Gọi $A(x; y)$, tọa độ điểm $A(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} 3x-4y+27=0 \\ y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=3 \end{cases} \Rightarrow A(-5;3).$

Phương trình cạnh AB là $\frac{x+5}{7}=\frac{y-3}{-4} \Leftrightarrow 4x+7y-1=0$.

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho ΔABC có điểm $A(2; -1)$ và hai đường phân giác trong của hai góc B, C lần lượt có phương trình $(\Delta_B): x-2y+1=0$, $(\Delta_C): x+y+3=0$. Viết phương trình cạnh BC .

A. $BC: 4x+y+3=0$ B. $BC: 4x-y+3=0$. C. $BC: 4x-y-3=0$ D. $BC: 4x+y-3=0$

Lời giải

Chọn B.

+) Gọi $H(x_H; y_H)$ là hình chiếu của điểm A lên Δ_B
 $\Rightarrow \overrightarrow{AH} \perp \vec{u}_{\Delta_B} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_{\Delta_B} = 0$.

Ta có $H(2y_H-1; y_H) \in \Delta_B$;

$$\overrightarrow{AH} = (2y_H-3; y_H+1); \vec{u}_{\Delta_B} = (2; 1).$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_{\Delta_B} = 0 \Leftrightarrow 2(2y_H-3) + (y_H+1) = 0 \Leftrightarrow y_H = 1 \Rightarrow H(1; 1).$$

Gọi M là điểm đối xứng của A qua Δ_B .

Khi đó H là trung điểm của $AM \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 2x_H - x_A = 0 \\ y_M = 2y_H - y_A = 3 \end{cases} \Rightarrow M(0; 3).$

+) Gọi $K(x_K; y_K)$ là hình chiếu của điểm A lên $\Delta_C \Rightarrow \overrightarrow{AK} \perp \vec{u}_{\Delta_C} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} \cdot \vec{u}_{\Delta_C} = 0$.

Ta có $K(x_K; -x_K-3) \in \Delta_C$; $\overrightarrow{AK} = (x_K-2; -x_K-2)$; $\vec{u}_{\Delta_C} = (1; -1)$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{AK} \cdot \vec{u}_{\Delta_C} = 0 \Leftrightarrow x_K - 2 + x_K + 2 = 0 \Leftrightarrow x_K = 0 \Rightarrow K(0; -3).$$

Gọi N là điểm đối xứng của A qua Δ_C .

Khi đó K là trung điểm của $AN \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_K - x_A = -2 \\ y_N = 2y_K - y_A = -5 \end{cases} \Rightarrow N(-2; -5).$

Phương trình đường thẳng BC chính là phương trình đường thẳng MN .

$$\Rightarrow \text{đường thẳng } BC: \frac{x-0}{-2} = \frac{y-3}{-8} \Leftrightarrow 4x-y+3=0$$

Câu 49: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho ΔABC vuông cân tại $A(4; 1)$ và cạnh huyền BC có phương trình: $3x-y+5=0$. Viết phương trình hai cạnh góc vuông AC và AB .

A. $x-2y-2=0$ và $2x+y+9=0$.

B. $x-2y+2=0$ và $2x+y-9=0$.

C. $x-2y+2=0$ và $2x+y+9=0$.

D. $x+2y-2=0$ và $2x-y+9=0$.

Lời giải

Chọn A.

Cách 1: Viết phương trình đường thẳng đi qua A tạo với đường thẳng BC một góc 45° .

Cách 2:

Gọi $H(x; y)$ là hình chiếu của $A(4; 1)$ lên BC .

d đi qua $A(4; 1)$ và vuông góc với BC nên d có dạng $x+3y+c=0$.

Vì $A(4;1) \in d \Rightarrow 7+c=0 \Leftrightarrow c=-7$ nên $d: x+3y-7=0$.

Khi đó tọa độ điểm $H(x; y)$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x-y+5=0 \\ x+3y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{4}{5} \\ y=\frac{13}{5} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{4}{5}; \frac{13}{5}\right).$$

Vì ΔABC vuông cân tại A nên A, B, C thuộc đường tròn (C) ngoại tiếp ΔABC có tâm

$$H\left(-\frac{4}{5}; \frac{13}{5}\right) \text{ và bán kính } R = AH = \frac{8\sqrt{10}}{5}.$$

$$\text{Phương trình đường tròn } (C) : \left(x + \frac{4}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{5}\right)^2 = \frac{128}{5}.$$

Tọa độ điểm B, C là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x-y+5=0 \\ \left(x + \frac{4}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{5}\right)^2 = \frac{128}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3x+5 \\ \left(x + \frac{4}{5}\right)^2 + \left(3x+5 - \frac{13}{5}\right)^2 = \frac{128}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=3x+5 \\ 25x^2+40x-48=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{4}{5} \Rightarrow y=\frac{37}{5} \\ x=-\frac{12}{5} \Rightarrow y=-\frac{11}{5} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra 2 điểm } B\left(\frac{4}{5}; \frac{37}{5}\right); C\left(-\frac{12}{5}; -\frac{11}{5}\right) \text{ hoặc } C\left(\frac{4}{5}; \frac{37}{5}\right); B\left(-\frac{12}{5}; -\frac{11}{5}\right).$$

Vậy phương trình hai cạnh AB và AC là

$$(AB): \frac{x-4}{\frac{4}{5}-4} = \frac{y-1}{\frac{37}{5}-1} \Leftrightarrow 2x+y-9=0; (AC): \frac{x-4}{-\frac{12}{5}-4} = \frac{y-1}{-\frac{11}{5}-1} \Leftrightarrow x-2y-2=0.$$

$$\text{Hoặc } (AC): \frac{x-4}{\frac{4}{5}-4} = \frac{y-1}{\frac{37}{5}-1} \Leftrightarrow 2x+y-9=0; (AB): \frac{x-4}{-\frac{12}{5}-4} = \frac{y-1}{-\frac{11}{5}-1} \Leftrightarrow x-2y-2=0.$$

Câu 50: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ΔABC vuông tại A , có đỉnh $C(-4;1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng BC , biết diện tích tam giác ΔABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.

A. $BC: 3x-4y+16=0$.

B. $BC: 3x-4y-16=0$

C. $BC: 3x+4y+16=0$.

D. $BC: 3x+4y+8=0$

Lời giải

Chọn A.

Cách 1:

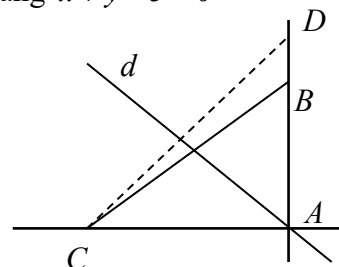
Gọi D là điểm đối xứng của $C(-4;1)$ qua đường thẳng $x+y-5=0$

suy ra tọa độ điểm $D(x; y)$ là nghiệm của

$$\text{hệ phương trình } \begin{cases} (x+4)-(y-1)=0 \\ \frac{x-4}{2} + \frac{y+1}{2} - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow D(4;9).$$

Điểm A thuộc đường tròn đường kính CD

$$\text{nên tọa độ điểm } A(x; y) \text{ thỏa mãn } \begin{cases} x+y-5=0 \\ x^2+(y-5)^2=32 \end{cases} \text{ với } x > 0, \text{ suy ra điểm } A(4;1).$$



$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 24 \Leftrightarrow AB = \frac{2S_{ABC}}{AC} = 6$$

B thuộc đường thẳng $AD: x = 4$, suy ra tọa độ $B(4; y)$ thỏa mãn $(y-1)^2 = 36$
 $\Rightarrow B(4; 7)$ hoặc $B(4; -5)$.

Do d là phân giác trong góc A , nên \overline{AB} và \overline{AD} cùng hướng, suy ra $B(4; 7)$.

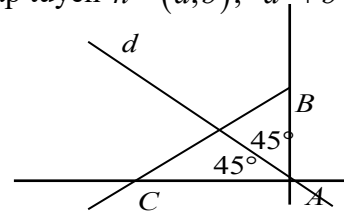
Do đó, đường thẳng BC có phương trình: $3x - 4y + 16 = 0$.

Cách 2:

Gọi đường thẳng AC đi qua điểm $C(-4; 1)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$, $a^2 + b^2 \neq 0$.

$$\text{Vì } (AC, d) = 45^\circ \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_{AC}, \vec{n}_d) \right| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{|a+b|}{\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0; b=1 \\ b=0; a=1 \end{cases}$$



Với $b=0; a=1$ suy đường thẳng $AC: x+4=0 \Rightarrow A = AC \cap d \Rightarrow A(-4; 9)$ (loại vì $x_A > 0$)

Với $a=0; b=1$ suy đường thẳng $AC: y-1=0 \Rightarrow A = AC \cap d \Rightarrow A(4; 1)$.

nên tọa độ điểm $A(x; y)$ thỏa mãn $\begin{cases} x+y-5=0 \\ x^2+(y-5)^2=32 \end{cases}$ với $x > 0$, suy ra điểm $A(4; 1)$.

Gọi điểm $B(x; y)$.

Ta có ΔABC vuông tại A nên $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = 0 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow B(4; y)$.

$$\text{Lại có } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = 24 \Leftrightarrow AB = \frac{2S_{ABC}}{AC} = 6 \Leftrightarrow (y-1)^2 = 36.$$

$\Rightarrow B(4; 7)$ hoặc $B(4; -5)$.

Do d là phân giác trong góc A , nên hai điểm A và B nằm khác phía đối với đường thẳng d , suy ra $B(4; 7)$.

Do đó, đường thẳng BC có phương trình: $3x - 4y + 16 = 0$.

Câu 51: Cho ΔABC với $A(4; -3), B(1; 1), C(-1; -\frac{1}{2})$. Phân giác trong của góc B có phương

trình:

A. $7x - y - 6 = 0$.

B. $7x + y - 6 = 0$.

C. $7x - y + 6 = 0$.

D. $7x + y + 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi I là chân đường phân giác trong góc B , ta có:

$$\frac{\overline{IA}}{\overline{IC}} = -\frac{BA}{BC} = -\frac{\sqrt{(1-4)^2 + (1+3)^2}}{\sqrt{(1+1)^2 + \left(1+\frac{1}{2}\right)^2}} = -2 \Rightarrow I \begin{cases} x = \frac{4+2(-1)}{1+2} = \frac{2}{3} \\ y = \frac{-3+2\left(-\frac{1}{2}\right)}{3} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Phân giác trong là đường thẳng qua B, I nên có phương trình:

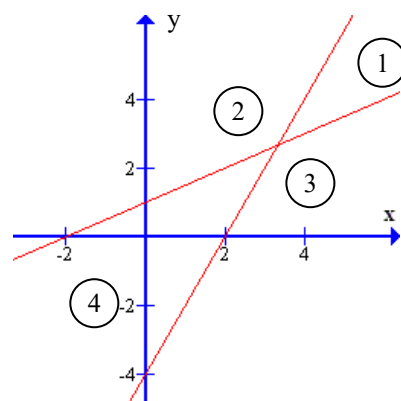
$$\frac{x - \frac{1}{2}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{y - 1}{1 + \frac{4}{3}} \Leftrightarrow 7x - y - 6 = 0.$$

Câu 52: Cho 2 đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0; d': 2x - y - 4 = 0$. Hai đường thẳng này chia mặt phẳng thành những miền đánh số 1, 2, 3, 4. Điểm M thuộc miền nào để $(x; y)$ nghiệm đúng

$$(x - y + 2)(2x - y - 4) > 0$$

- A. Miền 1 và 3
- B. Miền 2 và 4
- C. Miền 1 và 4
- D. Miền 2 và 3**

Hướng dẫn giải:



Chọn D.

$$\text{Ta có: } (x - y + 2)(2x - y - 4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 2 > 0 \\ 2x - y - 4 > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x - y + 2 < 0 \\ 2x - y - 4 < 0 \end{cases}$$

Câu 53: Diện tích tam giác ABC với $A(3; -4)$, $B(1; 5)$, $C(3; 1)$ là

- A. $\sqrt{26}$.
- B. $2\sqrt{5}$.
- C. 10.
- D. 5.**

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (-2; 9) \Rightarrow |\overline{AB}| = \sqrt{85}.$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB \text{ là } \frac{x-3}{-2} = \frac{y+4}{9} \Leftrightarrow 9x + 2y - 19 = 0.$$

$$\text{Khoảng cách từ điểm } C \text{ đến đường thẳng } AB \text{ là } d(C, AB) = \frac{|9 \cdot 3 + 2 \cdot 1 - 19|}{\sqrt{9^2 + 2^2}} = \frac{10}{\sqrt{85}}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S_{ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{85} \cdot \frac{10}{\sqrt{85}} = 5.$$

Câu 54: Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(3, 0)$, $B(0, 4)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6

- A. $(0; 1)$.
- B. $(0; 8)$.
- C. $(1; 0)$.
- D. $(0; 0)$ và $(0; 8)$.**

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (-3; 4) \Rightarrow |\overline{AB}| = 5.$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB \text{ là } \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x + 3y - 12 = 0.$$

$$\text{Gọi } M(0; m) \in Oy \Rightarrow d(M, AB) = \frac{|3m - 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|3m - 12|}{5}.$$

Diện tích tam giác MAB bằng 6 nên

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{|3m - 12|}{5} = 6 \Leftrightarrow |3m - 12| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} 3m = 0 \\ 3m = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \Rightarrow M(0; 0) \\ m = 8 \Rightarrow M(0; 8) \end{cases}.$$

3. Khoảng cách từ một điểm tới đường thẳng :

Phần 1:

Câu 1: Cho điểm $M(x_0; y_0)$ và đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 > 0$. Khi đó khoảng cách $d_{(M; \Delta)}$ là

$$\text{A. } d_{(M; \Delta)} = \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

$$\text{B. } d_{(M; \Delta)} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}.$$

$$C. d_{(M;\Delta)} = \frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

$$D. d_{(M;\Delta)} = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Lời giải

Chọn D.

Xem lại công thức ở sách giáo khoa.

Câu 2: Khoảng cách từ điểm $M(15;1)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = t \end{cases}$ là

A. $\sqrt{5}$. B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\frac{16}{\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng có phương trình tổng quát là: $x - 3y - 2 = 0$.

$$\text{Vậy } d(M, \Delta) = \frac{|15 - 3 - 2|}{\sqrt{1 + 9}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}.$$

Câu 3: Khoảng cách từ điểm $M(5;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 2y + 13 = 0$ là

A. $\frac{13}{\sqrt{2}}$. B. 2. C. $\frac{28}{\sqrt{13}}$. D. $2\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|15 - 2 + 13|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 4: Khoảng cách từ điểm $M(0;1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 1 = 0$ là

A. $\frac{11}{13}$. B. $\frac{13}{17}$. C. 1. D. $\sqrt{13}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|-12 - 1|}{\sqrt{25 + 144}} = 1.$$

Câu 5: Cho ba điểm $A(0;1)$, $B(12;5)$, $C(-3;5)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều ba điểm A , B , C ?

A. $5x - y + 1 = 0$. B. $2x - 6y + 21 = 0$. C. $x + y = 0$. D. $x - 3y + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } d_{(A;\Delta)} = d_{(B;\Delta)} = d_{(C;\Delta)} = 2, \text{ với } \Delta: 2x - 6y + 21 = 0.$$

Câu 6: Tìm tọa độ điểm M nằm trên trục Ox và cách đều 2 đường thẳng: $\Delta_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $\Delta_2: 3x - 2y + 3 = 0$

A. $(0; \sqrt{2})$. B. $(\frac{1}{2}; 0)$. C. $(1; 0)$. D. $(\sqrt{2}; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Giả sử $M(m; 0)$.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta_1) = d(M, \Delta_2) \Leftrightarrow \frac{|3m - 6|}{\sqrt{4 + 9}} = \frac{|3m + 3|}{\sqrt{4 + 9}} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

A. $2\sqrt{10}$.

B. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $d(M, \Delta) = \frac{|3-1+4|}{\sqrt{1+9}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$.

Câu 13: Khoảng cách từ điểm $O(0;0)$ đến đường thẳng $\Delta: 4x-3y-5=0$ là

A. 0.

B. -5.

C. 1.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $d(O, \Delta) = \frac{|-5|}{\sqrt{16+9}} = 1$.

Câu 14: Cho hai điểm $A(1;-2)$, $B(-1;2)$. Đường trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+y=0$.

B. $x+2y=0$.

C. $x-2y=0$.

D. $x-2y+1=0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi là M trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow M(0;0)$.Đường trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm M và có vtpt $\overline{AB}(-2;4)$ nên có phương trình là: $x-2y=0$ Câu 15: Khoảng cách từ điểm $M(0;3)$ đến đường thẳng $\Delta: x \cos \alpha + y \sin \alpha + 3(2 - \sin \alpha) = 0$ là

A. $\sqrt{6}$.

B. 6.

C. $3 \sin \alpha$.

D. $\frac{3}{\sin \alpha + \cos \alpha}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $d(M, \Delta) = \frac{|3 \sin \alpha + 3(2 - \sin \alpha)|}{1} = 6$.

Câu 16: Cho đường thẳng $\Delta: 7x+10y-15=0$. Trong các điểm $M(1;-3)$, $N(0;4)$, $P(8;0)$, $Q(1;5)$ điểm nào cách xa đường thẳng Δ nhất?

A. N .

B. M .

C. P .

D. Q .

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $d(M, \Delta) = \frac{|7-30-15|}{\sqrt{7^2+10^2}} = \frac{38}{\sqrt{149}}$.

$$d(N, \Delta) = \frac{|40-15|}{\sqrt{7^2+10^2}} = \frac{25}{\sqrt{149}}$$

$$d(Q, \Delta) = \frac{|7+50-15|}{\sqrt{7^2+10^2}} = \frac{42}{\sqrt{149}}$$

$$d(P, \Delta) = \frac{|56-15|}{\sqrt{7^2+10^2}} = \frac{41}{\sqrt{149}}$$

Câu 17: Tính diện tích tam giác ABC biết $A(2;-1)$, $B(1;2)$, $C(2;-4)$

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{3}{\sqrt{37}}$.

C. 3.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải**Chọn D.**

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (-1; 3) \Rightarrow AB = \sqrt{10}, \overline{AC} = (0; -3) \Rightarrow AC = 3, \overline{BC} = (1; -6) \Rightarrow BC = \sqrt{37}$$

$$\Rightarrow p = \frac{3 + \sqrt{10} + \sqrt{37}}{2}$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{10} + \sqrt{37}}{2} \cdot \frac{\sqrt{10} + \sqrt{37} - 3}{2} \cdot \frac{3 + \sqrt{10} - \sqrt{37}}{2} \cdot \frac{3 - \sqrt{10} + \sqrt{37}}{2}} = \frac{3}{2}$$

Câu 18: Tính diện tích tam giác ABC biết $A(3; 2)$, $B(0; 1)$, $C(1; 5)$

- A.** $\frac{11}{\sqrt{17}}$. **B.** $\sqrt{17}$. **C.** 11. **D.** $\frac{11}{2}$.

Lời giải**Chọn D.**

$$\text{Ta có: } \overline{BC} = (1; 4) \Rightarrow BC = \sqrt{17}$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } BC: 4x - y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} BC \cdot d(A, BC) = \frac{1}{2} \sqrt{17} \cdot \frac{11}{\sqrt{17}} = \frac{11}{2}$$

Câu 19: Tính diện tích tam giác ABC biết $A(3; -4)$, $C(3; 1)$, $B(1; 5)$

- A.** 10. **B.** 5. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải**Chọn A.**

$$\text{Ta có: } \overline{BC} = (2; -4) \Rightarrow BC = \sqrt{20}$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } BC: x - 2y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} BC \cdot d(A, BC) = \frac{1}{2} \sqrt{20} \cdot \frac{10}{\sqrt{5}} = 10$$

Câu 20: Tính chiều cao tương ứng với cạnh BC của tam giác ABC biết $A(1; 2)$, $C(4; 0)$, $B(0; 3)$

- A.** 3. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{25}$. **D.** $\frac{3}{5}$.

Lời giải**Chọn B.**

$$\text{Ta có: } \overline{BC} = (4; -3)$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } BC: 3x + 4y - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow d(A, BC) = \frac{|3 + 8 - 12|}{5} = \frac{1}{5}$$

Câu 21: Khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta_2: 7x + y + 12 = 0$ là

- A.** $\frac{9}{\sqrt{50}}$. **B.** 9. **C.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **D.** 15.

Lời giải**Chọn C.**

$$\text{Lấy } M(0; 3) \in \Delta_1$$

$$\text{Ta có: } \Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow d(\Delta_1, \Delta_2) = d(M, \Delta_2) = \frac{|3 + 12|}{\sqrt{1 + 49}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

Câu 22: Khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta_1: 3x - 4y = 0$ và $\Delta_2: 6x - 8y - 101 = 0$ là

- A.** 1,01. **B.** $\sqrt{101}$. **C.** 10,1. **D.** 101.

Lời giải

Chọn C.

Lấy $M(0;0) \in \Delta_1$

$$\text{Ta có: } \Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow d(\Delta_1, \Delta_2) = d(M, \Delta_2) = \frac{|101|}{\sqrt{36+64}} = \frac{101}{10} = 10,1.$$

Câu 23: Khoảng cách giữa hai đường thẳng $\Delta_1 : 5x - 7y + 4 = 0$ và $\Delta_2 : 5x - 7y + 6 = 0$ là

- A.** $\frac{4}{\sqrt{74}}$. **B.** $\frac{6}{\sqrt{74}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{74}}$. **D.** $\frac{10}{\sqrt{74}}$.

Lời giải

Chọn C.

Lấy $M(2;2) \in \Delta_1$

$$\text{Ta có: } \Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow d(\Delta_1, \Delta_2) = d(M, \Delta_2) = \frac{|10 - 14 + 6|}{\sqrt{25 + 49}} = \frac{2}{\sqrt{74}}.$$

Câu 24: Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -1)$, $B(0; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1

- A.** $M\left(\frac{7}{2}; 0\right)$ và $M(1; 0)$. **B.** $M(\sqrt{13}; 0)$.
C. $M(4; 0)$. **D.** $M(2; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\overline{AB} = (-3; 4)$

Phương trình đường thẳng $AB : 4x + 3y - 9 = 0$.

$$\text{Gọi } M(m; 0) \Rightarrow d(M, AB) = \frac{|4m - 9|}{5} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{7}{2}; 0\right) \text{ và } M(1; 0)$$

Câu 25: Cho hai điểm $A(2; 3)$, $B(1; 4)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều A và B ?

- A.** $x + y - 1 = 0$. **B.** $x + 2y = 0$.
C. $2x - 2y + 10 = 0$. **D.** $x - y + 100 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Vì } d(B, \Delta) = d(A, \Delta) = \frac{4}{\sqrt{2}}$$

Câu 26: Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; 0)$, $B(0; -4)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6

- A.** $M(0; 1)$. **B.** $M(0; 0)$ và $M(0; -8)$.
C. $M(1; 0)$. **D.** $M(0; 8)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overline{AB} = (-3; -4)$

Phương trình đường thẳng $AB : 4x - 3y - 12 = 0$.

$$\text{Gọi } M(0; m) \Rightarrow S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} d(M, AB) \cdot AB = 6 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|3m + 12|}{5} \cdot 5 = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -8 \end{cases};$$

Vậy $M(0;0)$ và $M(0;-8)$

Câu 27: Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2)$, $B(4;6)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 1

- A. $M(0;1)$. B. $M(0;0)$ và $M\left(0;\frac{4}{3}\right)$
C. $M(0;2)$. D. $M(1;0)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\overline{AB} = (3;4)$

Phương trình đường thẳng $AB: 4x - 3y + 2 = 0$.

$$\text{Gọi } M(0;m) \Rightarrow S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} d(M, AB) \cdot AB = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|m-3|}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{32} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=\frac{4}{3} \end{cases}$$

Vậy $M(0;0)$ và $M\left(0;\frac{4}{3}\right)$

Câu 28: Cho $M(1;-1)$ và đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + m = 0$. Tìm $m > 0$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ bằng 1

- A. $m = 9$. B. $m = \pm 9$.
C. $m = 6$. D. $m = -4$ hoặc $m = -16$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } d(M, \Delta) = 1 \Leftrightarrow \frac{|3 - 4 + m|}{5} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -4(\text{loại}) \end{cases}$$

Vậy $m = 6$.

Câu 29: Cho $M(2;5)$ và đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - m = 0$. Tìm m sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ bằng 1

- A. $m = 31$ hoặc $m = 11$. B. $m = 21$ hoặc $m = 31$.
C. $m = 11$ hoặc $m = 21$. D. $m = \pm 11$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } d(M, \Delta) = 1 \Leftrightarrow \frac{|6 + 20 - m|}{5} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 21 \\ m = 31 \end{cases}$$

Câu 30: Cho hai điểm $A(1;1)$, $B(3;6)$. Tìm phương trình đường thẳng đi qua A và cách B một khoảng bằng 2 là:

- A. $x - 1 = 0$ và $21x - 20y - 1 = 0$. B. $x + y - 2 = 0$ và $21x - 20y - 1 = 0$
C. $2x - y - 1 = 0$ và $21x - 20y - 1 = 0$ D. $-x + y = 0$ và $21x - 20y - 1 = 0$

Lời giải

Chọn A.

Phương trình đường thẳng Δ cần tìm đi qua điểm A có dạng:

$$a(x-1) + b(y-1) = 0 \quad (a^2 + b^2 \neq 0).$$

$$\text{Ta có } \Rightarrow d(B, \Delta) = 2 \Leftrightarrow \frac{|2a + 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow 21b^2 + 20ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = -\frac{20}{21}a \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $x - 1 = 0$, $21x - 20y - 1 = 0$

Câu 31: Cho hai điểm $A(3;2)$, $B(-2;2)$. Tìm phương trình đường thẳng đi qua A và cách B một khoảng bằng 3 là:

- A.** $3x+4y-17=0$ và $3x+7y-23=0$. **B.** $x+2y-7=0$ và $3x-7y+5=0$
C. $3x-4y-1=0$ và $3x-7y+5=0$ **D.** $3x+4y-17=0$ và $3x-4y-1=0$

Lời giải

Chọn D.

Phương trình đường thẳng Δ cần tìm đi qua điểm A có dạng:

$$a(x-3)+b(y-2)=0(a^2+b^2 \neq 0).$$

$$\text{Ta có } \Rightarrow d(B, \Delta) = 3 \Leftrightarrow \frac{|-5a|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 3 \Leftrightarrow 16a^2 = 9b^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4}b \\ a = -\frac{3}{4}b \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $3x+4y-17=0$, $3x-4y-1=0$

Câu 32: Điểm $A(a;b)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=2+t \end{cases}$ và cách đường thẳng $\Delta: 2x-y-3=0$ một

khoảng là $2\sqrt{5}$ và $a > 0$. Khi đó ta có $a+b$ bằng

- A.** 23. **B.** 21. **C.** 22. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \overline{AB} = (-3;4)$$

Phương trình đường thẳng $AB: 4x+3y-9=0$.

$$\text{Gọi } A(3+t;2+t) \Rightarrow d(A, \Delta) = \frac{|t+1|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} t=9 \\ t=-11(\text{loại}) \end{cases} \Rightarrow A(12;11).$$

$$\Rightarrow a+b=23$$

Câu 33: Cho hai điểm $A(3;2)$, $B(-4;1)$, $C(0;3)$. Tìm phương trình đường thẳng đi qua A và cách đều B và C .

- A.** $x+y-5=0$ và $3x+7y-23=0$. **B.** $x+y-5=0$ và $3x-7y+5=0$
C. $x+2y-7=0$ và $3x-7y+5=0$ **D.** $y-2=0$, $x-2y+1=0$

Lời giải

Chọn D.

Phương trình đường thẳng Δ cần tìm đi qua điểm A có dạng:

$$a(x-3)+b(y-2)=0(a^2+b^2 \neq 0).$$

$$\text{Ta có } d(B, \Delta) = d(C, \Delta) \Leftrightarrow \frac{|7a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|-3a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} 7a+b = -3a+b \\ 7a+b = 3a-b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=-2a \end{cases}$$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $y-2=0$, $x-2y+1=0$

Câu 34: Bán kính của đường tròn tâm $I(0;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x-4y-23=0$ là:

- A.** 15. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } R = d(I, \Delta) = 3$$

Câu 35: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x+3y+m=0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2+y^2-9=0$.

- A.** $m=-3$. **B.** $m=3$ và $m=-3$

C. $m = -3$.

D. $m = -15$ và $m = 15$

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn (C) có tâm $I(0;0)$, bán kính $R = 3$.

Đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (C) $\Leftrightarrow R = d(I, \Delta) \Leftrightarrow \frac{|m|}{5} = 3 \Leftrightarrow m = \pm 15$.

Câu 36: Bán kính của đường tròn tâm $I(2;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : 3x + 4y + 1 = 0$ là:

A. 15.

B. $\frac{3}{5}$.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $R = d(I, \Delta) = 3$

Câu 37: Đường thẳng nào sau đây song song và cách đường thẳng $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1}$ một khoảng bằng $\sqrt{10}$?

A. $3x + y + 6 = 0$.

B. $x + 3y + 6 = 0$.

C. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + t \end{cases}$.

D. $x - 3y + 6 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$\Delta : \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{1} \Leftrightarrow x - 3y - 4 = 0$. Lấy $M(7;1) \in \Delta$

Phương trình đường thẳng d cần tìm có dạng : $x - 3y + C = 0 (C \neq -4)$

Theo bài ra ta có: $d(M, d) = \sqrt{10} \Leftrightarrow \frac{|4+C|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10} \Leftrightarrow \begin{cases} C = 6 \\ C = -14 \end{cases}$

Phương trình đường thẳng d cần tìm là : $x - 3y - 14 = 0$, $x - 3y + 6 = 0$

Câu 38: Đường thẳng $\Delta : 5x + 3y = 15$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

A. 7,5.

B. 5.

C. 15.

D. 3.

Lời giải

Chọn A.

$\Delta \cap Ox = A(3;0)$, $\Delta \cap Oy = B(0;5)$.

Vậy $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{15}{2} = 7,5$.

Câu 39: Cho đường thẳng $\Delta : x - y + 2 = 0$ và các điểm $O(0;0)$, $A(2;0)$. Tìm điểm O' đối xứng với O qua Δ .

A. $O'(-2;2)$.

B. $O'(-1;1)$.

C. $O'(2;-2)$.

D. $O'(2;0)$.

Lời giải

Chọn A.

$\Delta : x - y + 2 = 0$ có vtcp $\vec{u} = (1;1)$.

Phương trình đường thẳng OO' đi qua điểm O và có vtpt \vec{u} là: $x + y = 0$.

Có $OO' \cap \Delta = I(-1;1)$. Vì I là trung điểm của OO' nên suy ra $O'(-2;2)$.

Câu 40: Tìm tập hợp các điểm có tỉ số các khoảng cách đến hai đường thẳng sau bằng

$\frac{5}{13} : d : 5x - 12y + 4 = 0$ và $\Delta : 4x - 3y - 10 = 0$.

A. $x - 9y - 14 = 0$ và $3x - 5y - 6 = 0$.

B. $9x - 5y - 6 = 0$ và $9x - y + 14 = 0$

C. $x+9y-14=0$ và $9x+9y-6=0$

D. $x-9y+14=0, 9x-15y-6=0$

Lời giải

Chọn D.

Gọi $M(x; y)$.

$$d(M, d) = \frac{5}{13} d(M, \Delta) \Leftrightarrow \frac{|5x-12y+4|}{13} = \frac{5}{13} \frac{|4x-3y-10|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x-9y+14=0 \\ 9x-15y-6=0 \end{cases}$$

Câu 41: Cho 3 đường thẳng $\Delta_1 : x+y+3=0, \Delta_2 : x-y-4=0, \Delta_3 : x-2y=0$ Biết điểm M nằm trên đường thẳng Δ_3 sao cho khoảng cách từ M đến Δ_1 bằng hai lần khoảng cách từ M đến Δ_2 . Khi đó tọa độ điểm M là:

A. $M(-2; -1)$ và $M(22; 11)$.

B. $M(-22; -11)$.

C. $M(-2; -1)$.

D. $M(2; 1)$ và $M(-22; -11)$.

Lời giải

Chọn D.

Lấy $M(2t; t) \in \Delta_3$

$$d(M, \Delta_1) = 2d(M, \Delta_2) \Leftrightarrow \frac{|3t+3|}{\sqrt{2}} = 2 \frac{|t-4|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=-11 \end{cases} \Rightarrow M(2; 1); M(-22; -11)$$

Câu 42: Cho đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; 2), B(5; 1)$. Tìm tọa độ điểm C trên đường thẳng $\Delta : x-2y+8=0$ sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17.

A. $C(12; 10)$ và $C\left(-\frac{76}{5}; -\frac{18}{5}\right)$.

B. $C(-12; 10)$.

C. $C(-4; 2)$.

D. $C\left(\frac{1}{5}; \frac{41}{10}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\overline{AB} = (3; -1)$

Phương trình đường thẳng $AB : x+3y-8=0$.

$$\text{Gọi } C(2c-8; c) \Rightarrow S_{\Delta CAB} = \frac{1}{2} d(C, AB) \cdot AB = 17 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|5c-16|}{\sqrt{10}} \cdot \sqrt{10} = 17 \Leftrightarrow \begin{cases} c=10 \\ c=-\frac{18}{5} \end{cases}$$

Vậy $C(12; 10)$ và $C\left(-\frac{76}{5}; -\frac{18}{5}\right)$

Câu 43: Cho đường thẳng $\Delta : x-y+2=0$ và các điểm $O(0; 0), A(2; 0)$. Trên Δ , tìm điểm M sao cho độ dài đường gấp khúc OMA ngắn nhất.

A. $M\left(\frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

B. $M(-1; 1)$.

C. $M\left(-\frac{4}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

D. $M\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Nhận xét O và A nằm về cùng một phía so với đường thẳng Δ .

Gọi điểm O' là điểm đối xứng với O qua đường thẳng Δ .

Ta có $OM + MA = O'M + MA \geq O'A$. Vậy độ dài đường gấp khúc ngắn nhất khi $M = O'A \cap \Delta$.

Phương trình đường thẳng $OO' : x+y=0$.

Có $OO' \cap \Delta = I(-1; 1)$. Vì I là trung điểm của OO' nên suy ra $O'(-2; 2)$.

Phương trình đường thẳng $AO' : x+2y-2=0$.

$$\Rightarrow M\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

Câu 44: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có phương trình 2 cạnh là: $2x - 3y + 5 = 0$, $3x + 2y - 7 = 0$ và đỉnh $A(2; -3)$. Tính diện tích hình chữ nhật đó.

- A. $\frac{126}{13}$. B. $\frac{126}{26}$. C. 2. D. 12.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $d: 2x - 3y + 5 = 0$; $\Delta: 3x + 2y - 7 = 0$.

Nhận xét $d \perp \Delta$, $A(2; -3) \notin d; \Delta$.

$$\text{Diện tích hình chữ nhật là: } S = d(A, d) \cdot d(A, \Delta) = \frac{|4 + 9 + 5|}{\sqrt{13}} \cdot \frac{|6 - 6 + 7|}{\sqrt{13}} = \frac{126}{13}$$

Câu 45: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , tính diện tích hình vuông có 4 đỉnh nằm trên hai đường thẳng song song: $d_1: 3x - 4y + 6 = 0$ và $d_2: 6x - 8y - 13 = 0$.

- A. $\frac{1}{10}$. B. $\frac{25}{4}$. C. 10. D. 25.

Lời giải

Chọn B.

Lấy $M(-2; 0) \in d_1$

$$\text{Nhận xét cạnh hình vuông có độ dài là: } a = d(d_1, d_2) = d(M, d_2) = \frac{|-12 - 13|}{10} = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Diện tích hình vuông là: } S = a^2 = \frac{25}{4}.$$

Câu 46: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho ΔABC có $A(1; -1)$, $B(-2; 1)$, $C(3; 5)$. Tính diện tích ΔABK với K là trung điểm của AC .

- A. $S_{\Delta ABK} = 11(\text{đvdt})$. B. $S_{\Delta ABK} = \frac{11}{2}(\text{đvdt})$. C. $S_{\Delta ABK} = 10(\text{đvdt})$. D. $S_{\Delta ABK} = 5(\text{đvdt})$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $K(2; 2)$

$$\overline{AB} = (-3; 2) \Rightarrow \text{Phương trình cạnh } AB: 2x + 3y + 1 = 0.$$

$$\text{Ta có: } \Rightarrow S_{\Delta KAB} = \frac{1}{2} d(K, AB) \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{|4 + 6 + 1|}{\sqrt{13}} \cdot \sqrt{13} = \frac{11}{2}$$

Câu 47: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $x + y - 1 = 0$ và $3x - y + 5 = 0$. Hãy tìm diện tích hình bình hành có hai cạnh nằm trên hai đường thẳng đã cho, một đỉnh là giao điểm của hai đường thẳng đó và giao điểm của hai đường chéo là $I(3; 3)$.

- A. $S_{ABCD} = 74(\text{đvdt})$. B. $S_{ABCD} = 55(\text{đvdt})$. C. $S_{ABCD} = 54(\text{đvdt})$. D. $S_{ABCD} = 65(\text{đvdt})$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi hình bình hành là $ABCD$ và $d: x + y - 1 = 0$; $\Delta: 3x - y + 5 = 0$.

Không làm mất tính tổng quát giả sử $d \cap \Delta = A(-1; 2)$, $B \in \Delta$, $D \in d$.

Ta có $d \cap \Delta = A(-1; 2)$. Vì $I(3; 3)$ là tâm hình bình hành nên $C(7; 4)$

$$\overline{AC} = (8; 2) \Rightarrow \text{Đường thẳng } AC \text{ có pt là: } x - 4y + 9 = 0.$$

Do $BC \parallel \Delta \Rightarrow$ Đường thẳng BC đi qua điểm $C(7;4)$ và có vtpt $\vec{n} = (3;-1)$ có pt là:

$$3x - y - 17 = 0.$$

$$\text{Khi đó } d \cap BC = B\left(\frac{9}{2}; -\frac{7}{2}\right)$$

$$\text{Ta có: } S_{\Delta ABC} = d(B, AC) \cdot AC = \frac{\left|\frac{9}{2} + 14 + 9\right|}{\sqrt{17}} \cdot 2\sqrt{17} = 55$$

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy ΔABC có đỉnh $A(2;-3)$, $B(3;-2)$ và diện tích ΔABC bằng $\frac{3}{2}$. Biết trọng tâm G của ΔABC thuộc đường thẳng $d: 3x - y - 8 = 0$. Tìm tọa độ điểm C .

A. $C(1;-1)$ và $C(4;8)$.

B. $C(1;-1)$ và $C(-2;10)$.

C. $C(-1;1)$ và $C(-2;10)$.

D. $C(-1;1)$ và $C(2;-10)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\overline{AB} = (1;1) \Rightarrow \text{Đường thẳng } AB \text{ có pt là: } x - y - 5 = 0.$$

$$\text{Gọi } G(a; 3a-8) \Rightarrow C(3a-5; 9a-19).$$

$$\text{Ta có: } S_{\Delta CAB} = \frac{1}{2} d(C, AB) \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \frac{|-6a+9|}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } C(1;-1) \text{ và } C(-2;10)$$

Câu 49: Cho đường thẳng $\Delta: 21x - 11y - 10 = 0$. Trong các điểm $M(20;-3)$, $N(0;4)$, $P(-19;5)$, $Q(1;5)$ điểm nào cách xa đường thẳng Δ nhất?

A. N .

B. M .

C. P .

D. Q .

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|21 \cdot 20 + 33 - 10|}{\sqrt{21^2 + 11^2}} = \frac{443}{\sqrt{562}}.$$

$$\text{Ta có: } d(N, \Delta) = \frac{|-44 - 10|}{\sqrt{21^2 + 11^2}} = \frac{44}{\sqrt{562}}.$$

$$\text{Ta có: } d(P, \Delta) = \frac{|-399 - 55 - 10|}{\sqrt{21^2 + 11^2}} = \frac{464}{\sqrt{562}}.$$

$$\text{Ta có: } d(Q, \Delta) = \frac{|21 - 55 - 10|}{\sqrt{21^2 + 11^2}} = \frac{44}{\sqrt{562}}.$$

Câu 50: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: x - y + 1 = 0$, $\Delta_2: 2x + y - 1 = 0$ và điểm $P(2;1)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm P và cắt hai đường thẳng Δ_1 , Δ_2 lần lượt tại hai điểm A , B sao cho P là trung điểm AB .

A. $4x - y - 7 = 0$.

B. $x - y - 5 = 0$.

C. $4x + y - 9 = 0$.

D. $x - 9y + 14 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \Delta_1 \cap \Delta_2 = I(0;1).$$

Vì $A \in \Delta_1 \Rightarrow A(a; a+1)$. Vì $P(2;1)$ là trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow B(4-a; 1-a)$.

Mặt khác $B \in \Delta_2 \Rightarrow a = \frac{8}{3} \Rightarrow A\left(\frac{8}{3}; \frac{11}{3}\right)$

$\overline{AP} = \left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right) \Rightarrow$ Đường thẳng $AP: 2x + y - 5 = 0$ có pt là: $4x - y - 7 = 0$.

Câu 51: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AD = 2AB$, đường thẳng AC có phương trình $x + 2y + 2 = 0$, $D(1;1)$ và $A(a;b)$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$). Tính $a + b$.

A. $a + b = -4$.

B. $a + b = -3$.

C. $a + b = 4$.

D. $a + b = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Cách 1: Gọi $A(a;b)$. Vì $A \in AC: x + 2y + 2 = 0$ nên $a + 2b + 2 = 0 \Rightarrow a = -2b - 2$

Do $a > 0$ nên $-2b - 2 > 0 \Rightarrow b < -1$ (*)

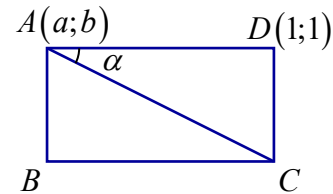
Khi đó $A(-2b - 2; b)$.

Ta có $\overline{AD} = (2b + 3; 1 - b)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng AD .

$\vec{u} = (2; -1)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng AC .

Trên hình vẽ, $\tan \alpha = \frac{DC}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ (1)

Lại có $\cos \alpha = \frac{|\overline{AD} \cdot \vec{u}|}{|\overline{AD}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{5|b+1|}{\sqrt{5} \sqrt{b^2 + 2b + 2}}$ (2)



Từ (1) và (2) suy ra $\frac{5|b+1|}{\sqrt{5} \sqrt{b^2 + 2b + 2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow b^2 + 2b - 3 = 0 \Rightarrow b = -3$ (do (*)) $\Rightarrow a = 4$.

Khi đó $A(4; -3)$, suy ra $a + b = 1$.

Cách 2: Gọi $A(a;b)$. Vì $A \in AC: x + 2y + 2 = 0$ nên $a + 2b + 2 = 0 \Rightarrow a = -2b - 2$

Do $a > 0$ nên $-2b - 2 > 0 \Rightarrow b < -1$ (*), khi đó $A(-2b - 2; b)$.

Vì $C \in AC: x + 2y + 2 = 0$ nên $C(-2c - 2; c)$

Ta có: $\overline{AD} = (3 + 2b; -1 - b)$; $\overline{CD} = (3 + 2c; 1 - c)$.

Chọn $\begin{cases} \vec{u} \perp \overline{CD} \\ |\vec{u}| = |\overline{CD}| \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = (c - 1; 3 + 2c)$

Ta có: $\begin{cases} AD \perp CD \\ AB = 2CD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overline{AD} = 2\vec{u} \\ \overline{AD} = -2\vec{u} \end{cases}$

□ Với $\overline{AD} = 2\vec{u} \Rightarrow \begin{cases} 3 + 2b = 2c - 2 \\ 1 - b = 6 + 4c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3 \\ c = -\frac{1}{2} \end{cases}$ (t/m)

□ Với $\overline{AD} = -2\vec{u} \Rightarrow \begin{cases} 3 + 2b = -2c + 2 \\ 1 - b = -6 - 4c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ c = -\frac{3}{2} \end{cases}$ (không t/m)

Vậy $A(4; -3)$, suy ra $a + b = 1$.

Câu 52: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;1)$ trên đường thẳng $d: 2x + y - 7 = 0$ có tọa độ là

A. $\left(-\frac{14}{5}; -\frac{7}{5}\right)$.

B. $\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

C. $(3; 1)$.

D. $\left(\frac{14}{5}; \frac{7}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Đường thẳng Δ đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là $(x-2)-2(y-1)=0 \Leftrightarrow x-2y=0$.

H là hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng $d \Rightarrow H = d \cap \Delta$

Tọa độ H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x+y-7=0 \\ x-2y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{14}{5} \\ y=\frac{7}{5} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{14}{5}; \frac{7}{5}\right)$.

Câu 53: Cho tam giác ABC có diện tích bằng $S = \frac{3}{2}$, hai đỉnh $A(2; -3)$ và $B(3; -2)$. Trọng tâm G nằm trên đường thẳng $3x - y - 8 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C ?

A. $C(-10; -2)$ hoặc $C(1; -1)$.

B. $C(-2; -10)$ hoặc $C(1; -1)$.

C. $C(-2; 10)$ hoặc $C(1; -1)$.

D. $C(2; -10)$ hoặc $C(1; -1)$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $G(a; 3a-8)$. Do $S_{ABC} = \frac{3}{2} \Rightarrow S_{GAB} = \frac{1}{2}$.

Đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB} = (1; 1)$ là véc tơ chỉ phương nên có phương trình $x - y - 5 = 0$.

$$AB = \sqrt{2}, d(G; AB) = \frac{|a - (3a - 8) - 5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|3 - 2a|}{\sqrt{2}}$$

Do $S_{GAB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(G; AB) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sqrt{2} \cdot \frac{|3 - 2a|}{\sqrt{2}} = 1 \Leftrightarrow |3 - 2a| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$.

Với $a = 1 \Rightarrow G(1; -5) \Rightarrow C(-2; -10)$.

Với $a = 2 \Rightarrow G(2; -2) \Rightarrow C(1; -1)$.

Vậy $C(-2; -10)$ hoặc $C(1; -1)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 54: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(-4; -1)$, hai đường cao BH và CK có phương trình lần lượt là $2x - y + 3 = 0$ và $3x + 2y - 6 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC và tính diện tích tam giác ABC .

A. $BC: x - y = 0; S = \frac{35}{2}$.

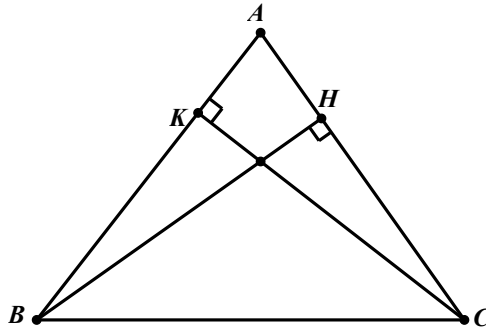
B. $BC: x - y = 0; S = \frac{25}{2}$.

C. $BC: x + y = 0; S = \frac{25}{2}$.

D. $BC: x + y = 0; S = \frac{35}{2}$.

Lời giải

Chọn D.



+ BH có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{BH}(2; -1)$. CK có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{CK}(3; 2)$.

+ Đường thẳng AB vuông góc CK nên nhận $\vec{n}_{CK}(3; 2)$ làm vectơ chỉ phương, vì thế AB có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{AB}(2; -3)$. Mặt khác AB đi qua $A(-4; -1)$ nên có phương trình:

$$2(x+4) - 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y + 5 = 0.$$

+ Đường thẳng AC vuông góc BH nên nhận $\vec{n}_{BH}(2; -1)$ làm vectơ chỉ phương, vì thế AC có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{AC}(1; 2)$. Mặt khác AC đi qua $A(-4; -1)$ nên có phương trình:

$$1(x+4) + 2(y+1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 6 = 0.$$

+ B là giao điểm của AB và BH . Xét hệ:
$$\begin{cases} 2x - 3y + 5 = 0 \\ 2x - y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 1).$$

+ C là giao điểm của AC và CK . Xét hệ:
$$\begin{cases} x + 2y + 6 = 0 \\ 3x + 2y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -6 \end{cases} \Rightarrow C(6; -6).$$

+ Đường thẳng BC có vectơ chỉ phương là $\vec{BC} = (7; -7)$ nên có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (7; 7)$. Vậy BC có phương trình: $7(x+1) + 7(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + y = 0$.

+ $BC = \sqrt{7^2 + (-7)^2} = 7\sqrt{2}$.

+ Chiều cao kẻ từ A của tam giác ABC là $d(A, BC) = \frac{|-4-1|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{5}{\sqrt{2}}$.

+ Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot \frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{35}{2}$.

Câu 55: Cho $A(1; -1)$, $B(3; 2)$. Tìm M trên trục Oy sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

- A. $M(0; 1)$. B. $M(0; -1)$. C. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

M trên trục $Oy \Rightarrow M(0; y)$.

$$\vec{MA} = (1; -1-y); \vec{MB} = (3; 2-y)$$

$$MA^2 + MB^2 = 10 - 2y + 2y^2 = 2\left(y^2 - y + \frac{1}{4}\right) + \frac{19}{2} = 2\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{19}{2} \geq \frac{19}{2}$$

Giá trị nhỏ nhất của $(MA^2 + MB^2)$ bằng $\frac{19}{2}$

Dấu bằng xảy ra khi $y = \frac{1}{2}$.

Câu 56: Điểm $A(a;b)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=3-t \\ y=2-t \end{cases}$ và cách đường thẳng $\Delta: 2x-y-3=0$

một khoảng bằng $2\sqrt{5}$ và $a > 0$. Tính $P = a.b$.

A. $P = 72$.

B. $P = -132$.

C. $P = 132$.

D. $P = -72$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng Δ và có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1)$.

Điểm A thuộc đường thẳng $(d) \Rightarrow A(3-t; 2-t)$.

$$d(A; \Delta) = \frac{|2(3-t) - (2-t) - 3|}{\sqrt{2^2 + 1}} = 2\sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow |-t+1| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} -t+1=10 \\ -t+1=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-9 \\ t=11 \end{cases}$$

Với $t = -9 \Rightarrow A(12; 11) \Rightarrow a.b = 12.11 = 132$.

Với $t = 11 \Rightarrow A(-8; -2)$ (loại).

Câu 57: Cho tam giác ABC có $A\left(\frac{4}{5}; \frac{7}{5}\right)$ và hai trong ba đường phân giác trong có phương trình lần lượt là $x-2y-1=0$, $x+3y-1=0$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC .

A. $y+1=0$.

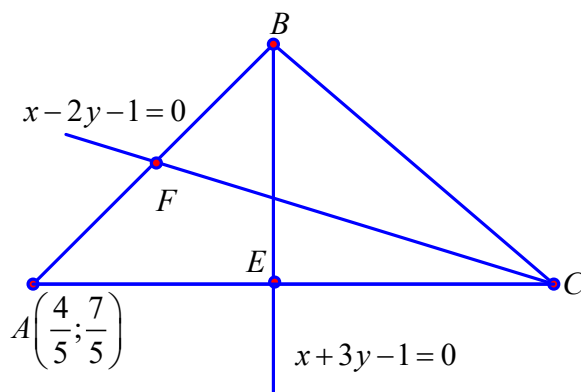
B. $y-1=0$.

C. $4x-3y+1=0$.

D. $3x-4y+8=0$.

Lời giải

Chọn A.



Dễ thấy điểm $A\left(\frac{4}{5}; \frac{7}{5}\right)$ không thuộc hai đường phân giác $x-2y-1=0$ và $x+3y-1=0$. Suy gọi $CF: x-2y-1=0$, $BE: x+3y-1=0$ lần lượt là phương trình đường phân giác xuất phát từ đỉnh C , B (như hình vẽ trên).

Gọi d là đường thẳng qua $A\left(\frac{4}{5}; \frac{7}{5}\right)$ và vuông góc với BE thì d có VTPT là $\vec{n}_d = (3; -1)$ nên

có phương trình $3\left(x - \frac{4}{5}\right) - \left(y - \frac{7}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 1 = 0$. Tọa độ điểm $M = d \cap BE$ thỏa mãn

$$\text{hệ } \begin{cases} 3x - y - 1 = 0 \\ x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right).$$

Suy ra tọa độ điểm đối xứng với $A\left(\frac{4}{5}; \frac{7}{5}\right)$ qua $M\left(\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right)$ là $A'(0; -1)$ thì $A' \in BC$ (1).

Gọi d' là đường thẳng qua $A\left(\frac{4}{5}; \frac{7}{5}\right)$ và vuông góc với CF thì d' có VTPT là $\vec{n}_{d'} = (2; 1)$ nên

có phương trình $2\left(x - \frac{4}{5}\right) + \left(y - \frac{7}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0$. Tọa độ điểm $N = d' \cap CF$ thỏa mãn

$$\text{hệ } \begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ x - 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right).$$

Suy ra tọa độ điểm đối xứng với $A\left(\frac{4}{5}; \frac{7}{5}\right)$ qua $N\left(\frac{7}{5}; \frac{1}{5}\right)$ là $A''(2; -1)$ thì $A'' \in BC$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $\vec{AA''} = (2; 0)$ là một VTCP của BC suy ra VTPT của BC là $\vec{n} = (0; 1)$.

Do đó phương trình cạnh $BC: 0(x - 0) + 1(y + 1) = 0 \Leftrightarrow y + 1 = 0$.

Phần 2:

Câu 62: Khoảng cách từ điểm $A(1; 1)$ đến đường thẳng $5x - 12y - 6 = 0$ là

A. 13. **B.** -13. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Khoảng cách từ điểm $A(1; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 6 = 0$ là

$$d(A, \Delta) = \frac{|5 \cdot 1 - 12 \cdot 1 - 6|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = 1.$$

Câu 63: Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $3x + 2y + 13 = 0$ là:

A. $2\sqrt{13}$. **B.** $\frac{28}{\sqrt{13}}$. **C.** 26. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Khoảng cách } d = \frac{|3 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) + 13|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{26}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 64: Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$ là

A. 1. **B.** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$ là

$$d(M; \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 1 + 4|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Câu 65: Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $M(3; -4)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 1 = 0$.

A. $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{24}{5}$. **C.** $\frac{12}{5}$. **D.** $-\frac{24}{5}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 3 - 4 \cdot (-4) - 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{24}{5}.$$

Câu 66: Khoảng cách từ điểm $A(-3; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - y + 1 = 0$ bằng:

- A.** $\sqrt{10}$. **B.** $\frac{11\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{10\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{11}{\sqrt{10}}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } d(A; \Delta) = \frac{|3 \cdot (-3) - 2 + 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}.$$

Câu 67: Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng $d: 4x - 3y + 1 = 0$ bằng

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } d(O, d) = \frac{|4 \cdot 0 - 3 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{1}{5}.$$

Câu 68: Một đường tròn có tâm $I(3; -2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 5y + 1 = 0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{14}{\sqrt{26}}$. **B.** $\frac{7}{13}$. **C.** $\sqrt{26}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi bán kính của đường tròn là } R. \text{ Khi đó: } R = d(I, \Delta) = \frac{|3 - 5 \cdot (-2) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-5)^2}} = \frac{14}{\sqrt{26}}.$$

Câu 69: Trong mặt phẳng Oxy , khoảng cách từ điểm $M(0; 4)$ đến đường thẳng $\Delta: x \cos \alpha + y \sin \alpha + 4(2 - \sin \alpha) = 0$ bằng

- A.** $\sqrt{8}$. **B.** $4 \sin \alpha$. **C.** $\frac{4}{\cos \alpha + \sin \alpha}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|0 \cdot \cos \alpha + 4 \cdot \sin \alpha + 4(2 - \sin \alpha)|}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}} = 8.$$

Câu 70: Khoảng cách từ $I(1; -2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 26 = 0$ bằng

- A.** 3. **B.** 12. **C.** 5. **D.** $\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Khoảng cách từ điểm $M(x_0; y_0)$ đến đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ là:

$$d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Vậy khoảng cách từ $I(1; -2)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 26 = 0$ bằng

$$d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-2) - 26|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3$$

Câu 71: Khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng $x - 3y + 4 = 0$ và $2x + 3y - 1 = 0$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$ bằng:

- A. $2\sqrt{10}$. B. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$. D. 2.

Lời giải

$$\begin{cases} x - 3y + 4 = 0 \\ 2x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \rightarrow A(-1; 1) \rightarrow d(A; \Delta) = \frac{|-3 + 1 + 4|}{\sqrt{9 + 1}} = \frac{2}{\sqrt{10}}. \text{ Chọn C}$$

Câu 72: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(1; 2)$, $B(0; 3)$ và $C(4; 0)$. Chiều cao của tam giác kẻ từ đỉnh A bằng:

- A. $\frac{1}{5}$. B. 3. C. $\frac{1}{25}$. D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(1; 2) \\ B(0; 3), C(4; 0) \end{cases} \rightarrow BC: 3x + 4y - 12 = 0 \rightarrow h_A = d(A; BC) = \frac{|3 + 8 - 12|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{1}{5}.$$

Chọn A

Câu 73: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(3; -4)$, $B(1; 5)$ và $C(3; 1)$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. 10. B. 5. C. $\sqrt{26}$. D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

$$\text{Cách 1: } \begin{cases} A(3; -4) \\ B(1; 5), C(3; 1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A(3; -4) \\ BC = 2\sqrt{5} \\ BC: 2x + y - 7 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} BC = 2\sqrt{5} \\ h_A = d(A; BC) = \sqrt{5} \end{cases}$$

$$\rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5. \text{ Chọn B}$$

$$\text{Cách 2: } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (\overline{AB} \cdot \overline{AC})^2}.$$

Câu 74: Khoảng cách từ điểm $M(0; 3)$ đến đường thẳng

$$\Delta: x \cos \alpha + y \sin \alpha + 3(2 - \sin \alpha) = 0 \text{ bằng:}$$

- A. $\sqrt{6}$. B. 6. C. $3 \sin \alpha$. D. $\frac{3}{\cos \alpha + \sin \alpha}$.

Lời giải

$$d(M; \Delta) = \frac{|3 \sin \alpha + 3(2 - \sin \alpha)|}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}} = 6. \text{ Chọn B}$$

Câu 75: Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \end{cases}$ bằng:

- A.** 2. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{10}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

$$\Delta: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2+4t \end{cases} \rightarrow \Delta: 4x-3y+2=0 \rightarrow d(M; \Delta) = \frac{|8+0+2|}{\sqrt{16+9}} = 2. \quad \text{Chọn A}$$

Câu 76: Khoảng cách nhỏ nhất từ điểm $M(15;1)$ đến một điểm bất kì thuộc đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=2+3t \\ y=t \end{cases}$ bằng:

- A.** $\sqrt{10}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{10}}$. **C.** $\frac{16}{\sqrt{5}}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

$$\Delta: \begin{cases} x=2+3t \\ y=t \end{cases} \rightarrow \Delta: x-3y-2=0 \xrightarrow{\forall N \in \Delta} MN_{\min} = d(M; \Delta) = \frac{|15-3-2|}{\sqrt{1+9}} = \sqrt{10}.$$

Chọn A

Câu 77: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ điểm $A(-1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: mx+y-m+4=0$ bằng $2\sqrt{5}$.

- A.** $m=2$. **B.** $\begin{cases} m=-2 \\ m=\frac{1}{2} \end{cases}$. **C.** $m=-\frac{1}{2}$. **D.** Không tồn tại m .

Lời giải

$$d(A; \Delta) = \frac{|-m+2-m+4|}{\sqrt{m^2+1}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |m-3| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{m^2+1} \Leftrightarrow 4m^2+6m-4=0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=-2 \\ m=\frac{1}{2} \end{cases}. \quad \text{Chọn B}$$

Câu 78: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để khoảng cách từ giao điểm của hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x=t \\ y=2-t \end{cases} \text{ và } d_2: x-2y+m=0 \text{ đến gốc tọa độ bằng } 2.$$

- A.** $\begin{cases} m=-4 \\ m=2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m=-4 \\ m=-2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m=4 \\ m=2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m=4 \\ m=-2 \end{cases}$.

Lời giải

$$\begin{cases} d_1: \begin{cases} x=t \\ y=2-t \end{cases} \\ d_2: x-2y+m=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} d_1: x+y-2=0 \\ d_2: x-2y+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4-m \\ y=m-2 \end{cases}$$

$$\rightarrow M(4-m; m-2) = d_1 \cap d_2.$$

$$\text{Khi đó: } OM = 2 \Leftrightarrow (4-m)^2 + (m-2)^2 = 4 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m=4 \end{cases}. \quad \text{Chọn C}$$

Câu 79: Đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 8x+6y+100=0$. Bán kính R của đường tròn (C) bằng:

- A. $R=4$. B. $R=6$. C. $R=8$. **D. $R=10$.**

Lời giải

$$R = d(O; \Delta) = \frac{|100|}{\sqrt{64+36}} = 10. \text{ Chọn D}$$

Câu 80: Đường tròn (C) có tâm $I(-2;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 5x+12y-10=0$. Bán kính R của đường tròn (C) bằng:

- A. $R = \frac{44}{13}$.** B. $R = \frac{24}{13}$. C. $R = 44$. D. $R = \frac{7}{13}$.

Lời giải

$$R = d(I; \Delta) = \frac{|-10-24-10|}{\sqrt{25+144}} = \frac{44}{13}. \text{ Chọn A}$$

Câu 81: Cho đường thẳng $d: 21x-11y-10=0$. Trong các điểm $M(21;-3)$, $N(0;4)$, $P(-19;5)$ và $Q(1;5)$ điểm nào gần đường thẳng d nhất?

- A. M . B. N . C. P . **D. Q .**

Lời giải

$$f(x; y) = |21x - 11y - 10| \rightarrow \begin{cases} f(M(21; -3)) = 464 \\ f(N(0; 4)) = 54 \\ f(P(-19; 5)) = 464 \\ f(Q(1; 5)) = 44 \end{cases} \cdot \text{Chọn D}$$

Câu 82: Cho đường thẳng $d: 7x+10y-15=0$. Trong các điểm $M(1;-3)$, $N(0;4)$, $P(-19;5)$ và $Q(1;5)$ điểm nào cách xa đường thẳng d nhất?

- A. M . B. N . **C. P .** D. Q .

Lời giải

$$f(x; y) = |7x + 10y - 15| \rightarrow \begin{cases} f(M(1; -3)) = 38 \\ f(N(0; 4)) = 25 \\ f(P(-19; 5)) = 98 \\ f(Q(1; 5)) = 42 \end{cases} \cdot \text{Chọn C}$$

Câu 83: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

$\Delta_1: 6x-8y+3=0$ và $\Delta_2: 3x-4y-6=0$ bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. **B. $\frac{3}{2}$.** C. 2 . D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(2;0) \in \Delta_2 \\ \Delta_2 \parallel \Delta_1: 6x-8y+3=0 \end{cases} \rightarrow d(\Delta_1; \Delta_2) = d(A; \Delta_1) = \frac{|12+3|}{\sqrt{100}} = \frac{3}{2}. \text{ Chọn B}$$

Câu 84: Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $d: 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 2 - 7t \end{cases}$.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. 15.

C. 9.

D. $\frac{9}{\sqrt{50}}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(-2; 2) \in \Delta, \vec{n}_\Delta = (7; 1) \\ d: 7x + y - 3 = 0 \rightarrow \vec{n}_d = (7; 1) \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta \uparrow \uparrow d \rightarrow d(d; \Delta) = d(A; d) = \frac{|-14 + 2 - 3|}{\sqrt{50}} = \frac{3}{\sqrt{2}}. \text{ Chọn A}$$

Câu 85: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song

$$d_1: 6x - 8y - 101 = 0 \text{ và } d_2: 3x - 4y = 0 \text{ bằng:}$$

A. 10,1.

B. 1,01.

C. 101.

D. $\sqrt{101}$.

Lời giải

$$\begin{cases} A(4; 3) \in d_2 \\ d_2 \parallel d_1: 6x - 8y - 101 = 0 \end{cases} \rightarrow d(d_1; d_2) = \frac{|24 - 24 - 101|}{\sqrt{100}} = \frac{101}{10} = 10,1. \text{ Chọn A}$$

Dạng 3.2 Phương trình đường thẳng liên quan đến khoảng cách

Câu 86: Cho hai điểm $A(3; 1), B(4; 0)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều A và B ?

A. $-2x + 2y - 3 = 0$.

B. $2x - 2y - 3 = 0$.

C. $x + 2y - 3 = 0$.

D. $2x + 2y - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi d là đường thẳng được cho trong các phương án. Khi đó:

+) Phương án

A.

$$d(A, d) = \frac{|-2.3 + 2.1 - 3|}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2}} = \frac{7}{2\sqrt{2}}; d(B, d) = \frac{|-2.4 + 2.0 - 3|}{\sqrt{(-2)^2 + 2^2}} = \frac{11}{2\sqrt{2}} \Rightarrow d(A, d) \neq d(B, d).$$

Loại phương án

A.

+) Phương án

B.

$$d(A, d) = \frac{|2.3 - 2.1 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}}; d(B, d) = \frac{|2.4 - 2.0 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{2\sqrt{2}} \Rightarrow d(A, d) \neq d(B, d).$$

Loại phương án

B.

+) Phương án

C.

$$d(A, d) = \frac{|3 + 2.1 - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}; d(B, d) = \frac{|4 + 2.0 - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow d(A, d) \neq d(B, d).$$

Loại phương án

C.

+) Phương án

D.

$$d(A, d) = \frac{|2.3 + 2.1 - 3|}{\sqrt{2^2 + 2^2}} = \frac{5}{2\sqrt{2}}; d(B, d) = \frac{|2.4 + 2.0 - 3|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \frac{5}{2\sqrt{2}} \Rightarrow d(A, d) = d(B, d)$$

Chọn phương án

D.

Câu 87: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; 3)$ và $B(1; 4)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều hai điểm A và B ?

- A.** $x - y + 2 = 0$. **B.** $x + 2y = 0$. **C.** $2x - 2y + 10 = 0$. **D.** $x - y + 100 = 0$.

Lời giải

Đường thẳng cách đều hai điểm A, B thì đường thẳng đó hoặc song song với AB , hoặc đi qua trung điểm I của đoạn AB .

Ta có:
$$\begin{cases} A(2;3) \\ B(1;4) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right) \\ \overline{AB} = (-1;1) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (1;1) \end{cases} \rightarrow AB \parallel d : x - y - 2 = 0. \quad \text{Chọn A}$$

Câu 88: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(0;1)$, $B(12;5)$ và $C(-3;0)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều ba điểm A, B và C .

- A.** $x - 3y + 4 = 0$. **B.** $-x + y + 10 = 0$. **C.** $x + y = 0$. **D.** $5x - y + 1 = 0$.

Lời giải

Để thấy ba điểm A, B, C thẳng hàng nên đường thẳng cách đều A, B, C khi và chỉ khi chúng song song hoặc trùng với AB .

Ta có: $\overline{AB} = (12;4) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (1;-3) \rightarrow AB \parallel d : x - 3y + 4 = 0. \quad \text{Chọn A}$

Câu 89: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;1)$, $B(-2;4)$ và đường thẳng $\Delta : mx - y + 3 = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để Δ cách đều hai điểm A, B .

- A.** $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m = -1 \\ m = 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm đoạn $AB \rightarrow \begin{cases} I\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right) \\ \overline{AB} = (-3;3) \rightarrow \vec{n}_{AB} = (1;1) \end{cases}$.

Khi đó: $\Delta : mx - y + 3 = 0$ ($\vec{n}_{\Delta} = (m; -1)$) cách đều A, B

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I \in \Delta \\ \frac{m}{1} = \frac{-1}{1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{m}{2} - \frac{5}{2} + 3 = 0 \\ m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}. \quad \text{Chọn C}$$

Câu 90: Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d : 3x - 4y + 1 = 0$ và cách d một khoảng bằng 1 có phương trình:

- A.** $3x - 4y + 6 = 0$ hoặc $3x - 4y - 4 = 0$.
B. $3x - 4y - 6 = 0$ hoặc $3x - 4y + 4 = 0$.
C. $3x - 4y + 6 = 0$ hoặc $3x - 4y + 4 = 0$.
D. $3x - 4y - 6 = 0$ hoặc $3x - 4y - 4 = 0$.

Lời giải

$$\begin{cases} d : 3x - 4y + 1 = 0 \rightarrow M(1;1) \in d \\ \Delta \parallel d \rightarrow \Delta : 3x - 4y + c = 0 \end{cases} \rightarrow 1 = d(d; \Delta) = d(M; \Delta) = \frac{|c-1|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -4 \\ c = 6 \end{cases}$$

Chọn A

Câu 91: Tập hợp các điểm cách đường thẳng $\Delta : 3x - 4y + 2 = 0$ một khoảng bằng 2 là hai đường thẳng có phương trình nào sau đây?

- A.** $3x - 4y + 8 = 0$ hoặc $3x - 4y + 12 = 0$.

B. $3x - 4y - 8 = 0$ hoặc $3x - 4y + 12 = 0$.

C. $3x - 4y - 8 = 0$ hoặc $3x - 4y - 12 = 0$.

D. $3x - 4y + 8 = 0$ hoặc $3x - 4y - 12 = 0$.

Lời giải

$$d(M(x; y); \Delta) = 2 \Leftrightarrow \frac{|3x - 4y + 2|}{5} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 4y + 12 = 0 \\ 3x - 4y - 8 = 0 \end{cases} \cdot \text{Chọn B}$$

Câu 92: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: 5x + 3y - 3 = 0$ và $d_2: 5x + 3y + 7 = 0$ song song nhau. Đường thẳng vừa song song và cách đều với d_1, d_2 là:

A. $5x + 3y - 2 = 0$. **B.** $5x + 3y + 4 = 0$.

C. $5x + 3y + 2 = 0$. **D.** $5x + 3y - 4 = 0$.

Lời giải

$$d(M(x; y); d_1) = d(M(x; y); d_2) \Leftrightarrow \frac{|5x + 3y - 3|}{\sqrt{34}} = \frac{|5x + 3y + 7|}{\sqrt{34}} \Leftrightarrow 5x + 3y + 2 = 0.$$

Chọn C

Câu 93: Trên hệ trục tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Điểm M thuộc cạnh CD sao cho $\overline{MC} = 2\overline{DM}$, $N(0; 2019)$ là trung điểm của cạnh BC , K là giao điểm của hai đường thẳng AM và BD . Biết đường thẳng AM có phương trình $x - 10y + 2018 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng NK bằng

A. 2019.

B. $2019\sqrt{101}$.

C. $\frac{2018}{11}$.

D. $\frac{2019\sqrt{101}}{101}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi cạnh hình vuông bằng a . Do $\Delta ABK \sim \Delta MDK \Rightarrow \frac{MD}{AB} = \frac{DK}{KB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{DK}{DB} = \frac{1}{4}$.

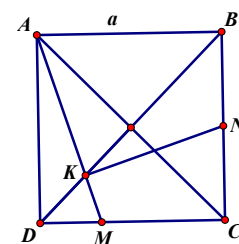
Ta có $\overline{AM} = \overline{AD} + \overline{DM} = \overline{AD} + \frac{1}{3}\overline{DC}$

$$\overline{NK} = \overline{BK} - \overline{BN} = \frac{3}{4}\overline{BD} - \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{3}{4}(\overline{BA} + \overline{BC}) - \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{3}{4}\overline{BA} + \frac{1}{4}\overline{BC}$$

Từ và suy ra $\overline{AM} \cdot \overline{NK} = \frac{1}{4}\overline{AD} \cdot \overline{BC} + \frac{1}{4}\overline{BA} \cdot \overline{DC} = 0 \Rightarrow AM \perp NK$.

Vì $AM \perp NK$ nên NK có phương trình tổng quát: $10x + y - 2019 = 0$.

Khoảng cách từ O đến NK là $d(O, NK) = \frac{|-2019|}{\sqrt{10^2 + 1^2}} = \frac{2019\sqrt{101}}{101}$.



Câu 94: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi d là đường thẳng đi qua $M(4; 2)$ và cách điểm $A(1; 0)$ khoảng cách $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. Biết rằng phương trình đường thẳng d có dạng $x + by + c = 0$ với b, c là hai số nguyên. Tính $b + c$.

A. 4.

B. 5.

C. -1.

D. -5.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $M(4;2) \in d \Leftrightarrow 4+2b+c=0 \Rightarrow c=-4-2b. (1)$

$$d(A,d) = \frac{|1+c|}{\sqrt{1+b^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \Leftrightarrow 10(1+c)^2 = 9(1+b^2). (2)$$

Thay $c = -4 - 2b$ vào PT (2) ta được PT: $31b^2 + 120b + 81 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3(tmdk) \\ b = -\frac{27}{31}(ktmdk) \end{cases}$

$\Rightarrow b = -3, c = 2 \Rightarrow b + c = -1.$

Câu 95: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $\Delta: x + (m-1)y + m = 0$ (m là tham số bất kì) và điểm $A(5;1)$. Khoảng cách lớn nhất từ điểm A đến Δ bằng

- A.** $2\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $4\sqrt{10}$. **D.** $3\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

$$\Delta: x + (m-1)y + m = 0 \Leftrightarrow (y+1)m + x - y = 0 \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Suy ra Δ luôn đi qua điểm cố định $H(-1;-1)$.

Khi đó, với mọi $M \in \Delta$, ta có $d(A;\Delta) = AM \leq AH$.

Giá trị lớn nhất của $d(A;\Delta) = AH$ khi $M \equiv H \Rightarrow \max d(A,\Delta) = AH = 2\sqrt{10}$.

Câu 96: Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định Đường thẳng $12x + 5y = 60$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác. Tổng độ dài các đường cao của tam giác đó là

- A.** $\frac{60}{13}$. **B.** $\frac{281}{13}$. **C.** $\frac{360}{17}$. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng đã cho với Ox, Oy .

Ta có $12x + 5y = 60 \Leftrightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{12} = 0$. Do đó $A(5;0), B(0;12)$.

Gọi H là hình chiếu của O lên AB . Khi đó: $OH = d(O;AB) = \frac{|12 \cdot 0 + 5 \cdot 0 - 60|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{60}{13}$.

Tam giác OAB là tam giác vuông tại O nên tổng độ dài các đường cao là

$$OA + OB + OH = 5 + 12 + \frac{60}{13} = \frac{281}{13}$$

Câu 97: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(1;-1)$ và $B(3;4)$. Gọi (d) là một đường thẳng bất kì luôn đi qua **B.** Khi khoảng cách từ A đến đường thẳng (d) đạt giá trị lớn nhất, đường thẳng (d) có phương trình nào dưới đây?

- A.** $x - y + 1 = 0$. **B.** $3x + 4y = 25$. **C.** $5x - 2y - 7 = 0$. **D.** $2x + 5y - 26 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi H là hình chiếu của điểm A lên đường thẳng (d) . Khi đó ta

có: $d(A, (d)) = AH \leq AB = \sqrt{(3-1)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{29}$. Do đó khoảng cách từ A đến đường thẳng (d) đạt giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{29}$ khi $H \equiv B$ hay $(d) \perp AB$ tại B .

Vì vậy (d) đi qua B và nhận $\overline{AB} = (2; 5)$ làm VTPT.

Do đó phương trình của đường thẳng (d) là $2(x-3) + 5(y-4) = 0 \Leftrightarrow 2x + 5y - 26 = 0$.

DẠNG 4. XÁC ĐỊNH ĐIỂM

Câu 98: Cho đường thẳng $d: 3x + 5y - 15 = 0$. Trong các điểm sau đây, điểm nào **không** thuộc đường thẳng d

- A. $M_1(5; 0)$. B. $M_4(-5; 6)$. C. $M_2(0; 3)$. **D. $M_3(5; 3)$.**

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng d , ta có $M_1, M_4, M_2 \in d$ và $M_3 \notin d$.

Dạng 4.1 Xác định tọa hình chiếu, điểm đối xứng

Câu 99: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(4; 3)$, $B(2; 7)$, $C(-3; -8)$.

Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là:

- A. $(-1; 4)$. B. $(1; -4)$. **C. $(1; 4)$.** D. $(4; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm B và C có dạng: $\frac{x+3}{2+3} = \frac{y+8}{7+8} \Leftrightarrow 3x - y + 1 = 0$.

Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình:

$$1(x-4) + 3(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y - 13 = 0$$

Tọa độ chân đường cao kẻ từ đỉnh A xuống cạnh BC là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - y + 1 = 0 \\ x + 3y - 13 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

Câu 100: Cho đường thẳng $d: -3x + y - 5 = 0$ và điểm $M(-2; 1)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên d là

- A. $\left(\frac{7}{5}; -\frac{4}{5}\right)$. B. $\left(-\frac{7}{5}; \frac{4}{5}\right)$. C. $\left(-\frac{7}{5}; -\frac{4}{5}\right)$. D. $\left(-\frac{5}{7}; \frac{4}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Gọi Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với d .

Ta có phương trình của Δ là: $x + 3y - 1 = 0$

Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên d là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} -3x + y - 5 = 0 \\ x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{7}{5} \\ y = \frac{4}{5} \end{cases}$$

Câu 101: Tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2)$ lên đường thẳng $\Delta: x - y = 0$ là

- A. $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $(1;1)$. C. $(2;2)$. D. $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng Δ có 1 VTPT là $\vec{n} = (1; -1)$ nên Δ có 1 VTCP là $\vec{u} = (1; 1)$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $M(1;2)$ lên đường thẳng Δ , tọa độ $H(t;t)$

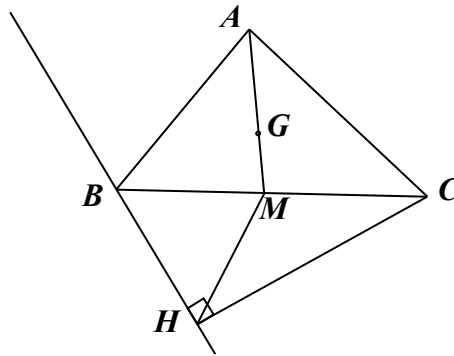
$$\text{Vì } MH \perp \Delta \Rightarrow \overline{MH} \perp \vec{u} \Rightarrow \overline{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow t - 1 + t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{2} \Rightarrow H\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Câu 102: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC với đỉnh $A(2;4)$, trọng tâm $G\left(2; \frac{2}{3}\right)$. Biết rằng đỉnh B nằm trên đường thẳng (d) có phương trình $x + y + 2 = 0$ và đỉnh C có hình chiếu vuông góc trên (d) là điểm $H(2; -4)$. Giả sử $B(a;b)$, khi đó $T = a - 3b$ bằng

- A. $T = 4$. B. $T = -2$. C. $T = 2$. D. $T = 0$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Ta có

$$\overline{AM} = \frac{3}{2} \overline{AG} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M - 2 = \frac{3}{2}(2 - 2) \\ y_M - 4 = \frac{3}{2}\left(\frac{2}{3} - 4\right) \end{cases}, \text{ suy ra } M(2; -1).$$

$\overline{HM} = (0; 3)$ suy ra HM không vuông góc với (d) nên B không trùng với H .

$$B(a;b) \in (d) \Rightarrow b = -a - 2.$$

Tam giác BHC vuông tại H và CM là trung tuyến nên ta có

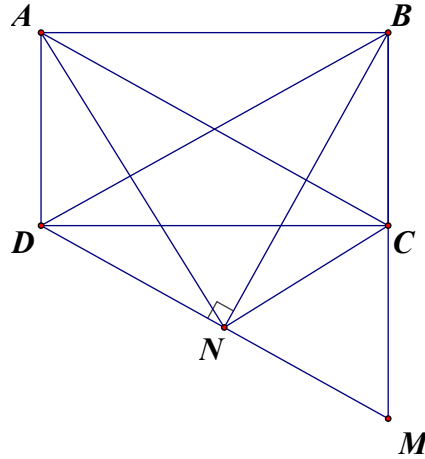
$$MB = MH \Leftrightarrow (a - 2)^2 + (a + 1)^2 = 9 \Leftrightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases} (l)$$

Suy ra $B(-1; -1)$ và $T = a - 3b = 2$.

- Câu 103:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có điểm C thuộc đường thẳng $d: 2x + y + 5 = 0$ và điểm $A(-4; 8)$. Gọi M đối xứng với B qua C , điểm $N(5; -4)$ là hình chiếu vuông góc của B lên đường thẳng MD . Biết tọa độ $C(m; n)$, giá trị của $m - n$ là
- A. 6. B. -6. **C. 8.** D. 7

Lời giải

Chọn C



Gọi $C(t; -2t - 5) \in (d)$.

Để thấy hai tứ giác $BCND$ và $ADNB$ nội tiếp.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \widehat{BNC} = \widehat{BDC} \\ \widehat{BNA} = \widehat{BDA} \end{cases} \Rightarrow \widehat{ANC} = 90^\circ \Leftrightarrow CN \perp AN.$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{AN} = 0 \Leftrightarrow 9(5 - t) - 12(2t + 1) = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow C(1; -7).$$

$$\text{Vậy } m - n = 1 + 7 = 8$$

Dạng 4.2 Xác định điểm liên quan đến yếu tố khoảng cách, góc

- Câu 104:** Cho hai điểm $A(3; -1), B(0; 3)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1.

A. $M\left(\frac{7}{2}; 0\right)$ và $M(1; 0)$.

B. $M(\sqrt{13}; 0)$.

C. $M(4; 0)$.

D. $M(2; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $M(x; 0)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-3; 4)$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB: 4x + 3(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 9 = 0.$$

$$d(M; AB) = \frac{|4x - 9|}{5} \Leftrightarrow 5 = |4x - 9| \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } M\left(\frac{7}{2}; 0\right); M(1; 0).$$

- Câu 105:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1; 1), B(4; -3)$ và đường thẳng $d: x - 2y - 1 = 0$. Tìm điểm M thuộc d có tọa độ nguyên và thỏa mãn khoảng cách từ M đến

đường thẳng AB bằng 6.

- A.** $M(3;7)$. **B.** $M(7;3)$. **C.** $M(-43;-27)$. **D.** $M\left(3;-\frac{27}{11}\right)$.

Lời giải

$$\begin{cases} M \in d: x-2y-1=0 \rightarrow M(2m+1; m), m \in \mathbb{Z} \\ AB: 4x+3y-7=0 \end{cases} \text{ . Khi đó}$$

$$6 = d(M; AB) = \frac{|8m+4+3m-7|}{5} \Leftrightarrow |11m-3| = 30 \Leftrightarrow \begin{cases} m=3 \\ m=\frac{27}{11} \end{cases} (1) \rightarrow M(7;3). \text{ **Chọn B**}$$

Câu 106: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(0;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases}$. Tìm điểm M thuộc d và cách A một khoảng bằng 5, biết M có hoành độ âm.

- A.** $M(4;4)$. **B.** $M\left(-\frac{24}{5};-\frac{2}{5}\right)$. **C.** $M\left(-\frac{24}{5};-\frac{2}{5}\right)$. **D.** $M(-4;4)$.

$$M \in d: \begin{cases} x=2+2t \\ y=3+t \end{cases} \rightarrow M(2+2t; 3+t) \text{ với } 2+2t < 0 \Leftrightarrow t < -1. \text{ Khi đó}$$

$$5 = AM \Leftrightarrow (2t+2)^2 + (t+2)^2 = 25 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 (l) \\ t=-\frac{17}{5} \end{cases} \rightarrow M\left(-\frac{24}{5};-\frac{2}{5}\right).$$

Chọn C

Câu 107: Biết rằng có đúng hai điểm thuộc trục hoành và cách đường thẳng $\Delta: 2x-y+5=0$ một khoảng bằng $2\sqrt{5}$. Tích hoành độ của hai điểm đó bằng:

- A.** $-\frac{75}{4}$. **B.** $-\frac{25}{4}$. **C.** $-\frac{225}{4}$. **D.** Đáp số khác.

Lời giải

Gọi $M(x;0) \in Ox$ thì hoành độ của hai điểm đó là nghiệm của phương trình:

$$d(M; \Delta) = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|2x+5|}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} = x_1 \\ x = -\frac{15}{2} = x_2 \end{cases} \rightarrow x_1 \cdot x_2 = -\frac{75}{4}. \text{ **Chọn A**}$$

Câu 108: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(0;3)$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng 1.

- A.** $M\left(\frac{7}{2};0\right)$. **B.** $M\left(\frac{14}{3};0\right)$. **C.** $M\left(-\frac{7}{2};0\right)$. **D.** $M\left(-\frac{14}{3};0\right)$.

Lời giải

$$\begin{cases} M(x; 0) \\ AB: 4x + 3y - 9 = 0 \end{cases} \rightarrow 1 = d(M; AB) = \frac{|4x - 9|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \rightarrow M\left(\frac{7}{2}; 0\right) \\ x = 1 \rightarrow M(1; 0) \end{cases} \text{ Chọn A}$$

Câu 109: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; 0)$ và $B(0; -4)$. Tìm điểm M thuộc trục tung sao cho diện tích tam giác MAB bằng 6.

- A.** $\begin{cases} M(0; 0) \\ M(0; -8) \end{cases}$ **B.** $M(0; -8)$. **C.** $M(6; 0)$. **D.** $\begin{cases} M(0; 0) \\ M(0; 6) \end{cases}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{cases} AB: 4x - 3y - 12 = 0 \\ AB = 5 \\ M(0; y) \rightarrow h_M = d(M; AB) = \frac{|3y + 12|}{5} \end{cases} \rightarrow 6 = S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{|3y + 12|}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \rightarrow M(0; 0) \\ y = -8 \rightarrow M(0; -8) \end{cases}$$

Chọn A

Câu 110: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $\Delta_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $\Delta_2: 3x - 2y + 3 = 0$. Tìm điểm M thuộc trục hoành sao cho M cách đều hai đường thẳng đã cho.

- A.** $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$. **C.** $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$. **D.** $M(\sqrt{2}; 0)$.

Lời giải

Chương III. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

Bài 1. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

I. LÝ THUYẾT

1. Vector chỉ phương

Vector $\vec{u} \neq \vec{0}$ được gọi là vector chỉ phương (VTCP) của đường thẳng Δ nếu giá của nó song song hoặc trùng với Δ .

Nhận xét : Nếu \vec{u} là VTCP của Δ thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là VTCP của Δ .

2. Phương trình tham số của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và $\vec{u} = (a; b)$ là VTCP. Khi đó phương trình tham số của đường thẳng có dạng:

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad t \in R.$$

Nhận xét : $A \in \Delta \Leftrightarrow A(x_0 + at; y_0 + bt)$

3. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và $\vec{u} = (a; b)$ (với $a \neq 0, b \neq 0$) là VTCP. Khi đó phương trình chính tắc của đường thẳng có dạng:

$$\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$$

4. Vector pháp tuyến của đường thẳng

Vector $\vec{n} \neq \vec{0}$ gọi là vector pháp tuyến (VTPT) của Δ nếu giá của nó vuông góc với Δ .

Nhận xét : Nếu \vec{n} là VTPT của Δ thì $k\vec{n}$ ($k \neq 0$) cũng là VTPT của Δ .

5. Phương trình tổng quát của đường thẳng

Cho đường thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$ và có VTPT $\vec{n} = (a; b)$. Khi đó phương trình tổng quát của đường thẳng có dạng:

Chú ý :

- Nếu đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ thì $\vec{n} = (a; b)$ là VTPT của Δ .

6. Các dạng đặc biệt của phương trình tổng quát

- Δ song song hoặc trùng với trục $Ox \Leftrightarrow \Delta : by + c = 0$
- Δ song song hoặc trùng với trục $Oy \Leftrightarrow \Delta : ax + c = 0$
- Δ đi qua gốc tọa độ $\Leftrightarrow \Delta : ax + by = 0$

- Δ đi qua hai điểm $A(a;0), B(0;b) \Leftrightarrow \Delta : \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ với $(ab \neq 0)$
- Phương trình đường thẳng có hệ số góc k là $y = kx + m$ với $k = \tan \alpha$, α là góc hợp bởi tia Mt của Δ ở phía trên trục Ox và tia Mx (M là giao điểm của Δ và Ox).

7. Liên hệ giữa VTCP và VTPT

VTPT và VTCP vuông góc với nhau. Do đó nếu Δ có VTCP $\vec{u} = (a;b)$ thì $\vec{n} = (-b;a)$ là một VTPT của Δ .

8. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng $\Delta_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$
 $\Delta_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$

Để xét vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 ta xét số nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases} \quad (I)$$

☞ **Chú ý:** Nếu $a_2b_2c_2 \neq 0$ thì :

$$\begin{aligned} \Delta_1 \cap \Delta_2 &\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \\ \Delta_1 // \Delta_2 &\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \\ \Delta_1 \equiv \Delta_2 &\Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \end{aligned}$$

9. Góc giữa hai đường thẳng.

Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 có VTPT $\vec{n}_1 = (a_1; b_1)$ và $\vec{n}_2 = (a_2; b_2)$ được tính theo công thức:

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{|a_1a_2 + b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

10. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng.

Khoảng cách từ một điểm $M(x_0; y_0)$ đến đường thẳng $\Delta : ax + by + c = 0$ cho bởi công thức:

$$d(M_0, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

II. DẠNG TOÁN

1. Xác định vectơ pháp tuyến; vectơ chỉ phương của đường thẳng

Phương pháp giải

- Nếu \vec{n} là VTPT của Δ thì $k\vec{n} (k \neq 0)$ cũng là VTPT của Δ .

- Nếu \vec{u} là VTCP của Δ thì $k\vec{u}$ ($k \neq 0$) cũng là VTCP của Δ .

- Hai đường thẳng song song với nhau thì VTPT của đường này là VTPT của đường kia; VTCP của đường này cũng là VTCP của đường kia.

- Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì VTPT của đường này là VTCP của đường kia và ngược lại.

- VTPT và VTCP của 1 đường thẳng vuông góc với nhau. Do vậy nếu Δ có VTCP $\vec{u} = (a; b)$ thì $\vec{n} = (-b; a)$ là một VTPT của Δ .

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Vector chỉ phương của đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 - t \end{cases}$ là:

A. $\vec{u}_1 = (2; -3)$.

B. $\vec{u}_2 = (3; -1)$.

C. $\vec{u}_3 = (3; 1)$.

D. $\vec{u}_4 = (3; -3)$.

Ví dụ 2: Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3; 2)$ và $B(1; 4)$?

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2)$.

B. $\vec{u}_2 = (2; 1)$.

C. $\vec{u}_3 = (-2; 6)$.

D. $\vec{u}_4 = (1; 1)$.

Ví dụ 3: Vector pháp tuyến của đường thẳng $2x - 3y + 6 = 0$ là :

A. $\vec{n}_4 = (2; -3)$

B. $\vec{n}_2 = (2; 3)$

C. $\vec{n}_3 = (3; 2)$

D. $\vec{n}_1 = (-3; 2)$

Ví dụ 4: Vector chỉ phương của đường thẳng $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ là:

A. $\vec{u}_4 = (-2; 3)$

B. $\vec{u}_2 = (3; -2)$

C. $\vec{u}_3 = (3; 2)$

D. $\vec{u}_1 = (2; 3)$

Hướng dẫn giải:

Chọn đáp án B

$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y - 6 = 0$ nên đường thẳng có VTPT là $\vec{n} = (2; 3)$. Suy ra VTCP là $\vec{u} = (3; -2)$.

Ví dụ 5: Vector pháp tuyến của đường thẳng $2x - 3y + 6 = 0$ là :

A. $\vec{n}_4 = (2; -3)$

B. $\vec{n}_2 = (2; 3)$

C. $\vec{n}_3 = (3; 2)$

D. $\vec{n}_1 = (-3; 2)$

Ví dụ 6: Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; 3)$ và $B(4; 1)$?

A. $\vec{n}_1 = (2; -2)$.

B. $\vec{n}_2 = (2; -1)$.

C. $\vec{n}_3 = (1; 1)$.

D. $\vec{n}_4 = (1; -2)$.

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

NHẬN BIẾT

Câu 1. Một đường thẳng có bao nhiêu vector chỉ phương ?

A. 1

B. 2

C. 3

D. Vô số

Câu 2. Một đường thẳng có bao nhiêu vector pháp tuyến ?

A. 1

B. 2

C. 3

D. Vô số.

Câu 3. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$?

A. $\vec{u}_1 = (6; 0)$.

B. $\vec{u}_2 = (-6; 0)$.

C. $\vec{u}_3 = (2; 6)$.

D. $\vec{u}_4 = (0; 1)$.

Câu 4. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 5 - \frac{1}{2}t \\ y = -3 + 3t \end{cases}$?

A. $\vec{u}_1 = (-1; 3)$

B. $\vec{u}_2 = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$

C. $\vec{u}_3 = \left(-\frac{1}{2}; 3\right)$

D. $\vec{u}_4 = (-1; -6)$

Câu 5. Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x + 3y - 1 = 0$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

A. $(3; 2)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(-3; 2)$.

D. $(2; -3)$.

Câu 6. Cho đường thẳng Δ có phương trình tổng quát: $-2x + 3y - 1 = 0$. Vector nào sau đây **không** là vector chỉ phương của Δ

A. $\left(1; \frac{2}{3}\right)$.

B. $(3; 2)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(-3; -2)$.

Câu 7. Cho đường thẳng **(d)**: $2x + 3y - 4 = 0$. Vecto nào sau đây là vecto pháp tuyến của **(d)**?

A. $\vec{n}_1 = (3; 2)$.

B. $\vec{n}_2 = (-4; -6)$.

C. $\vec{n}_3 = (2; -3)$.

D. $\vec{n}_4 = (-2; 3)$.

THÔNG HIỂU

Câu 8. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3; 2)$ và $B(1; 4)$?

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2)$.

B. $\vec{u}_2 = (2; 1)$.

C. $\vec{u}_3 = (-2; 6)$.

D. $\vec{u}_4 = (1; 1)$.

Câu 9. Vector chỉ phương và vector pháp tuyến của một đường thẳng:

A. Song song với nhau.

B. Vuông góc với nhau.

C. Trùng nhau.

D. Bằng nhau.

Câu 10. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0)$ và điểm $M(a; b)$?

A. $\vec{u}_1 = (0; a + b)$.

B. $\vec{u}_2 = (a; b)$.

C. $\vec{u}_3 = (a; -b)$.

D. $\vec{u}_4 = (-a; b)$.

Câu 11. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(a; 0)$ và $B(0; b)$?

A. $\vec{u}_1 = (a; -b)$

B. $\vec{u}_2 = (a; b)$.

C. $\vec{u}_3 = (b; a)$.

D. $\vec{u}_4 = (-b; a)$

Câu 12. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -1)$. Trong các vector sau, vector nào là một vector pháp tuyến của d ?

A. $\vec{n}_1 = (-1; 2)$.

B. $\vec{n}_2 = (1; -2)$.

C. $\vec{n}_3 = (-3; 6)$.

D. $\vec{n}_4 = (3; 6)$.

Câu 13. Đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (4; -2)$. Trong các vector sau, vector nào là một vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_1 = (2; -4)$. B. $\vec{u}_2 = (-2; 4)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 2)$. D. $\vec{u}_4 = (2; 1)$.

Câu 14. Cho đường thẳng có vector pháp tuyến $\vec{n} = (-2; 3)$. Vector nào sau là vector chỉ phương của đường thẳng đó.

A. $\vec{u} = (2; 3)$. B. $\vec{u} = (3; -2)$. C. $\vec{u} = (3; 2)$. D. $\vec{u} = (-3; 3)$.

Câu 15. Cho đường thẳng có vector pháp tuyến $\vec{n} = (-2; 0)$. Vector nào **không** là vector chỉ phương của đường thẳng đó.

A. $\vec{u} = (0; 3)$. B. $\vec{u} = (0; -7)$. C. $\vec{u} = (8; 0)$. D. $\vec{u} = (0; -5)$.

VẬN DỤNG

Câu 16. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox ?

A. $\vec{u}_1 = (1; 0)$. B. $\vec{u}_2 = (0; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (-1; 1)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 1)$.

Câu 17. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng song song với trục Oy ?

A. $\vec{u}_1 = (1; -1)$. B. $\vec{u}_2 = (0; 1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 0)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 1)$.

Câu 18. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường phân giác góc phần tư thứ nhất?

A. $\vec{u}_1 = (1; 1)$. B. $\vec{u}_2 = (0; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (1; 0)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; 1)$.

Câu 19. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Ox ?

A. $\vec{n}_1 = (0; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 0)$. C. $\vec{n}_3 = (-1; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 1)$.

Câu 20. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Oy ?

A. $\vec{n}_1 = (1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (0; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (-1; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 0)$.

Câu 21. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của đường phân giác góc phần tư thứ hai?

A. $\vec{n}_1 = (1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (0; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 1)$.

Câu 22. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (3; -4)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vector pháp tuyến là:

A. $\vec{n}_1 = (4; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (-4; -3)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -4)$.

Câu 23. Đường thẳng d có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-2; -5)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vector chỉ phương là:

A. $\vec{u}_1 = (5; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (-5; 2)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 5)$. D. $\vec{u}_4 = (2; -5)$.

Câu 24. Tìm vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2), B(5; 6)$.

A. $\vec{n} = (4; 4)$ B. $\vec{n} = (1; 1)$. C. $\vec{n} = (-4; 2)$. D. $\vec{n} = (-1; 1)$.

Câu 25. Đường thẳng d có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (3; -4)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vector pháp tuyến là:

A. $\vec{n}_1 = (4; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (-4; -3)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -4)$.

- Câu 26.** Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-2; -5)$. Đường thẳng Δ vuông góc với d có một vectơ chỉ phương là:
- A. $\vec{u}_1 = (5; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (-5; 2)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 5)$. D. $\vec{u}_4 = (2; -5)$.
- Câu 27.** Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; -4)$. Đường thẳng Δ song song với d có một vectơ pháp tuyến là:
- A. $\vec{n}_1 = (4; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (-4; 3)$. C. $\vec{n}_3 = (3; 4)$. D. $\vec{n}_4 = (3; -4)$.
- Câu 28.** Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-2; -5)$. Đường thẳng Δ song song với d có một vectơ chỉ phương là:
- A. $\vec{u}_1 = (5; -2)$. B. $\vec{u}_2 = (-5; -2)$. C. $\vec{u}_3 = (2; 5)$. D. $\vec{u}_4 = (2; -5)$.
- Câu 29.** Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox ?
- A. $\vec{u}_1 = (1; 0)$. B. $\vec{u}_2 = (0; -1)$. C. $\vec{u}_3 = (-1; 1)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 1)$.

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1. D	11. A	21. A
2. D	12. D	22. D
3. D	13. C	23. C
4. C	14. C	24. D
5. A	15. C	25. D
6. C	16. A	26. C
7. B	17. C	27. A
8. B	18. D	28. A
9. B	19. A	29. A
10. B	20. D	

2. Viết phương trình đường thẳng

Phương pháp giải

1. Để viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ ta cần xác định
- Điểm $A(x_0; y_0) \in \Delta$

- Một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(a; b)$ của Δ

Khi đó phương trình tổng quát của Δ là $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$

2. Để viết phương trình tham số của đường thẳng Δ ta cần xác định

- Điểm $A(x_0; y_0) \in \Delta$

- Một vectơ chỉ phương $\vec{u}(a; b)$ của Δ

Khi đó phương trình tham số của Δ là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$

3. Để viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ ta cần xác định

- Điểm $A(x_0; y_0) \in \Delta$

- Một vectơ chỉ phương $\vec{u}(a; b), ab \neq 0$ của Δ

Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là $\frac{x - x_0}{a} = \frac{y - y_0}{b}$

(trường hợp $ab = 0$ thì đường thẳng không có phương trình chính tắc)

4. Đường thẳng qua điểm $M(x_0; y_0)$ có hệ số góc k có phương trình là

$$y = k(x - x_0) + y_0$$

Chú ý:

- ✓ Nếu hai đường thẳng song song với nhau thì chúng có cùng VTCP và VTPT.
- ✓ Hai đường thẳng vuông góc với nhau thì VTCP của đường thẳng này là VTPT của đường thẳng kia và ngược lại
- ✓ Nếu Δ có VTCP $\vec{u} = (a; b)$ thì $\vec{n} = (-b; a)$ là một VTPT của Δ .

A. VÍ DỤ MINH HỌA

1. Viết phương trình đường thẳng đi qua 1 điểm và biết VTPT

Ví dụ 1: Đường thẳng đi qua $A(-1; 2)$, nhận $\vec{n} = (1; -2)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là:

- A. $x - 2y - 5 = 0$. B. $2x + y = 0$ C. $x - 2y - 1 = 0$ D. $x - 2y + 5 = 0$

Lời giải

Chọn D.

Gọi (d) là đường thẳng đi qua và nhận $\vec{n} = (1; -2)$ làm VTPT

$$\Rightarrow (d): x + 1 - 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 5 = 0$$

Ví dụ 2: Viết phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $M(1; -3)$ và nhận vectơ $\vec{n}(1; 2)$ làm vectơ pháp tuyến.

A. $\Delta: x + 2y + 5 = 0$

B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$

D. $\Delta: \frac{x - 1}{-2} = \frac{y + 3}{1}$

Lời giải

Chọn C.

Vì Δ nhận vectơ $\vec{n}(1;2)$ làm vectơ pháp tuyến nên VTCP của Δ là $\vec{u}(-2;1)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-3+t \end{cases}$

2. Viết phương trình đường thẳng đi qua 1 điểm và biết VTCP

Ví dụ 1: Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua $M(-2;3)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;-4)$.

A. $\begin{cases} x=-2+3t \\ y=1-4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=3-4t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=-4+3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=3-2t \\ y=-4+t \end{cases}$

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng (d) đi qua $M(-2;3)$ và có VTCP $\vec{u}=(1;-4)$ nên có phương trình:

$$\begin{cases} x=-2+t \\ y=3-4t \end{cases}$$

Ví dụ 2: Viết phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua $M(1;-3)$ và nhận vectơ $\vec{u}(1;2)$ làm vectơ chỉ phương.

A. $\Delta: 2x-y-5=0$

B. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2}$

C. $\Delta: \begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \end{cases}$

D. $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{2}$

Lời giải

Chọn B.

Đường thẳng Δ đi qua $M(1;-3)$ và nhận vectơ $\vec{u}(1;2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2}$.

3. Viết phương trình đường thẳng qua 1 điểm và song song với 1 đường thẳng cho trước.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $(d): x-2y+1=0$. Đường thẳng (Δ) đi qua $M(1;-1)$ và song song với (d) có phương trình:

A. $x-2y-3=0$.

B. $2x+y-1=0$.

C. $x-2y+3=0$.

D. $x+2y+1=0$

Lời giải

Chọn A.

Do (Δ) song song với (d) nên có phương trình dạng: $x-2y+c=0 (c \neq 1)$

Mà $M(1;-1) \in (\Delta) \Rightarrow 1-2(-1)+c=0 \Leftrightarrow c=-3$

Vậy $(\Delta): x-2y-3=0$

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC có $A(-2;0), B(0;3), C(3;1)$. Đường thẳng đi qua B và song song với AC có phương trình:

A. $5x - y + 3 = 0$

B. $5x + y - 3 = 0$

C. $x + 5y - 15 = 0$.

D. $x - 5y + 15 = 0$

Lời giải

Chọn D.

Gọi (d) là đường thẳng cần tìm. Do (d) song song với AC nên nhận $\overrightarrow{AC}(5;1)$ làm VTCP.

Suy ra $\vec{n}(1;-5)$ là VTPT của (d) .

$$\Rightarrow (d) \text{ có phương trình: } 1(x-0) - 5(y-3) = 0 \Leftrightarrow x - 5y + 15 = 0$$

4. Viết phương trình đường thẳng qua 1 điểm và vuông góc với đường thẳng cho trước

Ví dụ 1: Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-2;3)$ và vuông góc với đường thẳng (d') : $3x - 4y + 1 = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -4 + 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 4t \end{cases}$

C. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-4}$

D. $4x + 3y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $(d) \perp (d')$: $3x - 4y + 1 = 0 \Rightarrow VTCP_{\vec{u}_d} = (3; -4)$ và qua $M(-2;3)$

$$\text{Suy ra } (d): \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC có $A(2;-1); B(4;5); C(-3;2)$. Phương trình tổng quát của đường cao AH của tam giác ABC là:

A. $3x - 7y + 11 = 0$.

B. $7x + 3y - 11 = 0$

C. $3x - 7y - 13 = 0$.

D. $7x + 3y + 13 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi AH là đường cao của tam giác.

AH đi qua $A(2;-1)$ và nhận $\overrightarrow{BC} = (-7;-3) = -(7;3)$ làm VTPT

$$\Rightarrow AH: 7(x-2) + 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow 7x + 3y - 11 = 0$$

5. Viết phương trình đường thẳng đi qua 1 điểm và biết hệ số góc.

Ví dụ 1: Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ biết Δ đi qua điểm $M(-1;2)$ và có hệ số góc $k = 3$.

A. $3x - y - 1 = 0$

B. $3x - y - 5 = 0$

C. $x - 3y + 5 = 0$.

D. $3x - y + 5 = 0$

Lời giải

Chọn D.

Phương trình đường thẳng Δ là $y = 3(x+1) + 2 \Leftrightarrow 3x - y + 5 = 0$.

Ví dụ 2: Viết phương trình đường thẳng Δ biết Δ đi qua điểm $M(2;-5)$ và có hệ số góc $k = -2$.

A. $y = -2x - 1$

B. $y = -2x - 9$.

C. $y = 2x - 1$.

D. $y = 2x - 9$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình đường thẳng Δ là $y = -2(x - 2) - 5 \Leftrightarrow y = -2x - 1$.

6. Viết phương trình đường thẳng qua 2 điểm

Ví dụ 1: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2;4); B(-6;1)$ là:

A. $3x + 4y - 10 = 0$.

B. $3x - 4y + 22 = 0$.

C. $3x - 4y + 8 = 0$.

D. $3x - 4y - 22 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } (AB): \frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \Leftrightarrow \frac{x + 2}{-4} = \frac{y - 4}{-3} \Leftrightarrow 3x - 4y + 22 = 0$$

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC có $A(-1;-2); B(0;2); C(-2;1)$. Đường trung tuyến BM có phương trình là:

A. $5x - 3y + 6 = 0$

B. $3x - 5y + 10 = 0$

C. $x - 3y + 6 = 0$.

D. $3x - y - 2 = 0$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm } AC \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right); \overline{BM} = \left(-\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right) = -\frac{1}{2}(3; 5)$$

$$BM \text{ qua } B(0;2) \text{ và nhận } \vec{n} = (5; -3) \text{ làm VTPT} \Rightarrow BM: 5x - 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y + 6 = 0$$

7. Viết phương trình đường trung trực của 1 đoạn thẳng

Bài toán: Viết phương trình đường trung trực của đoạn AB biết $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$.

Đường trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm $I\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ của AB và nhận $\overline{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$ làm VTPT.

Ví dụ 1: Cho hai điểm $A(-2;3); B(4;-1)$. Viết phương trình đường trung trực của đoạn AB .

A. $x - y - 1 = 0$.

B. $2x - 3y + 1 = 0$.

C. $2x + 3y - 5 = 0$.

D. $3x - 2y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Gọi } M \text{ trung điểm } AB \Rightarrow M(1;1)$$

$$\text{Ta có } \overline{AB} = (6; -4) = 2(3; -2)$$

Gọi d là đường thẳng trung trực của AB thì d qua $M(1;1)$ và nhận $\vec{n} = (3; -2)$ làm VTPT.

Phương trình $d: 3(x-1) - 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - 1 = 0$

Ví dụ 2: Cho điểm $A(1; -1); B(3; -5)$. Viết phương trình tham số đường trung trực của đoạn thẳng AB .

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A.

$M(2; -3)$ là trung điểm của AB .

$\overline{AB} = (2; -4) = 2(1; -2)$

Gọi d là đường thẳng trung trực của AB thì d qua $M(2; -3)$ và nhận $\vec{u} = (2; 1)$ làm VTCP

nên có phương trình: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3 + t \end{cases}$

8. Viết phương trình đường phân giác trong, phân giác ngoài của tam giác

Cho 2 đường thẳng cắt nhau: $(d_1): A_1x + B_1y + C_1 = 0; (d_2): A_2x + B_2y + C_2 = 0$.

Phương trình các đường phân giác của góc tạo bởi 2 đường thẳng đó là:

$$\frac{A_1x + B_1y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} = \pm \frac{A_2x + B_2y + C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

Chú ý:

Cho $(\Delta): f(x, y) = Ax + By + C = 0$ và $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$.

* A và B nằm về cùng một phía đối với $\Delta \Leftrightarrow f(x_1, y_1) \cdot f(x_2, y_2) > 0$

* A và B nằm khác phía đối với $\Delta \Leftrightarrow f(x_1, y_1) \cdot f(x_2, y_2) < 0$

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC có phương trình các cạnh $AB: x + y - 1 = 0; AC: 7x - y + 2 = 0; BC: 10x + y - 19 = 0$. Viết phương trình đường phân giác trong góc A của tam giác ABC .

A. $12x + 4y - 3 = 0$.

B. $2x - 6y + 7 = 0$.

C. $12x + 6y - 7 = 0$.

D. $2x + 6y - 7 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$B = AB \cap BC \Rightarrow B(2; -1)$

$C = AC \cap BC \Rightarrow C(1; 9)$

PT các đường phân giác góc A là:

$$\frac{x + y - 1}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \pm \frac{7x - y + 2}{\sqrt{7^2 + (-1)^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 6y + 7 = 0 & (d_1) \\ 12x + 4y - 3 = 0 & (d_2) \end{cases}$$

Đặt $f_1(x, y) = 2x - 6y + 7; f_2(x, y) = 12x + 4y - 3$ ta có: $f_1(B) \cdot f_1(C) < 0; f_2(B) \cdot f_2(C) > 0$.

Suy ra B, C nằm khác phía so với d_1 và cùng phía so với d_2 .

Vậy phương trình đường phân giác trong góc A là: $2x - 6y + 7 = 0$.

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC có $A(-2; -1); B(-1; 3); C(6; 1)$. Viết phương trình đường phân giác ngoài góc A của tam giác ABC .

- A. $x - y + 1 = 0$ B. $5x + 3y + 9 = 0$. C. $3x + 3y - 5 = 0$. D. $x + y + 3 = 0$

Lời giải

Chọn D.

$$(AB): \frac{x+2}{-1+2} = \frac{y+1}{3+1} \Leftrightarrow 4x - y + 7 = 0$$

$$(AC): \frac{x+2}{6+2} = \frac{y+1}{1+1} \Leftrightarrow x - 4y - 2 = 0$$

Phương trình các đường phân giác góc A là:

$$\frac{4x - y + 7}{\sqrt{4^2 + (-1)^2}} = \pm \frac{x - 4y - 2}{\sqrt{1^2 + (-4)^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 3 = 0 & (d_1) \\ x - y + 1 = 0 & (d_2) \end{cases}$$

Đặt $f_1(x, y) = x + y + 3$; $f_2(x, y) = x - y + 1$ ta có: $f_1(B) \cdot f_1(C) > 0$; $f_2(B) \cdot f_2(C) < 0$.

Suy ra B, C nằm cùng phía so với d_1 và khác phía so với d_2 .

Vậy phương trình đường phân giác ngoài góc A là: $x + y + 3 = 0$.

9. Viết phương trình đường thẳng đi qua 1 điểm và tạo với trục Ox một góc cho trước.

Ví dụ 1: Viết phương trình đường thẳng (d) qua $M(-1; 2)$ và tạo với trục Ox một góc 60° .

- A. $\sqrt{3}x - y + \sqrt{3} + 2 = 0$ B. $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} + 2 = 0$
C. $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$ D. $\sqrt{3}x + y - \sqrt{3} + 2 = 0$

Lời giải

Chọn A.

Do (d) tạo với trục Ox một góc 60° nên có hệ số góc: $k = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

Phương trình (d) là: $y = \sqrt{3}(x+1) + 2 \Leftrightarrow \sqrt{3}x - y + \sqrt{3} + 2 = 0$.

Ví dụ 2: Viết phương trình đường thẳng (d) qua $N(3; -2)$ và tạo với trục Ox một góc 45° .

- A. $x - y - 1 = 0$ B. $x - y + 1 = 0$
C. $x - y - 5 = 0$ D. $x + y + 2 = 0$

Lời giải

Chọn C.

Do (d) tạo với trục Ox một góc 45° nên có hệ số góc: $k = \tan 45^\circ = 1$.

Phương trình (d) là: $y = x - 3 - 2 \Leftrightarrow x - y - 5 = 0$

10. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm và tạo với đường thẳng cho trước một góc.

Giả sử (d_1) có VTPT là $\vec{n}_1(A_1, B_1)$; (d_2) có VTPT $\vec{n}_2(A_2, B_2)$ thì

$$\cos(\widehat{d_1, d_2}) = \left| \cos(\widehat{\vec{n}_1, \vec{n}_2}) \right| = \frac{|A_1 A_2 + B_1 B_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$

Chú ý:

Giả sử $(d_1); (d_2)$ có hệ số góc lần lượt là $k_1; k_2$ thì: $\tan(\widehat{d_1, d_2}) = \left| \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$.

Ví dụ 1: Cho đường thẳng (d) có phương trình: $x - 2y + 5 = 0$. Có mấy phương trình đường thẳng qua $M(2;1)$ và tạo với (d) một góc 45° .

A. 1 **B. 2** C. 3 D. Không có.

Lời giải

Chọn B.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm; $\vec{n}(A, B)$ là VTPT của Δ ($A^2 + B^2 \neq 0$)

Để Δ lập với (d) một góc 45° thì:

$$\cos 45^\circ = \frac{|A - 2B|}{\sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 2(A - 2B)^2 = 5(A^2 + B^2) \Leftrightarrow \begin{cases} A = -3B \\ B = 3A \end{cases}$$

+ Với $A = -3B$, chọn $B = -1 \Rightarrow A = 3$ ta được phương trình $\Delta: 3x - y - 5 = 0$.

+ Với $B = 3A$, chọn $A = 1 \Rightarrow B = 3$ ta được phương trình $\Delta: x + 3y - 5 = 0$

Ví dụ 2: Cho đường thẳng (d) có phương trình: $x + 3y - 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng qua $A(-2;0)$ và tạo với (d) một góc 45° .

A. $\Delta: 2x + y + 4 = 0$ hoặc $\Delta: x + 2y + 2 = 0$ B. $\Delta: 2x + y + 4 = 0$ hoặc $\Delta: x + 2y + 2 = 0$
 C. $\Delta: 2x + y + 4 = 0$ hoặc $\Delta: x - 2y + 2 = 0$ D. $\Delta: 2x - y + 4 = 0$ hoặc $\Delta: x - 2y + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm; $\vec{n}(A, B)$ là VTPT của Δ ($A^2 + B^2 \neq 0$)

Để Δ lập với (d) một góc 45° thì:

$$\cos 45^\circ = \frac{|A + 3B|}{\sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 2(A + 3B)^2 = 10(A^2 + B^2) \Leftrightarrow \begin{cases} A = 2B \\ B = -2A \end{cases}$$

+ Với $A = 2B$, chọn $B = 1 \Rightarrow A = 2$ ta được phương trình $\Delta: 2x + y + 4 = 0$.

+ Với $B = -2A$, chọn $A = 1 \Rightarrow B = -2$ ta được phương trình $\Delta: x - 2y + 2 = 0$

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

NHẬN BIẾT

Câu 1. Đường thẳng đi qua $A(-1; 2)$, nhận $\vec{n} = (2; -4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

A. $x - 2y - 4 = 0$.

B. $x + y + 4 = 0$.

C. $-x + 2y - 4 = 0$.

D. $x - 2y + 5 = 0$.

Câu 2. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; -2)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3; 5)$ có phương trình tham số là:

A. $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 5 - 2t \end{cases}$.

B. $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$.

C. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{5}$.

D. $d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + t \end{cases}$.

Câu 3. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2; 4), B(1; 0)$ là

A. $4x + 3y + 4 = 0$.

B. $4x + 3y - 4 = 0$.

C. $4x - 3y + 4 = 0$.

D. $4x - 3y - 4 = 0$.

Câu 4. Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-2; 3)$ và vuông góc với đường thẳng $(d'): 3x - 4y + 1 = 0$ là:

A. $4x + 3y - 1 = 0$.

B. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 4t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3 + 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = 6 - 3t \end{cases}$.

Câu 5. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; -1)$ và $B(2; 5)$.

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + 6t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -6t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 6t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 6t \end{cases}$.

Câu 6. Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua O và song song với đường thẳng $\Delta: 6x - 4x + 1 = 0$ là:

A. $3x - 2y = 0$.

B. $4x + 6y = 0$.

C. $3x + 12y - 1 = 0$.

D. $6x - 4y - 1 = 0$.

THÔNG HIỂU

Câu 7. Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm $A(0; -5)$ và $B(3; 0)$.

A. $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$.

B. $-\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$.

C. $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 1$.

D. $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 0$.

Câu 8. Đường thẳng d đi qua điểm $M(1; 2)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 2x + 3y - 12 = 0$ có phương trình tổng quát là:

A. $2x + 3y - 8 = 0$.

B. $2x + 3y + 8 = 0$.

C. $4x+6y+1=0$. D. $4x-3y-8=0$.

Câu 9. Cho hai điểm $A(1;-4)$ và $B(3;2)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng trung trực của đoạn AB .

A. $x+3y+1=0$. B. $3x+y+1=0$.

C. $x-y+4=0$. D. $x+y-1=0$.

Câu 10. Đường trung trực của đoạn AB với $A(4;-1)$ và $B(1;-4)$ có phương trình là:

A. $x+y=1$. B. $x+y=0$.

C. $y-x=0$. D. $x-y=1$.

VẬN DỤNG

Câu 11. Viết phương trình đường thẳng qua $M(-2;-5)$ và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.

A. $x+y-3=0$. B. $x-y-3=0$.

C. $x+y+3=0$. D. $2x-y-1=0$.

Câu 12. Cho đường thẳng $d: 3x+5y+2018=0$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. d có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;5)$.

B. d có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(5;-3)$.

C. d có hệ số góc $k=\frac{5}{3}$.

D. d song song với đường thẳng $\Delta: 3x+5y=0$.

Câu 13. Viết phương trình đường thẳng qua $A(-3;-2)$ và giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x-y+5=0$ và $d_2: 3x+2y-3=0$.

A. $5x+2y+11=0$ B. $x-y-3=0$

C. $5x-2y+11=0$ D. $2x-5y+11=0$

Câu 14. Cho tam giác ABC có $A(1;1)$, $B(0;-2)$, $C(4;2)$. Lập phương trình đường trung tuyến của tam giác ABC kẻ từ A .

A. $x+y-2=0$. B. $2x+y-3=0$.

C. $x+2y-3=0$. D. $x-y=0$.

Câu 15. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$ và $C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .

A. $7x+3y-11=0$. B. $-3x+7y+13=0$.

C. $3x+7y+1=0$. D. $7x+3y+13=0$.

- Câu 16.** Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(5; -3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB.
- A. $3x - 5y - 30 = 0$. B. $3x + 5y - 30 = 0$.
- C. $5x - 3y - 34 = 0$. D. $5x - 3y + 34 = 0$

- Câu 17.** Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$?
- A. $4x + 5y + 17 = 0$. B. $4x - 5y + 17 = 0$.
- C. $4x + 5y - 17 = 0$. D. $4x - 5y - 17 = 0$.

- Câu 18.** Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$?
- A. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = 3 - t \end{cases}$.
- C. $\begin{cases} x = 3 \\ y = t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \end{cases}$.

VẬN DỤNG CAO

- Câu 19.** Cho ΔABC có $A(4; -2)$. Đường cao $BH: 2x + y - 4 = 0$ và đường cao $CK: x - y - 3 = 0$. Viết phương trình đường cao kẻ từ đỉnh A.
- A. $4x + 5y - 6 = 0$ B. $4x - 5y - 26 = 0$
- C. $4x + 3y - 10 = 0$ D. $4x - 3y - 22 = 0$
- Câu 20.** Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1; 1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Phương trình cạnh BC là
- A. $4x - 2y + 1 = 0$ B. $x - 2y + 14 = 0$ C. $x + 2y - 14 = 0$ D. $x - 2y - 14 = 0$
- Câu 21.** Cho tam giác ABC có $A(1; -2)$, đường cao $CH: x - y + 1 = 0$, đường phân giác trong $BN: 2x + y + 5 = 0$. Tọa độ điểm B là
- A. $(4; 3)$ B. $(4; -3)$ C. $(-4; 3)$ D. $(-4; -3)$
- Câu 22.** qua M lần lượt cắt hai tia Ox, Oy tại A và B sao cho tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất.
- A. $x + 4y - 17 = 0$ B. $4x - y = 0$
- C. $2x + y - 6 = 0$ D. $4x + y - 8 = 0$
- Câu 23.** Có mấy đường thẳng đi qua điểm $M(2; -3)$ và cắt hai trục tọa độ tại hai điểm A và B sao cho tam giác OAB vuông cân.
- A. 2 B. 3 C. 1 D. Không có.

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1. D	11. B	21. C
2. B	12. C	22. D
3. B	13. C	23. A
4. B	14. A	
5. A	15. A	
6. A	16. A	
7. C	17. C	
8. A	18. A	
9. A	19. A	
10. B	20. D	

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU KHÓ CỦA PHẦN TỰ LUYỆN

Câu 16

Chọn A.

Gọi $A \in Ox \Rightarrow A(x_A; 0); B \in Oy \Rightarrow B(0; y_B)$

Ta có M là trung điểm $AB \Rightarrow \begin{cases} x_A + x_B = 2x_M \\ y_A + y_B = 2y_M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 10 \\ y_B = -6 \end{cases}$

Suy ra $(AB): \frac{x}{10} + \frac{y}{-6} = 1 \Leftrightarrow 3x - 5y - 30 = 0$.

Câu 19

Chọn A

Gọi AI là đường cao kẻ từ đỉnh A . Gọi H_1 là trực tâm của ΔABC , khi đó tọa độ điểm

H thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}$. $\overrightarrow{AH_1} = \left(-\frac{5}{3}; \frac{4}{3}\right)$

AI qua $H_1\left(\frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ và nhận $\vec{n} = (4; 5)$ làm VTPT

$\Rightarrow AI: 4\left(x - \frac{7}{3}\right) + 5\left(y + \frac{2}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y - 6 = 0$

Câu 20

Chọn D.

Ta có $A = AB \cap AC \Rightarrow A(0; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (1; -2)$

Ta có $BH \perp AC \Rightarrow (BH): 7x - 4y + d = 0$

Mà $H(1; 1) \in (BH) \Rightarrow d = -3$ suy ra $(BH): 7x - 4y - 3 = 0$

Có $B = AB \cap BH \Rightarrow B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$

Phương trình (BC) nhận $\overline{AH} = (1; -2)$ là VTPT và qua $B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$

Suy ra (BC): $(x+5) - 2\left(y + \frac{19}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 14 = 0$

Câu 21

Chọn C.

Ta có $AB \perp CH \Rightarrow (AB): x + y + c = 0$

Mà $A(1; -2) \in (AB) \Rightarrow 1 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1$

Suy ra (AB): $x + y + 1 = 0$

Có $B = AB \cap BN \Rightarrow$ Toạ độ B là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2x + y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow B(-4; 3).$$

Câu 22

Chọn D.

Giả sử $A(a; 0), B(0; b)$ với $M\left(\frac{4\sqrt{10}}{5}; -1\right)$. Khi đó đường thẳng đi qua A, B có dạng

$$\frac{160}{25a^2} + \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow a^2 = 8. \text{ Do } \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{5} = 1 \text{ nên } F_1(-\sqrt{3}; 0)$$

$$\text{Mặt khác } S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2}ab.$$

Áp dụng BĐT Côsi ta có $a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 3$

Suy ra $M\left(1; \frac{4\sqrt{33}}{5}\right) \in (E) \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{528}{25b^2} = 1$ nhỏ nhất khi $\frac{1}{a} = \frac{4}{b}$ và $\frac{1}{a} + \frac{4}{b} = 1$ do đó $a = 2; b = 8$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x}{2} + \frac{y}{8} = 1$ hay $4x + y - 8 = 0$

Câu 23

Chọn A.

Phương trình đoạn chắn (AB): $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

Do ΔOAB vuông cân tại O $\Leftrightarrow |a| = |b| \Leftrightarrow \begin{cases} b = a \\ b = -a \end{cases}$

TH1: $b = a \Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1 \Leftrightarrow x + y = a$ mà $M(2; -3) \in (AB) \Rightarrow 2 - 3 = a \Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow b = -1$

Vậy (AB): $x + y + 1 = 0$.

TH2: $b = -a \Rightarrow \frac{x}{a} - \frac{y}{a} = 1 \Leftrightarrow x - y = a$ mà $M(2; -3) \in (AB) \Rightarrow 2 + 3 = a \Leftrightarrow a = 5 \Rightarrow b = -5$

Vậy (AB): $x - y - 5 = 0$.

3. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng

Phương pháp:

Dùng Casio bấm giải hệ phương trình từ hai phương trình của hai đường thẳng:

- Hệ vô nghiệm: hai đường thẳng song song
- Hệ có nghiệm duy nhất: hai đường cắt nhau
Nếu tích vô hướng của hai VTPT bằng 0 thì vuông góc
- Hệ có vô số nghiệm: hai đường trùng nhau
Cách khác: Xét cặp VTPT của hai đường thẳng
- Không cùng phương: hai đường thẳng cắt nhau
Nếu tích vô hướng của hai VTPT bằng 0 thì vuông góc
- Cùng phương: hai đường thẳng song song hoặc trùng

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau đây:

$$\Delta_1: x - 2y + 1 = 0 \text{ và } \Delta_2: -3x + 6y - 1 = 0.$$

- A. Song song.** **B. Trùng nhau.** **C. Vuông góc nhau.** **D. Cắt nhau.**

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Giải hệ phương trình thấy vô nghiệm nên hai đường thẳng song song

Cách 2: Đường thẳng Δ_1 có vtpt $\vec{n}_1 = (1; -2)$ và Δ_2 có vtpt $\vec{n}_2 = (-3; 6)$.

Hai đường thẳng Δ_2, Δ_1 có $\vec{n}_2 = -3\vec{n}_1$ và $1 \neq -1$ nên hai đường thẳng này song song

Ví dụ 2: Đường thẳng $\Delta: 3x - 2y - 7 = 0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

A. $d_1: 3x + 2y = 0.$

B. $d_2: 3x - 2y = 0.$

C. $d_3: -3x + 2y - 7 = 0.$

D. $d_4: 6x - 4y - 14 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\Delta: 3x - 2y - 7 = 0 \text{ và } d_1: 3x + 2y = 0 \text{ có } \frac{3}{3} \neq \frac{-2}{2} \Rightarrow \Delta \text{ cắt } d_1.$$

Ví dụ 3: Hai đường thẳng $d_1: 4x + 3y - 18 = 0; d_2: 3x + 5y - 19 = 0$ cắt nhau tại điểm có tọa độ:

A. $(3; 2).$

B. $(-3; 2).$

C. $(3; -2).$

D. $(-3; -2).$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x+3y-18=0 \\ 3x+5y-19=0 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$.

Ví dụ 4: Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $d: y=2x-1$?

- A. $2x-y+5=0$. B. $2x-y-5=0$. C. $-2x+y=0$. **D. $2x+y-5=0$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

(d): $y=2x-1 \Leftrightarrow 2x-y-1=0$ và đường thẳng $2x+y-5=0$ không song song vì $\frac{2}{2} \neq \frac{-1}{1}$.

Ví dụ 5: Hai đường thẳng $d_1: mx+y=m+1$; $d_2: x+my=2$ song song khi và chỉ khi:

- A. $m=2$. B. $m=\pm 1$. **C. $m=-1$.** D. $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$D_1 // D_2 \Leftrightarrow \frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{m+1}{2}.$$

Khi $m=1$ ta có: $\frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} \Rightarrow D_1 \equiv D_2$.

Khi $m=-1$ ta có: $\frac{-1}{1} = \frac{1}{-1} \neq \frac{0}{2} \Rightarrow D_1 // D_2$.

Ví dụ 6: Cho 3 đường thẳng $d_1: 2x+y-1=0$, $d_2: x+2y+1=0$, $d_3: mx-y-7=0$. Để ba đường thẳng này đồng quy thì giá trị thích hợp của m là:

- A. $m=-6$ **B. $m=6$** C. $m=-5$ D. $m=5$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x+y-1=0 \\ x+2y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$

Vậy d_1 cắt d_2 tại $A(1;-1)$

Để 3 đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy thì d_3 phải đi qua điểm $A \Rightarrow A$ thỏa phương trình d_3

$$\Rightarrow m+1-7=0 \Rightarrow m=6.$$

Ví dụ 7: Cho 4 điểm $A(0;-2)$, $B(-1;0)$, $C(0;-4)$, $D(-2;0)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD

A. (1 ; -4) .

B. $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

C. (-2 ; 2) .

D. Không có giao điểm.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

AB có vectơ chỉ phương là $\overline{AB} = (-1; 2)$ và CD có vectơ chỉ phương là $\overline{CD} = (-2; 4)$.

Ta có: $\overline{AB} = (-1; 2)$ và $\overline{CD} = (-2; 4)$ cùng phương nên AB và CD không có giao điểm.

Ví dụ 8: Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2}t \\ y = 1 - \sqrt{3}t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t' \\ y = 1 - \sqrt{2}t' \end{cases}$

A. Song song nhau.

B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Vuông góc nhau.

D. Trùng nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Δ_1 : có vtcp $\vec{u}_1 = (\sqrt{2}; -\sqrt{3})$; Δ_2 : có vtcp ..

Ta có: \vec{u}_1, \vec{u}_2 không cùng phương và $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2\sqrt{6}$ nên Δ_1, Δ_2 Cắt nhau nhưng không vuông góc

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

NHẬN BIẾT.

Câu 1. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: 4x - 3y - 26 = 0$ và đường thẳng $d: 3x + 4y - 7 = 0$.

A. (5; 2).

B. Không có giao điểm.

C. (2; -6).

D. (5; -2).

Câu 2. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + (1 - \sqrt{2})t \\ y = 2 + \sqrt{2}t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = \sqrt{2} + (\sqrt{2} - 2)t' \\ y = 1 + 2t' \end{cases}$$

A. Vuông góc. B. Song song. C. Cắt nhau D. Trùng nhau.

Câu 3. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: 5x + 2y - 10 = 0$ và trục hoành Ox .

A. (0; 2).

B. (0; 5).

C. (2; 0).

D. (-2; 0).

Câu 4. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: 5x - 2y + 12 = 0$ và đường thẳng $D: y + 1 = 0$.

- A. $(1; -2)$. B. $(-1; 3)$. C. $\left(\frac{-14}{5}; -1\right)$. D. $\left(-1; \frac{14}{5}\right)$.

Câu 5. Hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{\sqrt{2}-1} + \frac{y}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} = 0$ và $\Delta_2: \sqrt{2}x - 2(\sqrt{2}+1)y = 0$ có vị trí tương đối là:

- A. cắt nhau nhưng không vuông góc. B. song song với nhau.
C. vuông góc nhau. D. trùng nhau.

Câu 6. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 3 - 6t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = 7 + 5t' \\ y = -3 + 6t' \end{cases}$$

- A. Trùng nhau. B. Vuông góc nhau.
C. Cắt nhau nhưng không vuông góc. D. Song song nhau.

Câu 7. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = \sqrt{2} + (\sqrt{3} + \sqrt{2})t \\ y = -\sqrt{2} + (\sqrt{3} - \sqrt{2})t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = -\sqrt{3} + t' \\ y = -\sqrt{3} + (5 - 2\sqrt{6})t' \end{cases}$$

- A. Trùng nhau. B. Cắt nhau. C. Song song. D. Vuông góc.

Câu 8. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng: $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2}t \\ y = 1 - \sqrt{3}t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t' \\ y = 1 + \sqrt{2}t' \end{cases}$

- A. Song song nhau. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.
C. Trùng nhau. D. Vuông góc nhau.

Câu 9. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$ và $(\Delta_2): \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases}$.

- A. $A(5; 1)$. B. $A(1; 7)$. C. $A(-3; 2)$. D. $A(1; -3)$.

Câu 10. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: 15x - 2y - 10 = 0$ và trục tung Oy .

- A. $(-5; 0)$. B. $(0; 5)$. C. $(0; -5)$. D. $\left(\frac{2}{3}; 5\right)$.

Câu 11. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng sau đây:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = 12 + 4t' \\ y = -15 - 5t' \end{cases}$$

- A. $(6; 5)$. B. $(0; 0)$. C. $(-5; 4)$. D. $(2; 5)$.

Câu 12. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: 7x - 3y + 16 = 0$ và đường thẳng

$$d: x + 10 = 0.$$

- A. (10; -18). B. (10; 18). C. (-10; 18). D. (-10; -18).

Câu 13. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x = 3 + \frac{3}{2}t \\ y = -1 + \frac{4}{3}t \end{cases}$ và $(\Delta_2): \begin{cases} x = \frac{9}{2} + 9t' \\ y = \frac{1}{3} + 8t' \end{cases}$

- A. Song song nhau. B. Cắt nhau. C. Vuông góc nhau. D. Trùng nhau.

Câu 14. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 7 + 5t \end{cases}$ và $(\Delta_2): \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = -6 - 3t' \end{cases}$.

- A. (1; 7). B. (1; -3). C. (3; 1). D. (-3; -3).

Câu 15. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng $5x - 2y - 29 = 0$ và $3x + 4y - 7 = 0$.

- A. (5; -2). B. (2; -6). C. (5; 2). D. (-5; 2).

Câu 16. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $15x - 2y - 10 = 0$ và trục tung?

- A. $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$. B. (0; -5). C. (0; 5). D. (-5; 0).

Câu 17. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $5x + 2y - 10 = 0$ và trục hoành.

- A. (2; 0). B. (0; 5). C. (-2; 0). D. (0; 2).

Câu 18. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $15x - 2y - 10 = 0$ và trục hoành.

- A. (0; -5). B. $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$. C. (0; 5). D. (-5; 0).

Câu 19. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng $7x - 3y + 16 = 0$ và $x + 10 = 0$.

- A. (-10; -18). B. (10; 18). C. (-10; 18). D. (10; -18).

Câu 20. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 7 + 5t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = -6 - 3t' \end{cases}$

- A. (-3; -3). B. (1; 7). C. (1; -3). D. (3; 1).

Câu 21. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases}$

- A. (1; 7). B. (-3; 2). C. (2; -3). D. (5; 1).

Câu 22. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 4 + 3t' \end{cases}$

- A. Song song. B. Trùng nhau.
C. Vuông góc. D. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

THÔNG HIỂU.

Câu 23. Giao điểm M của đường thẳng $d: \begin{cases} x=1-2t \\ y=-3+5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $d': 3x-2y-1=0$

là:

- A. $M\left(2; -\frac{11}{2}\right)$. B. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. C. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Câu 24. Cho 4 điểm $A(-3;1)$, $B(-9;-3)$, $C(-6;0)$, $D(-2;4)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD .

- A. $(-6;-1)$. B. $(-9;3)$. C. $(-9;-3)$. D. $(0;4)$.

Câu 25. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau đây: $\Delta_1: \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ và $\Delta_2: 6x - 2y - 8 = 0$.

- A. Cắt nhau. B. Vuông góc. C. Trùng nhau. D. Song song.

Câu 26. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1: 7x+2y-1=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=4+t \\ y=1-5t \end{cases}$

- A. Song song nhau. B. Trùng nhau.
C. Vuông góc nhau. D. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 27. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ và $\Delta_2: 3x+4y-10=0$. Khi đó hai đường thẳng này:

- A. Cắt nhau nhưng không vuông góc. B. Vuông góc nhau.
C. Song song với nhau. D. Trùng nhau.

Câu 28. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng sau đây:

$$\Delta_1: \begin{cases} x=22+2t \\ y=55+5t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: 2x+3y-19=0.$$

- A. $(2;5)$. B. $(10;25)$. C. $(5;3)$. D. $(-1;7)$.

Câu 29. Cho 4 điểm $A(1;2)$, $B(-1;4)$, $C(2;2)$, $D(-3;2)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD

- A. $(1;2)$. B. $(5;-5)$. C. $(3;-2)$. D. $(0;-1)$.

Câu 30. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng sau đây:

$$\Delta_1: (\sqrt{3}+1)x+y-1=0 \text{ và } \Delta_2: 2x+(\sqrt{3}-1)y+1-\sqrt{3}=0.$$

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Vuông góc nhau. D. Cắt nhau.

- Câu 31.** Cho hai đường thẳng $\Delta_1: 11x - 12y + 1 = 0$ và $\Delta_2: 12x + 11y + 9 = 0$. Khi đó hai đường thẳng này:
- A. Vuông góc nhau. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.
C. Trùng nhau. D. Song song với nhau.
- Câu 32.** Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1: 5x + 2y - 14 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$
- A. Cắt nhau nhưng không vuông góc. B. Vuông góc nhau.
C. Trùng nhau. D. Song song nhau.
- Câu 33.** Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ và $\Delta_2: x + 2y - 14 = 0$
- A. Trùng nhau. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.
C. Song song nhau. D. Vuông góc nhau.
- Câu 34.** Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$, $d_2: x - 2y + 1 = 0$. Tìm mệnh đề đúng:
- A. $d_1 \parallel d_2$. B. $d_2 \parallel Ox$. C. $d_2 \cap Oy = A\left(0; \frac{1}{2}\right)$ D. $d_1 \cap d_2 = B\left(\frac{1}{8}; \frac{3}{8}\right)$.
- Câu 35.** Giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x - y + 8 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 4 - t \end{cases}$ là:
- A. $M(3; -2)$. B. $M(-3; 2)$. C. $M(3; 2)$. D. $M(-3; -2)$.
- Câu 36.** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1: \begin{cases} x = -4 - t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$, $d_2: x + 2y - 4 = 0$
- A. d_1 trùng d_2 . B. d_1 cắt d_2 . C. $d_1 \parallel d_2$. D. d_1 chéo d_2 .
- Câu 37.** Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$, $d_2: 2x + 3y - 19 = 0$
- A. $(2; 5)$. B. $(10; 25)$. C. $(-1; 7)$. D. $(2; 5)$.
- Câu 38.** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1: x - 2y + 1 = 0$ và $d_2: -3x + 6y - 10 = 0$
- A. Trùng nhau. B. Song song.
C. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau. D. Vuông góc với nhau.
- Câu 39.** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1: \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ và $d_2: 6x - 2y - 8 = 0$
- A. song song. B. Trùng nhau.
C. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau. D. Vuông góc với nhau.

- Câu 40.** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ và $d_2 : 6x - 4y - 8 = 0$
- A.** song song. **B.** Trùng nhau.
C. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau. **D.** Vuông góc với nhau.
- Câu 41.** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ và $d_2 : 3x + 4y - 10 = 0$
- A.** Vuông góc với nhau. **B.** Trùng nhau.
C. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau. **D.** Song song.
- Câu 42.** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$; $d_2 : \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -8 + 4t \end{cases}$
- A.** d_1 cắt d_2 . **B.** $d_1 // d_2$. **C.** d_1 trùng d_2 . **D.** d_1 chéo d_2 .
- Câu 43.** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$; $d_2 : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 4 + 3t \end{cases}$
- A.** d_1 cắt d_2 . **B.** $d_1 // d_2$. **C.** d_1 trùng d_2 . **D.** d_1 chéo d_2 .
- Câu 44.** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$, $d_2 : 3x + 2y - 14 = 0$
- A.** d_1 trùng d_2 . **B.** d_1 cắt d_2 . **C.** $d_1 // d_2$. **D.** d_1 chéo d_2 .
- Câu 45.** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$; $d_2 : 5x + 2y - 14 = 0$
- A.** $d_1 // d_2$. **B.** d_1 cắt d_2 . **C.** d_1 trùng d_2 . **D.** d_1 chéo d_2 .
- Câu 46.** Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$; $d_2 : 7x + 2y - 1 = 0$
- A.** d_1 chéo d_2 . **B.** $d_1 // d_2$. **C.** d_1 trùng d_2 . **D.** d_1 cắt d_2 .
- Câu 47.** Cho hai điểm $A(-2; 0)$, $B(1; 4)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = -t \\ y = 2 - t \end{cases}$. Tìm giao điểm của đường thẳng d và AB .
- A.** $(2; 0)$. **B.** $(-2; 0)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(0; -2)$.
- Câu 48.** Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng sau $(d_1) : \frac{x-2}{-2} = \frac{y+3}{1}$ và $(d_2) : x - y + 1 = 0$
- A.** $(-2; -1)$. **B.** $(-2; 1)$. **C.** $(2; 3)$. **D.** $(2; 1)$.
- Câu 49.** Cho 2 đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$, $d_2 : \begin{cases} x = 5 - t \\ y = -7 + 3t \end{cases}$. Câu nào sau đây đúng?
- A.** $d_1 // d_2$ **B.** d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(1; -3)$

C. d_1 trùng d_2

D. d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(3; -1)$

Câu 50. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1-t \\ y=5+3t \end{cases}$, $d_2: x-2y+1=0$. Tìm mệnh đề đúng:

A. $d_1 // d_2$

B. $d_2 // Ox$

C. $d_2 \cap Oy = A\left(0; \frac{1}{2}\right)$

D. $d_1 \cap d_2 = B\left(\frac{1}{8}; \frac{3}{8}\right)$

Câu 51. Giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x-y+8=0$ và $d_2: \begin{cases} x=1-2t \\ y=4-t \end{cases}$ là:

A. $M(3; -2)$

B. $M(-3; 2)$

C. $M(3; 2)$

D. $M(-3; -2)$

Câu 52. Hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=-2+5t \\ y=2t \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$) và $d_2: 4x+3y-18=0$ cắt nhau tại điểm có tọa độ:

A. $(2; 3)$.

B. $(3; 2)$.

C. $(1; 2)$.

D. $(2; 1)$.

Câu 53. Trong mặt phẳng Oxy , cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

A. $d_1: \begin{cases} x=1+t \\ y=2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x=-2+t \\ y=3-4t \end{cases}$.

B. $d_1: \frac{x-10}{-1} = \frac{y+5}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1}$.

C. $d_1: y=x+1$ và $d_2: x-y+10=0$.

D. $d_1: 2x-5y-7=0$ và $d_2: x-y-2=0$.

Câu 54. Cho 4 điểm $A(4; -3)$, $B(5; 1)$, $C(2; 3)$, $D(-2; 2)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

A. Trùng nhau.

B. Cắt nhau.

C. Song song.

D. Vuông góc nhau.

Câu 55. Cho 4 điểm $A(0; 1)$, $B(2; 1)$, $C(0; 1)$, $D(3; 1)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

A. Song song.

B. Trùng nhau.

C. Cắt nhau.

D. Vuông góc nhau.

Câu 56. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây trùng nhau?

$$\Delta_1: \begin{cases} x=m+2t \\ y=1+(m^2+1)t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x=1+mt \\ y=m+t \end{cases}$$

A. Không có m .

B. $m = \frac{4}{3}$.

C. $m = 1$.

D. $m = -3$.

Câu 57. Cho 4 điểm $A(1; 2)$, $B(4; 0)$, $C(1; -3)$, $D(7; -7)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

A. Trùng nhau.

B. Song song.

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

D. Vuông góc nhau.

Câu 58. Định m để 2 đường thẳng sau đây vuông góc: $\Delta_1: 2x-3y+4=0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x=2-3t \\ y=1-4mt \end{cases}$

A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \pm\frac{9}{8}$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = -\frac{9}{8}$.

Câu 59. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$ và $\Delta_2: 2x - 10y + 15 = 0$

- A. Vuông góc nhau. B. Song song nhau.
C. Cắt nhau nhưng không vuông góc. D. Trùng nhau.

Câu 60. $A(0;2), B(-1;1), C(3;5), D(-3;-1)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

- A. Song song. B. Vuông góc nhau. C. Cắt nhau. D. Trùng nhau.

Câu 61. Cho 4 điểm $A(0; -2), B(-1; 0), C(0; -4), D(-2; 0)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD

- A. $(1; -4)$. B. $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.
C. $(-2; 2)$. D. Không có giao điểm.

VẬN DỤNG.

Câu 62. Tìm tất cả giá trị m để hai đường thẳng sau đây song song.

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 8 - (m+1)t \\ y = 10 + t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: mx + 2y - 14 = 0.$$

- A. Không m nào. B. $m = -2$.
C. $m = 1$ hoặc $m = -2$. D. $m = 1$.

Câu 63. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây vuông góc nhau ?

$$\Delta_1: mx + y - 19 = 0 \text{ và } \Delta_2: (m-1)x + (m+1)y - 20 = 0$$

- A. Mọi m . B. $m = 2$. C. Không có m . D. $m = \pm 1$.

Câu 64. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau đây vuông góc ?

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 1 + (m^2 + 1)t \\ y = 2 - mt \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = 1 - 4mt' \end{cases}$$

- A. $m = \pm\sqrt{3}$. B. $m = -\sqrt{3}$. C. $m = \sqrt{3}$. D. Không có m .

Câu 65. Với giá trị nào của m thì 3 đường thẳng sau đồng qui ?

$$d_1: 3x - 4y + 15 = 0, d_2: 5x + 2y - 1 = 0, d_3: mx - 4y + 15 = 0.$$

- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = 3$. D. $m = -3$.

Câu 66. Cho 3 đường thẳng $d_1: 2x + y - 1 = 0, d_2: x + 2y + 1 = 0, d_3: mx - y - 7 = 0$. Để 3 đường thẳng này đồng qui thì giá trị thích hợp của m là:

- A. $m = -6$. B. $m = 6$. C. $m = -5$. D. $m = 5$.

Câu 67. Cho 2 đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=2+t \\ y=-3+2t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x=5-t_1 \\ y=-7+3t_1 \end{cases}$. Câu nào sau đây đúng ?

- A. $d_1 // d_2$. B. d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(1; -3)$.
C. $d_1 \equiv d_2$. D. d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(3; -1)$.

Câu 68. Hai đường thẳng $2x-4y+1=0$ và $\begin{cases} x=-1+at \\ y=3-(a+1)t \end{cases}$ vuông góc với nhau thì giá trị của a là:

- A. $a = -2$. B. $a = 2$. C. $a = -1$. D. $a = 1$.

Câu 69. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $\Delta_1: 2x-3my+10=0$ và $\Delta_2: mx+4y+1=0$ cắt nhau?

- A. $1 < m < 10$. B. $m = 1$. C. Không có m . D. Mọi m .

Câu 70. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $(\Delta_1): 2x-3y+m=0$ và $(\Delta_2): \begin{cases} x=2+2t \\ y=1+mt \end{cases}$ trùng nhau?

- A. Không có m . B. $m = -3$. C. $m = \frac{4}{3}$. D. $m = 1$.

Câu 71. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây song song ?

$$\Delta_1: 2x+(m^2+1)y-50=0 \text{ và } \Delta_2: mx+y-100=0.$$

- A. $m = -1$. B. Không có m . C. $m = 1$. D. $m = 0$.

Câu 72. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây song song ?

$$\Delta_1: \begin{cases} x=8+(m+1)t \\ y=10-t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: mx+6y-76=0.$$

- A. $m = -3$. B. $m = 2$.
C. $m = 2$ hoặc $m = -3$. D. Không có m thỏa mãn.

Câu 73. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$. Gọi

A, B là các giao điểm của đường thẳng Δ với các trục tọa độ. Độ dài của đoạn thẳng AB bằng:

- A. 7. B. $\sqrt{5}$. C. 12. D. 5.

Câu 74. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây song song ?

$$\Delta_1: 2x+(m^2+1)y-3=0 \text{ và } \Delta_2: x+my-100=0.$$

- A. $m = 2$. B. $m = 1$ hoặc $m = 2$.

C. $m = 1$ hoặc $m = 0$.

D. $m = 1$.

Câu 75. Định m để $\Delta_1 : 3mx + 2y + 6 = 0$ và $\Delta_2 : (m^2 + 2)x + 2my - 6 = 0$ song song nhau:

A. $m = -1$.

B. $m = 1$.

C. $m = \pm 1$

D. Không có m .

Câu 76. Hai đường thẳng $d_1 : mx + y = m + 1$; $d_2 : x + my = 2$ cắt nhau khi và chỉ khi:

A. $m \neq 2$.

B. $m \neq \pm 1$.

C. $m \neq 1$.

D. $m \neq -1$.

Câu 77. Cho tam giác ABC với $A(3;2), B(-6;3), C(0;-1)$. Hỏi đường thẳng $d : 2x - y - 3 = 0$ cắt cạnh nào của tam giác?

A. cạnh AC và BC .

B. cạnh AB và AC .

C. cạnh AB và BC .

D. Không cắt cạnh nào cả.

Câu 78. Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng sau đồng quy ?

$d_1 : 3x - 4y + 15 = 0, d_2 : 5x + 2y - 1 = 0, d_3 : mx - 4y + 15 = 0$.

A. $m = -5$

B. $m = 5$

C. $m = 3$

D. $m = -3$

Câu 79. Cho 3 đường thẳng $d_1 : 2x + y - 1 = 0, d_2 : x + 2y + 1 = 0, d_3 : mx - y - 7 = 0$. Để ba đường thẳng này đồng qui thì giá trị thích hợp của m là:

A. $m = -6$

B. $m = 6$

C. $m = -5$

D. $m = 5$

Câu 80. Xác định a để hai đường thẳng $d_1 : ax + 3y - 4 = 0$ và $d_2 : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 3 + 3t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

A. $a = 1$.

B. $a = -1$.

C. $a = 2$.

D. $a = -2$.

Câu 81. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau song song nhau: $d_1 : 2x + (m^2 + 1)y - 50 = 0$ và $d_2 : x + my - 100 = 0$

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$ và $m = -1$.

Câu 82. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau song song nhau: $2x + (m^2 + 1)y - 3 = 0$ và $mx + y - 100 = 0$

A. $m \in \emptyset$.

B. $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = 1$ và $m = -1$.

Câu 83. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau song song nhau: $d_1 : 3mx + 2y - 6 = 0$ và $d_2 : (m^2 + 2)x + 2my - 3 = 0$

A. $m = 1$ và $m = -1$.

B. $m \in \emptyset$.

C. $m = 2$.

D. $m = -1$.

Câu 84. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau song song nhau: $d_1 : \begin{cases} x = 8 - (m+1)t \\ y = 10 + t \end{cases}$ và $d_2 : mx + 2y - 14 = 0$

A. $m = 1$ và $m = -2$.

B. $m = 1$.

C. $m = -2$.

D. $m \in \emptyset$.

- Câu 85.** Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases}$ và $d_2: 4x - 3y + m = 0$ trùng nhau ?
- A.** $m = -3$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = \frac{4}{3}$. **D.** $m \in \emptyset$.
- Câu 86.** Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1: (2m-1)x + my - 10 = 0$ và $d_2: 3x + 2y + 6 = 0$ vuông góc nhau ?
- A.** $m = \frac{3}{2}$. **B.** $m = -\frac{3}{8}$. **C.** $m = \frac{3}{8}$. **D.** $m \in \emptyset$.
- Câu 87.** Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1: 2x - 3y - 10 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ vuông góc nhau ?
- A.** $m = \frac{1}{2}$. **B.** $m = \frac{9}{8}$. **C.** $m = -\frac{9}{8}$. **D.** $m \in \emptyset$.
- Câu 88.** Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1: x - 3my + 10 = 0$ và $d_2: mx + 4y + 1 = 0$ cắt nhau?
- A.** $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m \in \emptyset$.
- Câu 89.** Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng phân biệt $d_1: 3mx + 2y + 6 = 0$ và $d_2: (m^2 + 2)x + 2my + 6 = 0$ cắt nhau ?
- A.** $m \neq -1$. **B.** $m \neq 1$. **C.** $m \in \mathbb{R}$. **D.** $m \neq 1$ và $m \neq -1$.
- Câu 90.** Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1: 3x + 4y + 10 = 0$ và $d_2: (2m-1)x + m^2y + 10 = 0$ trùng nhau ?
- A.** $m \in \emptyset$. **B.** $m = \pm 1$. **C.** $m = 2$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 91.** Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1: 4x - 3y + 3m = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + mt \end{cases}$ trùng nhau ?
- A.** $m = -\frac{8}{3}$. **B.** $m = \frac{8}{3}$. **C.** $m = -\frac{4}{3}$. **D.** $m = \frac{4}{3}$.
- Câu 92.** Nếu ba đường thẳng $d_1: 2x + y - 4 = 0$; $d_2: 5x - 2y + 3 = 0$; $d_3: mx + 3y - 2 = 0$ đồng qui thì m có giá trị là:
- A.** $\frac{12}{5}$. **B.** $-\frac{12}{5}$. **C.** 12. **D.** -12.
- Câu 93.** Hai đường thẳng $2x - 4y + 1 = 0$ và $\begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a+1)t \end{cases}$ vuông góc với nhau thì giá trị của a là:
- A.** $a = -2$ **B.** $a = 2$ **C.** $a = -1$ **D.** $a = 1$

Câu 94. Xác định a để hai đường thẳng $d_1: ax+3y-4=0$ và $d_2: \begin{cases} x=-1+t \\ y=3+3t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

- A. $a=1$ B. $a=-1$ C. $a=2$ D. $a=-2$

Câu 95. Định m sao cho hai đường thẳng $(\Delta_1): (2m-1)x+my-10=0$ và $(\Delta_2): 3x+2y+6=0$ vuông góc với nhau.

- A. $m=0$. B. Không m nào. C. $m=2$. D. $m=\frac{3}{8}$.

Câu 96. Đường thẳng $(\Delta): 5x+3y=15$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. 15. C. $\frac{15}{2}$. D. 5.

C. ĐÁP ÁN PHẦN TỰ LUYỆN

1. D	11. B	21. A	31. A	41. A	51. B	61. D	71. C	81. A	91. B
2. B	12. D	22. A	32. D	42. C	52. B	62. C	72. A	82. C	92. D
3. C	13. D	23. C	33. A	43. B	53. C	63. C	73. D	83. A	93. D
4. C	14. D	24. C	34. C	44. A	54. B	64. A	74. D	84. A	94. D
5. C	15. A	25. A	35. B	45. A	55. B	65. C	75. B	85. D	95. D
6. C	16. B	26. D	36. B	46. D	56. C	66. B	76. B	86. C	96. C
7. A	17. A	27. B	37. A	47. B	57. B	67. D	77. B	87. C	
8. D	18. B	28. A	38. B	48. D	58. D	68. D	78. C	88. A	
9. B	19. A	29. A	39. C	49. D	59. A	69. D	79. B	89. D	
10. C	20. A	30. B	40. A	50. C	60. D	70. A	80. D	90. C	

4. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Phương pháp: Sử dụng công thức tính khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-17=0$ là:

- A. $\frac{2}{5}$ B. 2 C. $\frac{18}{5}$ D. $\frac{10}{\sqrt{5}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$+ d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) - 17|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2.$$

Ví dụ 2: Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng $d: \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$ là:

A. 4,8

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{1}{14}$.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$d: 8x + 6y - 48 = 0 \Rightarrow d(O, d) = \frac{|-48|}{100} = 4,8 .$$

Ví dụ 3: Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ là:

A. 2.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{10}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng d có phương trình tổng quát

$$d: 4x - 3y + 2 = 0 \Rightarrow d(M, d) = \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot 0 + 2|}{5} = 2 .$$

Ví dụ 4: Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $\Delta: 6x - 8y - 101 = 0$ và $d: 3x - 4y = 0$ là:

A. 10,1.

B. 1,01.

C. 101.

D. $\sqrt{101}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Lấy điểm $O(0;0) \in d: 3x - 4y = 0$

$$d(d; \Delta) = d(O; \Delta) = \frac{|-101|}{\sqrt{6^2 + (-8)^2}} = \frac{101}{10} = 10,1$$

Ví dụ 5: Khoảng cách từ $A(3;1)$ đến đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ gần với số nào sau đây ?

A. 0,85.

B. 0,9.

C. 0,95.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$d: \begin{cases} x=1+t \\ y=3-2t \end{cases} \Rightarrow d: 2x+y-5=0 \Rightarrow d(A,d) = \frac{|2 \cdot 3 + 1 \cdot 1 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0,894$$

Ví dụ 6: Tìm điểm M trên trục Ox sao cho nó cách đều hai đường thẳng: $d_1: 3x+2y-6=0$ và $d_2: 3x+2y+6=0$?

- A. (1;0). **B. (0;0).** C. (0; $\sqrt{2}$). D. ($\sqrt{2}$;0).

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Gọi } M(a;0) \Rightarrow |3a-6| = |3a+6| \Leftrightarrow 2=0 \Rightarrow M(0;0)$$

Ví dụ 7: Cho hai điểm $A(2;-1)$ và $B(0;100)$, $C(2;-4)$. **Tính** diện tích tam giác ABC ?

- A. 3.** B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{3}{\sqrt{2}}$. D. 147.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Phương trình } AC: x-2=0, AC=3, d(B, AC)=2 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot d(B, AC) = 3.$$

Ví dụ 8: Cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(4;6)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 1 ?

- A. $(0; \frac{13}{4})$ và $(0; \frac{9}{4})$.** B. (1;0). C. (4;0). D. (0;2).

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$AB=5, \text{ Gọi } M(0;m)$$

$$\text{Vì diện tích tam giác } MAB \text{ bằng } 1 \Rightarrow d(M, AB) = \frac{2}{5},$$

$$AB: 3x+4y-11=0 \Rightarrow \frac{|4m-11|}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{13}{4} \\ m = \frac{9}{4} \end{cases}$$

Ví dụ 9: Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox và cách đều hai đường thẳng: $d_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $d_2: 3x - 2y + 3 = 0$

A. $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

B. $(0; \sqrt{2})$

C. $(\sqrt{2}; 0)$.

D. $(1; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $M(m; 0)$. Theo bài ra ta có

$$d(M, d_1) = d(M, d_2) \Leftrightarrow |3m - 6| = |3m + 3| \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 0\right).$$

Ví dụ 10: Phương trình của đường thẳng qua $P(2; 5)$ và cách $Q(5; 1)$ một khoảng bằng 3 là:

A. $7x + 24y - 134 = 0$.

B. $x = 2$

C. $x = 2, 7x + 24y - 134 = 0$.

D. $3x + 4y - 5 = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\Delta \text{ qua } P(2; 5) \Rightarrow \Delta: a(x - 2) + b(y - 5) = 0 \Leftrightarrow ax + by - 2a - 5b = 0$$

$$d(Q, \Delta) = 3 \Leftrightarrow \frac{|5a + b - 2a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow |3a - 4b| = 3\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow -24ab + 7b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = \frac{24}{7}a \end{cases}$$

Với $b = 0$, chọn $a = 1 \Rightarrow \Delta: x = 2$

Với $b = \frac{24}{7}a$, chọn $a = 7 \Rightarrow b = 24 \rightarrow \Delta: 7x + 24y - 134 = 0$

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN NHẬN BIẾT

Câu 1. Khoảng cách từ điểm $A(1; 3)$ đến đường thẳng $3x + y + 4 = 0$ là:

A. $\sqrt{10}$

B. 1

C. $\frac{5}{2}$

D. $2\sqrt{10}$

Câu 2. Khoảng cách từ điểm $B(5; -1)$ đến đường thẳng $d: 3x + 2y + 13 = 0$ là:

A. $2\sqrt{13}$.

B. $\frac{28}{\sqrt{13}}$.

C. 2.

D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 3. Khoảng cách từ điểm $M(0; 1)$ đến đường thẳng $d: 5x - 12y - 1 = 0$ là:

- A. 1. B. $\frac{11}{13}$. C. $\sqrt{13}$. D. $\frac{13}{17}$.

Câu 4. Tìm khoảng cách từ $M(3;2)$ đến đường thẳng $\Delta: x+2y-7=0$

- A. 1. B. 3. C. -1. D. 0.

Câu 5. Cho tam giác ABC có $A(2;-2), B(1;-1), C(5;2)$. Độ dài đường cao AH của tam giác ABC là

- A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{7}{5}$ C. $\frac{9}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 6. Khoảng cách từ điểm $M(5;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+2y+13=0$ là:

- A. $\frac{13}{\sqrt{2}}$. B. 2. C. $\frac{28}{\sqrt{13}}$. D. $2\sqrt{13}$.

Câu 7. Khoảng cách từ điểm $M(-1;1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-3=0$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{2}{5}$. B. 2. C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{25}$.

Câu 8. Khoảng cách từ điểm $O(0;0)$ tới đường thẳng $\Delta: \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$ là

- A. $\frac{24}{5}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{48}{\sqrt{14}}$. D. $\frac{1}{14}$.

Câu 9. Khoảng cách từ điểm $A(1;3)$ đến đường thẳng $3x+y+4=0$ là:

- A. $\sqrt{10}$ B. 1 C. $\frac{5}{2}$ D. $2\sqrt{10}$

Câu 10. Khoảng cách từ điểm $B(5;-1)$ đến đường thẳng $d: 3x+2y+13=0$ là:

- A. $2\sqrt{13}$. B. $\frac{28}{\sqrt{13}}$. C. 2. D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 11. Khoảng cách từ điểm $M(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-17=0$ là:

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. C. 2. D. $-\frac{18}{5}$.

THÔNG HIỂU

Câu 12. Cho đường thẳng $d: x-2y+2=0$. Phương trình các đường thẳng song song với d và cách d một đoạn bằng $\sqrt{5}$ là

- A. $x-2y-3=0; x-2y+7=0$. B. $x-2y+3=0; x-2y+7=0$.
C. $x-2y-3=0; x-2y-7=0$. D. $x-2y+3=0; x-2y-7=0$.

Câu 13. Khoảng cách từ $A(3;1)$ đến đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=3-2t \end{cases}$ gần với số nào sau đây ?

A. 0,85. B. 0,9. C. 0,95. D. 1.

Câu 14. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d_1: 6x - 8y + 3 = 0$ và $d_2: 3x - 4y - 6 = 0$ là

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 15. Cho tam giác ABC có $A(2; -2), B(1; -1), C(5; 2)$. Độ dài đường cao AH của tam giác ABC là

A. $\frac{3}{5}$ B. $\frac{7}{5}$ C. $\frac{9}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

Câu 16. Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 2y + 13 = 0$ là:

A. $\frac{13}{\sqrt{2}}$. B. 2. C. $\frac{28}{\sqrt{13}}$. D. $2\sqrt{13}$.

Câu 17. Khoảng cách từ điểm $M(-1; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 3 = 0$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2}{5}$. B. 2. C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{4}{25}$.

Câu 18. Khoảng cách từ điểm $M(0; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x - 12y - 1 = 0$ là

A. $\frac{11}{13}$. B. $\frac{13}{17}$. C. 1. D. $\sqrt{13}$.

Câu 19. Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$ là:

A. $2\sqrt{10}$. B. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 1.

Câu 20. Khoảng cách từ điểm $O(0; 0)$ tới đường thẳng $\Delta: \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$ là

A. $\frac{24}{5}$. B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{48}{\sqrt{14}}$. D. $\frac{1}{14}$.

Câu 21. Cho đường thẳng $\Delta: 7x + 10y - 15 = 0$. Trong các điểm $M(1; -3), N(0; 4), P(8; 0), Q(1; 5)$ điểm nào cách xa đường thẳng Δ nhất?

A. M . B. P . C. Q . D. N .

Câu 22. Cho ΔABC với $A(1; 2), B(0; 3), C(4; 0)$. Chiều cao tam giác ứng với cạnh BC bằng:

A. 3. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{1}{25}$. D. $\frac{3}{5}$.

Câu 23. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng: $\Delta_1: 3x - 4y = 0$ và $\Delta_2: 6x - 8y - 101 = 0$

A. 1,01 B. $\sqrt{101}$. C. 10,1 D. 101

VẬN DỤNG

- Câu 24.** Cho đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0$. Phương trình các đường thẳng song song với d và cách d một đoạn bằng $\sqrt{5}$ là
- A. $x - 2y - 3 = 0; x - 2y + 7 = 0$. B. $x - 2y + 3 = 0; x - 2y + 7 = 0$.
- C. $x - 2y - 3 = 0; x - 2y - 7 = 0$. D. $x - 2y + 3 = 0; x - 2y - 7 = 0$.
- Câu 25.** Cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(0; 3)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng AB ?
- A. $\left(\frac{34}{9}; 0\right); (-4; 0)$. B. $(2; 0)$ và $(1; 0)$. C. $(4; 0)$. D. $(\sqrt{13}; 0)$.
- Câu 26.** Cho hai điểm $A(2; 3)$ và $B(1; 4)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều hai điểm A, B ?
- A. $x - y + 2 = 0$. B. $x - y + 10 = 0$. C. $x + 2y = 0$. D. $2x - y + 10 = 0$.
- Câu 27.** Cho ba điểm $A(0; 1), B(12; 5)$ và $C(-3; 0)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều ba điểm A, B, C ?
- A. $x - 3y + 4 = 0$. B. $-x + y + 10 = 0$. C. $x + y = 0$. D. $5x - y + 1 = 0$.
- Câu 28.** Cho đường thẳng $d: 3x - 4y + 2 = 0$. Có đường thẳng d_1 và d_2 cùng song song với d và cách d một khoảng bằng 1. Hai đường thẳng đó có phương trình là:
- A. $3x - 4y - 7 = 0; 3x - 4y + 3 = 0$. B. $3x - 4y + 7 = 0; 3x - 4y - 3 = 0$
- C. $3x - 4y + 4 = 0; 3x - 4y + 3 = 0$. D. $3x - 4y - 7 = 0; 3x - 4y + 7 = 0$.
- Câu 29.** Hai cạnh của hình chữ nhật nằm trên hai đường thẳng $d_1: 4x - 3y + 5 = 0, d_2: 3x + 4y - 5 = 0$, đỉnh $A(2; 1)$. Diện tích của hình chữ nhật là:
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Câu 30.** Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song với đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t + 5 \end{cases}$ và cách $A(1; 1)$ một khoảng $3\sqrt{5}$ là: $x + bx + c = 0$. Thế thì $b + c$ bằng
- A. 14 hoặc -16. B. 16 hoặc -14. C. 10 hoặc -20. D. 10.
- Câu 31.** Phương trình các đường thẳng qua $M(2; 7)$ và cách điểm $N(1; 2)$ một khoảng bằng 1 là
- A. $12x - 5y - 11 = 0; x - 2 = 0$. B. $12x + 5y - 11 = 0; x + 2 = 0$.
- C. $12x - 5y + 11 = 0; x - 2 = 0$. D. $12x + 5y + 11 = 0; x + 1 = 0$.
- Câu 32.** Cho đường thẳng $\Delta: (m - 2)x + (m - 1)y + 2m - 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì khoảng cách từ điểm $(2; 3)$ đến Δ lớn nhất?

A. $m = \frac{11}{5}$.

B. $m = -\frac{11}{5}$.

C. $m = 11$.

D. $m = -11$.

Câu 33. Cho đường thẳng $d: 3x - 4y + 2 = 0$. Có đường thẳng d_1 và d_2 cùng song song với d và cách d một khoảng bằng 1. Hai đường thẳng đó có phương trình là

A. $3x - 4y - 7 = 0; 3x - 4y + 3 = 0$.

B. $3x - 4y + 7 = 0; 3x - 4y - 3 = 0$.

C. $3x - 4y + 4 = 0; 3x - 4y + 3 = 0$.

D. $3x - 4y + 3 = 0; 3x - 4y + 13 = 0$.

Câu 34. Cho $A(2;2), B(5;1)$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y + 8 = 0$. Điểm $C \in \Delta$. C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17. Tọa độ của C là

A. $(10;12)$.

B. $(12; 10)$.

C. $(8; 8)$.

D. $(10; 8)$.

Câu 35. Hai cạnh của hình chữ nhật nằm trên hai đường thẳng $4x - 3y + 5 = 0; 3x + 4y - 5 = 0$, đỉnh $A(2;1)$. Diện tích của hình chữ nhật là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 36. Tìm tọa độ điểm M nằm trên trục Ox và cách đều 2 đường thẳng $\Delta_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $\Delta_2: 3x - 2y + 3 = 0$

A. $(0; \sqrt{2})$.

B. $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$.

C. $(1; 0)$.

D. $(\sqrt{2}; 0)$.

Câu 37. Tính diện tích ΔABC biết $A(2;-1), B(1; 2), C(2;-4)$:

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{3}{\sqrt{37}}$.

C. 3.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 38. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3;-1), B(0; 3)$, tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho khoảng cách từ M tới đường thẳng AB bằng 1.

A. $(1; 0)$ và $(3,5; 0)$.

B. $(\sqrt{13}; 0)$.

C. $(4; 0)$

D. $(2; 0)$.

Câu 39. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3;0), B(0;-4)$, tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích ΔMAB bằng 6.

A. $(0;1)$

B. $(0;0)$ và $(0;-8)$.

C. $(1;0)$.

D. $(0;8)$.

Câu 40. Cho 2 điểm $A(2;3), B(1;4)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều 2 điểm A, B ?

A. $x + y - 1 = 0$

B. $x + 2y = 0$

C. $2x - 2y + 10 = 0$

D. $x - y + 100 = 0$

Câu 41. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta_2: 7x + y + 12 = 0$ là

A. $\frac{9}{\sqrt{50}}$.

B. 9.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. 15.

Câu 42. Tính diện tích ΔABC biết $A(3;2), B(0;1), C(1;5)$.

A. $\frac{11}{\sqrt{17}}$.

B. $\sqrt{17}$.

C. 11.

D. $\frac{11}{2}$.

Câu 43. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm $A(1;2), B(4;6)$, tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích ΔMAB bằng 1 .

- A. $(0;1)$. B. $(0;0)$ và $\left(0; \frac{4}{3}\right)$. C. $(0;2)$. D. $(1;0)$.

Câu 44. Tính diện tích ΔABC biết $A(3; -4), B(1; 5), C(3; 1)$:

- A. 10. B. 5. C. $\sqrt{26}$. D. $2\sqrt{5}$.

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1. A	11. C	21. C	31. C	41. C
2. A	12. A	22. B	32. A	42. D
3. A	13. B	23. C	33. B	43. B
4. D	14. B	24. A	34. B	44. B
5. B	15. B	25. A	35. D	
6. D	16. D	26. A	36. B	
7. B	17. B	27. A	37. D	
8. A	18. C	28. B	38. A	
9. A	19. B	29. B	39. B	
10. A	20. A	30. A	40. A	

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CÂU KHÓ

Câu 24. Chọn A.

Gọi Δ là đường thẳng song song với $d: x-2y+2=0 \Rightarrow \Delta: x-2y+c=0; c \neq 2$

Theo đề ra ta có $d(\Delta; d) = \sqrt{5} \Rightarrow |c-2| = 5 \Rightarrow \begin{cases} c=7 \\ c=-3 \end{cases}$

Câu 25. Chọn A.

Ta gọi $M(a;0)$, pt $AB: 4x+3y-9=0, AB=5$

$$\Rightarrow d(M, AB) = 5 \Leftrightarrow \frac{|4a-9|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{34}{9} \Rightarrow M_1\left(\frac{34}{9}; 0\right), M_2(-4; 0) \\ a = -4 \end{cases}$$

Câu 26. Chọn A.

Cách 1: Gọi d là đường thẳng cách đều 2 điểm A, B , ta có:

$$\begin{aligned} M(x; y) \in d &\Leftrightarrow MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 = (x-1)^2 + (y-4)^2 \\ &\Leftrightarrow 2x-2y+4=0 \Leftrightarrow x-y+2=0 \end{aligned}$$

Cách 2: Gọi I là trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow I\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$

Gọi d là đường thẳng cách đều 2 điểm $A, B \Rightarrow d$ là đường trung trực của đoạn AB

$\Rightarrow d$ đi qua $I\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$ và nhận $\overline{AB} = (-1; 1)$ làm VTPT

$$\Rightarrow d: -\left(x - \frac{3}{2}\right) + \left(y - \frac{7}{2}\right) = 0 \Rightarrow d: -x + y - 2 = 0$$

Câu 27. Chọn A.

Cách 1: Viết phương trình đường thẳng d qua 3 điểm thẳng hàng A, B, C . Nếu đường thẳng cách đều 3 điểm A, B, C thì nó phải song song hoặc trùng với d

Gọi d là đường thẳng qua 2 điểm $A, C \Rightarrow d: \frac{x}{-3} + \frac{y}{1} = 1 \Leftrightarrow x - 3y + 3 = 0$

Kiểm tra các phương án, ta thấy phương án A thỏa.

Cách 2: Tính khoảng cách từ 3 điểm đến lần lượt các đường trong các phương án A, B, C, D.

Câu 28. Chọn B.

Giả sử đường thẳng Δ song song với $d: 3x - 4y + 2 = 0$ có phương trình là $\Delta: 3x - 4y + C = 0$

Lấy điểm $M(-2; -1) \in d$

$$\text{Do } d(d, \Delta) = 1 \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot (-2) - 4(-1) + C|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 1 \Leftrightarrow |C - 2| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} C = 7 \\ C = -3 \end{cases}$$

Câu 29. Chọn B.

Do điểm A không thuộc hai đường thẳng trên.

Độ dài hai cạnh kề của hình chữ nhật bằng khoảng cách từ $A(2; 1)$ đến hai đường

thẳng trên, do đó diện tích hình chữ nhật bằng $S = \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \cdot \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$.

Câu 30. Chọn A.

Gọi $d: x + by + c = 0$

Vì đường thẳng $d \in \Delta: \begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t + 5 \end{cases}$ nên $b = -2$

Phương trình của $d: x - 2y + c = 0$.

Theo đề ra ta có: $d(A; d) = 3\sqrt{5} \Rightarrow |c - 1| = 15 \Rightarrow \begin{cases} c = -14 \\ c = 16 \end{cases}$

Câu 31. Chọn C.

Sử dụng phương pháp loại trừ:

Dễ thấy điểm $M(2;7)$ không thuộc hai đường thẳng $x+2=0; x+1=0$ nên loại B; D.

Điểm $M(2;7)$ không thuộc đường thẳng $12x-5y-11=0$ nên loại A.

Câu 32. Chọn A.

Ta có $d = \frac{|7m-8|}{\sqrt{2m^2-6m+5}}$. **Bấm máy tính, chọn A.**

Câu 33. Chọn B.

Gọi $\Delta: 3x-4y+C=0; C \neq 2$

Theo đề ra ta có: $d(d; \Delta) = 1 \Rightarrow |C-2| = 5 \Rightarrow \begin{cases} C = -3 \\ C = 7 \end{cases}$

Câu 34. Chọn B.

Phương trình đường thẳng $AB: x+3y-8=0$. Điểm $C \in \Delta \Rightarrow C(2t-8; t)$

Diện tích tam giác ABC :

$$\frac{1}{2} AB \cdot d(C; AB) = 17 \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{10} \cdot \frac{|5t-16|}{\sqrt{10}} = 17 \Rightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = -\frac{18}{5} \end{cases} \Rightarrow C(12; 10)$$

Câu 35. Chọn D.

Khoảng cách từ đỉnh $A(2;1)$ đến đường thẳng $4x-3y+5=0$ là 2

Khoảng cách từ đỉnh $A(2;1)$ đến đường thẳng $3x+4y-5=0$ là 2

Diện tích hình chữ nhật bằng $2 \cdot 2 = 4$.

Câu 36. Chọn B.

Ta có: $M \in Ox \Rightarrow M(x; 0)$

$$d(M; \Delta_1) = d(M; \Delta_2) \Leftrightarrow \frac{|3x-6|}{\sqrt{13}} = \frac{|3x+3|}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-6 = 3x+3 (vn) \\ 3x-6 = -3x-3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ . Vậy } M\left(\frac{1}{2}; 0\right) \text{ .}$$

Câu 37. Chọn D.

Đường thẳng đi qua 2 điểm $A(2; -1)$ và $B(1; 2)$ có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (-1; 3)$ suy ra tọa độ vector pháp tuyến là $(3; 1)$.

Suy ra $AB: 3(x-2)+1(y+1)=0 \Leftrightarrow 3x+y-5=0$

$$d(C; AB) = \frac{|3 \cdot 2 - 4 - 5|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}; AB = \sqrt{10}.$$

$$\text{Diện tích } \Delta ABC : S = \frac{1}{2} \cdot d(C; AB) \cdot AB = \frac{3}{2}.$$

Câu 38. Chọn A.

Đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3; -1)$ và $B(0; 3)$ có vectơ chỉ phương là $\overline{AB} = (-3; 4)$ suy ra tọa độ vectơ pháp tuyến là $(4; 3)$.

$$\text{Suy ra: } AB : 4(x-3) + 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 9 = 0$$

$$M \in Ox \Rightarrow M(x; 0)$$

$$d(M; AB) = 1 \Leftrightarrow \frac{|4x-9|}{\sqrt{4^2+3^2}} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-9=5 \\ 4x-9=-5 \end{cases} \begin{cases} x = \frac{7}{2} \Rightarrow M\left(\frac{7}{2}; 0\right) \\ x = 1 \Rightarrow M(1; 0) \end{cases}$$

Câu 39. Chọn B.

$$\text{Ta có } \overline{AB}(-3; -4) \Rightarrow AB = 5,$$

Đường thẳng AB đi qua $A(3; 0)$, $B(0; -4)$ nên có phương trình $4x - 3y - 12 = 0$.

$$M \text{ thuộc } Oy \text{ nên } M(0; m); d(M, AB) = \frac{|3m+12|}{5}$$

$$S_{\Delta MAB} = 6 \Leftrightarrow |3m+12| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -8 \end{cases}$$

Vậy tọa độ của M là $(0; 0)$ và $(0; -8)$.

Câu 40. Chọn A.

Ta có đường thẳng cách đều hai điểm A, B là đường thẳng đi qua trung điểm

$I\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$ của AB hoặc là đường thẳng song song với $AB : x + y - 5 = 0$. Ta chọn A.

Câu 41. Chọn C.

$$\text{Ta có } M(0; 3) \in \Delta_1 \text{ và } \Delta_1 // \Delta_2 \text{ nên: } d(\Delta_1, \Delta_2) = d(M, \Delta_2) = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 42. Chọn D.

$$\overline{AB} = (-3; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{10}; \overline{AC} = (-2; 3) \Rightarrow AC = \sqrt{13}$$

$$\cos(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|} = \frac{6-3}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{130}} \Rightarrow \sin(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{11}{\sqrt{130}}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{11}{2}.$$

Câu 43. Chọn B.

$$\overline{AB} = (3; 4) \Rightarrow AB = 5; M(0; y_M); (AB): 4x - 3y + 2 = 0$$

$$S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M, (AB)) = 1 \Rightarrow d(M, (AB)) = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 0 - 3 \cdot y_M + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M = 0 \\ y_M = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Câu 44. Chọn B.

$$\overline{AB} = (3; 4) \Rightarrow AB = 5; M(0; y_M); (AB): 4x - 3y + 2 = 0$$

$$S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M, (AB)) = 1 \Rightarrow d(M, (AB)) = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 0 - 3 \cdot y_M + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M = 0 \\ y_M = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Câu 45. Chọn B.

Ta có $\overline{AC} = (0; 5) \Rightarrow \vec{n} = (1; 0)$ là vectơ pháp tuyến của \underline{AC}

$$\text{Phương trình đường thẳng } \underline{AC}: x - 3 = 0 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} d(B, \underline{AC}) |\overline{AC}| = 5$$

5. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

Phương pháp giải:

- Sử dụng công thức tính góc giữa hai đường thẳng.
- Phương trình đường phân giác

Cho đường thẳng $\Delta_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ và $\Delta_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$

$M(x; y)$ thuộc đường phân giác của góc giữa Δ_1, Δ_2

$$\Leftrightarrow d(M, \Delta_1) = d(M, \Delta_2) \Leftrightarrow \frac{|a_1x + b_1y + c_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \frac{|a_2x + b_2y + c_2|}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

Phương trình đường phân giác của hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 là

$$\frac{a_1x + b_1y + c_1}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2}} = \pm \frac{a_2x + b_2y + c_2}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2}}$$

A. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Tính góc giữa hai đường thẳng: $3x + y - 1 = 0$ và $4x - 2y - 4 = 0$.

- A.** 30° . **B.** 60° . **C.** 90° . **D.** 45° .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng: $3x + y - 1 = 0$ có vtpt $\vec{n}_1 = (3; 1)$

Đường thẳng: $4x - 2y - 4 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (4; -2)$

$$\cos(d_1; d_2) = |\cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d_1; d_2) = 45^\circ$$

Ví dụ 1: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: x + 2y - \sqrt{2} = 0$ và $\Delta_2: x - y = 0$.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Ví dụ 1: Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 10x + 5y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$.

A. $\frac{3}{10}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn:

Chọn C.

Vecto pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1 = (2; 1), \vec{n}_2 = (1; 1)$

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = |\cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

Chọn A.

Ví dụ 1: Cho hai đường thẳng $d: x + 2y + 3 = 0, d': 2x + y + 3 = 0$. Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' là:

A. $x + y = 0; x - y + 2 = 0$.

B. $x - y = 0; x + y + 2 = 0$.

C. $x + y + 2 = 0; x - y = 0$.

D. $x + y - 2 = 0; x - y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' là:

$$\frac{|x + 2y + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|2x + y + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 3 = 2x + y + 3 \\ x + 2y + 3 = -(2x + y + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases}$$

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC có $AB: 2x - y + 4 = 0; AC: x - 2y - 6 = 0$. B và C thuộc Ox . Phương trình phân giác ngoài của góc BAC là

A. $3x - 3y - 2 = 0$.

B. $x - y + 10 = 0$.

C. $3x + 3y + 10 = 0$.

D. $x + y + 10 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Do $B, C \in Ox \Rightarrow B(-2;0), C(6;0)$ Gọi $M(x; y)$ thuộc đường phân giác của góc BAC

$$\text{Ta có: } d(M, AB) = d(M, AC) \Leftrightarrow \frac{|2x - y + 4|}{\sqrt{5}} = \frac{|x - 2y - 6|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow |2x - y + 4| = |x - 2y - 6|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 10 = 0 \\ 3x - 3y - 2 = 0 \end{cases}$$

Khi đó: $(-2+10)(-6-2) < 0$ nên $3x - 3y - 2 = 0$ là đường thẳng cần tìm

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN NHẬN BIẾT

Câu 1. Cho hai đường thẳng $7x - 3y + 6 = 0, 2x - 5y - 4 = 0$. Góc giữa hai đường thẳng trên là

A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

Câu 2. Tìm cosin giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x + 3y - 10 = 0$ và $\Delta_2: 2x - 3y + 4 = 0$.

A. $\frac{7}{13}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\sqrt{13}$. D. $\frac{5}{13}$.

Câu 3. Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x + 2\sqrt{3}y + \sqrt{5} = 0$ và $\Delta_2: y - \sqrt{6} = 0$

A. 60° . B. 125° . C. 145° . D. 30° .

Câu 4. Tìm góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: x + \sqrt{3}y = 0$ và $\Delta_2: x + 10 = 0$.

A. 45° . B. 125° . C. 30° . D. 60° .

Câu 5. Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x - y - 10 = 0$ và $\Delta_2: x - 3y + 9 = 0$

A. 60° . B. 0° . C. 90° . D. 45° .

Câu 6. Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: x + 2y - 7 = 0$ và $\Delta_2: 2x - 4y + 9 = 0$.

A. $-\frac{3}{5}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Câu 7. Tìm góc giữa hai đường thẳng $x + \sqrt{3}y = 0$ và $x + 10 = 0$?

A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 125° .

Câu 8. Tìm góc giữa hai đường thẳng $d: 2x - y - 10 = 0$ và $\Delta: x - 3y + 9 = 0$.

A. 30° B. 60° C. 45° . D. 125° .

Câu 9. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $d_1: 2x + 3y - 10 = 0$ và $d_2: 2x - 3y + 4 = 0$?

- A. $\frac{5}{13}$. B. $\frac{6}{13}$. C. $\frac{5}{\sqrt{13}}$. D. $\sqrt{13}$.

Câu 10. Cho hai đường thẳng $7x - 3y + 6 = 0$, $2x - 5y - 4 = 0$. Góc giữa hai đường thẳng trên là

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{\pi}{3}$. D. $\frac{2\pi}{3}$.

THÔNG HIỂU

Câu 11. Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 6x - 5y + 15 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

- A. 90° . B. 60° . C. 0° . D. 45° .

Câu 12. Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

- A. $\frac{56}{65}$. B. $\frac{63}{13}$. C. $\frac{6}{65}$. D. $-\frac{33}{65}$.

Câu 13. Tìm góc giữa hai đường thẳng $d_1: 12x - 10y + 15 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$?

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 14. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $d_1: x + 2y - 2 = 0$ và $d_2: x - y = 0$

- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 15. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $d_1: 10x + 5y - 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$?

- A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{3}{10}$.

Câu 16. Tìm góc giữa hai đường thẳng $6x - 5y + 15 = 0$ và $\begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$?

- A. 90° B. 30° C. 45° D. 60°

VẬN DỤNG

Câu 17. Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng $\Delta_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và $\Delta_2: x - 2y + 4 = 0$.

A. $(3 + \sqrt{5})x + 2(2 - \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$ và $(3 - \sqrt{5})x + 2(2 + \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$.

B. $(3 + \sqrt{5})x + 2(2 - \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$ và $(3 - \sqrt{5})x + 2(2 + \sqrt{5})y + 1 - 4\sqrt{5} = 0$.

C. $(3 - \sqrt{5})x + 2(2 - \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$ và $(3 + \sqrt{5})x + 2(2 + \sqrt{5})y + 1 - 4\sqrt{5} = 0$.

D. $(3+\sqrt{5})x+2(2+\sqrt{5})y+1+4\sqrt{5}=0$ và $(3-\sqrt{5})x+2(2-\sqrt{5})y+1-4\sqrt{5}=0$.

Câu 18. Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi đường thẳng $\Delta: x+y=0$ và trục hoành Ox .

A. $(1+\sqrt{2})x+y=0$; $x-(1-\sqrt{2})y=0$. **B.** $(1+\sqrt{2})x+y=0$; $x+(1-\sqrt{2})y=0$.

C. $(1+\sqrt{2})x-y=0$; $x+(1-\sqrt{2})y=0$. **D.** $x+(1+\sqrt{2})y=0$; $x+(1-\sqrt{2})y=0$.

Câu 19. Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng $\Delta_1: x+2y-3=0$ và $\Delta_2: 2x-y+3=0$.

A. $3x+y=0$ và $x-3y=0$. **B.** $3x+y=0$ và $x+3y-6=0$.

C. $3x+y=0$ và $-x+3y-6=0$. **D.** $3x+y+6=0$ và $x-3y-6=0$.

Câu 20. Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi hai đường thẳng $x+2y-3=0$ và $2x-y+3=0$.

A. $3x+y=0$ và $-x+3y+6=0$. **B.** $3x+y-3=0$ và $2x-y+3=0$.

C. $3x+y=0$ và $-x+3y-6=0$. **D.** $3x+y=0$ và $x+3y-6=0$.

Câu 21. Cho hai đường thẳng $d: 3x-4y+12=0$; $d': 12x+5y-20=0$. Phương trình phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng đó là

A. $99x-27y+56=0$. **B.** $99x+27y-56=0$.

C. $11x+3y+7=0$. **D.** $11x-3y-7=0$

Câu 22. Cho hai đường thẳng $d: x+2y+3=0$; $d': 2x+y+3=0$. Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' là

A. $x+y=0$; $x-y+2=0$. **B.** $x-y=0$; $x+y+2=0$.

C. $x+y+2=0$; $x-y=0$. **D.** $x+y-2=0$; $x-y-1=0$.

Câu 23. Cho hai đường thẳng $d: x+3y-6=0$ và $d': 3x+y+3=0$. Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi d và d' nằm trong miền xác định bởi d , d' và chứa gốc O là

A. $2x-2y+9=0$. **B.** $4x+4y-3=0$. **C.** $2x+2y+9=0$. **D.** $4x+4y+3=0$.

Câu 24. Cho đường thẳng $d: 3x-4y-12=0$. Phương trình các đường thẳng qua $M(2;-1)$ và tạo với d một góc $\frac{\pi}{4}$ là

A. $7x-y-15=0$; $x+7y+5=0$. **B.** $7x+y-15=0$; $x-7y+5=0$.

C. $7x-y+15=0$; $x+7y-5=0$. **D.** $7x+y+15=0$; $x-7y-5=0$.

Câu 25. Cho hai đường thẳng $d: 7x+y+6=0$ và $d': x-y+2=0$. Phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi d và d' là

A. $x+3y+8=0$. **B.** $3x+y-1=0$.

C. $3x - y + 4 = 0$.

D. $x - 3y + 1 = 0$.

Câu 26. Cho hai đường thẳng $d: x - 3y + 5 = 0$ và $d': 3x - y + 15 = 0$. Phương trình đường phân giác góc tù tạo bởi d và d' là

A. $x - y - 5 = 0$.

B. $x + y + 5 = 0$.

C. $x + y - 5 = 0$.

D. $x - y + 5 = 0$.

C. ĐÁP ÁN PHẦN TỰ LUYỆN

1. A	11. A	21. A
2. D	12. D	22. C
3. D	13. A	23. B
4. D	14. A	24. B
5. D	15. A	25. C
6. A	16. A	26. B
7. A	17. B	
8. C	18. D	
9. A	19. C	
10. A	20. C	

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CÁC CÂU TỰ LUYỆN KHÓ

Câu 17. Chọn B.

Cặp đường thẳng là phân giác của các góc tạo bởi Δ_1, Δ_2 là:

$$\frac{|3x + 4y + 1|}{5} = \frac{|x - 2y + 4|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y + 1 = \sqrt{5}(x - 2y + 4) \\ 3x + 4y + 1 = -\sqrt{5}(x - 2y + 4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y + 1 = \sqrt{5}(x - 2y + 4) \\ 3x + 4y + 1 = -\sqrt{5}(x - 2y + 4) \end{cases}$$

Câu 18. Chọn D.

Gọi $M(x; y)$ là điểm thuộc đường phân giác

$$\Rightarrow d(M, \Delta) = d(M, Ox) \Rightarrow \frac{|x + y|}{\sqrt{2}} = |y| \Rightarrow x + (1 \pm \sqrt{2})y = 0$$

Câu 19. Chọn C.

Gọi $M(x; y)$ là điểm thuộc đường phân giác

$$\Rightarrow d(M, \Delta_1) = d(M, \Delta_2) \Rightarrow \frac{|x + 2y - 3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x - y + 3|}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow x + 2y - 3 = \pm(2x - y + 3) \Rightarrow \begin{cases} -x + 3y - 6 = 0 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$$

Câu 20. Chọn C.

$$\frac{|x+2y-3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x-y+3|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y-3=2x-y+3 \\ x+2y-3=-2x+y-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y+6=0 \\ 3x+y=0 \end{cases}$$

Câu 21. Chọn A.

Ta có: $\vec{u}_1 = (3; -4)$ và $\vec{u}_2 = (12; 5)$ là véc tơ chỉ phương của d, d' và $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 36 - 20 > 0$

Nên phương trình phân giác của góc nhọn là

$$\frac{3x-4y+12}{5} = -\frac{12x+5y-20}{13} \Leftrightarrow 99x-27y+56=0$$

Câu 22. Chọn C.

Ta có: $M(x, y)$ thuộc đường phân giác khi

$$d(M, d) = d(M, d') \Leftrightarrow \frac{|x+2y+3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x+y+3|}{\sqrt{5}}$$

$$\Leftrightarrow |x+2y+3| = |2x+y+3| \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ x+y+2=0 \end{cases}$$

Câu 23. Chọn B.

Gọi $M(x, y)$ thuộc đường phân giác của d, d' khi

$$d(M; d) = d(M; d') \Leftrightarrow \frac{|x+3y-6|}{\sqrt{10}} = \frac{|3x+y+3|}{\sqrt{10}}$$

$$|x+3y-6| = |3x+y+3| \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2y+9=0 \\ 4x+4y-3=0 \end{cases}$$

Câu 24. Chọn B.

Gọi $\vec{n} = (A; B)$ và $A^2 + B^2 \neq 0$ là véc tơ pháp tuyến của Δ

$$\text{Ta có: } \cos \frac{\pi}{4} = \frac{|3A-4B|}{\sqrt{3^2+4^2} \cdot \sqrt{A^2+B^2}} \Leftrightarrow \sqrt{2}|3A-4B| = 5\sqrt{A^2+B^2}$$

$$\Leftrightarrow 7A^2 + 48AB - 7B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} B = 7A \\ A = -7B \end{cases}$$

Với $B = 7A$ chọn $A = 1, B = 7 \Rightarrow x + 7y + 5$

Với $A = -7B$ chọn $A = 7, B = -1 \Rightarrow 7x - y - 15 = 0$

Câu 25. Chọn C.

Ta có: $\vec{n}_1 = (7; 1)$ và $\vec{n}_2 = (1; -1)$ là véc tơ pháp tuyến của d và d' và $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 7 - 1 > 0$

Nên phương trình đường phân giác của góc nhọn là:

$$\frac{7x+y+6}{\sqrt{50}} = -\frac{x-y+2}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 3x-y+4=0$$

Câu 26. Chọn B

Ta có: $\vec{n}_1 = (1; -3)$ và $\vec{n}_2 = (3; -1)$ là véc tơ pháp tuyến của d và d' và $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 3 + 4 > 0$

Nên phương trình đường phân giác của góc nhọn là:

$$\frac{x-3y+5}{\sqrt{10}} = \frac{3x-y+15}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow x+y+5=0$$

Dạng 8. Tìm tọa độ các điểm hình chiếu, đối xứng. Viết phương trình hình chiếu, đối xứng

1. Xác định hình chiếu H của điểm M trên đường thẳng (d)

Phương pháp:

Cách 1:

+) Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (d) .

+) Tọa độ điểm H là giao điểm của đường thẳng (d) và đường thẳng Δ .

Cách 2: Cho $d : ax + by + c = 0$

+) Gọi H là hình chiếu của M điểm lên đường thẳng d . Khi đó ta có:

$$H \left(t; \frac{-at-c}{b} \right).$$

+) Ta có: $\vec{AH} \cdot \vec{u}_d = 0$

Từ đó suy ra tọa độ điểm H .

Chú ý: Nếu điểm $M(x_0; y_0)$, khi đó tọa độ hình chiếu H của M trên:

+) Ox có tọa độ $H(x_0; 0)$.

+) Oy có tọa độ $H(0; y_0)$.

2. Xác định điểm M_1 đối xứng với điểm M qua (d) .

+) Xác định hình chiếu H của điểm M trên đường thẳng (d)

+) Gọi M_1 là điểm đối xứng với M qua d thì H là trung điểm của MM_1 , ta được:

$$\begin{cases} x_{M_1} = 2x_H - x_M \\ y_{M_1} = 2y_H - y_M \end{cases}$$

3. Viết phương trình hình chiếu đối xứng của đường thẳng

Bài toán: Cho đường thẳng d_1 và d_2 . Viết phương trình đường thẳng d đối xứng với d_1 qua d_2 .

+) Xác định giao điểm I của hai đường thẳng d_1 và d_2

+) Lấy điểm $M \in d_1$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua d_2 .

+) Viết phương trình đường thẳng d đi qua IM .

Chú ý: Nếu $d_1 // d_2$ ta làm như sau:

- +) Lấy điểm $M, N \in d_1$ sau đó xác định hình chiếu của điểm M, N qua d_2 là M', N' .
 +) Viết phương trình đường thẳng d đi qua M', N' .

B. VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1: Tọa độ hình chiếu của $M(4;1)$ trên đường thẳng $\Delta: x-2y+4=0$ là:

- A. $(14; -19)$. B. $(2; 3)$. C. $\left(\frac{14}{5}; \frac{17}{5}\right)$. D. $\left(-\frac{14}{5}; \frac{17}{5}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng (Δ) có 1 VTPT $\vec{n}(1; -2)$, Gọi $H(2t-4; t)$ là hình chiếu của $M(4;1)$ trên đường thẳng (Δ) thì $\overline{MH}(2t-8; t-1)$

$H(2t-4; t)$ là hình chiếu của $M(4;1)$ trên đường thẳng (Δ) nên $\overline{MH}(2t-8; t-1)$ và $\vec{n}(2; -3)$ cùng phương khi và chỉ khi $\frac{2t-8}{1} = \frac{t-1}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{17}{5} \Rightarrow H\left(\frac{14}{5}; \frac{17}{5}\right)$

Ví dụ 2: Cho đường thẳng $d: 2x-3y+3=0$ và $M(8; 2)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua d là:

- A. $(-4; 8)$. B. $(-4; -8)$. C. $(4; 8)$. D. $(4; -8)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta thấy hoành độ và tung độ của điểm M' chỉ nhận một trong 2 giá trị nên ta có thể làm như sau:

Đường thẳng d có 1 VTPT $\vec{n}(2; -3)$, Gọi $M'(x; y)$ thì $\overline{MM'}(x-2; y+3)$

M' đối xứng với M qua d nên $\overline{MM'}(x-2; y+3)$ và $\vec{n}(2; -3)$ cùng phương khi và chỉ khi

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-3} \Leftrightarrow x = \frac{28-2y}{3}$$

Thay $y=8$ vào ta được $x=4$

Thay $y=-8$ vào thấy không ra đúng $x=\pm 4$.

Cách 2:

+ ptdt Δ đi qua M và vuông góc với d là: $3(x-8)+2(y-2)=0 \Leftrightarrow 3x+2y-28=0$.

+ Gọi $H = d \cap \Delta \Rightarrow H(6; 5)$.

+ Khi đó H là trung điểm của đoạn MM' . Áp dụng công thức trung điểm ta suy ra

$$\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = 12 - 8 = 4 \\ y_{M'} = 2y_H - y_M = 10 - 2 = 8 \end{cases} \cdot \text{Vậy } M'(4; 8).$$

Ví dụ 2: Cho hai đường thẳng $d_1: x + 2y - 1 = 0$, $d_2: x - 3y + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d đối xứng với d_1 qua d_2 là:

A. $x - 2y + 2 = 0$.

B. $2x - y + 2 = 0$.

C. $x + 2y + 2 = 0$.

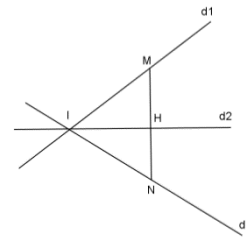
D. $x + 7y + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 . Tọa độ điểm I

là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$



Lấy điểm $M(1; 0) \in d_1$. Đường thẳng Δ qua M và vuông góc với d_2 có phương trình: $3x + y - 3 = 0$.

Gọi $H = \Delta \cap d_2$, suy ra tọa độ điểm H là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x - 3y + 3 = 0 \\ 3x + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right)$

$\Rightarrow N\left(\frac{1}{5}; \frac{12}{5}\right)$ là điểm đối xứng của M qua d_2 .

Phương trình đường thẳng d : $\begin{cases} \text{qua } I\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right) \\ \vec{n}_d = \vec{n}_{IN} = (2; -1) \end{cases}$ có dạng: $2x - y + 2 = 0$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1. THÔNG HIỂU

Câu 1. Tìm hình chiếu của $A(3; -4)$ lên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \end{cases}$. Sau đây là bài giải:

Bước 1: Lấy điểm $H(2 + 2t; -1 - t)$ thuộc d . Ta có $\overrightarrow{AH} = (2t - 1; -t + 3)$

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (2; -1)$

Bước 2: H là hình chiếu của A trên $d \Leftrightarrow AH \perp d \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \overrightarrow{AH} = 0$

$$\Leftrightarrow 2(2t - 1) - (-t + 3) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Bước 3: Với $t = 1$ ta có $H(4; -2)$. Vậy hình chiếu của A trên d là $H(4; -2)$.

Bài giải trên đúng hay sai ? Nếu sai thì sai từ bước nào ?

A. Đúng **B.** Sai từ bước 1 **C.** Sai từ bước 2 **D.** Sai từ bước 3

Câu 2. Cho hai đường thẳng $d : x + 2y - 1 = 0$, $d' : x - 2y - 1 = 0$. Câu nào sau đây đúng ?

A. d và d' đối xứng qua O **B.** d và d' đối xứng qua Ox .
C. d và d' đối xứng qua Oy . **D.** d và d' đối xứng qua đường thẳng $y = x$.

Câu 3. Cho đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2t \end{cases}$ và điểm $M(3;3)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng Δ là:

A. (4; -2) **B.** (1; 0) **C.** (-2; 2) **D.** (7; -4)

Câu 4. Tìm hình chiếu của $A(3; -4)$ lên đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \end{cases}$. Sau đây là bài giải:

Bước 1: Lấy điểm $H(2 + 2t; -1 - t)$ thuộc d . Ta có $\overline{AH} = (2t - 1; -t + 3)$

Vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (2; -1)$

Bước 2: H là hình chiếu của A trên d

$$\Leftrightarrow AH \perp d \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \overline{AH} = 0 \Leftrightarrow 2(2t - 1) - (-t + 3) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Bước 3: Với $t = 1$ ta có $H(4; -2)$.

Vậy hình chiếu của A trên d là $H(4; -2)$.

Bài giải trên đúng hay sai ? Nếu sai thì sai từ bước nào ?

A. Đúng **B.** Sai từ bước 1 **C.** Sai từ bước 2 **D.** Sai từ bước 3

2. VẬN DỤNG THẤP

Câu 5. Cho điểm $M(1;2)$ và đường thẳng $d : 2x + y - 5 = 0$. Tọa độ của điểm đối xứng với điểm M qua d là:

A. $\left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}\right)$. **B.** $\left(-\frac{2}{5}; \frac{6}{5}\right)$. **C.** $\left(0; \frac{3}{5}\right)$. **D.** $\left(\frac{3}{5}; -5\right)$.

Câu 6. Cho đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. Khoảng cách hình chiếu của $M(4;5)$ trên Δ gần nhất với số nào sau đây ?

A. 1,1 **B.** 1,2 **C.** 1,3 **D.** 1,5

Câu 7. Cho điểm $A(-1;2)$ và đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = t - 2 \\ y = -t - 3 \end{cases}$. Tìm điểm M trên Δ sao cho AM ngắn nhất.

Bước 1: Điểm $M(t-2; -t-3) \in \Delta$

Bước 2: Có $MA^2 = (t-1)^2 + (-t-5)^2 = 2t^2 + 8t + 26 = t^2 + 4t + 13 = (t+2)^2 + 9 \geq 9$

Bước 3: $MA^2 \geq 9 \Leftrightarrow MA \geq 3$.

Vậy $\min(MA) = 3$ khi $t = -2$. Khi đó $M(-4; -1)$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở đâu?

A. Đúng B. Sai từ bước 1 C. Sai từ bước 2 D. Sai ở bước 3

Câu 8. Cho đường thẳng $d: 2x - 3y + 3 = 0$ và $M(8; 2)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua d là

A. $(-4; 8)$. B. $(-4; -8)$. C. $(4; 8)$. D. $(4; -8)$.

C. ĐÁP ÁN PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

1. A
2. B
3. B
4. A
5. A
6. D
7. C
8. C

D. HƯỚNG DẪN GIẢI CÂU KHÓ PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 2. Chọn B.

Đường thẳng $d \cap Ox = A(1; 0) \in d'$

Lấy điểm $M\left(0; \frac{1}{2}\right) \in d \Rightarrow D_{Ox}(M) = N\left(0; -\frac{1}{2}\right) \in d'$

Câu 3. Chọn B.

Gọi H là hình chiếu của M trên Δ . Ta có:

$H \in \Delta \Rightarrow H(1+3t; -2t), \overline{MH} = (-2+3t; -3-2t)$

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; -2)$.

$\overline{MH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overline{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3(-2+3t) - 2(-3-2t) = 0 \Leftrightarrow 13t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(1; 0)$.

Câu 5. Chọn A.

Ta thấy $M \notin d$.

Gọi $H(a,b)$ là hình chiếu của điểm M lên đường thẳng d .

Ta có đường thẳng $d: 2x + y - 5 = 0$ nên có vtpt: $\vec{n} = (2; 1)$

Suy ra $\vec{u}(-1; 2)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d

$$\begin{cases} \overline{MH} \perp \vec{u} \\ H \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{MH} \cdot \vec{u} = 0 \\ H \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)(a-1) + 2(b-2) = 0 \\ 2a + b - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + 2b - 3 = 0 \\ 2a + b - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{5} \\ b = \frac{11}{5} \end{cases}$$

Do đó $H\left(\frac{7}{5}; \frac{11}{5}\right)$.

Gọi $M'(x, y)$ đối xứng với M qua đường thẳng d . Khi đó ta có: H là trung điểm của MM'

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{7}{5} = \frac{1+x}{2} \\ \frac{11}{5} = \frac{2+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{5} \\ y = \frac{12}{5} \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm đối xứng với M qua d là $M'\left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}\right)$.

Câu 6. Chọn D.

Gọi H là hình chiếu của M trên Δ . Ta có:

$$H \in \Delta \Rightarrow H(2-3t; 1+2t), \overline{MH} = (-2-3t; -4+2t)$$

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (3; -2)$.

$$\overline{MH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overline{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3(-2-3t) - 2(-4+2t) = 0 \Leftrightarrow -13t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{13} \Rightarrow H\left(\frac{20}{13}; \frac{17}{13}\right).$$

Câu 7.

Chọn C

Điểm $M(t-2; -t-3) \in \Delta$

$$\text{Có } MA^2 = (t-1)^2 + (-t-5)^2 = 2t^2 + 8t + 26 = 2(t^2 + 4t + 13) = 2(t+2)^2 + 18 \geq 18$$

$$MA^2 \geq 18 \Leftrightarrow MA \geq 3\sqrt{2}. \text{ Vậy } \min(MA) = 3\sqrt{2} \text{ khi } t = -2. \text{ Khi đó } M(-4; -1).$$

Sai từ bước 2.

Câu 8. Chọn C.

Gọi d' qua M và vuông góc với d nên $d': 3x + 2y - 28 = 0$

Gọi $H = d \cap d' \Rightarrow H(6; 5)$

Vì M' đối xứng với M qua d nên H là trung điểm của MM' suy ra $M'(4;8)$

III. ĐỀ KIỂM TRA CUỐI BÀI

- Câu 1.** Cho đường thẳng $(d): 2x + 3y - 4 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (d) ?
- A. $\vec{n}_1 = (3;2)$. B. $\vec{n}_2 = (2;3)$. C. $\vec{n}_3 = (2;-3)$. D. $\vec{n}_4 = (-2;3)$.
- Câu 2.** Cho đường thẳng $(d): x - 2y + 1 = 0$. Nếu đường thẳng (Δ) đi qua $M(1;-1)$ và song song với (d) thì (Δ) có phương trình
- A. $x - 2y - 3 = 0$ B. $x - 2y + 5 = 0$ C. $x - 2y + 3 = 0$ D. $x + 2y + 1 = 0$
- Câu 3.** Cho ba điểm $A(1;-2), B(5;-4), C(-1;4)$. Đường cao AA' của tam giác ABC có phương trình
- A. $3x - 4y + 8 = 0$ B. $3x - 4y - 11 = 0$ C. $-6x + 8y + 11 = 0$ D. $8x + 6y + 13 = 0$
- Câu 4.** Cho hai điểm $A(-2;3); B(4;-1)$. viết phương trình trung trực đoạn AB .
- A. $x - y - 1 = 0$. B. $2x - 3y + 1 = 0$. C. $2x + 3y - 5 = 0$. D. $3x - 2y - 1 = 0$.
- Câu 5.** Cho hai đường thẳng $(\Delta_1): 11x - 12y + 1 = 0$ và $(\Delta_2): 12x + 11y + 9 = 0$. Khi đó hai đường thẳng này
- A. Vuông góc nhau B. cắt nhau nhưng không vuông góc
C. trùng nhau D. song song với nhau
- Câu 6.** Cho hai đường thẳng $(d_1): mx + y = m + 1, (d_2): x + my = 2$ cắt nhau khi và chỉ khi :
- A. $m \neq 2$. B. $m \neq \pm 1$. C. $m \neq 1$. D. $m \neq -1$.
- Câu 7.** Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $(d): y = 2x - 1$?
- A. $2x - y + 5 = 0$. B. $2x - y - 5 = 0$. C. $-2x + y = 0$. D. $2x + y - 5 = 0$.
- Câu 8.** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x - y + 4 = 0$
- A. $-x + 2y - 5 = 0$ B. $x + 2y - 3 = 0$ C. $x + 2y = 0$ D. $x - 2y + 5 = 0$
- Câu 9.** Hai đường thẳng $(d_1): \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 2t \end{cases}$ và $(d_2): 4x + 3y - 18 = 0$. Cắt nhau tại điểm có tọa độ:
- A. $(2;3)$. B. $(3;2)$. C. $(1;2)$. D. $(2;1)$.
- Câu 10.** Cho tam giác ABC có $A(-1;-2); B(0;2); C(-2;1)$. Đường trung tuyến BM có phương trình là:
- A. $5x - 3y + 6 = 0$ B. $3x - 5y + 10 = 0$ C. $x - 3y + 6 = 0$ D. $3x - y - 2 = 0$
- Câu 11.** Cho tam giác ABC với $A(2;3); B(-4;5); C(6;-5)$. M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC Phương trình tham số của đường trung bình MN là:

$$\text{A. } \begin{cases} x = 4+t \\ y = -1+t \end{cases}$$

$$\text{B. } \begin{cases} x = -1+t \\ y = 4-t \end{cases}$$

$$\text{C. } \begin{cases} x = -1+5t \\ y = 4+5t \end{cases}$$

$$\text{D. } \begin{cases} x = 4+5t \\ y = -1+5t \end{cases}$$

Câu 12. Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Phương trình cạnh BC là

A. $4x - 2y + 1 = 0$ B. $x - 2y + 14 = 0$ C. $x + 2y - 14 = 0$ D. $x - 2y - 14 = 0$

Câu 13. Đường thẳng $(\Delta): 3x - 2y - 7 = 0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

A. $(d_1): 3x + 2y = 0$ B. $(d_2): 3x - 2y = 0$ C. $(d_3): -3x + 2y - 7 = 0$ D. $(d_4): 6x - 4y - 14 = 0$.

Câu 14. Cho tam giác ABC có $A(1; -2)$, đường cao $CH: x - y + 1 = 0$, đường phân giác trong $BN: 2x + y + 5 = 0$. Tọa độ điểm B là

A. $(4; 3)$ B. $(4; -3)$ C. $(-4; 3)$ D. $(-4; -3)$

Câu 15. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình các cạnh và đường cao của tam giác là: $AB: 7x - y + 4 = 0; BH: 2x + y - 4 = 0; AH: x - y - 2 = 0$. Phương trình đường cao CH của tam giác ABC là:

A. $7x + y - 2 = 0$. B. $7x - y = 0$. C. $x - 7y - 2 = 0$. D. $x + 7y - 2 = 0$.

Câu 16. Cho tam giác ABC biết trực tâm $H(1;1)$ và phương trình cạnh $AB: 5x - 2y + 6 = 0$, phương trình cạnh $AC: 4x + 7y - 21 = 0$. Phương trình cạnh BC là

A. $4x - 2y + 1 = 0$ B. $x - 2y + 14 = 0$ C. $x + 2y - 14 = 0$ D. $x - 2y - 14 = 0$

Câu 17. Cho tam giác ABC có $A(1; -2)$, đường cao $CH: x - y + 1 = 0$, đường phân giác trong $BN: 2x + y + 5 = 0$. Tọa độ điểm B là

A. $(4; 3)$ B. $(4; -3)$ C. $(-4; 3)$ D. $(-4; -3)$

Câu 18. Cho hai điểm $A(-1; 2)$, $B(3; 1)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+t \end{cases}$. Tọa độ điểm C thuộc Δ để tam giác ACB cân tại C .

A. $\left(\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right)$ B. $\left(\frac{7}{6}; -\frac{13}{6}\right)$ C. $\left(-\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right)$ D. $\left(\frac{13}{6}; \frac{7}{6}\right)$

Câu 19. Cho 4 điểm $A(-3; 1), B(-9; -3), C(-6; 0), D(-2; 4)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD .

A. $(-6; -1)$ B. $(-9; -3)$ C. $(-9; 3)$ D. $(0; 4)$

Câu 20. Cho $(d): \begin{cases} x = 2+3t \\ y = 5-4t \end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc (d) ?

A. $A(5; 3)$. B. $B(2; 5)$. C. $C(-1; 9)$. D. $D(8; -3)$.

Câu 21. Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $(d): y = 2x - 1$?

A. $2x - y + 5 = 0$. B. $2x - y - 5 = 0$. C. $-2x + y = 0$. D. $2x + y - 5 = 0$.

Câu 22. Mệnh đề nào sau đây đúng? Đường thẳng $(d): x - 2y + 5 = 0$:

A. Đi qua $A(1; -2)$.

B. Có phương trình tham số: $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. (d) có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$.

D. (d) cắt (d') có phương trình: $x - 2y = 0$.

Câu 23. Cho $(d): \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc (d) ?

A. $A(5; 3)$.

B. $B(2; 5)$.

C. $C(-1; 9)$.

D. $D(8; -3)$.

Câu 24. Cho $(d): \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + t \end{cases}$. Hỏi có bao nhiêu điểm $M \in (d)$ cách $A(9; 1)$ một đoạn bằng 5.

A. 1

B. 0

C. 3

D. 2

Câu 25. Cho tam giác ABC . Hỏi mệnh đề nào sau đây sai?

A. \overrightarrow{BC} là một vecto pháp tuyến của đường cao AH.

B. \overrightarrow{BC} là một vecto chỉ phương của đường thẳng BC.

C. Các đường thẳng AB, BC, CA đều có hệ số góc.

D. Đường trung trực của AB có \overrightarrow{AB} là vecto pháp tuyến.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	11. B	21. D
2. A	12. D	22. C
3. B	13. A	23. B
4. D	14. D	24. D
5. A	15. D	25. C
6. C	16. D	
7. D	17. D	
8. B	18. A	
9. A	19. B	
10. A	20. B	

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1.

Chọn B.

Ta có $(d): 2x + 3y - 4 = 0 \Rightarrow VTPT \vec{n} = (2; 3)$

Câu 2. Chọn A.

Ta có $(\Delta) // (d) \Rightarrow x - 2y + 1 = 0 \Rightarrow (\Delta): x - 2y + c = 0 (c \neq 1)$

Ta lại có $M(1; -1) \in (\Delta) \Rightarrow 1 - 2(-1) + c = 0 \Leftrightarrow c = -3$

Vậy $(\Delta): x - 2y - 3 = 0$

Câu 3. Chọn B.

Ta có $\overline{BC} = (-6; 8)$

Gọi AA' là đường cao của tam giác $\Delta ABC \Rightarrow AA'$ nhận $\begin{cases} VTPT \vec{n} = \overline{BC} = (-6; 8) \\ qua A(1; -2) \end{cases}$

Suy ra $AA': -6(x - 1) + 8(y + 2) = 0 \Leftrightarrow -6x + 8y + 22 = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y - 11 = 0.$

Câu 4. Chọn D.

Gọi M trung điểm $AB \Rightarrow M(1; 1)$

Ta có $\overline{AB} = (6; -4)$

Gọi d là đường thẳng trung trực của $AB.$

Phương trình d nhận $VTPT \vec{n} = (6; -4)$ và qua $M(1; 1)$

Suy ra $(d): 6(x - 1) - 4(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 6x - 4y - 2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - 1 = 0$

Câu 5. Chọn A

Ta có: (Δ_1) có VTPT là $\vec{n}_1 = (11; -12)$; (Δ_2) có VTPT là $\vec{n}_2 = (12; 11).$

Xét $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 11 \cdot 12 - 12 \cdot 11 = 0 \Rightarrow (\Delta_1) \perp (\Delta_2)$

Câu 6. Chọn C.

$(d_1) \cap (d_2) \Leftrightarrow \begin{cases} mx + y = m + 1 (1) \\ x + my = 2 (2) \end{cases}$ có một nghiệm

Thay (2) vào (1) $\Rightarrow m(2 - my) + y = m + 1 \Leftrightarrow (1 - m^2)y = 1 - m (*)$

Hệ phương trình có một nghiệm $\Leftrightarrow (*)$ có một nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m^2 \neq 0 \\ m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1.$

Câu 7. Chọn D.

Ta có $(d): y = 2x - 1 \Rightarrow (d): 2x - y - 1 = 0$ chọn D

Câu 8. Chọn B

Gọi (d) là đường thẳng đi qua $I(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $(d_1): 2x - y + 4 = 0$

Ta có $(d) \perp (d_1) \Leftrightarrow \vec{n}_{(d)} = \vec{u}_{(d_1)} = (1; 2)$

$\Rightarrow (d): x + 1 + 2(y - 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 3 = 0$

Câu 9. Chọn A.

Ta có $(d_1): \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 2t \end{cases} \Rightarrow (d_1): 2x - 5y + 4 = 0$

Gọi $M = (d_1) \cap (d_2) \Rightarrow M$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - 5y + 4 = 0 \\ 4x + 3y - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

Câu 10. Chọn A

Gọi M là trung điểm $AC \Rightarrow M\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. $\overline{BM} = \left(-\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right)$

BM qua $B(0;2)$ và nhận $\vec{n} = (5; -3)$ làm VTPT $\Rightarrow BM : 5x - 3(y - 2) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y + 6 = 0$

Câu 11. Chọn B

Ta có: $M(-1;4); N(4;-1)$. MN đi qua $M(-1;4)$ và nhận $\overline{MN} = (5; -5)$ làm VTCP

$$\Rightarrow MN : \begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = 4 - 5t \end{cases}$$

Câu 12. Chọn D.

Ta có $A = AB \cap AC \Rightarrow A(0;3) \Rightarrow \overline{AH} = (1; -2)$

Ta có $BH \perp AC \Rightarrow (BH) : 7x - 4y + d = 0$

Mà $H(1;1) \in (BH) \Rightarrow d = -3$ suy ra $(BH) : 7x - 4y - 3 = 0$

Có $B = AB \cap BH \Rightarrow B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$

Phương trình (BC) nhận $\overline{AH} = (1; -2)$ là VTPT và qua $B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$

Suy ra $(BC) : (x + 5) - 2\left(y + \frac{19}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 14 = 0$

Câu 13. Chọn A.

Ta nhận thấy (Δ) song song với các đường $(d_2); (d_3); (d_4)$

Câu 14. Chọn D.

Ta có $AB \perp CH \Rightarrow (AB) : x + y + c = 0$

Mà $A(1; -2) \in (AB) \Rightarrow 1 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1$

Suy ra $(AB) : x + y + 1 = 0$

Có $B = AB \cap BN \Rightarrow N$ là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2x + y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow B(-4; 3)$.

Câu 15. Chọn D.

Ta có $H = BH \cap AH \Rightarrow H$ là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow H(2; 0)$$

Ta có $CH \perp AB \Rightarrow CH : x + 7y + c = 0$ mà $H(2; 0) \in CH \Rightarrow 2 + 7 \cdot 0 + c = 0 \Leftrightarrow c = -2$

Suy ra $CH : x + 7y - 2 = 0$.

Câu 16. Chọn D.

Ta có $A = AB \cap AC \Rightarrow A(0;3) \Rightarrow \overline{AH} = (1; -2)$

Ta có $BH \perp AC \Rightarrow (BH): 7x - 4y + d = 0$

Mà $H(1;1) \in (BH) \Rightarrow d = -3$ suy ra $(BH): 7x - 4y - 3 = 0$

Có $B = AB \cap BH \Rightarrow B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$

Phương trình (BC) nhận $\overrightarrow{AH} = (1; -2)$ là VTPT và qua $B\left(-5; -\frac{19}{2}\right)$

Suy ra $(BC): (x+5) - 2\left(y + \frac{19}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 14 = 0$

Câu 17. Chọn D.

Ta có $AB \perp CH \Rightarrow (AB): x + y + c = 0$

Mà $A(1; -2) \in (AB) \Rightarrow 1 - 2 + c = 0 \Rightarrow c = 1$

Suy ra $(AB): x + y + 1 = 0$

Có $B = AB \cap BN \Rightarrow N$ là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ 2x + y + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow B(-4; 3).$

Câu 18. Chọn A.

Ta có $C \in \Delta \Rightarrow C(1+t, 2+t) \Rightarrow \begin{cases} \overline{CA} = (-2-t; -t) \\ \overline{CB} = (2-t; -1-t) \end{cases}$

Ta có ΔACB cân tại $C \Leftrightarrow CA^2 = CB^2 \Leftrightarrow (-2-t)^2 + (-t)^2 = (2-t)^2 + (-1-t)^2 \Leftrightarrow t = \frac{1}{6}$

Suy ra $C\left(\frac{7}{6}; \frac{13}{6}\right)$

Câu 19. Chọn B.

Ta có $\overline{AB} = (-6; -4) \Rightarrow VTPT \overline{n_{AB}} = (2; -3) \Rightarrow (AB): 2x - 3y = -9$

Ta có $\overline{CD} = (4; 4) \Rightarrow VTPT \overline{n_{CD}} = (1; -1) \Rightarrow (CD): x - y = -6$

Gọi $N = AB \cap CD$

Suy ra N là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x - 3y = -9 \\ x - y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -9 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow N(-9; -3)$

Câu 20. Chọn B.

Thay $B(2; 5) \Rightarrow \begin{cases} 2 = 2 + 3t \\ 5 = 5 - 4t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow t = 0$

Câu 21. Chọn D.

Ta có $(d): y = 2x - 1 \Rightarrow (d): 2x - y - 1 = 0$ chọn D

Câu 22. Chọn C.

Giả sử $A(1; -2) \in (d): x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow 1 - 2 \cdot (-2) + 5 = 0$ (vì) loại A.

Ta có $(d): x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow VTPT \vec{n} = (1; -2) \Rightarrow VTCP \vec{u} = (2; 1)$ loại B.

Ta có $(d): x - 2y + 5 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} \Rightarrow$ hệ số góc $k = \frac{1}{2}$ Chọn C.

Câu 23. Chọn B.

$$\text{Thay } B(2;5) \Rightarrow \begin{cases} 2 = 2 + 3t \\ 5 = 5 - 4t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow t = 0$$

Câu 24. Chọn D.

Luôn có 2 điểm thỏa yêu cầu bài toán.

Thật vậy $M(2+3m; 3+m)$, $M(2+3m; 3+m)$. Theo YCBT ta có

$AM = 5 \Leftrightarrow 10m^2 - 38m + 51 = 25 \Leftrightarrow 10m^2 - 38m + 26 = 0 (*)$, phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt nên có hai điểm M thỏa YCBT.

Câu 25. Chọn C.

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG.

- Câu 1.** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = -5 + 3t \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đường thẳng d ?
- A. $A(-4;3)$. B. $B(2;3)$. C. $C(-4;-5)$. **D. $D(-6;1)$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thay tọa độ $A(-4;3)$ vào hệ phương trình của d ta được $\begin{cases} t = \frac{3}{2} \\ t = \frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow A \notin d$.

Thay tọa độ $B(2;3)$ vào hệ phương trình của d ta được $\begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow B \notin d$.

Thay tọa độ $C(-4;-5)$ vào hệ phương trình của d ta được $\begin{cases} t = \frac{3}{2} \\ t = 0 \end{cases} \Rightarrow C \notin d$.

Thay tọa độ $D(-6;1)$ vào hệ phương trình của d ta được $\begin{cases} t = 2 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow D \in d$.

- Câu 2.** Cho đường thẳng $d: 3x + 5y - 15 = 0$. Phương trình nào sau đây không phải là một phương trình khác của d ?

A. $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$.

B. $y = -\frac{3}{5}x + 3$.

C. $\begin{cases} x = t \\ y = 5 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

D. $\begin{cases} x = 5 - \frac{5}{3}t \\ y = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$x = t \Rightarrow y = 3 - \frac{3}{5}t \neq 5$. Vậy $\begin{cases} x = t \\ y = 5 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ không phải là phương trình tham số của đường thẳng d .

- Câu 3.** Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng? Đường thẳng $d: x - 2y + 5 = 0$

A. qua điểm $A(1;-2)$.

B. $y = -\frac{3}{5}x + 3$ có phương trình tham số $\begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$.

D. cắt $d': x - 2y = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Mệnh đề A sai vì tọa độ điểm A không nghiệm đúng phương trình

Mệnh đề B sai vì d có phương trình tham số $\begin{cases} x = t \\ y = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$

Mệnh đề C đúng vì $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ có hệ số góc $k = \frac{1}{2}$.

Câu 4. Cho hai điểm $A(4;0), B(0;5)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của đường thẳng AB ?

A. $\begin{cases} x = 4 - 4t \\ y = 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$ B. $\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 1.$ C. $\frac{x-4}{-4} = \frac{y}{5}.$ D. $y = -\frac{5}{4}x + 15.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Để thấy tọa độ điểm $B(0;5)$ không nghiệm đúng phương trình $y = -\frac{5}{4}x + 15.$

Câu 5. Cho ba điểm di động $A(1-2m;4m), B(2m;1-m), C(3m-1;0)$. Gọi G là trọng tâm ΔABC thì G nằm trên đường thẳng nào sau đây:

A. $y = x - \frac{1}{3}.$ B. $y = x - 1.$ C. $y = x + \frac{1}{3}.$ D. $y = x + 1.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G: \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = m \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = m + \frac{1}{3} \end{cases}$

Vậy $y_G = x_G + \frac{1}{3} \Rightarrow G$ nằm trên đường thẳng $y = x + \frac{1}{3}$

Câu 6. Cho tam giác ABC có $A(-2;3), B(1;-2), C(-5;4)$. Đường trung tuyến AM có phương trình tham số:

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 2t. \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 3 - 2t. \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -2 + 3t. \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 - 2t. \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

M là trung điểm của $BC \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1-5}{2} = -2 \\ y = \frac{-2+4}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow M(-2;1) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (0;-2)$

Phương trình tham số của đường thẳng AM là $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

- Câu 7.** Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và điểm $A\left(\frac{7}{2}; -2\right)$. Điểm $A \in d$ ứng với giá trị nào của t ?
- A. $t = \frac{3}{2}$. B. $t = \frac{1}{2}$. **C. $t = -\frac{1}{2}$.** D. $t = -\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$A\left(\frac{7}{2}; -2\right) \in d \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{2} = 2 - 3t \\ -2 = -1 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ t = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow t = -\frac{1}{2}$$

- Câu 8.** Phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2; 3)$ và vuông góc với đường thẳng $d': 3x - 4y + 1 = 0$ là:

A. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 3 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **B. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.**

C. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 + 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = 5 + 4t \\ y = 6 - 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$D \perp D'$ nên D có véc tơ chỉ phương $\vec{a} = (3; -4)$.

Vậy D có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$

- Câu 9.** Cho đường thẳng d qua điểm $M(1; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; -2)$. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của d ?

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2}$. C. $2x + y - 5 = 0$. **D. $y = -2x - 5$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\vec{u} = (1; -1)$ là vectơ chỉ phương $\vec{a} = (-1; 2)$ cũng là vectơ chỉ phương. Đường thẳng D có phương trình tham số:

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow \frac{x-1}{-1} = \frac{y-3}{2} \Rightarrow 2x + y - 5 = 0 \Rightarrow y = -2x + 5.$$

- Câu 10.** Cho $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Điểm nào sau đây không thuộc d ?

A. $(5; 3)$. B. $(2; 5)$. C. $(-1; 9)$. D. $(8; -3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thế tọa độ $(5;3)$ vào phương trình tham số:

$$\begin{cases} 5 = 2 + 3t \\ 3 = 5 - 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow t \in \emptyset \Rightarrow \text{không có } t \text{ nào thỏa mãn.}$$

Câu 11. Giao điểm M của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và đường thẳng $d': 3x - 2y - 1 = 0$ là:

- A. $M\left(2; -\frac{11}{2}\right)$. B. $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$. **C. $M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$.** D. $M\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thế $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 5t \end{cases}$ vào phương trình của $D': 3(1 - 2t) - 2(-3 + 5t) - 1 = 0$,

Ta có: $t = +\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(0; -\frac{1}{2}\right)$.

Câu 12. Cho tam giác ABC . Biết $M(1;1), N(5;5), P(2;4)$ lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Câu nào sau đây đúng?

- A. $(MN): \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. B. $(AB): \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.
 C. $(BC): \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **D. $(CA): \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 5 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.**

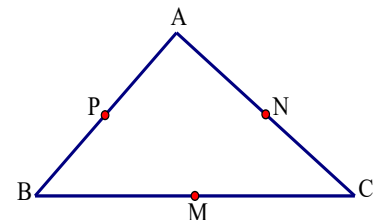
Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\overline{MN} = (4; 4), \overline{NP} = (-3; -1) = -(3; 1), \overline{MP} = (1; 3).$$

$\overline{MP} = (1; 3)$ là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng CA

nên $(CA): \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 5 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.



Câu 13. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -3 + 5t \\ y = 2 - 4t \end{cases}$ và các điểm $M(32; 50), N(-28; 22), P(17; -14), Q(-3; -2)$.

Các điểm nằm trên Δ là:

- A. Chỉ P **B. N và P**
 C. N, P, Q D. Không có điểm nào

Hướng dẫn giải

Chọn B

Lần lượt thế tọa độ M, N, P, Q vào phương trình đường thẳng, thỏa mãn thì nhận.

Thế $P(17; -14): \begin{cases} 17 = -3 + 5t \\ -14 = 2 - 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow t = 4 \Rightarrow P \in \Delta$

Thế $N(-28; 22): \begin{cases} -28 = -3 + 5t \\ 22 = 2 - 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -5 \\ t = -5 \end{cases} \Leftrightarrow t = -5 \Rightarrow N \in \Delta$

$$\text{Thế } Q(-3; -2): \begin{cases} -3 = -3 + 5t \\ -2 = 2 - 4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 1 \end{cases} \Rightarrow Q \notin \Delta$$

Câu 14. Đường thẳng Δ có phương trình tham số $\begin{cases} x = -2t + 1 \\ y = 3t + 2 \end{cases}$. Phương trình tổng quát của Δ là:

- A. $3x + 2y + 7 = 0$ B. $3x - 2y + 7 = 0$ C. $3x - 2y - 7 = 0$ **D. $3x + 2y - 7 = 0$**

Hướng dẫn giải

Chọn D

Khử t ở phương trình tham số, ta có phương trình tổng quát của Δ là: $3x + 2y - 7 = 0$

Câu 15. Cho đường thẳng $d: x + 2y - 2 = 0$ và các hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 - 2t \end{cases} \text{ (I); } \quad \begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 2 + t \end{cases} \text{ (II); } \quad \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = t \end{cases} \text{ (III).}$$

Hệ phương trình nào là phương trình tham số của đường thẳng d ?

- A. Chỉ (I). B. Chỉ (II). C. Chỉ (III). **D. (I) và (II).**

Hướng dẫn giải

Chọn D

Khử t ở phương trình tham số (I), (II) ta có phương trình tổng quát của d là: $x + 2y - 2 = 0$

Cách 2

Từ phương trình đường thẳng d suy ra một vtpt có tọa độ $(1; 2)$ suy ra d có một vtcp là

$(2; -1)$ suy ra (III) không là phương trình tham số của đường thẳng d

Nhận thấy đường thẳng có phương trình (I) đi qua điểm có tọa độ $(0; 1)$ (thỏa mãn phương trình d) và có vtcp $(4; -2)$ suy ra (I) là phương trình tham số của đường thẳng d

Nhận thấy đường thẳng có phương trình (II) đi qua điểm có tọa độ $(-2; 2)$ (thỏa mãn phương trình d) và có vtcp $(-2; 1)$ suy ra (II) là phương trình tham số của đường thẳng d

Câu 16. Cho đường thẳng $\Delta: 2x - 3y + 7 = 0$ và các hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \end{cases} \text{ (I); } \quad \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 5 - 2t \end{cases} \text{ (II); } \quad \begin{cases} x = 7 - 9t \\ y = 7 - 6t \end{cases} \text{ (III).}$$

Hỏi hệ phương trình nào **không** là phương trình tham số của Δ ?

- A. Chỉ (I). B. Chỉ (I) và (II). C. Chỉ (I) và (III). **D. Chỉ (II) và (III).**

Hướng dẫn giải

Chọn D

Khử t ở phương trình tham số (I), (III) ta có phương trình tổng quát của Δ là: $2x - 3y + 7 = 0$

Khử t ở phương trình tham số (I), (III) ta có phương trình là $2x + 3y - 23 = 0$

Câu 17. Cho hình bình hành $ABCD$, biết $A(-2; 1)$ và phương trình đường thẳng CD là $3x - 4y - 5 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng AB là:

- A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$ **B. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$** C. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel CD$ do đó AB đi qua $A(-2;1)$ và nhận vtpt của CD là $(3;-4)$ làm vtpt. Suy ra đường thẳng AB có vtcp $(-4;-3)$ nên phương trình tham số của đường thẳng AB là $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$.

Câu 18. Cho đường thẳng Δ có phương trình chính tắc $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2}$. Trong các hệ phương trình được liệt kê ở mỗi phương án A, B, C, D dưới đây, hệ phương nào là phương trình tham của đường thẳng Δ ?

A. $\begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = 1 - 4t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -3t + 1 \\ y = 2t + 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -3t - 1 \\ y = 2t + 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -3t + 1 \\ y = 2t - 2 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ phương trình $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} \Leftrightarrow \frac{x+1}{-3} = \frac{y-2}{2} = t \Rightarrow \begin{cases} x = -3t - 1 \\ y = 2t + 2 \end{cases}$.

Câu 19. Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(-2;3)$ và song song với đường thẳng $\frac{x-7}{-1} = \frac{y+5}{5}$ là:

A. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -t \\ y = 5t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = -2 - t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ phương trình $\frac{x-7}{-1} = \frac{y+5}{5}$ suy ra vtcp là $(-1;5)$. Đường thẳng cần viết phương trình đi qua $M(-2;3)$ và có vtcp là $(-1;5)$ nên có phương trình tham số $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$.

Câu 20. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(3;-6)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (4;-2)$ là:

A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -6 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -6 + 4t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng d vtcp là $(4;-2)$ suy ra có vtcp là $(2;-1)$. Đường thẳng cần viết phương trình đi qua $A(3;-6)$ và vtcp là $(2;-1)$ nên có phương trình tham số $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -6 - t \end{cases}$.

Câu 21. Cho $A(1;5)$, $B(-2;1)$, $C(3;4)$. Phương trình tham số của AB và BC lần lượt là:

A. $AB: \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}; BC: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ B. $AB: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 5 + 4t \end{cases}; BC: \begin{cases} x = -2 - 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$
 C. $AB: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 5 + 4t \end{cases}; BC: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ D. $AB: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}; BC: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\overline{BA} = (3; 4)$, $\overline{BC} = (5; 3)$.

AB qua $B(-2; 1)$ có vectơ chỉ phương là $\overline{BA} = (3; 4)$ nên có phương trình tham số là:

$$(AB): \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}.$$

BC qua $B(-2; 1)$ có vectơ chỉ phương là $\overline{BC} = (5; 3)$ nên có phương trình tham số là:

$$(BC): \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}.$$

Câu 22. Cho 2 điểm $A(-1; 3)$, $B(3; 1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng AB ?

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D.

Ta có: $\overline{BA} = (-4; 2)$.

AB qua $B(3; 1)$ có vectơ chỉ phương là $\frac{1}{2}\overline{BA} = (-2; 1)$ nên có phương trình tham số là:

$$AB: \begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \end{cases}.$$

Câu 23. Một điểm M di động có tọa độ: $\begin{cases} x = 4 \cos^2 t + 3 \\ y = \cos 2t + 1 \end{cases}$. Tập hợp những điểm M là:

A. Đoạn thẳng có độ dài là 4

B. Đoạn thẳng có độ dài là $2\sqrt{5}$

C. Đoạn thẳng có độ dài là 2

D. Hai nửa đường thẳng.

Hướng dẫn giải.

Chọn B.

Gọi $M(x_0; y_0)$, ta có

$$\begin{cases} x_0 = 4 \cos^2 t + 3 \\ y_0 = \cos 2t + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \cos^2 t - 2 + 5 \\ y_0 = \cos 2t + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \cos 2t + 5 \\ y_0 - 1 = \cos 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_0 - 5}{2} = \cos 2t \\ y_0 - 1 = \cos 2t \end{cases}$$

Vì $-1 \leq \cos 2t \leq 1$ nên ta có:

$$-1 \leq \frac{x_0 - 5}{2} \leq 1 \Rightarrow 3 \leq x_0 \leq 7 \Rightarrow x_0 \text{ chạy trên một đoạn có độ dài bằng } 4$$

$$-1 \leq y_0 - 1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq y_0 \leq 2 \Rightarrow y_0 \text{ chạy trên một đoạn có độ dài bằng } 2$$

Khi đó $M(x_0; y_0)$ chạy trên một đoạn có độ dài $\sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$.

Câu 24. Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua $A(-3; 2)$ và $B(1; 4)$ là

A. $(-1; 2)$.

B. $(2; 1)$.

C. $(-2; 6)$.

D. $(1; 1)$.

Chọn B

Đường thẳng AB có VTCP $\overline{AB} = (4; 2) = 2(2; 1)$.

Câu 25. Tìm tọa độ vector chỉ phương của đường thẳng song song trục Ox .

- A. $(1; 0)$. B. $(0; -1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Đường thẳng song song với Ox nên vector chỉ phương là vector đơn vị của trục Ox : $\vec{i} = (1; 0)$.

Câu 26. Tìm tọa độ vector chỉ phương của đường thẳng song song trục Oy .

- A. $(0; 1)$. B. $(0; -1)$ C. $(1; 0)$ D. $(1; 1)$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Đường thẳng song song với Oy nên vector chỉ phương là vector đơn vị của trục Oy : $\vec{j} = (0; 1)$.

Câu 27. Tìm tọa độ vector chỉ phương của đường phân giác góc phần tư thứ nhất.

- A. $(1; 1)$. B. $(0; -1)$. C. $(1; 0)$. D. $(-1; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Chọn $M(1; 1)$ nằm trên đường phân giác của góc phần tư thứ nhất. Vậy vector chỉ phương của đường phân giác góc phần tư thứ nhất là $\overline{OM} = (1; 1)$.

Câu 28. Nếu d là đường thẳng vuông góc với $\Delta: 3x - 2y + 1 = 0$ thì tọa độ vector chỉ phương của d là.

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; -3)$. C. $(2; -3)$. D. $(6; -4)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có vector pháp tuyến của đường thẳng Δ là $\overline{n_\Delta} = (3; -2)$.

Đường thẳng d vuông góc với $\Delta \Rightarrow$ vector chỉ phương của d là $\overline{u_d} = k(3; -2)$. Với $k = 2 \Rightarrow \overline{u_d} = (6; -4)$.

Câu 29. Điểm nào nằm trên đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

- A. $A(2; -1)$. B. $B(-7; 0)$. C. $C(3; 5)$. D. $D(3; 2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2(3 - y) \\ t = 3 - y \end{cases} \Rightarrow x + 2y - 7 = 0$.

Thay lần lượt tọa độ của các điểm A, B, C, D thấy chỉ có $D(3; 2)$ thỏa mãn.

Câu 30. Đường thẳng $d: \begin{cases} x=3-5t \\ y=1+4t \end{cases}$ có phương trình tổng quát là:

- A.** $4x+5y-17=0$. **B.** $4x-5y+17=0$. **C.** $4x+5y+17=0$. **D.** $4x-5y-17=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x=3-5t \\ y=1+4t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-5 \cdot \frac{y-1}{4} \\ t=\frac{y-1}{4} \end{cases} \Rightarrow 4x+5y-17=0.$$

Câu 31. Đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=-5-3t \end{cases}$ có phương trình tổng quát là:

- A.** $3x+y-4=0$. **B.** $3x+y+4=0$. **C.** $x-3y-4=0$. **D.** $x+3y+12=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x=3+t \\ y=-5-3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=x-3 \\ y=-5-3(x-3) \end{cases} \Rightarrow 3x+y-4=0.$$

Câu 32. Viết phương trình tham số của đường thẳng qua $A(2;-1)$ và $B(2;5)$.

- A.** $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2t \\ y=-6t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=5+6t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=2+6t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn a

$$\overline{AB} = (0;6)$$

Phương trình đường thẳng đi qua $A(2;-1)$ có véc tơ chỉ phương $\overline{AB} = (0;6)$ là $\begin{cases} x=2 \\ y=-1+6t \end{cases}$

Câu 33. Viết phương trình tham số của đường thẳng qua $A(3;-1)$ và $B(1;5)$.

- A.** $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=-1-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=-1+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=5-3t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\overline{AB} = (-2;6)$$

Phương trình đường thẳng có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2;6)$ chỉ có đáp án C

Thay tọa độ A, B vào phương trình đường thẳng ở đáp án C thỏa.

Vậy đáp án đúng là C.

Cách khác:

$$\overline{AB} = (-2;6), \text{ chọn véc tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm } A, B \text{ là } \vec{u} = (-1;3)$$

Phương trình tham số của đường thẳng qua $A(3;-1)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1;3)$ là:

$$\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$$

Phương trình tham số của đường thẳng qua $B(1;5)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-1;3)$ là:

$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$$

Câu 34. Viết phương trình tham số của đường thẳng qua $A(3;-7)$ và $B(1;-7)$.

A. $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = t \\ y = -7 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 1 - 7t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\overline{AB} = (-2;0)$$

Phương trình đường thẳng có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2;0)$ chỉ có đáp án A và D

Thay tọa độ điểm A, B vào phương trình đường thẳng ở đáp án A và D ta thấy đáp A thỏa.

Vậy đáp án đúng là A .

Cách khác:

$$\overline{AB} = (-2;0), \text{ chọn véc tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm } A, B \text{ là } \vec{u} = (1;0)$$

Phương trình tham số của đường thẳng qua $A(3;-7)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;0)$ là:

$$\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$$

Phương trình tham số của đường thẳng qua $B(1;-7)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;0)$ là:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -7 \end{cases}$$

Câu 35. Phương trình nào dưới đây không là phương trình tham số của đường thẳng đi qua O và $M(1;-3)$?

A. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 6t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -t \\ y = 3t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Trong 4 phương trình tham số trên ta dễ thấy đường thẳng ở đáp án A không đi qua điểm O hoặc điểm M

Câu 36. Viết phương trình tham số của đường thẳng qua O và song song với đường thẳng: $3x - 4y + 1 = 0$.

A. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -3t \\ y = 4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Đường thẳng song song với đường thẳng: $3x - 4y + 1 = 0$ thì có véc tơ pháp tuyến

$$\vec{n} = (3; -4) \Rightarrow \text{có véc tơ chỉ phương } \vec{u} = (4; 3)$$

Phương trình tham số của đường thẳng qua O có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (4; 3)$ là:
$$\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$$

Vậy đáp án đúng là A .

Câu 37. Viết phương trình tham số của đường thẳng qua $A(-1; 2)$ và song song với đường thẳng: $3x - 13y + 1 = 0$.

A.
$$\begin{cases} x = -1 + 13t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} x = 1 + 13t \\ y = -2 + 3t \end{cases}$$
 C.
$$\begin{cases} x = 1 - 13t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 13t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng song song với đường thẳng: $3x - 13y + 1 = 0$ thì có véc tơ pháp tuyến

$$\vec{n} = (3; -13) \Rightarrow \text{có véc tơ chỉ phương } \vec{u} = (13; 3)$$

Phương trình tham số của đường thẳng qua $A(-1; 2)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (13; 3)$ là:

$$\begin{cases} x = -1 + 13t \\ y = 2 + 3t \end{cases}$$

Cách khác:

Đường thẳng song song với $3x - 13y + 1 = 0$ nên có thể chọn A, B

Do đường thẳng đi qua điểm A nên chỉ có thể chọn đáp án A

Câu 38. Viết phương trình tham số của đường thẳng qua $A(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng: $2x - y + 4 = 0$.

A.
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$$
 B.
$$\begin{cases} x = t \\ y = 4 + 2t \end{cases}$$
 C.
$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$$
 D.
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng vuông góc với đường thẳng: $2x - y + 4 = 0$ thì có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1)$

Phương trình tham số của đường thẳng qua $A(-1; 2)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1)$ là:

$$\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$$

Câu 39. Viết phương trình đường thẳng qua $A(4; -3)$ và song song với đường thẳng
$$\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$$

A. $3x + 2y + 6 = 0$. **B.** $-2x + 3y + 17 = 0$. **C.** $3x + 2y - 6 = 0$. **D.** $3x - 2y + 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng song song với đường thẳng: $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ thì có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; 3) \Rightarrow$

có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; 2)$

Phương trình đường thẳng song song với đường thẳng: $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$ có phương trình dạng:

$$3x + 2y + c = 0$$

Thay tọa độ điểm $A(4; -3)$ vào phương trình $3x + 2y + c = 0$ ta có: $c = -6$

Câu 40. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$?

- A.** $4x + 5y + 17 = 0$. **B.** $4x - 5y + 17 = 0$. **C.** $4x + 5y - 17 = 0$. **D.** $4x - 5y - 17 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(3; 1)$ và có $vtcp \vec{u} = (-5; 4)$, $vtpt \vec{n} = (4; 5)$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d: 4x + 5y - 17 = 0$.

Câu 41. Phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của đường thẳng $d: \begin{cases} x = 15 \\ y = 6 + 7t \end{cases}$?

- A.** $x - 15 = 0$. **B.** $x + 15 = 0$. **C.** $6x - 15y = 0$. **D.** $x - y - 9 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(15; 6)$ và có $vtcp \vec{u} = (0; 7)$, chọn $vtpt \vec{n} = (1; 0)$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d: x - 15 = 0$.

Câu 42. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d: 2x - 6y + 23 = 0$?

- A.** $\begin{cases} x = 0,5 + 3t \\ y = 4 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = 5,5 + t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 5,5 - t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = 5,5 + t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng d có $vtpt \vec{n} = (2; -6)$, chọn $vtcp \vec{u} = (3; 1)$ và đi qua điểm $M\left(\frac{1}{2}; 4\right)$

Vậy phương trình tham số của đường thẳng $d: \begin{cases} x = \frac{1}{2} + 3t \\ y = 4 + t \end{cases}$.

Câu 43. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng $d: \frac{x}{5} - \frac{y}{7} = 1$?

- A.** $\begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = 5t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = -7t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 7t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 5 - 7t \\ y = 5t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng d có $vtpt \vec{n} = \left(\frac{1}{5}; \frac{-1}{7}\right)$, chọn $vtcp \vec{u} = (5; 7)$ và đi qua điểm $M(5; 0)$

Vậy phương trình tham số của đường thẳng d : $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 7t \end{cases}$.

Câu 44. Cho đường thẳng $d: x + 2y - 2 = 0$ và các phương trình sau:

I: $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$ II: $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$ III: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = t \end{cases}$

Phương trình nào là phương trình tham số của d ?

A. Chỉ I.

B. Chỉ II.

C. Chỉ III.

D. I và II.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng d có vtpt $\vec{n} = (1; 2)$

I: $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$ có vtcp $\vec{u}_1 = (4; -2)$ và đi qua điểm $M(-2; 2) \in d$

II: $\begin{cases} x = -2 - 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$ có vtcp $\vec{u}_2 = (-2; 1)$ và đi qua điểm $N(-2; 2) \in d$

III: $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = t \end{cases}$ có vtcp $\vec{u}_3 = (2; 1)$ và đi qua điểm $Q(-2; 2) \notin d$

Vậy I và II thỏa yêu cầu.

Câu 45. Cho hình bình hành $ABCD$ biết $A(-2; 1)$ và phương trình đường thẳng chứa CD là: $3x - 4y - 5 = 0$. Phương trình tham số của cạnh AB là

A. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$AB \parallel CD$ nên AB có vtpt $\vec{n} = (3; -4)$, vtcp $\vec{u} = (-4; -3)$ và đi qua điểm $A(-2; 1)$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng AB : $\begin{cases} x = -2 - 4t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$.

Câu 46. Đường thẳng d có phương trình chính tắc $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-2}{1}$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của d ?

A. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 - 4t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2t - 2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -3t - 1 \\ y = t + 2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 3t + 1 \\ y = -t + 2 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng d có vtcp $\vec{u} = (-3; 1)$ và đi qua điểm $M(-1; 2)$

Vậy phương trình tham số của đường thẳng d : $\begin{cases} x = -3t - 1 \\ y = t + 2 \end{cases}$.

Câu 47. Phương trình tham số của đường thẳng qua $M(-2;3)$ và song song với đường thẳng

$$\frac{x-7}{-1} = \frac{y+5}{5} \text{ là:}$$

A. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -t \\ y = 5t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 + 5t \\ y = -2 - t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng $\frac{x-7}{-1} = \frac{y+5}{5}$ có vtcp $\vec{u} = (-1;5)$

Đường thẳng cần tìm có vtcp $\vec{u} = (-1;5)$ và đi qua điểm $M(-2;3)$ nên có phương trình tham

số là $d: \begin{cases} x = -2 - t \\ y = 3 + 5t \end{cases}$.

Câu 48. Cho hai điểm $A(-1;3)$, $B(3;1)$. Phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng AB

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -1 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(-1;3)$ và có vtcp $\overline{AB} = (4;-2)$

Vậy phương trình tham số của đường thẳng $AB: \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 3 + t \end{cases}$.

Câu 49. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 12 - 5t \\ y = 3 + 6t \end{cases}$. Điểm nào sau đây nằm trên đường thẳng ?

A. $(-13;33)$.

B. $(20;9)$.

C. $(7;5)$.

D. $(12;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 50. Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \end{cases}$. Điểm nào sau đây nằm trên đường thẳng ?

A. $(1;2)$.

B. $(1;0)$.

C. $(-1;4)$.

D. $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 51. Cho điểm $A(0;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \end{cases}$. Tìm một điểm M trên d và cách A một khoảng bằng $\sqrt{10}$.

A. $(\sqrt{2};3)$.

B. $(-3;2)$.

C. $(3;2)$.

D. $(3;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$M \in d \Rightarrow M(1-2t;t): MA = \sqrt{10} : (1-2t)^2 + (t-1)^2 = 10 \Leftrightarrow 5t^2 - 6t - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow M(-3;2) \\ t = -\frac{4}{5} \Rightarrow M\left(\frac{13}{5}; \frac{4}{5}\right) \end{cases}$$

Câu 52. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3;-7)$ và $B(1;-7)$.

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 7 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = -7 - t \end{cases}$ **C. $\begin{cases} x = t \\ y = -7 \end{cases}$** D. $\begin{cases} x = 3 - 7t \\ y = 1 - 7t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$\overline{AB} = (-2;0) = -2(1;0)$ nên chọn $\vec{u} = (1;0)$ là 1 VTCP của AB và AB đi qua $B(1;-7)$ nên AB có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1 + t' = t \\ y = -7 \end{cases}$.

Cách 2: vì A, B đều có tung độ bằng -7 nên chúng nằm trên đường thẳng $y = -7$.

Câu 53. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1)$ và $B(1;5)$.

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 - 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 3t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Có $\overline{AB} = (-2;6) = -2(1;-3)$

Phương trình tham số của AB đi qua $A(3;-1)$ và có VTCP $\vec{u} = (1;-3)$ là $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 - 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Câu 54. Tìm tọa độ vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-3;2)$ và $B(1;4)$

A. $\vec{u} = (2;1)$ B. $\vec{u} = (-1;2)$ C. $\vec{u} = (-2;6)$ D. $\vec{u} = (1;1)$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Có $\overline{AB} = (4;2) = 2(2;1)$

VTCP của đường thẳng AB là $\vec{u} = (2;1)$.

Câu 55. Đường thẳng đi qua điểm $M(1;2)$ và vuông góc với vector $\vec{n} = (2;3)$ có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x+1}{-3} = \frac{y+2}{2}$ B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3}$ **C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-2}$** D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

VTPT $\vec{n} = (2;3) \Rightarrow$ VTCP $\vec{u} = (3;-2)$

Phương trình chính tắc đi qua $M(1;2)$ và có VTCP $\vec{u} = (3;-2)$ là $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-2}$.

Câu 56. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 12 - 5t \\ y = 3 + 6t \end{cases}$. Điểm nào sau đây nằm trên Δ ?

A. $(12; 0)$.

B. $(7; 5)$.

C. $(20; 9)$.

D. $(-13; 33)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Từ phương trình ta rút được $\frac{12-x}{5} = \frac{y-3}{6}$ (*)

Thay tọa độ điểm vào phương trình (*), tọa độ nào thỏa thì nằm trên đường thẳng.

Câu 57. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 15 \\ y = 6 + 7t \end{cases}$. Viết phương trình tổng quát của Δ .

A. $x + 15 = 0$.

B. $6x - 15y = 0$.

C. $x - 15 = 0$.

D. $x - y - 9 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng có vtcp $\vec{u} = (0; 7)$ nên có vtpt $\vec{n} = (1; 0)$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $(15; 6)$ nên có pttq: $x - 15 = 0$

Câu 58. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 1 + 4t \end{cases}$. Viết phương trình tổng quát của Δ .

A. $4x + 5y - 17 = 0$.

B. $4x + 5y + 17 = 0$.

C. $4x - 5y - 17 = 0$.

D. $4x - 5y + 17 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng Δ đi qua $M(3; 1)$ có vector chỉ phương $\vec{u}(5; -4)$ nên Δ có vector pháp tuyến là $\vec{n}(4; 5)$. Phương trình Δ là $4(x - 3) + 5(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y - 17 = 0$.

Câu 59. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $O(0; 0)$ và song song với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 1 = 0$.

A. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -3t \\ y = 4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3t \\ y = -4t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

+ Thay tọa độ điểm O vào phương trình đường thẳng Δ thấy không thỏa mãn.

+ Do hai đường thẳng song song nên đường thẳng cần tìm nhận $\vec{u}_2(4; 3)$ làm vector chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng cần tìm $\begin{cases} x = 4t \\ y = 3t \end{cases}$

Câu 60. Cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = -9 - 2t \end{cases}$. Phương trình tổng quát của đường thẳng d là

A. $x + 2y - 2 = 0$.

B. $x + 2y + 2 = 0$.

C. $2x + y + 1 = 0$.

D. $2x + y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

d đi qua điểm $(5; -9)$ có VTPT là $\vec{n} = k(2; 1)$, $k \neq 0$

Nên có phương trình là $2x + y - 1 = 0$

Câu 61. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -1)$, $B(-6; 2)$.

A. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -6 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Đường thẳng đi qua $A(3; -1)$, $B(-6; 2)$ có VTCP là $\vec{u} = k(-9; 3)$, $k \neq 0$.

Câu 62. Tìm tọa độ vector chỉ phương của đường phân giác của góc xOy .

A. $(0; 1)$.

B. $(1; 0)$.

C. $(1; -1)$.

D. $(1; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đường phân giác góc xOy đi qua $O(0; 0)$, $A(1; 1)$ nên có vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1)$

Câu 63. Phương trình tham số của đường thẳng $(\Delta): \frac{x}{5} - \frac{y}{7} = 1$ là:

A. $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = -7t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 7t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 5 - 7t \\ y = 5t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 5 + 7t \\ y = 5t \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Gọi $M(a; 0)$ là điểm thuộc Δ .

Ta có: $\frac{a}{5} - \frac{0}{7} = 1 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow A(5; 0)$.

Ta có Δ có vector pháp tuyến là $\vec{n} = \left(\frac{1}{5}; -\frac{1}{7}\right)$ nên có vector chỉ phương là $\vec{u} = (5; 7)$.

Phương trình tham số của Δ là: $(\Delta): \begin{cases} x = 5 + 5t \\ y = 7t \end{cases}$.

Câu 64. Cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = 14 \end{cases}$. Viết phương trình tổng quát của Δ .

A. $x + y - 17 = 0$.

B. $y - 14 = 0$.

C. $y + 14 = 0$.

D. $x - 3 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Δ có vector chỉ phương là $\vec{u} = (-5; 0) \Rightarrow \Delta$ có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (0; 1)$.

Ta có: $A(3; 14) \in \Delta \Rightarrow$ phương trình tổng quát của Δ là $(\Delta): y - 14 = 0$.

Câu 65. Viết phương trình tham số của đường thẳng (D) đi qua điểm $A(-1; 2)$ và song song với đường thẳng $(\Delta): 5x - 13y - 31 = 0$.

A. $\begin{cases} x = 1 - 13t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 13t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$

C. $(D): \begin{cases} x = -1 + 13t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 - 13t \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Δ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (5; -13)$.

$D \in \Delta \Rightarrow D$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (5; -13) \Rightarrow D$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (13; 5)$.

Phương trình tham số của (D) :
$$\begin{cases} x = -1 + 13t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$$

Câu 66. Phương trình nào dưới đây không phải là phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $O(0;0)$ và $M(1;-3)$.

A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 + 6t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 3t \end{cases}$ **C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3t \end{cases}$** D. $\begin{cases} x = -t \\ y = 3t \end{cases}$

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Đường thẳng đi qua điểm $O(0;0)$ (hoặc $M(1;-3)$) và nhận $\overrightarrow{OM} = (1;-3)$ (hoặc $\overrightarrow{MO} = (-1;3)$) làm VTCP

Câu 67. Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm $M(a;b)$.

A. $(0; a+b)$. **B. $(a;b)$.** C. $(a;-b)$. D. $(-a;b)$.

Hướng dẫn giải

$O(0;0), M(a;b) \Rightarrow \overrightarrow{OM} = (a;b)$

Câu 68. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(2;-1)$ và $B(2;5)$.

A. $\begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2t \\ y = -6t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 5 + 6t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 6t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB}(0;6) \Rightarrow \vec{u}_{AB} = (0;1)$

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(2;-1)$ và nhận \vec{u}_{AB} làm vtcp. Phương trình đường thẳng

$AB: \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 + t \end{cases}$

Câu 69. Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3}t \\ y = -\sqrt{2} + 1 + \sqrt{2}t \end{cases}$. Điểm nào sau đây không nằm trên Δ ?

A. $(12 + \sqrt{3}; \sqrt{2})$. B. $(1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{2})$.
C. $(1;1)$. D. $(1 + \sqrt{3}; 1 - \sqrt{2})$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 70. Viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3;0)$ và $B(0;-5)$.

A. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -5t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -5 + 5t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -5 - 5t \end{cases}$ **D. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 5t \end{cases}$**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (3; 5)$. Đường thẳng AB đi qua điểm $A(3; 0)$ và có vtcp $\overrightarrow{BA} = (3; 5)$, phương trình đường thẳng AB là: $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 5t \end{cases}$.

Câu 71. Một đường thẳng có bao nhiêu vector chỉ phương ?

- A. 1. B. 2. C. 3. **D. Vô số**

Hướng dẫn giải

Câu 72. Phương trình tham số của đường thẳng $\Delta: 2x - 6y + 23 = 0$ là:

- A. $\begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = \frac{11}{2} + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = \frac{11}{2} + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = \frac{11}{2} - t \end{cases}$ **D. $\begin{cases} x = 0,5 + 3t \\ y = 4 + t \end{cases}$**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Δ : có vtpt $\vec{n} = (2; -6) \Rightarrow$ vtcp $\vec{u} = (3; 1)$ và qua $M(0,5; 4)$ suy ra Δ có ptts $\begin{cases} x = 0,5 + 3t \\ y = 4 + t \end{cases}$.

Câu 73. Tìm tọa độ vector chỉ phương của đường thẳng song song với trục Ox .

- A. $(0; -1)$. B. $(1; 1)$. C. $(0; 1)$. **D. $(1; 0)$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 74. Tìm tọa độ vector chỉ phương của đường thẳng đi qua 2 điểm phân biệt $A(a; 0)$ và $B(0; b)$.

- A. $(a; -b)$** B. $(b; a)$ C. $(a; b)$ D. $(-b; a)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng đi qua 2 điểm phân biệt $A(a; 0)$ và $B(0; b)$ có vector chỉ phương là $\overrightarrow{BA} = (a; -b)$.

Câu 75. Viết phương trình tham số của đường thẳng (D) đi qua điểm $A(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 4 = 0$.

- A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \end{cases}$ **B. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$** C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = t \\ y = 4 + -2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

(D) đi qua điểm $A(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 4 = 0$ nên (D) vector chỉ phương là $(2; -1)$

Phương trình tham số của đường thẳng (D) : $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 - t \end{cases}$

Câu 76. Cho $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tìm điểm M trên d cách $A(0;1)$ một đoạn bằng 5.

A. $M\left(\frac{8}{3}; \frac{10}{3}\right)$.

B. $M_1(4;4), M_2\left(\frac{44}{5}; \frac{32}{5}\right)$.

C. $M_1(4;4), M_2\left(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

D. $M_1(-4;-4), M_2\left(\frac{24}{5}; \frac{2}{5}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$M(2+2t; 3+t) \in D.$$

$$AM = 5 \Leftrightarrow (2t+2)^2 + (t+2)^2 = 25 \Leftrightarrow 5t^2 + 12t - 17 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow M_1(4;4) \\ t = -\frac{17}{5} \Rightarrow M_2\left(-\frac{24}{5}; -\frac{2}{5}\right) \end{cases}$$

PHƯƠNG TRÌNH TỔNG QUÁT CỦA ĐƯỜNG THẲNG.

Câu 77. Cho phương trình: $Ax + By + C = 0$ (1) với $A^2 + B^2 > 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. (1) là phương trình tổng quát của đường thẳng có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B)$.

B. $A = 0$ thì đường thẳng (1) song song hay trùng với $x'Ox$.

C. $B = 0$ thì đường thẳng (1) song song hay trùng với $y'Oy$.

D. Điểm $M_0(x_0; y_0)$ thuộc đường thẳng (1) khi và chỉ khi $Ax_0 + By_0 + C = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$M_0(x_0; y_0) \text{ nằm trên đường thẳng khi và chỉ khi } Ax_0 + By_0 + C = 0.$$

Câu 78. Mệnh đề nào sau đây sai?

Đường thẳng d được xác định khi biết:

A. Một vector pháp tuyến hoặc một vector chỉ phương.

B. Hệ số góc và một điểm.

C. Một điểm thuộc d và biết d song song với một đường thẳng cho trước.

D. Hai điểm phân biệt của d .

Hướng dẫn giải

Chọn A

Biết vector pháp tuyến hoặc vector chỉ phương thì đường thẳng chưa xác định (thiếu một điểm mà đường thẳng đi qua).

Câu 79. Cho tam giác ABC . Hỏi mệnh đề nào sau đây sai?

A. \overline{BC} là một vector pháp tuyến của đường cao AH .

B. \overline{BC} là một vector chỉ phương của đường thẳng BC .

C. Các đường thẳng AB, BC, CA đều có hệ số góc.

D. Đường trung trực của AB có \overline{AB} là vector pháp tuyến.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Sai. Vì nếu có một trong ba đường thẳng AB, BC, CA song song hay trùng với $y'Oy$ thì không có hệ số góc.

Câu 80. Cho đường thẳng d có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (A; B)$.

Mệnh đề nào sau đây sai ?

A. Vectơ $\vec{u}_1 = (B; -A)$ là vectơ chỉ phương của d .

B. Vectơ $\vec{u}_2 = (-B; A)$ là vectơ chỉ phương của d .

C. Vectơ $\vec{n}' = (kA; kB)$ với $k \in \mathbb{R}$ cũng là vectơ pháp tuyến của d .

D. d có hệ số góc là $k = -\frac{A}{B}$ (nếu $B \neq 0$).

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\vec{n} = (kA; kB)$ không thể là vectơ pháp tuyến của d khi $k = 0$.

Câu 81. Cho đường thẳng $d: 2x + 3y - 4 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của d ?

A. $\vec{n}_1 = (3; 2)$.

B. $\vec{n}_2 = (-4; -6)$.

C. $\vec{n}_3 = (2; -3)$.

D. $\vec{n}_4 = (-2; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Một vectơ pháp tuyến của d là $\vec{n} = (2; 3)$ nên vectơ $-\vec{n} = (-2; -3)$ là vectơ pháp tuyến của d .

Câu 82. Cho đường thẳng $d: 3x - 7y + 15 = 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\vec{u} = (7; 3)$ là vectơ chỉ phương của d .

B. d có hệ số góc $k = \frac{3}{7}$.

C. d không qua gốc toạ độ.

D. d đi qua 2 điểm $M\left(-\frac{1}{3}; 2\right)$ và $N(5; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cho $y = 0 \Rightarrow 3x + 15 = 0 \Rightarrow x = -5$. Vậy d qua $N(-5; 0)$.

Câu 83. Cho đường thẳng $d: x - 2y + 1 = 0$. Nếu đường thẳng Δ qua điểm $M(1; -1)$ và Δ song song với d thì Δ có phương trình:

A. $x - 2y - 3 = 0$.

B. $x - 2y + 5 = 0$.

C. $x - 2y + 3 = 0$.

D. $x + 2y + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

D có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -2)$.

d qua $M(1; -1)$ và $d \parallel D$ nên $d: 1(x-1) - 2(y+1) = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 3 = 0$.

Câu 84. Cho ba điểm $A(1; -2), B(5; -4), C(-1; 4)$. Đường cao AA' của tam giác ABC có phương trình:

A. $3x - 4y + 8 = 0$.

B. $3x - 4y - 11 = 0$.

C. $-6x + 8y + 11 = 0$.

D. $8x + 6y + 13 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$AA' \perp BC$, $\overline{BC} = (-6; 8) = -2(3; -4)$, nên đường cao AA' có phương trình

$$3(x-1) - 4(y+2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y - 11 = 0$$

Câu 85. Đường thẳng $\Delta: 3x - 2y - 7 = 0$ cắt đường thẳng nào sau đây?

A. $d_1: 3x + 2y = 0$.

B. $d_2: 3x - 2y = 0$.

C. $d_3: -3x + 2y - 7 = 0$.

D. $d_4: 6x - 4y - 14 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\Delta: 3x - 2y - 7 = 0$ và $d_1: 3x + 2y = 0$ có $\frac{3}{3} \neq \frac{-2}{2} \Rightarrow \Delta$ cắt d_1 .

Câu 86. Đường thẳng $d: 4x - 3y + 5 = 0$. Một đường thẳng Δ đi qua gốc tọa độ và vuông góc với d có phương trình:

A. $4x + 3y = 0$.

B. $3x - 4y = 0$.

C. $3x + 4y = 0$.

D. $4x - 3y = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Δ vuông góc với d nên Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3; 4)$ và Δ qua O nên có phương trình $3x + 4y = 0$ ($c = 0$).

Câu 87. Cho ba điểm $A(-4; 1), B(2; -7), C(5; -6)$ và đường thẳng $d: 3x + y + 11 = 0$. Quan hệ giữa d và tam giác ABC là:

A. đường cao vẽ từ A .

B. đường cao vẽ từ B .

C. trung tuyến vẽ từ A .

D. phân giác góc \widehat{BAC} .

Hướng dẫn giải

Chọn A

Nhận xét: Tọa độ của A là nghiệm đúng phương trình của d và vectơ $\overline{BC} = (3; 1)$ là vectơ pháp tuyến của d . Do đó d là đường thẳng chứa đường cao của tam giác ABC , vẽ từ A .

Câu 88. Gọi H là trực tâm tam giác ABC , phương trình của các cạnh và đường cao tam giác là:

$AB: 7x - y + 4 = 0; BH: 2x + y - 4 = 0; AH: x - y - 2 = 0$.

Phương trình đường cao CH của tam giác ABC là:

A. $7x + y - 2 = 0$.

B. $7x - y = 0$.

C. $x - 7y - 2 = 0$.

D. $x + 7y - 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$CH \perp AB$ mà $AB: 7x - y + 4 = 0$ nên CH có phương trình $1(x - x_H) + 7(y - y_H) = 0$

$1(x - x_H) + 7(y - y_H) = 0$ trong đó x_H, y_H là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$. Từ đó

$H(2; 0)$.

Vậy $1(x - 2) + 7(y - 0) = 0 \Leftrightarrow x + 7y - 2 = 0$.

Ghi chú: Có thể đoán nhanh kết quả này như sau: Đường cao $CH \perp AB$ nên CH có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 7)$. Vậy chỉ chọn (D).

- Câu 89.** Cho tam giác ABC có $A(-1;3), B(-2;0), C(5;1)$. Phương trình đường cao vẽ từ B là:
A. $x-7y+2=0$. **B.** $3x-y+6=0$. **C.** $x+3y-8=0$. **D.** $3x-y+12=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường cao vẽ từ $B(-2;0)$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{AC} = (6; -2)$ hay $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = (3; -1)$, nên có phương trình là: $3(x+2)-y=0$ hay $3x-y+6=0$.

- Câu 90.** Cho tam giác ABC có $A(-1;3), B(-2;0), C(5;1)$. Trực tâm H của tam giác ABC có tọa độ là:
A. $(3; -1)$. **B.** $(-1; 3)$. **C.** $(1; -3)$. **D.** $(-1; -3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\overrightarrow{AB} = (-1; -3), \overrightarrow{AC} = (6; -2)$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A , do đó trực tâm $H \equiv A$
 Vậy $H(-1; 3)$

- Câu 91.** Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm $A(-2;4)$ và $B(-6;1)$ là:
A. $3x+4y-10=0$. **B.** $3x-4y+22=0$. **C.** $3x-4y+8=0$. **D.** $3x-4y-22=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$AB: \frac{x+2}{-6+2} = \frac{y-4}{1-4} \Leftrightarrow 3x-4y+22=0$$

- Câu 92.** Phương trình đường thẳng qua $M(5; -3)$ và cắt 2 trục $x'Ox, y'Oy$ tại 2 điểm A và B sao cho M là trung điểm của AB là:
A. $3x-5y-30=0$. **B.** $3x+5y-30=0$. **C.** $5x-3y-34=0$. **D.** $3x+5y+30=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

M : trung điểm của $AB \Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. Đường thẳng này qua điểm $M(2; -3)$ nên $\frac{2}{a} - \frac{3}{b} = 1$. Ta

$$\text{có: } |a| = |b| \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \Rightarrow \frac{2}{a} - \frac{3}{b} = 1 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow x + y + 1 = 0 \\ a = -b \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{3}{b} = 1 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow x - y - 5 = 0 \end{cases}$$

Ghi chú: Có thể giải nhanh như sau: ΔOAB vuông cân nên cạnh AB song song với phân giác góc phần tư thứ I, hoặc II. Do đó, $\vec{n} = (1; 1)$, hay $(1; -1)$. Như thế khả năng chọn là một trong hai câu (A) hoặc (B). Thay tọa độ điểm M vào, loại được (B) và chọn (A).

- Câu 93.** Viết phương trình đường thẳng qua $M(2; -3)$ và cắt hai trục Ox, Oy tại A và B sao cho tam giác OAB vuông cân.

A. $\begin{cases} x+y+1=0 \\ x-y-5=0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x+y-1=0 \\ x-y-5=0 \end{cases}$. **C.** $x+y+1=0$. **D.** $x+y+5=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng $AB: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. Đường thẳng này đi qua $M(2; -3)$ nên $\frac{2}{a} - \frac{3}{b} = 1$. Ta

$$\text{có: } |a| = |b| \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \Rightarrow \frac{2}{a} - \frac{3}{a} = 1 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow x + y + 1 = 0 \\ a = -b \Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{3}{a} = 1 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow x - y - 5 = 0 \end{cases}$$

Ghi chú có thể giải nhanh như sau: $\triangle OAB$ vuông nên cạnh AB song song với phân giác của góc phần tư thứ nhất hoặc thứ hai. Do đó $\vec{n} = (1; 1)$, hay $\vec{n} = (1; -1)$. Như thế, khả năng chọn một trong hai câu A hoặc B. Thay tọa độ M vào loại được đáp án B và chọn đáp án A.

Câu 94. Cho $A(-2; 3), B(4; -1)$. Viết phương trình trung trực đoạn AB .

- A. $x + y + 1 = 0$. B. $2x - 3y + 1 = 0$. C. $2x + 3y - 5 = 0$. D. $3x - 2y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\overline{AB} = (6; -4) = 2(3; -2)$. Trung trực của AB có véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; -2)$ và đi qua $M(1; 1)$ nên có phương trình: $3(x - 1) - 2(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y - 1 = 0$.

Câu 95. Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $d: y = 2x - 1$?

- A. $2x - y + 5 = 0$. B. $2x - y - 5 = 0$. C. $-2x + y = 0$. D. $2x + y - 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

(d): $y = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$ và đường thẳng $2x + y - 5 = 0$ không song song vì $\frac{2}{2} \neq \frac{-1}{1}$.

Câu 96. Hai đường thẳng $d_1: mx + y = m + 1$; $d_2: x + my = 2$ cắt nhau khi và chỉ khi:

- A. $m \neq 2$. B. $m \neq \pm 1$. C. $m \neq 1$. D. $m \neq -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$D_1 \text{ cắt } D_2 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} m & 1 \\ 1 & m \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow m^2 - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 1.$$

Câu 97. Hai đường thẳng $d_1: mx + y = m + 1$; $d_2: x + my = 2$ song song khi và chỉ khi:

- A. $m = 2$. B. $m = \pm 1$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$D_1 // D_2 \Leftrightarrow \frac{m}{1} = \frac{1}{m} \neq \frac{m+1}{2}.$$

$$\text{Khi } m = 1 \text{ ta có: } \frac{1}{1} = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} \Rightarrow D_1 \equiv D_2.$$

$$\text{Khi } m = -1 \text{ ta có: } \frac{-1}{1} = \frac{1}{-1} \neq \frac{0}{2} \Rightarrow D_1 // D_2.$$

Câu 98. Hai đường thẳng $d_1 : 4x + 3y - 18 = 0$; $d_2 : 3x + 5y - 19 = 0$ cắt nhau tại điểm có tọa độ:

A. $(3; 2)$.

B. $(-3; 2)$.

C. $(3; -2)$.

D. $(-3; -2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giải hệ phương trình $\begin{cases} 4x + 3y - 18 = 0 \\ 3x + 5y - 19 = 0 \end{cases}$ ta được $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$.

Câu 99. Giả sử đường thẳng d có hệ số góc k và đi qua điểm $A(-1; 7)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến d bằng 5 thì k bằng:

A. $k = \frac{3}{4}$ hoặc $k = \frac{4}{3}$.

B. $k = \frac{3}{4}$ hoặc $k = -\frac{4}{3}$.

C. $k = -\frac{3}{4}$ hoặc $k = \frac{4}{3}$.

D. $k = -\frac{3}{4}$ hoặc $k = -\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình đường thẳng D là: $y - 7 = k(x + 1) \Leftrightarrow kx - y + 7 + k = 0$

$d(O, D) = 5 \Leftrightarrow \frac{|7 + k|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 5 \Leftrightarrow k^2 + 14k + 49 = 25k^2 + 25$

$\Leftrightarrow 24k^2 - 14k - 24 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{4}{3}$ hay $k = -\frac{3}{4}$.

Câu 100. Khoảng cách từ điểm $M(3; -4)$ đến đường thẳng $\Delta : 3x - 4y - 1 = 0$ bằng:

A. $\frac{12}{5}$.

B. $\frac{24}{5}$.

C. $\frac{12}{5}$.

D. $\frac{8}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 3 - 4(-4) - 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{24}{5}$.

Câu 101. Tìm trên $y'Oy$ những điểm cách $d : 3x - 4y - 1 = 0$ một đoạn bằng 2.

A. $M\left(0; \frac{9}{2}\right)$ và $N\left(0; -\frac{11}{2}\right)$.

B. $M(0; 9)$ và $N(0; -11)$.

C. $M\left(0; \frac{7}{3}\right)$ và $N\left(0; -\frac{11}{3}\right)$.

D. $M\left(0; \frac{9}{4}\right)$ và $N\left(0; -\frac{11}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Lấy điểm $M(0; y) \in y'Oy$.

$d(M, d) = 2 \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 0 - 4y - 1|}{\sqrt{9 + 16}} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{9}{4} \Rightarrow M\left(0; \frac{9}{4}\right) \\ y = -\frac{11}{4} \Rightarrow M\left(0; -\frac{11}{4}\right) \end{cases}$.

Câu 102. Những điểm $M \in d : 2x + y - 1 = 0$ mà khoảng cách đến $d' : 3x + 4y - 10 = 0$ bằng 2 có tọa độ:

A. (3;1).

B. (1;5).

C. $\left(-\frac{16}{5}; \frac{37}{5}\right)$ và $\left(\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}\right)$.

D. $\left(\frac{16}{5}; -\frac{37}{5}\right)$ và $\left(-\frac{4}{5}; \frac{3}{5}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Lấy điểm $M_0(x_0; 1-2x_0) \in D$,

$$d(M, d) = 2 \Leftrightarrow \frac{|3x_0 + 4(1-2x_0) - 10|}{\sqrt{9+16}} = 2 \Leftrightarrow (5x_0 + 6)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{4}{5} \Rightarrow y_0 = -\frac{3}{5} \Rightarrow M\left(\frac{4}{5}; -\frac{3}{5}\right) \\ x_0 = -\frac{16}{5} \Rightarrow y_0 = \frac{37}{5} \Rightarrow M\left(-\frac{16}{5}; \frac{37}{5}\right) \end{cases}$$

Câu 103. Tìm điểm M trên trục $x'Ox$ cách đều hai đường thẳng:

$$d_1 : x - 2y + 3 = 0; d_2 : 2x + y - 1 = 0.$$

A. $M_1(4;0)$ và $M_2\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$.

B. $M_1(4;0)$ và $M_2(-4;0)$.

C. $M_1(4;0)$.

D. $M_1(4;0)$ và $M_2\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Lấy điểm $M(x; 0) \in x'Ox$.

$$d(M, D_1) = d(M, D_2) \Leftrightarrow \frac{|x+3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x-1|}{\sqrt{5}}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3 = 2x-1 \\ x+3 = -2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy có hai điểm $M_1(4;0), M_2\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$.

Câu 104. Tính góc giữa hai đường thẳng: $d : 5x + y - 3 = 0; d_2 : 5x - y + 7 = 0$.

A. 45° .

B. $76^\circ 13'$.

C. $62^\circ 32'$.

D. $22^\circ 37'$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\cos(D, D') = \frac{|5 \cdot 5 + 1 \cdot (-1)|}{\sqrt{25+1} \cdot \sqrt{25+1}} = \frac{12}{13} \Rightarrow (D, D') \approx 22^\circ 37'$$

Câu 105. Tìm phương trình các đường phân giác của góc tạo bởi trục hoành và đường thẳng

$$d : 4x - 3y + 13 = 0.$$

A. $2x + y - 13 = 0$ và $2x - y - 13 = 0$.

B. $2x + y + 13 = 0$ và $2x - y + 13 = 0$.

C. $4x - 8y + 13 = 0$ và $4x + 2y + 13 = 0$.

D. $4x + 8y + 13 = 0$ và $4x - 2y + 13 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình các đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng

$$d: 4x - 3y + 13 = 0 \text{ và } y = 0 \text{ là: } \frac{4x - 3y + 13}{\sqrt{16 + 9}} = y \text{ và } \frac{4x - 3y + 13}{\sqrt{16 + 9}} = -y$$

$$\text{hay: } 4x - 8y + 13 = 0 \text{ và } 4x + 2y + 13 = 0.$$

Câu 106. Viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(-2; 0)$ và tạo với đường thẳng $d: x + 3y - 3 = 0$ một góc 45° .

A. $2x - y + 4 = 0$ và $x + 2y + 2 = 0$.

B. $2x + y + 4 = 0$ và $x - 2y + 2 = 0$.

C. $(6 + 5\sqrt{3})x + 3y + 2(6 + 5\sqrt{3}) = 0$ và $(6 - 5\sqrt{3})x + 3y + 2(6 - 5\sqrt{3}) = 0$.

D. $2x - y + 4 = 0$ và $x + 2y + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng D có dạng: $A(x + 2) + By = 0$.

Theo giả thiết, ta có: $\cos(D, d) = \frac{|A + 3B|}{\sqrt{A^2 + B^2} \cdot \sqrt{10}} = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, hay:

$$2A^2 - 3AB - 2B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{A}{B} = 2 \Rightarrow A = 2, B = 1 \\ \frac{A}{B} = -\frac{1}{2} \Rightarrow A = 1, B = -2 \end{cases}$$

Vậy: $D: 2x + y + 4 = 0$ hoặc $D: x - 2y + 2 = 0$.

Câu 107. Cho ΔABC với $A(4; -3), B(1; 1), C(-1; -\frac{1}{2})$. Phân giác trong của góc B có phương trình:

A. $7x - y - 6 = 0$.

B. $7x + y - 6 = 0$.

C. $7x - y + 6 = 0$.

D. $7x + y + 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi I là chân đường phân giác trong góc B , ta có:

$$\frac{\overline{IA}}{\overline{IC}} = -\frac{BA}{BC} = -\frac{\sqrt{(1-4)^2 + (1+3)^2}}{\sqrt{(1+1)^2 + (1+\frac{1}{2})^2}} = -2 \Rightarrow I \begin{cases} x = \frac{4 + 2(-1)}{1 + 2} = \frac{2}{3} \\ y = \frac{-3 + 2(-\frac{1}{2})}{3} = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

Phân giác trong là đường thẳng qua B, I nên có phương trình:

$$\frac{x - \frac{1}{2}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{y - 1}{1 + \frac{4}{3}} \Leftrightarrow 7x - y - 6 = 0.$$

Câu 108. Phân giác của góc nhọn tạo bởi 2 đường thẳng $d_1: 3x + 4y - 5 = 0$ và $d_2: 5x - 12y + 3 = 0$ có phương trình:

A. $8x - 8y - 1 = 0$.

B. $7x + 56y - 40 = 0$.

C. $64x - 8y - 53 = 0$.

D. $7x + 56y + 40 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

D_1 có vecto pháp tuyến $\vec{n}_1 = (3; 4)$, D_2 có vecto pháp tuyến $\vec{n}_2 = (5; -12)$.

Do đó $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 15 - 48 = -33 < 0$. Vậy phương trình phân giác góc nhọn tạo bởi D_1 và D_2 là:

$$\frac{3x+4y-5}{5} = \frac{5x-12y+3}{13} \Leftrightarrow 7x+56y-40=0.$$

Câu 109. Cho ba điểm $A(-6; 3), B(0; -1), C(3; 2)$. Điểm M trên đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$ mà

$|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ nhỏ nhất là:

A. $M\left(\frac{13}{15}; \frac{19}{15}\right)$. B. $M\left(\frac{26}{15}; \frac{97}{15}\right)$. C. $M\left(\frac{13}{15}; \frac{71}{15}\right)$. **D. $M\left(-\frac{13}{15}; \frac{19}{15}\right)$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D

$M(x; y) \in D \Rightarrow M(x; 2x+3)$. Suy ra: $\vec{MA} = (-x-6; -2x)$,

$\vec{MB} = (-x; -2x-4)$, $\vec{MC} = (-x+3; -2x-1)$. Do đó:

$$\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = (-3x-3; -6x-5)$$

$$|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = \sqrt{(3x+3)^2 + (6x+5)^2} = \sqrt{45x^2 + 78x + 34}$$

$$|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow f(x) = 45x^2 + 78x + 34 \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{13}{15} \\ y = \frac{19}{15} \end{cases}.$$

Ghi chú. Giải cách khác: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$ nên:

$|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow |\vec{MG}|$ nhỏ nhất.

Mà $G\left(-1; \frac{4}{3}\right)$, $M(x; 2x+3)$ nên ta có:

$$|\vec{MG}| = MG = \sqrt{(x+1)^2 + \left(2x + \frac{5}{3}\right)^2} \text{ nhỏ nhất} \Rightarrow x = -\frac{13}{15} \Rightarrow y = \frac{19}{15} \Rightarrow M\left(-\frac{13}{15}; \frac{19}{15}\right)$$

Câu 110. Cho đường thẳng $d: (m+2)x + (1-m)y + 2m+1 = 0$. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

A. d có hệ số góc $k = \frac{m+2}{m-1}$, $\forall m \in \mathbb{R}$.

B. d luôn đi qua điểm $M(-1; 1)$.

C. d luôn qua hai điểm cố định.

D. d không có điểm cố định nào.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Khi $m = 1$, $D: x = -1$: không có k . Thế tọa độ của $M(-1; 1)$ vào phương trình đường thẳng D

ta có: $(m+2)(-1) + (1-m) \cdot 1 + 2m+1 = 0 \Leftrightarrow 0m+0=0$, điều này đúng với mọi $m \in \mathbb{R}$. Vậy

$M(-1; 1)$ là điểm cố định của D .

Câu 111. Cho ba đường thẳng $d_1: x + y - 1 = 0, d_2: -mx + y + m = 0, d_3: 2x + my - 2 = 0$. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

I. Điểm $A(1; 0) \in d_1$.

II. d_2 luôn qua điểm $A(1; 0)$.

III. d_1, d_2, d_3 đồng quy.

A. Chỉ I.

B. Chỉ II.

C. Chỉ III.

D. Cả I, II, III.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tọa độ điểm A nghiệm đúng cả 3 phương trình cho nên I, II và III đều đúng.

Câu 112. Cho đường thẳng $d: x + y - 3 = 0$ chia mặt phẳng thành hai miền, và ba điểm $A(1; \sqrt{3})$, $B(1; \sqrt{5})$, $C(0; \sqrt{10})$. Hỏi điểm nào trong 3 điểm trên nằm cùng miền với gốc tọa độ O ?

A. Chỉ B .

B. Chỉ B và C .

C. Chỉ A .

D. Chỉ A và C .

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $f(x; y) = x + y - 3$.

Ta có: $f(0; 0) = -3 < 0$;

$f(1; \sqrt{3}) = 1 + \sqrt{3} - 3 = \sqrt{3} - 2 < 0$;

$f(1; \sqrt{5}) = \sqrt{5} - 2 > 0$;

$f(0; \sqrt{10}) = \sqrt{10} - 3 > 0$

Vậy điểm $A(1; \sqrt{3})$ cùng miền với gốc tọa độ O .

Câu 113. Cho tam giác ABC với $A(3; 2), B(-6; 3), C(0; -1)$. Hỏi đường thẳng $d: 2x - y - 3 = 0$ cắt cạnh nào của tam giác?

A. cạnh AC và BC .

B. cạnh AB và AC .

C. cạnh AB và BC .

D. Không cắt cạnh nào cả.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $f(x; y) = 2x - y - 3$. Ta có:

$f(3; 2) = 6 - 2 - 3 = 1 > 0$; $f(-6; 3) = -12 - 3 - 3 < 0$; $f(0; -1) = -1 - 3 < 0$;

$f(3; 2)$ và $f(-6; 3)$ trái dấu nên D cắt cạnh AB .

Tương tự, $f(3; 2)$ và $f(0; -1)$ trái dấu nên D cắt cạnh AC .

Câu 114. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(-2; 4), B(1; 0)$ là

A. $4x + 3y + 4 = 0$.

B. $4x + 3y - 4 = 0$.

C. $4x - 3y + 4 = 0$.

D. $4x - 3y - 4 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có $\overline{AB} = (3; -4)$ nên phương trình đường thẳng AB là $\frac{x-1}{3} = \frac{y-0}{-4} \Leftrightarrow 4x + 3y - 4 = 0$

Câu 115. Phương trình đường trung trực của đoạn AB với $A(1; 5), B(-3; 2)$ là

A. $6x + 8y + 13 = 0$.

B. $8x + 6y + 13 = 0$.

C. $8x + 6y - 13 = 0$.

D. $-8x + 6y - 13 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $M\left(-1; \frac{7}{2}\right)$ là trung điểm đoạn AB và $\overline{BA} = (4; 3)$ là vectơ pháp tuyến của đường trung trực đoạn AB .

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là: $4(x+1)+3\left(y-\frac{7}{2}\right)=0 \Leftrightarrow 8x+6y-13=0$.

Câu 116. Phương trình đường thẳng Δ qua $A(-3;4)$ và vuông góc với đường thẳng $d:3x+4y-12=0$ là

- A.** $3x-4y+24=0$. **B.** $4x-3y+24=0$. **C.** $3x-4y-24=0$. **D.** $4x-3y-24=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x+3}{3}=\frac{y-4}{4} \Leftrightarrow 3x-4y+24=0$.

Câu 117. Phương trình đường thẳng đi qua $N(1;2)$ và song song với đường thẳng $2x+3y-12=0$ là

- A.** $2x+3y-8=0$. **B.** $2x+3y+8=0$. **C.** $4x+6y+1=0$. **D.** $2x-3y-8=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Phương trình đường thẳng cần tìm là $2(x-1)+3(y-2)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-8=0$.

Câu 118. Phương trình đường thẳng cắt hai trục tọa độ tại $A(-2;0)$ và $B(0;3)$ là

- A.** $\frac{x}{3}-\frac{y}{2}=1$. **B.** $3x-2y-6=0$. **C.** $2x+3y-6=0$. **D.** $3x-2y+6=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Phương trình đoạn chắn là $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}=1 \Leftrightarrow 3x-2y+6=0$.

Câu 119. Phương trình đường thẳng d qua $M(1;4)$ và chắn trên hai trục tọa độ những đoạn bằng nhau là

- A.** $x-y+3=0$. **B.** $x-y-3=0$. **C.** $x+y-5=0$. **D.** $x+y+5=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Do $M(1;4)$ thuộc góc phần tư thứ Nhất nên đường thẳng cần tìm song song với đường thẳng $(d_{II,IV}):y=-x$, vậy đường thẳng cần tìm có phương trình $-(x-1)=y-4 \Leftrightarrow x+y-5=0$.

Câu 120. Cho tam giác ABC có $A(2;0), B(0;3), C(-3;1)$. Đường thẳng qua B và song song với AC có phương trình là

- A.** $5x-y+3=0$. **B.** $5x+y-3=0$. **C.** $x+5y-15=0$. **D.** $x-5y+15=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AC}=(-5;1)$, vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\frac{x-0}{-5}=\frac{y-3}{1} \Leftrightarrow x+5y-15=0$.

Câu 121. Tam giác ABC có đỉnh $A(-1;-3)$. Phương trình đường cao $BB':5x+3y-25=0$. Tọa độ đỉnh C là

- A.** $C(0;4)$. **B.** $C(0;-4)$. **C.** $C(4;0)$. **D.** $C(-4;0)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Đường thẳng AC có phương trình là $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{3} \Leftrightarrow 3x-5y-12=0$. Do $3.(4)-5.(0)-12=0$ nên tọa độ điểm cần tìm là $C(4;0)$.

Câu 122. Tam giác ABC có đỉnh $A(-1;-3)$. Phương trình đường cao $BB':5x+3y-25=0$, phương trình đường cao $CC':3x+8y-12=0$. Tọa độ đỉnh B là

- A. $B(5;2)$. **B. $B(2;5)$.** C. $B(5;-2)$. D. $B(2;-5)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Đường thẳng AB có phương trình $8(x+1)-3(y+3)=0 \Leftrightarrow 8x-3y-1=0$ nên tọa độ điểm

$$B(x;y) \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} 8x-3y=1 \\ 5x+3y=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}.$$

Câu 123. Cho tam giác ABC với $A(1;1), B(0;-2), C(4;2)$. Phương trình tổng quát của đường trung tuyến qua A của tam giác ABC là

- A. $2x+y-3=0$. **B. $x+y-2=0$.** C. $x+2y-3=0$. D. $x-y+2=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có $M(2;0)$ là trung điểm đoạn BC . Do $\overline{AM}=(1;-1)$ nên phương trình đường thẳng AM là

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} \Leftrightarrow x+y-2=0.$$

Câu 124. Cho $A(-2;5), B(2;3)$. Đường thẳng $d : x-4y+4=0$ cắt AB tại M . Tọa độ điểm M là:

- A. $(4;-2)$ B. $(-4;2)$ **C. $(4;2)$** D. $(2;4)$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm A và B : điểm đi qua $A(-2;5)$, vector chỉ phương $\overline{AB}=(4;-2) \Rightarrow$ vector pháp tuyến $\vec{n}=(2;4)$

$$AB : 2(x+2)+4(y-5)=0 \Leftrightarrow 2x+4y-16=0$$

Gọi M là tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và đường thẳng d . Tọa độ M thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} x-4y+4=0 \\ 2x+4y-16=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-4y=-4 \\ 2x+4y=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow M(4;2)$$

Câu 125. Cho tam giác ABC có $A(2;6), B(0;3), C(4;0)$. Phương trình đường cao AH của ΔABC là:

- A. $4x-3y+10=0$** B. $3x+4y-30=0$ C. $4x-3y-10=0$ D. $3x-4y+18=0$

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Viết phương trình đường thẳng đường cao AH : điểm đi qua $A(2;6) \Rightarrow$ vector pháp tuyến

$$\vec{n}=(4;-3) \quad AH : 4(x-2)-3(y-6)=0 \Leftrightarrow 4x-3y+10=0$$

Câu 126. Viết phương trình đường thẳng qua giao điểm của hai đường thẳng $2x-y+5=0$ và $3x+2y-3=0$ và đi qua điểm $A(-3;-2)$

A. $5x + 2y + 11 = 0$

B. $x - y - 3 = 0$

C. $5x - 2y + 11 = 0$

D. $2x - 5y + 11 = 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Gọi B là tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng. Tọa độ B thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 3x + 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -5 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow B(-1; 3)$$

Viết phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm A và B : điểm đi qua $A(-3; -2)$, vector chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (2; 5) \Rightarrow$ vector pháp tuyến $\vec{n} = (5; -2)$

$$AB: 5(x + 3) - 2(y + 2) = 0 \Leftrightarrow 5x - 2y + 11 = 0$$

Câu 127. Cho hai đường thẳng $d_1: x + y - 1 = 0$, $d_2: x - 3y + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d đối xứng với d_1 qua đường thẳng d_2 là:

A. $x - 7y + 1 = 0$

B. $x + 7y + 1 = 0$

C. $7x + y + 1 = 0$

D. $7x - y + 1 = 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ x - 3y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(0; 1)$$

Lấy $M(1; 0) \in d_1$. Tìm M' đối xứng M qua d_2

Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với d_2 : $\Delta: 3x + y - 3 = 0$

Gọi H là giao điểm của Δ và đường thẳng d_2 . Tọa độ H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x + y - 3 = 0 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y = 3 \\ x - 3y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right)$$

Ta có H là trung điểm của MM' . Từ đó suy ra tọa độ $M'\left(\frac{1}{5}; \frac{12}{5}\right)$

Viết phương trình đường thẳng d đi qua 2 điểm A và M' : điểm đi qua $A(0; 1)$, vector chỉ

phương $\overrightarrow{AM'} = \left(\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right) \Rightarrow$ vector pháp tuyến $\vec{n} = \left(\frac{7}{5}; -\frac{1}{5}\right)$

$$d: \frac{7}{5}(x - 0) - \frac{1}{5}(y - 1) = 0 \Leftrightarrow 7x - y + 1 = 0$$

Câu 128. Cho hai đường thẳng $d: 2x - y + 3 = 0$ và $\Delta: x + 3y - 2 = 0$. Phương trình đường thẳng d' đối xứng với d qua Δ là:

A. $11x + 13y - 2 = 0$

B. $11x - 2y + 13 = 0$

C. $13x - 11y + 2 = 0$

D. $11x + 2y - 13 = 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Giao điểm của d và Δ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ x + 3y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -3 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow A(-1; 1)$$

Lấy $M(0;3) \in d$. Tìm M' đối xứng M qua Δ

Viết phương trình đường thẳng Δ' đi qua M và vuông góc với Δ : $\Delta': 3x - y + 3 = 0$

Gọi H là giao điểm của Δ' và đường thẳng Δ . Tọa độ H là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x+3y-2=0 \\ 3x-y+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3y=2 \\ 3x-y=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{7}{10} \\ y=\frac{9}{10} \end{cases} \Rightarrow H\left(-\frac{7}{10}; \frac{9}{10}\right)$$

Ta có H là trung điểm của MM' . Từ đó suy ra tọa độ $M'\left(-\frac{7}{5}; -\frac{6}{5}\right)$

Viết phương trình đường thẳng d' đi qua 2 điểm A và M' : đi qua $A(-1;1)$, vector chỉ

phương $\overrightarrow{AM'} = \left(\frac{2}{5}; \frac{11}{5}\right) \Rightarrow$ vector pháp tuyến $\vec{n} = \left(\frac{11}{5}; -\frac{2}{5}\right)$

$$d': \frac{11}{5}(x+1) - \frac{2}{5}(y-1) = 0 \Leftrightarrow 11x - 2y + 13 = 0$$

Câu 129. Cho 3 đường thẳng $d_1: 3x - 2y + 5 = 0$, $d_2: 2x + 4y - 7 = 0$, $d_3: 3x + 4y - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của d_1 và d_2 và song song với d_3 là:

A. $24x + 32y - 73 = 0$ B. $24x + 32y + 73 = 0$ C. $24x - 32y + 73 = 0$ D. $24x - 32y - 73 = 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ 2x + 4y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-17}{8} \\ y = \frac{-11}{16} \end{cases}$

Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $A\left(\frac{-17}{8}; \frac{-11}{16}\right)$ nhận $\vec{n}_3 = (3; 4)$ làm

véc tơ pháp tuyến có dạng: $3\left(x + \frac{17}{8}\right) + 4\left(y + \frac{11}{16}\right) = 0 \Leftrightarrow 24x + 32y + 73 = 0$.

Câu 130. Cho ba đường thẳng: $d_1: 2x - 5y + 3 = 0$, $d_2: x - 3y - 7 = 0$, $\Delta: 4x + y - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d qua giao điểm của d_1 và d_2 và vuông góc với Δ là:

A. $x - 4y + 24 = 0$ B. $x + 4y - 24 = 0$ C. $x + 4y + 24 = 0$ D. $x - 4y - 24 = 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x - 5y + 3 = 0 \\ x - 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -44 \\ y = -17 \end{cases}$

Vì $d \perp \Delta$ nên $\vec{u}_d = \vec{n}_\Delta = (4; 1) \Rightarrow \vec{n}_d = (1; -4)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua điểm $A(-44; -17)$ nhận $\vec{n}_d = (1; -4)$ làm

véc tơ pháp tuyến có dạng: $1(x + 44) - 4(y + 17) = 0 \Leftrightarrow x - 4y - 24 = 0$.

Câu 131. Với giá trị nào của m thì ba đường thẳng sau đồng quy ?

$$d_1: 3x - 4y + 15 = 0, \quad d_2: 5x + 2y - 1 = 0, \quad d_3: mx - 4y + 15 = 0.$$

A. $m = -5$

B. $m = 5$

C. $m = 3$

D. $m = -3$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

$$\text{Giao điểm của } d_1 \text{ và } d_2 \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} 3x - 4y + 15 = 0 \\ 5x + 2y - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy d_1 cắt d_2 tại $A(-1; 3)$

Để ba đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy thì d_3 phải đi qua điểm $A \Rightarrow A$ thỏa phương trình d_3
 $\Rightarrow -m - 4.3 + 15 = 0 \Rightarrow m = 3$.

Câu 132. Cho 3 đường thẳng $d_1: 2x + y - 1 = 0$, $d_2: x + 2y + 1 = 0$, $d_3: mx - y - 7 = 0$. Để ba đường thẳng này đồng quy thì giá trị thích hợp của m là:

A. $m = -6$

B. $m = 6$

C. $m = -5$

D. $m = 5$

Hướng dẫn giải:

Chọn B

$$\text{Giao điểm của } d_1 \text{ và } d_2 \text{ là nghiệm của hệ } \begin{cases} 2x + y - 1 = 0 \\ x + 2y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy d_1 cắt d_2 tại $A(1; -1)$

Để 3 đường thẳng d_1, d_2, d_3 đồng quy thì d_3 phải đi qua điểm $A \Rightarrow A$ thỏa phương trình d_3
 $\Rightarrow m + 1 - 7 = 0 \Rightarrow m = 6$.

Câu 133. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $O(0; 0)$ và song song với đường thẳng có phương trình $6x - 4y + 1 = 0$.

A. $4x + 6y = 0$

B. $3x - y - 1 = 0$

C. $3x - 2y = 0$

D. $6x - 4y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua $M(x_0; y_0)$ và song song với đường thẳng $d: ax + by + c = 0$ có dạng:
 $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$ ($-ax_0 - by_0 \neq 0$)

Nên đường thẳng đi qua điểm $O(0; 0)$ và song song với đường thẳng có phương trình $6x - 4y + 1 = 0$ là $3x - 2y = 0$

Câu 134. Tìm tọa độ vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(-3; 2)$ và $B(1; 4)$

A. $(4; 2)$

B. $(1; 2)$

C. $(-1; 2)$

D. $(2; -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng đi qua 2 điểm $A(-3; 2)$ và $B(1; 4)$ có vector chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (4; 2)$ suy ra tọa độ vector pháp tuyến là $(-1; 2)$

Câu 135. Đường thẳng đi qua $A(-1; 2)$, nhận $\vec{n} = (2; -4)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là:

A. $x - 2y - 4 = 0$.

B. $x + y + 4 = 0$.

C. $-x + 2y - 4 = 0$.

D. $x - 2y + 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng đi qua $A(-1; 2)$, nhận $\vec{n} = (2; -4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là:

$$2(x+1) - 4(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 5 = 0.$$

Câu 136. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $I(-1; 2)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $2x - y + 4 = 0$.

A. $-x + 2y - 5 = 0$.

B. $x + 2y - 3 = 0$.

C. $x + 2y = 0$.

D. $x - 2y + 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng cần lập đi qua điểm $I(-1; 2)$ và có vtpt $\vec{n}(1; 2)$.

Phương trình đường thẳng cần lập là: $x + 2y - 3 = 0$

Câu 137. Cho ΔABC có $A(2; -1), B(4; 5), C(-3; 2)$. Viết phương trình tổng quát của đường cao BH .

A. $3x + 5y - 37 = 0$.

B. $3x - 5y - 13 = 0$.

C. $5x - 3y - 5 = 0$.

D. $3x + 5y + 20 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường cao BH đi qua điểm $B(4; 5)$ và nhận $\vec{AC} = (-5; 3)$ làm vtpt. Phương trình đường cao BH là: $-5(x-4) + 3(y-5) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y - 5 = 0$

Câu 138. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua điểm $M(\sqrt{2}; 1)$ và vuông góc với đường thẳng có phương trình $(\sqrt{2} + 1)x + (\sqrt{2} - 1)y = 0$

A. $-x + (3 + 2\sqrt{2})y - \sqrt{2} = 0$.

B. $(1 - \sqrt{2})x + (\sqrt{2} + 1)y + 1 - 2\sqrt{2} = 0$.

C. $(1 - \sqrt{2})x + (\sqrt{2} + 1)y + 1 = 0$.

D. $-x + (3 + 2\sqrt{2})y - 3 - \sqrt{2} = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng cần lập đi qua điểm $M(\sqrt{2}; 1)$ và nhận $\vec{u}_\Delta = (1 - \sqrt{2}; \sqrt{2} + 1)$ làm vtpt. Phương trình đường thẳng cần lập là:

$$(1 - \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) + (\sqrt{2} + 1)(y - 1) = 0 \Leftrightarrow (1 - \sqrt{2})x + (\sqrt{2} + 1)y + 1 - 2\sqrt{2} = 0$$

Câu 139. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(2; -1)$ và $B(2; 5)$.

A. $x + y - 1 = 0$.

B. $x - 2 = 0$.

C. $2x - 7y + 9 = 0$.

D. $x + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(2; -1)$ và có vtpt $\vec{n}_{AB} = (1; 0)$. Phương trình đường thẳng AB là: $1(x-2) + 0(y+1) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0$.

Câu 140. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(0; -5)$ và $B(3; 0)$

A. $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$

B. $-\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$

C. $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 1$

D. $\frac{x}{5} - \frac{y}{3} = 1$

Hướng dẫn giải**Chọn C.**Do $A \in Oy, B \in Ox$. Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 1$.**Câu 141.** Một đường thẳng có bao nhiêu vector pháp tuyến ?

A. 1

B. 2

C. 3

D. Vô số.

Hướng dẫn giải**Chọn D.****Câu 142.** Cho 2 điểm $A(1; -4), B(3; -4)$. Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB .

A. $x + y - 2 = 0$.

B. $y - 4 = 0$.

C. $y + 4 = 0$.

D. $x - 2 = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn D.**Gọi I là trung điểm của AB , suy ra $I(2; -4)$.Ta có: $\overline{AB}(2; 0)$.Đường thẳng d đi qua điểm I và nhận \overline{AB} làm vtpt. Phương trình $d: x - 2 = 0$.**Câu 143.** Tìm vector pháp tuyến của đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và điểm $M(a; b)$ (với $a, b \neq 0$).

A. $(1; 0)$.

B. $(-a; b)$.

C. $(b; -a)$.

D. $(a; b)$.

Hướng dẫn giải:**Chọn C.**Tìm tọa độ $\overline{OM} = (a; b)$ là VTCP của d . VTPT và VTCP của d vuông góc nhau.Suy ra VTPT của d : câu C (lật ngược đổi 1 dấu)**Câu 144.** Tìm vector pháp tuyến của đường phân giác của góc xOy .

A. $(1; 0)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(1; 1)$.

Hướng dẫn giải:**Chọn C.**Phương trình đường phân giác của góc xOy : $y = x$ hay $x - y = 0$ **Câu 145.** Viết phương trình tổng quát của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1; 1)$ và song song với đường thẳng có phương trình $d: (\sqrt{2} - 1)x + y + 1 = 0$.

A. $(\sqrt{2} - 1)x + y = 0$.

B. $x + (\sqrt{2} + 1)y - 2\sqrt{2} = 0$.

C. $(\sqrt{2} - 1)x - y + 2\sqrt{2} - 1 = 0$.

D. $(\sqrt{2} - 1)x + y - \sqrt{2} = 0$.

Hướng dẫn giải**Chọn D.**Vì $\Delta // d \Rightarrow \Delta: (\sqrt{2} - 1)x + y + c = 0$ ($c \neq 1$).Và $M(1; 1) \in \Delta$ nên $\Delta: (\sqrt{2} - 1)x + y - \sqrt{2} = 0$.

Câu 146. Đường thẳng $51x - 30y + 11 = 0$ đi qua điểm nào sau đây ?

- A. $\left(-1; \frac{3}{4}\right)$. B. $\left(-1; -\frac{3}{4}\right)$. C. $\left(1; \frac{3}{4}\right)$. D. $\left(-1; -\frac{4}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Thay tọa độ từng điểm vào phương trình đường thẳng: thỏa phương trình đường thẳng thì điểm đó thuộc đường thẳng.

Tọa độ điểm của câu D thỏa phương trình.

Câu 147. Cho hai điểm $A(4;7)$, $B(7;4)$. Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $x - y = 1$. B. $x - y = 0$. C. $x + y = 0$. D. $x + y = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\overline{AB} = (3; -3)$ và $I\left(\frac{11}{2}; \frac{11}{2}\right)$ là trung điểm của đoạn AB .

Phương trình $AB: x - y = 0$.

Câu 148. Tìm vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt $A(a;0)$ và $B(0;b)$ với $(a \neq b)$.

- A. $(b; -a)$. B. $(-b; a)$. C. $(b; a)$. D. $(a; b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\overline{AB} = (-a; b)$ nên vtpt của của đường thẳng AB là $(b; a)$.

Câu 149. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $O(0;0)$ và $M(1;-3)$.

- A. $3x + y = 0$. B. $x - 3y = 0$. C. $3x + y + 1 = 0$. D. $3x - y = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\overline{OM} = (1; -3) \Rightarrow$ đường thẳng (OM) có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 1)$.

Phương trình tổng quát của OM là: $3x + y = 0$.

Câu 150. Tìm tọa độ vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(-3;2)$ và $B(1;4)$.

- A. $(-1; 2)$. B. $(4; 2)$. C. $(2; 1)$. D. $(1; 2)$.

Chọn A.

Đường thẳng AB có vtcp $\overline{AB} = (4; 2)$, vtpt $\vec{n} = (2; -4) = -2 \cdot (-1; 2)$.

Câu 151. Tìm tọa độ vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(2;3)$ và $B(4;1)$.

- A. $(2; -2)$. B. $(2; -1)$. C. $(1; 1)$. D. $(1; -2)$.

Chọn C.

Đường thẳng AB có vtcp $\overrightarrow{AB} = (2; -2)$, vtpt $\vec{n} = (2; 2) = 2 \cdot (1; 1)$.

Câu 152. Tìm tọa độ vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(a; 0)$ và $B(0; b)$.

- A. $(-b; a)$. B. $(b; a)$. C. $(b; -a)$. D. $(a; b)$.

Chọn B

Đường thẳng AB có vtcp $\overrightarrow{AB} = (-a; b)$, vtpt $\vec{n} = (b; a)$.

Câu 153. Tìm tọa độ vector pháp tuyến của đường thẳng song song trục Ox .

- A. $(0; 1)$. B. $(1; 0)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; 1)$.

Chọn A

Đường thẳng song trục Ox nên vuông góc với trục Oy và nhận vector đơn vị $\vec{j} = (0; 1)$ làm vector pháp tuyến.

Câu 154. Tìm tọa độ vector pháp tuyến của đường thẳng song song trục Oy .

- A. $(1; 1)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(1; 0)$

Chọn D

Đường thẳng song trục Oy nên vuông góc với trục Ox và nhận vector đơn vị $\vec{i} = (1; 0)$ làm vector pháp tuyến.

Câu 155. Tìm tọa độ vector pháp tuyến của đường thẳng phân giác góc phần tư thứ nhất?

- A. $(1; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(1; 1)$.

Chọn C.

Đường thẳng phân giác góc phần tư thứ nhất có phương trình $y = x \Leftrightarrow x - y = 0$ nên có vtpt $\vec{n} = (1; -1) = -(-1; 1)$.

Câu 156. Tìm tọa độ vector pháp tuyến của đường thẳng đi qua gốc tọa độ và điểm $A(a; b)$?

- A. $(-a; b)$. B. $(1; 0)$. C. $(b; -a)$. D. $(a; b)$.

Chọn C

Đường thẳng OA có vtcp $\overrightarrow{OA} = (a; b)$, vtpt $\vec{n} = (b; -a)$.

Câu 157. Cho đường thẳng $\Delta: x - 3y - 2 = 0$. Tọa độ của vector nào không phải là vector pháp tuyến của Δ .

- A. $(1; -3)$. B. $(-2; 6)$. C. $\left(\frac{1}{3}; -1\right)$. D. $(3; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Áp dụng lý thuyết: Đường thẳng có phương trình $ax + by + c = 0$ thì vector pháp tuyến $\vec{n} = k(a; b)$ và vector chỉ phương $\vec{u} = k(-b; a)$ với $k \neq 0$.

Vector pháp tuyến của đường thẳng (Δ) là $\vec{n} = k(1; -3)$.

Với $k = 1 \Rightarrow \vec{n}_1 = (1; -3)$; $k = -2 \Rightarrow \vec{n}_2 = (-2; 6)$;

Câu 158. Phương trình đường thẳng đi qua $A(5;3)$ và $B(-2;1)$ là:

- A. $2x - 7y - 2 = 0$. B. $7x + 2y - 41 = 0$. C. $2x - 7y + 11 = 0$. D. $7x - 2y + 16 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-7; -2)$. Đường thẳng AB có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-7; -2) \Rightarrow$ vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -7)$.

Đường thẳng AB qua $A(5;3)$ và nhận $\vec{n} = (2; -7)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình:
 $2(x - 5) - 7(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 2x - 7y + 11 = 0$.

Câu 159. Cho hai điểm $A(1; -4)$ và $B(3; 2)$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng trung trực của đoạn AB .

- A. $x + 3y + 1 = 0$. B. $3x + y + 1 = 0$. C. $x - y + 4 = 0$. D. $x + y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; 6)$, trung điểm của AB là $I(2; -1)$.

Đường trung trực của đoạn AB qua $I(2; -1)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (2; 6)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình: $2(x - 2) + 6(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 6y + 2 = 0 \Leftrightarrow x + 3y + 1 = 0$.

Câu 160. Cho $A(1; -4)$ và $B(5; 2)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng trung trực của đoạn AB là:

- A. $2x + 3y - 3 = 0$. B. $3x + 2y + 1 = 0$. C. $3x - y + 4 = 0$. D. $x + y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi Δ là đường trung trực của AB . Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 6)$ và trung điểm của AB là $M(3; -1)$.

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với AB , có phương trình

$$4(x - 3) + 6(y + 1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 3 = 0.$$

Câu 161. Cho $A(1; -4)$ và $B(1; 2)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng trung trực của đoạn AB là:

- A. $y + 1 = 0$. B. $x + 1 = 0$. C. $y - 1 = 0$. D. $x - 4y = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi Δ là đường trung trực của AB . Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 6)$ và trung điểm của AB là $M(1; -1)$.

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với AB , có phương trình

$$0(x - 1) + 6(y + 1) = 0 \Leftrightarrow y + 1 = 0.$$

Câu 162. Cho $A(4; -1)$ và $B(1; -4)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng trung trực của đoạn AB là:

- A. $x + y = 1$. B. $x + y = 0$. C. $y - x = 0$. D. $x - y = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi Δ là đường trung trực của AB . Ta có $\overline{AB} = (-3; -3)$ và trung điểm của AB là $M\left(\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với AB , có phương trình

$$-3\left(x - \frac{5}{2}\right) - 3\left(y + \frac{5}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + y = 0.$$

Câu 163. Cho $A(1; -4)$ và $B(3; -4)$. Phương trình tổng quát của đường thẳng trung trực của đoạn AB là:

- A. $y + 4 = 0$. B. $x + y - 2 = 0$. C. $x - 2 = 0$. D. $y - 4 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi Δ là đường trung trực của AB . Ta có $\overline{AB} = (2; 0)$ và trung điểm của AB là $M(2; -4)$. Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với AB , có phương trình

$$2(x - 2) + 0(y + 4) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0.$$

Câu 164. Phương trình đường trung trực của đoạn thẳng AB với $A(1; 5)$, $B(-3; 2)$ là:

- A. $6x + 8y + 13 = 0$. B. $8x + 6y + 13 = 0$. C. $8x + 6y - 13 = 0$. D. $-8x + 6y - 13 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi Δ là đường trung trực của AB . Ta có $\overline{AB} = (-4; -3)$ và trung điểm của AB là $M\left(-1; \frac{7}{2}\right)$.

Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với AB , có phương trình

$$-4\left(x + 1\right) - 3\left(y - \frac{7}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow 8x + 6y - 13 = 0.$$

Câu 165. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(3; -1)$, $B(1; 5)$ là:

- A. $-x + 3y + 6 = 0$. B. $3x - y + 10 = 0$. C. $3x - y + 6 = 0$. D. $3x + y - 8 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\overline{AB} = (-2; 6)$. Đường thẳng Δ đi qua $A(3; -1)$ và VTPT $\vec{n} = (3; 1)$, có phương trình

$$3(x - 3) + y + 1 = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 8 = 0.$$

Câu 166. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(2; -1)$, $B(2; 5)$ là:

- A. $x + y - 1 = 0$. B. $2x - 7y + 9 = 0$. C. $x + 2 = 0$. D. $x - 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\overline{AB} = (0; 6)$. Đường thẳng Δ đi qua $A(2; -1)$ và VTPT $\vec{n} = (-6; 0)$, có phương trình

$$-6(x - 2) + 0(y + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0.$$

Câu 167. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(3; -7)$, $B(1; -7)$ là:

- A. $y - 7 = 0$. B. $y + 7 = 0$. C. $x + y + 4 = 0$. D. $x + y + 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\overline{AB} = (-2; 0)$. Đường thẳng Δ đi qua $A(3; -7)$ và VTPT $\vec{n} = (0; 2)$, có phương trình

$$0(x-3) + 2(y+7) = 0 \Leftrightarrow y+7 = 0.$$

Câu 168. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(0; -5)$, $B(3; 0)$ là:

A. $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 1.$

B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 1.$

C. $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1.$

D. $-\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường thẳng Δ đi qua $A(0; -5)$ và $B(3; 0)$ là phương trình đoạn chắn: $\frac{x}{3} - \frac{y}{5} = 1.$

Câu 169. Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua O và song song với đường thẳng $(\Delta): 6x - 4x + 1 = 0$ là:

A. $3x - 2y = 0.$

B. $4x + 6y = 0.$

C. $3x + 12y - 1 = 0.$

D. $6x - 4y - 1 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng d song song với đường thẳng $(\Delta): 6x - 4x + 1 = 0$, có dạng: $6x - 4x + m = 0$

Đường thẳng d đi qua O nên $m = 0$. Vậy phương trình d là $6x - 4y = 0 \Leftrightarrow 3x - 2y = 0.$

Câu 170. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua O và vuông góc với đường thẳng $d: 6x - 4y + 1 = 0.$

A. $x + 2y - 3 = 0.$

B. $2x + 3y = 0.$

C. $x - 2y + 5 = 0.$

D. $-x + 2y + 15 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\vec{u}_d = (4; 6)$

Phương trình đường thẳng qua O vuông góc với d là: $4x + 6y = 0 \Rightarrow 2x + 3y = 0$

Câu 171. Cho tam giác ABC có $A(1; 4), B(3; 2), C(7; 3)$. Lập phương trình đường trung tuyến AM của tam giác $ABC.$

A. $3x + 8y + 35 = 0.$

B. $3x + 8y - 35 = 0.$

C. $8x + 3y - 20 = 0.$

D. $8x - 3y + 4 = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì M là trung điểm của $BC \Rightarrow M\left(5; \frac{5}{2}\right)$

Phương trình đường thẳng $AM: \frac{x-1}{5-1} = \frac{y-4}{\frac{5}{2}-4} \Rightarrow AM: 3x + 8y - 35 = 0.$

Câu 172. Cho tam giác ABC có $A(1; 1), B(0; -2), C(4; 2)$. Lập phương trình đường trung tuyến của tam giác ABC kẻ từ $B.$

A. $-7x + 5y + 10 = 0$

B. $5x + 13y + 1 = 0.$

C. $7x + 7y + 14 = 0.$

D. $3x + y - 2 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi M là trung điểm của $AC \Rightarrow M\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$

Phương trình đường thẳng $BM: \frac{x-0}{\frac{5}{2}-0} = \frac{y+2}{\frac{3}{2}+2} \Rightarrow BM: -7x+5y+10=0$

Câu 173. Cho tam giác ABC có $A(1;1), B(0;-2), C(4;2)$. Lập phương trình đường trung tuyến của tam giác ABC kẻ từ A .

A. $x+y-2=0$.

B. $2x+y-3=0$.

C. $x+2y-3=0$.

D. $x-y=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow M(2;0)$

Phương trình đường thẳng $AM: \frac{x-1}{1-2} = \frac{y-1}{1-0} \Rightarrow AM: x+y-2=0$

Câu 174. Cho tam giác ABC có $A(1;1), B(0;-2), C(4;2)$. Lập phương trình đường trung tuyến của tam giác ABC kẻ từ C .

A. $5x-7y-6=0$.

B. $2x+3y-14=0$.

C. $3x+7y-26=0$.

D. $6x-5y-1=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$

Phương trình đường thẳng $CM: \frac{x-4}{4-\frac{1}{2}} = \frac{y-2}{2+\frac{1}{2}} \Rightarrow CM: 5x-7y-6=0$

Câu 175. Cho tam giác ABC có $A(1;4), B(3; 2), C(7;3)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .

A. $4x+y-5=0$.

B. $2x+y-6=0$.

C. $4x+y-8=0$.

D. $x+4y-8=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\overline{BC} = (4;1)$

Phương trình đường cao tam giác ABC kẻ từ A là: $4(x-1)+y-4=0 \Leftrightarrow 4x+y-8=0$

Câu 176. Cho tam giác ABC có $A(2;-1), B(4;5), C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A .

A. $7x+3y-11=0$.

B. $-3x+7y+13=0$.

C. $3x+7y+1=0$.

D. $7x+3y+13=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\overline{BC} = (-7;-3)$

Phương trình đường cao tam giác ABC kẻ từ A là: $7(x-2)+3(y+1)=0 \Leftrightarrow 7x+3y-11=0$.

Câu 177. Cho tam giác ABC có $A(2;-1), B(4;5), C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ B .

- A.** $5x-3y-5=0$. **B.** $3x+5y-20=0$. **C.** $3x+5y-37=0$. **D.** $3x-5y-13=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AC} = (-5;3)$

Phương trình đường cao tam giác ABC kẻ từ B là: $-5(x-4)+3(y-5)=0 \Leftrightarrow -5x+3y+5=0$.

Câu 178. Cho tam giác ABC có $A(2;-1), B(4;5), C(-3;2)$. Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ C .

- A.** $x+3y-3=0$. **B.** $x+y-1=0$. **C.** $3x+y+11=0$. **D.** $3x-y+11=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;6)$

Phương trình đường cao tam giác ABC kẻ từ C là:

$$2(x+3)+6(y-2)=0 \Leftrightarrow 2x+6y-6=0 \Leftrightarrow x+3y-3=0$$

Câu 179. Đường thẳng $51x-30y+11=0$ đi qua điểm nào sau đây?

- A.** $\left(-1; -\frac{4}{3}\right)$. **B.** $\left(-1; \frac{4}{3}\right)$. **C.** $\left(1; \frac{3}{4}\right)$. **D.** $\left(-1; -\frac{3}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thay tọa độ các đáp án vào phương trình trên

Câu 180. Đường thẳng $12x-7y+5=0$ **không** đi qua điểm nào sau đây ?

- A.** $(1;1)$. **B.** $(-1;-1)$. **C.** $\left(-\frac{5}{12}; 0\right)$. **D.** $\left(1; \frac{17}{7}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thay tọa độ các điểm trên vào ta được đáp án là A .

Câu 181. Viết phương trình đường thẳng qua $A(5;-1)$ và chắn trên hai nửa trục dương Ox, Oy những đoạn bằng nhau.

- A.** $x-y=4$. **B.** $x-y=6$. **C.** $x+y=4$. **D.** $x+y=-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Nhận thấy điểm $A(5;-1)$ thuộc 2 đường thẳng: $x-y=6$, $x+y=4$

Với $x-y=6$: cho $x=0 \Rightarrow -y=6 \Leftrightarrow y=-6 < 0$ (không thỏa đề bài)

Với $x+y=4$: cho $x=0 \Rightarrow y=4 > 0$; cho $y=0 \Rightarrow x=4 > 0$

Cách khác:

Vì chắn hai nửa trục dương những đoạn bằng nhau nên đường thẳng đó song song với đường thẳng $y=-x \Leftrightarrow x+y=0$, vậy có hai đáp án C, D .

Thay tọa độ $A(5;-1)$ vào thấy C thỏa mãn

Câu 182. Viết phương trình đường thẳng đi qua $M(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng $2x + y - 3 = 0$.

- A. $2x + y = 0$. B. $x - 2y - 3 = 0$. C. $x + y - 1 = 0$. **D. $x - 2y + 5 = 0$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đường thẳng vuông góc với đường thẳng: $2x + y - 3 = 0$ có phương trình dạng:
 $x - 2y + c = 0$

Thay tọa độ điểm $M(-1;2)$ vào phương trình $x - 2y + c = 0$ ta có: $c = 5$

Câu 183. Viết phương trình đường thẳng đi qua $M(1;2)$ và song song với đường thẳng $2x + 3y - 12 = 0$.

- A. $2x + 3y - 8 = 0$.** B. $2x + 3y + 8 = 0$. C. $4x + 6y + 1 = 0$. D. $4x - 3y - 8 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng song song với đường thẳng: $2x + 3y - 12 = 0$ có phương trình dạng:

$$2x + 3y + c = 0 \quad (c \neq -12)$$

Thay tọa độ điểm $M(1;2)$ vào phương trình $2x + 3y + c = 0$ ta có: $c = -8$

Câu 184. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng qua $A(-1;2)$ và vuông góc với đường thẳng: $2x - y + 4 = 0$.

- A. $x + 2y = 0$. B. $x - 2y + 4 = 0$. **C. $x + 2y - 3 = 0$.** D. $-x + 2y - 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng vuông góc với đường thẳng: $2x - y + 4 = 0$ có phương trình dạng: $x + 2y + c = 0$

Thay tọa độ điểm $A(-1;2)$ vào phương trình $x + 2y + c = 0$ ta có: $c = -3$

Câu 185. Viết phương trình đường thẳng qua $M(-2;-5)$ và song song với đường phân giác góc phần tư thứ nhất.

- A. $x + y - 3 = 0$. **B. $x - y - 3 = 0$.** C. $x + y + 3 = 0$. D. $2x - y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình đường phân giác góc phần tư thứ nhất có dạng: $y = x \Leftrightarrow x - y = 0$

Đường thẳng song song với đường thẳng: $x - y = 0$ có phương trình dạng: $x - y + c = 0$

Thay tọa độ điểm $M(-2;-5)$ vào phương trình $x - y + c = 0$ ta có: $c = -3$

Câu 186. Phương trình tổng quát của đường thẳng qua $A(-2;4)$, $B(1;0)$ là:

- A. $4x + 3y + 4 = 0$. **B. $4x + 3y - 4 = 0$.** C. $4x - y + 4 = 0$. D. $4x - 3y - 4 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(-2;4)$ và có vectơ $\overrightarrow{AB} = (3;-4)$, vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4;3)$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d : 4x + 3y - 4 = 0$.

Câu 187. Phương trình đường thẳng cắt hai trục tọa độ tại $A(-2;0)$, $B(0;3)$ là:

A. $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = 1$.

B. $3x - 2y + 6 = 0$.

C. $2x + 3y - 6 = 0$.

D. $2x - 3y + 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(-2;0)$ và có vectơ pháp tuyến $\overline{AB} = (2;3)$, vectơ tiếp tuyến $\vec{n} = (3;-2)$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d : 3x - 2y + 6 = 0$.

Câu 188. Cho tam giác ABC có $A(2;0)$, $B(0;3)$, $C(-3;1)$. Đường thẳng đi qua B và song song với AC có phương trình là:

A. $5x - y + 3 = 0$.

B. $5x + y - 3 = 0$.

C. $x + 5y - 15 = 0$.

D. $x - 15y + 15 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng d đi qua điểm $B(0;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\overline{AC} = (-5;1)$, vectơ tiếp tuyến $\vec{n} = (1;5)$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d : x + 5y - 15 = 0$.

Câu 189. Cho ba đường thẳng $d_1 : 3x - 2y + 5 = 0$, $d_2 : 2x + 4y - 7 = 0$, $d_3 : 3x + 4y - 1 = 0$. Phương trình đường thẳng d đi qua giao điểm của d_1 và d_2 , và song song với d_3 là:

A. $24x + 32y - 53 = 0$.

B. $24x + 32y + 53 = 0$.

C. $24x - 32y + 53 = 0$.

D. $24x - 32y - 53 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng $d_3 : 3x + 4y - 1 = 0$ có vectơ tiếp tuyến $\vec{n} = (3;4)$

Gọi M là giao điểm của d_1 và d_2 , tọa độ điểm M thỏa hệ phương trình

$$\begin{cases} 3x - 2y + 5 = 0 \\ 2x + 4y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-3}{8} \\ y = \frac{31}{16} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{-3}{8}; \frac{31}{16}\right)$$

Đường thẳng d đi qua điểm $M\left(\frac{-3}{8}; \frac{31}{16}\right)$, có vectơ tiếp tuyến $\vec{n} = (3;4)$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d : 3x + 4y - \frac{53}{8} = 0$.

Câu 190. Viết phương trình đường thẳng qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1 : 2x - y + 5 = 0$ và $d_2 : 3x + 2y - 3 = 0$ và đi qua điểm $A(-3;-2)$.

A. $5x + 2y + 11 = 0$.

B. $x - y - 3 = 0$.

C. $5x - 2y + 11 = 0$.

D. $2x - 5y + 11 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi M là giao điểm của d_1 và d_2 , tọa độ điểm M thỏa hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 3x + 2y - 3 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow M(-1; 3)$$

Đường thẳng AM đi qua điểm $A(-3; -2)$ và có vtcp $\overline{AM} = (2; 5)$, vtpt $\vec{n} = (5; -2)$
 Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $AM : 5x - 2y + 11 = 0$.

Câu 191. Tìm điểm M nằm trên $\Delta : x + y - 1 = 0$ và cách $N(-1; 3)$ một khoảng bằng 5.

- A. $(2; -1)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-2; 1)$. D. $(2; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$M \in \Delta \Rightarrow M(t; 1-t) : MN = 5 : (-1-t)^2 + (2+t)^2 = 25 \Leftrightarrow 2t^2 + 6t - 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \Rightarrow M(2; -1) \\ t = -5 \Rightarrow M(-5; 6) \end{cases}$$

Câu 192. Tam giác ABC đều có $A(-1; -3)$ và đường cao $BB' : 5x + 3y - 15 = 0$. Tọa độ đỉnh C là:

- A. $C\left(\frac{128}{17}; \frac{36}{17}\right)$. B. $C\left(-\frac{128}{17}; -\frac{36}{17}\right)$. C. $C\left(\frac{128}{17}; -\frac{36}{17}\right)$. D. $C\left(-\frac{128}{17}; \frac{36}{17}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Vì tam giác ABC đều nên A và C đối xứng nhau qua BB'

Gọi d là đường thẳng qua A và $d \perp BB' \Rightarrow d : 3x - 5y - 12 = 0$

$$H = d \cap BB' \Rightarrow \text{tọa độ điểm } H \text{ là nghiệm của hệ: } \begin{cases} 5x + 3y - 15 = 0 \\ 3x - 5y - 12 = 0 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{128}{34}; -\frac{15}{34}\right)$$

$$\text{Suy ra } C\left(\frac{128}{17}; \frac{36}{17}\right).$$

Câu 193. Tìm vector pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Ox .

- A. $(0; 1)$. B. $(1; 0)$. C. $(1; 1)$. D. $(-1; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng song song với trục Ox nhận vector cùng phương với $\vec{j} = (0; 1)$ làm VTPT của nó.

Câu 194. Cho hai điểm $A(4; -1); B(1; -4)$. Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB

- A. $x + y = 0$. B. $x - y = 1$. C. $x + y = 1$. D. $x - y = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\overline{AB} = (-3; -3) = -3(1; 1), \text{ Gọi } M \text{ là trung điểm của } AB \text{ thì } M\left(\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right).$$

Đường trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $M\left(\frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ và nhận $\vec{n} = (1; 1)$ làm VTPT nên có

$$\text{phương trình tổng quát: } \left(x - \frac{5}{2}\right) + \left(y + \frac{5}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + y = 0$$

Câu 195. Đường thẳng $12x - 7y + 5 = 0$ không đi qua điểm nào sau đây ?

- A. $(-1; -1)$. **B. $(1; 1)$.** C. $\left(-\frac{5}{12}; 0\right)$. D. $\left(1; \frac{17}{7}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng ta thấy điểm $(1; 1)$ không thỏa mãn phương trình đường thẳng.

Câu 196. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3; -1)$ và $B(1; 5)$.

- A. $3x - y + 6 = 0$. **B. $3x + y - 8 = 0$.** C. $-x + 3y + 6 = 0$. D. $3x - y + 10 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Có $\overrightarrow{AB} = (-2; 6) = \vec{u} \Rightarrow \vec{n} = (6; 2) = 2(3; 1)$

Phương trình tổng quát của đường thẳng AB đi qua $A(3; -1)$ và có VTPT $\vec{n} = (3; 1)$ là $3x + y - 8 = 0$.

Câu 197. Cho ΔABC có $A(1; 1)$, $B(0; -2)$, $C(4; 2)$. Viết phương trình tổng quát của trung tuyến AM .

- A. $2x + y - 3 = 0$. B. $x + 2y - 3 = 0$. **C. $x + y - 2 = 0$.** D. $x - y = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tọa độ $M(2; 0)$ là trung điểm BC .

Có $\overrightarrow{AM} = (1; -1) = \vec{u} \Rightarrow \vec{n} = (1; 1)$

Phương trình tổng quát AM đi qua $A(1; 1)$ và VTPT $\vec{n} = (1; 1)$ là $x + y - 2 = 0$.

Câu 198. Cho ΔABC có $A(2; -1)$, $B(4; 5)$, $C(-3; 2)$. Viết phương trình tổng quát của đường cao AH .

- A. $3x + 7y + 1 = 0$. B. $7x + 3y + 13 = 0$. C. $-3x + 7y + 13 = 0$. **D. $7x + 3y - 11 = 0$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Có $\overrightarrow{BC} = (-7; -3) = - (7; 3)$

Do $AH \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{BC}$ là VTPT của đường thẳng AH .

Đường thẳng AH đi qua $A(2; -1)$ và có VTPT $\vec{n} = (7; 3)$ là $7x + 3y - 11 = 0$.

Câu 199. Cho 2 điểm $A(1; -4)$, $B(1; 2)$. Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $y - 1 = 0$. B. $x - 4y = 0$. C. $x - 1 = 0$. **D. $y + 1 = 0$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra $M(1; -1)$.

Đường trung trực của đoạn thẳng AB đi qua M và nhận $\overrightarrow{AB} = (0; 6)$ làm vtpt nên có phương trình tổng quát: $0 \cdot (x - 1) + 6(y + 1) = 0 \Leftrightarrow y + 1 = 0$.

Câu 200. Cho ΔABC có $A(1; 1)$, $B(0; -2)$, $C(4; 2)$. Viết phương trình tổng quát của trung tuyến CM .

- A. $3x + 7y - 26 = 0$. B. $2x + 3y - 14 = 0$. C. $6x - 5y - 1 = 0$. **D. $5x - 7y - 6 = 0$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB suy ra $M\left(\frac{1}{2}; \frac{-1}{2}\right)$, $\overline{CM} = \left(\frac{-7}{2}; \frac{-5}{2}\right)$.

Đường trung tuyến CM đi qua $C(4;2)$ nhận vector $\overline{CM} = \left(\frac{-7}{2}; \frac{-5}{2}\right)$ làm vtcp nên có vtpt $\overline{n_{CM}} = (5; -7)$.

Vậy pttq của đường thẳng CM là $5(x-4) - 7(y-2) = 0 \Leftrightarrow 5x - 7y - 6 = 0$

Câu 201. Cho ΔABC có $A(1;1)$, $B(0;-2)$, $C(4;2)$. Viết phương trình tổng quát của trung tuyến BM .

- A. $3x + y - 2 = 0$. **B. $-7x + 5y + 10 = 0$.** C. $7x + 7y + 14 = 0$. D. $5x - 3y + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AC suy ra $M\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right)$, $\overline{BM} = \left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$. Đường trung tuyến

BM đi qua $B(0;-2)$ nhận vector $\overline{BM} = \left(\frac{5}{2}; \frac{7}{2}\right)$ làm vtcp nên có vtpt $\overline{n_{BM}} = (7; -5)$.

Vậy pttq của đường thẳng CM là $7(x-0) - 5(y+2) = 0 \Leftrightarrow 7x - 5y - 10 = 0$

Câu 202. Cho 2 điểm $A(1;-4)$, $B(3;2)$. Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB .

- A. $x + 3y + 1 = 0$.** B. $3x + y + 1 = 0$. C. $3x - y + 4 = 0$. D. $x + y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi M là trung điểm của đoạn AB . Nên ta có $M(2; -1)$.

Đường trung trực của đoạn thẳng AB đi qua $M(2; -1)$ và nhận $\overline{AB}(2; 6)$ làm vtpt nên có pttq $2(x-2) + 6(y+1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 6y = 2 = 0 \Leftrightarrow x + 3y = 1 = 0$

Chọn A

Câu 203. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3;-7)$ và $B(1;-7)$

- A. $x + y + 4 = 0$. B. $y - 7 = 0$. C. $x + y + 6 = 0$. **D. $y + 7 = 0$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$\overline{AB}(-2; 0)$. Đường thẳng AB đi qua $A(3;-7)$ có vector pháp tuyến là $\overline{n_1}(1; 0)$.

Phương trình đường thẳng AB là: $y + 7 = 0$.

Câu 204. Cho ΔABC có $A(2;-1)$, $B(4;5)$, $C(-3;2)$. Viết phương trình tổng quát của đường cao CH .

- A. $x + 3y - 3 = 0$.** B. $2x + 6y - 5 = 0$. C. $3x - y + 11 = 0$. D. $x + y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Đường cao CH nhận $\overline{AB} = (2; 6)$ làm VTPT nên có phương trình là:

$$2(x+3)+6(y-2)=0 \text{ hay } x+3y-3=0.$$

Câu 205. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua hai điểm $A(3;-1)$ và $B(-6;2)$.

- A. $x+y-2=0$. B. $x+3y=0$. C. $3x-y=0$. D. $3x-y+10=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Đường thẳng đi qua $A(3;-1)$, $B(-6;2)$ có VTPT là $\vec{n}=k(1;3)$, $k \neq 0$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng $AB: x+3y=0$.

VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI

Câu 206. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây song song ?

$$\Delta_1: 2x+(m^2+1)y-3=0 \text{ và } \Delta_2: x+my-100=0.$$

- A. $m=2$. B. $m=1$ hoặc $m=2$.
C. $m=1$ hoặc $m=0$. D. $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi $\frac{1}{2} = \frac{m}{m^2+1} \neq \frac{-100}{-3} \Leftrightarrow m=1$.

Câu 207. Định m để $\Delta_1: 3mx+2y+6=0$ và $\Delta_2: (m^2+2)x+2my-6=0$ song song nhau:

- A. $m=-1$. B. $m=1$. C. $m=\pm 1$ D. Không có m .

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Nếu $m=0$ thì $\Delta_1: 2y+6=0$, $\Delta_2: 2x-6=0$ cắt nhau

$$\text{Nếu } m \neq 0 \text{ thì } \Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{m^2+2}{3m} = \frac{2m}{2} \neq \frac{-6}{6} \Leftrightarrow m=1$$

Câu 208. Cho 4 điểm $A(-3;1)$, $B(-9;-3)$, $C(-6;0)$, $D(-2;4)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD .

- A. $(-6;-1)$. B. $(-9;3)$. C. $(-9;-3)$. D. $(0;4)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Phương trình đường thẳng $AB: -2x+3y-9=0$

Phương trình đường thẳng $CD: x-y+6=0$

Vậy giao điểm là $(-9;-3)$

Câu 209. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: 4x-3y-26=0$ và đường thẳng $d: 3x+4y-7=0$.

- A. $(5;2)$. B. Không có giao điểm.
C. $(2;-6)$. D. $(5;-2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ $\begin{cases} 4x-3y-26=0 \\ 3x+4y-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=-2 \end{cases}$

Câu 210. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $\Delta_1: 2x-3my+10=0$ và $\Delta_2: mx+4y+1=0$ cắt nhau?

- A. $1 < m < 10$. B. $m = 1$. C. Không có m . **D. Mọi m .**

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Nếu $m = 0$ thì $\Delta_1: 2x+10=0$, $\Delta_2: 4y+1=0$ cắt nhau

Nếu $m \neq 0$ thì Δ_1 cắt $\Delta_2 \Leftrightarrow \frac{m}{2} \neq \frac{4}{-3m} \Leftrightarrow m^2 \neq \frac{-8}{3}$ đúng với mọi m

Câu 211. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng Δ có phương trình $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$. Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng Δ với các trục tọa độ. Độ dài của đoạn thẳng AB bằng:

- A. 7. B. $\sqrt{5}$. C. 12. **D. 5.**

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đường thẳng đi qua $A(0;4), B(3;0)$

Phần đường thẳng nằm trong góc xOy có độ dài là $AB = 5$.

Câu 212. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $(\Delta_1): 2x-3y+m=0$ và $(\Delta_2): \begin{cases} x=2+2t \\ y=1+mt \end{cases}$ trùng nhau?

- A. Không có m .** B. $m = -3$. C. $m = \frac{4}{3}$. D. $m = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi $M(2+2t; 1+mt)$ là điểm tùy ý thuộc Δ_2 .

$M \in \Delta_1 \Leftrightarrow 2(2+2t) - 3(1+mt) + m = 0 \Leftrightarrow t(4-3m) + 1 - m = 0$ (*)

$\Delta_1 \equiv \Delta_2 \Leftrightarrow (*)$ thỏa với mọi $t \Leftrightarrow \begin{cases} 4-3m=0 \\ 1-m=0 \end{cases}$ (vô nghiệm)

Vậy không có m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 213. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây song song ?

$\Delta_1: 2x + (m^2 + 1)y - 50 = 0$ và $\Delta_2: mx + y - 100 = 0$.

- A. $m = -1$. B. Không có m . **C. $m = 1$.** D. $m = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Cách 1: Thử các giá trị của m suy ra giá trị thỏa mãn.

Cách 2: Hai đường thẳng song song khi và chỉ khi $\frac{m}{2} = \frac{1}{m^2+1} \neq \frac{-100}{-50} \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 214. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây song song ?

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 8 + (m+1)t \\ y = 10 - t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: mx + 6y - 76 = 0.$$

A. $m = -3$.

B. $m = 2$.

C. $m = 2$ hoặc $m = -3$.

D. Không có m thỏa mãn.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình tổng quát của đường thẳng $\Delta_1: x + (m+1)y + 10m + 2 = 0$.

+, Nếu $m = 0$ thấy hai đường thẳng không song song.

+, Nếu $m \neq 0$, hai đường thẳng song song khi và chỉ khi $\frac{1}{m} = \frac{m+1}{6} \neq \frac{-76}{-10m-18} \Leftrightarrow m = -3$.

Câu 215. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau đây: $\Delta_1: \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ và $\Delta_2: 6x - 2y - 8 = 0$.

A. Cắt nhau.

B. Vuông góc.

C. Trùng nhau.

D. Song song.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng Δ_1 có phương trình tổng quát là: $3x - 2y - 6 = 0$.

Ta có $\frac{3}{6} \neq \frac{-2}{-2}$. Hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 216. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây vuông góc nhau ?

$\Delta_1: mx + y - 19 = 0$ và $\Delta_2: (m-1)x + (m+1)y - 20 = 0$

A. Mọi m .

B. $m = 2$.

C. Không có m .

D. $m = \pm 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1(m; 1)$.

Đường thẳng Δ_2 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2(m-1; m+1)$.

Hai đường thẳng vuông góc khi và chỉ khi $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow m(m-1) + m+1 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 1 = 0$ phương trình vô nghiệm. Vậy không có giá trị của m để hai đường thẳng vuông góc.

Câu 217. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 1 - 2t' \\ y = 4 + 3t' \end{cases}$

A. Song song.

B. Trùng nhau.

C. Vuông góc.

D. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng Δ_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1(4; -6)$.

Đường thẳng Δ_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2(-2; 3)$.

Ta có \vec{u}_1, \vec{u}_2 cùng phương, lại có điểm $M_1(-3; 2)$ thuộc Δ_1 nhưng không thuộc Δ_2 .

Vậy hai đường thẳng song song.

Câu 218. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1: 7x + 2y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$

- A. Song song nhau.
C. Vuông góc nhau.

- B. Trùng nhau.
D. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng Δ_2 đi qua $M_2(4;1)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2(1;-5)$ nên Δ_2 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2(5;1)$. Phương trình Δ_2 là $5(x-4)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow 5x+y-21=0$.

Đường thẳng Δ_1 có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_1(7;2)$.

Ta có \vec{n}_1, \vec{n}_2 không vuông góc, $\frac{7}{5} \neq \frac{2}{1}$. Vậy hai đường thẳng cắt nhau nhưng không vuông góc.

Câu 219. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng sau đây:

$$\Delta_1: x-2y+1=0 \text{ và } \Delta_2: -3x+6y-1=0.$$

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Vuông góc nhau. D. Cắt nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Giải hệ phương trình thấy vô nghiệm nên hai đường thẳng song song

Cách 2: Đường thẳng Δ_1 có vtpt $\vec{n}_1=(1;-2)$ và Δ_2 có vtpt $\vec{n}_2=(-3;6)$.

Hai đường thẳng Δ_2, Δ_1 có $\vec{n}_2=-3\vec{n}_1$ và $1 \neq -1$ nên hai đường thẳng này song song

Câu 220. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x}{3}-\frac{y}{4}=1$ và $\Delta_2: 3x+4y-10=0$. Khi đó hai đường thẳng này:

- A. Cắt nhau nhưng không vuông góc. B. Vuông góc nhau.
C. Song song với nhau. D. Trùng nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng Δ_1 có vtpt $\vec{n}_1=(4;-3)$, đường thẳng Δ_2 có vtpt $\vec{n}_2=(3;4)$. Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ nên hai đường thẳng vuông góc với nhau.

Câu 221. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng sau đây:

$$\Delta_1: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: 2x + 3y - 19 = 0.$$

- A. (2;5). B. (10;25). C. (5;3). D. (-1;7).

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Thay x và y từ ptt của đường thẳng Δ_1 vào ptt của đường thẳng Δ_2 ta được

$$2(22+2t)+3(55+5t)-19=0 \Leftrightarrow t=-10$$

suy ra $x=2$ và $y=5$

Câu 222. Cho 4 điểm $A(1;2)$, $B(-1;4)$, $C(2;2)$, $D(-3;2)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD

- A. (1;2). B. (5;-5). C. (3;-2). D. (0;-1).

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\overline{AB} = (-2; 2)$ suy ra đường thẳng AB nhận $\overline{n_{AB}} = (1; 1)$ làm vtpt, có pttq là $1(x-1) + 1(y-2) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3 = 0$

Ta có $\overline{CD} = (-5; 0)$ suy ra đường thẳng AB nhận $\overline{n_{CD}} = (0; 1)$ làm vtpt, có pttq là $0(x-2) + 1(y-2) = 0 \Leftrightarrow y - 2 = 0$

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$

Câu 223. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau đây vuông góc ?

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = 1 + (m^2 + 1)t \\ y = 2 - mt \end{cases} \text{ và } \Delta_2 : \begin{cases} x = 2 - 3t' \\ y = 1 - 4mt' \end{cases}$$

A. $m = \pm\sqrt{3}$.

B. $m = -\sqrt{3}$.

C. $m = \sqrt{3}$.

D. Không có m .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Δ_1 có VTCP $\overline{u_1} = (m^2 + 1; -m)$

Δ_2 có VTCP $\overline{u_2} = (-3; -4m)$

Để hai đường thẳng vuông góc thì

$$\overline{u_1} \cdot \overline{u_2} = 0 \Leftrightarrow -3(m^2 + 1) + (-m)(-4m) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{3}$$

Câu 224. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng sau đây:

$$\Delta_1: (\sqrt{3} + 1)x + y - 1 = 0 \text{ và } \Delta_2: 2x + (\sqrt{3} - 1)y + 1 - \sqrt{3} = 0.$$

A. Song song.

B. Trùng nhau.

C. Vuông góc nhau.

D. Cắt nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Có } \frac{\sqrt{3} + 1}{2} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{-1}{\sqrt{3} - 1}$$

Nên $\Delta_1 \equiv \Delta_2$.

Câu 225. Cho hai đường thẳng $\Delta_1: 11x - 12y + 1 = 0$ và $\Delta_2: 12x + 11y + 9 = 0$. Khi đó hai đường thẳng này:

A. Vuông góc nhau.

B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Trùng nhau.

D. Song song với nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Δ_1 có 1 VTPT $\overline{n_1} = (11; -12)$, Δ_2 có 1 VTPT $\overline{n_2} = (12; 11)$

Ta thấy tích vô hướng của hai VTPT của hai đường thẳng này bằng $\overline{n_1} \cdot \overline{n_2} = 11 \cdot 12 + (-12) \cdot 11 = 0$ do đó chúng vuông góc với nhau.

Câu 226. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1: 5x + 2y - 14 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$

A. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

B. Vuông góc nhau.

C. Trùng nhau.

D. Song song nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Cách 1: Δ_1 có VTPT $\vec{n}_1 = (5; 2)$ và qua $M(0; 7)$

Δ_2 có VTCP $\vec{u}_2 = (2; -5) \Rightarrow \vec{n}_2 = (5; 2) \Rightarrow \vec{n}_1 = \vec{n}_2$ và $M \notin \Delta_2 \Rightarrow \Delta_1 // \Delta_2$.

Cách 2: $\Delta_2 : 5x + 2y - 22 = 0$

Có tỉ lệ $\frac{5}{5} = \frac{2}{2} \neq \frac{-14}{-22} \Rightarrow \Delta_1 // \Delta_2$.

Câu 227. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ và $\Delta_2 : x + 2y - 14 = 0$

A. Trùng nhau.

B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Song song nhau.

D. Vuông góc nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Thay $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ vào phương trình của Δ_2 thấy thỏa mãn với mọi t do đó hai đường thẳng trùng nhau.

Cách 2: Ta có $\vec{n}_{\Delta_1} = \vec{n}_{\Delta_2} = (3; 2)$ và $M(4; 1)$ thuộc Δ_1 cũng thuộc Δ_2 nên hai đường thẳng này trùng nhau.

Câu 228. Với giá trị nào của m thì 3 đường thẳng sau đồng qui ?

$$d_1 : 3x - 4y + 15 = 0, \quad d_2 : 5x + 2y - 1 = 0, \quad d_3 : mx - 4y + 15 = 0.$$

A. $m = -5$.

B. $m = 5$.

C. $m = 3$.

D. $m = -3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

+ $d_1 \cap d_2$ tại $A(-1; 3)$.

+ $A \in d_3$ thì $m = 3$.

Câu 229. Cho 3 đường thẳng $d_1 : 2x + y - 1 = 0$, $d_2 : x + 2y + 1 = 0$, $d_3 : mx - y - 7 = 0$. Để 3 đường thẳng này đồng qui thì giá trị thích hợp của m là:

A. $m = -6$.

B. $m = 6$.

C. $m = -5$.

D. $m = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ $d_1 \cap d_2$ tại $A(1; -1)$.

+ $A \in d_3$ thì $m = 6$.

Câu 230. Cho 2 đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$, $d_2 : \begin{cases} x = 5 - t_1 \\ y = -7 + 3t_1 \end{cases}$. Câu nào sau đây đúng ?

A. $d_1 // d_2$.

B. d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(1; -3)$.

C. $d_1 \equiv d_2$.

D. d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(3; -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

+ Nhận thấy $\vec{u}_1 = (1; 2)$, $\vec{u}_2 = (-1; 3)$ không cùng phương nên loại A, C.

+ Lập hệ: $\begin{cases} 2+t=5-t_1 \\ -3+2t=-7+3t_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t_1=2 \end{cases}$.

+ Tọa độ giao điểm là $(3; -1)$.

Câu 231. Hai đường thẳng $2x-4y+1=0$ và $\begin{cases} x=-1+at \\ y=3-(a+1)t \end{cases}$ vuông góc với nhau thì giá trị của a là:

A. $a = -2$.

B. $a = 2$.

C. $a = -1$.

D. $a = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

+ Xét tỉ lệ: $\frac{a}{2} = \frac{a+1}{4} \Rightarrow a=1$.

Câu 232. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=1-t \\ y=5+3t \end{cases}$, $d_2: x-2y+1=0$. Tìm mệnh đề đúng:

A. $d_1 // d_2$.

B. $d_2 // Ox$.

C. $d_2 \cap Oy = A\left(0; \frac{1}{2}\right)$

D. $d_1 \cap d_2 = B\left(\frac{1}{8}; \frac{3}{8}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

+ $\vec{u}_1 = (-1; 3), \vec{n}_2 = (1; -2)$ nên phương án A, B loại.

+ $d_2 \cap Oy: x=0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$. Phương án C đúng.

+ Kiểm tra phương án D: Thế tọa độ B vào PT d_2 , không thỏa mãn.

Câu 233. Giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x-y+8=0$ và $d_2: \begin{cases} x=1-2t \\ y=4-t \end{cases}$ là:

A. $M(3; -2)$.

B. $M(-3; 2)$.

C. $M(3; 2)$.

D. $M(-3; -2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ $2(1-2t)-(4-t)+8=0 \Rightarrow t=2$.

Câu 234. Xác định a để hai đường thẳng $d_1: ax+3y-4=0$ và $d_2: \begin{cases} x=-1+t \\ y=3+3t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

A. $a = 1$.

B. $a = -1$.

C. $a = 2$.

D. $a = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

+ $3+3t=0 \Rightarrow t=-1$.

+ $a(-1+t)+3(3+3t)-4=0 \Rightarrow -2a-4=0 \Rightarrow a=-2$.

Câu 235. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1: \begin{cases} x=-4-t \\ y=1-2t \end{cases}$, $d_2: x+2y-4=0$

A. d_1 trùng d_2 .

B. d_1 cắt d_2 .

C. $d_1 // d_2$.

D. d_1 chéo d_2 .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = -4 - t \\ y = 1 - 2t \end{cases}$ có vtpt $\vec{n}_1 = (2; -1)$

Đường thẳng $d_2 : x + 2y - 4 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (1; 2)$

Ta có $\vec{n}_2 \cdot \vec{n}_1 = 0$ nên $\vec{n}_1 \perp \vec{n}_2 \Rightarrow d_1$ cắt d_2 .

HOẶC dùng dấu hiệu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ kết luận ngay.

Câu 236. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$, $d_2 : \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases}$

A. (1; 7).

B. (-3; 2).

C. (2; -3).

D. (5; 1).

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} -3 + 4t = 1 + 4t' \\ 2 + 5t = 7 - 5t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 0 \end{cases} \text{ thay vào phương trình đường thẳng } d_1 \text{ và } d_2 \text{ ta được } x = 1, y = 7$$

Câu 237. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 7 + 5t \end{cases}$, $d_2 : \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = -6 - 3t' \end{cases}$

A. (-3; -3).

B. (1; 7).

C. (1; -3).

D. (3; 1).

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 1 + 2t = 1 + 4t' \\ 7 + 5t = -6 - 3t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t' = -1 \end{cases} \text{ thay vào phương trình đường thẳng } d_1 \text{ và } d_2 \text{ ta được } x = -3, y = -3.$$

Câu 238. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$, $d_2 : 2x + 3y - 19 = 0$

A. (2; 5).

B. (10; 25).

C. (-1; 7).

D. (2; 5).

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \\ 2x + 3y - 19 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 2(22 + 2t) + 3(55 + 5t) - 19 = 0 \Leftrightarrow t = -10$$

Suy ra tọa độ giao điểm là (2; 5).

Câu 239. Phần đường thẳng $x + y - 1 = 0$ nằm trong xOy có độ dài bằng bao nhiêu ?

A. 1.

B. $\sqrt{2}$.

C. 2.

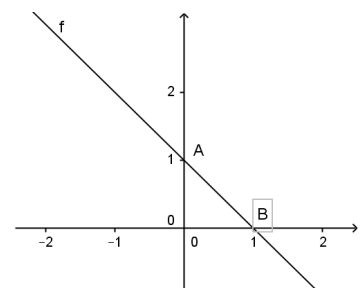
D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Do tam giác ABC vuông tại O .

Suy ra $|AB| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.



Câu 240. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau song song nhau: $d_1 : 2x + (m^2 + 1)y - 50 = 0$ và $d_2 : x + my - 100 = 0$

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = 2$.

D. $m = 1$ và $m = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$d_1 // d_2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{1} = \frac{m^2 + 1}{m} \neq \frac{-50}{-100} \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{1} = \frac{m^2 + 1}{m} \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 241. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau song song nhau: $2x + (m^2 + 1)y - 3 = 0$ và $mx + y - 100 = 0$

A. $m \in \emptyset$.

B. $m = 2$.

C. $m = 1$.

D. $m = 1$ và $m = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$d_1 // d_2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{m} = \frac{m^2 + 1}{1} \neq \frac{-3}{-100} \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{m} = \frac{m^2 + 1}{1} \\ m \neq \frac{200}{3} \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^3 + m - 2 = 0 \\ m \neq \frac{200}{3} \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1.$$

Câu 242. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau song song nhau: $d_1 : 3mx + 2y - 6 = 0$ và $d_2 : (m^2 + 2)x + 2my - 3 = 0$

A. $m = 1$ và $m = -1$.

B. $m \in \emptyset$.

C. $m = 2$.

D. $m = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$d_1 // d_2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{3m}{m^2 + 2} = \frac{2}{2m} \neq \frac{-6}{-3} \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3m}{m^2 + 2} = \frac{2}{2m} \\ \frac{2}{2m} \neq 2 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 = 4 \\ m \neq \frac{1}{2} \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -1 \end{cases}.$$

Câu 243. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng sau song song nhau: $d_1 : \begin{cases} x = 8 - (m+1)t \\ y = 10 + t \end{cases}$ và

$$d_2 : mx + 2y - 14 = 0$$

A. $m = 1$ và $m = -2$.

B. $m = 1$.

C. $m = -2$.

D. $m \in \emptyset$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$d_1 // d_2 \Rightarrow \text{hệ phương trình} \begin{cases} x = 8 - (m+1)t & (1) \\ y = 10 + t & (2) \\ mx + 2y - 14 = 0 & (3) \end{cases} \text{ vô nghiệm}$$

Thay (1), (2) vào (3) ta được $m(8 - (m+1)t) + 2(10 + t) - 14 = 0$

$$\Leftrightarrow (m^2 + m - 2)t = 8m + 6 \quad (4)$$

Phương trình (4) vô nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2 + m - 2 = 0 \\ 8m + 6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$.

Câu 244. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + mt \end{cases}$ và $d_2: 4x - 3y + m = 0$ trùng nhau?

- A. $m = -3$. B. $m = 1$. C. $m = \frac{4}{3}$. **D. $m \in \emptyset$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$d_1 \equiv d_2 \Rightarrow \text{hệ phương trình} \begin{cases} x = 2 + 2t & (1) \\ y = 1 + mt & (2) \\ 4x - 3y + m = 0 & (3) \end{cases} \text{ có nghiệm tùy ý.}$$

Thay (1), (2) vào (3) ta được $4(2 + 2t) - 3(1 + mt) + m = 0$

$$\Leftrightarrow (3m - 8)t = m + 5 \quad (4)$$

Phương trình (4) có nghiệm tùy ý khi và chỉ khi $\begin{cases} 3m - 8 = 0 \\ m + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$.

Câu 245. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1: (2m-1)x + my - 10 = 0$ và $d_2: 3x + 2y + 6 = 0$ vuông góc nhau?

- A. $m = \frac{3}{2}$. B. $m = -\frac{3}{8}$. **C. $m = \frac{3}{8}$.** D. $m \in \emptyset$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng $d_1: (2m-1)x + my - 10 = 0$ có vtpt $\vec{n}_1 = (2m-1; m)$

Đường thẳng $d_2: 3x + 2y + 6 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (3; 2)$

$$d_1 \perp d_2 \Rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow (2m-1) \cdot (3) + (m) \cdot (2) = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{8}$$

Câu 246. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1: 2x - 3y - 10 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ vuông góc nhau?

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = \frac{9}{8}$. **C. $m = -\frac{9}{8}$.** D. $m \in \emptyset$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng $d_1: 2x - 3y - 10 = 0$ có vtpt $\vec{n}_1 = (2; -3)$

Đường thẳng $d_2 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$ có vtpt $\vec{n}_2 = (4m; -3)$

$$d_1 \perp d_2 \Rightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow (2) \cdot (4m) + (-3) \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{8}.$$

Câu 247. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1 : x - 3my + 10 = 0$ và $d_2 : mx + 4y + 1 = 0$ cắt nhau?

A. $m \in \mathbb{R}$.

B. $m = 1$.

C. $m = 2$.

D. $m \in \emptyset$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$d_1 \text{ cắt } d_2 \Rightarrow \frac{1}{m} \neq \frac{-3m}{4} \Leftrightarrow -3m^2 \neq 4 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}.$$

Câu 248. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng phân biệt $d_1 : 3mx + 2y + 6 = 0$ và $d_2 : (m^2 + 2)x + 2my + 6 = 0$ cắt nhau?

A. $m \neq -1$.

B. $m \neq 1$.

C. $m \in \mathbb{R}$.

D. $m \neq 1$ và $m \neq -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$d_1 \text{ cắt } d_2 \Rightarrow \frac{3m}{m^2 + 2} \neq \frac{2}{2m} \Leftrightarrow 4m^2 \neq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -1 \end{cases}.$$

Câu 249. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1 : 3x + 4y + 10 = 0$ và $d_2 : (2m - 1)x + m^2y + 10 = 0$ trùng nhau?

A. $m \in \emptyset$.

B. $m = \pm 1$.

C. $m = 2$.

D. $m \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$d_1 \equiv d_2 \Rightarrow \frac{2m-1}{3} = \frac{m^2}{4} = \frac{10}{10} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2m-1}{3} = \frac{m^2}{4} \\ \frac{m^2}{4} = \frac{10}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 - 8m + 4 = 0 \\ m^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \vee m = \frac{2}{3} \\ m = 2 \vee m = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 250. Với giá trị nào của m thì hai đường thẳng $d_1 : 4x - 3y + 3m = 0$ và $d_2 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 4 + mt \end{cases}$ trùng nhau?

A. $m = -\frac{8}{3}$.

B. $m = \frac{8}{3}$.

C. $m = -\frac{4}{3}$.

D. $m = \frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$d_1 \equiv d_2 \Rightarrow \text{hệ phương trình } \begin{cases} x = 1 + 2t & (1) \\ y = 4 + mt & (2) \\ 4x - 3y + 3m = 0 & (3) \end{cases} \text{ có nghiệm tùy ý.}$$

$$\text{Thay (1), (2) vào (3) ta được } 4(1 + 2t) - 3(4 + mt) + 3m = 0 \Leftrightarrow (3m - 8)t = 3m - 8 \quad (4)$$

Phương trình (4) có nghiệm tùy ý khi và chỉ khi $3m - 8 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{8}{3}$.

Câu 251. Nếu ba đường thẳng $d_1: 2x + y - 4 = 0$; $d_2: 5x - 2y + 3 = 0$; $d_3: mx + 3y - 2 = 0$ đồng quy thì m có giá trị là:

A. $\frac{12}{5}$.

B. $-\frac{12}{5}$.

C. 12.

D. -12.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + y - 4 = 0 \\ 5x - 2y + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{9} \\ y = \frac{26}{9} \end{cases} \text{ suy ra } d_1, d_2 \text{ cắt nhau tại } M\left(\frac{5}{9}; \frac{26}{9}\right)$$

Vì d_1, d_2, d_3 đồng quy nên $M \in d_3$ ta có: $m \cdot \frac{5}{9} + 3 \cdot \frac{26}{9} - 2 = 0 \Leftrightarrow m = -12$.

Câu 252. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1: x - 2y + 1 = 0$ và $d_2: -3x + 6y - 10 = 0$

A. Trùng nhau.

B. Song song.

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

D. Vuông góc với nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng $d_1: x - 2y + 1 = 0$ có vtpt $\vec{n}_1 = (1; -2)$

Đường thẳng $d_2: -3x + 6y - 10 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (-3; 6)$

Ta có $\vec{n}_2 = -3 \cdot \vec{n}_1$ nên \vec{n}_1, \vec{n}_2 cùng phương.

Chọn $A(1; 0) \in d_1$ mà $A(1; 0) \notin d_2$ nên d_1, d_2 song song với nhau.

HOẶC dùng dấu hiệu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ kết luận ngay.

Câu 253. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1: \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ và $d_2: 6x - 2y - 8 = 0$

A. song song.

B. Trùng nhau.

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

D. Vuông góc với nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ có vtpt $\vec{n}_1 = (3; -2)$

Đường thẳng $d_2: 6x - 2y - 8 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (6; -2)$

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 22$ nên d_1, d_2 không vuông góc nhau.

$$\text{Hệ phương trình } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1 \\ 6x - 2y - 8 = 0 \end{cases} \text{ có nghiệm } \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy d_1, d_2 cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

Câu 254. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1: \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ và $d_2: 6x - 4y - 8 = 0$

A. song song.

B. Trùng nhau.

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

D. Vuông góc với nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$ có vtpt $\vec{n}_1 = (3; -2)$

Đường thẳng $d_2: 6x - 4y - 8 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (6; -4)$

Ta có $\vec{n}_2 = 2 \cdot \vec{n}_1$ nên \vec{n}_1, \vec{n}_2 cùng phương.

Chọn $A(2; 0) \in d_1$ mà $A(2; 0) \notin d_2$ nên d_1, d_2 song song với nhau.

HOẶC dùng dấu hiệu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ kết luận ngay.

Câu 255. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1: \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ và $d_2: 3x + 4y - 10 = 0$

A. Vuông góc với nhau.

B. Trùng nhau.

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

D. Song song.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng $d_1: \frac{x}{3} - \frac{y}{4} = 1$ có vtpt $\vec{n}_1 = (4; -3)$

Đường thẳng $d_2: 3x + 4y - 10 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (3; 4)$

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0$ nên d_1, d_2 vuông góc nhau.

Câu 256. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$; $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -8 + 4t \end{cases}$

A. d_1 cắt d_2 .

B. $d_1 // d_2$.

C. d_1 trùng d_2 .

D. d_1 chéo d_2 .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 - 2t \end{cases}$ có vtpt $\vec{n}_1 = (2; 1)$

Đường thẳng $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -8 + 4t \end{cases}$ có vtpt $\vec{n}_2 = (4; -2)$

Ta có $\vec{n}_2 = 2 \cdot \vec{n}_1$ nên \vec{n}_1, \vec{n}_2 cùng phương.

Chọn $A(-1; -2) \in d_1$ mà $A(-1; -2) \in d_2$ nên d_1 trùng d_2 .

HOẶC dùng dấu hiệu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ kết luận ngay.

Câu 257. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1: \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$; $d_2: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 4 + 3t \end{cases}$

A. d_1 cắt d_2 .

B. $d_1 // d_2$.

C. d_1 trùng d_2 .

D. d_1 chéo d_2 .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 - 6t \end{cases}$ có vtpt $\vec{n}_1 = (6; 4)$

Đường thẳng $d_2 : \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 4 + 3t \end{cases}$ có vtpt $\vec{n}_2 = (3; 2)$

Ta có $\vec{n}_2 = 2 \cdot \vec{n}_1$ nên \vec{n}_1, \vec{n}_2 cùng phương.

Chọn $A(-3; 2) \in d_1$ mà $A(-3; 2) \notin d_2$ nên $d_1 \notin d_2$.

HOẶC dùng dấu hiệu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ kết luận ngay.

Câu 258. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$, $d_2 : 3x + 2y - 14 = 0$

A. d_1 trùng d_2 .

B. d_1 cắt d_2 .

C. $d_1 // d_2$.

D. d_1 chéo d_2 .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ có vtpt $\vec{n}_1 = (3; 2)$

Đường thẳng $d_2 : 3x + 2y - 14 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (3; 2)$

Ta có $\vec{n}_2 = \vec{n}_1$ nên \vec{n}_1, \vec{n}_2 cùng phương.

Chọn $A(4; 1) \in d_1$ mà $A(4; 1) \in d_2$ nên d_1 trùng d_2 .

HOẶC dùng dấu hiệu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ kết luận ngay.

Câu 259. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$; $d_2 : 5x + 2y - 14 = 0$

A. $d_1 // d_2$.

B. d_1 cắt d_2 .

C. d_1 trùng d_2 .

D. d_1 chéo d_2 .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng $d_1 : \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$ có vtpt $\vec{n}_1 = (5; 2)$

Đường thẳng $d_2 : 5x + 2y - 14 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (5; 2)$

Ta có $\vec{n}_2 = \vec{n}_1$ nên \vec{n}_1, \vec{n}_2 cùng phương.

Chọn $A(4; 1) \in d_1$ mà $A(4; 1) \notin d_2$ nên $d_1 \notin d_2$.

HOẶC dùng dấu hiệu $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ kết luận ngay.

Câu 260. Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng sau: $d_1 : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$; $d_2 : 7x + 2y - 1 = 0$

A. d_1 chéo d_2 .

B. $d_1 // d_2$.

C. d_1 trùng d_2 .

D. d_1 cắt d_2 .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$ có vtpt $\vec{n}_1 = (5; 1)$ và $d_1: 5x + y - 21 = 0$.

Đường thẳng $d_2: 7x + 2y - 1 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (7; 2)$.

Hệ phương trình $\begin{cases} 5x + y - 21 = 0 \\ 7x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$ có nghiệm $\begin{cases} x = \frac{41}{3} \\ y = \frac{-142}{3} \end{cases}$

Vậy d_1 cắt d_2 .

Câu 261. Cho hai điểm $A(-2; 0)$, $B(1; 4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 - t \end{cases}$. Tìm giao điểm của đường thẳng d và AB .

A. $(2; 0)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(0; -2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(-2; 0)$ và có vtcp $\vec{AB} = (3; 4)$, vtpt $\vec{n} = (4; -3)$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $AB: 4x - 3y + 8 = 0$.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(0; 2)$ và có vtcp $\vec{u} = (-1; -1)$, vtpt $\vec{p} = (1; -1)$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng $d: x - y + 2 = 0$.

Gọi K là giao điểm của đường thẳng d và AB .

Tọa độ điểm K thỏa hệ phương trình $\begin{cases} 4x - 3y + 8 = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow K(-2; 0) \equiv A$

Câu 262. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng sau $(d_1): \frac{x-2}{-2} = \frac{y+3}{1}$ và $(d_2): x - y + 1 = 0$.

A. $(-2; -1)$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(2; 3)$.

D. $(2; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$(d_1): \frac{x-2}{-2} = \frac{y+3}{1} \Leftrightarrow x + 2y + 4 = 0$

Xét hệ phương trình: $\begin{cases} x + 2y + 4 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = -4 \\ x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$

Câu 263. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $15x - 2y - 10 = 0$ và trục tung?

A. $(\frac{2}{3}; 0)$.

B. $(0; -5)$.

C. $(0; 5)$.

D. $(-5; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Thay $x = 0$ vào phương trình đường thẳng ta có: $15 \cdot 0 - 2y - 10 = 0 \Leftrightarrow y = -5$

Câu 264. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $5x + 2y - 10 = 0$ và trục hoành.

A. $(2; 0)$.

B. $(0; 5)$.

C. $(-2; 0)$.

D. $(0; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thay $y = 0$ vào phương trình đường thẳng ta có: $5x + 2 \cdot 0 - 10 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy đáp án đúng là A .

Câu 265. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $15x - 2y - 10 = 0$ và trục hoành.

- A. $(0; -5)$. **B. $(\frac{2}{3}; 0)$.** C. $(0; 5)$. D. $(-5; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thay $y = 0$ vào phương trình đường thẳng ta có: $15x - 2 \cdot 0 - 10 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

Câu 266. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng $7x - 3y + 16 = 0$ và $x + 10 = 0$.

- A. $(-10; -18)$.** B. $(10; 18)$. C. $(-10; 18)$. D. $(10; -18)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $x = -10$ thay vào phương trình đường thẳng ta có: $7 \cdot (-10) - 3y + 16 = 0 \Leftrightarrow y = -18$

Câu 267. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng $5x - 2y - 29 = 0$ và $3x + 4y - 7 = 0$.

- A. $(5; -2)$.** B. $(2; -6)$. C. $(5; 2)$. D. $(-5; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hệ phương trình:
$$\begin{cases} 5x - 2y - 29 = 0 \\ 3x + 4y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 2y = 29 \\ 3x + 4y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -2 \end{cases}$$

Câu 268. Hai đường thẳng $2x - 4y + 1 = 0$ và $\begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a+1)t \end{cases}$ vuông góc với nhau thì giá trị của a là:

- A. $a = -2$ B. $a = 2$ C. $a = -1$ **D. $a = 1$**

Hướng dẫn giải.

Chọn D

Ta có:

$\Delta_1: 2x - 4y + 1 = 0$ có vectơ chỉ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; -4)$ suy ra vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; 1)$

$\Delta_2: \begin{cases} x = -1 + at \\ y = 3 - (a+1)t \end{cases}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (a; -a-1)$.

Hai đường thẳng vuông góc với nhau $\Leftrightarrow \vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow 2a + 1(-a-1) = 0 \Leftrightarrow a = 1$.

Câu 269. Cho 2 đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = 5 - t \\ y = -7 + 3t \end{cases}$. Câu nào sau đây đúng?

- A. $d_1 // d_2$ B. d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(1; -3)$
C. d_1 trùng d_2 **D. d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(3; -1)$**

Hướng dẫn giải.

Chọn D

Ta có: d_1 có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; 2)$ suy ra vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (2; -1)$ và d_1 đi qua điểm $M_1(2; -3)$ nên phương trình tổng quát của d_1 : $2x - y - 7 = 0, (1)$.

Thay x, y từ phương trình d_2 vào (1) ta được: $2(5-t) - (-7+3t) - 7 = 0 \Leftrightarrow 5t = 10 \Leftrightarrow t = 2$

Vậy d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(3; -1)$.

Câu 270. Cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 5+3t \end{cases}$, $d_2: x - 2y + 1 = 0$. Tìm mệnh đề đúng:

A. $d_1 // d_2$

B. $d_2 // Ox$

C. $d_2 \cap Oy = A\left(0; \frac{1}{2}\right)$

D. $d_1 \cap d_2 = B\left(\frac{1}{8}; \frac{3}{8}\right)$

Hướng dẫn giải.

Chọn C

d_1 có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-1; 3)$.

d_2 có vectơ chỉ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; -2)$ suy ra vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (2; 1)$ không song song Ox (loại B).

Vì $-1 \cdot (-2) \neq 1 \cdot 3$ nên d_1 và d_2 cắt nhau (loại A).

Thay $x = 0$ vào phương trình d_2 ta được $-2y + 1 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$ nên đáp án C đúng.

Câu 271. Giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x - y + 8 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 1-2t \\ y = 4-t \end{cases}$ là:

A. $M(3; -2)$

B. $M(-3; 2)$

C. $M(3; 2)$

D. $M(-3; -2)$

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Thay x, y từ phương trình d_2 vào d_1 ta được: $2(1-2t) - (4-t) + 8 = 0 \Leftrightarrow 3t = 6 \Leftrightarrow t = 2$

Vậy d_1 và d_2 cắt nhau tại $M(-3; 2)$.

Câu 272. Xác định a để hai đường thẳng $d_1: ax + 3y - 4 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 3+3t \end{cases}$ cắt nhau tại một điểm

nằm trên trục hoành.

A. $a = 1$

B. $a = -1$

C. $a = 2$

D. $a = -2$

Hướng dẫn giải.

Chọn D

Cách 1: Gọi $M = d_1 \cap d_2 \Rightarrow M(-1+t; 3+3t) \in d_2, M \in Ox \Rightarrow 3+3t = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Suy ra $M(-2; 0)$. $M \in d_1$, thay tọa độ của M vào phương trình d_1 ta được

$a(-2) + 3 \cdot 0 - 4 = 0 \Leftrightarrow a = -2$. Vậy $a = -2$ là giá trị cần tìm.

Cách 2: Thay x, y từ phương trình d_2 vào d_1 ta được:

$a(-1+t) + 3(3+3t) - 4 = 0 \Leftrightarrow (a+9)t = a-5 \Leftrightarrow t = \frac{a-5}{a+9}$

Gọi $M = d_1 \cap d_2 \Rightarrow M \left(\frac{-14}{a+9}; \frac{6a+12}{a+9} \right)$. Theo đề $M \in Ox \Rightarrow 6a+12=0 \Leftrightarrow a=-2$.

Vậy $a=-2$ là giá trị cần tìm.

Câu 273. Hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -2 + 5t \\ y = 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và $d_2: 4x + 3y - 18 = 0$ cắt nhau tại điểm có tọa độ:

A. (2;3).

B. (3;2).

C. (1;2).

D. (2;1).

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Khử t ta có $\begin{cases} 2x - 5y + 4 = 0 \\ 4x + 3y - 18 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$.

Câu 274. Trong mặt phẳng Oxy , cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

A. $d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \end{cases}$ và $d_2: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 4t \end{cases}$.

B. $d_1: \frac{x-10}{-1} = \frac{y+5}{2}$ và $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1}$.

C. $d_1: y = x + 1$ và $d_2: x - y + 10 = 0$.

D. $d_1: 2x - 5y - 7 = 0$ và $d_2: x - y - 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đáp án A thì d_1, d_2 lần lượt có VTCP $\vec{u}_1 = (1; 2), \vec{u}_2 = (1; -4)$ không cùng phương.

Đáp án B thì d_1, d_2 lần lượt có VTCP $\vec{u}_1 = (-1; 2), \vec{u}_2 = (-1; 1)$ không cùng phương.

Đáp án C thì d_1, d_2 lần lượt có tỉ số các hệ số $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ suy ra d_1, d_2 song song.

Đáp án D thì d_1, d_2 lần lượt có tỉ số các hệ số $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ suy ra d_1, d_2 không song song.

Câu 275. Định m sao cho hai đường thẳng $(\Delta_1): (2m-1)x + my - 10 = 0$ và $(\Delta_2): 3x + 2y + 6 = 0$ vuông góc với nhau.

A. $m = 0$.

B. Không m nào.

C. $m = 2$.

D. $m = \frac{3}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Δ_1 có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2m-1; m)$, Δ_2 có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (3; 2)$.

Ta có: $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow 3(2m-1) + 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{8}$.

Câu 276. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 7 + 5t \end{cases}$ và $(\Delta_2): \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = -6 - 3t' \end{cases}$.

A. (1;7).

B. (1;-3).

C. (3;1).

D. (-3;-3).

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xét hệ: $\begin{cases} 1 + 2t = 1 + 4t' \\ 7 + 5t = -6 - 4t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t' = -1 \end{cases} \Rightarrow$ giao điểm của (Δ_1) và (Δ_2) là $A(-3; -3)$.

Câu 277. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x = 3 + \frac{3}{2}t \\ y = -1 + \frac{4}{3}t \end{cases}$ và $(\Delta_2): \begin{cases} x = \frac{9}{2} + 9t' \\ y = \frac{1}{3} + 8t' \end{cases}$.

- A. Song song nhau. B. Cắt nhau. C. Vuông góc nhau. **D. Trùng nhau.**

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xét hệ: $\begin{cases} 3 + \frac{3}{2}t = \frac{9}{2} + 9t' \\ -1 + \frac{4}{3}t = \frac{1}{3} + 8t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - 6t' = 1 \\ t - 6t' = 1 \end{cases}$: hệ có vô số nghiệm $\Rightarrow \Delta_1 \equiv \Delta_2$.

Câu 278. Đường thẳng $(\Delta): 5x + 3y = 15$ tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

- A. 3. B. 15. **C. $\frac{15}{2}$.** D. 5.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi A là giao điểm của Δ và Ox , B là giao điểm của Δ và Oy .

Ta có: $A(3;0)$, $B(0;5) \Rightarrow OA = 3$, $OB = 5 \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{15}{2}$.

Câu 279. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $(\Delta_1): \begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 2 + 5t \end{cases}$ và $(\Delta_2): \begin{cases} x = 1 + 4t' \\ y = 7 - 5t' \end{cases}$.

- A. $A(5;1)$. **B. $A(1;7)$.** C. $A(-3;2)$. D. $A(1;-3)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Xét hệ: $\begin{cases} -3 + 4t = 1 + 4t' \\ 2 + 5t = 7 - 5t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 0 \end{cases} \Rightarrow$ giao điểm $A(1;7)$.

Câu 280. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: 15x - 2y - 10 = 0$ và trục tung Oy .

- A. $(-5;0)$. B. $(0;5)$. **C. $(0;-5)$.** D. $\left(\frac{2}{3};5\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Giải hệ: $\begin{cases} 15x - 2y - 10 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 \\ x = 0 \end{cases}$.

Vậy tọa độ giao điểm của $\Delta: 15x - 2y - 10 = 0$ và trục tung Oy là $(0;-5)$.

Câu 281. Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng sau đây:

$\Delta_1: \begin{cases} x = 22 + 2t \\ y = 55 + 5t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 12 + 4t' \\ y = -15 - 5t' \end{cases}$

- A. $(6;5)$. **B. $(0;0)$.** C. $(-5;4)$. D. $(2;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} 22 + 2t = 12 + 4t' \\ 55 + 5t = 12 + 4t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ giao điểm của Δ_1 và Δ_2 là $(0; 0)$.

Câu 282. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: 7x - 3y + 16 = 0$ và đường thẳng $d: x + 10 = 0$.

- A. $(10; -18)$. B. $(10; 18)$. C. $(-10; 18)$. **D. $(-10; -18)$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} 7x - 3y + 16 = 0 \\ x + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 \\ y = -18 \end{cases}.$$

Vậy tọa độ giao điểm của Δ và d là $(-10; -18)$.

Câu 283. Cho 4 điểm $A(4; -3)$, $B(5; 1)$, $C(2; 3)$, $D(-2; 2)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

- A. Trùng nhau. **B. Cắt nhau.** C. Song song. D. Vuông góc nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } AB \text{ là: } AB: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -3 + 4t \end{cases}.$$

$$\text{Phương trình tham số của đường thẳng } CD \text{ là: } CD: \begin{cases} x = 2 - 4t' \\ y = 3 - t' \end{cases}.$$

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} 4 + t = 2 - 4t' \\ -3 + 4t = 3 - t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{26}{15} \\ t' = -\frac{14}{15} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{86}{15} \\ y = -\frac{14}{15} \end{cases}.$$

Câu 284. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng: $\Delta_1: \begin{cases} x = 3 + \sqrt{2}t \\ y = 1 - \sqrt{3}t \end{cases}$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + \sqrt{3}t' \\ y = 1 + \sqrt{2}t' \end{cases}$

- A. Song song nhau. B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.
C. Trùng nhau. **D. Vuông góc nhau.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\vec{u}_1 = (\sqrt{2}; -\sqrt{3})$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ_1 .

Và $\vec{u}_2 = (\sqrt{3}; \sqrt{2})$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ_2 .

Vì $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$ nên $\Delta_1 \perp \Delta_2$.

Câu 285. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = \sqrt{2} + (\sqrt{3} + \sqrt{2})t \\ y = -\sqrt{2} + (\sqrt{3} - \sqrt{2})t \end{cases} \quad \text{và} \quad \Delta_2 : \begin{cases} x = -\sqrt{3} + t' \\ y = -\sqrt{3} + (5 - 2\sqrt{6})t' \end{cases}$$

A. Trùng nhau.

B. Cắt nhau.

C. Song song.

D. Vuông góc.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Giải hệ:
$$\begin{cases} \sqrt{2} + (\sqrt{3} + \sqrt{2})t = -\sqrt{3} + t' \\ -\sqrt{2} + (\sqrt{3} - \sqrt{2})t = -\sqrt{3} + (5 - 2\sqrt{6})t' \end{cases}$$
. Ta được hệ vô số nghiệm.

Vậy $\Delta_1 \equiv \Delta_2$.

Câu 286. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng:

$$\Delta_1 : \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 3 - 6t \end{cases} \quad \text{và} \quad \Delta_2 : \begin{cases} x = 7 + 5t' \\ y = -3 + 6t' \end{cases}$$

A. Trùng nhau.

B. Vuông góc nhau.

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

D. Song song nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\vec{u}_1 = (5; -6)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ_1 .

Và $\vec{u}_2 = (5; 6)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ_2 .

Vì $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = -11$ nên Δ_1 không vuông góc với Δ_2 .

Giải hệ
$$\begin{cases} 2 + 5t = 7 + 5t' \\ 3 - 6t = -3 + 6t' \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 0 \end{cases}$$

Vậy Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tại điểm $I(7; -3)$ nhưng không vuông góc với nhau.

Câu 287. Tìm tọa độ vectơ chỉ phương của đường thẳng song song với trục Oy .

A. (0;1).

B. (1;1).

C. (1;-1).

D. (1;0).

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Hai đường thẳng song song có cùng vectơ chỉ phương hay hai vectơ chỉ phương cùng phương. Trục Oy có vectơ chỉ phương (0;1) nên chọn A

Câu 288. Hai đường thẳng $\Delta_1 : \frac{x}{\sqrt{2}-1} + \frac{y}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} = 0$ và $\Delta_2 : \sqrt{2}x - 2(\sqrt{2}+1)y = 0$ có vị trí tương đối là:

A. cắt nhau nhưng không vuông góc.

B. song song với nhau.

C. vuông góc nhau.

D. trùng nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Dùng Casio bấm giải hệ phương trình từ hai phương trình của hai đường thẳng:

- Hệ vô nghiệm: hai đường thẳng song song
 - Hệ có nghiệm duy nhất: hai đường cắt nhau
- Nếu tích vô hướng của hai VTPT bằng 0 thì vuông góc

- Hệ có vô số nghiệm: hai đường trùng nhau

Cách khác: Xét cặp VTPT của hai đường thẳng

- Không cùng phương: hai đường thẳng cắt nhau
- Nếu tích vô hướng của hai VTPT bằng 0 thì vuông góc

- Cùng phương: hai đường thẳng song song hoặc trùng

Đáp án: tích vô hướng của hai VTPT bằng 0 nên hai đường vuông góc. Chọn C.

Câu 289. Tìm vector pháp tuyến của đường thẳng song song với trục Oy .

A. (1;1).

B. (1;0).

C. (0;1).

D. (-1;0).

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

VTPT của đường thẳng song song với Oy : vuông góc với VTCP của trục Oy là (0;1).

Hai vector vuông góc khi tích vô hướng của chúng bằng 0

Chọn đáp án B (lật ngược đổi một dấu)

Câu 290. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: 5x - 2y + 12 = 0$ và đường thẳng $D: y + 1 = 0$.

A. (1;-2).

B. (-1;3).

C. $\left(-\frac{14}{5}; -1\right)$.

D. $\left(-1; \frac{14}{5}\right)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Dùng Casio bấm giải hệ phương trình từ hai phương trình của hai đường thẳng:

- Hệ vô nghiệm: hai đường thẳng song song
 - Hệ có nghiệm duy nhất: hai đường cắt nhau
- Nếu tích vô hướng của hai VTPT bằng 0 thì vuông góc
- Hệ có vô số nghiệm: hai đường trùng nhau

Câu 291. Cho 4 điểm $A(0;1)$, $B(2;1)$, $C(0;1)$, $D(3;1)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

A. Song song.

B. Trùng nhau.

C. Cắt nhau.

D. Vuông góc nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Biểu diễn bốn điểm lên hệ trục tọa độ: cùng nằm trên một đường thẳng.

Hay nhìn nhanh: bốn điểm có cùng tung độ, vì vậy cùng nằm trên đường thẳng $y = 1$.

Câu 292. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây trùng nhau?

$$\Delta_1: \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 + (m^2 + 1)t \end{cases} \text{ và } \Delta_2: \begin{cases} x = 1 + mt \\ y = m + t \end{cases}$$

A. Không có m .

B. $m = \frac{4}{3}$.

C. $m = 1$.

D. $m = -3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Chuyển về phương trình tổng quát, hai đường thẳng trùng nhau khi các hệ số tương ứng tỷ lệ.

Giải ra được $m = 1$. Chọn C

***Giải nhanh: lấy đáp án thế vào hai phương trình.

Câu 293. Cho 4 điểm $A(1;2), B(4;0), C(1;-3), D(7;-7)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

A. Trùng nhau.

B. Song song.

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

D. Vuông góc nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$\overline{AB} = (3; -2), \overline{CD} = (6; -4)$. Ta có: $\frac{3}{6} = \frac{-2}{-4}$. Suy ra AB và CD song song.

Câu 294. Định m để 2 đường thẳng sau đây vuông góc: $\Delta_1 : 2x - 3y + 4 = 0$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 - 4mt \end{cases}$

A. $m = -\frac{1}{2}$.

B. $m = \pm \frac{9}{8}$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = -\frac{9}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng Δ_1 có vtpt $\vec{n}_1 = (2; -3)$, Δ_2 có vtcp $\vec{u}_2 = (-3; -4m) \Rightarrow$ vtpt $\vec{n}_2 = (-4m; 3)$.

Để $\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{9}{8}$.

Câu 295. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta : 5x + 2y - 10 = 0$ và trục hoành Ox .

A. $(0; 2)$.

B. $(0; 5)$.

C. $(2; 0)$.

D. $(-2; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng Δ giao với trục Ox : cho $y = 0 \Rightarrow x = 2$.

Câu 296. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1 : \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 5t \end{cases}$ và $\Delta_2 : 2x - 10y + 15 = 0$

A. Vuông góc nhau.

B. Song song nhau.

C. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

D. Trùng nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng Δ_1 có vtcp $\vec{u}_1 = (1; -5)$

Đường thẳng Δ_2 có vtpt $\vec{n}_2 = (2; -10) \Rightarrow \vec{u}_2 = (10; 2)$

Ta có $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$, suy ra Δ_1 và Δ_2 vuông góc với nhau.

Câu 297. Tìm tất cả giá trị m để hai đường thẳng sau đây song song.

$\Delta_1 : \begin{cases} x = 8 - (m+1)t \\ y = 10 + t \end{cases}$ và $\Delta_2 : mx + 2y - 14 = 0$.

A. Không m nào.

B. $m = -2$.

C. $m = 1$ hoặc $m = -2$.

D. $m = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng Δ_1 có vtcp $\vec{u}_1 = (-m-1; 1)$ nên vtpt $\vec{n}_1 = (1; m+1)$.

Đường thẳng Δ_2 có vtpt $\vec{n}_2 = (m; 2)$.

$$\Delta_1 // \Delta_2 \Leftrightarrow \frac{1}{m} = \frac{m+1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-2 \end{cases}$$

Câu 298. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng

$$\Delta_1 : \begin{cases} x=1+(1-\sqrt{2})t \\ y=2+\sqrt{2}t \end{cases} \text{ và } \Delta_2 : \begin{cases} x=\sqrt{2}+(\sqrt{2}-2)t' \\ y=1+2t' \end{cases}$$

A. Vuông góc. **B. Song song.** C. Cắt nhau D. Trùng nhau.

Chọn B.

Câu 299. Với giá trị nào của m hai đường thẳng sau đây trùng nhau ?

$$\Delta_1 : 3x+4y-1=0 \text{ và } \Delta_2 : (2m-1)x+m^2y+1=0$$

A. $m=2$. B. Mọi m **C. Không có m** D. $m=\pm 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 300. Cho 4 điểm $A(0;2), B(-1;1), C(3;5), D(-3;-1)$. Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AB và CD .

A. Song song. B. Vuông góc nhau. C. Cắt nhau. **D. Trùng nhau.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 301. Cho 4 điểm $A(0;-2), B(-1;0), C(0;-4), D(-2;0)$. Tìm tọa độ giao điểm của 2 đường thẳng AB và CD

A. $(1;-4)$.

B. $\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $(-2;2)$.

D. Không có giao điểm.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

AB có vectơ chỉ phương là $\vec{AB} = (-1;2)$ và CD có vectơ chỉ phương là $\vec{CD} = (-2;4)$.

Ta có: $\vec{AB} = (-1;2)$ và $\vec{CD} = (-2;4)$ cùng phương nên AB và CD không có giao điểm.

Câu 302. Xác định vị trí tương đối của 2 đường thẳng: $\Delta_1 : \begin{cases} x=3+\sqrt{2}t \\ y=1-\sqrt{3}t \end{cases}$ và $\Delta_2 : \begin{cases} x=2+\sqrt{3}t' \\ y=1-\sqrt{2}t' \end{cases}$

A. Song song nhau.

B. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

C. Vuông góc nhau.

D. Trùng nhau.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Δ_1 : có vtcp $\vec{u}_1 = (\sqrt{2}; -\sqrt{3})$; Δ_2 : có vtcp $\vec{u}_2 = (\sqrt{3}; -\sqrt{2})$

Ta có: \vec{u}_1, \vec{u}_2 không cùng phương và $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 2\sqrt{6}$ nên Δ_1, Δ_2 Cắt nhau nhưng không vuông góc.

KHOẢNG CÁCH

Câu 303. Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$ là:

- A. $\frac{2}{5}$ B. 2 C. $\frac{18}{5}$ D. $\frac{10}{\sqrt{5}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$+ d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) - 17|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2.$$

Câu 304. Khoảng cách từ điểm $A(1; 3)$ đến đường thẳng $3x + y + 4 = 0$ là:

- A. $\sqrt{10}$ B. 1 C. $\frac{5}{2}$ D. $2\sqrt{10}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$+ d(A, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 + 3 + 4|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \sqrt{10}.$$

Câu 305. Khoảng cách từ điểm $B(5; -1)$ đến đường thẳng $d: 3x + 2y + 13 = 0$ là:

- A. $2\sqrt{13}$. B. $\frac{28}{\sqrt{13}}$. C. 2. D. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$d(B, d) = \frac{|3 \cdot 5 - 2 \cdot 1 + 13|}{\sqrt{13}} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 306. Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng $d: \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$ là:

- A. 4,8 B. $\frac{1}{10}$. C. $\frac{1}{14}$. D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$d: 8x + 6y - 48 = 0 \Rightarrow d(O, d) = \frac{|-48|}{100} = 4,8.$$

Câu 307. Khoảng cách từ điểm $M(0; 1)$ đến đường thẳng $d: 5x - 12y - 1 = 0$ là:

- A. 1. B. $\frac{11}{13}$. C. $\sqrt{13}$. D. $\frac{13}{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$d(M, d) = \frac{|5 \cdot 0 - 12 \cdot 1 - 1|}{13} = 1.$$

Câu 308. Khoảng cách từ điểm $M(2;0)$ đến đường thẳng $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ là:

A. 2.

B. $\frac{2}{5}$.

C. $\frac{10}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng d có phương trình tổng quát $d: 4x - 3y + 2 = 0 \Rightarrow d(M, d) = \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot 0 + 2|}{5} = 2$.

Câu 309. Khoảng cách từ điểm $M(15;1)$ đến đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = t \end{cases}$ là:

A. $\sqrt{10}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

C. $\frac{16}{\sqrt{5}}$.

D. $\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$d: x - 3y - 2 = 0 \Rightarrow d(M, d) = \frac{|15 - 3 \cdot 1 - 2|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$.

Câu 310. Tìm điểm M trên trục Ox sao cho nó cách đều hai đường thẳng: $d_1: 3x + 2y - 6 = 0$ và $d_2: 3x + 2y + 6 = 0$?

A. $(1;0)$.

B. $(0;0)$.

C. $(0; \sqrt{2})$.

D. $(\sqrt{2}; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $M(a;0) \Rightarrow |3a - 6| = |3a + 6| \Leftrightarrow 2 = 0 \Rightarrow M(0;0)$

Câu 311. Cho hai điểm $A(3;-1)$ và $B(0;3)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng AB bằng AB ?

A. $\left(\frac{34}{9}; 0\right); (-4; 0)$.

B. $(2;0)$ và $(1;0)$.

C. $(4;0)$.

D. $(\sqrt{13}; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta gọi $M(a;0)$, pt $AB: 4x + 3y - 9 = 0, AB = 5$

$\Rightarrow d(M, AB) = 5 \Leftrightarrow \frac{|4a - 9|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{34}{9} \\ a = -4 \end{cases} \Rightarrow M_1\left(\frac{34}{9}; 0\right), M_2(-4; 0)$

Câu 312. Cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(4;6)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục Oy sao cho diện tích tam giác MAB bằng 1 ?

A. $\left(0; \frac{13}{4}\right)$ và $\left(0; \frac{9}{4}\right)$.

B. $(1;0)$.

C. $(4;0)$.

D. $(0;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$AB = 5$, Gọi $M(0; m)$

Vì diện tích tam giác MAB bằng 1 $\Rightarrow d(M, AB) = \frac{2}{5}$,

$$AB: 3x + 4y - 11 = 0 \Rightarrow \frac{|4m - 11|}{5} = \frac{2}{5} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{13}{4} \\ m = \frac{9}{4} \end{cases}$$

Câu 313. Cho hai điểm $A(2; -1)$ và $B(0; 100)$, $C(2; -4)$. Tính diện tích tam giác ABC ?

- A.** 3. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{3}{\sqrt{2}}$. **D.** 147.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình $AC: x - 2 = 0$, $AC = 3$, $d(B, AC) = 2 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot d(B, AC) = 3$.

Câu 314. Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox và cách đều hai đường thẳng: $d_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $d_2: 3x - 2y + 3 = 0$

- A.** $\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ **B.** $(0; \sqrt{2})$ **C.** $(\sqrt{2}; 0)$. **D.** $(1; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $M(m; 0)$. Theo bài ra ta có

$$d(M, d_1) = d(M, d_2) \Leftrightarrow |3m - 6| = |3m + 3| \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{1}{2}; 0\right).$$

Câu 315. Cho hai điểm $A(2; 3)$ và $B(1; 4)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều hai điểm A, B ?

- A.** $x - y + 2 = 0$. **B.** $x - y + 100 = 0$. **C.** $x + 2y = 0$. **D.** $2x - y + 10 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Gọi d là đường thẳng cách đều 2 điểm A, B , ta có:

$$\begin{aligned} M(x; y) \in d \Leftrightarrow MA^2 = MB^2 &\Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = (x - 1)^2 + (y - 4)^2 \\ &\Leftrightarrow 2x - 2y + 4 = 0 \Leftrightarrow x - y + 2 = 0 \end{aligned}$$

Cách 2: Gọi I là trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow I\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$

Gọi d là đường thẳng cách đều 2 điểm $A, B \Rightarrow d$ là đường trung trực của đoạn AB

$\Rightarrow d$ đi qua $I\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$ và nhận $\overline{AB} = (-1; 1)$ làm VTPT

$$\Rightarrow d: -\left(x - \frac{3}{2}\right) + \left(y - \frac{7}{2}\right) = 0 \Rightarrow d: -x + y - 2 = 0$$

Câu 316. Cho ba điểm $A(0; 1)$, $B(12; 5)$ và $C(-3; 0)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều ba điểm A, B, C

- A.** $x - 3y + 4 = 0$. **B.** $-x + y + 10 = 0$. **C.** $x + y = 0$. **D.** $5x - y + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Viết phương trình đường thẳng d qua 3 điểm thẳng hàng A, B, C . Nếu đường thẳng cách đều 3 điểm A, B, C thì nó phải song song hoặc trùng với d

Gọi d là đường thẳng qua 2 điểm $A, C \Rightarrow d: \frac{x}{-3} + \frac{y}{1} = 1 \Leftrightarrow x - 3y + 3 = 0$

Kiểm tra các phương án, ta thấy phương án A thỏa.

Cách 2: Tính khoảng cách từ 3 điểm đến lần lượt các đường trong các phương án A, B, C, D.

Câu 317. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d_1: 6x - 8y - 101 = 0$ và $d_2: 3x - 4y = 0$ là:

A. 10,1.

B. 1,01.

C. 101.

D. $\sqrt{101}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

- Kí hiệu $\Delta: 6x - 8y - 101 = 0$ và $d: 3x - 4y = 0$
- Lấy điểm $O(0;0) \in d: 3x - 4y = 0$
- $d(d; \Delta) = d(O; \Delta) = \frac{|-101|}{\sqrt{6^2 + (-8)^2}} = \frac{101}{10} = 10,1$

Câu 318. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $7x + y - 3 = 0$ và $7x + y + 12 = 0$ là:

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

B. 15.

C. 9.

D. $\frac{9}{\sqrt{50}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

- Kí hiệu $d: 7x + y - 3 = 0$ và $\Delta: 7x + y + 12 = 0$
- Lấy điểm $A(0;3) \in d: 7x + y - 3 = 0$
- $d(d; \Delta) = d(A; \Delta) = \frac{|3+12|}{\sqrt{7^2 + 1^2}} = \frac{15}{\sqrt{50}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

Câu 319. Cho đường thẳng $d: 7x + 10y - 15 = 0$. Trong các điểm $M(1; -3), N(0; 4), P(-19; 5)$ và $Q(1; 5)$ điểm nào cách xa đường thẳng d nhất?

A. Q .

B. M .

C. P .

D. N .

Hướng dẫn giải

Chọn C.

- Lần lượt tính khoảng cách từ 4 điểm M, N, P, Q đến d , ta được:

$$d(M, d) = \frac{|7 \cdot 1 + 10 \cdot (-3) - 15|}{\sqrt{7^2 + 10^2}} = \frac{38}{\sqrt{149}}; d(N, d) = \frac{|7 \cdot 0 + 10 \cdot 4 - 15|}{\sqrt{7^2 + 10^2}} = \frac{25}{\sqrt{149}}$$

$$d(P, d) = \frac{|7 \cdot (-19) + 10 \cdot 5 - 15|}{\sqrt{7^2 + 10^2}} = \frac{98}{\sqrt{149}}; d(Q, d) = \frac{|7 \cdot 1 + 10 \cdot 5 - 15|}{\sqrt{7^2 + 10^2}} = \frac{37}{\sqrt{149}}$$

Câu 320. Cho đường thẳng $d: 21x - 11y - 10 = 0$. Trong các điểm $M(21; -3), N(0; 4), P(-19; 5)$ và $Q(1; 5)$ điểm nào gần đường thẳng d nhất?

A. M .

B. Q .

C. P .

D. N .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

- Lần lượt tính khoảng cách từ 4 điểm M, N, P, Q đến d , ta được:

$$d(M, d) = \frac{|21 \cdot 21 - 11 \cdot (-3) - 10|}{\sqrt{21^2 + (-11)^2}} = \frac{464}{\sqrt{562}}; d(N, d) = \frac{|21 \cdot 0 - 11 \cdot 4 - 10|}{\sqrt{21^2 + (-11)^2}} = \frac{54}{\sqrt{562}}$$

$$d(P, d) = \frac{|21 \cdot (-19) - 11 \cdot 5 - 10|}{\sqrt{21^2 + (-11)^2}} = \frac{464}{\sqrt{562}}; d(Q, d) = \frac{|21 \cdot 1 - 11 \cdot 5 - 10|}{\sqrt{21^2 + (-11)^2}} = \frac{44}{\sqrt{562}}$$

Câu 321. Phương trình của đường thẳng qua $P(2;5)$ và cách $Q(5;1)$ một khoảng bằng 3 là:

A. $7x + 24y - 134 = 0$.

B. $x = 2$

C. $x = 2, 7x + 24y - 134 = 0$.

D. $3x + 4y - 5 = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Δ qua $P(2;5) \Rightarrow \Delta: a(x-2) + b(y-5) = 0 \Leftrightarrow ax + by - 2a - 5b = 0$

$$d(Q, \Delta) = 3 \Leftrightarrow \frac{|5a + b - 2a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow |3a - 4b| = 3\sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow -24ab + 7b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = \frac{24}{7}a \end{cases}$$

Với $b = 0$, chọn $a = 1 \Rightarrow \Delta: x = 2$

Với $b = \frac{24}{7}a$, chọn $a = 7 \Rightarrow b = 24 \rightarrow \Delta: 7x + 24y - 134 = 0$

Câu 322. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $6x - 8y + 3 = 0$ và $3x - 4y - 6 = 0$ là:

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

- Kí hiệu $d: 6x - 8y + 3 = 0$ và $\Delta: 3x - 6y - 6 = 0$

- Lấy điểm $A\left(\frac{-1}{2}; 0\right) \in d: 6x - 8y + 3 = 0$

$$d(d; \Delta) = d(A; \Delta) = \frac{\left|3 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) - 4 \cdot 0 - 6\right|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{3}{2}$$

Câu 323. Khoảng cách từ $A(3;1)$ đến đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ gần với số nào sau đây?

A. 0,85.

B. 0,9.

C. 0,95.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases} \Rightarrow d: 2x + y - 5 = 0$$

$$d(A, d) = \frac{|2 \cdot 3 + 1 \cdot 1 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \approx 0,894$$

Câu 324. Cho đường thẳng $d: 3x - 4y + 2 = 0$. Có đường thẳng d_1 và d_2 cùng song song với d và cách d một khoảng bằng 1. Hai đường thẳng đó có phương trình là:

- A. $3x - 4y - 7 = 0; 3x - 4y + 3 = 0$. B. $3x - 4y + 7 = 0; 3x - 4y - 3 = 0$
 C. $3x - 4y + 4 = 0; 3x - 4y + 3 = 0$. D. $3x - 4y - 7 = 0; 3x - 4y + 7 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Giả sử đường thẳng Δ song song với $d: 3x - 4y + 2 = 0$ có phương trình là $\Delta: 3x - 4y + C = 0$

Lấy điểm $M(-2; -1) \in d$

$$\text{Do } d(d, \Delta) = 1 \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot (-2) - 4(-1) + C|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 1 \Leftrightarrow |C - 2| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} C = 7 \\ C = -3 \end{cases}$$

Câu 325. Hai cạnh của hình chữ nhật nằm trên hai đường thẳng $d_1: 4x - 3y + 5 = 0, d_2: 3x + 4y - 5 = 0$, đỉnh $A(2; 1)$. Diện tích của hình chữ nhật là:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Do điểm A không thuộc hai đường thẳng trên.

Độ dài hai cạnh kề của hình chữ nhật bằng khoảng cách từ $A(2; 1)$ đến hai đường thẳng trên,

$$\text{do đó diện tích hình chữ nhật bằng } S = \frac{|4 \cdot 2 - 3 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \cdot \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 - 5|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2.$$

Câu 326. Tìm khoảng cách từ $M(3; 2)$ đến đường thẳng $\Delta: x + 2y - 7 = 0$

- A. 1. B. 3. C. -1. D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } d(M; \Delta) = \frac{|(3) + 2(2) - 7 = 0|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = 0$$

Câu 327. Khoảng cách từ $A(3; 1)$ đến đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$ gần với số nào sau đây?

- A. 0,85. B. 0,9. C. 0,95. D. 1.

Hướng dẫn:

Chọn B.

Phương trình tổng quát của $d: 2x + y - 5 = 0$

$$\text{Khoảng cách từ điểm } A(3; 1) \text{ đến đường thẳng } (d) \text{ là } d(A; d) = \frac{|2 \cdot 3 + 1 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Câu 328. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song $d_1: 6x - 8y + 3 = 0$ và $d_2: 3x - 4y - 6 = 0$ là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\frac{5}{2}$.

Hướng dẫn:**Chọn B.**

Lấy điểm $M(2;0) \in d_2 : 3x - 4y - 6 = 0$. Khoảng cách cần tìm $d = \frac{|6 \cdot 2 - 8 \cdot 0 + 3|}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{3}{2}$

Câu 329. Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song với đường thẳng $\Delta : \begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t + 5 \end{cases}$ và cách $A(1;1)$

một khoảng $3\sqrt{5}$ là: $x + by + c = 0$. Thế thì $b + c$ bằng

A. 14 hoặc -16. **B.** 16 hoặc -14. **C.** 10 hoặc -20. **D.** 10.

Hướng dẫn:**Chọn A.**

Gọi $d : x + by + c = 0$

Vì đường thẳng $d \in \Delta : \begin{cases} x = 2t - 3 \\ y = t + 5 \end{cases}$ nên $b = -2$

Phương trình của $d : x - 2y + c = 0$.

Theo đề ra ta có: $d(A; d) = 3\sqrt{5} \Rightarrow |c - 1| = 15 \Rightarrow \begin{cases} c = -14 \\ c = 16 \end{cases}$

Câu 330. Cho đường thẳng $d : x - 2y + 2 = 0$. Phương trình các đường thẳng song song với d và cách d một đoạn bằng $\sqrt{5}$ là

A. $x - 2y - 3 = 0; x - 2y + 7 = 0$. **B.** $x - 2y + 3 = 0; x - 2y + 7 = 0$.
C. $x - 2y - 3 = 0; x - 2y - 7 = 0$. **D.** $x - 2y + 3 = 0; x - 2y - 7 = 0$.

Hướng dẫn:**Chọn A.**

Gọi Δ là đường thẳng song song với $d : x - 2y + 2 = 0 \Rightarrow \Delta : x - 2y + c = 0; c \neq 2$

Theo đề ra ta có $d(\Delta; d) = \sqrt{5} \Rightarrow |c - 2| = 5 \Rightarrow \begin{cases} c = 7 \\ c = -3 \end{cases}$

Câu 331. Phương trình các đường thẳng qua $M(2;7)$ và cách điểm $N(1; 2)$ một khoảng bằng 1 là

A. $12x - 5y - 11 = 0; x - 2 = 0$. **B.** $12x + 5y - 11 = 0; x + 2 = 0$.
C. $12x - 5y + 11 = 0; x - 2 = 0$. **D.** $12x + 5y + 11 = 0; x + 1 = 0$.

Hướng dẫn:**Chọn C.**

Sử dụng phương pháp loại trừ:

Để thấy điểm $M(2;7)$ không thuộc hai đường thẳng $x + 2 = 0; x + 1 = 0$ nên loại B; D.

Điểm $M(2;7)$ không thuộc đường thẳng $12x + 5y - 11 = 0$ nên loại A.

Câu 332. Cho đường thẳng $\Delta : (m - 2)x + (m - 1)y + 2m - 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì khoảng cách từ điểm $(2;3)$ đến Δ lớn nhất ?

A. $m = \frac{11}{5}$. **B.** $m = -\frac{11}{5}$. **C.** $m = 11$. **D.** $m = -11$.

Hướng dẫn:**Chọn A.**

Ta có $d = \frac{|7m-8|}{\sqrt{2m^2-6m+5}}$. **Bấm máy tính, chọn A.**

Câu 333. Cho đường thẳng $d: 3x-4y+2=0$. Có đường thẳng d_1 và d_2 cùng song song với d và cách d một khoảng bằng 1. Hai đường thẳng đó có phương trình là

A. $3x-4y-7=0; 3x-4y+3=0$.

B. $3x-4y+7=0; 3x-4y-3=0$.

C. $3x-4y+4=0; 3x-4y+3=0$.

D. $3x-4y+3=0; 3x-4y+13=0$.

Hướng dẫn:

Chọn B.

Gọi $\Delta: 3x-4y+C=0; C \neq 2$

Theo đề ra ta có: $d(d; \Delta) = 1 \Rightarrow |C-2| = 5 \Rightarrow \begin{cases} C = -3 \\ C = 7 \end{cases}$

Câu 334. Cho tam giác ABC có $A(2;-2), B(1;-1), C(5;2)$. Độ dài đường cao AH của tam giác ABC là

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{7}{5}$

C. $\frac{9}{5}$

D. $\frac{1}{5}$

Hướng dẫn:

Chọn B.

Phương trình đường thẳng $BC: 3x-4y-7=0$. Độ dài đường cao $AH = d(A; BC) = \frac{7}{5}$

Câu 335. Cho $A(2;2), B(5;1)$ và đường thẳng $\Delta: x-2y+8=0$. Điểm $C \in \Delta$. C có hoành độ dương sao cho diện tích tam giác ABC bằng 17. Tọa độ của C là

A. $(10;12)$.

B. $(12; 10)$.

C. $(8; 8)$.

D. $(10; 8)$.

Hướng dẫn:

Chọn B.

Phương trình đường thẳng $AB: x+3y-8=0$. Điểm $C \in \Delta \Rightarrow C(2t-8; t)$

Diện tích tam giác $ABC: \frac{1}{2} AB \cdot d(C; AB) = 17 \Rightarrow \frac{1}{2} \sqrt{10} \cdot \frac{|5t-16|}{\sqrt{10}} = 17 \Rightarrow \begin{cases} t = 10 \\ t = -\frac{18}{5} \end{cases} \Rightarrow C(12; 10)$

Câu 336. Hai cạnh của hình chữ nhật nằm trên hai đường thẳng $4x-3y+5=0; 3x+4y-5=0$, đỉnh $A(2;1)$. Diện tích của hình chữ nhật là

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn:

Chọn D.

Khoảng cách từ đỉnh $A(2;1)$ đến đường thẳng $4x-3y+5=0$ là 2

Khoảng cách từ đỉnh $A(2;1)$ đến đường thẳng $3x+4y-5=0$ là 2

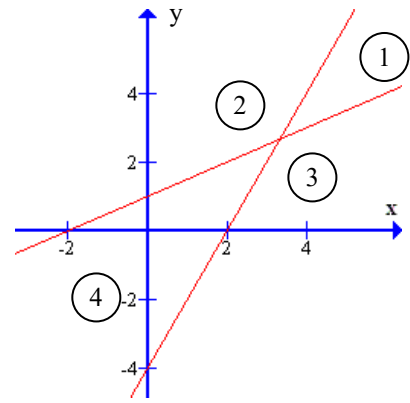
Diện tích hình chữ nhật bằng $2 \cdot 2 = 4$.

Câu 337. Cho 2 đường thẳng $d: x-2y+2=0; d': 2x-y-4=0$. Hai đường thẳng này chia mặt phẳng thành những miền đánh số 1, 2, 3, 4. Điểm M thuộc miền nào để $(x; y)$ nghiệm đúng

$$(x - y + 2)(2x - y - 4) > 0$$

- A. Miền 1 và 3
 B. Miền 2 và 4
 C. Miền 1 và 4
D. Miền 2 và 3

Hướng dẫn giải:



Chọn D.

$$\text{Ta có: } (x - y + 2)(2x - y - 4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 2 > 0 \\ 2x - y - 4 > 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x - y + 2 < 0 \\ 2x - y - 4 < 0 \end{cases}$$

Câu 338. Khoảng cách từ điểm $M(15; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = t \end{cases}$ là:

- A. $\sqrt{5}$. B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. **C. $\sqrt{10}$.** D. $\frac{16}{\sqrt{5}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Δ có phương trình tổng quát: $x - 3y - 2 = 0$

$$d(M; \Delta) = \frac{|15 - 3 \cdot 1 - 2|}{\sqrt{1^2 + (-3)^2}} = \sqrt{10}.$$

Câu 339. Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 2y + 13 = 0$ là:

- A. $\frac{13}{\sqrt{2}}$. B. 2. C. $\frac{28}{\sqrt{13}}$. **D. $2\sqrt{13}$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Khoảng cách từ điểm $M(5; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + 2y + 13 = 0$ là:

$$d(M; \Delta) = \frac{|3 \cdot 5 + 2 \cdot (-1) + 13|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 340. Cho 3 điểm $A(0; 1)$, $B(12; 5)$, $C(-3; 5)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều 3 điểm A, B, C ?

- A. $5x - y + 1 = 0$. B. $-x + y + 10 = 0$. C. $x + y = 0$. **D. $x - 3y + 4 = 0$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tính thử khoảng cách từ A, B, C đến các đáp án ta thấy đáp án D thỏa yêu cầu.

Câu 341. Tìm tọa độ điểm M nằm trên trục Ox và cách đều 2 đường thẳng $\Delta_1: 3x - 2y - 6 = 0$ và $\Delta_2: 3x - 2y + 3 = 0$

- A. $(0; \sqrt{2})$. **B. $(\frac{1}{2}; 0)$.** C. $(1; 0)$. D. $(\sqrt{2}; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $M \in Ox \Rightarrow M(x; 0)$

$$d(M; \Delta_1) = d(M; \Delta_2) \Leftrightarrow \frac{|3x-6|}{\sqrt{13}} = \frac{|3x+3|}{\sqrt{13}} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-6 = 3x+3 \text{ (vn)} \\ 3x-6 = -3x-3 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ . Vậy } M\left(\frac{1}{2}; 0\right).$$

- Câu 342.** Cho 2 điểm $A(1; -2)$, $B(-1; 2)$. Đường trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:
A. $2x + y = 0$. B. $x + 2y = 0$. **C. $x - 2y = 0$.** D. $x - 2y + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường trung trực của đoạn thẳng AB qua trung điểm $O(0; 0)$ của đoạn thẳng AB và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (-2; 4)$ nên có phương trình là: $x - 2y = 0$.

- Câu 343.** Khoảng cách từ điểm $M(2; 0)$ đến đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \end{cases}$ là

A. $\frac{2}{5}$. **B. 2.** C. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Δ : có phương trình tổng quát: $4x - 3y + 2 = 0$

$$d(M; \Delta) = \frac{|4 \cdot 2 + 2|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2.$$

- Câu 344.** Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$ là:

A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{10}{\sqrt{5}}$. **C. 2.** D. $-\frac{18}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 17 = 0$ là:

$$d(M; \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) - 17|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2.$$

- Câu 345.** Cho đường thẳng $\Delta: 21x - 11y - 10 = 0$. Trong các điểm $M(21; -3)$, $N(0; 4)$, $P(-19; 2)$, $Q(1; 5)$ điểm nào cách xa đường thẳng Δ nhất?

A. N . **B. M .** C. P . D. Q .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } d(M; \Delta) = \frac{|21 \cdot 21 - 11 \cdot (-3) - 10|}{\sqrt{21^2 + (-11)^2}} = \frac{464}{\sqrt{562}}; d(N; \Delta) = \frac{|21 \cdot 0 - 11 \cdot 4 - 10|}{\sqrt{21^2 + (-11)^2}} = \frac{54}{\sqrt{562}}$$

$$d(M; \Delta) = \frac{|21 \cdot (-19) - 11 \cdot 2 - 10|}{\sqrt{21^2 + (-11)^2}} = \frac{431}{\sqrt{562}}; d(N; \Delta) = \frac{|21 \cdot 1 - 11 \cdot 5 - 10|}{\sqrt{21^2 + (-11)^2}} = \frac{44}{\sqrt{562}}$$

Vậy điểm M cách xa đường thẳng Δ nhất.

Câu 346. Tính diện tích ΔABC biết $A(2; -1)$, $B(1; 2)$, $C(2; -4)$:

A. $\sqrt{3}$.

B. $\frac{3}{\sqrt{37}}$.

C. 3.

D. $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng đi qua 2 điểm $A(2; -1)$ và $B(1; 2)$ có vectơ chỉ phương là $\overline{AB} = (-1; 3)$ suy ra tọa độ vectơ pháp tuyến là $(3; 1)$.

$$\text{Suy ra } AB: 3(x-2) + 1(y+1) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - 5 = 0$$

$$d(C; AB) = \frac{|3 \cdot 2 - 4 - 5|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}; AB = \sqrt{10}.$$

$$\text{Diện tích } \Delta ABC: S = \frac{1}{2} \cdot d(C; AB) \cdot AB = \frac{3}{2}.$$

Câu 347. Khoảng cách từ điểm $M(-1; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 3 = 0$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2}{5}$.

B. 2.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{4}{25}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Khoảng cách từ điểm $M(-1; 1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 3 = 0$

$$d(M; \Delta) = \frac{|3 \cdot (-1) - 4 \cdot 1 - 3|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2.$$

Câu 348. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3; -1)$, $B(0; 3)$, tìm tọa độ điểm M thuộc Ox sao cho khoảng cách từ M tới đường thẳng AB bằng 1.

A. $(1; 0)$ và $(3, 5; 0)$.

B. $(\sqrt{13}; 0)$.

C. $(4; 0)$

D. $(2; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3; -1)$ và $B(0; 3)$ có vectơ chỉ phương là $\overline{AB} = (-3; 4)$ suy ra tọa độ vectơ pháp tuyến là $(4; 3)$.

$$\text{Suy ra: } AB: 4(x-3) + 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 9 = 0$$

$$M \in Ox \Rightarrow M(x; 0)$$

$$d(M; AB) = 1 \Leftrightarrow \frac{|4x - 9|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 9 = 5 \\ 4x - 9 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \Rightarrow M\left(\frac{7}{2}; 0\right) \\ x = 1 \Rightarrow M(1; 0) \end{cases}$$

Câu 349. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm $A(3;0)$, $B(0;-4)$, tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích ΔMAB bằng 6 .

- A. (0;1) **B. (0;0) và (0;-8).** C. (1;0) . D. (0;8).

Hướng dẫn giải. chọn B

Chọn B.

Ta có $\overline{AB}(-3;-4) \Rightarrow AB = 5$,

Đường thẳng AB đi qua $A(3;0)$, $B(0;-4)$ nên có phương trình $4x - 3y - 12 = 0$.

M thuộc Oy nên $M(0;m); d(M, AB) = \frac{|3m+12|}{5}$

$$S_{\Delta MAB} = 6 \Leftrightarrow |3m+12| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -8 \end{cases}$$

Vậy tọa độ của M là $(0;0)$ và $(0;-8)$.

Câu 350. Cho đường thẳng $\Delta: 7x+10y-15=0$. Trong các điểm $M(1;-3), N(0;4), P(8;0), Q(1;5)$ điểm nào cách xa đường thẳng Δ nhất ?

- A. M . B. P . **C. Q .** D. N .

Hướng dẫn giải: chọn C

Chọn C.

Ta có:

$$d(M, \Delta) = \frac{|7-30-15|}{\sqrt{149}} = \frac{38}{\sqrt{149}}; d(N, \Delta) = \frac{|40-15|}{\sqrt{149}} = \frac{25}{\sqrt{149}}.$$

$$d(P, \Delta) = \frac{|56-15|}{\sqrt{149}} = \frac{41}{\sqrt{149}}; d(Q, \Delta) = \frac{|7+50-15|}{\sqrt{149}} = \frac{42}{\sqrt{149}}$$

Câu 351. Khoảng cách từ điểm $M(0;1)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x-12y-1=0$ là

- A. $\frac{11}{13}$. B. $\frac{13}{17}$. **C. 1 .** D. $\sqrt{13}$.

Hướng dẫn giải: chọn C

Chọn C.

$$\text{Ta có: } d(M, \Delta) = \frac{|-12-1|}{\sqrt{169}} = 1.$$

Câu 352. Cho 2 điểm $A(2;3), B(1;4)$. Đường thẳng nào sau đây cách đều 2 điểm A, B ?

- A. $x+y-1=0$** B. $x+2y=0$ C. $2x-2y+10=0$ D. $x-y+10=0$

Hướng dẫn giải. Chọn A

Chọn A.

Ta có đường thẳng cách đều hai điểm A, B là đường thẳng đi qua trung điểm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{2}\right)$ của AB

hoặc là đường thẳng song song với $AB: x+y-5=0$. Ta chọn A.

Câu 353. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 7x+y-3=0$ và $\Delta_2: 7x+y+12=0$ là

A. $\frac{9}{\sqrt{50}}$.

B. 9.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

D. 15.

Hướng dẫn giải. Chọn C

Chọn C.

Ta có $M(0;3) \in \Delta_1$ và $\Delta_1 // \Delta_2$ nên: $d(\Delta_1, \Delta_2) = d(M, \Delta_2) = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 354. Khoảng cách từ điểm $M(1; -1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x + y + 4 = 0$ là:

A. $2\sqrt{10}$.

B. $\frac{3\sqrt{10}}{5}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. 1.

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Chọn B.

$$d(M, \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 + (-1) + 4|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{3\sqrt{10}}{5}.$$

Câu 355. Cho ΔABC với $A(1;2), B(0;3), C(4;0)$. Chiều cao tam giác ứng với cạnh BC bằng:

A. 3.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{25}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn giải: chọn B

Chọn B.

Đường thẳng BC có phương trình $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1 \Leftrightarrow 3x + 4y - 12 = 0$.

Chiều cao cần tìm là $d(A, BC) = \frac{1}{5}$.

Câu 356. Khoảng cách từ điểm $O(0;0)$ tới đường thẳng $\Delta: \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$ là

A. $\frac{24}{5}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. $\frac{48}{\sqrt{14}}$.

D. $\frac{1}{14}$.

Hướng dẫn giải: Chọn A.

Chọn A.

Ta có $\Delta: \frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1 \Leftrightarrow 4x + 3y - 24 = 0$.

$$d(O, \Delta) = \frac{|4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 - 24|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{24}{5}.$$

Câu 357. Tính diện tích ΔABC biết $A(3;2), B(0;1), C(1;5)$.

A. $\frac{11}{\sqrt{17}}$.

B. $\sqrt{17}$.

C. 11.

D. $\frac{11}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\overline{AB} = (-3; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{10}; \overline{AC} = (-2; 3) \Rightarrow AC = \sqrt{13}$$

$$\cos(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{|\overline{AB}| \cdot |\overline{AC}|} = \frac{6 - 3}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{130}} \Rightarrow \sin(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{11}{\sqrt{130}}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin(\overline{AB}, \overline{AC}) = \frac{11}{2}.$$

Câu 358. Cho đường thẳng đi qua 2 điểm $A(1;2), B(4;6)$, tìm tọa độ điểm M thuộc Oy sao cho diện tích ΔMAB bằng 1.

- A. (0;1). **B. (0;0) và $(0; \frac{4}{3})$.** C. (0;2). D. (1;0).

Hướng dẫn giải: Chọn B

Chọn B.

$$\overline{AB} = (3;4) \Rightarrow AB = 5; M(0; y_M); (AB): 4x - 3y + 2 = 0$$

$$S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M, (AB)) = 1 \Rightarrow d(M, (AB)) = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 0 - 3 \cdot y_M + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M = 0 \\ y_M = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Câu 359. Tính diện tích ΔABC biết $A(3; -4), B(1; 5), C(3; 1)$:

- A. 10. **B. 5.** C. $\sqrt{26}$. D. $2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn: Chọn B

Chọn B.

Ta có $\overline{AC} = (0;5) \Rightarrow \vec{n} = (1;0)$ là vectơ pháp tuyến của AC

$$\text{Phương trình đường thẳng } AC: x - 3 = 0 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} d(B, AC) |\overline{AC}| = 5$$

Câu 360. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng: $\Delta_1: 3x - 4y = 0$ và $\Delta_2: 6x - 8y - 101 = 0$

- A. 1,01 B. $\sqrt{101}$. **C. 10,1** D. 101

Hướng dẫn: Chọn C

Chọn C.

$$O(0;0) \in \Delta_1, \Delta_1 // \Delta_2 \Rightarrow d(\Delta_1, \Delta_2) = d(O, \Delta_2) = 10,1$$

HÌNH CHIẾU – ĐỐI XỨNG

Câu 361. Cho điểm $M(1;2)$ và đường thẳng $d: 2x + y - 5 = 0$. Tọa độ của điểm đối xứng với điểm M qua d là:

- A. $(\frac{9}{5}; \frac{12}{5})$.** B. $(-\frac{2}{5}; \frac{6}{5})$. C. $(0; \frac{3}{5})$. D. $(\frac{3}{5}; -5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta thấy $M \notin d$.

Gọi $H(a,b)$ là hình chiếu của điểm M lên đường thẳng d .

Ta có đường thẳng $d: 2x + y - 5 = 0$ nên có vtpt: $\vec{n} = (2;1)$

Suy ra $\vec{u}(-1;2)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d

$$\begin{cases} \overline{MH} \perp \vec{u} \\ H \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{MH} \cdot \vec{u} = 0 \\ H \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)(a-1) + 2(b-2) = 0 \\ 2a + b - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + 2b - 3 = 0 \\ 2a + b - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{5} \\ b = \frac{11}{5} \end{cases}$$

Do đó $H\left(\frac{7}{5}; \frac{11}{5}\right)$.

Gọi $M'(x, y)$ đối xứng với M qua đường thẳng d . Khi đó ta có: H là trung điểm của MM'

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{7}{5} = \frac{1+x}{2} \\ \frac{11}{5} = \frac{2+y}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{5} \\ y = \frac{12}{5} \end{cases}$$

Vậy tọa độ điểm đối xứng với M qua d là $M'\left(\frac{9}{5}; \frac{12}{5}\right)$.

Câu 362. Cho đường thẳng $d: 2x - 3y + 3 = 0$ và $M(8; 2)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua d là:

A. $(-4; 8)$.

B. $(-4; -8)$.

C. $(4; 8)$.

D. $(4; -8)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta thấy hoành độ và tung độ của điểm M' chỉ nhận một trong 2 giá trị nên ta có thể làm như sau:

Đường thẳng d có 1 VTPT $\vec{n}(2; -3)$, Gọi $M'(x; y)$ thì $\overline{MM'}(x-2; y+3)$

M' đối xứng với M qua d nên $\overline{MM'}(x-2; y+3)$ và $\vec{n}(2; -3)$ cùng phương khi và chỉ khi

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-3} \Leftrightarrow x = \frac{28-2y}{3}$$

Thay $y = 8$ vào ta được $x = 4$

Thay $y = -8$ vào thấy không ra đúng $x = \pm 4$.

Cách 2:

+pttdt Δ đi qua M và vuông góc với d là: $3(x-8) + 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y - 28 = 0$.

+ Gọi $H = d \cap \Delta \Rightarrow H(6; 5)$.

+ Khi đó H là trung điểm của đoạn MM' Áp dụng công thức trung điểm ta suy ra

$$\begin{cases} x_{M'} = 2x_H - x_M = 12 - 8 = 4 \\ y_{M'} = 2y_H - y_M = 10 - 2 = 8 \end{cases} \text{ . Vậy } M'(4; 8) \text{ .}$$

Câu 363. Tọa độ hình chiếu của $M(4; 1)$ trên đường thẳng $\Delta: x - 2y + 4 = 0$ là:

A. $(14; -19)$.

B. $(2; 3)$.

C. $\left(\frac{14}{5}; \frac{17}{5}\right)$.

D. $\left(-\frac{14}{5}; \frac{17}{5}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đường thẳng (Δ) có 1 VTPT $\vec{n}(1; -2)$, Gọi $H(2t-4; t)$ là hình chiếu của $M(4; 1)$ trên đường thẳng (Δ) thì $\overline{MH}(2t-8; t-1)$

$H(2t-4; t)$ là hình chiếu của $M(4; 1)$ trên đường thẳng (Δ) nên $\overline{MH}(2t-8; t-1)$ và $\vec{n}(1; -2)$

cùng phương khi và chỉ khi $\frac{2t-8}{1} = \frac{t-1}{-2} \Leftrightarrow t = \frac{17}{5} \Rightarrow H\left(\frac{14}{5}; \frac{17}{5}\right)$

Câu 364. Tìm hình chiếu của $A(3; -4)$ lên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \end{cases}$. Sau đây là bài giải:

Bước 1: Lấy điểm $H(2 + 2t; -1 - t)$ thuộc d . Ta có $\overline{AH} = (2t - 1; -t + 3)$

Vector chỉ phương của d là $\vec{u} = (2; -1)$

Bước 2: H là hình chiếu của A trên $d \Leftrightarrow AH \perp d \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \overline{AH} = 0$

$$\Leftrightarrow 2(2t - 1) - (-t + 3) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Bước 3: Với $t = 1$ ta có $H(4; -2)$. Vậy hình chiếu của A trên d là $H(4; -2)$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

- A. Đúng** **B. Sai từ bước 1** **C. Sai từ bước 2** **D. Sai từ bước 3**

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Bài giải trên đúng.

Câu 365. Cho hai đường thẳng $d_1: x + 2y - 1 = 0$, $d_2: x - 3y + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng d đối xứng với d_1 qua là:

- A.** $x - 7y + 1 = 0$. **B. $x + 7y + 1 = 0$.**
C. $7x + y + 1 = 0$. **D.** $7x - y + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2 . Tọa

độ điểm I là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ x - 3y + 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow I\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right)$$

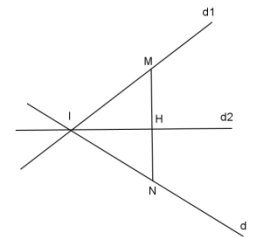
Lấy điểm $M(1; 0) \in d_1$. Đường thẳng Δ qua M và

vuông góc với d_2 có phương trình: $3x + y - 3 = 0$.

Gọi $H = \Delta \cap d_2$, suy ra tọa độ điểm H là nghiệm

của hệ: $\begin{cases} x - 3y + 3 = 0 \\ 3x + y - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right)$

Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} \text{qua } I\left(-\frac{3}{5}; \frac{4}{5}\right) \\ \vec{u}_d = \overline{IH} = \left(\frac{6}{5}; \frac{2}{5}\right) \end{cases}$ có dạng: $3x + y - 1 = 0$.



Câu 366. Cho hai đường thẳng $d: x + 2y - 1 = 0$, $d': x - 2y - 1 = 0$. Câu nào sau đây đúng?

- A.** d và d' đối xứng qua O **B. d và d' đối xứng qua Ox .**
C. d và d' đối xứng qua Oy . **D.** d và d' đối xứng qua đường thẳng $y = x$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đường thẳng $d \cap Ox = A(1; 0) \in d'$

Lấy điểm $M\left(0; \frac{1}{2}\right) \in d \Rightarrow D_{Ox}(M) = N\left(0; -\frac{1}{2}\right) \in d'$

- Câu 367.** Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2t \end{cases}$ và điểm $M(3;3)$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng Δ là:
A. $(4;-2)$ **B.** $(1;0)$ **C.** $(-2;2)$ **D.** $(7;-4)$

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Gọi H là hình chiếu của M trên Δ . Ta có: $H \in \Delta \Rightarrow H(1+3t; -2t), \overline{MH} = (-2+3t; -3-2t)$
 Đường thẳng Δ có vector chỉ phương là $\vec{u} = (3; -2)$.
 $\overline{MH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overline{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3(-2+3t) - 2(-3-2t) = 0 \Leftrightarrow 13t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow H(1;0)$.

- Câu 368.** Cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$. Hoành độ hình chiếu của $M(4;5)$ trên Δ gần nhất với số nào sau đây?
A. 1,1 **B.** 1,2 **C.** 1,3 **D.** 1,5

Hướng dẫn giải.

Chọn D

Gọi H là hình chiếu của M trên Δ . Ta có: $H \in \Delta \Rightarrow H(2-3t; 1+2t), \overline{MH} = (-2-3t; -4+2t)$
 Đường thẳng Δ có vector chỉ phương là $\vec{u} = (3; -2)$.
 $\overline{MH} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overline{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3(-2-3t) - 2(-4+2t) = 0 \Leftrightarrow -13t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{13} \Rightarrow H\left(\frac{20}{13}; \frac{17}{13}\right)$.

- Câu 369.** Cho điểm $A(-1;2)$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = -t - 3 \end{cases}$. Tìm điểm M trên Δ sao cho AM ngắn nhất.

Bước 1: Điểm $M(t-2; -t-3) \in \Delta$

Bước 2: Có $MA^2 = (t-1)^2 + (-t-5)^2 = 2t^2 + 8t + 26 = t^2 + 4t + 13 = (t+2)^2 + 9 \geq 9$

Bước 3: $MA^2 \geq 9 \Leftrightarrow MA \geq 3$.

Vậy $\min(MA) = 3$ khi $t = -2$. Khi đó $M(-4; -1)$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai ở đâu?

- A.** Đúng **B.** Sai từ bước 1 **C.** Sai từ bước 2 **D.** Sai ở bước 3

Hướng dẫn giải.

Chọn C

Điểm $M(t-2; -t-3) \in \Delta$

Có $MA^2 = (t-1)^2 + (-t-5)^2 = 2t^2 + 8t + 26 = 2(t^2 + 4t + 13) = 2(t+2)^2 + 18 \geq 18$

$MA^2 \geq 18 \Leftrightarrow MA \geq 3\sqrt{2}$. Vậy $\min(MA) = 3\sqrt{2}$ khi $t = -2$. Khi đó $M(-4; -1)$.

Sai từ bước 2.

- Câu 370.** Tìm hình chiếu của $A(3;-4)$ lên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \end{cases}$. Sau đây là bài giải:

Bước 1: Lấy điểm $H(2+2t; -1-t)$ thuộc d . Ta có $\overline{AH} = (2t-1; -t+3)$

Vectơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (2; -1)$

Bước 2: H là hình chiếu của A trên d

$$\Leftrightarrow AH \perp d \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{AH} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) - (-t+3) = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Bước 3: Với $t = 1$ ta có $H(4; -2)$.

Vậy hình chiếu của A trên d là $H(4; -2)$.

Bài giải trên đúng hay sai? Nếu sai thì sai từ bước nào?

A. Đúng

B. Sai từ bước 1

C. Sai từ bước 2

D. Sai từ bước 3

Hướng dẫn giải.

Chọn A

Đúng.

Câu 371. Cho đường thẳng $d: 2x - 3y + 3 = 0$ và $M(8; 2)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua d là

A. $(-4; 8)$.

B. $(-4; -8)$.

C. $(4; 8)$.

D. $(4; -8)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Gọi d' qua M và vuông góc với d nên $d': 3x + 2y - 28 = 0$

Gọi $H = d \cap d' \Rightarrow H(6; 5)$

Vì M' đối xứng với M qua d nên H là trung điểm của MM' suy ra $M'(4; 8)$

GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Câu 372. Cho hai đường thẳng $d: x + 2y + 3 = 0$, $d': 2x + y + 3 = 0$. Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' là:

A. $x + y = 0$; $x - y + 2 = 0$.

B. $x - y = 0$; $x + y + 2 = 0$.

C. $x + y + 2 = 0$; $x - y = 0$.

D. $x + y - 2 = 0$; $x - y - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' là:

$$\frac{|x + 2y + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{|2x + y + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y + 3 = 2x + y + 3 \\ x + 2y + 3 = -(2x + y + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y + 2 = 0 \end{cases}$$

Câu 373. Tính góc giữa hai đường thẳng: $3x + y - 1 = 0$ và $4x - 2y - 4 = 0$.

A. 30° .

B. 60° .

C. 90° .

D. 45° .

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đường thẳng: $3x + y - 1 = 0$ có vtpt $\vec{n}_1 = (3; 1)$

Đường thẳng: $4x - 2y - 4 = 0$ có vtpt $\vec{n}_2 = (4; -2)$

$$\cos(d_1; d_2) = |\cos(\vec{n}_1; \vec{n}_2)| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (d_1; d_2) = 45^\circ$$

Câu 374. Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 10x + 5y - 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$.

A. $\frac{3}{10}$.

B. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

C. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Hướng dẫn:**Chọn C.**Vector pháp tuyến của Δ_1, Δ_2 lần lượt là $\vec{n}_1 = (2; 1), \vec{n}_2 = (1; 1)$

$$\cos(\Delta_1, \Delta_2) = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

Câu 375. Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: x + 2y - \sqrt{2} = 0$ và $\Delta_2: x - y = 0$.

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Chọn A.**Câu 376.** Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng $\Delta_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và $\Delta_2: x - 2y + 4 = 0$.

A. $(3 + \sqrt{5})x + 2(2 - \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$ và $(3 - \sqrt{5})x + 2(2 + \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$.

B. $(3 + \sqrt{5})x + 2(2 - \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$ và $(3 - \sqrt{5})x + 2(2 + \sqrt{5})y + 1 - 4\sqrt{5} = 0$.

C. $(3 - \sqrt{5})x + 2(2 - \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$ và $(3 + \sqrt{5})x + 2(2 + \sqrt{5})y + 1 - 4\sqrt{5} = 0$.

D. $(3 + \sqrt{5})x + 2(2 + \sqrt{5})y + 1 + 4\sqrt{5} = 0$ và $(3 - \sqrt{5})x + 2(2 - \sqrt{5})y + 1 - 4\sqrt{5} = 0$.

Hướng dẫn:**Chọn B.**Cặp đường thẳng là phân giác của các góc tạo bởi Δ_1, Δ_2 là:

$$\frac{|3x + 4y + 1|}{5} = \frac{|x - 2y + 4|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y + 1 = \sqrt{5}(x - 2y + 4) \\ 3x + 4y + 1 = -\sqrt{5}(x - 2y + 4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 4y + 1 = \sqrt{5}(x - 2y + 4) \\ 3x + 4y + 1 = -\sqrt{5}(x - 2y + 4) \end{cases}$$

Câu 377. Tìm cosin giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x + 3y - 10 = 0$ và $\Delta_2: 2x - 3y + 4 = 0$.

A. $\frac{7}{13}$.

B. $\frac{6}{13}$.

C. $\sqrt{13}$.

D. $\frac{5}{13}$.

Chọn D.**Câu 378.** Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x + 2\sqrt{3}y + \sqrt{5} = 0$ và $\Delta_2: y - \sqrt{6} = 0$

A. 60° .

B. 125° .

C. 145° .

D. 30° .

Chọn D.**Câu 379.** Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \end{cases}$ và 2 điểm $A(1; 2), B(-2; m)$. Định m để A và B nằm cùng phía đối với d .

A. $m < 13$.

B. $m \geq 13$.

C. $m > 13$.

D. $m = 13$.

Hướng dẫn:**Chọn A.**Phương trình tổng quát của đường thẳng $d: 3(x - 2) + 1(y - 1) = 0$

hay $d: 3x + y - 7 = 0$. A, B cùng phía với

$$d \Leftrightarrow (3x_A + y_A - 7)(3x_B + y_B - 7) > 0 \Leftrightarrow -2(-13 + m) > 0 \Leftrightarrow m < 13$$

Câu 380. Tìm góc giữa hai đường thẳng $\Delta_1: x + \sqrt{3}y = 0$ và $\Delta_2: x + 10 = 0$.

A. 45° .

B. 125° .

C. 30° .

D. 60° .

Chọn D.

Câu 381. Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 2x - y - 10 = 0$ và $\Delta_2: x - 3y + 9 = 0$

A. 60° .

B. 0° .

C. 90° .

D. 45° .

Chọn D.

Câu 382. Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: x + 2y - 7 = 0$ và $\Delta_2: 2x - 4y + 9 = 0$.

A. $-\frac{3}{5}$.

B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{1}{5}$.

D. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Hướng dẫn giải: Chọn A.

Chọn A.

Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (1; 2)$

Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (2; -4)$

$$\text{Gọi } \varphi \text{ là góc giữa } \Delta_1, \Delta_2: \cos \varphi = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = -\frac{3}{5}$$

Câu 383. Cho đoạn thẳng AB với $A(1; 2), B(-3; 4)$ và đường thẳng $d: 4x - 7y + m = 0$. Định m để d và đoạn thẳng AB có điểm chung.

A. $10 \leq m \leq 40$.

B. $m > 40$ hoặc $m < 10$.

C. $m > 40$.

D. $m < 10$.

Hướng dẫn giải: Chọn B.

Chọn A.

Đường thẳng d và đoạn thẳng AB có điểm chung

$\Leftrightarrow A, B$ nằm về hai phía của đường thẳng d

$$\Leftrightarrow (4 - 14 + m)(-12 - 28 + m) \leq 0 \Leftrightarrow 10 \leq m \leq 40.$$

Câu 384. Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi đường thẳng $\Delta: x + y = 0$ và trục hoành Ox .

A. $(1 + \sqrt{2})x + y = 0; x - (1 - \sqrt{2})y = 0$.

B. $(1 + \sqrt{2})x + y = 0; x + (1 - \sqrt{2})y = 0$.

C. $(1 + \sqrt{2})x - y = 0; x + (1 - \sqrt{2})y = 0$.

D. $x + (1 + \sqrt{2})y = 0; x + (1 - \sqrt{2})y = 0$.

Hướng dẫn giải: Chọn D.

Chọn D.

Gọi $M(x; y)$ là điểm thuộc đường phân giác

$$\Rightarrow d(M, \Delta) = d(M, Ox) \Rightarrow \frac{|x + y|}{\sqrt{2}} = |y| \Rightarrow x + (1 \pm \sqrt{2})y = 0$$

Câu 385. Cho đoạn thẳng AB với $A(1; 2), B(-3; 4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = m + 2t \\ y = 1 - t \end{cases}$. Định m để d cắt đoạn thẳng AB .

A. $m < 3$.

B. $m = 3$.

C. $m > 3$.

D. Không có m nào.

Hướng dẫn giải: Chọn D.

Chọn D.

Dạng tổng quát của đường thẳng $d: x + 2y - m - 2 = 0$

Đường thẳng d và đoạn thẳng AB có điểm chung

$\Leftrightarrow A, B$ nằm về hai phía của đường thẳng d

$$\Leftrightarrow (1 + 4 - m - 2)(-3 + 8 - m - 2) < 0 \Leftrightarrow (3 - m)(3 - m) < 0 \text{ (VN)}$$

Câu 386. Tìm góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 6x - 5y + 15 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

A. 90° .

B. 60° .

C. 0° .

D. 45° .

Hướng dẫn giải: Chọn A.

Chọn A.

Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (6; -5)$

Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (5; 6)$

Ta có $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow \Delta_1 \perp \Delta_2$.

Câu 387. Tìm cosin góc giữa 2 đường thẳng $\Delta_1: 3x + 4y + 1 = 0$ và $\Delta_2: \begin{cases} x = 15 + 12t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$.

A. $\frac{56}{65}$.

B. $\frac{63}{13}$.

C. $\frac{6}{65}$.

D. $-\frac{33}{65}$.

Hướng dẫn giải: Chọn D.

Chọn D.

Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (3; 4)$

Vector pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (5; -12)$

Gọi φ là góc giữa $\Delta_1, \Delta_2: \cos \varphi = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = -\frac{33}{65}$.

Câu 388. Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi 2 đường thẳng $\Delta_1: x + 2y - 3 = 0$ và $\Delta_2: 2x - y + 3 = 0$.

A. $3x + y = 0$ và $x - 3y = 0$.

B. $3x + y = 0$ và $x + 3y - 6 = 0$.

C. $3x + y = 0$ và $-x + 3y - 6 = 0$.

D. $3x + y + 6 = 0$ và $x - 3y - 6 = 0$.

Hướng dẫn giải: Chọn C.

Chọn C.

Gọi $M(x; y)$ là điểm thuộc đường phân giác

$$\Rightarrow d(M, \Delta_1) = d(M, \Delta_2) \Rightarrow \frac{|x + 2y - 3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x - y + 3|}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow x + 2y - 3 = \pm(2x - y + 3) \Rightarrow \begin{cases} -x + 3y - 6 = 0 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$$

Câu 389. Cho đường thẳng $d: 3x + 4y - 5 = 0$ và 2 điểm $A(1; 3), B(2; m)$. Định m để A và B nằm cùng phía đối với d .

A. $m < 0$.

B. $m > -\frac{1}{4}$.

C. $m > -1$.

D. $m = -\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải**Chọn B.**

$$A, B \text{ nằm về hai phía của đường thẳng } d \Leftrightarrow (3+12-5)(6+4m-5) < 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{4}$$

Câu 390. Cho ΔABC với $A(1;3), B(-2;4), C(-1;5)$ và đường thẳng $d: 2x - 3y + 6 = 0$. Đường thẳng d cắt cạnh nào của ΔABC ?

A. Cạnh AC .

B. Không cạnh nào.

C. Cạnh AB .D. Cạnh BC .**Hướng dẫn giải:** Chọn B.**Chọn B.**Thay điểm A vào phương trình đường thẳng d ta được -2 Thay điểm B vào phương trình đường thẳng d ta được -10 Thay điểm C vào phương trình đường thẳng d ta được -11

Câu 391. Tìm góc giữa hai đường thẳng $x + \sqrt{3}y = 0$ và $x + 10 = 0$?

A. 60° .B. 30° .C. 45° .D. 125° .**Hướng dẫn giải:** Chọn A.**Chọn A.**Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\vec{n}_1 = (1; \sqrt{3})$ Vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\vec{n}_2 = (1; 0)$

$$\text{Gọi } \varphi \text{ là góc giữa } \Delta_1, \Delta_2: \cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60^\circ$$

Câu 392. Tìm góc giữa hai đường thẳng $d: 2x + 2\sqrt{3}y + 5 = 0$ và $\Delta: y - 6 = 0$.

A. 60° B. 30° C. 45° D. 125° **Hướng dẫn giải:****Chọn B.**Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_d = (1; \sqrt{3})$;Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_\Delta = (0; 1)$;

$$\cos(\vec{n}_d, \vec{n}_\Delta) = \frac{|\vec{n}_d \cdot \vec{n}_\Delta|}{|\vec{n}_d| \cdot |\vec{n}_\Delta|} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\vec{n}_d, \vec{n}_\Delta) = 30^\circ.$$

 \Rightarrow Góc giữa hai đường thẳng d và Δ là 30° .

Câu 393. Tìm góc giữa hai đường thẳng $d: 2x - y - 10 = 0$ và $\Delta: x - 3y + 9 = 0$.

A. 30° B. 60° C. 45° .D. 125° .**Hướng dẫn giải:****Chọn C.**Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_d = (2; -1)$;Đường thẳng Δ có một vectơ pháp tuyến: $\vec{n}_\Delta = (1; -3)$;

$$\cos(\vec{n}_d, \vec{n}_\Delta) = \frac{\vec{n}_d \cdot \vec{n}_\Delta}{|\vec{n}_d| \cdot |\vec{n}_\Delta|} = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 3}{\sqrt{2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1 + (-3)^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{n}_d, \vec{n}_\Delta) = 45^\circ.$$

\Rightarrow Góc giữa hai đường thẳng d và Δ là 45° .

Câu 394. Tìm góc giữa hai đường thẳng $6x - 5y + 15 = 0$ và $\begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$?

A. 90°

B. 30°

C. 45°

D. 60°

Hướng dẫn giải: Chọn A

Chọn A.

d_1 có VTPT $\vec{n}_1 = (6; -5)$ và d_2 có VTPT là $\vec{n}_2 = (5; 6)$. Do $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow d_1 \perp d_2$

Câu 395. Tìm góc giữa hai đường thẳng $d_1: 12x - 10y + 15 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 10 - 6t \\ y = 1 + 5t \end{cases}$?

A. 90° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 60° .

Hướng dẫn giải: Chọn A

Chọn A.

d_1 có VTPT $\vec{n}_1 = (12; -10) = 2(6; -5)$ và d_2 có VTPT là $\vec{n}_2 = (5; 6)$. Do $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 0 \Rightarrow d_1 \perp d_2$.

Câu 396. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $d_1: x + 2y - 2 = 0$ và $d_2: x - y = 0$

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Chọn A.

Có VTPT $\vec{n}_1 = (1; 2)$ và d_2 có VTPT là $\vec{n}_2 = (1; -1)$. Ta có $\cos(d_1; d_2) = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 397. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $d_1: 2x + 3y - 10 = 0$ và $d_2: 2x - 3y + 4 = 0$?

A. $\frac{5}{13}$.

B. $\frac{6}{13}$.

C. $\frac{5}{\sqrt{13}}$.

D. $\sqrt{13}$.

Hướng dẫn giải: Chọn A

Chọn A.

d_1 có VTPT $\vec{n}_1 = (2; 3)$ và d_2 có VTPT là $\vec{n}_2 = (2; -3)$. Ta có $\cos(d_1; d_2) = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{5}{13}$

Câu 398. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $d_1: 10x + 5y - 1 = 0$ và $d_2: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \end{cases}$?

A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

D. $\frac{3}{10}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

d_1 có VTCP $\vec{u}_1 = (-5; 10) = -5(1; -2)$ và d_2 có VTCP là $\vec{u}_2 = (1; -1)$.

Ta có $\cos(d_1; d_2) = \frac{\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2}{|\vec{u}_1| |\vec{u}_2|} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$

Câu 399. Cho đường thẳng $D: 3x + 4y - 5 = 0$ và hai điểm $A(1;3), M(2;m)$. Tìm điều kiện để điểm M và A nằm cùng phía đối với đường thẳng D ?

A. $m > -\frac{1}{4}$.

B. $n > -1$.

C. $m = -\frac{1}{4}$.

D. $m < 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

A và M nằm cùng phía với D khi: $(3+12-5)(6+4m-5) > 0 \Leftrightarrow m > -1/4$

Câu 400. Cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(-3;4)$ và đường thẳng $D: 4x - 7y + m = 0$. Tìm điều kiện của m để đường thẳng D và đoạn thẳng AB có điểm chung

A. $10 \leq m \leq 40$.

B. $m < 10$ hoặc $m > 40$.

C. $m > 40$.

D. $m < 10$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Để D và đoạn AB có điểm chung thì A và B phải nằm khác phía với D

$\Leftrightarrow (4-14+m)(-12-28+m) < 0 \Leftrightarrow 10 \leq m \leq 40$.

Câu 401. Cặp đường thẳng nào dưới đây là phân giác của các góc hợp bởi hai đường thẳng $x + 2y - 3 = 0$ và $2x - y + 3 = 0$.

A. $3x + y = 0$ và $-x + 3y + 6 = 0$.

B. $3x + y - 3 = 0$ và $2x - y + 3 = 0$.

C. $3x + y = 0$ và $-x + 3y - 6 = 0$.

D. $3x + y = 0$ và $x + 3y - 6 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\frac{|x+2y-3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x-y+3|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y-3 = 2x-y+3 \\ x+2y-3 = -2x+y-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3y+6 = 0 \\ 3x+y = 0 \end{cases}$$

Câu 402. Cho hai đường thẳng $7x - 3y + 6 = 0, 2x - 5y - 4 = 0$. Góc giữa hai đường thẳng trên là

A. $\frac{\pi}{4}$.

B. $\frac{3\pi}{4}$.

C. $\frac{\pi}{3}$.

D. $\frac{2\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $(\Delta_1): 7x - 3y + 6 = 0, (\Delta_2): 2x - 5y - 4 = 0$ có VTPT lần lượt là $\vec{n}_1 = (7; -3)$ và $\vec{n}_2 = (2; -5) \Rightarrow$ góc φ giữa hai đường thẳng được tính

$$\cos \varphi = \left| \cos(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \right| = \frac{|7 \cdot 2 + (-3) \cdot (-5)|}{\sqrt{7^2 + 3^2} \cdot \sqrt{2^2 + 5^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$

Câu 403. Cho hai đường thẳng $d: 3x - 4y + 12 = 0; d': 12x + 5y - 20 = 0$. Phương trình phân giác góc nhọn tạo bởi hai đường thẳng đó là

A. $99x - 27y + 56 = 0$.

B. $99x + 27y - 56 = 0$.

C. $11x + 3y + 7 = 0$.

D. $11x - 3y - 7 = 0$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\vec{u}_1 = (3; -4)$ và $\vec{u}_2 = (12; 5)$ là véc tơ chỉ phương của d, d' và $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 36 - 20 > 0$

Nên phương trình phân giác của góc nhọn là

$$\frac{3x-4y+12}{5} = -\frac{12x+5y-20}{13} \Leftrightarrow 99x-27y+56=0$$

Câu 404. Cho hai đường thẳng $d: x+2y+3=0, d': 2x+y+3=0$. Phương trình các đường phân giác của các góc tạo bởi d và d' là

A. $x+y=0; x-y+2=0$.

B. $x-y=0; x+y+2=0$.

C. $x+y+2=0; x-y=0$.

D. $x+y-2=0; x-y-1=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $M(x, y)$ thuộc đường phân giác khi $d(M, d) = d(M, d') \Leftrightarrow \frac{|x+2y+3|}{\sqrt{5}} = \frac{|2x+y+3|}{\sqrt{5}}$

$$\Leftrightarrow |x+2y+3| = |2x+y+3| \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=0 \\ x+y+2=0 \end{cases}$$

Câu 405. Cho hai đường thẳng $d: x+3y-6=0$ và $d': 3x+y+3=0$. Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi d và d' nằm trong miền xác định bởi d, d' và chứa gốc O là

A. $2x-2y+9=0$.

B. $4x+4y-3=0$.

C. $2x+2y+9=0$.

D. $4x+4y+3=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Gọi $M(x, y)$ thuộc đường phân giác của d, d' khi

$$d(M; d) = d(M; d') \Leftrightarrow \frac{|x+3y-6|}{\sqrt{10}} = \frac{|3x+y+3|}{\sqrt{10}}$$

$$|x+3y-6| = |3x+y+3| \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-2y+9=0 \\ 4x+4y-3=0 \end{cases}$$

Câu 406. Cho đường thẳng $d: 3x-4y-12=0$. Phương trình các đường thẳng qua $M(2; -1)$ và tạo với

d một góc $\frac{\pi}{4}$ là

A. $7x-y-15=0; x+7y+5=0$.

B. $7x+y-15=0; x-7y+5=0$.

C. $7x-y+15=0; x+7y-5=0$.

D. $7x+y+15=0; x-7y-5=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Gọi $\vec{n} = (A; B)$ và $A^2 + B^2 \neq 0$ là véc tơ pháp tuyến của Δ

$$\text{Ta có: } \cos \frac{\pi}{4} = \frac{|3A-4B|}{\sqrt{3^2+4^2} \cdot \sqrt{A^2+B^2}} \Leftrightarrow \sqrt{2}|3A-4B| = 5\sqrt{A^2+B^2}$$

$$\Leftrightarrow 7A^2 + 48AB - 7B^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} B = 7A \\ A = -7B \end{cases}$$

Với $B = 7A$ chọn $A=1, B=7 \Rightarrow x+7y+5$

Với $A = -7B$ chọn $A=7, B=-1 \Rightarrow 7x-y-15=0$

Câu 407. Cho hai đường thẳng $d: 7x+y+6=0$ và $d': x-y+2=0$. Phương trình đường phân giác góc nhọn tạo bởi d và d' là

A. $x+3y+8=0$.

B. $3x+y-1=0$.

C. $3x-y+4=0$.

D. $x-3y+1=0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $\vec{n}_1 = (7; 1)$ và $\vec{n}_2 = (1; -1)$ là véc tơ pháp tuyến của d và d' và $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 7 - 1 > 0$

Nên phương trình đường phân giác của góc nhọn là:

$$\frac{7x + y + 6}{\sqrt{50}} = -\frac{x - y + 2}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 3x - y + 4 = 0$$

Câu 408. Cho hai đường thẳng $7x - 3y + 6 = 0, 2x - 5y - 4 = 0$. Góc giữa hai đường thẳng trên là

A. $\frac{\pi}{4}$

B. $\frac{3\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\frac{2\pi}{3}$

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có $\cos(d, d') = \frac{|7 \cdot 2 - 3(-5)|}{\sqrt{58} \cdot \sqrt{29}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (d, d') = \frac{\pi}{4}$

Câu 409. Cho hai đường thẳng $d: x - 3y + 5 = 0$ và $d': 3x - y + 15 = 0$. Phương trình đường phân giác góc tù tạo bởi d và d' là

A. $x - y - 5 = 0$.

B. $x + y + 5 = 0$.

C. $x + y - 5 = 0$.

D. $x - y + 5 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\vec{n}_1 = (1; -3)$ và $\vec{n}_2 = (3; -1)$ là véc tơ pháp tuyến của d và d' và $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 3 + 4 > 0$

Nên phương trình đường phân giác của góc nhọn là:

$$\frac{x - 3y + 5}{\sqrt{10}} = \frac{3x - y + 15}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow x + y + 5 = 0$$

Câu 410. Cho tam giác ABC có $AB: 2x - y + 4 = 0; AC: x - 2y - 6 = 0$. B và C thuộc Ox . Phương trình phân giác ngoài của góc BAC là

A. $3x - 3y - 2 = 0$.

B. $x - y + 10 = 0$.

C. $3x + 3y + 10 = 0$.

D. $x + y + 10 = 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Do $B, C \in Ox \Rightarrow B(-2; 0), C(6; 0)$ Gọi $M(x; y)$ thuộc đường phân giác của góc BAC

Ta có: $d(M, AB) = d(M, AC) \Leftrightarrow \frac{|2x - y + 4|}{\sqrt{5}} = \frac{|x - 2y - 6|}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow |2x - y + 4| = |x - 2y - 6|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y + 10 = 0 \\ 3x - 3y - 2 = 0 \end{cases}$$

Khi đó: $(-2 + 10)(-6 - 2) < 0$ nên $3x - 3y - 2 = 0$ là đường thẳng cần tìm

CHUYÊN ĐỀ PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG
CHỦ ĐỀ: ĐƯỜNG TRÒN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

1. Phương trình đường tròn.

- Phương trình đường tròn (C) tâm $I(a;b)$, bán kính R là : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

Dạng khai triển của (C) là : $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $c = a^2 + b^2 - R^2$

- Phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$, là phương trình đường tròn tâm $I(a;b)$ bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

2. Phương trình tiếp tuyến :

Cho đường tròn (C) : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

- Tiếp tuyến Δ của (C) tại điểm $M(x_0; y_0)$ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với IM nên phương trình : $\Delta : (x_0 - a)(x - a) + (y_0 - b)(y - b) = R^2$
- $\Delta : ax + by + c = 0$ là tiếp tuyến của (C) $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$
- Đường tròn (C) : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ có hai tiếp tuyến cùng phương với Oy là $x = a \pm R$. Ngoài hai tiếp tuyến này các tiếp tuyến còn lại đều có dạng : $y = kx + m$

3. Sự tương giao của đường tròn và đường thẳng

Cho đường thẳng (D) : $Ax + By + C = 0$ và đường tròn (C) : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ có tâm $I(a;b)$

- $(D) \cap (C) = \{M; N\} \Leftrightarrow d(I; (D)) < R$
- $(D) \cap (C) = \{M\} \Leftrightarrow d(I; (D)) = R$
- $(D) \cap (C) = \emptyset \Leftrightarrow d(I; (D)) > R$

4. Vị trí tương đối của hai đường tròn:

Cho đường tròn (C_1) có tâm I_1 , bán kính R_1 và đường tròn (C_2) có tâm I_2 , bán kính R_2 . Giả sử $R_1 > R_2$. Ta có:

- Hai đường tròn tiếp xúc $\Leftrightarrow I_1 I_2 = |R_1 \pm R_2|$
- Hai đường tròn cắt nhau $R_1 - R_2 < I_1 I_2 < R_1 + R_2$

1. DẠNG 1: Nhận dạng phương trình đường tròn, tìm tọa độ tâm và tìm bán kính của đường tròn:

a-Phương pháp:

Phương trình về dạng: (C): $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (1)

+ Xét dấu biểu thức $P = a^2 + b^2 - c$

Nếu $P > 0$ thì (1) là phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$ và bán kính

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$$

Nếu $P \leq 0$ thì (1) không phải là phương trình đường tròn.

Phương trình về dạng: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = P$ (2).

Nếu $P > 0$ thì (2) là phương trình đường tròn có tâm $I(a;b)$ và bán kính $R = \sqrt{P}$

Nếu $P \leq 0$ thì (2) không phải là phương trình đường tròn.

b. Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Hãy cho biết phương trình nào dưới đây là phương trình của một đường tròn và tìm tâm, bán kính của đường tròn tương ứng.

a) $x^2 + y^2 + xy + 4x - 2 = 0$;

b) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 0$;

c) $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 1 = 0$.

Lời giải

a) $x^2 + y^2 + xy + 4x - 2 = 0$ không phải là phương trình của một đường tròn vì có xy .

b) $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 0$ không phải là phương trình của một đường tròn vì $R = 0$.

c) $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+3)^2 + (y-4)^2 = (2\sqrt{6})^2$ là phương trình của đường tròn tâm $I(-3;4)$, bán kính $R = 2\sqrt{6}$.

Ví dụ 2: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình đường tròn? Tìm tâm và bán kính nếu có.

1) $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0$ (1)

2) $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$ (2)

3) $2x^2 + 2y^2 - 6x - 4y - 1 = 0$ (3)

4) $2x^2 + y^2 + 2x - 3y + 9 = 0$ (4)

Lời giải

1) Phương trình (1) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $a = -1$; $b = 2$; $c = 9$

Ta có $a^2 + b^2 - c = 1 + 4 - 9 < 0$

Vậy phương trình (1) không phải là phương trình đường tròn.

2) Ta có: $a^2 + b^2 - c = 9 + 4 - 13 = 0$

Suy ra phương trình (2) không phải là phương trình đường tròn.

3) Ta có: $(3) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 3x - 2y - \frac{1}{2} = 0$

Suy ra: $P = a^2 + b^2 - c = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1^2 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{15}{4} > 0$

Vậy phương trình (3) là phương trình đường tròn tâm $I\left(\frac{3}{2}; 1\right)$ bán kính $R = \frac{\sqrt{15}}{2}$

4) Phương trình (4) không phải là phương trình đường tròn vì hệ số của x^2 và y^2 khác nhau.

Ví dụ 3: Tìm tâm và tính bán kính của các đường tròn sau:

a) $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 36$.

b) $x^2 + (y+2)^2 = 5$

Lời giải

a) Đường tròn $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 36$ có tâm là điểm $I(-3; 3)$, có bán kính $R = 6$.

b) Đường tròn $x^2 + (y+2)^2 = 5$ có tâm là điểm $I(0; -2)$, có bán kính $R = \sqrt{5}$.

Ví dụ 4: Tìm tâm và bán kính của các đường tròn sau:

a) $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

b) $16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y = 11$.

Lời giải

a) Ta có: $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) = 4$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 2^2$$

Vậy đường tròn có tâm $I(1; 1)$ và bán kính $R = 2$.

b) $16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y = 11 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + x - \frac{1}{2}y = \frac{11}{16}$

$$\Leftrightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + y^2 - \frac{1}{2}y + \frac{1}{16} - \frac{1}{16} = \frac{11}{16}$$

$$\Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{93}{16}$$

Vậy đường tròn có tâm $J\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{93}}{4}$.

Ví dụ 5: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ (1)

a) Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.

b) Nếu (1) là phương trình đường tròn hãy tìm tọa độ tâm và bán kính theo m

Lời giải

a) Phương trình (1) là phương trình đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$

Với $a = m; b = 2(m-2); c = 6 - m$

$$\text{Hay } m^2 + 4(m-2)^2 - 6 + m > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}$$

b) Với điều kiện trên thì đường tròn có tâm $I(m; 2(m-2))$ và bán kính: $R = \sqrt{5m^2 - 15m + 10}$

Ví dụ 6: Cho phương trình đường cong $(C_m): x^2 + y^2 + (m+2)x - (m+4)y + m + 1 = 0$ (2)

a) Chứng minh rằng (2) là phương trình một đường tròn

b) Tìm tập hợp tâm các đường tròn khi m thay đổi

c) Chứng minh rằng khi m thay đổi họ các đường tròn (C_m) luôn đi qua hai điểm cố định.

Lời giải

a) Ta có $a^2 + b^2 - c = \left(-\frac{m+2}{2}\right)^2 + \left(\frac{m+4}{2}\right)^2 - m - 1 = \frac{(m+2)^2 + 4}{2} > 0$

Suy ra (2) là phương trình đường tròn với mọi m

b) Đường tròn có tâm I:
$$\begin{cases} x_I = -\frac{m+2}{2} \\ y_I = \frac{m+4}{2} \end{cases} \text{ suy ra } x_I + y_I - 1 = 0$$

Vậy tập hợp tâm các đường tròn là đường thẳng $\Delta: x + y - 1 = 0$

c) Gọi $M(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua.

Khi đó ta có: $x_0^2 + y_0^2 + (m+2)x_0 - (m+4)y_0 + m + 1 = 0, \forall m$

$$\Leftrightarrow (x_0 - y_0 - 1)m + x_0^2 + y_0^2 + 2x_0 - 4y_0 + 1 = 0, \forall m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_0 - y_0 + 1 = 0 \\ x_0^2 + y_0^2 + 2x_0 - 4y_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 2 \end{cases}$$

Vậy có hai điểm cố định mà họ (C_m) luôn đi qua với mọi m là $M_1(-1; 0)$ và $M_2(1; 2)$.

c) Bài tập trắc nghiệm:

Câu 1: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

(I) $x^2 + y^2 - 4x + 15y - 12 = 0$.

(II) $x^2 + y^2 - 3x + 4y + 20 = 0$.

(III) $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y + 1 = 0$.

A. Chỉ (I).

B. Chỉ (II).

C. Chỉ (III).

D. Chỉ (I) và (III).

Lời giải

Chọn D

(I) có: $a^2 + b^2 - c = 4 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 + 12 = \frac{289}{4} > 0$

(II) có: $a^2 + b^2 - c = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2 - 20 = -\frac{55}{4} < 0$

$$(III) \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 3y + \frac{1}{2} = 0, \text{ phương trình này có: } a^2 + b^2 - c = 1 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} = \frac{11}{4} > 0$$

Vậy chỉ (I) và (III) là phương trình đường tròn.

Câu 2: Để $x^2 + y^2 - ax - by + c = 0$ (1) là phương trình đường tròn, điều kiện cần và đủ là

A. $a^2 + b^2 - c > 0$. **B.** $a^2 + b^2 - c \geq 0$. **C.** $a^2 + b^2 - 4c > 0$. **D.** $a^2 + b^2 + 4c > 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$x^2 + y^2 - ax - by + c = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot x + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + y^2 - 2 \cdot \frac{b}{2} \cdot y + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - \frac{b^2}{4} + c = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c$$

Vậy điều kiện để (1) là phương trình đường tròn: $\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c > 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 4c > 0$

Câu 3: Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - x - y + 9 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - x = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2xy - 1 = 0$.

D. $x^2 - y^2 - 2x + 3y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Loại C vì có số hạng $-2xy$.

Câu A: $a = b = \frac{1}{2}, c = 9 \Rightarrow a^2 + b^2 - c < 0$ nên không phải phương trình đường tròn.

Câu D: loại vì có $-y^2$.

Câu B: $a = \frac{1}{2}, b = 0, c = 0 \Rightarrow a^2 + b^2 - c > 0$ nên là phương trình đường tròn.

Câu 4: Phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+1)x - 2(m+2)y + 6m + 7 = 0$ là phương trình đường tròn khi và chỉ khi

A. $m < 0$.

B. $m < 1$.

C. $m > 1$.

D. $m < -1$ hoặc $m > 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$x^2 + y^2 - 2(m+1)x - 2(m+2)y + 6m + 7 = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + (m+1)^2 + y^2 - 2(m+2)y + (m+2)^2 - (m+1)^2 - (m+2)^2 + 6m + 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow [x - (m+1)]^2 + [y - (m+2)]^2 = 2m^2 - 2$$

Vậy điều kiện để (1) là phương trình đường tròn: $2m^2 - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$

Câu 5: Cho đường cong $(C_m): x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7?

- A. $m = 4$. B. $m = 8$. C. $m = -8$. D. $m = -4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $R = \sqrt{4^2 + 5^2 - m} = 7 \Leftrightarrow m = -8$.

Câu 6: Đường tròn $3x^2 + 3y^2 - 6x + 9y - 9 = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{15}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. 25. D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

$3x^2 + 3y^2 - 6x + 9y - 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 3y - 3 = 0$.

Suy ra $P = 1^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - (-3) = \frac{25}{4} > 0$. Vậy bán kính là: $R = \frac{5}{2}$.

Câu 7: Đường tròn $2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 1 = 0$ có tâm là điểm nào sau đây?

- A. $(-8; 4)$. B. $(2; -1)$. C. $(8; -4)$. D. $(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn B

$2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y - \frac{1}{2} = 0$.

Vậy tâm là: $I(2; -1)$.

Câu 8: Cho hai điểm $A(-2; 1)$, $B(3; 5)$. Tập hợp điểm $M(x; y)$ nhìn AB dưới một góc vuông nằm trên đường tròn có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 - x - 6y - 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + x + 6y - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 5x - 4y + 11 = 0$. D. Đáp án khác.

Lời giải

Chọn A

Tập hợp điểm $M(x; y)$ nhìn AB dưới một góc vuông nằm trên đường tròn đường kính AB và tâm là trung điểm của AB .

Tọa độ tâm đường tròn là trung điểm của AB : $I\left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

$$\text{Bán kính đường tròn: } R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{5^2 + 4^2}}{2} = \frac{\sqrt{41}}{2}.$$

$$\text{Phương trình đường tròn: } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 3)^2 = \frac{41}{4} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - x - 6y - 1 = 0.$$

Câu 9: Cho hai điểm $A(-4;2)$ và $B(2;-3)$. Tập hợp điểm $M(x;y)$ thỏa mãn $MA^2 + MB^2 = 31$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + 2x + y + 1 = 0.$

B. $x^2 + y^2 - 6x - 5y + 1 = 0.$

C. $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 22 = 0.$

D. $x^2 + y^2 + 2x + 6y - 22 = 0.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $MA^2 + MB^2 = 31$

$$\Leftrightarrow (x+4)^2 + (y-2)^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2 = 31 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + y + 1 = 0.$$

Câu 10: Cho $A(-1;0)$, $B(2;4)$ và $C(4;1)$. Chứng minh rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $3MA^2 + MB^2 = 2MC^2$ là một đường tròn (C). Tìm tính bán kính của (C).

A. $\frac{\sqrt{107}}{2}.$

B. $\sqrt{5}.$

C. $\frac{25}{2}.$

D. $\frac{25}{4}.$

Lời giải

Chọn A

$$3MA^2 + MB^2 = 2MC^2 \Leftrightarrow 3(x+1)^2 + 3y^2 + (x-2)^2 + (y-4)^2 = 2(x-4)^2 + 2(y-1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 9x - 2y - \frac{11}{2} = 0. \text{ Bán kính của (C) là: } R = \frac{\sqrt{107}}{2}.$$

2. Dạng 2: Lập phương trình của đường tròn

a) Phương pháp:

Cách 1: + Tìm bán kính R của đường tròn (C)

+ Viết phương trình của (C) theo dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

Cách 2: Giả sử phương trình đường tròn (C) là: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (Hoặc $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$).

+ Từ điều kiện của đề bài thành lập hệ phương trình với ba ẩn là a, b, c.

+ Giải hệ để tìm a, b, c từ đó tìm được phương trình đường tròn (C).

Chú ý:

* $A \in (C) \Leftrightarrow IA = R$

* (C) tiếp xúc với đường thẳng Δ tại A $\Leftrightarrow IA = d(I; \Delta) = R$

* (C) tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và $\Delta_2 \Leftrightarrow d(I; \Delta_1) = d(I; \Delta_2) = R$

b) Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Viết phương trình của đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

- Có tâm $I(-2;5)$ và bán kính $R=7$;
- Có tâm $I(1;-2)$ và đi qua điểm $A(-2;2)$;
- Có đường kính AB , với $A(-1;-3), B(-3;5)$;
- Có tâm $I(1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $x+2y+3=0$.

Lời giải

a) Phương trình của đường tròn là $(x+2)^2+(y-5)^2=49$.

b) Ta có $\overline{AI}=(3;-4)$, bán kính của đường tròn là $R=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5$.

Phương trình của đường tròn là $(x-1)^2+(y+2)^2=25$.

c) Toạ độ trung điểm I của AB là $I(-2;1)$. Ta có $\overline{AI}=(-1;4)$.

Bán kính của đường tròn là $R=\sqrt{(-1)^2+4^2}=\sqrt{17}$.

Phương trình của đường tròn là $(x+2)^2+(x-1)^2=17$.

d) Có tâm $I(1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $x+2y+3=0$.

Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng $x+2y+3=0$ bằng bán kính $R=\frac{|1+2.3+3|}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$.

Phương trình đường tròn tâm I bán kính R là

$$(x-1)^2+(y-3)^2=20.$$

Ví dụ 2: Viết phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

- Đường tròn tâm $I(3;-2)$ và đi qua điểm $M(-1;1)$
- Đường tròn tâm $I(-1;2)$ và đi qua điểm $M(2;1)$
- Đường tròn đường kính AB với $A(1;1), B(7;5)$.
- Đường tròn tâm $I(1;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d:3x-4y-26=0$.

Lời giải

a) Ta có: $R=IM=\sqrt{(-1-3)^2+(1+2)^2}=5$.

Phương trình đường tròn tâm $I(3;-2)$ đi qua $M(-1;1)$ là $(x-3)^2+(y+2)^2=25$.

Vậy chọn đáp án: B .

b) Ta có $\begin{cases} I(-1;2) \\ R=IM=\sqrt{[2-(-1)]^2+(1-2)^2}=\sqrt{10} \end{cases}$

Phương trình đường tròn cần viết là $(x+1)^2 + (y-2)^2 = (\sqrt{10})^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$.

Vậy (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$.

c) Ta có tâm I là trung điểm của đoạn thẳng AB và bán kính $R = \frac{AB}{2}$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{1+7}{2} = 4 \\ y_I = \frac{1+5}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I = (4; 3).$$

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{(7-1)^2 + (5-1)^2}}{2} = \sqrt{13}.$$

Phương trình đường tròn đường kính AB là

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{13})^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0.$$

Kết luận phương trình đường tròn đường kính AB là $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$.

d) Ta có $R = d(I, d) = \frac{|3+8-26|}{\sqrt{9+16}} = 3$.

Phương trình đường tròn: $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

Ví dụ 3: Viết phương trình đường tròn trong mỗi trường hợp sau:

a) Có tâm $I(1; -5)$ và đi qua $O(0; 0)$.

b) Nhận AB làm đường kính với $A(1; 1)$, $B(7; 5)$.

c) Đi qua ba điểm: $M(-2; 4)$, $N(5; 5)$, $P(6; -2)$

Lời giải

a) Đường tròn cần tìm có bán kính là $OI = \sqrt{1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$ nên có phương trình là $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 26$

b) Gọi I là trung điểm của đoạn AB suy ra $I(4; 3)$

$$AI = \sqrt{(4-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{13}$$

Đường tròn cần tìm có đường kính là AB suy ra nó nhận $I(4; 3)$ làm tâm và bán kính

$$R = AI = \sqrt{13} \text{ nên có phương trình là } (x-4)^2 + (y-3)^2 = 13$$

c) Gọi phương trình đường tròn (C) có dạng là: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Do đường tròn đi qua ba điểm M, N, P nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 4+16+4a-8b+c=0 \\ 25+25-10a-10b+c=0 \\ 36+4-12a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \\ c=-20 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$

Nhận xét: Đối với ý c) ta có thể làm theo cách sau

Gọi $I(x; y)$ và R là tâm và bán kính đường tròn cần tìm

$$\text{Vì } IM = IN = IP \Leftrightarrow \begin{cases} IM^2 = IN^2 \\ IM^2 = IP^2 \end{cases} \text{ nên ta có hệ}$$

$$\begin{cases} (x+2)^2 + (y-4)^2 = (x-5)^2 + (y-5)^2 \\ (x+2)^2 + (y-4)^2 = (x-6)^2 + (y+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ví dụ 4: a) Trong mặt phẳng tọa độ, cho tam giác ABC , với $A(6; -2), B(4; 2), C(5; -5)$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

b) Đường tròn nào sau đây đi qua ba điểm $A(3; 4), B(1; 2), C(5; 2)$

Lời giải

a) Gọi phương trình đường tròn (C) có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Vì đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(6; -2), B(4; 2), C(5; -5)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 6^2 + (-2)^2 - 2a \cdot 6 - 2b \cdot (-2) + c = 0 \\ 4^2 + 2^2 - 2a \cdot 4 - 2b \cdot 2 + c = 0 \\ 5^2 + (-5)^2 - 2a \cdot 5 - 2b \cdot (-5) + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -12a + 4b + c = -40 \\ -8a - 4b + c = -20 \\ -10a + 10b + c = -50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -20 \end{cases}$$

b) Giả sử đường tròn đi qua ba điểm $A(3; 4), B(1; 2), C(5; 2)$ có dạng:

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0, \text{ điều kiện } a^2 + b^2 - c > 0$$

$$\text{Theo bài ra ta có hệ } \begin{cases} -6a - 8b + c = -25 \\ -2a - 4b + c = -5 \\ -10a - 4b + c = -29 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \\ c = 9 \end{cases}$$

Suy ra đường tròn có tâm $I(3; 2)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = 2$

Hay phương trình đường tròn là $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Ví dụ 5: Viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

a) (C) có tâm $I(-1; 2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 2y + 7 = 0$

b) (C) đi qua $A(2; -1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox và Oy

c) (C) có tâm nằm trên đường thẳng $d: x - 6y - 10 = 0$ và tiếp xúc với hai đường thẳng có phương trình $d_1: 3x + 4y + 5 = 0$ và $d_2: 4x - 3y - 5 = 0$

Lời giải

a) Bán kính đường tròn (C) chính là khoảng cách từ I tới đường thẳng Δ nên

$$R = d(I; \Delta) = \frac{|-1 - 4 - 7|}{\sqrt{1+4}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Vậy phương trình đường tròn (C) là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$

b) Vì điểm A nằm ở góc phần tư thứ tư và đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ nên tâm của đường tròn có dạng $I(R; -R)$ trong đó R là bán kính đường tròn (C).

$$\text{Ta có: } R^2 = IA^2 \Leftrightarrow R^2 = (2-R)^2 + (-1+R)^2 \Leftrightarrow R^2 - 6R + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R = 1 \\ R = 5 \end{cases}$$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn đầu bài là: $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 1$ và $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$

c) Vì đường tròn cần tìm có tâm K nằm trên đường thẳng d nên gọi $K(6a+10; a)$

Mặt khác đường tròn tiếp xúc với d_1, d_2 nên khoảng cách từ tâm I đến hai đường thẳng này bằng nhau và bằng bán kính R suy ra

$$\frac{|3(6a+10) + 4a + 5|}{5} = \frac{|4(6a+10) - 3a - 5|}{5} \Leftrightarrow |22a + 35| = |21a + 35| \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \frac{-70}{43} \end{cases}$$

- Với $a = 0$ thì $K(10; 0)$ và $R = 7$ suy ra (C): $(x-10)^2 + y^2 = 49$

- Với $a = \frac{-70}{43}$ thì $K\left(\frac{10}{43}; \frac{-70}{43}\right)$ và $R = \frac{7}{43}$ suy ra (C): $\left(x - \frac{10}{43}\right)^2 + \left(y + \frac{70}{43}\right)^2 = \left(\frac{7}{43}\right)^2$

Vậy có hai đường tròn thỏa mãn có phương trình là

$$(C): (x-10)^2 + y^2 = 49 \text{ và } (C): \left(x - \frac{10}{43}\right)^2 + \left(y + \frac{70}{43}\right)^2 = \left(\frac{7}{43}\right)^2$$

Ví dụ 6: Cho hai điểm $A(8; 0)$ và $B(0; 6)$.

a) Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB

b) Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB

Lời giải

a) Ta có tam giác OAB vuông ở O nên tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác là trung điểm của cạnh huyền AB suy ra $I(4; 3)$ và Bán kính $R = IA = \sqrt{(8-4)^2 + (0-3)^2} = 5$

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB là: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$

b) Ta có $OA = 8; OB = 6; AB = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$

Mặt khác $\frac{1}{2}OA \cdot OB = pr$ (vì cùng bằng diện tích tam giác ABC)

$$\text{Suy ra } r = \frac{OA \cdot OB}{OA + OB + AB} = 2$$

Để thấy đường tròn cần tìm có tâm thuộc góc phần tư thứ nhất và tiếp xúc với hai trục tọa độ nên

tâm của đường tròn có tọa độ là $(2; 2)$

Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là: $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$

Ví dụ 7: Cho đường tròn (C) có tâm thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=3-t \end{cases}$ và đi qua hai điểm $A(1;1)$ và $B(0;-2)$. Tính bán kính đường tròn (C)

Lời giải

Vì $I \in d \Rightarrow I(1+2t;3-t)$

$IA = IB \Leftrightarrow 4t^2 + (t-2)^2 = (1+2t)^2 + (t-5)^2 \Leftrightarrow t = 11$

Bán kính đường tròn (C) là $R = IA = \sqrt{565}$.

Ví dụ 8: Tìm phương trình đường tròn (C) có tâm $I(-4;3)$, tiếp xúc trục Oy

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-4;3)$, bán kính R có phương trình: $(x+4)^2 + (y-3)^2 = R^2$

Đường tròn (C) tiếp xúc với trục Oy nên $|-4| = R \Leftrightarrow R^2 = 16$

Vậy đường tròn (C) có phương trình: $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 16$.

Ví dụ 9: Tìm phương trình đường tròn (C) đi qua $A(1;3)$, $B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x - y + 7 = 0$

Lời giải

Cách 1: Đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$, bán kính R có phương trình là

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 (*)$

Đường tròn (C) đi qua $A(1;3)$, $B(3;1)$ nên ta có $\begin{cases} (1-a)^2 + (3-b)^2 = R^2 & (1) \\ (3-a)^2 + (1-b)^2 = R^2 & (2) \end{cases}$

Lấy (1)-(2) ta được $a = b$ (3)

Hơn nữa ta có tâm $I \in d: 2x - y + 7 = 0$ suy ra $2a - b + 7 = 0$ (4)

Thay (3) vào (4) ta được $a = b = -7$. Từ (*) ta có $R^2 = 164$

Vậy đường tròn (C) có phương trình: $(x+7)^2 + (y+7)^2 = 164$.

Cách 2: Đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$, bán kính R có phương trình là

$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 (*)$

$I \in d \Rightarrow I(a;2a+7)$.

$AI = \sqrt{(a-1)^2 + (2a+4)^2} = \sqrt{5a^2 + 14a + 17}$

$BI = \sqrt{(a-3)^2 + (2a+6)^2} = \sqrt{5a^2 + 18a + 45}$

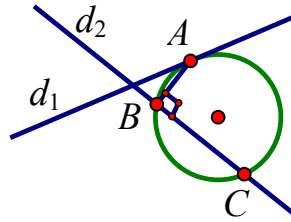
Vì $AI = BI \Leftrightarrow AI^2 = BI^2 \Leftrightarrow 5a^2 + 14a + 17 = 5a^2 + 18a + 45 \Leftrightarrow a = -7$

Suy ra tâm $I(-7;-7)$, bán kính $R^2 = AI^2 = 164$

Vậy đường tròn (C) có phương trình: $(x+7)^2 + (y+7)^2 = 164$.

Ví dụ 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $d_1: \sqrt{3}x + y = 0$. và $d_2: \sqrt{3}x - y = 0$. Gọi (C) là đường tròn tiếp xúc với d_1 tại A, cắt d_2 tại hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông tại. Viết phương trình của (C) , biết tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và điểm A có hoành độ dương.

Lời giải



Vì $A \in d_1 \Rightarrow A(a; -\sqrt{3}a)$, $a > 0$; $B, C \in d_2 \Rightarrow B(b; \sqrt{3}b)$, $C(c; \sqrt{3}c)$

Suy ra $\overrightarrow{AB}(b-a; \sqrt{3}(a+b))$, $\overrightarrow{AC}(c-a; \sqrt{3}(c+a))$

Tam giác ABC vuông tại B do đó AC là đường kính của đường tròn

Do đó $AC \perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \vec{u}_1 = 0 \Leftrightarrow -1 \cdot (c-a) + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}(a+c) = 0 \Leftrightarrow 2a+c=0$ (1)

$AB \perp d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_2 = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (b-a) + 3(a+b) = 0 \Leftrightarrow 2b+a=0$ (2)

Mặt khác $S_{ABC} = \frac{1}{2} d(A; d_2) \cdot BC \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{|2\sqrt{3}a|}{2} \sqrt{(c-b)^2 + 3(c-b)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow 2a|c-b|=1$ (3)

Từ (1), (2) suy ra $2(c-b) = -3a$ thế vào (3) ta được $a|-3a|=1 \Leftrightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Do đó $b = -\frac{\sqrt{3}}{6}$, $c = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A\left(\frac{\sqrt{3}}{3}; -1\right)$, $C\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -2\right)$

Suy ra (C) nhận $I\left(-\frac{\sqrt{3}}{6}; -\frac{3}{2}\right)$ là trung điểm AC làm tâm và bán kính là $R = \frac{AC}{2} = 1$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là (C): $\left(x + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2 + \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = 1$.

Ví dụ 11: Viết phương trình đường tròn qua ba điểm $A(1; 2)$, $B(5; 2)$ và $C(1; -3)$.

Lời giải

Phương trình đường tròn có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (C)

Vì $A(1; 2) \in (C) \Rightarrow 1 + 4 - 2a - 4b + c = 0$

$$\Rightarrow -2a - 4b + c + 5 = 0 \quad (1)$$

Vì $B(5; 2) \in (C) \Rightarrow 25 + 4 - 10a - 4b + c = 0$

$$\Rightarrow -10a - 4b + c + 29 = 0 \quad (2)$$

Vì $C(1; -3) \in (C) \Rightarrow 1 + 9 - 2a + 6b + c = 0$

$$\Rightarrow -2a + 6b + c + 10 = 0 \quad (3)$$

Vậy ta giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} -2a - 4b + c + 5 = 0 \\ -10a - 4b + c + 29 = 0 \\ -2a + 6b + c + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\text{Phương trình (C): } x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{41}{4}.$$

Ví dụ 12: Viết phương trình đường tròn tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox, Oy đồng thời đi qua điểm M(2;1).

Lời giải

Gọi I(a;a) là tâm của đường tròn bán kính bằng $R = |a|$

Ta có: $(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2$

Vì $M(2;1) \in (C) \Rightarrow (2-a)^2 + (1-a)^2 = a^2$
 $\Rightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Rightarrow a_1 = 1, a_2 = 5$

- $a = 1$, phương trình (C): $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$
- $a = 5$, phương trình (C): $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$.

c) Bài tập trắc nghiệm:

Câu 1: Đường tròn tâm I(3;-1) và bán kính R=2 có phương trình là

- A.** $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 4$.
- B.** $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 4$.
- C.** $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$.
- D.** $(x+3)^2 + (y+1)^2 = 4$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình đường tròn có tâm I(3;-1), bán kính R=2 là: $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$

Câu 2: Đường tròn tâm I(-1;2) và đi qua điểm M(2;1) có phương trình là

- A.** $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$.
- B.** $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 3 = 0$.
- C.** $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 5 = 0$.
- D.** $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Đường tròn có tâm I(-1;2) và đi qua M(2;1) thì có bán kính là: $R = IM = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10}$

Khi đó có phương trình là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y - 5 = 0$

Câu 3: Cho hai điểm A(5;-1), B(-3;7). Đường tròn có đường kính AB có phương trình là

- A.** $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 22 = 0$.
- B.** $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 22 = 0$.
- C.** $x^2 + y^2 - 2x - y + 1 = 0$.
- D.** $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Tâm I của đường tròn là trung điểm AB nên I(1;3).

Bán kính $R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(-3-5)^2 + (7+1)^2} = 4\sqrt{2}$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 32 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 6y - 22 = 0$

Câu 4: Đường tròn (C) tâm $I(-4;3)$ và tiếp xúc với trục tung có phương trình là

A. $x^2 + y^2 - 4x + 3y + 9 = 0$.

B. $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 16$.

C. $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 16$.

D. $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

(C) tiếp xúc với $y'Oy$ và có tâm $I(-4;3)$ nên: $a = -4, b = 3, R = |a| = 4$.

Do đó, (C) có phương trình $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 16$.

Câu 5: Đường tròn (C) tâm $I(4;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 5 = 0$ có phương trình là

A. $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 1$.

B. $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$.

C. $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 1$.

D. $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 1$

Lời giải

Chọn B.

(C) có bán kính $R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot 4 - 4 \cdot 3 + 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 1$.

Do đó, (C) có phương trình $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 1$.

Câu 6: Đường tròn (C) đi qua điểm $A(2;4)$ và tiếp xúc với các trục tọa độ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ hoặc $(x-10)^2 + (y-10)^2 = 100$

B. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$ hoặc $(x-10)^2 + (y-10)^2 = 100$

C. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 4$ hoặc $(x+10)^2 + (y+10)^2 = 100$

D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ hoặc $(x+10)^2 + (y+10)^2 = 100$

Lời giải

Chọn A.

(C): $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ tiếp xúc với các trục tọa độ nên $|a| = |b| = R$ và điểm

$A(2;4) \in (C)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất nên $I(a;b)$ cũng ở góc phần tư thứ nhất. Suy ra

$a = b = R$. Vậy $(x-a)^2 + (y-a)^2 = a^2 (C)$.

$$A \in (C) \Rightarrow (2-a)^2 + (4-a)^2 = a^2 \Leftrightarrow a^2 - 12a + 20 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \\ (x-10)^2 + (y-10)^2 = 100 \end{cases}$$

Câu 7: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3), B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x - y + 7 = 0$ có phương trình là

A. $(x-7)^2 + (y-7)^2 = 102$.

B. $(x+7)^2 + (y+7)^2 = 164$.

C. $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$.

C. $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn B.

$I(a; b)$ là tâm của đường tròn (C) , do đó:

$$AI^2 = BI^2 \Rightarrow (a-1)^2 + (b-3)^2 = (a-3)^2 + (b-1)^2$$

Hay: $a = b$ (1). Mà $I(a; b) \in d: 2x - y + 7 = 0$ nên $2a - b + 7 = 0$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có: $a = -7 \Rightarrow b = -7 \Rightarrow R^2 = AI^2 = 164$.

Vậy $(C): (x+7)^2 + (y+7)^2 = 164$.

Câu 8: Đường tròn (C) tiếp xúc với trục tung tại điểm $A(0; -2)$ và đi qua điểm $B(4; -2)$ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$.

B. $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$

C. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$ **D.** $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$

Lời giải

Chọn A.

Vì $y_A = y_B = -2$ nên $AB \perp y'Oy$ và AB là đường kính của (C) . Suy ra $I(2; -2)$ và bán kính $R = IA = 2$. Vậy $(C): (x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$.

Câu 9: Tâm của đường tròn qua ba điểm $A(2; 1)$, $B(2; 5)$, $C(-2; 1)$ thuộc đường thẳng có phương trình

A. $x - y + 3 = 0$.

B. $x - y - 3 = 0$

C. $-x + y + 3 = 0$

D. $x + y + 3 = 0$

Lời giải

Chọn A.

Phương trình (C) có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 + c > 0$). Tâm $I(a; b)$.

$$\begin{cases} A(2; 1) \in (C) \\ B(2; 5) \in (C) \\ C(-2; 1) \in (C) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 + 1 - 4a - 2b + c = 0 \\ 4 + 25 - 4a - 10b + c = 0 \\ 4 + 1 + 4a - 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0; 3)$$

Lần lượt thế tọa độ I vào các phương trình để kiểm tra.

Câu 10: Đường tròn đi qua 3 điểm $A(0; 2)$, $B(2; 2)$, $C(1; 1 + \sqrt{2})$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + 2x + 2y - \sqrt{2} = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 2x - 2y + \sqrt{2} = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi phương trình đường tròn cần tìm có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c > 0$).

Đường tròn đi qua 3 điểm $A(0; 2)$, $B(2; 2)$, $C(1; 1 + \sqrt{2})$ nên ta có:

$$\begin{cases} 4 - 4b + c = 0 \\ 8 - 4a - 4b + c = 0 \\ 4 + 2\sqrt{2} - 2a - 2(1 + \sqrt{2})b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;2)$, $B(2;2)$, $C(1;1+\sqrt{2})$ là

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$$

Câu 11: Đường tròn đi qua 3 điểm $A(11;8)$, $B(13;8)$, $C(14;7)$ có bán kính R bằng

A. 2.

B. 1.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi phương trình đường tròn cần tìm có dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c > 0$).

Đường tròn đi qua 3 điểm $A(11;8)$, $B(13;8)$, $C(14;7)$ nên ta có:

$$\begin{cases} 121 + 64 - 22a - 16b + c = 0 \\ 169 + 64 - 26a - 16b + c = 0 \\ 196 + 49 - 28a - 14b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 6 \\ c = 175 \end{cases}$$

Ta có $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{5}$

Vậy phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $A(11;8)$, $B(13;8)$, $C(14;7)$ có bán kính là $R = \sqrt{5}$

3. Dạng 3-Vị trí tương đối của điểm với đường thẳng, đường tròn với đường tròn

a) Phương pháp:

1 Vị trí tương đối của điểm M và đường tròn (C)

Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính IM

+ Nếu $IM < R$ suy ra M nằm trong đường tròn

+ Nếu $IM = R$ suy ra M thuộc đường tròn

+ Nếu $IM > R$ suy ra M nằm ngoài đường tròn

2 Vị trí tương đối giữa đường thẳng Δ và đường tròn (C)

Xác định tâm I và bán kính R của đường tròn (C) và tính $d(I;\Delta)$

+ Nếu $d(I;\Delta) < R$ suy ra Δ cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt

+ Nếu $d(I;\Delta) = R$ suy ra Δ tiếp xúc với đường tròn

+ Nếu $d(I;\Delta) > R$ suy ra Δ không cắt đường tròn

Chú ý: Số nghiệm của hệ phương trình tạo bởi phương trình đường thẳng Δ và đường tròn (C) bằng số giao điểm của chúng. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ.

3 Vị trí tương đối giữa đường tròn (C) và đường tròn (C')

Xác định tâm I , bán kính R của đường tròn (C) và tâm I' , bán kính R' của đường tròn (C') và tính II' , $R + R'$, $|R - R'|$

+ Nếu $II' > R + R'$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và ở ngoài nhau

+ Nếu $II' = R + R'$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc ngoài với nhau

+ Nếu $II' < |R - R'|$ suy ra hai đường tròn không cắt nhau và lồng vào nhau

+ Nếu $II' = |R - R'|$ suy ra hai đường tròn tiếp xúc trong với nhau

+ Nếu $|R - R'| < II' < R + R'$ suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt

Chú ý: Số nghiệm của hệ phương trình tạo bởi phương trình đường thẳng (C) và đường tròn (C') bằng số giao điểm của chúng. Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ.

b) Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Cho đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$ và đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$

a) Chứng minh điểm $M(2;1)$ nằm trong đường tròn

b) Xét vị trí tương đối giữa Δ và (C)

c) Viết phương trình đường thẳng Δ' vuông góc với Δ và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất.

Lời giải

a) Đường tròn (C) có tâm $I(2; -1)$ và bán kính $R = 3$.

Ta có $IM = \sqrt{(2-2)^2 + (1+1)^2} = 2 < 3 = R$ do đó M nằm trong đường tròn.

b) Vì $d(I; \Delta) = \frac{|2+1+1|}{\sqrt{1+1}} = 2\sqrt{2} < 3 = R$ nên Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

c) Vì Δ' vuông góc với Δ và cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt sao cho khoảng cách của chúng là lớn nhất nên Δ' vuông góc với Δ và đi qua tâm I của đường tròn (C).

Do đó Δ' nhận vectơ $\vec{u}_{\Delta} = (1; 1)$ làm vectơ pháp tuyến suy ra $\Delta': 1(x-2) + 1(y+1) = 0$ hay $x + y - 1 = 0$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\Delta': x + y - 1 = 0$

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0$ và (C'): $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 3 = 0$

a) Chứng minh rằng hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B

b) Viết phương trình đường thẳng đi qua A và B

c) Viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm A, B và O

Lời giải

a) Cách 1: (C) có tâm $I(1; 3)$ và bán kính $R = 5$, (C') có tâm $I'(3; 1)$ và bán kính $R' = \sqrt{13}$

$$II' = \sqrt{(3-1)^2 + (1-3)^2} = 2\sqrt{2}$$

Ta thấy $|R_1 - R_2| < II_2 < |R_1 + R_2|$ suy ra hai đường tròn cắt nhau.

Cách 2: Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0 \\ x^2 + y^2 - 6x - 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 = 0 \\ x - y - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (y+3)^2 + y^2 - 2(y+3) - 6y - 15 = 0 \\ x = y+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - y - 6 = 0 \\ x = y+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ y = 3 \\ x = y+3 \end{cases}$$

Suy ra hai đường tròn cắt nhau tại hai điểm có tọa độ là $A(1; -2)$ và $B(6; 3)$

b) Đường thẳng đi qua hai điểm A, B nhận $\overline{AB}(5; 5)$ làm vectơ chỉ phương suy ra phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -2 + 5t \end{cases}$

c) Cách 1: Đường tròn cần tìm (C'') có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$

$$(C'') \text{ đi qua ba điểm A, B và O nên ta có hệ } \begin{cases} 1 + 4 - 2a + 4b + c = 0 \\ 36 + 9 - 12a - 6b + c = 0 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{7}{2} \\ b = \frac{1}{2} \\ c = 0 \end{cases}$$

Vậy (C''): $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$

Cách 2: Vì A, B là giao điểm của hai đường tròn (C) và (C') nên tọa độ đều thỏa mãn phương trình

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y - 15 + m(x^2 + y^2 - 6x - 2y - 3) = 0 \quad (*)$$

Tọa độ điểm O thỏa mãn phương trình (*) khi và chỉ khi $-15 + m \cdot (-3) = 0 \Leftrightarrow m = -5$

Khi đó phương trình (*) trở thành $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 7x - y = 0$

Ví dụ 3: Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ và đường thẳng $d: x + 2y + 1 = 0$. Xét vị trí tương đối của d và (C).

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Ta có: $d(I, d) = \frac{|2 + 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \sqrt{5} = R$ nên d tiếp xúc (C).

Ví dụ 4: Cho đường tròn (C): $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5$ và đường thẳng $d: x + 2y - 5 = 0$. Tìm tọa độ tiếp điểm của đường thẳng d và đường tròn (C)

Lời giải

Từ $d: x + 2y - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 - 2y$ thế vào phương trình đường tròn ta được:

$$(1 - 2y)^2 + (y - 3)^2 = 5 \Leftrightarrow 5y^2 - 10y + 5 = 0 \Leftrightarrow y = 1 \Rightarrow x = 3.$$

Vậy tọa độ tiếp điểm của đường thẳng d và đường tròn (C) là $M(3; 1)$.

Ví dụ 5: Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+3)^2 = 10$ và đường thẳng $\Delta: x+y+1=0$ biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm độ dài đoạn thẳng AB

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -3)$ và bán kính $R = IA = \sqrt{10}$.

Gọi H là trung điểm dây cung AB .

Ta có: $IH = d_{(I;\Delta)} = \frac{|1-3+1|}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

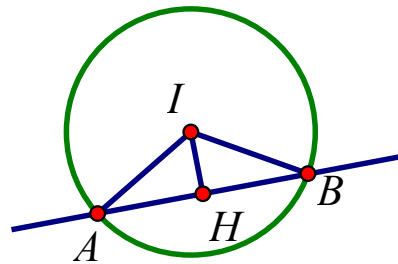
Tam giác AIH vuông tại H nên $AH = \sqrt{10 - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{38}}{2}$.

Độ dài đoạn thẳng $AB = 2AH = \sqrt{38}$.

Ví dụ 6: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ có tâm I và đường thẳng $\Delta: \sqrt{2}x + my + 1 - \sqrt{2} = 0$

- a) Tìm m để đường thẳng Δ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B
- b) Tìm m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất

Lời giải



a) Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$

Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi

$$d(I; \Delta) < R \Leftrightarrow \frac{|\sqrt{2} - 2m + 1 - \sqrt{2}|}{\sqrt{2 + m^2}} < 3$$

$$\Leftrightarrow 5m^2 + 5m + 17 > 0 \text{ (đúng với mọi } m)$$

b) Ta có $S_{IAB} = \frac{1}{2} IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{9}{2} \sin \widehat{AIB} \leq \frac{9}{2}$

Suy $\max S_{IAB} = \frac{9}{2}$ khi và chỉ khi $\sin \widehat{AIB} = 1 \Leftrightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ$

Gọi H là hình chiếu của I lên Δ khi đó $\widehat{AIH} = 45^\circ \Rightarrow IH = IA \cdot \cos 45^\circ = \frac{3}{\sqrt{2}}$

Ta có $d(I; \Delta) = IH \Leftrightarrow \frac{|1-2m|}{\sqrt{2+m^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow m^2 + 8m + 16 = 0 \Leftrightarrow m = -4$

Vậy với $m = -4$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ví dụ 7: Cho đường thẳng $d: y - 2x + 1 = 0$ cắt đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ tại hai điểm M, N . Tính độ dài đoạn MN .

Lời giải

Ta có: $d: y = 2x - 1$

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) :

$$\begin{aligned}x^2 + (2x - 1)^2 - 4x - 2(2x - 1) + 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 5x^2 - 12x + 4 = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \Rightarrow y_1 = 3 \\ x_2 = \frac{2}{5} \Rightarrow y_2 = -\frac{1}{5} \end{cases}\end{aligned}$$

Vậy đường thẳng d cắt đường tròn (C) tại $M(2;3)$ và $N\left(\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$

$$\text{Do đó } MN = \sqrt{\left(2 - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(3 + \frac{1}{5}\right)^2} = \frac{8\sqrt{5}}{5}.$$

c) Bài tập trắc nghiệm:

Câu 1: Cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$. Phương trình của đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài lớn nhất là

- A.** $4x + 3y + 13 = 0$. **B.** $3x - 4y + 25 = 0$. **C.** $3x - 4y + 15 = 0$. **D.** $4x + 3y + 20 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

(C) có tâm $I(-1;3)$ và $R = 2$. $d' // d \Rightarrow d': 3x - 4y + c = 0$.

Yêu cầu bài toán có nghĩa là d' qua tâm $I(-1;3)$ của (C) , tức là: $-3 - 12 + c = 0 \Leftrightarrow c = 15$

Vậy $d': 3x - 4y + 15 = 0$.

Câu 2: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$

- A.** $(3;3)$ và $(-1;1)$. **B.** $(-1;1)$ và $(3;-3)$. **C.** $(3;3)$ và $(1;1)$. **D.** $(2;1)$ và $(2;-1)$.

Lời giải

Chọn A.

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{aligned}\begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3 \\ (2y - 3)^2 + y^2 - 2(2y - 3) - 4y = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 4y + 3 = 0 \\ x = 2y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} y = 3 \\ x = 3 \end{cases}\end{aligned}$$

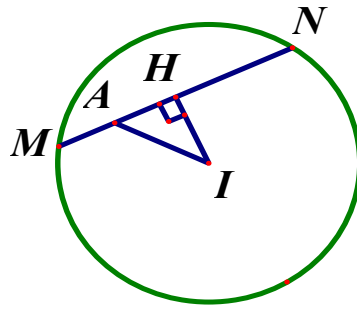
Vậy tọa độ giao điểm là $(3;3)$ và $(-1;1)$.

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5 = 0$. Đường thẳng d đi qua $A(3;2)$ và cắt (C) theo một dây cung ngắn nhất có phương trình là

- A.** $2x - y + 2 = 0$. **B.** $x + y - 1 = 0$. **C.** $x - y - 1 = 0$. **D.** $x - y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C.



$$f(x; y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5.$$
$$f(3; 2) = 9 + 4 - 12 - 12 + 5 = -6 < 0.$$

Vậy $A(3; 2)$ ở trong (C) .

Dây cung MN ngắn nhất $\Leftrightarrow IH$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv A \Leftrightarrow MN$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{IA} = (1; -1)$. Vậy d có phương trình: $1(x-3) - 1(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$.

Câu 4: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(-4; 2)$, cắt (C) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN . Phương trình của đường thẳng d là **A.** $x - y + 6 = 0$. **B.** $7x - 3y + 34 = 0$. **C.** $7x - 3y + 30 = 0$. **D.** $7x - y + 35 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

(C) có tâm $I(-3; 1), R = \sqrt{5}$. Do đó, $IA = \sqrt{2} < R \Rightarrow A$ ở trong (C) .

A là trung điểm của $MN \Rightarrow IA \perp MN \Rightarrow \vec{IA} = (-1; 1)$ là vectơ pháp tuyến của d , nên d có phương trình: $-1(x+4) + 1(y+2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 6 = 0$.

Câu 5: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3 = 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(I) Điểm $A(1; 1)$ nằm ngoài (C) .

(II) Điểm $O(0; 0)$ nằm trong (C) .

(III) (C) cắt trục tung tại hai điểm phân biệt.

A. Chỉ (I). **B.** Chỉ (II). **C.** Chỉ (III). **D.** Cả (I), (II) và (III).

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Đặt } f(x; y) = x^2 + y^2 - 4x + 6y - 3$$

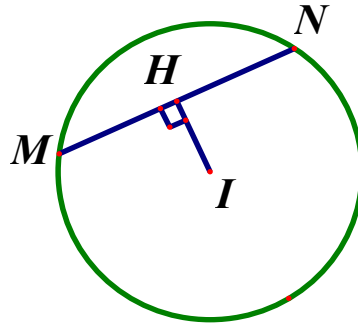
$$f(1; 1) = 1 + 1 - 4 + 6 - 3 = 1 > 0 \Rightarrow A \text{ ở ngoài } (C).$$

$$f(0; 0) = -3 < 0 \Rightarrow O(0; 0) \text{ ở trong } (C).$$

$x = 0 \Rightarrow y^2 + 6y - 3 = 0$. Phương trình này có hai nghiệm, suy ra (C) cắt $y'Oy$ tại 2 điểm.

- Câu 6:** Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 6y + 6 = 0$ và đường thẳng $d: 4x - 3y + 5 = 0$. Đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài bằng $2\sqrt{3}$ có phương trình là
- A.** $4x - 3y + 8 = 0$. **B.** $4x - 3y - 8 = 0$ hoặc $4x - 3y - 18$.
C. $4x - 3y - 8 = 0$. **D.** $4x + 3y + 8 = 0$.

Lời giải



(C) có tâm $I(1; -3), R = 2$

$d' // d \Rightarrow d'$ có phương trình $4x - 3y + m = 0 (m \neq 5)$.

Vẽ $IH \perp MN \Rightarrow HM = \sqrt{3} \Rightarrow IH^2 = R^2 - HM^2 = 4 - 3 = 1$.

$$d(I, d') = IH \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 - 3 \cdot (-3) + m|}{\sqrt{16 + 9}} = 1 \Leftrightarrow |m + 13| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -8 \\ m = -18. \end{cases}$$

Vậy: $\begin{cases} d': 4x - 3y - 8 = 0 \\ d': 4x - 3y - 18 = 0 \end{cases}$

- Câu 7:** Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 6x - 2y + 5 = 0$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(-4; 2)$, cắt (C) tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của MN . Phương trình của đường thẳng d là
- A.** $x - y + 6 = 0$. **B.** $7x - 3y + 34 = 0$. **C.** $7x - 3y + 30 = 0$. **D.** $7x - y + 35 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

(C) có tâm $I(-3; 1), R = \sqrt{5}$. Do đó, $IA = \sqrt{2} < R \Rightarrow A$ ở trong (C) .

A là trung điểm của $MN \Rightarrow IA \perp MN \Rightarrow \vec{IA} = (-1; 1)$ là vectơ pháp tuyến của d , nên d có phương trình: $-1(x + 4) + 1(y + 2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 6 = 0$.

- Câu 8:** Đường tròn $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ cắt đường thẳng $x + y - 2 = 0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?
- A.** 10. **B.** 8. **C.** 6. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Giải hệ PT } \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 4x - 23 = 0 \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2+5\sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{2-5\sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x = \frac{2-5\sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{2+5\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

Độ dài dây cung $AB = 10$.

Câu 9: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 4 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$

- A.** $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ và $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$. **B.** $(0; 2)$ và $(0; -2)$.
C. $(2; 0)$ và $(0; 2)$. **D.** $(2; 0)$ và $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Giải hệ PT

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = 0 \\ 4 - 4x - 4y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = 0 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (2-x)^2 - 4 = 0 \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (2-x)^2 - 4 = 0 \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

Vậy giao điểm $A(0; 2)$, $B(2; 0)$.

Câu 10: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 4$ và $(C_2): (x+10)^2 + (y-16)^2 = 1$.

- A.** Cắt nhau. **B.** Không cắt nhau. **C.** Tiếp xúc ngoài. **D.** Tiếp xúc trong.

Lời giải

Chọn B.

(C_1) có tâm và bán kính: $I_1 \equiv (0; 0)$, $R_1 = 2$; (C_2) có tâm và bán kính: $I_2(-10; 16)$, $R_2 = 1$;

khoảng cách giữa hai tâm $I_1 I_2 = \sqrt{10^2 + 16^2} = 2\sqrt{89} > R_1 + R_2$.

Vậy (C_1) và (C_2) không có điểm chung.

Câu 11: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0$.

- A.** $m = -3$. **B.** $m = 3$ và $m = -3$.
C. $m = 3$. **D.** $m = 15$ và $m = -15$.

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn (C) có tâm và bán kính là $I \equiv (0; 0)$, $R = 3$.

$$\Delta \text{ tiếp xúc } (C) \Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|m|}{5} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 15 \\ m = -15 \end{cases}$$

Câu 12: Một đường tròn có tâm $I(1; 3)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y = 0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

- A.** $\frac{3}{5}$. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C.

$$ycbt \Leftrightarrow R = d(I; \Delta) = \frac{|3 \cdot 1 + 3 \cdot 4|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3.$$

Câu 13: Đường tròn $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ cắt đường thẳng $x+y-a-b=0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. $2R$. **B.** $R\sqrt{2}$. **C.** $\frac{R\sqrt{2}}{2}$. **D.** R .

Lời giải

Chọn A.

Vì đường tròn có tâm $I(a;b)$, bán kính R và tâm $I(a;b)$ thuộc đường thẳng $x+y-a-b=0$.

Nên độ dài của dây cung bằng độ dài đường kính bằng $2R$.

Câu 14: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 4x = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 + 8y = 0$.

- A.** Tiếp xúc trong. **B.** Không cắt nhau. C. Cắt nhau. **D.** Tiếp xúc ngoài.

Lời giải

Chọn C.

Đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 4x = 0$ có tâm $I_1(2;0)$, bán kính $R_1 = 2$.

Đường tròn $(C_2): x^2 + y^2 + 8y = 0$ có tâm $I_2(0;-4)$, bán kính $R_2 = 4$.

Ta có $R_2 - R_1 < I_1I_2 = 2\sqrt{5} < R_2 + R_1$ nên hai đường tròn cắt nhau.

Câu 15: Đường tròn (C) có tâm $I(-1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$ tại điểm H có tọa độ là

- A.** $\left(-\frac{1}{5}; -\frac{7}{5}\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{5}; -\frac{7}{5}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn B.

$IH \perp d \Rightarrow IH: 4x+3y+c=0$. Đường thẳng IH qua $I(-1;3)$ nên $4(-1)+3 \cdot 3+c=0 \Leftrightarrow c=-5$. Vậy $IH: 4x+3y-5=0$.

$$\text{Giải hệ: } \begin{cases} 4x+3y-5=0 \\ 3x-4y+5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{5} \\ y=\frac{7}{5} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{1}{5}; \frac{7}{5}\right).$$

Câu 16: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 4$ và $(C_2): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$.

- A.** Không cắt nhau. B. Cắt nhau. **C.** Tiếp xúc ngoài. **D.** Tiếp xúc trong.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: tâm $I_1(0;0)$, $I_2(3;4)$, bán kính $R_1 = 2$, $R_2 = 5$ nên $R_2 - R_1 = 3 < I_1I_2 = 5 < R_2 + R_1 = 7$ nên 2 đường tròn trên cắt nhau.

4. Dạng 4: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn:

a) Phương pháp:

Cho đường tròn (C) tâm $I(a;b)$, bán kính R

1. Nếu biết tiếp điểm là $M(x_0; y_0)$ thì tiếp tuyến đó đi qua M và nhận vector

$\overline{IM}(x_0 - a; y_0 - b)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình là

$$(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$$

2. Nếu không biết tiếp điểm thì dùng điều kiện: Đường thẳng Δ tiếp xúc đường tròn (C) khi và chỉ khi $d(I; \Delta) = R$ để xác định tiếp tuyến.

Các dạng toán tiếp tuyến của đường tròn:

1. Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0 \in (C)$

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm I của (C).
- Bước 2: Tiếp tuyến (D) là đường thẳng đi qua M_0 và có VTPT là $\overline{M_0I}$

2. Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) tại điểm $M_0 \notin (C)$

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- Bước 2: (D) là đường thẳng đi qua M_0 nên có dạng $a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$
- Bước 3: (D) tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow d(I; (D)) = R$ (*). Giải (*) tìm được mối liên hệ giữa a & b . Chọn a & b phù hợp để kết luận.

3. Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) song song với $(D_1): Ax + By + C = 0$

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- Bước 2: $(D) \parallel (D_1): Ax + By + C = 0$ nên phương trình có dạng $Ax + By + C' = 0$ ($C' \neq C$)
- Bước 3: (D) tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow d(I; (D)) = R$ (*). Giải (*) tìm được C' so với đk để kết luận.

4. Viết phương trình tiếp tuyến (D) với (C) biết (D) vuông góc với $(D_1): Ax + By + C = 0$

- Bước 1: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (C).
- Bước 2: $(D) \perp (D_1): Ax + By + C = 0$ nên phương trình có dạng $Bx - Ay + C' = 0$
- Bước 3: (D) tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow d(I; (D)) = R$ (*). Giải (*) tìm được C' so với đk để kết luận.

b) Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm $M(0;2)$.

Lời giải

Ta có đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ có tâm là điểm $I(-1;2)$.

Do $(0+1)^2 + (2-2)^2 = 1$ nên điểm M thuộc đường tròn (C) .

Tiếp tuyến của (C) tại $M(0;2)$ có vector pháp tuyến $\overline{MI} = (-1;0)$, nên có phương trình

$$-1(x+1) + 0(y-2) = 0 \Leftrightarrow x+1 = 0.$$

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(4;4)$ là

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(3;1)$. Điểm $A(4;4)$ thuộc đường tròn.

Gọi d là tiếp tuyến cần tìm. Ta có d vuông góc với IA tại điểm $A(4;4)$ có vector pháp tuyến là $\overline{IA} = (1;3)$. Phương trình d dạng $x + 3y + c = 0$.

d đi qua $A(4;4)$ nên $4 + 3 \cdot 4 + c = 0 \Leftrightarrow c = -16$.

Vậy phương trình của d : $x + 3y - 16 = 0$.

Ví dụ 3: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 2x + y + 7 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$, $R = \sqrt{5}$ và tiếp tuyến có dạng

$$\Delta: 2x + y + c = 0 \quad (c \neq 7).$$

$$\text{Ta có } R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow \frac{|c+5|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = -10 \end{cases}$$

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán là $2x + y = 0$ và $2x + y - 10 = 0$.

Ví dụ 4: Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(2;-4)$, $R = 5$ và tiếp tuyến có dạng

$$\Delta: 4x + 3y + c = 0.$$

$$\text{Ta có } R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow \frac{|c-4|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 29 \\ c = -21 \end{cases}$$

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán là $4x + 3y + 29 = 0$ và $4x + 3y - 21 = 0$.

Ví dụ 5: Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm hai điểm $A(1;-1); B(1;3)$

- Chứng minh rằng điểm A thuộc đường tròn, điểm B nằm ngoài đường tròn
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) kẻ từ **B**.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(3; -1)$ bán kính $R = \sqrt{3^2 + 1 - 6} = 2$.

a) Ta có: $IA = 2 = R; IB = 2\sqrt{5} > R$ suy ra điểm A thuộc đường tròn và điểm B nằm ngoài đường tròn

b) Tiếp tuyến của (C) tại điểm A nhận $\vec{IA} = (2; 0)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là $2(x-1) + 0(y+1) = 0$ hay $x = 1$

b) Phương trình đường thẳng Δ đi qua B có dạng:

$$a(x-1) + b(y-3) = 0 \text{ (với } a^2 + b^2 \neq 0 \text{)} \text{ hay } ax + by - a - 3b = 0$$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn $\Leftrightarrow d(I; \Delta) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|3a - b - a - 3b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a - 2b)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 3b^2 - 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ 3b = 4a \end{cases}$$

+ Nếu $b = 0$, chọn $a = 1$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $x = 1$.

+ Nếu $3b = 4a$, chọn $a = 3, b = 4$ suy ra phương trình tiếp tuyến là $3x + 4y - 15 = 0$

Vậy qua A kẻ được hai tiếp tuyến với (C) có phương trình là $x = 1$ và $3x + 4y - 15 = 0$

Ví dụ 6: Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 1 = 0$ trong trường

a) Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $\Delta': 2x + 3y + 4 = 0$

b) Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc 45°

Lời giải

a) Đường tròn (C) có tâm $I(2; -2)$, bán kính $R = 3$

Vì $\Delta \perp \Delta'$ nên Δ nhận $\vec{u}(-3; 2)$ làm VTPT do đó phương trình có dạng

$$-3x + 2y + c = 0$$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d(I; \Delta) = 3 \Leftrightarrow \frac{|-10 + c|}{\sqrt{13}} = 3 \Leftrightarrow c = 10 \pm 3\sqrt{13}$$

Vậy có hai tiếp tuyến là $\Delta: -3x + 2y + 10 \pm 3\sqrt{13} = 0$

b) Giả sử phương trình đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0, a^2 + b^2 \neq 0$

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$$d(I; \Delta) = 3 \Leftrightarrow \frac{|2a - 2b + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow (2a - 2b + c)^2 = 9(a^2 + b^2) (*)$$

Đường thẳng Δ hợp với trục hoành một góc 45° suy ra

$$\cos(\Delta; Ox) = \frac{|b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{|b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Leftrightarrow a = b \text{ hoặc } a = -b$$

TH1: Nếu $a = b$ thay vào (*) ta có $18a^2 = c^2 \Leftrightarrow \pm c = 3\sqrt{2}a$, chọn $a = b = 1 \Rightarrow c = \pm 3\sqrt{2}$ suy ra $\Delta: x + y \pm 3\sqrt{2} = 0$

$$\text{TH2: Nếu } a = -b \text{ thay vào (*) ta có } 18a^2 = (4a + c)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} c = (3\sqrt{2} - 4)a \\ c = -(3\sqrt{2} + 4)a \end{cases}$$

Với $c = (3\sqrt{2} - 4)a$, chọn $a = 1, b = -1, c = (3\sqrt{2} - 4) \Rightarrow \Delta: x - y + 3\sqrt{2} - 4 = 0$

Với $c = -(3\sqrt{2} + 4)a$, chọn $a = 1, b = -1, c = -(3\sqrt{2} + 4) \Rightarrow \Delta: x - y - 3\sqrt{2} - 4 = 0$

Vậy có bốn đường thẳng thỏa mãn là $\Delta_{1,2}: x + y \pm 3\sqrt{2} = 0, \Delta_3: x - y + 3\sqrt{2} - 4 = 0$ và $\Delta_4: x - y - 3\sqrt{2} - 4 = 0$

Ví dụ 7: Lập phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn sau:

$$(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0 \text{ và } (C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$$

Lời giải

Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(0; 2)$ bán kính $R_1 = 3$

Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(3; -4)$ bán kính $R_2 = 3$

Gọi tiếp tuyến chung của hai đường tròn có phương trình $\Delta: ax + by + c = 0$ với $a^2 + b^2 \neq 0$

$$\Delta \text{ là tiếp tuyến chung của } (C_1) \text{ và } (C_2) \Leftrightarrow \begin{cases} d(I_1, \Delta) = 3 \\ d(I_2, \Delta) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b + c| = 3\sqrt{a^2 + b^2} \text{ (*)} \\ |3a - 4b + c| = 3\sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } |2b + c| = |3a - 4b + c| \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ c = \frac{-3a + 2b}{2} \end{cases}$$

TH1: Nếu $a = 2b$ chọn $a = 2, b = 1$ thay vào (*) ta được $c = -2 \pm 3\sqrt{5}$ nên ta có 2 tiếp tuyến là $2x + y - 2 \pm 3\sqrt{5} = 0$

TH2: Nếu $c = \frac{-3a + 2b}{2}$ thay vào (*) ta được $|2b - a| = 2\sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow a = 0$ hoặc $3a + 4b = 0$

+ Với $a = 0 \Rightarrow c = b$, chọn $b = c = 1$ ta được $\Delta: y + 1 = 0$

+ Với $3a + 4b = 0 \Rightarrow c = 3b$, chọn $a = 4, b = -3, c = -9$ ta được $\Delta: 4x - 3y - 9 = 0$

Vậy có 4 tiếp tuyến chung của hai đường tròn là: $2x + y - 2 \pm 3\sqrt{5} = 0, y + 1 = 0, 4x - 3y - 9 = 0$

Ví dụ 8: Cho đường tròn: $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$

a) Tìm tọa độ tâm và bán kính của đường tròn.

b) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn, biết rằng tiếp tuyến qua $A(-1; 0)$.

c) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn, biết rằng tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng

$$x + 2y = 0$$

- d) Tìm điều kiện của m để đường thẳng $x + (m-1)y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn.
 e) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn đi qua $B(3; -11)$

Lời giải

a) $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 5 = 0$ (C)
 $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - 4 + y^2 + 8y + 16 - 16 - 5 = 0$
 $\Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$
 Vậy (C) có tâm $I(2; -4)$ và bán kính $R = 5$

b) Ta có: $A(-1; 0) \in (C)$
 Do đó phương trình tiếp tuyến với (C) tại tiếp điểm $A(-1; 0)$ là:
 $-x + 0.y - 2(-1+x) + 4(0+y) - 5 = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y + 3 = 0.$

c) Phương trình Δ vuông góc với đường thẳng $x + 2y = 0$ là: $2x - y + m = 0$
 Vì Δ tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|4 + 4 + m|}{5\sqrt{5}} = 1 \Leftrightarrow |m + 8| = 5\sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5\sqrt{5} - 8 \\ m = -5\sqrt{5} - 8 \end{cases}$$

Vậy ta có hai tiếp tuyến là: $\Delta_1: 2x - y + 5\sqrt{5} - 8 = 0;$
 $\Delta_2: 2x - y - 5\sqrt{5} - 8 = 0.$

d) Ta có Δ tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|2 - (m-1)4 + m|}{\sqrt{1 + (m-1)^2}} = 5$

$$\Leftrightarrow |6 - 3m| = 5\sqrt{m^2 - 2m + 2} \Leftrightarrow (6 - 3m)^2 = 25(m^2 - 2m + 2)$$

$$\Leftrightarrow 8m^2 - 7m + 7 = 0 \text{ vô nghiệm}$$

Vậy không có giá trị nào của m để đường thẳng Δ tiếp xúc với (C).

e) Phương trình đường thẳng Δ qua B có hệ số góc k là:
 $y + 11 = k(x - 3) \Leftrightarrow kx - y - 3k - 11 = 0$

Δ tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|2k + 4 - 3k - 11|}{\sqrt{k^2 + 1}} = 5$

$$\Leftrightarrow 24k^2 - 14k - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{3}{4} \Rightarrow \Delta_1: 4x - 3y - 45 = 0 \\ k = \frac{4}{3} \Rightarrow \Delta_2: 3x + 4y + 35 = 0 \end{cases}$$

Ví dụ 9: Cho hai đường tròn: (C): $x^2 + y^2 - 6x + 6y + 17 = 0$
 (C'): $x^2 + y^2 = 1$

- a) Xác định tâm và bán kính của (C) và (C')
 b) Tìm phương trình đường thẳng tiếp xúc với cả (C) và (C').

Lời giải

a) Ta có: (C) $\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+3)^2 = 1 \Rightarrow I(3; -3); R_1 = 1$
 (C') \Leftrightarrow Có tâm $O(0; 0); R_2 = 1$

b) Ta có: $OI = \sqrt{9+9} > 1+1 \Leftrightarrow (C)$ và (C') ngoài nhau do đó có 4 tiếp tuyến chung
 Gọi $\Delta: y = mx + n \Leftrightarrow mx - y + n = 0$ là tiếp tuyến chung của (C) và (C')

$$\Delta \text{ tiếp xúc với } (C) \text{ và } (C') \Leftrightarrow \begin{cases} d(I, \Delta) = R_1 \Leftrightarrow \frac{|3m+3+n|}{\sqrt{m^2+1}} = 1 & (1) \\ d(O, \Delta) = R_2 \Leftrightarrow \frac{|m \cdot 0 - 0 + n|}{\sqrt{m^2+1}} = 1 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) chia (2), vế theo vế, ta có:

$$|3m+n+3| = |n| \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 & (3) \\ 3m+2n+3 = 0 & (4) \end{cases}$$

• Thế (3) vào (4) $\Rightarrow |0+n| = \sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} n = \sqrt{2} \\ n = -\sqrt{2} \end{cases}$

Có hai tiếp tuyến: $\Delta_1 : x + y + \sqrt{2} = 0$; $\Delta_2 : x + y - \sqrt{2} = 0$

• Thế (4) vào (2) $\Rightarrow \frac{|-3(m+1)|}{2\sqrt{m^2+1}} = 1 \Leftrightarrow 5m^2 + 18m + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{-9+2\sqrt{4}}{5} \\ m_2 = \frac{-9-2\sqrt{4}}{5} \end{cases}$$

Có hai tiếp tuyến: $\Delta_3 : y = \frac{1}{5}(-9+2\sqrt{14})\left(x - \frac{3}{2}\right) - \frac{3}{2}$

$$\Delta_4 : y = \frac{1}{5}(-9-2\sqrt{14})\left(x - \frac{3}{2}\right) - \frac{3}{2}.$$

Ví dụ 10: Cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ và $A(3;0)$. Viết phương trình đường thẳng chứa dây cung của đường thẳng qua A khi:

a) Dây cung có độ dài lớn nhất.

b) Dây cung có độ dài nhỏ nhất.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và bán kính $R = 5$

và $P_{A/(C)} : (3+1)^2 + (0-2)^2 - 25 = -5 < 0 \Rightarrow A$ ở bên trong (C)

a) Dây cung dài nhất là đường kính nên phương trình của đường thẳng AI là:

$$\frac{x-3}{-4} = \frac{y-0}{2} \Leftrightarrow x + 2y - 3 = 0.$$

b) Ta có: $d(I, \Delta) = IH < IA = \sqrt{20}$

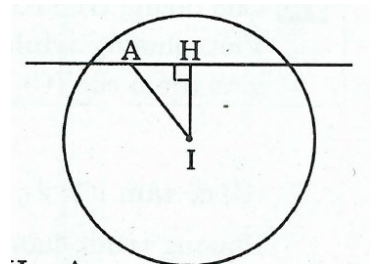
Độ dài dây cung nhỏ nhất $\Leftrightarrow IH$ dài nhất $\Leftrightarrow H \equiv A$

Do đó dây cung ngắn nhất qua A là dây vuông góc với AI tại A

\Rightarrow Phương trình $\Delta : 2x - y + c = 0$

Vì $A(3;0) \in \Delta \Rightarrow 6 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = -6$

Vậy phương trình $\Delta : 2x - y - 6 = 0$.



Ví dụ 11: Lập phương trình đường tròn đi qua $A(1;-2)$ và các giao điểm của đường thẳng $x - 7y + 10 = 0$ và đường tròn $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$.

Giải

Phương trình chùm đường tròn đi qua hai giao điểm là:

$$(x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20) + m(x - 7y + 10) = 0$$

Vì đường tròn qua điểm $A(1;-2)$ nên ta có:

$$(1+4-2+4(-2)-20)+m(1-7(-2)+10)=0 \Rightarrow m=1$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là:

$$x^2+y^2-2x+4y-20+1(x-7y+10)=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2-x-3y-10=0.$$

Ví dụ 12: Cho đường tròn (C): $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ và đường thẳng d: $x-y-1=0$. Viết phương trình đường tròn (C') đối xứng của (C) qua d. Tìm tọa độ giao điểm của (C), (C')

Giải

(C) có tâm I(1;2), bán kính R=2

Phương trình đường thẳng Δ qua I, vuông góc với d là: $x+y+m=0$

$$I(1;2) \in d \Rightarrow 1+2+m=0 \Rightarrow m=-3$$

Phương trình (Δ): $x+y-3=0$

$$H \begin{cases} x+y-3=0 \\ x-y-1=0 \end{cases} \Rightarrow H(2;1)$$

Ta có: $2x_H = x_I + x_{I'} \Rightarrow x_{I'} = 3$

$$2y_H = y_I + y_{I'} \Rightarrow y_{I'} = 0$$

$$I'(3;0)$$

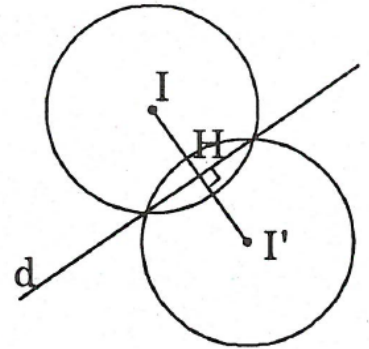
Vì (C), (C') đối xứng nhau qua d nên $R=R'$

Vậy phương trình (C'): $(x-3)^2+(y-0)^2=4$

Tọa độ giao điểm của (C), (C') là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-1)^2+(y-2)^2=4 \\ (x-3)^2+(y-0)^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2+(y-2)^2=4 \\ x-y-1=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1=1 \Rightarrow y_1=0 \\ x_2=3 \Rightarrow y_2=2 \end{cases} \Rightarrow A(1;0), B(3;2)$$



c) Bài tập trắc nghiệm:

Câu 1: Cho đường tròn (C): $(x-3)^2+(y-1)^2=10$. Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm A(4;4) là
A. $x-3y+5=0$. **B.** $x+3y-4=0$. **C.** $x-3y+16=0$. **D.** $x+3y-16=0$.

Lời giải

Chọn D.

(C) có tâm $I(3;1) \Rightarrow \vec{IA}=(1;3)$ là vectơ pháp tuyến của tiếp tuyến D.

$$\text{Suy ra } D:1(x-4)+3(y-4)=0 \Leftrightarrow x+3y-16=0.$$

Câu 2: Cho đường tròn (C): $(x-2)^2+(y-2)^2=9$. Phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm A(-5;1) là

- A.** $x+y-4=0$ và $x-y-2=0$. **B.** $x=5$ và $y=-1$.
C. $2x-y-3=0$ và $3x+2y-2=0$. **D.** $3x-2y-2=0$ và $2x+3y+5=0$.

Lời giải

Chọn B.

(C) có tâm $I(2;2)$ và bán kính $R=3$.

$\vec{n} = (A; B)$ là vectơ pháp tuyến nên $D: A(x-5) + B(y+1) = 0$.

D là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi:

$$d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|A(2-5) + B(2+1)|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 3 \Leftrightarrow A \cdot B = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \text{ chọn } B = 0 \Rightarrow y = -1 \\ B = 0 \text{ chọn } A = 0 \Rightarrow x = 5 \end{cases}$$

Câu 3: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $D: x + 2y - 15 = 0$ là

- A.** $x + 2y = 0$ và $x + 2y - 10 = 0$. **B.** $x - 2y = 0$ và $x + 2y + 10 = 0$.
C. $x + 2y - 1 = 0$ và $x + 2y - 3 = 0$. **D.** $x - 2y - 1 = 0$ và $x - 2y - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

(C) có tâm $I(-1; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1+9-5} = \sqrt{5}$, $d: x + 2y - m = 0$.

d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi:

$$d(I, d) = R \Leftrightarrow \frac{|-1+6-m|}{\sqrt{1+4}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |m-5| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m-5 = -5 \\ m-5 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \Rightarrow d: x+2y=0 \\ m=10 \Rightarrow d: x+2y-10=0 \end{cases}$$

Câu 4: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y + 5 = 0$ và đường thẳng $d: 2x + (m-2)y - m - 7 = 0$. Với giá trị nào của m thì d là tiếp tuyến của (C) ?

- A.** $m = 3$. **B.** $m = 15$. **C.** $m = 13$. **D.** $m = 3$ hoặc $m = 13$.

Lời giải

Chọn D.

(C) có tâm $I(3; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi:

$$d(I, d) = R \Leftrightarrow \frac{|6-m+2-m-7|}{\sqrt{4+(m-2)^2}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow m^2 - 16m + 39 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=3 \\ m=13 \end{cases}$$

Câu 5: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 9$ và điểm $M(8; -3)$. Độ dài đoạn tiếp tuyến của (C) xuất phát từ M là:

- A.** 10. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 9$ có tâm $I(1; -4)$ bán kính $R = \sqrt{40}$.

Độ dài tiếp tuyến là $\sqrt{IM^2 - R^2} = \sqrt{10}$.

Câu 6: Nếu đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = R^2$ tiếp xúc với đường thẳng $d: 5x + 12y - 60 = 0$ thì giá trị của R là:

A. $R = 2\sqrt{2}$.

B. $R = \frac{19}{13}$.

C. $R = \sqrt{5}$.

D. $R = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = R^2$ có tâm $I(1;3)$ bán kính R .

Đường thẳng $d: 5x + 12y - 60 = 0$ tiếp xúc với đường tròn (C) khi

$$d = d(I, d) = \frac{|5 \cdot 1 + 12 \cdot 3 - 60|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{19}{13}$$

Câu 7: Cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$. Phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: 2x + y + 7 = 0$ là

A. $2x + y = 0; 2x + y - 10 = 0$.

B. $2x + y + 1 = 0; 2x + y - 1 = 0$.

C. $2x - y + 10 = 0; 2x + y - 10 = 0$.

D. $2x + y = 0; x + 2y - 10 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình tiếp tuyến có dạng $\Delta: 2x + y + m = 0$ với $m \neq 7$.

Đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$ có tâm $I(3; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$

$$\text{Đường thẳng } \Delta \text{ tiếp xúc với đường tròn } (C) \text{ khi } d(I; \Delta) = R \Rightarrow \frac{|2 \cdot 3 - 1 + m|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -10 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \Delta_1: 2x + y = 0; \Delta_2: 2x + y - 10 = 0$$

5. Dạng 5: Bài toán thực tế về phương trình đường tròn:

Ví dụ 1: Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 180 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó, tại thời điểm $t (0 \leq t \leq 180)$ vật thể ở vị trí có tọa độ $(2 + \sin t^\circ; 4 + \cos t^\circ)$.

- Tìm vị trí ban đầu và vị trí kết thúc của vật thể.
- Tìm quỹ đạo chuyển động của vật thể.

Lời giải

a) Vị trí ban đầu của vật thể tại thời điểm $t = 0$ có tọa độ $M(2; 5)$.

Vị trí kết thúc của vật thể tại thời điểm $t = 180$ có tọa độ $M(2; 3)$.

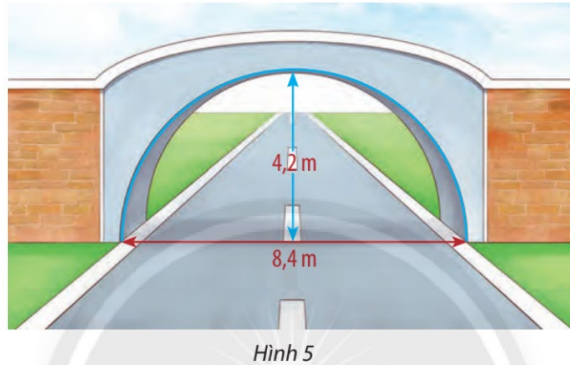
b) Quỹ đạo chuyển động của vật thể là các điểm $M(x; y)$ thỏa mãn

$$\begin{cases} x = 2 + \sin t^\circ \\ y = 4 + \cos t^\circ \end{cases} \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-4)^2 = 1.$$

Vậy quỹ đạo chuyển động của vật thể là đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-4)^2 = 1$, có tâm $I(2; 4)$, bán kính $R = 1$.

Ví dụ 2: Một cái cầu hình bán nguyệt rộng 8,4 m cao 4,2 m như hình 5. Mặt đường dưới cống được chia thành hai làn cho xe ra vào.

- Vết phương trình mô phỏng cái cống.
- Một chiếc xe tải rộng 2,2 m và cao 2,6 m đi đúng làn đường quy định có thể đi qua cống và không làm hư hỏng cống hay không?



Hình 5

Lời giải

a) Ta thấy cổng có hình bán nguyệt và chiều cao của cổng bằng một nửa chiều rộng của đường nên nó có dạng nửa đường tròn

Gắn trục tọa độ tại tim đường, ta có phương trình mô phỏng cái cổng là : $x^2 + y^2 = 4,2^2$

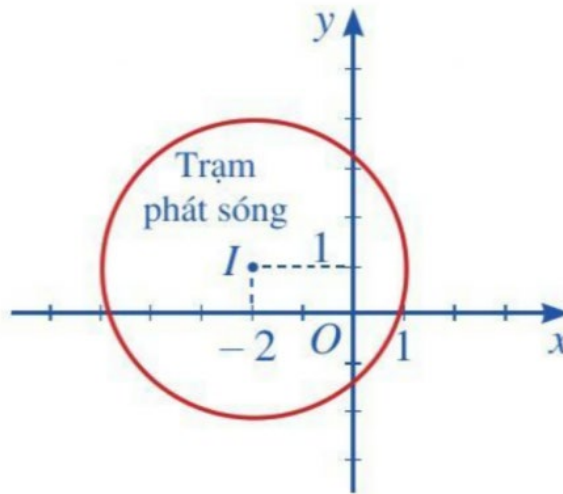
(với điều kiện $y > 0$ vì cổng luôn nằm trên mặt đường)

b) Vì xe đi đúng làn nên ta có $x = 2,2$; $y = 2,6$

Khoảng cách từ điểm xa nhất của chiếc xe tải tới tim đường là: $\sqrt{2,2^2 + 2,6^2} \approx 3,41 < 3,42$

Vậy chiếc xe có thể đi qua cổng mà không làm hư hỏng cổng

Ví dụ 3: Hình 46 mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2 ; 1)$ trong mặt phẳng tọa độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét).



Hình 46

a. Lập phương trình đường tròn mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng, biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3 km.

b. Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(-1 ; 3)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này không? Giải thích.

c. Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3 ; 4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

a. Đường tròn mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng đi qua tâm $I(-2;1)$, có bán kính phủ sóng 3km nên phương trình đường tròn đó là:

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 9.$$

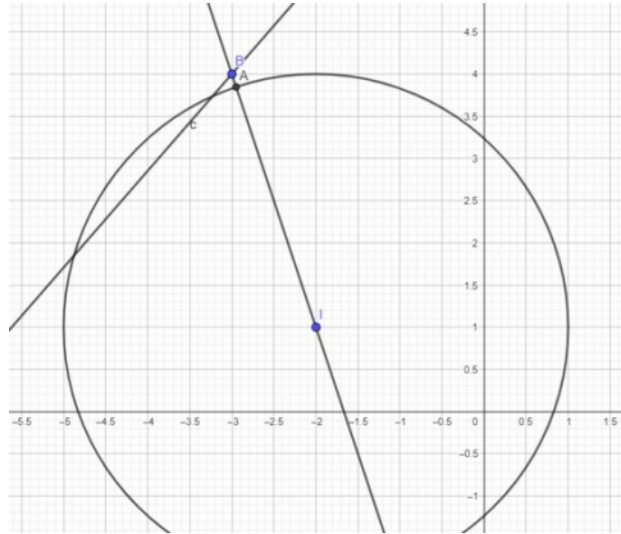
b. Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ M $(-1;3)$

Ta có: $IM = \sqrt{(-1-(-2))^2 + (3-1)^2} = \sqrt{5} < 3 = R.$

Do đó, vị trí có tọa độ $(-1 ; 3)$ nằm bên trong đường tròn mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng.

Vậy người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(-1; 3)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm này.

c.



Giả sử vị trí đứng của người đó là $B(-3;4)$.

Ta có: $\vec{BI} = (-1;3) \Rightarrow BI = \sqrt{10} > 3$

$BI > R$ nên B nằm ngoài đường tròn ranh giới,

Đường thẳng IB có vtcp là $\vec{BI} = (-1;3)$ nên có vtpt là $\vec{n} = (3;1)$ và IB đi qua I nên phương trình tổng quát của IB là : $3(x+2)+1(y-1) = 0$

hay IB: $3x+y+5=0$

Tọa độ của giao điểm của đường thẳng BI và đường tròn là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x + y + 5 = 0 \\ (x+2)^2 + (y-1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -3x - 5 \\ (x+2)^2 + (-3x-6)^2 = 9 \end{cases} \quad (2)$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-20 - 3\sqrt{10}}{10} \Rightarrow y = \frac{10 + 9\sqrt{10}}{10} \\ x = \frac{-20 + 3\sqrt{10}}{10} \Rightarrow y = \frac{10 - 9\sqrt{10}}{10} \end{cases}$$

Vậy đường thẳng IB cắt đường tròn tại hai điểm $A\left(\frac{-20 - 3\sqrt{10}}{10}; \frac{10 + 9\sqrt{10}}{10}\right)$ và

$A'\left(\frac{-20 + 3\sqrt{10}}{10}; \frac{10 - 9\sqrt{10}}{10}\right)$. Khi đó AB hoặc A'B là khoảng cách ngắn nhất từ B đến vùng phủ sóng.

Ta có:

$$AB = \sqrt{\left(\frac{-20 - 3\sqrt{10}}{10} + 3\right)^2 + \left(\frac{10 + 9\sqrt{10}}{10} - 4\right)^2} \approx 0,2.$$

$$A'B = \sqrt{\left(\frac{-20 + 3\sqrt{10}}{10} + 3\right)^2 + \left(\frac{10 - 9\sqrt{10}}{10} - 4\right)^2} \approx 6,2.$$

Vì $6,2 > 0,2$ nên AB là khoảng cách ngắn nhất từ B đến vùng phủ sóng.

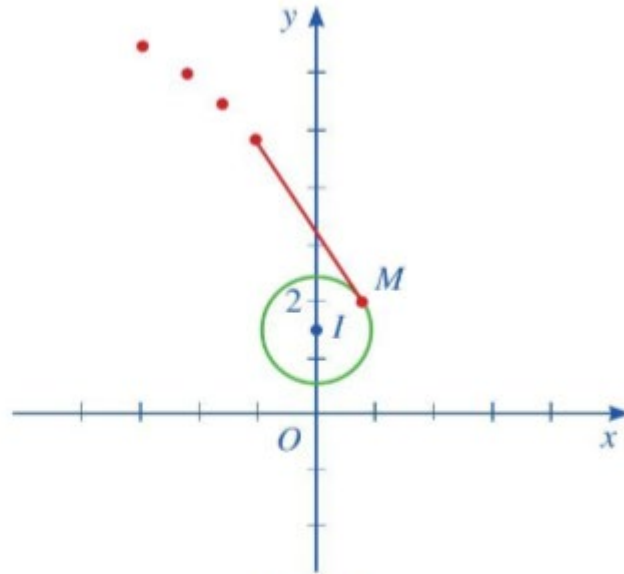
Vậy tính theo đường chim bay, khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $(-3; 4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng gần bằng 0,2 km

Ví dụ 4: Ném đĩa là một môn thể thao thi đấu trong Thế vận hội Olympic mùa hè. Khi thực hiện cú ném, vận động viên thường quay lưng lại với hướng ném, sau đó xoay ngược chiều kim đồng hồ một vòng rưỡi của đường tròn để lấy đà rồi thả tay ra khỏi đĩa. Giả sử đĩa chuyển động trên một đường tròn tâm $I(0; \frac{3}{2})$ bán kính

0,8 trong mặt phẳng tọa độ Oxy (đơn vị trên hai trục là mét). Đến điểm $M\left(\frac{\sqrt{39}}{10}; 2\right)$, đĩa được ném đi (Hình 47). Trong những giây đầu tiên ngay sau khi được ném đi, quỹ đạo chuyển động của chiếc đĩa có phương trình như thế nào?



(Nguồn: <https://shutterstock.com>)



Hình 47

Lời giải

Đĩa chuyển động trên một đường tròn tâm $I(0; \frac{3}{2})$ bán kính 0,8; đến điểm $M\left(\frac{\sqrt{39}}{10}; 2\right)$, đĩa được ném đi, do đó trong những giây đầu tiên sau khi ném đi, đĩa chuyển động trên một đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn tâm I, bán kính 0,8 tại tiếp điểm M.

Phương trình tiếp tuyến của đường tròn tâm I tại tiếp điểm M là

$$\left(\frac{\sqrt{39}}{10} - 0\right)\left(x - \frac{\sqrt{39}}{10}\right) + \left(2 - \frac{3}{2}\right)(y - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{39}}{10}x + \frac{1}{2}y - \frac{139}{100} = 0$$

Vậy trong những giây đầu tiên ngay sau khi được ném đi, quỹ đạo chuyển động của chiếc đĩa có phương trình

$$\text{là } \frac{\sqrt{39}}{10}x + \frac{1}{2}y - \frac{139}{100} = 0$$

C, BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM ĐƯỜNG TRÒN

Câu 1: Đường tròn tâm $I(a; b)$ và bán kính R có dạng:

A. $(x+a)^2 + (y+b)^2 = R^2$.

B. $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

C. $(x-a)^2 + (y+b)^2 = R^2$.

D. $(x+a)^2 + (y-b)^2 = R^2$.

Lời giải

Chọn B.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 2: Đường tròn tâm $I(a; b)$ và bán kính R có phương trình $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ được viết lại thành $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Khi đó biểu thức nào sau đây đúng?

A. $c = a^2 + b^2 - R^2$.

B. $c = a^2 - b^2 - R^2$.

C. $c = -a^2 + b^2 - R^2$.

D. $c = R^2 - a^2 - b^2$.

Lời giải

Chọn A.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 3: Điều kiện để $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là một đường tròn là

- A. $a^2 + b^2 - c^2 > 0$. B. $a^2 + b^2 - c^2 \geq 0$. C. $a^2 + b^2 - c > 0$. D. $a^2 + b^2 - c \geq 0$.

Lời giải

Chọn C.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 4: Cho đường tròn có phương trình $(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$. Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Đường tròn có tâm là $I(a; b)$.
B. Đường tròn có bán kính là $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.
C. $a^2 + b^2 - c > 0$.
D. Tâm của đường tròn là $I(-a; -b)$.

Lời giải

Chọn A.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 5: Cho đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (C) có tâm I , bán kính R tại điểm M , khẳng định nào sau đây sai?

- A. $d_{(I; \Delta)} = R$. B. $d_{(I; \Delta)} - IM = 0$.
C. $\frac{d_{(I; \Delta)}}{R} = 1$. D. IM không vuông góc với Δ .

Lời giải

Chọn D.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 6: Cho điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc đường tròn (C) tâm $I(a; b)$. Phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn (C) tại điểm M là

- A. $(x_0 - a)(x + x_0) + (y_0 - b)(y + y_0) = 0$. B. $(x_0 + a)(x - x_0) + (y_0 + b)(y - y_0) = 0$.
C. $(x_0 - a)(x - x_0) + (y_0 - b)(y - y_0) = 0$. D. $(x_0 + a)(x + x_0) + (y_0 + b)(y + y_0) = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 7: Đường tròn $x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

- A. 6. B. 2. C. 36. D. $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 + y^2 = 6^2$

Vậy bán kính đường tròn $R = 6$.

Câu 8: Một đường tròn có tâm $I(3; -2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 5y + 1 = 0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

- A. 6. B. $\sqrt{26}$. C. $\frac{14}{\sqrt{26}}$. D. $\frac{7}{13}$.

Lời giải

Chọn C.

Do đường tròn tiếp xúc với đường thẳng Δ nên $R = d(I, \Delta) = \frac{|3 - 5 \cdot (-2) + 1|}{\sqrt{1^2 + (-5)^2}} = \frac{14}{\sqrt{26}}$.

Câu 9: Một đường tròn có tâm là điểm $O(0;0)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x+y-4\sqrt{2}=0$. Hỏi bán kính đường tròn đó bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{2}$

B. 1

C. 4

D. $4\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn C.

Do đường tròn tiếp xúc với đường thẳng Δ nên $R = d(I, \Delta) = \frac{|0+0-4\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 4$.

Câu 10: Đường tròn $x^2 + y^2 - 5y = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{5}$

B. 25.

C. $\frac{5}{2}$

D. $\frac{25}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

$x^2 + y^2 - 5y = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{25}{4}$ có bán kính $R = \frac{5}{2}$.

Câu 11: Phương trình nào sau đây là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.

B. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

D. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Chú ý: Phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình của 1 đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$.

Câu 12: Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;4), B(2;4), C(4;0)$.

A. $(0;0)$.

B. $(1;0)$.

C. $(3;2)$.

D. $(1;1)$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $I(a;b)$ để I là tâm đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4), B(2;4), C(4;0)$ thì

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (4-b)^2 = (2-a)^2 + (4-b)^2 \\ a^2 + (4-b)^2 = (4-a)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

Vậy tâm $I(1;1)$

Câu 13: Tìm bán kính đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;4), B(3;4), C(3;0)$.

A. 5.

B. 3.

C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $I(a;b)$ để I là tâm đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4), B(3;4), C(3;0)$ thì

$$IA = IB = IC = R \Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (4-b)^2 = (3-a)^2 + (4-b)^2 \\ a^2 + (4-b)^2 = (3-a)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = 2 \end{cases}$$

Vậy tâm $I(1;1)$, bán kính $R = IA = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + (4-2)^2} = \frac{5}{2}$

Câu 14: Phương trình nào sau đây **không phải** là phương trình đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0$ B. $x^2 + y^2 - y = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 100y + 1 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{7}{2} < 0$.

Câu 15: Tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;5), B(3;4), C(-4;3)$.

A. $(-6;-2)$.

B. $(-1;-1)$.

C. $(3;1)$.

D. $(0;0)$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $I(a;b)$

Do I là tâm đường tròn đi qua ba điểm $A(0;5), B(3;4), C(-4;3)$ nên

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + (5-b)^2 = (3-a)^2 + (4-b)^2 \\ a^2 + (5-b)^2 = (-4-a)^2 + (3-b)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 0 \\ -2a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

Vậy tâm $I(0;0)$.

Câu 16: Đường tròn $x^2 + y^2 + 4y = 0$ không tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

A. $x - 2 = 0$.

B. $x + y - 3 = 0$.

C. $x + 2 = 0$.

D. Trục hoành.

Lời giải

Chọn B.

Ta có đường tròn tâm $I(0;-2)$ bán kính $R = 2$

Để thấy đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng $x = 2; x = -2; Ox$

Vậy đáp án là **B**.

Câu 17: Đường tròn $x^2 + y^2 - 1 = 0$ tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

A. $x + y = 0$.

B. $3x + 4y - 1 = 0$.

C. $3x - 4y + 5 = 0$.

D. $x + y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn tâm $I(0;0)$, bán kính $R = 1$

Khoảng cách từ tâm đến các đường thẳng ở các đáp án là

$$d_A = 0; d_B = \frac{1}{3} < R; d_C = \frac{5}{3} > R; d_D = 1 = R$$

Vậy đáp án D là đường thẳng tiếp xúc với mặt cầu trên.

Câu 18: Tìm bán kính đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;0), B(0;6), C(8;0)$.

A. 6.

B. 5.

C. 10.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $I(a;b)$ để I là tâm đường tròn đi qua ba điểm $A(0;0), B(0;6), C(8;0)$ thì

$$IA = IB = IC = R \Leftrightarrow \begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = a^2 + (6-b)^2 \\ a^2 + b^2 = (8-a)^2 + b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy tâm $I(4;3)$, bán kính $R = IA = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Câu 19: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 4 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$

A. $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$ và $(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

B. $(0; 2)$ và $(0; -2)$.

C. $(2; 0)$ và $(0; 2)$.

D. $(2; 0)$ và $(-2; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Tọa độ giao điểm của hai đường tròn là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 \\ x^2 + y^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ (2 - y)^2 + y^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \\ x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$$

Câu 20: Đường tròn $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây ?

A. $(2; 1)$

B. $(3; -2)$

C. $(-1; 3)$

D. $(4; -1)$

Lời giải

Chọn D.

Thay lần lượt vào phương trình ta thấy tọa độ điểm ở đáp án D thỏa mãn.

Câu 21: Một đường tròn có tâm $I(1; 3)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta : 3x + 4y = 0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu ?

A. $\frac{3}{5}$

B. 1

C. 3

D. 15

Lời giải

Chọn C.

$$R = d(I, \Delta) = \frac{15}{5} = 3.$$

Câu 22: Đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$ không cắt đường thẳng nào trong các đường thẳng sau đây?

A. Đường thẳng đi qua điểm $(2; 6)$ và điểm $(45; 50)$.

B. Đường thẳng có phương trình $y - 4 = 0$.

C. Đường thẳng đi qua điểm $(3; -2)$ và điểm $(19; 33)$.

D. Đường thẳng có phương trình $x - 8 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Tâm và bán kính đường tròn là $I(2; 1); R = 5$

Ta có đường thẳng đi qua hai điểm $(2; 6)$ và $(45; 50)$ là: $\frac{x-2}{43} = \frac{y-6}{44} \Leftrightarrow 44x - 43y + 170 = 0$

Đường thẳng đi qua hai điểm $(3; -2)$ và $(19; 33)$ là: $\frac{x-3}{16} = \frac{y+2}{35} \Leftrightarrow 35x - 16y - 73 = 0$

Khoảng cách từ tâm đến các đường thẳng là

$$d_A = \frac{215}{\sqrt{3785}} < R; d_B = 3 < R; d_C = \frac{19}{\sqrt{1481}} < R; d_D = 6 > R$$

Vậy đáp án là **D**.

Câu 23: Đường tròn nào dưới đây đi qua 3 điểm $A(2; 0)$, $B(0; 6)$, $O(0; 0)$?

A. $x^2 + y^2 - 3y - 8 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x + 3y = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi phương trình cần tìm có dạng $(C): x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$.

Do $A, B, O \in (C)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} 2a + c = -4 \\ 6b + c = -36 \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -6 \\ c = 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$.

Câu 24: Đường tròn nào dưới đây đi qua điểm $A(4; -2)$.

A. $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 4x + 7y - 8 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 2x - 20 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Thay tọa độ điểm $A(4; -2)$ vào các đáp án ta được đáp án A thỏa mãn:

$$4^2 + (-2)^2 - 2 \cdot 4 + 6 \cdot (-2) = 0.$$

Câu 25: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 4$ và $(C_2): (x+10)^2 + (y-16)^2 = 1$.

A. Cắt nhau.

B. Không cắt nhau.

C. Tiếp xúc ngoài.

D. Tiếp xúc trong.

Lời giải

Chọn B.

Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(0;0)$ và bán kính $R_1 = 2$.

Đường tròn có tâm $I_2(-10;16)$ và bán kính $R_2 = 1$.

Ta có $I_1I_2 = 2\sqrt{89}$ và $R_1 + R_2 = 3$. Do đó $I_1I_2 > R_1 + R_2$ nên 2 đường tròn không cắt nhau.

Câu 26: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 5$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 8y + 15 = 0$

A. $(1;2)$ và $(\sqrt{2}; \sqrt{3})$.

B. $(1;2)$.

C. $(1;2)$ và $(\sqrt{3}; \sqrt{2})$.

D. $(1;2)$ và $(2;1)$.

Lời giải

Chọn B.

Tọa độ giao điểm của hai đường tròn là nghiệm hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 5 = x^2 + y^2 - 4x - 8y + 15 \\ x^2 + y^2 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 - 2y \\ (5 - 2y)^2 + y^2 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Câu 27: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Ox ?

A. $x^2 + y^2 - 2x - 10y = 0$.

B. $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 10y + 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Do đường tròn tiếp xúc với trục Ox nên $R = d(I, Ox) = |y_I|$.

Phương trình trục Ox là $y = 0$.

Đáp án A sai vì: Tâm $I(1;5)$ và bán kính $R = \sqrt{26}$. Ta có $d(I, Ox) = |y_I| \neq R$.

Đáp án B đúng vì: Tâm $I(-3; -\frac{5}{2})$ và bán kính $R = \frac{5}{2}$. Ta có $d(I, Ox) = |y_I| = R$.

Đáp án C sai vì: Tâm $I(0;5)$ và bán kính $R = \sqrt{24}$. Ta có $d(I, Ox) = |y_I| \neq R$.

Đáp án D sai vì: Tâm $I(0;0)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$. Ta có $d(I, Ox) = |y_I| \neq R$.

Câu 28: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Oy ?

A. $x^2 + y^2 - 10y + 1 = 0$

B. $x^2 + y^2 + 6x + 5y - 1 = 0$

C. $x^2 + y^2 - 2x = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Do đường tròn tiếp xúc với trục Oy nên $R = d(I, Oy) = |x_I|$.

Phương trình trục Oy là $x = 0$.

Đáp án A sai vì: Tâm $I(0;5)$ và bán kính $R = \sqrt{24}$. Ta có $d(I, Oy) = |x_I| \neq R$.

Đáp án B sai vì: Tâm $I\left(-3; -\frac{5}{2}\right)$ và bán kính $R = \frac{\sqrt{65}}{2}$. Ta có $d(I, Oy) = |x_I| \neq R$.

Đáp án C đúng vì: Tâm $I(1;0)$ và bán kính $R = 1$. Ta có $d(I, Oy) = |x_I| = R$.

Đáp án D sai vì: Tâm $I(0;0)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$. Ta có $d(I, Oy) = |x_I| \neq R$.

Câu 29: Tâm đường tròn $x^2 + y^2 - 10x + 1 = 0$ cách trục Oy bao nhiêu ?

A. -5.

B. 0.

C. 10.

D. 5.

Lời giải

Chọn D.

Đường tròn có tâm $I(5;0)$.

Khoảng cách từ tâm I tới trục Oy nên $d(I, Oy) = |x_I| = 5$.

Câu 30: Viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $O(0;0)$, $A(a;0)$, $B(0;b)$.

A. $x^2 + y^2 - 2ax - by = 0$. B. $x^2 + y^2 - ax - by + xy = 0$.

C. $x^2 + y^2 - ax - by = 0$.

D. $x^2 - y^2 - ay + by = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi phương trình cần tìm có dạng $(C): x^2 + y^2 + mx + ny + p = 0$.

Do $A, B, O \in (C)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} ma + p = -a^2 \\ nb + p = -b^2 \\ p = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -a \\ n = -b \\ p = 0 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 - ax - by = 0$.

Câu 31: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0$.

A. $m = -3$.

B. $m = 3$ và $m = -3$.

C. $m = 3$.

D. $m = 15$ và $m = -15$.

Lời giải

Chọn D.

Do đường tròn tiếp xúc với đường thẳng Δ nên $R = d(I, \Delta) = \frac{|4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + m|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 3 \Leftrightarrow m = \pm 15$.

Câu 32: Đường tròn $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ cắt đường thẳng $x + y - a - b = 0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu ?

A. $2R$

B. $R\sqrt{2}$

C. $\frac{R\sqrt{2}}{2}$

D. R

Lời giải

Chọn A.

$x + y - a - b = 0 \Leftrightarrow y = a + b - x$ thay vào $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ ta có

$$(x - a)^2 + (x - a)^2 = R^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a + \frac{R}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = b - \frac{R}{\sqrt{2}} \\ x = a - \frac{R}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = b + \frac{R}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là: $A\left(a + \frac{R}{\sqrt{2}}; b - \frac{R}{\sqrt{2}}\right); B\left(a - \frac{R}{\sqrt{2}}; b + \frac{R}{\sqrt{2}}\right)$

$$\overline{AB} = \left(-\frac{2R}{\sqrt{2}}; \frac{2R}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow AB = 2R.$$

Câu 33: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn $(C) x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$.

A. (3;3) và (-1;1). B. (-1;1) và (3;-3) C. (3;3) và (1;1) D. Không có

Lời giải

Chọn D.

$x - 2y + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 2y - 3$ thay vào $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ ta được

$$(2y - 3)^2 + y^2 - 2(2y - 3) - 4y = 0 \Leftrightarrow 5y^2 - 16y + 15 = 0 \quad (VN).$$

Câu 34: Xác định vị trí tương đối giữa 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 4x = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 + 8y = 0$.

A. Tiếp xúc trong. B. Không cắt nhau. C. Cắt nhau. D. Tiếp xúc ngoài.

Lời giải

Chọn C.

(C_1) có bán kính $R_1 = 2$; (C_2) có bán kính $R_2 = 4$

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 0 \\ x^2 + y^2 + 8y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 4x = 0 \\ x = -2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y^2 + 8y = 0 \\ x = -2y \end{cases}$$

Câu 35: Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x + y - 7 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 25 = 0$.

A. (3; 4) và (-4; 3). B. (4; 3). C. (3; 4). D. (3; 4) và (4; 3).

Lời giải

Chọn D.

$\Delta: x + y - 7 = 0 \Leftrightarrow y = 7 - x$ thay vào phương trình (C) ta được:

$$x^2 + (7 - x)^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \Rightarrow y = 4 \\ x = 4 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là (3; 4) và (4; 3).

Câu 36: Đường tròn $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0$ cắt đường thẳng $\Delta: x - y + 2 = 0$ theo một dây cung có độ dài bằng bao nhiêu?

A. 5. B. $2\sqrt{23}$. C. 10. D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.

$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 25$ có tâm $I(1; 1)$ và bán kính $R = 5$.

Gọi $d(I, \Delta) = \frac{|1 - 1 + 2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} < R$ suy ra đường thẳng Δ cắt đường tròn theo dây cung AB và

$$AB = 2\sqrt{R^2 - d^2} = 2\sqrt{23}.$$

Câu 37: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Oy ?

A. $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 + x + y - 3 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $x^2 + y^2 - 10x + 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 + (y+1)^2 = 25$ có tâm $I_1(5; -1)$ và bán kính $R = 5$.

Vì $d(I_1; Oy) = 5 = R$ nên **A** đúng.

Câu 38: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 2 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 2x = 0$

A. $(2; 0)$ và $(0; 2)$.

B. $(\sqrt{2}; 1)$ và $(1; -\sqrt{2})$.

C. $(1; -1)$ và $(1; 1)$.

D. $(-1; 0)$ và $(0; -1)$.

Lời giải

Chọn C.

Xét hệ:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy có hai giao điểm là: $(1; -1)$ và $(1; 1)$.

Câu 39: Đường tròn $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ tiếp xúc đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

A. Trục tung.

B. $\Delta_1: 4x + 2y - 1 = 0$.

C. Trục hoành.

D. $\Delta_2: 2x + y - 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$ có tâm $I(2; 1)$, bán kính $R = 2$.

Vì $d(I, Oy) = 2$, $d(I, Ox) = 1$, $d(I, \Delta_1) = \frac{9}{2\sqrt{5}}$, $d(I, \Delta_2) = \frac{1}{\sqrt{5}}$ nên **A** đúng.

Câu 40: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 3 = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): (x-m)^2 + y^2 = 9$

A. $m = 0$ và $m = 1$.

B. $m = 4$ và $m = -6$.

C. $m = 2$.

D. $m = 6$.

Lời giải

Chọn B.

Đường tròn có tâm $I(m; 0)$ và bán kính $R = 3$.

Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn khi và chỉ khi $d(I; \Delta) = R = 3 \Leftrightarrow \frac{|3m+3|}{5} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -6 \end{cases}$

Câu 41: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 8x + 6y + 21 = 0$ và đường thẳng $d: x + y - 1 = 0$. Xác định tọa độ các đỉnh A của hình vuông $ABCD$ ngoại tiếp (C) biết $A \in d$.

A. $A(2, -1)$ hoặc $A(6, -5)$.

B. $A(2, -1)$ hoặc $A(6, 5)$.

C. $A(2, 1)$ hoặc $A(6, -5)$.

D. $A(2, 1)$ hoặc $A(6, 5)$.

Lời giải

Chọn A.

Đường tròn (C) có tâm $I(4, -3)$, bán kính $R = 2$

Tọa độ của $I(4, -3)$ thỏa phương trình $d: x + y - 1 = 0$. Vậy $I \in d$.

Vậy AI là một đường chéo của hình vuông ngoại tiếp đường tròn, có bán kính $R = 2$, $x = 2$ và $x = 6$ là 2 tiếp tuyến của (C) nên

Hoặc là A là giao điểm các đường d và $x = 2 \Rightarrow A(2, -1)$

Hoặc là A là giao điểm các đường (d) và $x = 6 \Rightarrow A(6, -5)$.

Câu 42: Cho tam giác ABC đều. Gọi D là điểm đối xứng của C qua AB . Vẽ đường tròn tâm D qua A, B ; M là điểm bất kì trên đường tròn đó ($M \neq A, M \neq B$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Độ dài MA, MB, MC là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.
 B. MA, MB, MC là ba cạnh của 1 tam giác vuông.
 C. $MA = MB = MC$.
 D. $MC > MB > MA$.

Lời giải.

Chọn A

Chọn hệ trục Oxy sao cho Ox trùng với AB , chiều dương hướng từ A đến B , trục Oy là đường trung trực của đoạn $AB \Rightarrow A(-1;0); B(1;0), C(0;\sqrt{3}), D(0;-\sqrt{3})$.

Phương trình đường tròn tâm D qua A, B là: $x^2 + (y + \sqrt{3})^2 = 4$ (1).

Giả sử $M(a;b)$ là điểm bất kì trên đường tròn (1). Ta có :

$$MA^2 = (a+1)^2 + b^2, \quad MB^2 = (a-1)^2 + b^2,$$

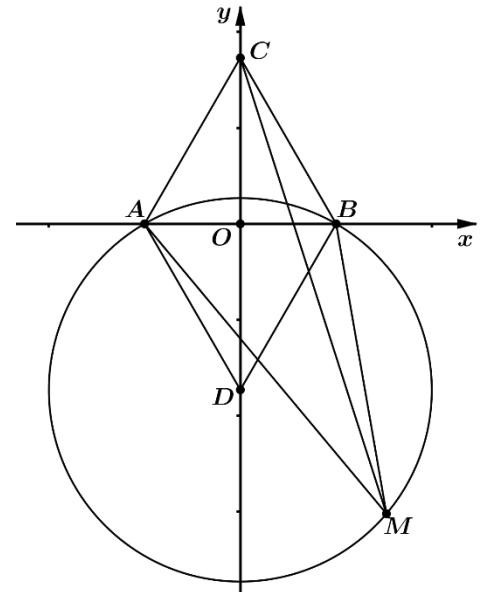
$$MC^2 = a^2 + (b - \sqrt{3})^2.$$

$$MA^2 + MB^2 = a^2 + (b - \sqrt{3})^2 + a^2 + b^2 + 2b\sqrt{3} - 1$$

$$= MC^2 + a^2 + (b + \sqrt{3})^2 - 4.$$

M nằm trên đường tròn (1) nên :

$$a^2 + (b + \sqrt{3})^2 - 4 = 0 \Rightarrow MA^2 + MB^2 = MC^2 \Rightarrow MA, MB, MC \text{ là độ dài ba cạnh của một tam giác vuông.}$$



Câu 43: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho ba điểm $A(0;a), B(b;0), C(-b;0)$ với $a > 0, b > 0$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với đường thẳng AB tại B và tiếp xúc với đường thẳng AC tại C .

A. $x^2 + \left(y - \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 + \frac{b^4}{a^2}$.

B. $x^2 + \left(y + \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 + \frac{b^4}{a^2}$.

C. $x^2 + \left(y + \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 - \frac{b^4}{a^2}$.

D. $x^2 + \left(y - \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 - \frac{b^4}{a^2}$.

Lời giải.

Chọn B.

ΔABC cân tại A ; tâm I của (C) thuộc $Oy \Rightarrow I(0; y_0)$

$$, \overline{IB} = (b; -y_0), \overline{AB} = (b; -a). \text{ Do } \overline{IB} \cdot \overline{AB} = 0 \Rightarrow b^2 + ay_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -\frac{b^2}{a}.$$

$$\text{Mặt khác } R^2 = IB^2 = b^2 + y_0^2 = b^2 + \frac{b^4}{a^2}.$$

$$\text{Vậy phương trình của } (C) \text{ là } x^2 + \left(y + \frac{b^2}{a}\right)^2 = b^2 + \frac{b^4}{a^2}.$$

Câu 44: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho đường tròn hai đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0, (C'): x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$ cùng đi qua $M(1;0)$. Viết phương trình đường thẳng d qua M cắt hai đường tròn $(C), (C')$ lần lượt tại A, B sao cho $MA = 2MB$.

A. $d: 6x + y + 6 = 0$ hoặc $d: 6x - y + 6 = 0$. B. $d: 6x - y - 6 = 0$ hoặc $d: 6x - y + 6 = 0$.

C. $d: -6x + y - 6 = 0$ hoặc $d: 6x - y - 6 = 0$. D. $d: 6x + y - 6 = 0$ hoặc $d: 6x - y - 6 = 0$.

Lời giải.

Chọn D

Gọi d là đường thẳng qua M có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + at \\ y = bt \end{cases}$

- Đường tròn $(C_1): I_1(1; 1), R_1 = 1. (C_2): I_2(-2; 0), R_2 = 3$, suy ra:

$$(C_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1, (C_2): (x+2)^2 + y^2 = 9$$

$$\text{- Nếu } d \text{ cắt } (C_1) \text{ tại } A: \Rightarrow (a^2 + b^2)t^2 - 2bt = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \rightarrow M \\ t = \frac{2b}{a^2 + b^2} \Rightarrow A \left(1 + \frac{2ab}{a^2 + b^2}; \frac{2b^2}{a^2 + b^2} \right) \end{cases}$$

$$\text{- Nếu } d \text{ cắt } (C_2) \text{ tại } B: \Rightarrow (a^2 + b^2)t^2 + 6at = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \rightarrow M \\ t = -\frac{6a}{a^2 + b^2} \Leftrightarrow B \left(1 - \frac{6a^2}{a^2 + b^2}; -\frac{6ab}{a^2 + b^2} \right) \end{cases}$$

- Theo giả thiết: $MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2 (*)$

$$\text{- Ta có: } \left(\frac{2ab}{a^2 + b^2} \right)^2 + \left(\frac{2b^2}{a^2 + b^2} \right)^2 = 4 \left[\left(\frac{6a^2}{a^2 + b^2} \right)^2 + \left(\frac{6ab}{a^2 + b^2} \right)^2 \right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{4b^2}{a^2 + b^2} = 4 \cdot \frac{36a^2}{a^2 + b^2} \Leftrightarrow b^2 = 36a^2 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -6a \rightarrow d: 6x + y - 6 = 0 \\ b = 6a \rightarrow d: 6x - y - 6 = 0 \end{cases}$$

Câu 45: Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai đường tròn có phương trình $(C_1): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0$. Phương trình nào sau đây là tiếp tuyến chung của (C_1) và (C_2) .

A. $2(2 - 3\sqrt{5})x + (2 - 3\sqrt{5})y + 4 = 0$ hoặc $2x + 1 = 0$.

B. $2(2 - 3\sqrt{5})x + (2 + 3\sqrt{5})y + 4 = 0$ hoặc $2x + 1 = 0$.

C. $2(2 - 3\sqrt{5})x + (2 - 3\sqrt{5})y + 4 = 0$ hoặc $2(2 + 3\sqrt{5})x + (2 - 3\sqrt{5})y + 4 = 0$.

D. $2(2 - 3\sqrt{5})x + (2 - 3\sqrt{5})y + 4 = 0$ hoặc $6x + 8y - 1 = 0$.

Lời giải.

Chọn D

- Ta có:

$$(C_1): x^2 + (y-2)^2 = 9 \Rightarrow I_1(0; 2), R_1 = 3, (C_2): (x-3)^2 + (y+4)^2 = 9 \Rightarrow I_2(3; -4), R_2 = 3$$

- Nhận xét: $I_1I_2 = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} < 3+3 = 6 \Rightarrow (C_1)$ không cắt (C_2)

- Gọi $d: ax + by + c = 0$ ($a^2 + b^2 \neq 0$) là tiếp tuyến chung, thế thì: $d(I_1, d) = R_1, d(I_2, d) = R_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|2b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 3(1) \\ \frac{|3a-4b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 3(2) \end{cases} \Rightarrow \frac{|2b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|3a-4b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow |2b+c| = |3a-4b+c|$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a-4b+c = 2b+c \\ 3a-4b+c = -2b-c \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2b \\ 3a-2b+2c = 0 \end{cases} \cdot \text{Mặt khác từ (1): } (2b+c)^2 = 9(a^2+b^2) \Leftrightarrow$$

- Trường hợp: $a = 2b$ thay vào (1):

$$(2b+c)^2 = 9(4b^2 + b^2) \Leftrightarrow 41b^2 - 4bc - c^2 = 0. \Delta'_b = 4c^2 + 41c^2 = 45c^2 \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{2b-3\sqrt{5}c}{4} \\ b = \frac{(2+3\sqrt{5})c}{4} \end{cases}$$

- Do đó ta có hai đường thẳng cần tìm :

$$d_1: \frac{(2-3\sqrt{5})}{2}x + \frac{(2-3\sqrt{5})}{4}y + 1 = 0 \Leftrightarrow 2(2-3\sqrt{5})x + (2-3\sqrt{5})y + 4 = 0$$

$$d_2: \frac{(2+3\sqrt{5})}{2}x + \frac{(2+3\sqrt{5})}{4}y + 1 = 0 \Leftrightarrow 2(2+3\sqrt{5})x + (2+3\sqrt{5})y + 4 = 0$$

- Trường hợp : $c = \frac{2b-3a}{2}$, thay vào (1) : $\frac{|2b + \frac{2b-3a}{2}|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 3 \Leftrightarrow |2b-a| = \sqrt{a^2 + b^2}$

$$\Leftrightarrow (2b-a)^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow 3b^2 - 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b=0 \rightarrow c = -\frac{a}{2} \\ b = \frac{4a}{3} \rightarrow c = -\frac{a}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=0, a=-2c \\ b = \frac{4a}{3}, a=-6c \end{cases}$$

- Vậy có 2 đường thẳng : $d_3: 2x-1=0$, $d_4: 6x+8y-1=0$

Câu 46: Viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn: $(C_1): (x-5)^2 + (y+12)^2 = 225$ và $(C_2): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$.

A. $d: \left(\frac{14+10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175+10\sqrt{7}}{21} = 0$ hoặc $d: \left(\frac{14+10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175-10\sqrt{7}}{21} = 0$.

B. $d: \left(\frac{14-10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175+10\sqrt{7}}{21} = 0$ hoặc $d: \left(\frac{14+10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175-10\sqrt{7}}{21} = 0$.

C. $d: \left(\frac{14-10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175+10\sqrt{7}}{21} = 0$ hoặc $d: \left(\frac{14+10\sqrt{7}}{21}\right)x + y + \frac{175-10\sqrt{7}}{21} = 0$.

D. $d: \left(\frac{14-10\sqrt{7}}{21}\right)x + y + \frac{175+10\sqrt{7}}{21} = 0$ hoặc $d: \left(\frac{14-10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175-10\sqrt{7}}{21} = 0$.

Lời giải

Chọn B

- Ta có (C) với tâm $I(5; -12)$, $R=15$. (C') có $J(1; 2)$ và $R'=5$. Gọi d là tiếp tuyến chung có phương trình: $ax+by+c=0$ ($a^2+b^2 \neq 0$).

- Khi đó ta có : $h(I, d) = \frac{|5a-12b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 15$ (1), $h(J, d) = \frac{|a+2b+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 5$ (2)

- Từ (1) và (2) suy ra : $|5a-12b+c| = 3|a+2b+c| \Leftrightarrow \begin{cases} 5a-12b+c = 3a+6b+3c \\ 5a-12b+c = -3a-6b-3c \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a-9b=c \\ -2a+\frac{3}{2}b=c \end{cases}$. Thay vào (1) : $|a+2b+c| = 5\sqrt{a^2+b^2}$ ta có hai trường hợp :

- Trường hợp : $c=a-9b$ thay vào (1) : $(2a-7b)^2 = 25(a^2+b^2) \Leftrightarrow 21a^2 + 28ab - 24b^2 = 0$

$$\text{Suy ra : } \begin{cases} a = \frac{14-10\sqrt{7}}{21} \rightarrow d : \left(\frac{14-10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175+10\sqrt{7}}{21} = 0 \\ a = \frac{14+10\sqrt{7}}{21} \rightarrow d : \left(\frac{14+10\sqrt{7}}{21}\right)x + y - \frac{175-10\sqrt{7}}{21} = 0 \end{cases}$$

- Trường hợp : $c = -2a + \frac{3}{2}b \Rightarrow (1) : (7b - 2a)^2 = 100(a^2 + b^2) \Leftrightarrow 96a^2 + 28ab + 51b^2 = 0$. Vô nghiệm. (Phù hợp vì : $IJ = \sqrt{16+196} = \sqrt{212} < R + R' = 5 + 15 = 20 = \sqrt{400}$. Hai đường tròn cắt nhau).

Câu 47: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$. Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng $d : 3x + y - 2 = 0$ và cắt đường tròn theo một dây cung có độ dài bằng 6.

A. $d' : 3x - y + 19 = 0$ hoặc $d' : 3x + y - 21 = 0$.

B. $d' : 3x + y + 19 = 0$ hoặc $d' : 3x + y + 21 = 0$.

C. $d' : 3x + y + 19 = 0$ hoặc $d' : 3x + y - 21 = 0$.

D. $d' : 3x + y - 19 = 0$ hoặc $d' : 3x - y - 21 = 0$.

Lời giải

Chọn C

- Đường thẳng d' song song với $d : 3x + y + m = 0$

- IH là khoảng cách từ I đến $d' : IH = \frac{|-3 + 4 + m|}{5} = \frac{|m + 1|}{5}$

- Xét tam giác vuông $IHB : IH^2 = IB^2 - \left(\frac{AB^2}{4}\right) = 25 - 9 = 16$

$$\Leftrightarrow \frac{(m+1)^2}{25} = 16 \Leftrightarrow |m+1| = 20 \Rightarrow \begin{cases} m = 19 \rightarrow d' : 3x + y + 19 = 0 \\ m = -21 \rightarrow d' : 3x + y - 21 = 0 \end{cases}$$

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy . Cho đường tròn $(C) : x^2 + y^2 - 4x - 2y - 1 = 0$ và đường thẳng $d : x + y + 1 = 0$. Tìm những điểm M thuộc đường thẳng d sao cho từ điểm M kẻ được đến (C) hai tiếp tuyến hợp với nhau góc 90° .

A. $M_1(-\sqrt{2}; \sqrt{2} - 1)$ hoặc $M_2(\sqrt{2}; -\sqrt{2} - 1)$. B. $M_1(-\sqrt{2}; \sqrt{2} + 1)$ hoặc $M_2(\sqrt{2}; -\sqrt{2} + 1)$.

C. $M_1(\sqrt{2}; \sqrt{2} - 1)$ hoặc $M_2(\sqrt{2}; -\sqrt{2} - 1)$. D. $M_1(-\sqrt{2}; \sqrt{2} - 1)$ hoặc $M_2(\sqrt{2}; \sqrt{2} + 1)$.

Lời giải

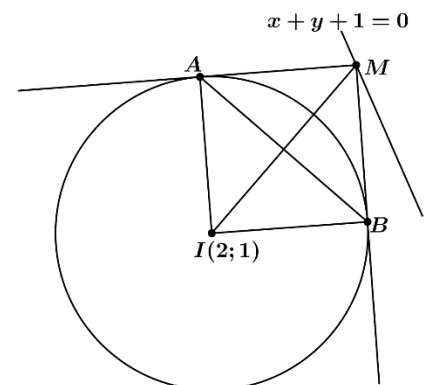
Chọn A.

- M thuộc d suy ra $M(t; -1-t)$. Nếu 2 tiếp tuyến vuông góc với nhau thì $MAIB$ là hình vuông (A, B là 2 tiếp điểm). Do đó $AB = MI = IA\sqrt{2} = R\sqrt{2} = \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$

- Ta có : $MI = \sqrt{(2-t)^2 + (2+t)^2} = \sqrt{2t^2 + 8} = 2\sqrt{3}$

- Do đó :

$$2t^2 + 8 = 12 \Leftrightarrow t^2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\sqrt{2} \rightarrow M_1(-\sqrt{2}; \sqrt{2} - 1) \\ t = \sqrt{2} \rightarrow M_2(\sqrt{2}; -\sqrt{2} - 1) \end{cases}$$



Câu 49: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 + 4\sqrt{3}x - 4 = 0$ Tia Oy cắt (C) tại $A(0; 2)$. Lập phương trình đường tròn (C') , bán kính $R' = 2$ và tiếp xúc ngoài với (C) tại A .

$$\text{A. } (C'): (x - \sqrt{3})^2 + (y + 3)^2 = 4.$$

$$\text{B. } (C'): (x - \sqrt{3})^2 + (y - 3)^2 = 4.$$

$$\text{C. } (C'): (x + \sqrt{3})^2 + (y - 3)^2 = 4.$$

$$\text{D. } (C'): (x + \sqrt{3})^2 + (y + 3)^2 = 4.$$

Lời giải

Chọn B

- (C) có $I(-2\sqrt{3}; 0)$, $R = 4$. Gọi J là tâm đường tròn cần

$$\text{tìm: } J(a; b) \Rightarrow (C'): (x - a)^2 + (y - b)^2 = 4$$

- Do (C) và (C') tiếp xúc ngoài với nhau cho nên khoảng cách

$$IJ = R + R' \Rightarrow \sqrt{(a + 2\sqrt{3})^2 + b^2} = 4 + 2 = 6 \Leftrightarrow a^2 + 4\sqrt{3}a + b^2 = 28$$

- Vì $A(0; 2)$ là tiếp điểm cho nên: $(0 - a)^2 + (2 - b)^2 = 4$ (2)

$$\text{- Do đó ta có hệ: } \begin{cases} (a + 2\sqrt{3})^2 + b^2 = 36 \\ a^2 + (2 - b)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + 4\sqrt{3}a + b^2 = 24 \\ a^2 - 4b + b^2 = 0 \end{cases}$$

- Giải hệ tìm được: $b = 3$ và $a = \sqrt{3} \Rightarrow (C'): (x - \sqrt{3})^2 + (y - 3)^2 = 4$.

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn: $(C_1): x^2 + y^2 = 13$ và $(C_2): (x - 6)^2 + y^2 = 25$ cắt nhau tại $A(2; 3)$. Viết phương trình tất cả đường thẳng d đi qua A và cắt $(C_1), (C_2)$ theo hai dây cung có độ dài bằng nhau.

$$\text{A. } d: x - 2 = 0 \text{ và } d: 2x - 3y + 5 = 0.$$

$$\text{B. } d: x - 2 = 0 \text{ và } d: 2x - 3y - 5 = 0.$$

$$\text{C. } d: x + 2 = 0 \text{ và } d: 2x - 3y - 5 = 0.$$

$$\text{D. } d: x - 2 = 0 \text{ và } d: 2x + 3y + 5 = 0.$$

Lời giải

Chọn A.

- Từ giả thiết: $(C_1): I = (0; 0), R = \sqrt{13}$; $(C_2): J(6; 0), R' = 5$

- Gọi đường thẳng d qua $A(2; 3)$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b) \Rightarrow d: \begin{cases} x = 2 + at \\ y = 3 + bt \end{cases}$

- d cắt (C_1) tại $A, B \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + at \\ y = 3 + bt \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow [(a^2 + b^2)t^2 + 2(2a + 3b)t] = 0 \rightarrow t = -\frac{2a + 3b}{a^2 + b^2}$

$\Leftrightarrow B\left(\frac{b(2b - 3a)}{a^2 + b^2}; \frac{a(3a - 2b)}{a^2 + b^2}\right)$. Tương tự d cắt (C_2) tại A, C thì tọa độ của A, C là nghiệm

của hệ: $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + at \\ y = 3 + bt \\ (x - 6)^2 + y^2 = 25 \end{cases} \rightarrow t = \frac{2(4a - 3b)}{a^2 + b^2} \Leftrightarrow C\left(\frac{10a^2 - 6ab + 2b^2}{a^2 + b^2}; \frac{3a^2 + 8ab - 3b^2}{a^2 + b^2}\right)$

- Nếu 2 dây cung bằng nhau thì A là trung điểm của AC . Từ đó ta có phương trình:

$$\Leftrightarrow \frac{(2b^2 - 3ab)}{a^2 + b^2} + \frac{10a^2 - 6ab + 2b^2}{a^2 + b^2} = 4 \Leftrightarrow 6a^2 - 9ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \rightarrow d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 + t \end{cases} \\ a = \frac{3}{2}b \rightarrow \vec{u} = \left(\frac{3}{2}b; b\right) / / \vec{u}' = (3; 2) \end{cases}$$

Suy ra: $\rightarrow d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 3 + 2t \end{cases}$. Vậy có 2 đường thẳng: $d: x - 2 = 0$ và $d': 2x - 3y + 5 = 0$.

ĐƯỜNG TRÒN TRONG MẶT PHẪNG TỌA ĐỘ

DẠNG 1. NHẬN DẠNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 1: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình đường tròn.

- A. $1 < m < 2$. B. $m < -2$ hoặc $m > -1$.
C. $m < -2$ hoặc $m > 1$. D. $m < 1$ hoặc $m > 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ (1)

$\Rightarrow a = m+2; b = -2m; c = 19m - 6$.

Phương trình (1) là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow a^2 + b^2 - c > 0$

$\Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow m < 1$ hoặc $m > 2$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

- A. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$. D. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Để là phương trình đường tròn thì điều kiện cần là hệ số của x^2 và y^2 phải bằng nhau nên loại được đáp án A và D.

Ta có: $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-4)^2 + 3 = 0$ vô lý.

Ta có: $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$ là phương trình đường tròn tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 5$.

Câu 3: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

- A. $2x^2 + y^2 - 6x - 6y - 8 = 0$. B. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y - 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 18 = 0$. D. $2x^2 + 2y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Biết rằng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ là phương trình của một đường tròn khi và chỉ khi $a^2 + b^2 - c > 0$.

Ta thấy phương trình trong phương án A và B có hệ số của x^2 , y^2 không bằng nhau nên đây không phải là phương trình đường tròn.

Với phương án C có $a^2 + b^2 - c = 1 + 16 - 18 < 0$ nên đây không phải là phương trình đường tròn. Vậy ta chọn đáp án D.

Câu 4: Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2 + y^2 - 4xy + 2x + 8y - 3 = 0$.

B. $x^2 + 2y^2 - 4x + 5y - 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 2018 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Phương án A: có tích xy nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án B: có hệ số bậc hai không bằng nhau nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án C: ta có $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 2018 = 0 \Leftrightarrow (x-7)^2 + (y+1)^2 + 1968 = 0$ không tồn tại x, y nên cũng không phải phương trình đường tròn.

Còn lại, **Chọn D**

Câu 5: Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ (1). Điều kiện của m để (1) là phương trình của đường tròn.

A. $m = 2$.

B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$

C. $1 < m < 2$.

D. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$

Lời giải

Chọn B

$x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ (1) là phương trình của đường tròn khi và chỉ khi

$$(m)^2 + [2(m-2)]^2 - (6-m) > 0 \Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$$

DẠNG 2. TÌM TỌA ĐỘ TÂM, BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$ có tâm là.

A. $I(-2; -3)$.

B. $I(2; 3)$.

C. $I(4; 6)$.

D. $I(-4; -6)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình đường tròn là: $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Vậy tâm đường tròn là: $I(-2; -3)$.

Câu 7: Đường tròn $x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. 49.

B. 7.

C. 1.

D. $\sqrt{29}$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$ có tâm $I(0;5)$, bán kính $R = \sqrt{0^2 + 5^2 - (-24)} = 7$.

Câu 8: Xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

A. Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R = 3$.

B. Tâm $I(-1;2)$, bán kính $R = 9$.

C. Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = 3$.

D. Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = 9$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9: Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$.

A. $I(-1;2); R = 4$.

B. $I(1;-2); R = 2$.

C. $I(-1;2); R = \sqrt{5}$.

D. $I(1;-2); R = 4$.

Lời giải

Chọn B

(C) có tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - 1} = 2$.

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$. Đường tròn có tâm và bán kính là

A. $I(2;3), R = 9$.

B. $I(2;-3), R = 3$.

C. $I(-3;2), R = 3$.

D. $I(-2;3), R = 3$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn (C) có tâm $I(2;-3)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 11: Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của đường tròn $(C): (x+2)^2 + (y-5)^2 = 9$.

A. $I(-2;5), R = 81$.

B. $I(2;-5), R = 9$.

C. $I(2;-5), R = 3$.

D. $I(-2;5), R = 3$.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra ta có tọa độ tâm $I(-2;5)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 12: Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ có tâm I , bán kính R là

A. $I(-1;2), R = \sqrt{2}$.

B. $I(-1;2), R = 2\sqrt{2}$.

C. $I(1;-2), R = \sqrt{2}$.

D. $I(1;-2), R = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Tâm $I(1;-2)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - (-3)} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$.

DẠNG 3. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Dạng 3.1 Khi biết tâm và bán kính

Câu 13: Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = 5$ là

A. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 20 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 20 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R=5$ là $(x-1)^2+(y-2)^2=5^2$
 $\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2-4y+4=25 \Leftrightarrow x^2+y^2-2x-4y-20=0$.

Câu 14: Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là

- A. $x^2+y^2+2x+4y-4=0$. B. $x^2+y^2-2x-4y-4=0$.
C. $x^2+y^2+2x-4y-4=0$. D. $x^2+y^2-2x+4y-4=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là
 $(x+1)^2+(y-2)^2=9 \Leftrightarrow x^2+y^2+2x-4y-4=0$.

Câu 15: Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính bằng 3?

- A. $(x-1)^2+(y+2)^2=9$. B. $(x+1)^2+(y+2)^2=9$.
C. $(x-1)^2+(y-2)^2=9$. D. $(x+1)^2+(y-2)^2=9$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường tròn tâm $I(-1;2)$ và bán kính $R=3$ là: $(x+1)^2+(y-2)^2=9$.

Dạng 3.2 Khi biết các điểm đi qua

Câu 16: Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(5;3)$ và có tâm I thuộc trục hoành có phương trình là

- A. $(x+4)^2+y^2=10$. B. $(x-4)^2+y^2=10$. C. $(x-4)^2+y^2=\sqrt{10}$. D. $(x+4)^2+y^2=\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $I(x;0) \in Ox$; $IA^2=IB^2 \Leftrightarrow (1-x)^2+1^2=(5-x)^2+3^2 \Leftrightarrow x^2-2x+1+1=x^2-10x+25+9$
 $\Leftrightarrow x=4$. Vậy tâm đường tròn là $I(4;0)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{(1-4)^2+1^2}=\sqrt{10}$.

Phương trình đường tròn (C) có dạng $(x-4)^2+y^2=10$.

Câu 17: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$.

- A. $I(1;1)$. B. $I(0;0)$. C. $I(1;2)$. D. $I(1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C có dạng $(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

Thay tọa độ 3 điểm $A(0;4), B(2;4), C(2;0)$ ta được:

$$\begin{cases} 8b + c = -16 \\ 4a + 8b + c = -20 \\ 4a + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow (C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0.$$

Vậy (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Câu 18: Cho tam giác ABC có $A(1;-1), B(3;2), C(5;-5)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$. **B.** $\left(\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$. **C.** $\left(-\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$. **D.** $\left(-\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-5)^2 + (y+5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 11 \\ 8x - 8y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{47}{10} \\ y = -\frac{13}{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right).$$

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn đi qua ba điểm $A(1;2), B(5;2), C(1;-3)$ có phương trình là.

A. $x^2 + y^2 + 25x + 19y - 49 = 0$. **B.** $2x^2 + y^2 - 6x + y - 3 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - 6x + xy - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình đường tròn có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$. Đường tròn này qua A, B, C nên

$$\begin{cases} 1 + 4 - 2a - 4b + c = 0 \\ 25 + 4 - 10a - 4b + c = 0 \\ 1 + 9 - 2a + 6b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = -1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là $x^2 + y^2 - 6x + y - 1 = 0$.

Câu 20: Lập phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0), B(0;2)$ và có tâm thuộc đường thẳng $d: x + y = 0$.

A. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$. **B.** $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

$$\text{C. } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}.$$

$$\text{D. } \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}.$$

Lời giải

Chọn A

$$A(3;0), B(0;2), d: x + y = 0.$$

Gọi I là tâm đường tròn vậy $I(x; -x)$ vì $I \in d$.

$$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (3-x)^2 + x^2 = x^2 + (2+x)^2 \Leftrightarrow -6x + 9 = 4x + 4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}. \text{ Vậy } I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right).$$

$$IA = \sqrt{\left(3 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2} \text{ là bán kính đường tròn.}$$

$$\text{Phương trình đường tròn cần lập là: } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}.$$

Câu 21: Cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x + 2y - 2 = 0$. Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC ?

$$\text{A. } (x+1)^2 + (y+1)^2 = 20.$$

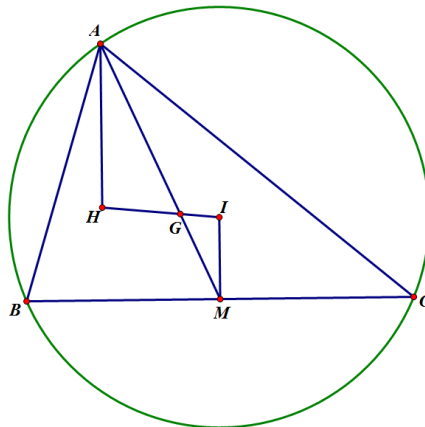
$$\text{B. } (x-2)^2 + (y+4)^2 = 20.$$

$$\text{C. } (x-1)^2 + (y+3)^2 = 1.$$

$$\text{D. } (x-1)^2 + (y-3)^2 = 25.$$

Lời giải

Chọn D



*) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\Rightarrow \overrightarrow{HI} = \frac{3}{2} \overrightarrow{HG} \Rightarrow \begin{cases} x_I - 3 = \frac{3}{2} \left(\frac{5}{3} - 3\right) \\ y_I - 2 = \frac{3}{2} \left(\frac{8}{3} - 2\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases}.$$

*) Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow IM \perp BC \Rightarrow IM : 2x - y + 1 = 0$.

$$M = IM \cap BC \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(0;1).$$

$$\text{Lại có: } \overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3 \cdot \frac{5}{3} \\ y_A - 1 = 3 \cdot \left(\frac{8}{3} - 1\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 5 \\ y_A = 6 \end{cases}.$$

Suy ra: bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = IA = 5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$.

Câu 22: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm H , trọng tâm $G(-1;3)$. Gọi K, M, N lần lượt là trung điểm của AH, AB, AC . Tìm phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC biết đường tròn ngoại tiếp tam giác KMN là $(C): x^2 + y^2 + 4x - 4y - 17 = 0$.

A. $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 100$.

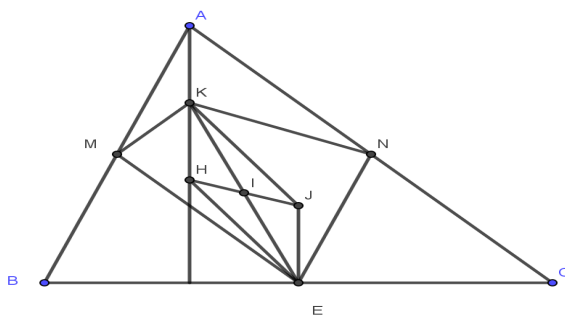
B. $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 100$.

C. $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 100$.

D. $(x+1)^2 + (y+5)^2 = 100$.

Lời giải

Chọn A



Gọi E là trung điểm BC , J là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} MK \parallel BH \\ ME \parallel AC \\ BH \perp AC \end{cases} \Rightarrow MK \perp ME \quad (1), \quad \begin{cases} KN \parallel CH \\ NE \parallel AB \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow KN \perp NE \quad (2)$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow KMEN$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính KE .

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 4y - 17 = 0$ có tâm $I(-2;2)$ bán kính $r = 5 \Rightarrow I$ là trung điểm KE .

$KHEJ$ là hình bình hành $\Rightarrow I$ là trung điểm JH



Ta có: $\overline{IJ} = 3\overline{IG} \Rightarrow \begin{cases} x_J + 2 = 3(-1 + 2) \\ y_J - 2 = 3(3 - 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_J = 1 \\ y_J = 5 \end{cases} \Rightarrow J(1; 5).$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là $R = JA = 2IK = 2r = 10$.

Phương trình đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là: $(x-1)^2 + (y-5)^2 = 100$.

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm O . Gọi M là trung điểm của BC ; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C . Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P có phương trình là $(T): (x-1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$. Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác

ABC là:

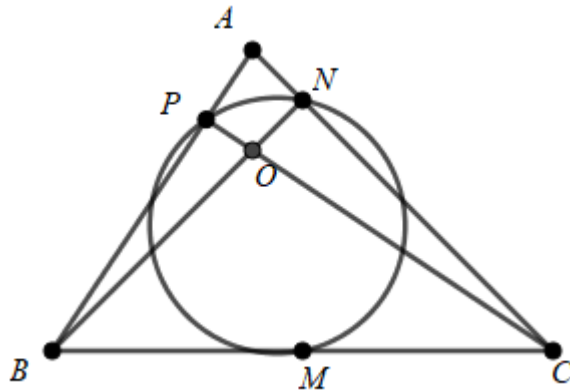
A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$.

B. $x^2 + (y-1)^2 = 25$.

C. $x^2 + (y-1)^2 = 50$.

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$.

Lời giải



Ta có M là trung điểm của BC ; N, P lần lượt là chân đường cao kẻ từ B và C . Đường tròn đi qua ba điểm M, N, P là đường tròn Euler. Do đó đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC chính là ảnh của đường tròn Euler qua phép vị tự tâm là O , tỷ số $k = 2$.

Gọi I và I' lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP và tam giác ABC .

Gọi R và R' lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác MNP và tam giác ABC .

Ta có $I\left(1; -\frac{1}{2}\right)$ và do đó $\overline{OI'} = 2\overline{OI} \Rightarrow I'(2; -1)$.

Mặt khác $R = \frac{5}{2} \Rightarrow R' = 5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là: $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 25$.

Nhận xét: Đề bài này rất khó đối với học sinh nếu không biết đến đường tròn Euler.

Dạng 3.3 Sử dụng điều kiện tiếp xúc

Câu 24: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , phương trình của đường tròn có tâm là gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x + y - 2 = 0$ là

A. $x^2 + y^2 = 2$.

B. $x^2 + y^2 = \sqrt{2}$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{2}$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm O , bán kính R tiếp xúc với Δ nên có:

$$R = d(O; \Delta) = \frac{|-2|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

Phương trình đường tròn (C) : $x^2 + y^2 = 2$.

Câu 25: Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho đường tròn (S) có tâm I nằm trên đường thẳng $y = -x$, bán kính $R = 3$ và tiếp xúc với các trục tọa độ. Lập phương trình của (S) , biết hoành độ tâm I là số dương.

A. $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 9$.

B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$.

C. $(x-3)^2 - (y-3)^2 = 9$.

D. $(x+3)^2 + (y+3)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn B

Do tâm I nằm trên đường thẳng $y = -x \Rightarrow I(a; -a)$, điều kiện $a > 0$.

Đường tròn (S) có bán kính $R = 3$ và tiếp xúc với các trục tọa độ nên:

$$d(I; Ox) = d(I; Oy) = 3 \Leftrightarrow |a| = 3 \Leftrightarrow a = 3(n) \vee a = -3(l) \Rightarrow I(3; -3).$$

Vậy phương trình (S) : $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$.

Câu 26: Một đường tròn có tâm $I(3; 4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5}{3}$.

B. 5.

C. 3.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn tâm $I(3; 4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$ nên bán kính đường tròn chính là khoảng cách từ tâm $I(3; 4)$ tới đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$.

$$\text{Ta có: } R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3.$$

Câu 27: Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $I(1; 1)$ và đường thẳng $(d): 3x + 4y - 2 = 0$. Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có phương trình

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5.$

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25.$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1.$

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{5}.$

Lời giải

Chọn C

Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có bán kính $R = d(I, d) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$

Vậy đường tròn có phương trình là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1.$

Câu 28: Trên hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó có phương trình là $3x + 4y - 9 = 0$. Viết phương trình của đường tròn (C) .

A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2.$

B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2.$

C. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$

D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4.$

Lời giải

Chọn D

Vì đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó là đường thẳng Δ có phương

trình là $3x + 4y - 9 = 0$ nên bán kính của đường tròn là $R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot (-3) + 4 \cdot 2 - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$

Câu 29: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình

A. $x^2 + y^2 = 1.$

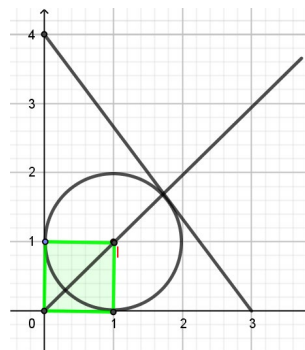
B. $x^2 + y^2 - 4x + 4 = 0.$

C. $x^2 + y^2 = 2.$

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1.$

Lời giải

Chọn D



Vì các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất nên tam giác OAB cũng nằm trong góc phần tư thứ nhất. Do vậy gọi tâm đường tròn nội tiếp là $I(a,b)$ thì $a > 0, b > 0$.

Theo đề ra ta có: $d(I; Ox) = d(I; Oy) = d(I; AB)$.

Phương trình theo đoạn chắn của AB là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ hay $4x + 3y - 12 = 0$.

$$\text{Do vậy ta có: } \begin{cases} |a| = |b| \\ |4a + 3b - 12| = 5|a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = |b| \\ 7a - 12 = 5a \\ 7a - 12 = -5a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b > 0 \\ a = 6 \text{ (l)} \\ a = 1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

Câu 30: Cho hai điểm $A(3;0)$, $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình là

A. $x^2 + y^2 = 1$.

B. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 = 0$.

D. $x^2 + y^2 = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $OA = 3$, $OB = 4$, $AB = 5$.

Gọi $I(x_I; y_I)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB .

Từ hệ thức $AB \cdot \overrightarrow{IO} + OB \cdot \overrightarrow{IA} + OA \cdot \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ ta được

$$\begin{cases} x_I = \frac{AB \cdot x_O + OB \cdot x_A + OA \cdot x_B}{AB + OB + OA} = \frac{4 \cdot 3}{5 + 4 + 3} = 1 \\ y_I = \frac{AB \cdot y_O + OB \cdot y_A + OA \cdot y_B}{AB + OB + OA} = \frac{3 \cdot 4}{5 + 4 + 3} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1;1)$$

Mặt khác tam giác OAB vuông tại O với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác thì

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2} OA \cdot OB}{\frac{OA + OB + AB}{2}} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4 + 5} = 1 \quad (S, p \text{ lần lượt là diện tích và nửa chu vi tam giác}).$$

Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

hay $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

DẠNG 4. TƯƠNG GIAO CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN

Dạng 4.1. Phương trình tiếp tuyến

Câu 31: Đường tròn $x^2 + y^2 - 1 = 0$ tiếp xúc với đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây?

A. $3x - 4y + 5 = 0$

B. $x + y = 0$

C. $3x + 4y - 1 = 0$

D. $x + y - 1 = 0$

Lời giải

Chọn A

$x^2 + y^2 - 1 = 0$ có tâm $O(0;0)$, $R = 1$.

Điều kiện để đường thẳng tiếp xúc với đường tròn là khoảng cách từ tâm tới đường thẳng bằng bán kính.

Xét đáp án A:

$$\Delta: 3x - 4y + 5 = 0 \Rightarrow d(O, \Delta) = \frac{|3 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1 = R \Rightarrow \Delta \text{ tiếp xúc với đường tròn.}$$

Câu 32: Đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Ox:

A. $x^2 + y^2 - 10x = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Đường tròn (C) tiếp xúc với trục Ox khi $d(I, Ox) = R$ với I và R lần lượt là tâm và bán kính của đường tròn (C).

□ Đường tròn: $x^2 + y^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow (x-5)^2 + y^2 = 25$ có tâm $I(5;0)$, bán kính $R = 5$, $d(I, Ox) = 0$. Suy ra: $d(I, Ox) \neq R$. Vậy (C) không tiếp xúc với trục Ox.

\Rightarrow không phải là phương trình đường tròn.

□ Xét phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 - 5 = 0$ có $I(0;0)$ và $R = \sqrt{5}$, $d(I, Ox) = 0$.

Suy ra: $d(I, Ox) \neq R$. Vậy (C) không tiếp xúc với trục Ox.

□ Xét phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$ có $I(5;1)$ và $R = 5$, $d(I, Ox) = 1$.

Suy ra: $d(I, Ox) \neq R$. Vậy (C) không tiếp xúc với trục Ox.

□ Xét phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$ có $I\left(-3; -\frac{5}{2}\right)$ và $R = \frac{5}{2}$, $d(I, Ox) = \frac{5}{2}$.

Suy ra: $d(I, Ox) = R$. Vậy (C) tiếp xúc với trục Ox

Câu 33: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 1 = 0$.

A. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$; $3x + 4y - 5\sqrt{2} + 11 = 0$.

B. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

C. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y + 5\sqrt{2} + 11 = 0$.

D. $3x + 4y - 5\sqrt{2} + 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

Lời giải

Chọn B

$$(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 2.$$

Do đó đường tròn có tâm $I = (1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Do d song song với đường thẳng Δ nên d có phương trình là $3x + 4y + k = 0$, ($k \neq 1$).

$$\text{Ta có } d(I; d) = R \Leftrightarrow \frac{|11+k|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |11+k| = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 11+k = 5\sqrt{2} \\ 11+k = -5\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 5\sqrt{2} - 11 \\ k = -5\sqrt{2} - 11 \end{cases}.$$

Vậy có hai phương trình tiếp tuyến cần tìm là $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

Câu 34: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $A(1; 5)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A .

- A.** $y - 5 = 0$. **B.** $y + 5 = 0$. **C.** $x + y - 5 = 0$. **D.** $x - y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 2) \Rightarrow \overline{IA} = (0; 3)$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm A , khi đó d đi qua A và nhận vectơ \overline{IA} là một VTPT.

Chọn một VTPT của d là $\overline{n}_d = (0; 1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $y - 5 = 0$.

Câu 35: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4 = 0$ và điểm $A(-1; 2)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây đi qua A và là tiếp tuyến của đường tròn (C) ?

- A.** $4x - 3y + 10 = 0$. **B.** $6x + y + 4 = 0$. **C.** $3x + 4y + 10 = 0$. **D.** $3x - 4y + 11 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ $O(0; 0)$ và có bán kính $R = 2$.

Họ đường thẳng Δ qua $A(-1; 2): a(x+1) + b(y-2) = 0$, với $a^2 + b^2 \neq 0$.

$$\text{Điều kiện tiếp xúc } d(O; \Delta) = R \text{ hay } \frac{|a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a-2b)^2 = 4(a^2+b^2)$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 + 4ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ 3a = -4b \end{cases}.$$

Với $a = 0$, chọn $b = 1$ ta có $\Delta_1: y - 2 = 0$.

Với $3a = -4b$, chọn $a = 4$ và $b = -3$ ta có $\Delta_2: 4(x+1) - 3(y-2) = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y + 10 = 0$.

Nhận xét: Thực ra bài này khi thay tọa độ điểm $A(-1; 2)$ vào các đường thẳng ở các phương án thì ta loại C. và D. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đến đường thẳng thì chỉ có phương án A. thỏa.

- Câu 36:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta: 4x-3y+2=0$ là
- A. $4x-3y+18=0$. B. $4x-3y+18=0$.
C. $4x-3y+18=0; 4x-3y-2=0$. D. $4x-3y-18=0; 4x-3y+2=0$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$ có tâm $I(1;4)$ và bán kính $R=2$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) .

Vì $d // \Delta$ nên đường thẳng $d: 4x-3y+m=0 (m \neq 2)$.

$$d \text{ là tiếp tuyến của } (C) \Leftrightarrow d(I; (d)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 - 3 \cdot 4 + m|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2$$

$$\Leftrightarrow |m-8| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m=18 \\ m=-2 \end{cases}$$

Vậy có 2 tiếp tuyến cần tìm: $4x-3y+18=0; 4x-3y-2=0$.

- Câu 37:** Số tiếp tuyến chung của 2 đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y+1=0$ và $(C'): x^2+y^2+6x-8y+20=0$ là
- A. 1. B. 2. **C. 4.** D. 3.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn $(C): x^2+y^2-2x+4y+1=0$ có tâm $I(1;-2)$ bán kính $R=2$.

Đường tròn $(C'): x^2+y^2+6x-8y+20=0$ có tâm $I'(-3;4)$ bán kính $R'=\sqrt{5}$.

$$II' = 2\sqrt{13}.$$

Vậy $II' > R+R'$ nên 2 đường tròn không có điểm chung suy ra 2 đường tròn có 4 tiếp tuyến chung.

- Câu 38:** Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$.
- A. $4x+3y+29=0$. **B. $4x+3y+29=0$ hoặc $4x+3y-21=0$.**
C. $4x-3y+5=0$ hoặc $4x-3y-45=0$ D. $4x+3y+5=0$ hoặc $4x+3y+3=0$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$ có tâm $I(2;-4)$, bán kính $R=5$.

Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d : 3x - 4y + 5 = 0$ có phương trình dạng:
 $4x + 3y + c = 0$

Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi: $d(I; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 2 + 3 \cdot (-4) + c|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 5$
 $\Leftrightarrow |c - 4| = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} c - 4 = 25 \\ c - 4 = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 29 \\ c = -21 \end{cases}$. Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm là: $4x + 3y + 29 = 0$
 và $4x + 3y - 21 = 0$.

Câu 39: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$. Từ điểm $A(1; 1)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đường tròn (C)

- A. 1. B. 2. C. vô số. **D. 0.**

Lời giải

Chọn D

(C) có tâm $I(1; -1)$ bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-1)^2 - (-3)} = \sqrt{5}$

Vì $IA = 2 < R$ nên A nằm bên trong (C) . Vì vậy không kẻ được tiếp tuyến nào tới đường tròn (C) .

Câu 40: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C) : (x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) , biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta : 4x - 3y + 2 = 0$ là

- A. $4x - 3y + 18 = 0$ và $-4x - 3y - 2 = 0$. **B. $4x - 3y + 18 = 0$ và $4x - 3y - 2 = 0$.**
 C. $-4x - 3y + 18 = 0$ và $4x - 3y - 2 = 0$. D. $-4x + 3y - 18 = 0$ và $-4x - 3y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B

Đường tròn $(C) : (x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$ có tâm $I(1; 4)$ và bán kính $R = 2$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) .

Vì $d // \Delta$ nên đường thẳng $d : 4x - 3y + m = 0$ ($m \neq 2$).

d là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I; (d)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 - 3 \cdot 4 + m|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2$

$$\Leftrightarrow |m - 8| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 18 \\ m = -2 \end{cases}$$

Vậy có 2 tiếp tuyến cần tìm : $4x - 3y + 18 = 0; 4x - 3y - 2 = 0$.

Câu 41: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $P(-3; -2)$ và đường tròn $(C) : (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 36$. Từ điểm P kẻ các tiếp tuyến PM và PN tới đường tròn (C) , với M, N là các tiếp điểm. Phương trình đường thẳng MN là

A. $x + y + 1 = 0$.

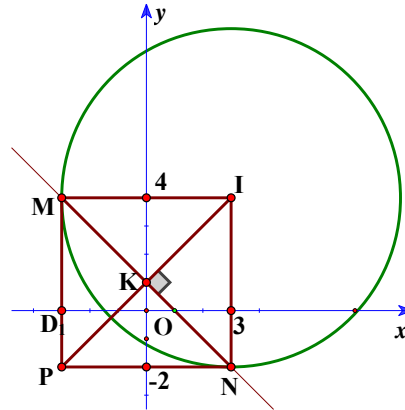
B. $x - y - 1 = 0$.

C. $x - y + 1 = 0$.

D. $x + y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là tâm của đường tròn, ta có tọa độ tâm $I(3;4)$.

Theo đề ra ta có tứ giác IMP_N là hình vuông, nên đường thẳng MN nhận $\overline{IP} = (-6; -6)$ làm VTPT, đồng thời đường thẳng MN đi qua trung điểm $K(0;1)$ của IP . Vậy phương trình đường thẳng MN : $1 \cdot (x - 0) + 1 \cdot (y - 1) = 0$ hay $x + y - 1 = 0$.

Câu 42: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(-3;1)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$. Gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến. Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2 .

A. 5.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$ suy ra có tâm I và $R = 2$

+ Phương trình đường thẳng d đi qua $M(-3;1)$ có phương trình: $A(x + 3) + B(y - 1) = 0$.

d là tiếp tuyến với đường tròn khi và chỉ khi $d(I; d) = R$.

\Rightarrow ta có phương trình: $\frac{|A + 3B + 3A - B|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = 2 \Leftrightarrow 3A^2 + 4AB = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} A = 0 \\ 3A = -4B \end{cases}$

+ Với $A = 0$, chọn $B = 1$, phương trình tiếp tuyến thứ nhất là $(d_1): y = 1$.

Thế $y = 1$ vào $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$, ta được tiếp điểm là $T_1(1;1)$.

+ Với $3A = -4B$, chọn $A = -4; B = 3$, phương trình tiếp tuyến thứ hai là $(d_2): -4x + 3y - 15 = 0$

Tiếp điểm $T_2\left(x; \frac{4x}{3} + 5\right) \in (C)$ nên $(x-1)^2 + \left(\frac{4x}{3} + 5 - 3\right)^2 = 4 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5} \Rightarrow T_2\left(-\frac{3}{5}; \frac{21}{5}\right)$.

+ Phương trình đường thẳng $T_1T_2: 2(x-1) + 1(y-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0$.

+ Khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2 là: $d(0; T_1T_2) = \frac{|-3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

Dạng 4.2 Bài toán tương giao

Câu 43: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ có phương trình lần lượt là $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-1; -2)$ và bán kính $R_1 = 3$.

B. Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2; 2)$ và bán kính $R_2 = 2$.

C. Hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ không có điểm chung.

D. Hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ tiếp xúc với nhau.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đường tròn (C_1) có tâm $I(-1; -2)$ và bán kính $R_1 = 3$. Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2; 2)$ và bán kính $R_2 = 2$.

Khi đó: $5 = R_1 + R_2 = I_1I_2 = \sqrt{(2+1)^2 + (2+2)^2} = 5 \Rightarrow (C_1)$ và (C_2) tiếp xúc nhau.

Câu 44: Tìm giao điểm 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 4 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$.

A. $(2; 2)$ và $(-2; -2)$. **B.** $(0; 2)$ và $(0; -2)$. **C.** $(2; 0)$ và $(-2; 0)$. **D.** $(2; 0)$ và $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Giao điểm 2 đường tròn là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ 4x + 4y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ x = 2 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2 - y)^2 + y^2 = 4 \\ x = 2 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y^2 - 4y = 0 \\ x = 2 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \\ y = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Vậy giao điểm 2 đường tròn là: $(2; 0)$ và $(0; 2)$.

Câu 45: Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho hai đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 4$ và $(C'): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B . Lập phương trình đường thẳng AB

A. $x + y - 2 = 0$.

B. $x - y + 2 = 0$

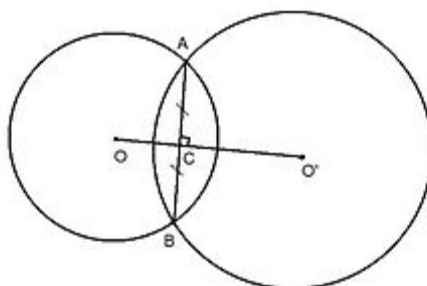
C. $x + y + 2 = 0$.

D. $x - y - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Xét hệ



$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 \\ x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ x^2 + (2-x)^2 - 2x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ 2x^2 - 6x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{7}}{2}, y = \frac{1 - \sqrt{7}}{2} \\ x = \frac{3 - \sqrt{7}}{2}, y = \frac{1 + \sqrt{7}}{2} \end{cases}$$

Suy ra $A\left(\frac{3 + \sqrt{7}}{2}, \frac{1 - \sqrt{7}}{2}\right), B\left(\frac{3 - \sqrt{7}}{2}, \frac{1 + \sqrt{7}}{2}\right)$.

(C) có tâm $O(1;0)$, (C') có tâm $O'(4;3) \Rightarrow \overline{OO'} = (3;3)$

Nên đường thẳng AB qua A và nhận $\vec{n}(1;1)$ là vécto pháp tuyến.

Phương trình: $1\left(x - \frac{3 + \sqrt{7}}{2}\right) + 1\left(y - \frac{1 - \sqrt{7}}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$. Chọn **A**.

Cách 2: Giả sử hai đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 4$ và $(C'): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B khi đó tọa độ của A và thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 & (1) \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2) ta được: $6x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$ là phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm A và B

Câu 46: Cho đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 19 = 0$ và đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$. Biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B , khi đó độ dài đoạn thẳng AB là

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 8.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Từ } \Delta: 3x - 4y - 19 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{19}{4} \quad (1).$$

Thế (1) vào (C) ta được

$$(x-1)^2 + \left(\frac{3}{4}x - \frac{23}{4}\right)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow \frac{25}{16}x^2 - \frac{85}{8}x + \frac{145}{16} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{29}{5} \end{cases}$$

$$\text{+) } x_A = 1 \Rightarrow y_A = -4 \Rightarrow A(1; -4).$$

$$\text{+) } x_B = \frac{29}{5} \Rightarrow y_B = -\frac{2}{5} \Rightarrow B\left(\frac{29}{5}; -\frac{2}{5}\right).$$

$$\text{Độ dài đoạn thẳng } AB = \sqrt{\left(\frac{29}{5} - 1\right)^2 + \left(-\frac{2}{5} + 4\right)^2} = 6.$$

Câu 47: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường tròn (C) có tâm $I(1; -1)$ bán kính $R = 5$. Biết rằng đường thẳng (d): $3x - 4y + 8 = 0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB = 8$.

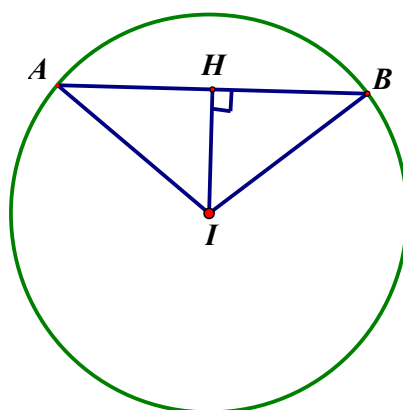
B. $AB = 4$.

C. $AB = 3$.

D. $AB = 6$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB . Ta có $IH \perp AB$ và

$$IH = d(I; AB) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) + 8|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3.$$

Xét tam giác vuông AHI ta có: $HA^2 = IA^2 - IH^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow HA = 4 \Rightarrow AB = 2HA = 8$

Câu 48: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$ và đường thẳng $d: 3x + 4y + 7 = 0$. Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng d với đường tròn (C) . Tính độ dài dây cung AB .

- A. $AB = \sqrt{3}$. B. $AB = 2\sqrt{5}$. C. $AB = 2\sqrt{3}$. D. $AB = 4$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn (C) có tâm $I(2; -2)$ bán kính $R = 2$.

$$d(I, d) = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot (-2) + 7|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1 < R = 2 \text{ nên } d \text{ cắt } (C) \text{ tại hai điểm phân biệt.}$$

Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng d với đường tròn (C) .

$$AB = 2\sqrt{R^2 - d^2(I, d)} = 2\sqrt{3}.$$

Câu 49: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $A(3; 1)$, đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC = 2\sqrt{2}$.

- A. $d: x + 2y - 5 = 0$. B. $d: x - 2y - 5 = 0$. C. $d: x + 2y + 5 = 0$. D. $d: x - 2y + 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 - 3} = \sqrt{2}$.

Theo giả thiết đường thẳng d đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC = 2\sqrt{2}$.

Vì $BC = 2\sqrt{2} = 2R$ nên BC là đường kính của đường tròn (C) suy ra đường thẳng d đi qua tâm $I(1; 2)$

Ta chọn: $\vec{u}_d = \vec{IA} = (2; -1) \Rightarrow \vec{n}_d = (1; 2)$.

Vậy đường thẳng d đi qua $A(3; 1)$ và có VTPT $\vec{n}_d = (1; 2)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng d là: $1(x-3) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0$.

Câu 50: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ có phương trình lần lượt là $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. Viết phương trình đường thẳng d' đi qua gốc tọa độ và tạo với đường thẳng nối tâm của hai đường tròn một góc bằng 45° .

- A. $d': x - 7y = 0$ hoặc $d': 7x + y = 0$. B. $d': x + 7y = 0$ hoặc $d': 7x + y = 0$.
C. $d': x + 7y = 0$ hoặc $d': 7x - y = 0$. D. $d': x - 7y = 0$ hoặc $d': 7x - y = 0$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ tâm I_1 của đường tròn (C_1) là: $I_1(-1; -2)$.

Tọa độ tâm I_2 của đường tròn (C_1) là: $I_2(2; 2)$.

Ta có: $\overline{I_1 I_2}(3; 4)$. Gọi d, d' lần lượt là đường thẳng nối tâm của hai đường tròn đã cho và đường thẳng cần lập. Chọn một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là: $\vec{n}_d(4; -3)$. Gọi $\vec{n}_{d'}(a; b)$, $a^2 + b^2 \neq 0$ là một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d' .

$$\text{Theo đề } \cos(d, d') = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left| \cos(\vec{n}_d, \vec{n}_{d'}) \right| = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|4a - 3b|}{\sqrt{3^2 + 4^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Leftrightarrow 7a^2 - 48ab - 7b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7b \neq 0 \\ a = -\frac{1}{7}b \neq 0 \end{cases}.$$

Với $a = -\frac{1}{7}b \neq 0$, chọn $b = -7 \Rightarrow a = 1$. Phương trình đường thẳng $d' : x - 7y = 0$.

Với $a = 7b \neq 0$, chọn $b = 1 \Rightarrow a = 7$. Phương trình đường thẳng $d' : 7x + y = 0$.

- Câu 51:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $I(1; 2)$ và đường thẳng $(d) : 2x + y - 5 = 0$. Biết rằng có hai điểm M_1, M_2 thuộc (d) sao cho $IM_1 = IM_2 = \sqrt{10}$. Tổng các hoành độ của M_1 và M_2 là
- A. $\frac{7}{5}$. B. $\frac{14}{5}$. C. 2. D. 5.

Lời giải**Chọn B**

$$\begin{cases} IM_1 = IM_2 = \sqrt{10} \\ I(1; 2) \end{cases} \Rightarrow M_1, M_2 \in (C) : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10.$$

Mặt khác, M_1, M_2 thuộc $(d) : 2x + y - 5 = 0$ nên ta có tọa độ M_1, M_2 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10 & (1) \\ 2x + y - 5 = 0 & (2) \end{cases}.$$

$$(2) \Leftrightarrow y = -2x + 5, \text{ thay vào (1) ta có } 5x^2 - 14x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{14}{5} \end{cases}.$$

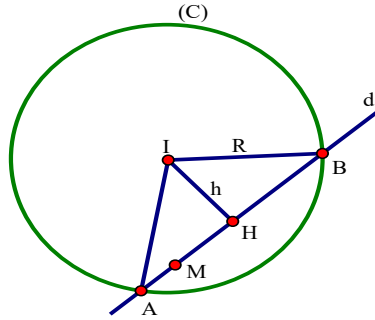
Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của M_1 và $M_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 + \frac{14}{5} = \frac{14}{5}$.

Câu 52: Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có phương trình: $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$. I là tâm (C), đường thẳng d đi qua M(1;-3) cắt (C) tại A, B. Biết tam giác IAB có diện tích là 8. Phương trình đường thẳng d là: $x + by + c = 0$. Tính $b + c$

A. 8. B. 2. C. 6. D. 1.

Lời giải

Chọn B



(C) có tâm $I(2;-1)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$.
 Đặt $h = d(I, AB)$. Ta có: $S_{IAB} = \frac{1}{2} h \cdot AB = 8 \Rightarrow h \cdot AB = 16$.

Mặt khác: $R^2 = h^2 + \frac{AB^2}{4} = 20$

Suy ra: $\begin{cases} h = 4 \\ AB = 4 \end{cases}; \begin{cases} h = 2 \\ AB = 8 \end{cases}$

Vì d đi qua M(1;-3) nên $1 - 3b + c = 0 \Rightarrow 3b - c = 1 \Rightarrow c = 3b - 1$

Với $h = 4 = \frac{|2 - b + c|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|2 - b + 3b - 1|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|1 + 2b|}{\sqrt{1 + b^2}} \Rightarrow b \in \Phi$

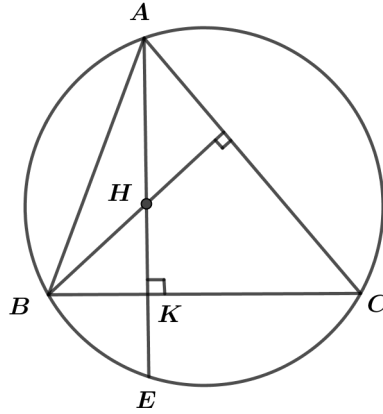
Với $h = 2 = \frac{|2 - b + c|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|2 - b + 3b - 1|}{\sqrt{1 + b^2}} = \frac{|1 + 2b|}{\sqrt{1 + b^2}} \Rightarrow b = \frac{3}{4} \Rightarrow c = \frac{5}{4} \Rightarrow b + c = 2$.

Câu 53: Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh A(5;5), trực tâm H(-1;13), đường tròn ngoài tiếp tam giác có phương trình $x^2 + y^2 = 50$. Biết tọa độ đỉnh C(a;b), với $a < 0$. Tổng $a + b$ bằng

A. -8. B. 8. C. 6. D. -6.

Lời giải

Chọn D



Gọi K là chân đường cao hạ từ A của tam giác ABC , gọi E là điểm đối xứng với H qua K suy ra E thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Ta có $\overrightarrow{AH} = (-6; 8)$, chọn $\overrightarrow{u_{AH}} = (3; -4)$.

Phương trình đường thẳng AH qua A ở dạng tham số $\begin{cases} x = 5 + 3t \\ y = 5 - 4t \end{cases}$

$K \in AH$ suy ra tọa độ điểm K có dạng $K(5 + 3t; 5 - 4t)$

H và E đối xứng nhau qua K suy ra tọa độ E theo t là $E(11 + 6t; -3 - 8t)$

$$\begin{aligned} E \in (C) &\Rightarrow (11 + 6t)^2 + (-3 - 8t)^2 = 50 \\ &\Leftrightarrow 5t^2 + 9t + 4 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -\frac{4}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

□ Với $t = -1$, $E(5; 5)$

□ Với $t = -\frac{4}{5}$, $E\left(\frac{31}{5}; \frac{17}{5}\right)$, $K\left(\frac{13}{5}; \frac{41}{5}\right)$

Phương trình đường thẳng BC có $\overrightarrow{u_{BC}} = \overrightarrow{n_{AH}} = (4; 3)$ và qua điểm K có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = \frac{13}{5} + 4t \\ y = \frac{41}{5} + 3t \end{cases} \Rightarrow C \in BC \Rightarrow C\left(\frac{13}{5} + 4t; \frac{41}{5} + 3t\right).$$

$$\begin{aligned}
C \in (C) &\Rightarrow \left(\frac{13}{5} + 4t\right)^2 + \left(\frac{41}{5} + 3t\right)^2 = 50 \\
&\Leftrightarrow 25t^2 + 70t + 24 = 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{2}{5} \Rightarrow C(1; 7) \Rightarrow (KTM) \\ t = \frac{-12}{5} \Rightarrow C(-7; 1) \end{cases}
\end{aligned}$$

Vậy $C(a; b) = C(-7; 1) \Rightarrow a + b = -6$.

Câu 54: Trong mặt phẳng Oxy , cho ΔABC nội tiếp đường tròn tâm $I(2; 2)$, điểm D là chân đường phân giác ngoài của góc \widehat{BAC} . Đường thẳng AD cắt đường tròn ngoại tiếp ΔABC tại điểm thứ hai là M . Biết điểm $J(-2; 2)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔACD và phương trình đường thẳng CM là: $x + y - 2 = 0$. Tìm tổng hoành độ của các đỉnh A, B, C của tam giác ABC .

A. $\frac{9}{5}$.

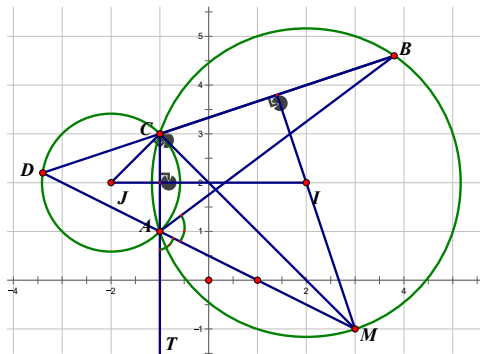
B. $\frac{12}{5}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{6}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$\widehat{BCM} = \widehat{BAM} \quad (1)$$

$$\widehat{BAM} = \widehat{MAT} = \widehat{DAC} \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra $\widehat{DAC} = \widehat{BCM}$, mà $\widehat{BCM} = \widehat{CDA} + \widehat{AMC}$, $\widehat{DAC} = \widehat{ACM} + \widehat{AMC}$ từ đó suy ra $\widehat{CDA} = \widehat{ACM}$, do đó MC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACD có tâm J nên $JC \perp MC$. Hay C là hình chiếu của J lên đường thẳng CM .

Đường thẳng qua J và vuông góc với CM có phương trình:

$$(x+2) - (y-2) = 0 \Leftrightarrow x - y + 4 = 0$$

Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow C(-1; 3).$$

AC là đường thẳng qua C và vuông góc với $\overline{IJ}(-4; 0)$ nên có phương trình: $x+1=0$.

Do đó tọa độ điểm A có dạng $A(-1; a)$. Ta có $IA^2 = IC^2 \Leftrightarrow 9+(a-2)^2 = 9+1 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=3 \end{cases}$.

Vì $A \neq C$ nên $A(-1; 1)$.

Tọa độ điểm M có dạng $M(m; 2-m)$. Ta có

$$IM^2 = IC^2 \Leftrightarrow (m-2)^2 + m^2 = 10 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}.$$

Vì $M \neq C$ nên $M(3; -1)$.

BC là đường thẳng qua C và vuông góc với $\overline{MI}(-1; 3)$ nên có phương trình:

$$-(x+1)+3(y-3)=0 \Leftrightarrow x-3y+10=0.$$

Tọa độ điểm B có dạng $B(3b-10; b)$. Ta có

$$IB^2 = IC^2 \Leftrightarrow (3b-12)^2 + (b-2)^2 = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ b=\frac{23}{5} \end{cases}.$$

Vì $B \neq C$ nên $B\left(\frac{19}{5}; \frac{23}{5}\right)$.

Vậy tổng hoành độ của các đỉnh A, B, C là $-1-1+\frac{19}{5} = \frac{9}{5}$.

Câu 55: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai đường thẳng $(\Delta): x+3y+8=0$; $(\Delta'): 3x-4y+10=0$ và điểm $A(-2;1)$. Đường tròn có tâm $I(a;b)$ thuộc đường thẳng (Δ) , đi qua A và tiếp xúc với đường thẳng (Δ') . Tính $a+b$.

A. -4 .

B. 4 .

C. 2 .

D. -2 .

Lời giải

Chọn D

Vì $I \in (\Delta)$ nên $a+3b+8=0 \Leftrightarrow a=-8-3b$.

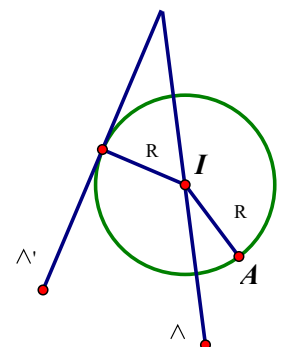
Vì đường tròn đi qua A và tiếp xúc với đường thẳng (Δ') nên:

$$d(I; \Delta') = IA \Leftrightarrow \frac{|3a-4b+10|}{5} = \sqrt{(-2-a)^2 + (1-b)^2} \quad (1).$$

Thay $a=-8-3b$ vào (1) ta có:

$$\frac{|3(-8-3b)-4b+10|}{5} = \sqrt{(-2+8+3b)^2 + (1-b)^2}$$

$$\Leftrightarrow |-14-13b| = 5\sqrt{10b^2 + 34b + 37}$$



$$\Leftrightarrow (-14-13b)^2 = 25(10b^2 + 34b + 37)$$

$$\Leftrightarrow 81b^2 + 486b + 729 = 0 \Leftrightarrow b = -3.$$

$$\text{Với } b = -3 \Leftrightarrow a = 1.$$

$$a + b = -2.$$

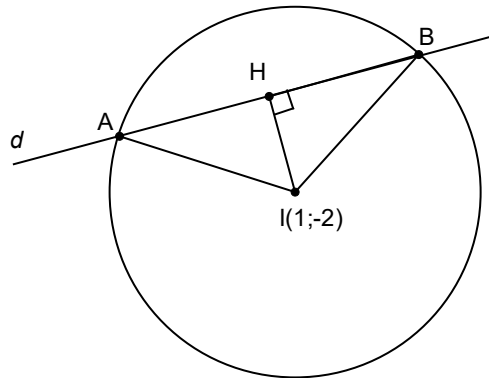
Câu 56: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - 4y - 1 = 0$ và điểm $I(1; -2)$. Gọi (C) là đường tròn có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A và B sao cho tam giác IAB có diện tích bằng 4. Phương trình đường tròn (C) là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 20$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$. **D.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$IH = d(I; d) = 2.$$

$$S_{\triangle IAB} = \frac{1}{2} IH \cdot AB \Rightarrow AB = \frac{2S_{\triangle IAB}}{IH} = \frac{2 \cdot 4}{2} = 4 \Rightarrow AH = 2.$$

$$\Rightarrow R = IA = \sqrt{AH^2 + IH^2} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow (C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 8.$$

DẠNG 5. CÂU HỎI MIN-MAX

Câu 57: Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $M(2; 1)$. Dây cung của (C) đi qua điểm M có độ dài ngắn nhất là

A. 6.

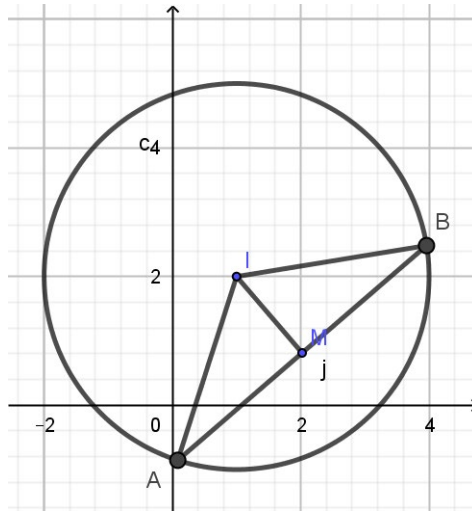
B. $\sqrt{7}$.

C. $3\sqrt{7}$.

D. $2\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0 \Leftrightarrow (C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ nên có tâm $I(1;2), R=3$

Vì $IM = \sqrt{2} < 3 = R$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M cắt đường tròn (C) tại các điểm A, B . Gọi J là trung điểm của AB . Ta có:

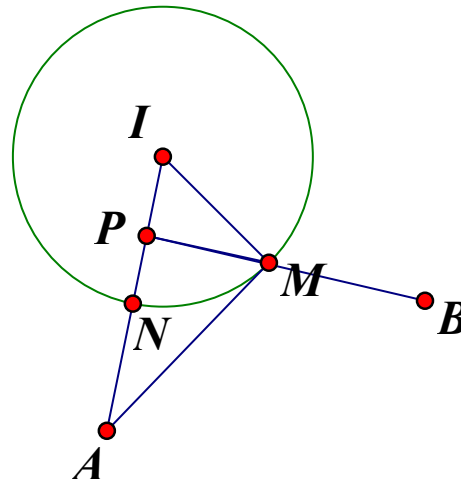
Ta có: $AB = 2AJ = 2\sqrt{R^2 - IJ^2} \geq 2\sqrt{R^2 - IM^2} = 2\sqrt{9-2} = 2\sqrt{7}$.

Câu 58: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(0;-3), B(4;1)$ và điểm M thay đổi thuộc đường tròn $(C): x^2 + (y-1)^2 = 4$. Gọi P_{\min} là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + 2MB$. Khi đó ta có P_{\min} thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(7,7;8,1)$.. B. $(7,3;7,7)$.. C. $(8,3;8,5)$.. **D. $(8,1;8,3)$.**

Lời giải:

Chọn D.



Đường tròn $(C): x^2 + (y-1)^2 = 4$ có tâm $I(0;1)$ bán kính $R=2$.

$IA = IB = 4 > R$ nên A, B nằm ngoài đường tròn.

Gọi N là giao điểm của IA và đường tròn (C)

Trên đoạn IN lấy điểm P sao cho $IP = \frac{1}{2}IN \Rightarrow \overline{IP} = \frac{1}{4}\overline{IA} \Rightarrow P$ trùng với góc tọa độ.

Ta có $\Delta IAM \sim \Delta IMP \Rightarrow \frac{MA}{MP} = \frac{IM}{IP} = \frac{IN}{IP} = 2 \Rightarrow MA = 2MP$.

Do đó $P = MA + 2MB = 2MP + 2MB \geq 2PB \Rightarrow P_{\min} = 2PB = 2\sqrt{17} \Rightarrow P_{\min} \in (8,1; 8,3)$.

Chọn. **D.**

Câu 59: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Tìm tọa độ điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên đường tròn (C) sao cho $T = x_0 + y_0$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $M(2;3)$.

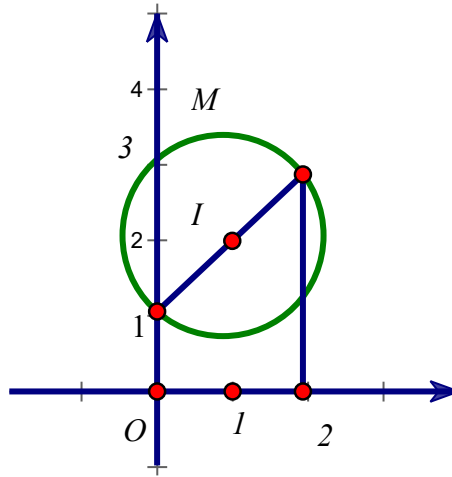
B. $M(0;1)$.

C. $M(2;1)$.

D. $M(0;3)$.

Lời giải

Chọn A



$(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$, (C) có tâm $I(1;2)$, $R = \sqrt{2}$.

Suy ra $(C): (x-1)^2 + (y-2)^2 - 2 = 0$.

Có $T = x_0 + y_0 = (x_0 - 1) + (y_0 - 2) + 3$.

Áp dụng bất đẳng thức **B.**

C. S cho 2 bộ số $(1;1), ((x_0 - 1); (y_0 - 2))$.

$|(x_0 - 1) + (y_0 - 2)| \leq \sqrt{2[(x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2]} = 2$, do $(x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 = 2$.

$\Rightarrow -2 \leq (x_0 - 1) + (y_0 - 2) \leq 2 \Rightarrow 1 \leq (x_0 - 1) + (y_0 - 2) + 3 \leq 5 \Rightarrow 1 \leq T \leq 5$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} (x_0 - 1) = (y_0 - 2) \\ (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 2)^2 = 2 \end{cases}$.

$\Rightarrow (x_0 - 1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_0 - 1 = 1 \\ x_0 - 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 2, y_0 = 3, T = 5 \\ x_0 = 0, y_0 = 1, T = 1 \end{cases}$.

Vậy $\max T = 5$ khi $x_0 = 2, y_0 = 3$.

Câu 60: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm M nằm trên đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 = 0$. Tính độ dài nhỏ nhất của OM ?

A. 3.

B. 1.

C. 5.

D. 2.

Lời giải 1

Chọn D

Đường tròn (C) có tâm $I(-4;3)$, bán kính $R = 3$.

Ta có $\overline{OI} = (-4;3)$ suy ra phương trình đường thẳng OI là $\begin{cases} x = -4t \\ y = 3t \end{cases}$.

$OI \cap (C) = \{M\}$ Tọa độ $(x; y)$ của M là nghiệm hệ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 = 0 \\ x = -4t \\ y = 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25t^2 - 50t + 16 = 0 \\ x = -4t \\ y = 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{8}{5} \\ x = -\frac{32}{5} \\ y = \frac{24}{5} \end{cases} \vee \begin{cases} t = \frac{2}{5} \\ x = -\frac{8}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases}$$

Suy ra $M_1\left(-\frac{32}{5}; \frac{24}{5}\right), M_2\left(-\frac{8}{5}; \frac{6}{5}\right)$

Ta có $OM_1 = \sqrt{\left(-\frac{32}{5}\right)^2 + \left(\frac{24}{5}\right)^2} = 8, OM_2 = \sqrt{\left(-\frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2} = 2 \Rightarrow OM_{\min} = OM_2 = 2$.

Cách 2

Đường tròn (C) có tâm $I(-4;3)$, bán kính $R = \sqrt{4^2 + 3^2} - 16 = 3$.

Phương trình đường thẳng OI đi qua $O(0;0)$ có vpt $\vec{n}(3;4)$ là:

$$3x + 4y = 0.$$

Tọa độ $M = OI \cap (C)$ là nghiệm của hệ:

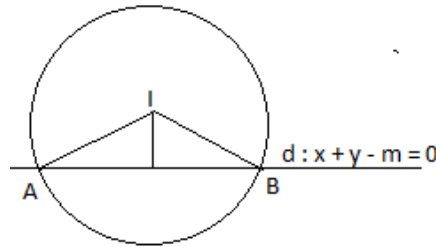
$$\begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ x^2 + y^2 + 8x - 6y + 16 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{32}{5} \\ y = \frac{24}{5} \end{cases} \vee \begin{cases} x = -\frac{8}{5} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases}$$

Ta có $OM_1 = \sqrt{\left(\frac{32}{5}\right)^2 + \left(\frac{24}{5}\right)^2} = 8; OM_2 = \sqrt{\left(\frac{8}{5}\right)^2 + \left(\frac{6}{5}\right)^2} = 2$. Vậy $OM_{\min} = 2$.

- Câu 61:** Gọi I là tâm của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Số các giá trị nguyên của m để đường thẳng $x + y - m = 0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất là
- A. 1. B. 3. **C. 2.** D. 0.

Lời giải

Chọn C



Gọi: $d: x + y - m = 0$; tâm của (C) là $I(1;1)$, để $d \cap (C)$ tại 2 phân biệt khi đó:

$$0 \leq d(I; d) < 2 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{|2-m|}{\sqrt{2}} < 2 \Leftrightarrow 2-2\sqrt{2} < m < 2+2\sqrt{2} (*)$$

$$\text{Xét } \triangle IAB \text{ có: } S_{\triangle IAB} = \frac{1}{2} \cdot IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \sin \widehat{AIB} \leq \frac{1}{2} \cdot R^2$$

$$\text{Dấu "}" xảy ra khi: } \sin \widehat{AIB} = 1 \Leftrightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow d(I; d) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|2-m|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 & (TM) \\ m=4 & (TM) \end{cases}$$

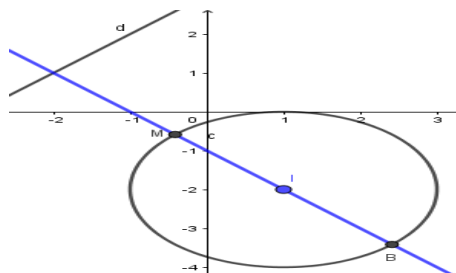
- Câu 62:** Điểm nằm trên đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có khoảng cách ngắn nhất đến đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$ có tọa độ $M(a; b)$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
- A. $\sqrt{2}a = -b$. B. $a = -b$. **C. $\sqrt{2}a = b$.** D. $a = b$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 2$.

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với d . Khi đó, điểm M cần tìm là một trong hai giao điểm của Δ và (C) .



Ta có phương trình $\Delta: x + y + 1 = 0$.

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} x+y+1=0 \\ x^2+y^2-2x+4y+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x-1 \\ (x-1)^2+(y+2)^2=4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=-x-1 \\ 2(x-1)^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x-1 \\ x=1\pm\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=1+\sqrt{2} \\ y=-2-\sqrt{2} \end{cases} \\ \begin{cases} x=1-\sqrt{2} \\ y=-2+\sqrt{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Với } B(1+\sqrt{2}; -2-\sqrt{2}) \Rightarrow d(B, d) = 2+3\sqrt{2}$$

$$\text{Với } C(1-\sqrt{2}; -2+\sqrt{2}) \Rightarrow d(C, d) = -2+3\sqrt{2} < d(B, d)$$

$$\text{Suy ra } M(1-\sqrt{2}; -2+\sqrt{2}) \Rightarrow a=1-\sqrt{2}; b=-2+\sqrt{2} = \sqrt{2}(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}a.$$

Câu 63: Cho tam giác ABC có trung điểm của BC là $M(3;2)$, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác lần lượt là $G(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}), I(1;-2)$. Tìm tọa độ đỉnh C , biết C có hoành độ lớn hơn 2.

A. $C(9;1)$.

B. $C(5;1)$.

C. $C(4;2)$.

D. $C(3;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GM}$ nên A là ảnh của điểm M qua phép vị tự tâm G , tỉ số -2 , suy ra $A(-4;-2)$.

Đường tròn ngoại tiếp ABC có tâm I , bán kính $R = IA = 5$ có phương trình $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$.

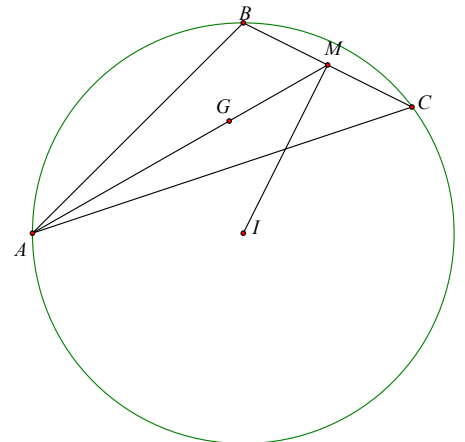
Ta có $\overrightarrow{IM} = (2;4)$.

Đường thẳng BC đi qua M và nhận vector \overrightarrow{IM} làm vector pháp tuyến, phương trình BC là:
 $1(x-3) + 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 7 = 0$.

Điểm C là giao điểm của đường thẳng BC và đường tròn $(I;R)$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-2)^2 = 25 \\ x + 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, y=3 \\ x=5, y=1 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện đề bài ta có tọa độ điểm $C(5;1)$.



Câu 64: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 25 = 0$ và điểm $M(2;1)$. Dây cung của (C) đi qua M có độ dài ngắn nhất là:

A. $2\sqrt{7}$.

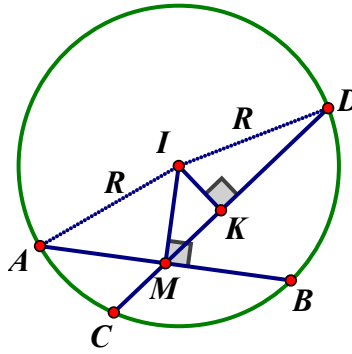
B. $16\sqrt{2}$.

C. $8\sqrt{2}$.

D. $4\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D



+) (C) có tâm $I(1;2)$, bán kính $R = \sqrt{30}$

+) AB là dây cung của (C) đi qua M

+) Ta có AB min $\Leftrightarrow AB \perp IM$.

Thật vậy, giả sử CD là dây cung qua M và không vuông góc với IM .

Gọi K là hình chiếu của I lên CD ta có:

$$AB = 2AM = 2\sqrt{IA^2 - IM^2} = 2\sqrt{R^2 - IM^2}$$

$$CD = 2KD = 2\sqrt{ID^2 - KD^2} = 2\sqrt{R^2 - IK^2}$$

Do tam giác IMK vuông tại K nên $IM > IK$.

Vậy $CD > AB$.

+) Ta có: $IM = \sqrt{(2-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{2}$

$$MA = \sqrt{R^2 - IM^2} = \sqrt{30 - 2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow AB = 2MA = 4\sqrt{7}.$$

Câu 65: Cho các số thực a, b, c, d thay đổi, luôn thỏa mãn $(a-1)^2 + (b-2)^2 = 1$ và $4c - 3d - 23 = 0$.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = (a-c)^2 + (b-d)^2$ là:

A. $P_{\min} = 28$.

B. $P_{\min} = 3$.

C. $P_{\min} = 4$.

D. $P_{\min} = 16$.

Lời giải

Chọn D

Xét tập hợp điểm $M(a;b)$ thỏa mãn $(a-1)^2 + (b-2)^2 = 1$ thì M thuộc đường tròn tâm $I(1;2); R = 1$

Xét điểm $N(c;d)$ thỏa mãn $4c - 3d - 23 = 0$ thì N thuộc đường thẳng có phương trình $4x - 3y - 23 = 0$.

Ta thấy $d(I;d) = \frac{|4-6-23|}{5} = 5 > R = 1$. Do đó đường thẳng không cắt đường tròn.

$$\begin{aligned}
S_{ABCD} &= \frac{1}{2} AB \cdot CD = 2AH \cdot CK = 2\sqrt{R^2 - [d(I, d_1)]^2} \cdot \sqrt{R^2 - [d(I, d_2)]^2} \\
&= 2\sqrt{4 - \frac{1}{m^2 + 1}} \sqrt{4 - \frac{m^2}{m^2 + 1}} = 2\sqrt{\frac{(4m^2 + 3)(3m^2 + 4)}{m^2 + 1}} \leq \frac{4m^2 + 3 + 3m^2 + 4}{m^2 + 1} = 7
\end{aligned}$$

Do đó $\max S_{ABCD} = 7$ khi $m = \pm 1$. Khi đó tổng các giá trị của m bằng 0.

C. $I(4;-2), R = \sqrt{21}$.

D. $I(-4;2), R = \sqrt{19}$.

Câu 9. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): 16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y - 11 = 0$ là:

A. $I(-8;4), R = \sqrt{91}$.

B. $I(8;-4), R = \sqrt{91}$.

C. $I(-8;4), R = \sqrt{69}$.

D. $I\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right), R = 1$.

Câu 10. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0$ là:

A. $I(-10;0), R = \sqrt{111}$.

B. $I(-10;0), R = \sqrt{89}$.

C. $I(-5;0), R = 6$.

D. $I(5;0), R = 6$.

Câu 11. Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 5y = 0$ là:

A. $I(0;5), R = 5$.

B. $I(0;-5), R = 5$.

C. $I\left(0;\frac{5}{2}\right), R = \frac{5}{2}$.

D. $I\left(0;-\frac{5}{2}\right), R = \frac{5}{2}$.

Câu 12. Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$ có dạng khai triển là:

A. $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 30 = 0$.

B. $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$.

C. $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$.

D. $(C): x^2 + y^2 + 2x - 4y + 30 = 0$.

Câu 13. Đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 12x - 14y + 4 = 0$ có dạng tổng quát là:

A. $(C): (x+6)^2 + (y-7)^2 = 9$.

B. $(C): (x+6)^2 + (y-7)^2 = 81$.

C. $(C): (x+6)^2 + (y-7)^2 = 89$.

D. $(C): (x+6)^2 + (y-7)^2 = \sqrt{89}$.

Câu 14. Tâm của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 10x + 1 = 0$ cách trục Oy một khoảng bằng:

A. -5.

B. 0.

C. 10.

D. 5.

Câu 15. Cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 5x + 7y - 3 = 0$. Tính khoảng cách từ tâm của (C) đến trục Ox .

A. 5.

B. 7.

C. 3,5.

D. 2,5.

Vấn đề 2. LẬP PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Ta thường gặp một số dạng lập phương trình đường tròn

1. Có tâm I và bán kính R .
2. Có tâm I và đi qua điểm M .
3. Có đường kính AB .
4. Có tâm I và tiếp xúc với đường thẳng d .
5. Đi qua ba điểm A, B, C .
6. Có tâm I thuộc đường thẳng d và
 - Đi qua hai điểm A, B .
 - Đi qua A , tiếp xúc Δ .
 - Có bán kính R , tiếp xúc Δ .
 - Tiếp xúc với Δ_1 và Δ_2 .
7. Đi qua điểm A và
 - Tiếp xúc với Δ tại M .
 - Tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 .
8. Đi qua hai điểm A, B có và tiếp xúc với đường thẳng d .

Câu 16. Đường tròn có tâm trùng với gốc tọa độ, bán kính $R=1$ có phương trình là:

- A. $x^2 + (y+1)^2 = 1$. B. $x^2 + y^2 = 1$.
- C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$. D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$.

Câu 17. Đường tròn có tâm $I(1;2)$, bán kính $R=3$ có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 4 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$.
- C. $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$.

Câu 18. Đường tròn (C) có tâm $I(1;-5)$ và đi qua $O(0;0)$ có phương trình là:

- A. $(x+1)^2 + (y-5)^2 = 26$. B. $(x+1)^2 + (y-5)^2 = \sqrt{26}$.
- C. $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 26$. D. $(x-1)^2 + (y+5)^2 = \sqrt{26}$.

Câu 19. Đường tròn (C) có tâm $I(-2;3)$ và đi qua $M(2;-3)$ có phương trình là:

- A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = \sqrt{52}$. B. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 52$.

C. $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 57 = 0$. D. $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 39 = 0$.

Câu 20. Đường tròn đường kính AB với $A(3;-1), B(1;-5)$ có phương trình là:

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 5$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 17$.

C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = \sqrt{5}$. D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 5$.

Câu 21. Đường tròn đường kính AB với $A(1;1), B(7;5)$ có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 12 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$.

Câu 22. Đường tròn (C) có tâm $I(2;3)$ và tiếp xúc với trục Ox có phương trình là:

A. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$. B. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$.

C. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 3$. D. $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 9$.

Câu 23. Đường tròn (C) có tâm $I(2;-3)$ và tiếp xúc với trục Oy có phương trình là:

A. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 4$. B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 9$.

C. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$. D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$.

Câu 24. Đường tròn (C) có tâm $I(-2;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 5 = 0$ có phương trình là:

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$. B. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{25}$.

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$. D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$.

Câu 25. Đường tròn (C) có tâm $I(-1;2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 2y + 7 = 0$ có phương trình là:

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{25}$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$.

Câu 26. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4), B(2;4), C(4;0)$.

A. $I(0;0)$. B. $I(1;0)$. C. $I(3;2)$. D. $I(1;1)$.

Câu 27. Tìm bán kính R của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4), B(3;4), C(3;0)$.

A. $R = 5$. B. $R = 3$. C. $R = \sqrt{10}$. D. $R = \frac{5}{2}$.

Câu 28. Đường tròn (C) đi qua ba điểm $A(-3;-1)$, $B(-1;3)$ và $C(-2;2)$ có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 2x - y - 20 = 0$.
 C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 25$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 20$.

Câu 29. Cho tam giác ABC có $A(-2;4)$, $B(5;5)$, $C(6;-2)$. Đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 - 2x - y + 20 = 0$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 20$.
 C. $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 20 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$.

Câu 30. Cho tam giác ABC có $A(1;-2)$, $B(-3;0)$, $C(2;-2)$. Tam giác ABC nội tiếp đường tròn có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 + 3x + 8y + 18 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 3x - 8y - 18 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 - 3x - 8y + 18 = 0$. D. $x^2 + y^2 + 3x + 8y - 18 = 0$.

Câu 31. Đường tròn (C) đi qua ba điểm $O(0;0)$, $A(8;0)$ và $B(0;6)$ có phương trình là:

A. $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$. B. $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 25$.
 C. $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 5$. D. $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 5$.

Câu 32. Đường tròn (C) đi qua ba điểm $O(0;0)$, $A(a;0)$, $B(0;b)$ có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 - 2ax - by = 0$. B. $x^2 + y^2 - ax - by + xy = 0$.
 C. $x^2 + y^2 - ax - by = 0$. D. $x^2 - y^2 - ay + by = 0$.

Câu 33. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(5;3)$ và có tâm I thuộc trục hoành có phương trình là:

A. $(x+4)^2 + y^2 = 10$. B. $(x-4)^2 + y^2 = 10$.
 C. $(x-4)^2 + y^2 = \sqrt{10}$. D. $(x+4)^2 + y^2 = \sqrt{10}$.

Câu 34. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(3;5)$ và có tâm I thuộc trục tung có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 - 8y + 6 = 0$. B. $x^2 + (y-4)^2 = 6$.
 C. $x^2 + (y+4)^2 = 6$. D. $x^2 + y^2 + 4y + 6 = 0$.

Câu 35. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(-1;2), B(-2;3)$ và có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: 3x - y + 10 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là:

- A. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$. B. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$.
C. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$. D. $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 5$.

Câu 36. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 3y + 8 = 0$, đi qua điểm $A(-2;1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 10 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là:

- A. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$. B. $(x+5)^2 + (y+1)^2 = 16$.
C. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 9$. D. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Câu 37. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 3y - 5 = 0$, bán kính $R = 2\sqrt{2}$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - y - 1 = 0$. Phương trình của đường tròn (C) là:

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$ hoặc $(x-5)^2 + y^2 = 8$.
B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$ hoặc $(x+5)^2 + y^2 = 8$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$ hoặc $(x-5)^2 + y^2 = 8$.
D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$ hoặc $(x+5)^2 + y^2 = 8$.

Câu 38. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 2y - 2 = 0$, bán kính $R = 5$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 11 = 0$. Biết tâm I có hoành độ dương. Phương trình của đường tròn (C) là:

- A. $(x+8)^2 + (y-3)^2 = 25$.
C. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$ hoặc $(x+8)^2 + (y-3)^2 = 25$.
C. $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 25$ hoặc $(x-8)^2 + (y+3)^2 = 25$.
D. $(x-8)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Câu 39. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $d: x + 5y - 12 = 0$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ có phương trình là:

- A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$.
B. $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$.
C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ hoặc $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 9$.
D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ hoặc $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$.

Câu 40. Đường tròn (C) có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: x=5$ và tiếp xúc với hai đường thẳng $d_1: 3x-y+3=0$, $d_2: x-3y+9=0$ có phương trình là:

A. $(x-5)^2+(y+2)^2=40$ hoặc $(x-5)^2+(y-8)^2=10$.

B. $(x-5)^2+(y+2)^2=40$.

C. $(x-5)^2+(y-8)^2=10$.

D. $(x-5)^2+(y-2)^2=40$ hoặc $(x-5)^2+(y+8)^2=10$.

Câu 41. Đường tròn (C) đi qua điểm $A(1;-2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x-y+1=0$ tại $M(1;2)$. Phương trình của đường tròn (C) là:

A. $(x-6)^2+y^2=29$.

B. $(x-5)^2+y^2=20$.

C. $(x-4)^2+y^2=13$.

D. $(x-3)^2+y^2=8$.

Câu 42. Đường tròn (C) đi qua điểm $M(2;1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox , Oy có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ hoặc $(x-5)^2+(y-5)^2=25$.

B. $(x+1)^2+(y+1)^2=1$ hoặc $(x+5)^2+(y+5)^2=25$.

C. $(x-5)^2+(y-5)^2=25$.

D. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Câu 43. Đường tròn (C) đi qua điểm $M(2;-1)$ và tiếp xúc với hai trục tọa độ Ox , Oy có phương trình là:

A. $(x+1)^2+(y-1)^2=1$ hoặc $(x+5)^2+(y-5)^2=25$.

B. $(x-1)^2+(y+1)^2=1$.

C. $(x-5)^2+(y+5)^2=25$.

D. $(x-1)^2+(y+1)^2=1$ hoặc $(x-5)^2+(y+5)^2=25$.

Câu 44. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;2)$, $B(3;4)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x+y-3=0$. Viết phương trình đường tròn (C) , biết tâm của (C) có tọa độ là những số nguyên.

A. $x^2+y^2-3x-7y+12=0$.

B. $x^2+y^2-6x-4y+5=0$.

C. $x^2+y^2-8x-2y-10=0$.

D. $x^2+y^2-8x-2y+7=0$.

Câu 45. Đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(-1;1)$, $B(3;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 8 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C) , biết tâm của (C) có hoành độ nhỏ hơn 5.

- A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$. B. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 5$.
 C. $(x+5)^2 + (y+2)^2 = 5$. D. $(x-5)^2 + (y-2)^2 = 25$.

Vấn đề 3. TÌM THAM SỐ m ĐỂ LÀ PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 46. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (1). Điều kiện để (1) là phương trình đường tròn là:

- A. $a^2 - b^2 > c$. B. $a^2 + b^2 > c$. C. $a^2 + b^2 < c$. D. $a^2 - b^2 < c$.

Câu 47. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

- A. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$.
 C. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

Câu 48. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

- A. $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0$.
 C. $2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 6 = 0$. D. $5x^2 + 4y^2 + x - 4y + 1 = 0$.

Câu 49. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình của một đường tròn?

- A. $x^2 + y^2 - x - y + 9 = 0$. B. $x^2 + y^2 - x = 0$.
 C. $x^2 + y^2 - 2xy - 1 = 0$. D. $x^2 - y^2 - 2x + 3y - 1 = 0$.

Câu 50. Trong các phương trình sau, phương trình nào **không** phải là phương trình của đường tròn?

- A. $x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 100y + 1 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 - 2 = 0$. D. $x^2 + y^2 - y = 0$.

Câu 51. Cho phương trình $x^2 + y^2 + 2mx + 2(m-1)y + 2m^2 = 0$ (1). Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.

- A. $m < \frac{1}{2}$. B. $m \leq \frac{1}{2}$. C. $m > 1$. D. $m = 1$.

Câu 52. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0$ (1). Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn.

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $m \in (-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

D. $m \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.

Câu 53. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2my + 10 = 0$ (1). Có bao nhiêu giá trị m nguyên dương không vượt quá 10 để (1) là phương trình của đường tròn?

A. Không có.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 54. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0$ (1). Tìm điều kiện của m để (1) là phương trình đường tròn có bán kính bằng 7.

A. $m = 4$.

B. $m = 8$.

C. $m = -8$.

D. $m = -4$.

Câu 55. Cho phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+1)x + 4y - 1 = 0$ (1). Với giá trị nào của m để (1) là phương trình đường tròn có bán kính nhỏ nhất?

A. $m = 2$.

B. $m = -1$.

C. $m = 1$.

D. $m = -2$.

Vấn đề 4. PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

Câu 56. Phương trình tiếp tuyến d của đường tròn $(C): (x+2)^2 + (y+2)^2 = 25$ tại điểm $M(2;1)$ là:

A. $d: -y + 1 = 0$.

B. $d: 4x + 3y + 14 = 0$.

C. $d: 3x - 4y - 2 = 0$.

D. $d: 4x + 3y - 11 = 0$.

Câu 57. Cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$. Viết phương trình tiếp tuyến d của (C) tại điểm $A(3; -4)$.

A. $d: x + y + 1 = 0$.

B. $d: x - 2y - 11 = 0$.

C. $d: x - y - 7 = 0$.

D. $d: x - y + 7 = 0$.

Câu 58. Phương trình tiếp tuyến d của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 3x - y = 0$ tại điểm $N(1; -1)$ là:

A. $d: x + 3y - 2 = 0$.

B. $d: x - 3y + 4 = 0$.

C. $d: x - 3y - 4 = 0$.

D. $d: x + 3y + 2 = 0$.

Câu 59. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+1)^2 = 5$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 2x + y + 7 = 0$.

A. $2x + y + 1 = 0$ hoặc $2x + y - 1 = 0$.

B. $2x + y = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$.

C. $2x + y + 10 = 0$ hoặc $2x + y - 10 = 0$.

D. $2x + y = 0$ hoặc $2x + y + 10 = 0$.

Câu 60. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 4y - 17 = 0$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x - 4y - 2018 = 0$.

A. $3x-4y+23=0$ hoặc $3x-4y-27=0$.

B. $3x-4y+23=0$ hoặc $3x-4y+27=0$.

C. $3x-4y-23=0$ hoặc $3x-4y+27=0$.

D. $3x-4y-23=0$ hoặc $3x-4y-27=0$.

Câu 61. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$, biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 4x+3y+14=0$.

A. $4x+3y+14=0$ hoặc $4x+3y-36=0$.

B. $4x+3y+14=0$.

C. $4x+3y-36=0$.

D. $4x+3y-14=0$ hoặc $4x+3y-36=0$.

Câu 62. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$.

A. $4x-3y+5=0$ hoặc $4x-3y-45=0$.

B. $4x+3y+5=0$ hoặc $4x+3y+3=0$.

C. $4x+3y+29=0$.

D. $4x+3y+29=0$ hoặc $4x+3y-21=0$.

Câu 63. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 2y - 8 = 0$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 2x - 3y + 2018 = 0$.

A. $3x+2y-17=0$ hoặc $3x+2y-9=0$.

B. $3x+2y+17=0$ hoặc $3x+2y+9=0$.

C. $3x+2y+17=0$ hoặc $3x+2y-9=0$.

D. $3x+2y-17=0$ hoặc $3x+2y+9=0$.

Câu 64. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, biết tiếp tuyến vuông góc với trục hoành.

A. $x=0$.

B. $y=0$ hoặc $y-4=0$.

C. $x=0$ hoặc $x-4=0$

D. $y=0$.

Câu 65. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 8$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(5;-2)$.

A. $\Delta: x-5=0$.

B. $\Delta: x+y-3=0$ hoặc $\Delta: x-y-7=0$.

C. $\Delta: x-5=0$ hoặc $\Delta: x+y-3=0$.

D. $\Delta: y+2=0$ hoặc $\Delta: x-y-7=0$.

Câu 66. Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $B(4;6)$.

A. $\Delta: x-4=0$ hoặc $\Delta: 3x+4y-36=0$.

B. $\Delta: x-4=0$ hoặc $\Delta: y-6=0$.

C. $\Delta: y-6=0$ hoặc $\Delta: 3x+4y-36=0$.

D. $\Delta: x-4=0$ hoặc $\Delta: 3x-4y+12=0$.

Câu 67. Cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-1)^2 = 25$ và điểm $M(9; -4)$. Gọi Δ là tiếp tuyến của (C) , biết Δ đi qua M và không song song với các trục tọa độ. Khi đó khoảng cách từ điểm $P(6; 5)$ đến Δ bằng:

A. $\sqrt{3}$.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Câu 68. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 11 = 0$?

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 69. Cho đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y+3)^2 = 1$. Qua điểm $M(4; -3)$ có thể kẻ được bao nhiêu đường thẳng tiếp xúc với đường tròn (C) ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

Câu 70. Có bao nhiêu đường thẳng đi qua điểm $N(-2; 0)$ tiếp xúc với đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. Vô số.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

Câu 1. $(C): (x-1)^2 + (y+3)^2 = 16 \rightarrow I(1; -3), R = \sqrt{16} = 4$. **Chọn B.**

Câu 2. $(C): x^2 + (y+4)^2 = 5 \rightarrow I(0; -4), R = \sqrt{5}$. **Chọn A.**

Câu 3. $(C): (x+1)^2 + y^2 = 8 \rightarrow I(-1; 0), R = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$. **Chọn C.**

Câu 4. $(C): x^2 + y^2 = 9 \rightarrow I(0; 0), R = \sqrt{9} = 3$. **Chọn D.**

Câu 5. Ta có $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0 \rightarrow a = \frac{-6}{-2} = 3, b = \frac{2}{-2} = -1, c = 6$
 $\rightarrow I(3; -1), R = \sqrt{3^2 + (-1)^2 - 6} = 2$. **Chọn C.**

Câu 6. $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \rightarrow a = 2, b = -3, c = -12 \rightarrow I(2; -3)$,
 $R = \sqrt{4 + 9 + 12} = 5$. **Chọn A.**

Câu 7. $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0 \rightarrow a = 2, b = -1, c = -3$
 $\rightarrow I(2; -1), R = \sqrt{4 + 1 + 3} = 2\sqrt{2}$. **Chọn A.**

Câu 8. Ta có: $(C): 2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y - \frac{1}{2} = 0$

$$\rightarrow \begin{cases} a = 2, b = -1 \\ c = -\frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow I(2; -1), R = \sqrt{4 + 1 + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{22}}{2}. \text{ Chọn B.}$$

Câu 9. $(C): 16x^2 + 16y^2 + 16x - 8y - 11 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + x - \frac{1}{2}y - \frac{11}{16} = 0$

$$\rightarrow \begin{cases} I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right) \\ R = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{11}{16}} = 1. \end{cases} \text{ Chọn D.}$$

Câu 10. $(C): x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0 \rightarrow I(-5; 0), R = \sqrt{25 + 0 + 11} = 6. \text{ Chọn C.}$

Câu 11. $(C): x^2 + y^2 - 5y = 0 \rightarrow I\left(0; \frac{5}{2}\right), R = \sqrt{0 + \frac{25}{4} - 0} = \frac{5}{2}. \text{ Chọn C.}$

Câu 12. $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0. \text{ Chọn C.}$

Câu 13. $(C): x^2 + y^2 + 12x - 14y + 4 = 0 \rightarrow \begin{cases} I(-6; 7) \\ R = \sqrt{36 + 49 - 4} = 9 \end{cases}$

$$\rightarrow (C): (x+6)^2 + (y-7)^2 = 81. \text{ Chọn B.}$$

Câu 14. $(C): x^2 + y^2 - 10x + 1 = 0 \rightarrow I(5; 0) \rightarrow d[I; Oy] = 5. \text{ Chọn D.}$

Câu 15. $(C): x^2 + y^2 + 5x + 7y - 3 = 0 \rightarrow I\left(-\frac{5}{2}; -\frac{7}{2}\right) \rightarrow d[I; Ox] = \left|-\frac{7}{2}\right| = \frac{7}{2}. \text{ Chọn C.}$

Câu 16. $(C): \begin{cases} I(0; 0) \\ R = 1 \end{cases} \rightarrow (C): x^2 + y^2 = 1. \text{ Chọn B.}$

Câu 17. $(C): \begin{cases} I(1; 2) \\ R = 3 \end{cases} \rightarrow (C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0. \text{ Chọn A.}$

Câu 18. $(C): \begin{cases} I(1; -5) \\ R = OI = \sqrt{26} \end{cases} \rightarrow (C): (x-1)^2 + (y+5)^2 = 26. \text{ Chọn C.}$

Câu 19. $(C): \begin{cases} I(-2; 3) \\ R = IM = \sqrt{(2+2)^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{52} \end{cases} \rightarrow (C): (x+2)^2 + (y-3)^2 = 52.$

$$(C): x^2 + y^2 + 4x - 6y - 39 = 0. \text{ Chọn D.}$$

Câu 20. $(C): \begin{cases} I(2; -3) \\ R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{(1-3)^2 + (-5+1)^2} = \sqrt{5} \end{cases} \rightarrow (C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 5.$

Chọn D.

Câu 21. $(C): \begin{cases} I(4;3) \\ R = IA = \sqrt{(4-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{13} \end{cases} \rightarrow (C): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 13$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0$. **Chọn A.**

Câu 22. $(C): \begin{cases} I(2;3) \\ R = d[I;Ox] = 3 \end{cases} \rightarrow (C): (x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$. **Chọn A.**

Câu 23. $(C): \begin{cases} I(2;-3) \\ R = d[I;Oy] = 2 \end{cases} \rightarrow (C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$. **Chọn C.**

Câu 24. $(C): \begin{cases} I(-2;1) \\ R = d[I;\Delta] = \frac{|-6-4+5|}{\sqrt{9+16}} = 1 \end{cases} \rightarrow (C): (x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$. **Chọn A.**

Câu 25. $(C): \begin{cases} I(-1;2) \\ R = d[I;\Delta] = \frac{|-1-4+7|}{\sqrt{1+4}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \end{cases} \rightarrow (C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = \frac{4}{5}$. **Chọn B.**

Câu 26. $A, B, C \in (C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 16 + 8b + c = 0 \\ 20 + 4a + 8b + c = 0 \\ 16 + 8a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \\ c = -8 \end{cases} \rightarrow I(1;1)$. **Chọn D.**

Câu 27. $\begin{cases} \overrightarrow{BA} = (-3;0) \\ \overrightarrow{BC} = (0;-4) \end{cases} \rightarrow BA \perp BC \rightarrow R = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{(3-0)^2 + (0-4)^2}}{2} = \frac{5}{2}$. **Chọn D.**

Câu 28. $A, B, C \in (C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 10 - 6a - 2b + c = 0 \\ 10 - 2a + 6b + c = 0 \\ 8 - 4a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = -20 \end{cases}$.

Vậy $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 20 = 0$. **Chọn A.**

Câu 29. $A, B, C \in (C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 20 - 4a + 8b + c = 0 \\ 50 + 10a + 10b + c = 0 \\ 40 + 12a - 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -1 \\ c = -20 \end{cases}$.

Vậy $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$. **Chọn D.**

Câu 30. $A, B, C \in (C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 + 2a - 4b + c = 0 \\ 9 - 6a + c = 0 \\ 8 + 4a - 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = -4, c = -18 \end{cases}$. Vậy $(C): x^2 + y^2 - 3x - 8y - 18 = 0$.

Chọn B.

Câu 31. $O(0;0), A(8;0), B(0;6) \rightarrow OA \perp OB \rightarrow \begin{cases} I(4;3) \\ R = \frac{AB}{2} = 5 \end{cases} \rightarrow (C): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 25.$

Chọn A.

Câu 32. Ta có $O(0;0), A(a;0), B(0;b) \rightarrow OA \perp OB$

$$\rightarrow \begin{cases} I\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}\right) \\ R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2} \end{cases} \rightarrow (C): \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{b}{2}\right)^2 = \frac{a^2+b^2}{4}$$

$\rightarrow (C): x^2 + y^2 - ax - by = 0.$ **Chọn C.**

Câu 33. $I(a;0) \rightarrow IA = IB = R \Leftrightarrow R^2 = (a-1)^2 + 1^2 = (a-5)^2 + 3^2 \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ I(4;0) \\ R^2 = 10 \end{cases}.$

Vậy đường tròn cần tìm là: $(x-4)^2 + y^2 = 10.$ **Chọn B.**

Câu 34. $I(0;a) \rightarrow IA = IB = R \Leftrightarrow R^2 = 1^2 + (a-1)^2 = 3^2 + (a-5)^2 \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ I(0;4) \\ R^2 = 10 \end{cases}.$

Vậy đường tròn cần tìm là: $x^2 + (y-4)^2 = 10.$ **Chọn B.**

Câu 35. Ta có: $I \in \Delta \rightarrow I(a;3a+10) \rightarrow IA = IB = R$

$$\Leftrightarrow R^2 = (a+1)^2 + (3a+8)^2 = (a+2)^2 + (3a+7)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ I(-3;1) \\ R^2 = 5 \end{cases}.$$

Vậy đường tròn cần tìm là: $(x+3)^2 + (y-1)^2 = 5.$ **Chọn D.**

Câu 36. Dễ thấy $A \in \Delta$ nên tâm I của đường tròn nằm trên đường thẳng qua A vuông góc với Δ là

$$\Delta': 4x+3y+5=0 \rightarrow I = \Delta' \cap d: \begin{cases} 4x+3y+5=0 \\ x+3y+8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I(1;-3) \\ R = IA = 5 \end{cases}.$$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 25.$ **Chọn D.**

Câu 37. $I \in d \rightarrow I(5-3a;a) \rightarrow d[I;\Delta] = R = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|4-4a|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} I(5;0) \\ I(-1;2) \end{cases}.$

Vậy các phương trình đường tròn là: $(x-5)^2 + y^2 = 8$ hoặc $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8.$

Chọn A.

Câu 38. $I \in d \rightarrow I(2-2a; a), a < 1 \rightarrow d[I; \Delta] = R = 5.$

$$\Leftrightarrow \frac{|10a+5|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -3 \end{cases} \rightarrow I(8; -3)$$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-8)^2 + (y+3)^2 = 25.$ **Chọn D.**

Câu 39. $I \in d \rightarrow I(12-5a; a) \rightarrow R = d[I; Ox] = d[I; Oy] = |12-5a| = |a|$

$$\rightarrow \begin{cases} a = 3 \rightarrow I(-3; 3), R = 3 \\ a = 2 \rightarrow I(2; 2), R = 2 \end{cases}.$$

Vậy phương trình các đường tròn là :

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \text{ hoặc } (x+3)^2 + (y-3)^2 = 9. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 40. Ta có: $I \in \Delta \rightarrow I(5; a) \rightarrow R = d[I; d_1] = d[I; d_2] = \frac{|18-a|}{\sqrt{10}} = \frac{|14-3a|}{\sqrt{10}}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \rightarrow I(5; 8), R = \sqrt{10} \\ a = -2 \rightarrow I(5; -2), R = 2\sqrt{10} \end{cases}.$$

Vậy phương trình các đường tròn:

$$(x-5)^2 + (y-8)^2 = 10 \text{ hoặc } (x-5)^2 + (y+2)^2 = 40. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 41. Tâm I của đường tròn nằm trên đường thẳng qua M vuông góc với Δ là

$$\Delta': x + y - 3 = 0 \rightarrow I(a; 3-a).$$

Ta có: $R^2 = IA^2 = IM^2 = (a-1)^2 + (a-5)^2 = (a-1)^2 + (a-1)^2$

$$\Leftrightarrow a = 3 \rightarrow \begin{cases} I(3; 0) \\ R^2 = 8 \end{cases} \rightarrow (C): (x-3)^2 + y^2 = 8. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 42. Vì $M(2; 1)$ thuộc góc phần tư (I) nên $A(a; a), a > 0.$

Khi đó: $R = a^2 = IM^2 = (a-2)^2 + (a-1)^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \rightarrow I(1; 1), R = 1 \rightarrow (C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 1 \\ a = 5 \rightarrow I(5; 5), R = 5 \rightarrow (C): (x-5)^2 + (y-5)^2 = 25 \end{cases}. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 43. Vì $M(2; -1)$ thuộc góc phần tư (IV) nên $A(a; -a), a > 0.$

Khi đó: $R = a^2 = IM^2 = (a-2)^2 + (a-1)^2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \rightarrow I(1; -1), R = 1 \rightarrow (C): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 1 \\ a = 5 \rightarrow I(5; -5), R = 5 \rightarrow (C): (x-5)^2 + (y+5)^2 = 25 \end{cases}. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 44. $AB: x - y + 1 = 0,$ đoạn AB có trung điểm $M(2; 3) \rightarrow$ trung trực của đoạn AB là

$$d: x + y - 5 = 0 \rightarrow I(a; 5-a), a \in \mathbb{Z}.$$

Ta có: $R = IA = d[I; \Delta] = \frac{\sqrt{(a-1)^2 + (a-3)^2}}{\sqrt{10}} = \frac{|2a+2|}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow a = 4 \rightarrow I(4;1), R = \sqrt{10}$.

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 2y + 7 = 0$.

Chọn D.

Câu 45. $AB: x-2y+5=0$, đoạn AB có trung điểm $M(1;2) \rightarrow$ trung trực của đoạn AB là $d: 2x+y-4=0 \rightarrow I(a;4-2a), a < 5$. Ta có

$$R = IA = d[I; \Delta] = \frac{\sqrt{(a+1)^2 + (2a-3)^2}}{5} = \frac{|11a-8|}{5} \Leftrightarrow a = 3 \rightarrow I(3;-2), R = 5.$$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$. **Chọn A.**

Câu 46. Chọn B.

Câu 47. Xét phương trình dạng: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$, lần lượt tính các hệ số a, b, c và kiểm tra điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$.

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \rightarrow a = 2, b = -3, c = -12 \rightarrow a^2 + b^2 - c > 0. \text{ **Chọn D.}**$$

Các phương trình $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0, x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$ không có dạng đã nêu loại các đáp án A và C.

Đáp án $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$ không thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 - c > 0$.

Câu 48. Loại các đáp án D vì không có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Xét đáp án A :

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 9 = 0 \rightarrow a = -1, b = 2, c = -9 \rightarrow a^2 + b^2 - c < 0 \rightarrow \text{loại A.}$$

Xét đáp án B :

$$x^2 + y^2 - 6x + 4y + 13 = 0 \rightarrow a = 3, b = -2, c = 13 \rightarrow a^2 + b^2 - c < 0 \rightarrow \text{loại B.}$$

Xét đáp án D :

$$2x^2 + 2y^2 - 8x - 4y - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases} \rightarrow a^2 + b^2 - c > 0.$$

Chọn D.

Câu 49. Loại các đáp án C và D vì không có dạng $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$.

Xét đáp án A : $x^2 + y^2 - x - y + 9 = 0 \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}, c = 9 \rightarrow a^2 + b^2 - c < 0 \rightarrow \text{loại A.}$

Xét đáp án B : $x^2 + y^2 - x = 0 \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = c = 0 \rightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \rightarrow \text{Chọn B.}$

Câu 50. Xét A :

$$x^2 + y^2 - x + y + 4 = 0 \rightarrow a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}, c = 4 \rightarrow a^2 + b^2 - c < 0 \rightarrow \text{Chọn A.}$$

Các đáp án còn lại các hệ số a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 - c > 0$.

Câu 51. Ta có: $x^2 + y^2 + 2mx + 2(m-1)y + 2m^2 = 0$

$$\rightarrow \begin{cases} a = -m \\ b = 1 - m \rightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow -2m + 1 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{2} \\ c = 2m^2 \end{cases} \text{ Chọn A.}$$

Câu 52. Ta có: $x^2 + y^2 - 2mx - 4(m-2)y + 6 - m = 0 \rightarrow \begin{cases} a = m \\ b = 2(m-2) \rightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \\ c = 6 - m \end{cases}$

$$\Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases} \text{ Chọn B.}$$

Câu 53. Ta có: $x^2 + y^2 - 2x + 2my + 10 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -m \rightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \\ c = 10 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m > 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 4; 5; \dots; 10. \text{ Chọn C.}$$

Câu 54. $x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -5 \rightarrow a^2 + b^2 - c = R^2 = 49 \Leftrightarrow m = -8 \\ c = m \end{cases} \text{ Chọn C.}$

Câu 55. Ta có: $x^2 + y^2 - 2(m+1)x + 4y - 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = m + 1 \\ b = -2 \\ c = -1 \end{cases}$

$$\rightarrow R^2 = a^2 + b^2 - c = (m+1)^2 + 5 \rightarrow R_{\min} = 5 \Leftrightarrow m = -1. \text{ Chọn B.}$$

Câu 56. Đường tròn (C) có tâm $I(-2; -2)$ nên tiếp tuyến tại M có VTPT là $\vec{n} = \overrightarrow{IM} = (4; 3)$, nên có phương trình là: $4(x-2) + 3(y-1) = 0 \Leftrightarrow 4x + 3y - 11 = 0. \text{ Chọn D.}$

Câu 57. Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ nên tiếp tuyến tại A có VTPT là

$$\vec{n} = \overrightarrow{IA} = (2; -2) = 2(1; -1),$$

Nên có phương trình là: $1.(x-3) - 1.(y+4) = 0 \Leftrightarrow x - y - 7 = 0. \text{ Chọn C.}$

Câu 58. Đường tròn (C) có tâm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ nên tiếp tuyến tại N có VTPT là

$$\vec{n} = \overrightarrow{IN} = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}(1; 3),$$

Nên có phương trình là: $1(x-1)+3(y+1)=0 \Leftrightarrow x+3y+2=0$. **Chọn D.**

Câu 59. Đường tròn (C) có tâm $I(3; -1), R = \sqrt{5}$ và tiếp tuyến có dạng

$$\Delta: 2x + y + c = 0 \quad (c \neq 7).$$

Ta có $R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow \frac{|c+5|}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = -10 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 60. Đường tròn (C) có tâm $I(-2; -2), R = 5$ và tiếp tuyến có dạng

$$\Delta: 3x - 4y + c = 0 \quad (c \neq -2018).$$

Ta có $R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow \frac{|c+2|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 23 \\ c = -27 \end{cases}$. **Chọn A.**

Câu 61. Đường tròn (C) có tâm $I(2; 1), R = 5$ và tiếp tuyến có dạng

$$\Delta: 4x + 3y + c = 0 \quad (c \neq 14).$$

Ta có $R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow \frac{|c+11|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 14 \\ c = -36 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 62. Đường tròn (C) có tâm $I(2; -4), R = 5$ và tiếp tuyến có dạng

$$\Delta: 4x + 3y + c = 0.$$

Ta có $R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow \frac{|c-4|}{5} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 29 \\ c = -21 \end{cases}$. **Chọn D.**

Câu 63. Đường tròn (C) có tâm $I(-2; 1), R = \sqrt{13}$ và tiếp tuyến có dạng

$$\Delta: 3x + 2y + c = 0.$$

Ta có $R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow \frac{|c-4|}{\sqrt{13}} = \sqrt{13} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 17 \\ c = -9 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 64. Đường tròn (C) có tâm $I(2; 2), R = 2$ và tiếp tuyến có dạng $\Delta: x + c = 0$.

Ta có $R = d[I; \Delta] \Leftrightarrow |c+2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = -4 \end{cases}$. **Chọn C.**

Câu 65. Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2), R = 2\sqrt{2}$ và tiếp tuyến có dạng

$$\Delta: ax + by - 5a + 2b = 0 \quad (a^2 + b^2 \neq 0).$$

Ta có: $d[I; \Delta] = R \Leftrightarrow \frac{|4a|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow a^2 - b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \rightarrow a = b = 1 \\ a = -b \rightarrow a = 1, b = -1 \end{cases}$. **Chọn B.**

Câu 66. Đường tròn (C) có tâm $I(2;2), R=2$ và tiếp tuyến có dạng

$$\Delta: ax + by - 4a - 6b = 0 \quad (a^2 + b^2 \neq 0).$$

$$\text{Ta có: } d[I; \Delta] = R \Leftrightarrow \frac{|2a + 4b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \Leftrightarrow b(3b + 4a) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \rightarrow a = 1, b = 0 \\ 3b = -4a \rightarrow a = 3, b = -4 \end{cases}$$

Chọn D.

Câu 67. Đường tròn (C) có tâm $I(-1;1), R=5$ và tiếp tuyến có dạng

$$\Delta: ax + by - 9a + 4b = 0 \quad (ab \neq 0).$$

$$\text{Ta có: } d[I; \Delta] = R \Leftrightarrow \frac{|10a - 5b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = 5 \Leftrightarrow a(3a - 4b) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3a = 4b \rightarrow a = 4, b = 3 \rightarrow \Delta: 4x + 3y - 24 = 0.$$

$$d[P; \Delta] = \frac{|24 + 15 - 24|}{5} = 3. \quad \text{Chọn B.}$$

Câu 68. Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2), R=4 \rightarrow OI = \sqrt{5} < R \rightarrow$ không có tiếp tuyến nào của đường tròn kẻ từ O . **Chọn A.**

Câu 69. Vì $M \in (C)$ nên có đúng 1 tiếp tuyến của đường tròn kẻ từ M . **Chọn C.**

Câu 70. Đường tròn (C) có tâm $I(2;-3), R=2 \rightarrow IN = \sqrt{16+9} = 5 > R \rightarrow$ có đúng hai tiếp tuyến của đường tròn kẻ từ N . **Chọn C.**

CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

BA ĐƯỜNG CONIC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. ELIP

- Cho hai điểm cố định và phân biệt F_1, F_2 . Đặt $F_1F_2 = 2c > 0$. Cho số thực a lớn hơn c . Tập hợp các điểm M sao cho $MF_1 + MF_2 = 2a$ được gọi là đường elip. Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai tiêu điểm và $F_1F_2 = 2c$ được gọi là tiêu cự của elip đó.

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , elip có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$. (2)

Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (2) đều là phương trình của elip có hai tiêu điểm $F_1(-\sqrt{a^2 - b^2}; 0)$, $F_2(\sqrt{a^2 - b^2}; 0)$, tiêu cự $2c = 2\sqrt{a^2 - b^2}$ và tổng các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc elip đó tới hai tiêu điểm bằng $2a$.

- Phương trình (2) được gọi là phương trình chính tắc của elip tương ứng.

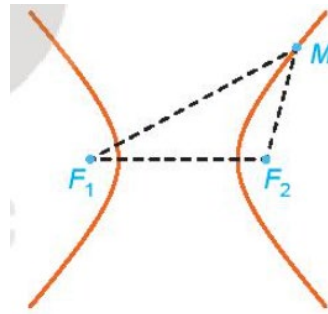
***Tính chất và hình dạng của Elip:** Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

- Trục đối xứng Ox, Oy
- Tâm đối xứng O .
- Tiêu điểm $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$. Độ dài trục bé $2b$.
- Nội tiếp trong hình chữ nhật cơ sở có kích thước là $2a$ và $2b$.
- Tâm sai $e = \frac{c}{a} < 1$.
- Hai đường chuẩn $x = \frac{a}{e}$ và $x = -\frac{a}{e}$.
- $M(x; y) \in (E)$. Khi đó $MF_1 = a + ex$: bán kính qua tiêu điểm trái.

$MF_2 = a - ex$: bán kính qua tiêu điểm phải.

2. HYPERBOL

Trên mặt phẳng, nếu hai thiết bị đặt tại các vị trí F_1, F_2 nhận được một tín hiệu âm thanh cùng lúc thì vị trí phát ra tín hiệu cách đều hai điểm F_1, F_2 , và do đó, nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng F_1F_2 .



Hình 7.23

Cho hai điểm phân biệt cố định F_1, F_2 . Đặt $F_1F_2 = 2c$. Cho số thực dương a nhỏ hơn c . Tập hợp các điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ được gọi là **đường hypebol**. Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai *tiêu điểm* và $F_1F_2 = 2c$ được gọi là *tiêu cự* của hypebol đó.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hypebol có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a, b > 0$.

Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (4) đều là phương trình của hypebol có hai tiêu điểm $F_1(-\sqrt{a^2+b^2}; 0), F_2(\sqrt{a^2+b^2}; 0)$, tiêu cự $2c = 2\sqrt{a^2+b^2}$ và giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol đến hai tiêu điểm bằng $2a$.

Phương trình được gọi là **phương trình chính tắc của hypebol** tương ứng.

3. PARABOL

Cho một điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F . Tập hợp các điểm M cách đều F và Δ được gọi là đường parabol. Điểm F được gọi là tiêu điểm, Δ được gọi là đường chuẩn, khoảng cách từ F đến Δ được gọi là tham số tiêu của parabol đó.

Xét (P) là một parabol với tiêu điểm F , đường chuẩn Δ . Gọi H là hình chiếu vuông góc của F trên Δ . Khi đó, trong hệ trục tọa độ Oxy với gốc O là trung điểm của HF , tia Ox trùng với tia OF , parabol (P) có phương trình

$$y^2 = 2px \quad (5)$$

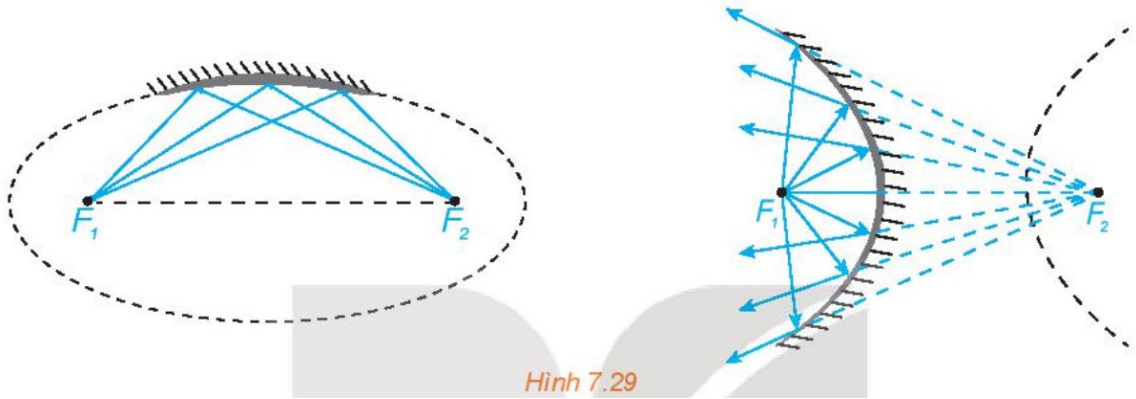
Phương trình (5) được gọi là phương trình chính tắc của parabol (P) .

Ngược lại, mỗi phương trình dạng (5), với $p > 0$, là phương trình chính tắc của parabol có tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2}$.

4. MỘT SỐ ỨNG DỤNG CỦA BA ĐƯỜNG CONIC. TÍNH CHẤT QUANG HỌC

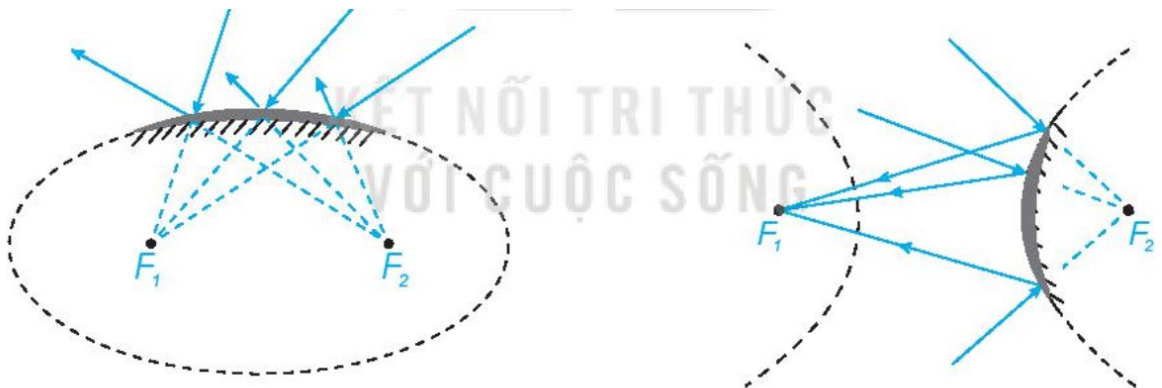
Tương tự gương cầu lồi thường đặt ở những khúc đường cua, người ta cũng có những gương elip, hypebol, parabol. Tia sáng gặp các gương này, đều được phản xạ theo một quy tắc được xác định rõ bằng hình học, chẳng hạn:

- Tia sáng phát ra từ một tiêu điểm của elip, hypebol sau khi gặp elip, hypebol sẽ bị hắt lại theo một tia nằm trên đường thẳng đi qua tiêu điểm còn lại.



Hình 7.29

- Tia sáng hướng tới một tiêu điểm của elip, hypebol, khi gặp elip, hypebol sẽ bị hắt lại theo một tia nằm trên đường thẳng đi qua tiêu điểm còn lại.



Hình 7.30

- Với gương parabol lõm, tia sáng phát ra từ tiêu điểm khi gặp parabol sẽ bị hắt lại theo một tia vuông góc với đường chuẩn của parabol. Ngược lại, nếu tia tới vuông góc với đường chuẩn của parabol thì tia phản xạ sẽ đi qua tiêu điểm của parabol.

Tính chất quang học được đề cập ở trên giúp ta nhận được ánh sáng mạnh hơn khi các tia sáng hội tụ và giúp ta đổi hướng ánh sáng khi cần. Ta cũng có điều tương tự đối với tín hiệu âm thanh, tín hiệu truyền từ vệ tinh.

MỘT SỐ ỨNG DỤNG



Nhà vòm hoa (Flower Dome) trong Khu vườn bên vịnh (Gardens by the Bay), Singapore

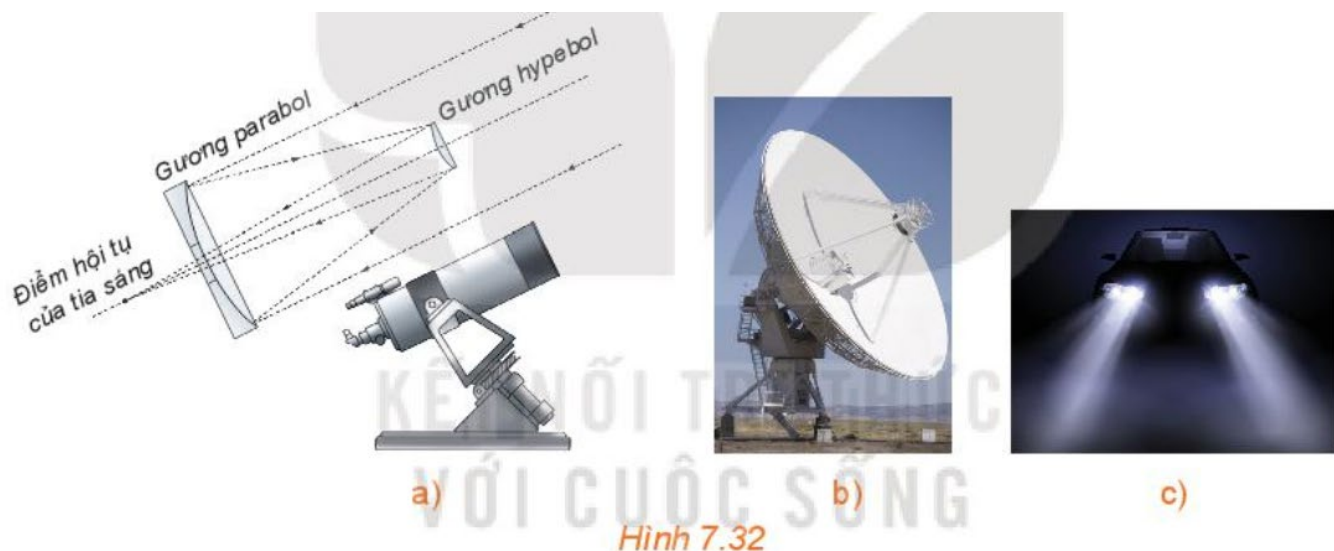


Công viên với hình elip ở phía nam Nhà Trắng, Hoa Kỳ

Ba đường conic xuất hiện và có nhiều ứng dụng trong khoa học và trong cuộc sống, chẳng hạn:

- Tia nước bắn ra từ đài phun nước, đường đi bóng của quả bóng là những hình ảnh về đường parabol;
- Khi nghiêng cốc tròn, mặt nước trong cốc có hình elip. Tương tự, dưới ánh sáng mặt trời, bóng của một quả bóng, nhìn chung, là một elip;
- Ánh sáng phát ra từ một bóng đèn Led trên trần nhà có thể tạo nên trên tường các nhánh hypebol;

- Nhiều công trình kiến trúc có hình elip, parabol hay hypebol.



Hình 7.32

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

PHẦN 1. ELIP:

1-Dạng 1: Xác định các yếu tố của elip:

a) Phương pháp:

Cho Elip có phương trình chính tắc: $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $b^2 = a^2 - c^2$.

- Tiêu điểm $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$.
- Tọa độ các đỉnh $A_1(-a; 0)$, $A_2(a; 0)$, $B_1(0; -b)$, $B_2(0; b)$.
- Độ dài trục lớn $2a$.
- Độ dài trục bé $2b$.
- Tiêu cự $2c$

b) Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Cho elip có phương trình $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm tiêu điểm và tiêu cự của elip

Lời giải

$$\text{Ta có: } \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 36 \\ b^2 = 9 \end{cases}$$

$$\text{Mặt khác } c^2 = a^2 - b^2 = 36 - 9 = 27 \Rightarrow c = \pm\sqrt{27}.$$

Vậy ta có hai tiêu điểm $F_1(-\sqrt{27}; 0)$ và $F_2(\sqrt{27}; 0)$, có tiêu cự bằng $2c = 2\sqrt{27}$.

Ví dụ 2: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Lời giải

Từ phương trình của $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$ (E), ta có $a = 2$, $b = 1$. Suy ra $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$.

Suy ra tọa độ các đỉnh là $A_1(-2;0)$; $A_2(2;0)$; $B_1(0;-1)$; $B_2(0;1)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2 = 4$, độ dài trục bé $B_1B_2 = 2$.

Tiêu cự $F_1F_2 = 2c = 2\sqrt{3}$, tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{3};0)$; $F_2(\sqrt{3};0)$.

Tâm sai của $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{3}$ là $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ví dụ 3: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E): 4x^2 + 25y^2 = 100$.

Lời giải

Ta có $4x^2 + 25y^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ suy ra $a = 5$; $b = 2$ nên $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{21}$.

Do đó tọa độ các đỉnh là $A_1(-5;0)$; $A_2(5;0)$; $B_1(0;-2)$; $B_2(0;2)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2 = 10$, độ dài trục bé $B_1B_2 = 4$.

Tiêu cự $F_1F_2 = 2c = 2\sqrt{21}$, tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{21};0)$; $F_2(\sqrt{21};0)$.

Tâm sai của (E) là $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{21}}{5}$.

Ví dụ 4: Tìm tọa độ các đỉnh, độ dài các trục, tiêu cự, tiêu điểm, tâm sai của elip: $(E): 4x^2 + 9y^2 = 1$.

Lời giải

Ta có $4x^2 + 9y^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{1}{9}} = 1$ suy ra $a = \frac{1}{2}$; $b = \frac{1}{3}$ nên $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{\sqrt{5}}{6}$.

Do đó tọa độ các đỉnh là $A_1\left(-\frac{1}{2};0\right)$; $A_2\left(\frac{1}{2};0\right)$; $B_1\left(0;-\frac{1}{3}\right)$; $B_2\left(0;\frac{1}{3}\right)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2 = 1$, độ dài trục bé $B_1B_2 = \frac{2}{3}$.

Tiêu cự $F_1F_2 = 2c = \frac{2\sqrt{5}}{6}$, tiêu điểm là $F_1\left(-\frac{\sqrt{5}}{6};0\right)$; $F_2\left(\frac{\sqrt{5}}{6};0\right)$.

Tâm sai của (E) là $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Ví dụ 5 : Tìm tâm sai của Elíp biết:

a) Mỗi tiêu điểm nhìn trục nhỏ dưới một góc 60° .

b) Đỉnh trên trục nhỏ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc 60° .

c) Khoảng cách giữa hai đỉnh trên hai trục bằng hai lần tiêu cự:

Lời giải

a) Từ giả thiết, ta có: $\tan 30^\circ = \frac{b}{c} \Leftrightarrow b = c \cdot \tan 30^\circ$

Suy ra: $e = \frac{c}{a}$

$$\Leftrightarrow e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{c^2}{b^2 + c^2} = \frac{c^2}{c^2 \cdot \tan^2 30^\circ + c^2} = \frac{1}{\tan^2 30^\circ + 1} = \cos^2 30^\circ$$

$$\Leftrightarrow e = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

b) Từ giả thiết, ta có $\cot 30^\circ = \frac{b}{c} \Leftrightarrow b = c \cdot \cot 30^\circ$

Suy ra: $e = \frac{c}{a}$

$$\Leftrightarrow e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{c^2}{b^2 + c^2} = \frac{c^2}{c^2 \cdot \cot^2 30^\circ + c^2} = \frac{1}{\cot^2 30^\circ + 1} = \sin^2 30^\circ$$

$$\Leftrightarrow e = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

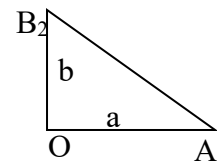
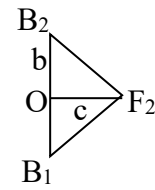
c) Từ giả thiết, ta có: $A_2B_2 = 4c$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 4c \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 16c^2$$

$$\Leftrightarrow c^2 + b^2 + b^2 = 16c^2 \Leftrightarrow b^2 = \frac{15c^2}{2}$$

Suy ra: $e = \frac{c}{a} \Leftrightarrow e^2 = \frac{c^2}{a^2} = \frac{c^2}{b^2 + c^2} = \frac{c^2}{\frac{15c^2}{2} + c^2} = \frac{2}{17}$

$$\Leftrightarrow e = \frac{\sqrt{34}}{2}$$



c) Bài tập trắc nghiệm :

Câu 1: Cặp điểm nào là các tiêu điểm của elip $(E): \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$?

A. $F_{1,2} = (0; \pm 1)$.

B. $F_{1,2} = (\pm 1; 0)$.

C. $F_{1,2} = (\pm 3; 0)$.

D. $F_{1,2} = (1; \pm 2)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $a^2 = 5; b^2 = 4 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 1 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow F_{1,2} = (\pm 1; 0)$.

Câu 2: Cho Elip $(E): 4x^2 + 9y^2 = 36$. Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau:

- A. (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$. B. (E) có trục lớn bằng 6.
 C. (E) có trục nhỏ bằng 4. D. (E) có tiêu cự $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D.

$$(E): 4x^2 + 9y^2 = 36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

Suy ra: $a = 3, b = 2, c = \sqrt{5}$

Tiêu cự của (E) là $2c = 2\sqrt{5}$.

Câu 3: Cho elip $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{1} = 1$. Phát biểu nào sau đây đúng?

- A. Tỉ số giữa trục lớn và trục nhỏ bằng $\sqrt{3}$. B. Tiêu cự bằng 4.
 C. Tâm sai $e = \frac{2}{3}$. D. Hai tiêu điểm $F_1(-2;0)$ và $F_2(2;0)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } (E): \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 3 \Rightarrow a = \sqrt{3} \\ b^2 = 1 \Rightarrow b = 1 \\ c^2 = a^2 - b^2 = 2 \Rightarrow c = \sqrt{2} \end{cases}.$$

Câu 4: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

- A. $4x^2 + 8y^2 = 32$. B. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1} = 1$.
 $\frac{1}{5} \quad \frac{1}{2}$
 C. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = -1$. D. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Vì $4x^2 + 8y^2 = 32 \Leftrightarrow \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 5: Cho elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Chọn khẳng định sai

- A. Điểm $A(3;0) \in (E)$. B. (E) có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}$.
 C. Trục lớn của (E) có độ dài bằng 6. D. (E) có tâm sai bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Có } (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \\ b^2 = 4 \Rightarrow b = 2 \\ c^2 = a^2 - b^2 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5} \end{cases}.$$

Khi đó (E) có tâm sai bằng $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 6: Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip

A. $x^2 - y^2 = 2$. **B.** $x^2 + y^2 = 2$.

C. $x^2 + 2y^2 = 2$. **D.** $x^2 = 2y^2$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Vì } x^2 + 2y^2 = 2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1.$$

Câu 7: Trong mặt phẳng (Oxy) , cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tìm tiêu cự của (E) .

A. $F_1F_2 = 12$

B. $F_1F_2 = 8$

C. $F_1F_2 = 2\sqrt{5}$

D. $F_1F_2 = 4\sqrt{5}$

Lời giải

Chọn D

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 20 \Rightarrow c = 2\sqrt{5} \Rightarrow F_1F_2 = 4\sqrt{5}.$$

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , tìm tiêu cự của elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

A. 3

B. 6

C. 4

D. 5

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow c^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow c = 3.$$

Vậy tiêu cự $2c = 6$.

Câu 9: Tìm các tiêu điểm của Elip $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$

A. $F_1(3;0); F_2(0;-3)$. **B.** $F_1(\sqrt{8};0); F_2(0;-\sqrt{8})$.

C. $F_1(-3;0); F_2(0;-3)$.

D. $F_1(-\sqrt{8};0); F_2(\sqrt{8};0)$.

Lời giải

Chọn D.

$$(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1 \text{ có } a = 3; b = 1 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{8}.$$

Vậy (E) có các tiêu điểm là: $F_1(-\sqrt{8};0); F_2(\sqrt{8};0)$.

Câu 10: Elíp $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có độ dài trục lớn bằng:

- A. 25. B. 50. **C. 10.** D. 5.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a = 5$.

Do đó (E) có độ dài trục lớn là $2a = 10$.

Câu 11: Cho $9x^2 + 25y^2 = 225$. Hỏi diện tích hình chữ nhật cơ sở ngoại tiếp (E) là

- A. 15. B. 30. C. 40. **D. 60.**

Lời giải

Chọn D.

Phương trình chính tắc của $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases}.$$

Diện tích hình chữ nhật cơ sở ngoại tiếp (E) là $S = 4ab = 60$.

Câu 12: Cho (E) có độ dài trục lớn bằng 26, tâm sai $e = \frac{12}{13}$. Độ dài trục nhỏ của (E) bằng

- A. 5. **B. 10.** C. 12 D. 24.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $2a = 26 \Rightarrow a = 13$.

$$e = \frac{c}{a} = \frac{12}{13} \Rightarrow c = 12.$$

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{169 - 144} = 5.$$

Độ dài trục nhỏ là $2b = 10$.

Câu 13: Cho $(E): 16x^2 + 25y^2 = 100$ và điểm M thuộc (E) có hoành độ bằng 2. Tổng khoảng cách từ M đến 2 tiêu điểm của (E) bằng

- A. 5.** B. $2\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{100}{16} \\ b^2 = \frac{100}{25} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = 2 \end{cases}$$

Theo định nghĩa Elip thì với mọi điểm $M \in (E)$ ta có: $MF_1 + MF_2 = 2a = 5$.

Câu 14: Cho elip $(E): \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$. Tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } a^2 = 5 \Rightarrow a = \sqrt{5}; b^2 = 4 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 1.$$

$$\text{Vậy tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng } \frac{2c}{2a} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 15: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và đi qua điểm $A(2; -2)$ là

A. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Gọi phương trình elip là } (E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

$$\text{Theo bài ra ta có: } \begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \frac{4}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \frac{4}{4b^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 5 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy phương trình elip là } (E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1.$$

Câu 16: Phương trình chính tắc của (E) nhận điểm $M(4; 3)$ là một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{3} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Gọi phương trình elip là } (E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Vì $M(4;3)$ là một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở nên $a = 4, b = 3$.

Vậy phương trình elip là $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 17: Phương trình chính tắc của (E) có khoảng cách giữa các đường chuẩn bằng $\frac{50}{3}$ và tiêu cự bằng 6 là

- A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$. B. $\frac{x^2}{89} + \frac{y^2}{64} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$

Lời giải

Chọn C.

Gọi phương trình elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

$$\text{Theo bài ra ta có } \begin{cases} \frac{a^2}{c} = \frac{25}{3} \\ 2c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 16.$$

Vậy phương trình elip là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2 . M là điểm thuộc (E) . Tính $MF_1 + MF_2$.

- A. 5 B. 6 C. 3 D. 2

Lời giải

Chọn B

Phương trình của (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a^2 = b^2 + c^2$). Suy ra $a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$.

Do M thuộc (E) nên $MF_1 + MF_2 = 2a = 6$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy cho elip $(E): x^2 + 3y^2 = 6$. Giá trị nào sau đây là tiêu cự của elip?

- A. 2 B. 3 C. 6 D. 4

Lời giải

Chọn D

Ta có $(E): \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$, đó đó $a = \sqrt{6}, b = \sqrt{2}, c = 2$. Độ dài tiêu cự là $2c = 4$.

Câu 20: Trong hệ trục tọa độ (Oxy) , cho elip $(E): \frac{4x^2}{25} + \frac{4y^2}{9} = 1$. Độ dài tiêu cự của (E) bằng

- A. 4. B. 8. C. 16. D. 2.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } (E): \frac{4x^2}{25} + \frac{4y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\frac{25}{4}} + \frac{y^2}{\frac{9}{4}} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = 1.$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2. \text{ Vậy độ dài tiêu cự là } F_1F_2 = 2c = 4.$$

Câu 21: Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$.

B. (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{4}{5}$.

C. (E) có đỉnh $A_1(-5;0)$.

D. (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ nên ta có: $a = 5; b = 3 \Rightarrow c = 4$.

Nên các đáp án **A;B;C** đúng.

Đáp án **D** sai vì độ dài trục nhỏ bằng $2b = 6$.

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy cho (E) có phương trình: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ khẳng định nào sau đây đúng?

A. (E) có tâm sai $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $F_1(0; -\sqrt{5}), F_2(0; \sqrt{5})$ là các tiêu điểm của (E) .

C. Độ dài trục lớn là 9.

D. Các đỉnh nằm trên trục lớn là $A_1(0;3)$ và $A_2(0;-3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\text{Mà } c^2 = a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$$

A. (E) có tâm sai $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$. **Đúng**

B. Tiêu điểm của (E) là: $F_1(-\sqrt{5};0), F_2(\sqrt{5};0)$. **Sai**

C. Độ dài trục lớn là : $A_1A_2 = 2a = 6$. Sai

D. Các đỉnh trên trục lớn là : $A_1(-3;0), A_2(3;0)$. Sai

Câu 23: Cho Elip có phương trình $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Một tiêu điểm của Elip có tọa độ là:

A. $A(\sqrt{3};0)$.

B. $B(0;\sqrt{3})$.

C. $C(\sqrt{5};0)$.

D. $D(0;\sqrt{5})$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $c^2 = a^2 - b^2 = 4 - 1 = 3$.

Nên tiêu điểm của Elip có tọa độ là: $F_1(-\sqrt{3};0), F_2(\sqrt{3};0)$.

Câu 24: Cho Elip có phương trình $x^2 + 4y^2 = 1$. Tiêu cự của Elip là:

A. $\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$x^2 + 4y^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1.$$

$$\text{Ta có : } c^2 = a^2 - b^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow c = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Tiêu cự là $2c = \sqrt{3}$.

Câu 25: Diện tích của tứ giác tạo nên bởi các đỉnh của elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ là

A. 8.

B. 4.

C. 2.

D. 6.

Lời giải

Chọn B.

* Tọa độ các đỉnh của elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ là $A_1(-2;0), A_2(2;0); B_1(0;-1), B_2(0;1)$.

* Vì tứ giác $A_1B_1A_2B_2$ là hình thoi có hai đường chéo $A_1A_2 = 4$ và $B_1B_2 = 2$.

* Vậy diện tích tứ giác cần tìm là $S = \frac{1}{2} \cdot A_1A_2 \cdot B_1B_2 = 4$.

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy cho elip có phương trình $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Đường thẳng $\Delta: x = -4$ cắt elip (E) tại hai điểm M, N . Tính độ dài đoạn thẳng MN ?

A. $MN = \frac{18}{25}$.

B. $MN = \frac{9}{25}$.

C. $MN = \frac{18}{5}$.

D. $MN = \frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Thế $x = -4$ vào phương trình elip (E) ta được: $\frac{16}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm \frac{9}{5}$.

$$\Rightarrow M\left(-4; -\frac{9}{5}\right), N\left(-4; \frac{9}{5}\right)$$

$$\text{Do đó: } MN = \frac{18}{5}.$$

Câu 27: Trong hệ tọa độ (Oxy) , cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Bán kính qua tiêu của (E) đạt giá trị nhỏ nhất bằng

- A. 0 B. 1 C. $\frac{3}{5}$ D. 2

Lời giải

Chọn D.

Từ phương trình elip ta có $\begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 3$. Bán kính qua tiêu là $MF_1 = a + \frac{c}{a}x$ với $-a \leq x \leq a$. Suy ra $a - c \leq MF_1 = a + c$ hay $(MF_1)_{\min} = a - c = 5 - 3 = 2$.

Câu 28: Một elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, trong đó $a > b > 0$. Biết (E) đi qua điểm $A(2; \sqrt{2})$ và $B(2\sqrt{2}; 0)$ thì (E) có độ dài trục bé là

- A. 4. B. $2\sqrt{2}$. C. 2. D. 6.

Lời giải

Chọn A.

(E) đi qua $B(2\sqrt{2}; 0)$ nên ta có $\frac{(2\sqrt{2})^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1$ suy ra $a = 2\sqrt{2}$.

(E) đi qua $A(2; \sqrt{2})$ nên ta có $\frac{(2)^2}{8} + \frac{(\sqrt{2})^2}{b^2} = 1$ suy ra $b = 2$.

Do đó độ dài trục bé $2b = 4$.

Câu 29: Cho (E) có hai tiêu điểm $F_1(-4; 0)$, $F_2(4; 0)$ và điểm M thuộc (E) . Biết chu vi tam giác MF_1F_2 bằng 18. Khi đó tâm sai của (E) bằng

- A. $\frac{4}{18}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $-\frac{4}{5}$. D. $-\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $F_1F_2 = 8$ và $c = 4$.

$$C_{\Delta MF_1F_2} = MF_1 + MF_2 + F_1F_2 = 18 \Rightarrow MF_1 + MF_2 = 10 = 2a \Rightarrow a = 5.$$

$$\text{Tâm sai của elip: } e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}.$$

Câu 30: Cho (E) có hai tiêu điểm $F_1(-\sqrt{7}; 0)$, $F_2(\sqrt{7}; 0)$ và điểm $M\left(-\sqrt{7}; \frac{9}{4}\right)$ thuộc (E) . Gọi N là điểm đối xứng với M qua gốc tọa độ O . Khi đó

A. $NF_1 + MF_2 = \frac{9}{2}$. **B.** $NF_2 + MF_1 = \frac{9}{2}$. **C.** $NF_2 - NF_1 = \frac{7}{2}$ **D.** $NF_1 + MF_2 = 8$.

Lời giải

Chọn B.

N đối xứng với M qua gốc tọa độ O nên $N\left(\sqrt{7}; -\frac{9}{4}\right)$.

$$\text{Ta có: } MF_1 = \frac{9}{4}; MF_2 = \frac{23}{4}; NF_1 = \frac{23}{4}; NF_2 = \frac{9}{4}.$$

$$\text{Do đó } NF_2 + MF_1 = \frac{9}{2}.$$

2. Dạng 2 Lập phương trình chính tắc của elip:

a) **Phương pháp:** Phương trình chính tắc của Elip có dạng: $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $b^2 = a^2 - c^2; \dots\}$

b) Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1: Lập phương trình chính tắc của elip đi qua điểm $A(5;0)$ và có một tiêu điểm là $F_2(3;0)$

Lời giải

Ta có: Phương trình elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$

Do elip đi qua $A(5; 0)$ nên: $\frac{25}{a^2} + \frac{0}{b^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 25$

Mặt khác: tiêu điểm $F_2(3; 0)$ nên $\Rightarrow c = 3 \Rightarrow c^2 = 9 = a^2 + b^2$
 $\Rightarrow b^2 = 16$.

Vậy phương trình của elip cần tìm là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

Ví dụ 2: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M\left(2; \frac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F_1(-2; 0)$.

b) Elip nhận $F_2(5; 0)$ là một tiêu điểm và có độ dài trục nhỏ bằng $4\sqrt{6}$.

c) Elip có độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ và tiêu cự bằng 2.

d) Elip đi qua hai điểm $M(2; -\sqrt{2})$ và $N(-\sqrt{6}; 1)$.

Lời giải

a) Do (E) có một tiêu điểm $F_1(-2; 0)$ nên $c = 2$. Suy ra $a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 4$.

Mặt khác, (E) đi qua điểm $M\left(2; \frac{5}{3}\right)$ nên $\frac{2^2}{a^2} + \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{b^2 + 4} + \frac{25}{9b^2} = 1$

$\Leftrightarrow 9b^4 - 25b^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow b^2 = 5$ hoặc $b^2 = -\frac{20}{9}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

b) Do (E) có một tiêu điểm $F_2(5; 0)$ nên $c = 5$.

Theo giả thiết độ dài trục nhỏ bằng $4\sqrt{6}$ nên $2b = 4\sqrt{6} \Leftrightarrow b = 2\sqrt{6}$.

Suy ra $a^2 = b^2 + c^2 = 5^2 + (2\sqrt{6})^2 = 49$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$.

c) Độ dài trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ nên $2a = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow a = \sqrt{5}$. Tiêu cự bằng 2 nên $2c = 2 \Leftrightarrow c = 1$.

Từ hệ thức $a^2 = b^2 + c^2$, suy ra $b^2 = a^2 - c^2 = 5 - 1 = 4$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$.

d) Do (E) đi qua $M(2; -\sqrt{2})$ và $N(-\sqrt{6}; 1)$ nên ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{4}{a^2} + \frac{2}{b^2} = 1 \\ \frac{6}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{a^2} = \frac{1}{8} \\ \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 8 \\ b^2 = 4 \end{cases}$$

Vậy Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Ví dụ 3: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip có tổng độ dài hai trục bằng 8 và tâm sai $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

b) Elip có tâm sai $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$ và hình chữ nhật cơ sở có chu vi bằng 20.

c) Elip có tiêu điểm $F_1(-2; 0)$ và hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng $12\sqrt{5}$.

Lời giải

a) Tổng độ dài hai trục bằng 8 nên $2a + 2b = 8$. (1)

Tâm sai $e = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow a = \sqrt{2}c$. (2)

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases} 2a + 2b = 8 \\ e = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ a = \sqrt{2}c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2}c + b = 4 \\ a = \sqrt{2}c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 - \sqrt{2}c \\ a = \sqrt{2}c \end{cases}$.

Thay vào hệ thức $a^2 = b^2 + c^2$, ta được

$$2c^2 = (4 - \sqrt{2}c)^2 + c^2 \Leftrightarrow c^2 - 8\sqrt{2}c + 16 = 0 \Leftrightarrow c = 4\sqrt{2} \pm 4.$$

• Với $c = 4\sqrt{2} + 4$, suy ra $\begin{cases} a = 8 + 4\sqrt{2} \\ b = -4 - 4\sqrt{2} \end{cases}$: không thỏa mãn.

• Với $c = 4\sqrt{2} - 4$, suy ra $\begin{cases} a = 8 - 4\sqrt{2} \\ b = -4 + 4\sqrt{2} \end{cases}$. Do đó Elip cần tìm có phương trình

$$(E): \frac{x^2}{(8 - 4\sqrt{2})^2} + \frac{y^2}{(4\sqrt{2} - 4)^2} = 1.$$

b) Elip có tâm sai $e = \frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow a = \frac{3}{\sqrt{5}}c$. (1)

Mặt khác, Elip có hình chữ nhật cơ sở có chu vi bằng 20 nên $2(2a+2b) = 20 \Leftrightarrow a+b = 5 \Leftrightarrow b = 5-a$. (2)

Thay (1) và (2) vào hệ thức $a^2 = b^2 + c^2$, ta được

$$\left(\frac{3}{\sqrt{5}}c\right)^2 = (5-a)^2 + c^2 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{\sqrt{5}}c\right)^2 = \left(5 - \frac{3}{\sqrt{5}}c\right)^2 + c^2 \Leftrightarrow c^2 - \frac{30}{\sqrt{5}}c + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5\sqrt{5} \\ c = \sqrt{5} \end{cases}$$

• Với $c = 5\sqrt{5}$, suy ra $\begin{cases} a = 15 \\ b = -10 \end{cases}$: không thỏa mãn.

• Với $c = \sqrt{5}$, suy ra $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$. Do đó Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

c) Elip có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$ nên $c = 2$.

Diện tích hình chữ nhật cơ sở $S = 2a \cdot 2b = 12\sqrt{5} \Leftrightarrow ab = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow a^2b^2 = 45$. (1)

Mặt khác, ta có $a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 4$. (2)

Kết hợp (1) và (2), ta được

$$a^2b^2 = 45 \Leftrightarrow (b^2 + 4)b^2 = 45 \Leftrightarrow b^4 + 4b^2 - 45 = 0 \Leftrightarrow b^2 = 5 \text{ hoặc } b^2 = -9.$$

Với $b^2 = 5$, suy ra $a^2 = 9$. Do đó Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Ví dụ 4: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip đi qua điểm $M(-\sqrt{5}; 2)$ và khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng 10.

b) Elip có tâm sai $e = \frac{3}{5}$ và khoảng cách từ tâm đối xứng của nó đến một đường chuẩn bằng $\frac{25}{3}$.

c) Elip có độ dài trục lớn bằng 10 và phương trình một đường chuẩn là $x = \frac{25}{4}$.

d) Khoảng cách giữa các đường chuẩn bằng 36 và bán kính qua tiêu điểm của điểm M thuộc Elip là 9 và 15.

Lời giải

a) Elip đi qua điểm $M(-\sqrt{5}; 2)$ nên $\frac{5}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1$. (1)

Khoảng cách giữa hai đường chuẩn của Elip bằng 10 nên

$$2 \cdot \frac{a}{e} = 10 \Leftrightarrow \frac{a}{e} = 5 \Leftrightarrow \frac{a^2}{c} = 5 \Leftrightarrow a^2 = 5c. \quad (2)$$

Từ (2), kết hợp với hệ thức $a^2 = b^2 + c^2$, ta được $b^2 = a^2 - c^2 = 5c - c^2$. (3)

Thay (2), (3) vào (1), ta được

$$\frac{5}{5c} + \frac{4}{5c - c^2} = 1 \Leftrightarrow c^2 - 6c + 9 = 0 \Leftrightarrow c = 3.$$

Với $c = 3$, suy ra $\begin{cases} a^2 = 15 \\ b^2 = 6 \end{cases}$. Do đó Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{6} = 1$.

b) Ta có $e = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow c = \frac{3}{5}a$.

Elip có khoảng cách từ tâm đối xứng O đến một đường chuẩn một khoảng bằng $\frac{25}{3}$ nên

$$\frac{a}{e} = \frac{25}{3} \Leftrightarrow \frac{a^2}{c} = \frac{25}{3} \Leftrightarrow \frac{a^2}{\frac{3}{5}a} = \frac{25}{3} \Leftrightarrow a = 5.$$

Với $a = 5$, suy ra $c = 3$ và $b^2 = a^2 - c^2 = 16$.

Do đó Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

c) Elip có độ dài trục lớn bằng 10 nên $2a = 10 \Leftrightarrow a = 5$.

Mặt khác, Elip có phương trình một đường chuẩn

$$x = \frac{25}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{e} = \frac{25}{4} \Leftrightarrow \frac{a^2}{c} = \frac{25}{4} \Leftrightarrow \frac{5^2}{c} = \frac{25}{4} \Leftrightarrow c = 4.$$

Suy ra $b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 16 = 9$. Do đó Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

d) Elip có khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng 36 nên $2 \cdot \frac{a}{e} = 36 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{a^2}{c} = 36 \Leftrightarrow \frac{a^2}{c} = 18$.

Mặt khác, ta có $\begin{cases} MF_1 = a + ex = 9 \\ MF_2 = a - ex = 15 \end{cases}$ suy ra $2a = 24 \Leftrightarrow a = 12$.

Với $a = 12$, suy ra $c = 8$ và $b^2 = a^2 - c^2 = 144 - 64 = 80$. Do đó Elip cần tìm có phương trình

$$(E): \frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{80} = 1.$$

Ví dụ 5 : Lập phương trình chính tắc của Elip, biết:

a) Elip có hình chữ nhật cơ sở nội tiếp đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 41$ và đi qua điểm $A(0;5)$.

b) Elip có hình chữ nhật cơ sở nội tiếp đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 21$ và điểm $M(1;2)$ nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc 60° .

c) Một cạnh hình chữ nhật cơ sở của Elip nằm trên $d: x - \sqrt{5} = 0$ và độ dài đường chéo hình chữ nhật bằng 6.

d) Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có bốn đỉnh trùng với các đỉnh của Elip. Bán kính của đường tròn nội tiếp hình thoi bằng $\sqrt{2}$ và tâm sai của Elip bằng $\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Elip đi qua $A(0;5) \in Oy$, suy ra $b = 5$.

Phương trình các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x = \pm a; y = \pm 5$.

Suy ra một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là $(a;5)$. Theo giả thiết $(a;5)$ thuộc đường tròn (C)

$$\Leftrightarrow a^2 + 25 = 41 \Leftrightarrow a^2 = 16.$$

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$.

b) Theo giả thiết bài toán, ta có $\widehat{F_1MF_2} = 60^\circ$ suy ra

$$F_1F_2^2 = MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1.MF_2.\cos 60^\circ$$

$$\Leftrightarrow 4c^2 = (1+c)^2 + 4 + (1-c)^2 + 4 - 2\sqrt{(1+c)^2 + 4}.\sqrt{(1-c)^2 + 4}.\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 4c^2 = 2c^2 + 10 - \sqrt{(1+c)^2 + 4}.\sqrt{(1-c)^2 + 4} \Leftrightarrow \sqrt{(1+c)^2 + 4}.\sqrt{(1-c)^2 + 4} = 10 - 2c^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10 - 2c^2 \geq 0 \\ \left[\sqrt{(1+c)^2 + 4} \right] \cdot \left[\sqrt{(1-c)^2 + 4} \right] = (10 - 2c^2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < c \leq \sqrt{5} \\ 3c^4 - 46c^2 + 75 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow c^2 = \frac{23 \pm 4\sqrt{19}}{3}.$$

Phương trình các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x = \pm a; y = \pm b$.

Suy ra một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là $(a;b)$. Theo giả thiết $(a;b)$ thuộc đường tròn (C) nên $a^2 + b^2 = 21$.

Lại có $a^2 = b^2 + c^2$, suy ra $a^2 - b^2 = c^2$.

$$\bullet \text{ Với } c^2 = \frac{23 + 4\sqrt{19}}{3}, \text{ ta có } \begin{cases} a^2 + b^2 = 21 \\ a^2 - b^2 = \frac{23 + 4\sqrt{19}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{43 + 2\sqrt{19}}{3} \\ b^2 = \frac{20 - 2\sqrt{19}}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra (E): } \frac{x^2}{\frac{43+2\sqrt{19}}{3}} + \frac{y^2}{\frac{20-2\sqrt{19}}{3}} = 1.$$

$$\bullet \text{ Với } c^2 = \frac{23-4\sqrt{19}}{3}, \text{ ta có } \begin{cases} a^2 + b^2 = 21 \\ a^2 - b^2 = \frac{23-4\sqrt{19}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{43-2\sqrt{19}}{3} \\ b^2 = \frac{20+2\sqrt{19}}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra (E): } \frac{x^2}{\frac{43-2\sqrt{19}}{3}} + \frac{y^2}{\frac{20+2\sqrt{19}}{3}} = 1.$$

Vậy có hai Elip cần tìm thỏa yêu cầu bài toán:

$$(E): \frac{x^2}{\frac{43+2\sqrt{19}}{3}} + \frac{y^2}{\frac{20-2\sqrt{19}}{3}} = 1 \text{ hoặc } (E): \frac{x^2}{\frac{43-2\sqrt{19}}{3}} + \frac{y^2}{\frac{20+2\sqrt{19}}{3}} = 1.$$

c) Phương trình các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x = \pm a$; $y = \pm b$.

Theo giả thiết, một cạnh hình chữ nhật cơ sở là $d: x - \sqrt{5} = 0$, suy ra $a = \sqrt{5}$.

Độ dài đường chéo hình chữ nhật cơ sở bằng 6 nên

$$\sqrt{4a^2 + 4b^2} = 6 \Leftrightarrow 4a^2 + 4b^2 = 36 \Leftrightarrow 20 + 4b^2 = 36 \Leftrightarrow b^2 = 4.$$

Vậy Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$.

d) Elip có tâm sai $e = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 2c$.

Elip có các đỉnh $A_1(-a; 0)$, $A_2(a; 0)$, $B_1(0; -b)$, $B_2(0; b)$. Gọi H là hình chiếu của O lên A_2B_2 .

Theo giả thiết suy ra bán kính của đường tròn đã cho bằng OH . Ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{4c^2} + \frac{1}{a^2 - c^2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{4c^2} + \frac{1}{3c^2} \Leftrightarrow c^2 = \frac{7}{6}.$$

Suy ra $a^2 = 4c^2 = \frac{14}{3}$ và $b^2 = a^2 - c^2 = \frac{7}{2}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{\frac{14}{3}} + \frac{y^2}{\frac{7}{2}} = 1$.

Ví dụ 6: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết

a) Tứ giác $ABCD$ là hình thoi có bốn đỉnh trùng với các đỉnh của Elip. Đường tròn tiếp xúc với các cạnh của hình thoi có phương trình (C): $x^2 + y^2 = 4$ và $AC = 2BD$, A thuộc Ox .

b) Elip có độ dài trục lớn bằng 8 và giao điểm của Elip với đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ tạo thành bốn đỉnh của một hình vuông.

c) Elip có tâm sai $e = \frac{1}{3}$ và giao điểm của Elip với đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 9$ tại bốn điểm A, B, C, D sao cho AB song song với Ox và $AB = 3BC$.

d) Elip có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$, các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của Elip cùng nằm trên một đường tròn.

Lời giải

a) Giả sử một đỉnh của hình thoi là $A(a; 0)$. Suy ra $AC = 2a$ và $BD = 2b$.

Theo giả thiết

$$AC = 2BD \Leftrightarrow 2a = 2.2b \Leftrightarrow a = 2b.$$

Đường tròn (C) có $R = 2$. Gọi H là hình chiếu của O lên AB với $B(0; b)$. Khi đó ta có

$$\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{R^2} = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{1}{4b^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow b^2 = 5.$$

Suy ra $a^2 = 20$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$.

b) Elip có độ dài trục lớn bằng 8 nên $2a = 8 \Leftrightarrow a = 4$.

Do (E) và (C) đều có tâm đối xứng là O và hai trục đối xứng là Ox và Oy nên hình vuông tạo bởi giữa chúng cũng có tính chất tương tự. Do đó ta giả sử gọi một đỉnh của hình vuông là $M(x; x)$ với $x > 0$. Vì $M \in (C)$

$$\Leftrightarrow x^2 + x^2 = 8 \Leftrightarrow x^2 = 4 \text{ suy ra } x = 2 \Rightarrow M(2; 2).$$

$$\text{Ta có } M \in (E) \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{16} + \frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = \frac{16}{3}.$$

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{\frac{16}{3}} = 1$.

c) Elip có tâm sai $e = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow a = 3c$.

Đặt $BC = x$ với $x > 0$, suy ra $AB = 3x$. Giả sử một đỉnh $A\left(\frac{3}{2}x; \frac{1}{2}x\right)$. Ta có

$$A \in (C) \Leftrightarrow \frac{9}{4}x^2 + \frac{1}{4}x^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 = \frac{18}{5} \text{ suy ra } x = \frac{3\sqrt{10}}{5} \Rightarrow A\left(\frac{9\sqrt{10}}{10}; \frac{3\sqrt{10}}{10}\right).$$

Mặt khác,

$$A \in (E) \Leftrightarrow \frac{81}{10a^2} + \frac{9}{10b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{81}{10(3c)^2} + \frac{9}{10(a^2 - c^2)} = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{10c^2} + \frac{9}{80c^2} = 1 \Leftrightarrow c^2 = \frac{81}{80}.$$

$$\text{Suy ra } a^2 = 9c^2 = \frac{729}{80} \text{ và } b^2 = a^2 - c^2 = \frac{81}{10}.$$

$$\text{Vậy Elip cần tìm có phương trình } (E): \frac{x^2}{\frac{729}{80}} + \frac{y^2}{\frac{81}{10}} = 1.$$

$$\text{d) Độ dài trục lớn bằng } 4\sqrt{2} \text{ nên } 2a = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow a = 2\sqrt{2}.$$

Các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm cùng thuộc đường tròn nên $b = c$.

$$\text{Từ hệ thức } a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 8 = 2b^2 \Leftrightarrow b^2 = 4.$$

$$\text{Vậy Elip cần tìm có phương trình } (E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

Ví dụ 7: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết

a) Elip có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông có diện tích bằng 32.

b) Elip có một đỉnh và hai tiêu điểm tạo thành một tam giác đều và chu vi hình chữ nhật cơ sở của Elip bằng $12(2 + \sqrt{3})$.

c) Elip đi qua điểm $M(2\sqrt{3}; 2)$ và M nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc vuông.

d) Elip đi qua điểm $M\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và tiêu điểm nhìn trục nhỏ dưới một góc 60° .

Lời giải

a) Hai đỉnh trên trục nhỏ và hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông nên $b = c$.

Mặt khác, diện tích hình vuông bằng 32 nên $2c \cdot 2b = 32 \Leftrightarrow b^2 = 8$.

Suy ra $a^2 = b^2 + c^2 = 16$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$.

b) Chu vi hình chữ nhật cơ sở

$$C = 12(2 + \sqrt{3}) \Leftrightarrow 2(2a + 2b) = 12(2 + \sqrt{3}) \Leftrightarrow a + b = 3(2 + \sqrt{3}). \quad (1)$$

Giả sử tam giác $F_1F_2B_2$ đều cạnh $F_1F_2 = 2c$ mà $B_2O \perp F_1F_2$ suy ra

$$OB_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}F_1F_2 \Leftrightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2c = \sqrt{3}c. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $a = 3(2 + \sqrt{3}) - b = 3(2 + \sqrt{3}) - \sqrt{3}c$.

Thay vào hệ thức $a^2 = b^2 + c^2$, ta được

$$\left[(6+3\sqrt{3}) - \sqrt{3}c \right]^2 = 3c^2 + c^2 \Leftrightarrow c^2 + 6\sqrt{3}(2+\sqrt{3})c - (6+3\sqrt{3})^2 = 0 \Leftrightarrow c = 3$$

hoặc $c = -12\sqrt{3} - 21$.

Với $c = 3$, suy ra $a = 6$ và $b = 3\sqrt{3}$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$.

c) Từ giả thiết, ta suy ra $\widehat{F_1MF_2} = 90^\circ$ hay $MF_1 \perp MF_2$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} = 0 \Leftrightarrow (-c - 2\sqrt{3})(c - 2\sqrt{3}) + 4 = 0 \Leftrightarrow c^2 = 16.$$

Hơn nữa (E) qua M nên

$$\frac{12}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{12}{b^2 + 16} + \frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow 12b^2 + 4b^2 + 64 = b^4 + 16b^2 \Leftrightarrow b^4 = 64 \Leftrightarrow b^2 = 8.$$

Suy ra $a^2 = b^2 + c^2 = 24$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{8} = 1$.

d) Từ giả thiết, ta suy ra $\widehat{B_1F_1B_2} = 60^\circ$ mà $F_1B_1 = F_1B_2$. Suy ra tam giác $F_1B_1B_2$ đều cạnh $B_1B_2 = 2b$ nên

$$F_1O = \frac{\sqrt{3}}{2} B_1B_2 \Leftrightarrow c = \frac{\sqrt{3}}{2} 2b \Leftrightarrow c = \sqrt{3}b. \quad (1)$$

Hơn nữa (E) qua $M\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ nên $\frac{1}{a^2} + \frac{3}{4b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4b^2} + \frac{3}{4b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 1. \quad (2)$

Từ (1) và (2), kết hợp với hệ thức $a^2 = b^2 + c^2$, ta được $a^2 = 4$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Ví dụ 8: Lập phương trình chính tắc của Elip, biết

a) Elip có một tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3}; 0)$ và đi qua điểm M , biết tam giác F_1MF_2 có diện tích bằng 1 và vuông tại M .

b) Elip đi qua ba đỉnh của tam giác đều ABC . Biết tam giác ABC có trục đối xứng là Oy , $A(0; 2)$ và có diện tích bằng $\frac{49\sqrt{3}}{12}$.

c) Khi M thay đổi trên Elip thì độ dài nhỏ nhất của OM bằng 4 và độ dài lớn nhất của MF_1 bằng 8 với F_1 là tiêu điểm có hoành độ âm của Elip.

Lời giải

a) Elip có tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3}; 0)$, suy ra $c = \sqrt{3}$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Theo giả thiết, ta có

$$S_{\Delta F_1 M F_2} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} MF_1 \cdot MF_2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(a+ex)(a-ex) = 1 \Leftrightarrow a^2 - e^2 x^2 = 2 \Leftrightarrow a^2 - \frac{c^2}{a^2} \cdot x^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - \frac{3}{a^2} \cdot x^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{(a^2 - 2)a^2}{3}. \quad (1)$$

Cũng từ $MF_1 \perp MF_2$, ta có $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} = 0 \Leftrightarrow (-c-x)(c-x) + (-y)(-y) = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = c^2 = 3. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có $y^2 = 3 - x^2 = 3 - \frac{(a^2 - 2)a^2}{3} = \frac{9 - a^4 + 2a^2}{3}$.

Do đó

$$M(x; y) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{a^2 - 2}{3} + \frac{9 - a^4 + 2a^2}{3(a^2 - 3)} = 1$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 2)(a^2 - 3) + 9 - a^4 + 2a^2 = 3a^2 - 9 \Leftrightarrow a^2 = 4.$$

Suy ra $b^2 = 1$. Vậy Elip cần tìm có phương trình $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

b) Tam giác ABC đều, có điểm $A(0; 2) \in Oy$ và trục đối xứng là Oy nên hai điểm B, C đối xứng nhau qua Oy .

Giả sử $B(x; y)$ với $x > 0, y < 2$, suy ra $C(-x; y)$. Độ dài cạnh của tam giác là $2x$.

Theo giả thiết, ta có

$$S_{\Delta ABC} = \frac{49\sqrt{3}}{12} \Leftrightarrow \frac{(2x)^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{49\sqrt{3}}{12}, \text{ suy ra } x = \frac{7}{2\sqrt{3}}.$$

Đường cao của tam giác đều

$$h = \frac{2x\sqrt{3}}{2} = x\sqrt{3} = \frac{7}{2} \Leftrightarrow 2 - y = \frac{7}{2} \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}.$$

Suy ra $B\left(\frac{7}{2\sqrt{3}}; \frac{3}{2}\right)$.

Đến đây bài toán trở thành viết phương trình Elip đi qua hai điểm $A(0; 2)$ và $B\left(\frac{7}{2\sqrt{3}}; \frac{3}{2}\right)$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{\frac{28}{5}} + \frac{y^2}{4} = 1$.

c) Độ dài nhỏ nhất của OM bằng 4 nên $b = 4$.

Mặt khác, ta lại có độ dài lớn nhất của MF_1 bằng 8 nên $a + c = 8$.

Từ đó ta có hệ phương trình $\begin{cases} a + c = 8 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + c = 8 \\ a^2 = 16 + c^2 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} a = 5 \\ c = 3 \end{cases}$.

Vậy Elip cần tìm có phương trình (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

c) Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Phương trình chính tắc của Elip là

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$.

B. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b > 0)$.

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10.

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

B. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$.

C. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$.

D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi phương trình elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Vì trục lớn bằng 10 nên $2a = 10 \Rightarrow a = 5$.

Elip có tiêu cự bằng 6 nên $2c = 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow \sqrt{a^2 - b^2} = 3 \Rightarrow b = 4$.

Vậy phương trình Elip là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 3: Phương trình của Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $9x^2 + 16y^2 = 144$.

B. $9x^2 + 16y^2 = 1$.

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Gọi (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; (a > b)$

Độ dài trục lớn là: $A_1A_2 = 2a = 8 \Rightarrow a = 4$

Độ dài trục nhỏ là: $B_1B_2 = 2b = 6 \Rightarrow b = 3$

Vậy phương trình Elip là: $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow 9x^2 + 16y^2 = 144$

Câu 4: Cho (E) có hình chữ nhật cơ sở diện tích bằng 8, chu vi bằng 6 thì phương trình chính tắc là:

- A. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$. B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.
C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$. D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} 2a \cdot 2b = 8 \\ 2a + 2b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$. Vậy PTCT của (E) là: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Câu 5: Cho (E) có tiêu điểm $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$, tâm sai $e = \frac{4}{5}$ thì phương trình là:

- A. $4x^2 + 5y^2 = 20$. B. $16x^2 + 25y^2 = 400$.
C. $9x^2 + 25y^2 = 225$. D. $9x^2 + 16y^2 = 144$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} F_1(-4;0) \\ e = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 4 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow b^2 = 25 - 16 = 9$ Vậy PTCT của (E) là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow 9x^2 + 25y^2 = 225.$$

Câu 6: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 12 và độ dài trục bé bằng 6. Phương trình nào sau đây là phương trình của elip (E)

- A. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$. C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Ta có $a = 6$, $b = 3$, vậy phương trình của Elip là: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 7: Tìm phương trình chính tắc của Elip có tâm sai bằng $\frac{1}{3}$ và trục lớn bằng 6.

- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. D. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình chính tắc của Elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Theo giả thiết: $e = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 3c$ và $2a = 6 \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow c = 1$

Khi đó: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 3^2 = b^2 + 1 \Leftrightarrow b^2 = 8 \Leftrightarrow b = 2\sqrt{2}$

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$.

Câu 8: Phương trình Elip có trục lớn bằng $2\sqrt{5}$ và một tiêu điểm $F_1(-1;0)$ là:

A. $4x^2 + 5y^2 = 20$. **B.** $4x^2 + 5y^2 = 12$. **C.** $5x^2 + 4y^2 = 20$ **D.** $5x^2 + 4y^2 = 12$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2a = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow a = \sqrt{5}$.

$b^2 = a^2 - c^2 = \sqrt{5}^2 - 1^2 = 4$.

Vậy phương trình Elip có dạng: $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x^2 + 5y^2 = 20$.

Câu 9: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 8, trục nhỏ bằng 6 là

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. **C.** $9x^2 + 16y^2 = 1$. **D.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases} 2a = 8 \\ 2b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$.

Vậy phương trình chính tắc của (E) : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 10: Phương trình chính tắc của (E) có tâm sai $e = \frac{4}{5}$, độ dài trục nhỏ bằng 12 là

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\begin{cases} e = \frac{4}{5} \\ 2b = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5c = 4a \\ b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25c^2 = 16a^2 \\ b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25(a^2 - b^2) = 16a^2 \\ b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 6 \end{cases}$.

Vậy phương trình của (E) : $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Câu 11: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn bằng 6, tỉ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3}$ là

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1.$ B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1.$ C. $\frac{x^2}{19} + \frac{y^2}{5} = 1.$ D. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1.$

Lời giải

Chọn B

* Do độ dài trục lớn bằng 6 nên $2a = 6 \Rightarrow a = 3.$

* Do tỷ số giữa tiêu cự và độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3}$ nên $\frac{2c}{2a} = \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 3c \Rightarrow c = 1.$

* Ta có: $b^2 = a^2 - c^2 = 9 - 1 = 8 \Rightarrow (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1.$

Câu 12: Elip có hai đỉnh $(-3;0)$; $(3;0)$ và hai tiêu điểm $(-1;0)$ và $(1;0)$ có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1.$ B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1.$ C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1.$

Lời giải

Chọn B

Theo đề bài ta có $\begin{cases} a = 3 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 8.$

Vậy phương trình chính tắc của Elip đã cho là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$

Câu 13: Phương trình chính tắc của (E) có độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$ là

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1.$ B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1.$ C. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1.$ D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1.$

Lời giải

Chọn D

* Do độ dài trục lớn gấp 2 lần độ dài trục nhỏ nên $2a = 2.2b \Rightarrow a = 2b.$

* Do tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$ nên $2c = 4\sqrt{3} \Rightarrow c = 2\sqrt{3}.$

* Ta có: $b^2 = a^2 - c^2 \Leftrightarrow b^2 = 4b^2 - 12 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow (E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1.$

Câu 14: Phương trình chính tắc của (E) có đường chuẩn $x + 4 = 0$ và tiêu điểm $F(-1;0)$ là

A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1.$ B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{15} = 1.$ C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1.$

Lời giải

Chọn A

* Do đường chuẩn là $x+4=0 \Leftrightarrow x=-4$ nên $\frac{a}{e}=4 \Leftrightarrow \frac{a^2}{c}=4 \Rightarrow a^2=4c$.

* Do có tiêu điểm $F(-1;0)$ nên $c=1 \Rightarrow a=2, b^2=a^2-c^2=3$.

* Phương trình chính tắc của (E) là $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.

Câu 15: Phương trình chính tắc của (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là

A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{15} + \frac{y^2}{16} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn D

* Do (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c=6 \Rightarrow c=3$.

* Do (E) đi qua điểm $A(5;0)$ nên $a=5 \Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-9=16$.

* Phương trình chính tắc của (E) là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 16: Elip có hai tiêu điểm $F_1(-1;0); F_2(1;0)$ và tâm sai $e=\frac{1}{5}$ có phương trình là

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{25} = -1$. **C.** $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{25} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = -1$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)

Tiêu điểm $F_1(-1;0) \Rightarrow c=1$

Tâm sai $e=\frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{c}{a}=\frac{1}{5} \Leftrightarrow a=5c=5$

$\Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-1=24$.

Vậy $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{24} = 1$.

Câu 17: Trong hệ trục tọa độ Oxy , một elip có độ dài trục lớn là 8, độ dài trục bé là 6 thì có phương trình chính tắc là.

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. **B.** $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. **C.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. **D.** $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Độ dài trục lớn là $8 \Rightarrow 2a=8 \Leftrightarrow a=4$

Độ dài trục nhỏ là $6 \Rightarrow 2b=6 \Leftrightarrow b=3$

Phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 18: Các đỉnh của Elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; (a > b > 0)$ tạo thành hình thoi có một góc ở đỉnh là 60° , tiêu cự của (E) là 8, thế thì $a^2 + b^2 = ?$

A. 16.

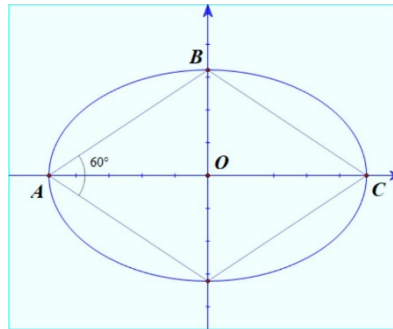
B. 32.

C. 64.

D. 128.

Lời giải

Chọn D



Gọi hình thoi là $ABCD$ và $\widehat{A} = 60^\circ$.

Tiêu cự là 8 $\Rightarrow a^2 - b^2 = 64$ (1).

Mặt khác xét tam giác AOB vuông tại O có góc $\widehat{BAO} = 30^\circ$ nên

$$OB = OA \tan 30^\circ \Leftrightarrow b = a \cdot \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} a \text{ thay vào phương trình (1)}$$

ta được $\frac{2}{3} a^2 = 64 \Leftrightarrow a^2 = 96 \Rightarrow b^2 = 32$. Vậy $a^2 + b^2 = 128$.

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho Elip (E) đi qua điểm $M(0;3)$. Biết khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm bất kì trên (E) bằng 8. Phương trình chính tắc của Elip là

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{64} = 1$

D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{9} = 1$

Lời giải

Chọn B

$$M(0;3) \in (E) \Rightarrow b = 3.$$

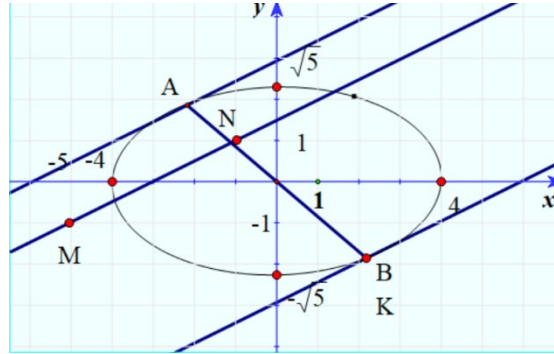
khoảng cách lớn nhất giữa hai điểm bất kì trên (E) bằng 8 $\Rightarrow a = 4$.

Phương trình chính tắc của (E) : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

- Câu 20:** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho đường elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$ và hai điểm $M(-5; -1), N(-1; 1)$. Điểm K thay đổi trên elip (E) . Diện tích tam giác MNK lớn nhất bằng
- A. $9\sqrt{5}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 9. D. 18.

Lời giải

Chọn C



+ Ta có

$$\cdot \overrightarrow{MN} = (4; 2) \Rightarrow MN = 2\sqrt{5}$$

$$\cdot MN : x - 2y + 3 = 0 \text{ hay } MN : y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\cdot S_{\Delta KMN} = \frac{1}{2} \cdot MN \cdot d(K, MN)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{|x_o - 2y_o + 3|}{\sqrt{5}} = |x_o - 2y_o + 3| \text{ với } K(x_o; y_o)$$

$\Rightarrow S_{\Delta KMN}$ lớn nhất khi $d(K, MN)$ lớn nhất.

+ Nhận thấy (E) có hai tiếp tuyến song song với MN , gọi A, B là hai tiếp điểm tương ứng. Khi đó $d(K, MN)$ lớn nhất khi $K \equiv B$.

$$+ \text{ Mà tiếp tuyến tại } K(x_o; y_o) \text{ có phương trình là: } \frac{x_o x}{16} + \frac{y_o y}{5} = 1 \text{ hay } y = -\frac{5x_o}{16y_o}x + \frac{5}{y_o}.$$

+ Từ đó ta có:

$$\begin{cases} \frac{-5x_o}{16y_o} = \frac{1}{2} \\ \frac{x_o^2}{16} + \frac{y_o^2}{5} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_o = -\frac{5}{8}x_o \\ x_o = \pm \frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow K\left(\frac{8}{3}; -\frac{5}{3}\right) \Rightarrow S_{\Delta KMN} = 9$$

- Câu 21:** Cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Xét các điểm M, N lần lượt thuộc các tia Ox, Oy sao cho đường thẳng MN tiếp xúc với (E) . Hỏi độ dài ngắn nhất của MN là bao nhiêu?
- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Gọi } M(m; 0), N(0; n) \text{ với } m, n > 0 \Rightarrow MN^2 = m^2 + n^2. \text{ Đường thẳng } MN : \frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1.$$

Cách 1: Dùng điều kiện tiếp tuyến của elip chính tắc

+) Elip chính tắc $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và đường thẳng $\Delta: Ax + By + C = 0$ tiếp xúc với nhau khi và chỉ khi $a^2A^2 + b^2B^2 = C^2$.

+) Phương trình tiếp tuyến của elip chính tắc tại $M(x_0; y_0)$ là: $\frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$.

$$MN \text{ tiếp xúc với } (E) \Leftrightarrow \frac{16}{m^2} + \frac{9}{n^2} = 1. \text{ Ta có } 1 = \frac{16}{m^2} + \frac{9}{n^2} \geq \frac{(4+3)^2}{m^2+n^2}$$

$$\Rightarrow m^2 + n^2 \geq 49 \Rightarrow MN_{\min} = 7.$$

Cách 2: Dùng điều kiện tiếp xúc

Đường thẳng $MN: \frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1 \Rightarrow y = -\frac{n}{m}x + n$ tiếp xúc với elip khi và chỉ khi phương trình

$$\frac{x^2}{16} + \frac{\left(-\frac{n}{m}x + n\right)^2}{9} = 1 \text{ có nghiệm kép} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{16} + \frac{n^2}{9m^2}\right)x^2 - \frac{2n^2}{9m}x + \frac{n^2}{9} - 1 = 0 \text{ có nghiệm kép}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = \frac{n^2}{9m^2} - \frac{n^2}{144} + \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow n^2 = \frac{9m^2}{m^2 - 16}.$$

$$\text{Khi đó } MN = \sqrt{m^2 + n^2} = \sqrt{m^2 + \frac{9m^2}{m^2 - 16}} = \sqrt{\frac{m^4 - 56m^2 + 784}{m^2 - 16} + 49} = \sqrt{\frac{(m^2 - 28)^2}{m^2 - 16} + 49} \geq 7.$$

Nhận xét: Cả 2 cách làm trên hiện tại không có trong chương trình phổ thông, người ra bài toán này không nắm được chương trình mới.

3. Dạng 3 : Các bài toán liên quan đến bán kính qua tiêu của elip

a) Phương pháp: Cho Elip có phương trình chính tắc: $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $b^2 = a^2 - c^2$.

• $M(x; y) \in (E)$. Khi đó $MF_1 = a + ex$: bán kính qua tiêu điểm trái.

$MF_2 = a - ex$: bán kính qua tiêu điểm phải.

b) Ví dụ minh họa:

Ví dụ 1 : a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip; A, B là hai điểm thuộc (E) sao cho $AF_1 + BF_2 = 8$. Tính $AF_2 + BF_1$.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1 = 2MF_2$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của Elip trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $MF_1 - MF_2 = 2$.

Lời giải

a) Ta có $a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$. Do $A, B \in (E)$ nên

$$AF_1 + AF_2 = 2a = 10 \text{ và } BF_1 + BF_2 = 2a = 10.$$

Suy ra $AF_1 + AF_2 + BF_1 + BF_2 = 20 \Leftrightarrow 8 + AF_2 + BF_1 = 20 \Leftrightarrow AF_2 + BF_1 = 12$.

b) Ta có $a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$ và $b^2 = 5 \Rightarrow b = \sqrt{5}$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 4 \Rightarrow c = 2$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Ta có $MF_1 = 2MF_2 \Leftrightarrow a + ex = 2(a - ex) \Leftrightarrow x = \frac{a}{3e} = \frac{a^2}{3c} = \frac{3}{2}$. Thay vào

(E) , ta được $\frac{9}{4 \cdot 9} + \frac{y^2}{5} = 1 \Leftrightarrow y^2 = \frac{15}{4} \Leftrightarrow y = \pm \frac{\sqrt{15}}{2}$.

Vậy $M\left(\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{15}}{2}\right)$ hoặc $M\left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{15}}{2}\right)$.

c) Ta có $a^2 = 8 \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$ và $b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 4 \Rightarrow c = 2$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Ta có $MF_1 - MF_2 = 2 \Leftrightarrow a + ex - (a - ex) = 2 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e} = \frac{a}{c} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

Thay vào (E) , ta được $\frac{2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow y^2 = 3 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{3}$.

Vậy $M(\sqrt{2}; -\sqrt{3})$ hoặc $M(\sqrt{2}; \sqrt{3})$.

Ví dụ 2: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm những điểm M thuộc (E) sao cho nó nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc vuông.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2 .

Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{F_1MF_2} = 60^\circ$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2 .

Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{F_1MF_2} = 120^\circ$.

d) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ với hai tiêu điểm F_1, F_2

trong đó F_1 có hoành độ âm. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho góc $\widehat{MF_1F_2} = 120^\circ$.

Lời giải

a) Ta có $a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$ và $b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 2 \Rightarrow c = 2\sqrt{2}$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Ta có $\widehat{F_1MF_2} = 90^\circ$ nên $F_1F_2^2 = MF_1^2 + MF_2^2$

$$\Leftrightarrow 4c^2 = (a+ex)^2 + (a-ex)^2 \Leftrightarrow 32 = 2a^2 + 2e^2x^2$$

$$\Leftrightarrow 32 = 18 + 2 \cdot \frac{8}{9} \cdot x^2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{63}{8} \Leftrightarrow x = \pm \frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$$

Thay vào (E), ta được $y^2 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Vậy $M\left(\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$, $M\left(\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}; -\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$, $M\left(-\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}; -\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$.

b) Ta có $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$ và $b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Ta có $F_1F_2^2 = MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1 \cdot MF_2 \cdot \cos 60^\circ$

$$\Leftrightarrow 4c^2 = (a+ex)^2 + (a-ex)^2 - 2(a+ex)(a-ex) \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow 12 = 2a^2 + 2e^2x^2 - a^2 + e^2x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{12 - a^2}{3e^2} = \frac{32}{9} \Leftrightarrow x = \pm \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

Thay vào (E), ta được $\frac{32}{9 \cdot 4} + y^2 = 1 \Leftrightarrow y^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{3}$.

Vậy $M\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$, $M\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$, $M\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

c) Ta có $a^2 = 100 \Rightarrow a = 10$ và $b^2 = 25 \Rightarrow b = 5$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 75 \Rightarrow c = 5\sqrt{3}$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Ta có $F_1F_2^2 = MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1 \cdot MF_2 \cos 120^\circ$

$$\Leftrightarrow 4c^2 = (a+ex)^2 + (a-ex)^2 - 2(a+ex)(a-ex) \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 300 = 2a^2 + 2e^2x^2 + a^2 - e^2x^2$$

$$\Leftrightarrow 300 = 3a^2 + e^2x^2 \Leftrightarrow 300 = 300 + e^2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Thay vào (E), ta được $\frac{0}{100} + \frac{y^2}{25} = 1 \Leftrightarrow y^2 = 25 \Leftrightarrow y = \pm 5$.

Vậy $M(0; 5)$ hoặc $M(0; -5)$.

d) Ta có $a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$ và $b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 16 \Rightarrow c = 4$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Ta có $MF_2^2 = MF_1^2 + F_1F_2^2 - 2MF_1 \cdot F_1F_2 \cos 120^\circ$

$$\Leftrightarrow (a-ex)^2 = (a+ex)^2 + 4c^2 - 2(a+ex)2c\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow 4aex + 4c^2 + 2ac + 2ecx = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{65}{14}.$$

$$\text{Thay vào } (E), \text{ ta được } y^2 = \frac{243}{196} \Leftrightarrow y = \pm \frac{9\sqrt{3}}{14}.$$

$$\text{Vậy } M\left(-\frac{65}{14}; \frac{9\sqrt{3}}{14}\right) \text{ hoặc } M\left(-\frac{65}{14}; -\frac{9\sqrt{3}}{14}\right).$$

Ví dụ 3: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ và điểm $C(2;0)$. Tìm tọa độ các điểm A, B thuộc (E) , biết rằng A, B đối xứng với nhau qua trục hoành và tam giác ABC là tam giác đều.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm tọa độ các điểm A và B thuộc (E) có hoành độ dương sao cho tam giác OAB cân tại O và có diện tích lớn nhất.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$ và điểm $A(3;0)$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho tam giác ABC vuông cân tại A , biết B có tung độ dương.

Lời giải

a) a có $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$ và $b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}$.

Giả sử $A(x; y)$ suy ra $B(x; -y)$. Theo giả thiết, tam giác ABC đều

$$AC^2 = AB^2 \Leftrightarrow (2-x)^2 + y^2 = 4y^2 \Leftrightarrow (2-x)^2 = 3y^2. \quad (1)$$

$$\text{Hơn nữa } A \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 4y^2 = 4. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có

$$\begin{cases} (2-x)^2 = 3y^2 \\ x^2 + 4y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 1 - \frac{x^2}{4} \\ 7x^2 - 16x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ y = \frac{4\sqrt{3}}{7} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = \frac{2}{7} \\ y = -\frac{4\sqrt{3}}{7} \end{cases}.$$

Vì A, B khác C nên $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right), B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ hoặc $A\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

b) Do tam giác OAB cân tại O và A, B đều có hoành độ dương nên A, B đối xứng nhau qua Ox .

Giả sử $A(x; y)$ với $x > 0$, suy ra $B(x; -y)$. Gọi H là hình chiếu của O lên AB . Khi đó ta có

$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot OH = \frac{1}{2} |2y|x = x|y|.$$

Áp dụng bất đẳng thức *Cauchy*, ta có $1 = \frac{x^2}{4} + y^2 \geq 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot |y| = x|y|$.

Do đó $S_{\Delta OAB} \leq 1$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $\frac{x^2}{4} = y^2$.

Thay vào (E), ta được $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1 \Leftrightarrow y^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow y^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$.

Vậy $A\left(\sqrt{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ và $B\left(\sqrt{2}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ hoặc $A\left(\sqrt{2}; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ và $B\left(\sqrt{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

c) Gọi $B(x; y)$ với $x > 0$.

Do tam giác ABC vuông cân tại A , suy ra B và C đối xứng nhau qua Ox nên $C(x; -y)$.

Ta có $AB \perp AC \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 - y^2 = 0$. (1)

Hơn nữa, $B \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$. (2)

Từ (1) và (2), ta có

$$\begin{cases} (x-3)^2 - y^2 = 0 \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 1 - \frac{x^2}{9} \\ (x-3)^2 - 1 + \frac{x^2}{9} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 1 - \frac{x^2}{9} \\ \frac{10}{9}x^2 - 6x + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = \frac{12}{5} \\ y = \pm \frac{3}{5} \end{cases}.$$

Vì A, B khác C nên $B\left(\frac{12}{5}; \frac{3}{5}\right), C\left(\frac{12}{5}; -\frac{3}{5}\right)$.

Ví dụ 4: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$ và hai điểm $A(-5; -1), B(-1; 1)$. Xác định tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất.

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$ và hai điểm $A(3; 4), B(5; 3)$.

Tìm trên (E) điểm C sao cho tam giác ABC có diện tích bằng 4,5.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm trên (E) những điểm sao cho khoảng cách từ điểm đó đến đường thẳng $d: 2x - 3y + 1 = 0$ là lớn nhất.

Lời giải

a) Gọi $M(x; y) \in (E)$ nên $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$. Phương trình đường thẳng $AB: x - 2y + 3 = 0$.

Ta có

$$S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M, AB) = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \frac{|x - 2y + 3|}{\sqrt{5}} = |x - 2y + 3|.$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta được

$$(x - 2y)^2 = \left(4 \cdot \frac{1}{4}x - 2\sqrt{5} \cdot \frac{y}{\sqrt{5}}\right)^2 \leq \left[\left(\frac{1}{4}x\right)^2 + \left(\frac{y}{\sqrt{5}}\right)^2\right] \left[4^2 + (2\sqrt{5})^2\right] = \left(\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5}\right) \cdot 36 = 1 \cdot 36 = 36.$$

Suy ra $|x - 2y| \leq 6$ nên $|x - 2y + 3| \leq 9$.

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: } \begin{cases} \frac{1}{4}x = \frac{y}{\sqrt{5}} \\ \frac{4}{4} = \frac{-2\sqrt{5}}{-2\sqrt{5}} \\ x - 2y + 3 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ y = -\frac{5}{3} \end{cases}.$$

Vậy $M\left(\frac{8}{3}; -\frac{5}{3}\right)$ thỏa yêu cầu bài toán.

b) Gọi $C(x; y) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$. (1)

Phương trình đường thẳng $AB: x + 2y - 11 = 0$. Ta có

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C, AB) = 4,5 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{5} \frac{|x + 2y - 11|}{\sqrt{5}} = 4,5 \Leftrightarrow |x + 2y - 11| = 9$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y - 11 = 9 & (2) \\ x + 2y - 11 = -9 & (3) \end{cases}$$

Từ (1) và (2), ta có $\begin{cases} x + 2y - 11 = 9 \\ \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 - 2y \\ \frac{(20 - 2y)^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 - 2y \\ 2y^2 - 20y + 100 = 0 \end{cases}$ vô

nghiệm.

Từ (1) và (3), ta có $\begin{cases} x + 2y - 11 = -9 \\ \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 2y \\ \frac{(2 - 2y)^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{3} \\ y = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \\ y = \frac{1 - \sqrt{3}}{2} \end{cases}.$

Vậy $C\left(1-\sqrt{3}; \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$ hoặc $C\left(1+\sqrt{3}; \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$.

c) Gọi $M(x; y) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2y^2 = 2$. Ta có

$$d(M, d) = \frac{|2x - 3y + 1|}{\sqrt{13}}.$$

Áp dụng bất đẳng thức *Bunhiacopxki*, ta có

$$(2x - 3y)^2 = \left(2 \cdot x - \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2}y\right)^2 \leq \left[x^2 + (\sqrt{2}y)^2\right] \left(4 + \frac{9}{2}\right) = 2 \cdot \frac{17}{2} = 17.$$

Suy ra $|2x - 3y| \leq \sqrt{17}$ nên $|2x - 3y + 1| \leq \sqrt{17} + 1$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi:
$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{2}y}{-3} \\ 2x - 3y = \sqrt{17} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{\sqrt{17}} \\ y = -\frac{3}{\sqrt{17}} \end{cases}.$$

Vậy $d(M, d)$ lớn nhất bằng $\frac{\sqrt{17} + 1}{\sqrt{13}}$ khi $M\left(\frac{4}{\sqrt{17}}; -\frac{3}{\sqrt{17}}\right)$.

Ví dụ 5: a) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và các điểm $A(-3; 0)$, $I(-1; 0)$. Tìm tọa độ các điểm B, C thuộc (E) sao cho I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

b) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2 . Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho bán kính đường tròn nội tiếp tam giác MF_1F_2 bằng $\frac{4}{3}$.

c) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2 . Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho đường phân giác trong góc $\widehat{F_1MF_2}$ đi qua điểm $N\left(-\frac{48}{25}; 0\right)$.

Lời giải

a) Phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có tâm $I(-1; 0)$, bán kính $R = IA = 2$ là:

$$(C): (x+1)^2 + y^2 = 4.$$

Theo giả thiết, ta có $B, C \in (E) \cap (C)$ nên tọa độ điểm B, C là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \\ (x+1)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 9y^2 = 36 \\ 9(x+1)^2 + 9y^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 9y^2 = 36 \\ 9(x+1)^2 - 4x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 + 9y^2 = 36 \\ 5x^2 + 18x + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 0 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{4\sqrt{6}}{5} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = -\frac{4\sqrt{6}}{5} \end{cases}.$$

Vậy $B\left(-\frac{3}{5}; -\frac{4\sqrt{6}}{5}\right)$, $C\left(-\frac{3}{5}; \frac{4\sqrt{6}}{5}\right)$ hoặc $B\left(-\frac{3}{5}; \frac{4\sqrt{6}}{5}\right)$, $\left(-\frac{3}{5}; -\frac{4\sqrt{6}}{5}\right)$.

b) Ta có $a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$ và $b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 16 \Rightarrow c = 4$.

Hai tiêu điểm của Elip là: $F_1(-4; 0)$ và $F_2(4; 0)$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Ta có $S_{\Delta MF_1 F_2} = p \cdot r$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} F_1 F_2 \cdot d(M, F_1 F_2) = \frac{MF_1 + MF_2 + F_1 F_2}{2} \cdot r$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot 2c \cdot |y| = (a+c) \cdot \frac{4}{3} \Leftrightarrow 4|y| = 9 \cdot \frac{4}{3} \Leftrightarrow |y| = 3 \Leftrightarrow y = \pm 3.$$

Thay vào phương trình (E), ta được $\frac{x^2}{25} + \frac{9}{9} = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy $M(0; 3)$ hoặc $M(0; -3)$.

c) Ta có $a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$ và $b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 16 \Rightarrow c = 4$.

Hai tiêu điểm của Elip là: $F_1(-4; 0)$ và $F_2(4; 0)$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Theo giả thiết MN là phân giác trong của $\widehat{F_1 M F_2}$, suy ra

$$\frac{F_1 N}{F_2 N} = \frac{F_1 M}{F_2 M} \Leftrightarrow \frac{52}{148} = \frac{a+ex}{a-ex} \Leftrightarrow 12a + 25ex = 0 \Leftrightarrow 12 \cdot 5 + 25 \cdot \frac{4}{5} x = 0 \Leftrightarrow x = -3.$$

Thay vào phương trình (E), ta được $\frac{9}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{12}{5}$.

Vậy $M\left(-3; \frac{12}{5}\right)$ hoặc $M\left(-3; -\frac{12}{5}\right)$.

c) Bài tập trắc nghiệm :

Câu 1: Cho Elip (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Với M là điểm bất kì nằm trên (E), khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $4 \leq OM \leq 5$. B. $OM \geq 5$. C. $OM \leq 3$. D. $3 \leq OM \leq 4$.

Lời giải

Chọn D.

Từ (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, suy ra $a = 4, b = 3$.

Với một điểm bất kì trên (E), ta luôn có $b \leq OM \leq a \Rightarrow 3 \leq OM \leq 4$.

Câu 2: Elip đi qua điểm $M\left(1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ thì có phương trình chính tắc là:

- A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. C. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{1} = 1$. D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Giả sử (E) có PTCT là: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Ta có: $\begin{cases} M\left(1; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \in (E) \\ 2c = 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a^2} + \frac{3}{4b^2} = 1 \\ a^2 - b^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 1 \end{cases}$ Vậy PTCT của (E) là: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$

Câu 3: Cho Elip (E): $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ và điểm M nằm trên (E). Nếu điểm M có hoành độ bằng -13 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng:

- A. 8; 18. B. $13 \pm \sqrt{5}$. C. 10; 16. D. $13 \pm \sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a = 13, b = 12 \Rightarrow c = 5$

Vậy $MF_1 = a + \frac{c}{a}x_M = 8$ $MF_2 = a - \frac{c}{a}x_M = 18$

Câu 4: Cho Elíp có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 100$. Tính tổng khoảng cách từ điểm thuộc elíp có hoành độ $x = 2$ đến hai tiêu điểm.

- A. 10. B. $2\sqrt{2}$. C. 5. D. $4\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình chính tắc của elíp có dạng (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Ta có: $a = \frac{5}{2}, b = 2, c = \sqrt{6}$.

Sử dụng công thức bán kính qua tiêu

$$MF_1 = \frac{5}{2} - \frac{4\sqrt{6}}{5}, \quad MF_2 = \frac{5}{2} + \frac{4\sqrt{6}}{5}$$

$$MF_1 + MF_2 = 5.$$

Cách 2: dễ thấy $MF_1 + MF_2 = 2a = 5$.

Câu 5: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Đường thẳng $(d): x = -4$ cắt (E) tại hai điểm M, N . Khi đó:

A. $MN = \frac{9}{25}$. **B.** $MN = \frac{18}{25}$. **C.** $MN = \frac{18}{5}$. **D.** $MN = \frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết: $x = -4$ nên ta có phương trình:

$$\frac{(-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{9} = \frac{9}{25} \Leftrightarrow y^2 = \frac{81}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{9}{5} \Rightarrow M\left(-4; \frac{9}{5}\right) \\ y = -\frac{9}{5} \Rightarrow N\left(-4; -\frac{9}{5}\right) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } MN = \sqrt{(-4+4)^2 + \left(\frac{9}{5} + \frac{9}{5}\right)^2} = \frac{18}{5}.$$

Câu 6: Cho Elip có phương trình: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. M là điểm thuộc (E) sao cho $MF_1 = MF_2$. Khi đó tọa độ điểm M là:

A. $M_1(0;1), M_2(0;-1)$. **B.** $M_1(0;2), M_2(0;-2)$.
C. $M_1(-4;0), M_2(4;0)$. **D.** $M_1(0;4), M_2(0;-4)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Nên $a = 4; b = 2$

Vì $MF_1 = MF_2$ nên M thuộc đường trung trực của F_1F_2 chính là trục Oy

M là điểm thuộc (E) nên M là giao điểm của elip và trục Oy

Vậy $M_1(0;2), M_2(0;-2)$.

Câu 7: Dây cung của Elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$). vuông góc với trục lớn tại tiêu điểm có độ dài là

A. $\frac{2c^2}{a}$. **B.** $\frac{2b^2}{a}$. **C.** $\frac{2a^2}{c}$. **D.** $\frac{a^2}{c}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi dây cung đó là M_1M_2 như hình vẽ.

$$\text{Giả sử } M_1(c; y)(y > 0), M_1 \in (E) \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow y^2 = b^2 \cdot \frac{a^2 - c^2}{a^2} = \frac{b^4}{a^2} \Rightarrow y = \frac{b^2}{a}$$

$$\text{Khi đó, } M_1\left(c; \frac{b^2}{a}\right), M_2\left(c; -\frac{b^2}{a}\right) \Rightarrow M_1M_2 = \frac{2b^2}{a}.$$

Câu 8: Cho $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và điểm M thuộc (E) . Khi đó độ dài OM thỏa mãn

- A.** $OM \leq 3$ **B.** $3 \leq OM \leq 4$. **C.** $4 \leq OM \leq 5$. **D.** $OM \geq 5$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Vì } M(x; y) \in (E) \text{ nên } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{ và } OM = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{16} \leq \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} \leq \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} \Leftrightarrow \frac{OM^2}{16} \leq 1 \leq \frac{OM^2}{9} \Leftrightarrow 9 \leq OM^2 \leq 16 \Leftrightarrow 3 \leq OM \leq 4.$$

Câu 9: Cho $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Đường thẳng $d: x = -4$ cắt (E) tại hai điểm M, N . Khi đó, độ dài đoạn MN bằng

- A.** $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{9}{25}$. **C.** $\frac{18}{5}$. **D.** $\frac{18}{25}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Thay } x = -4 \text{ vào phương trình đường elip ta được: } \frac{16}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{9}{5}.$$

$$\text{Tọa độ hai giao điểm là } M\left(-4; \frac{9}{5}\right), N\left(-4; -\frac{9}{5}\right).$$

$$\text{Do đó, } MN = \frac{18}{5}.$$

Câu 10: Đường thẳng $y = kx$ cắt $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ tại hai điểm M, N phân biệt. Khi đó M, N

- A.** Đối xứng nhau qua $O(0;0)$. **B.** Đối xứng nhau qua Oy .
C. Đối xứng nhau qua Ox . **D.** Đối xứng nhau qua $I(0;1)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $y = kx$ đi qua $O(0;0)$ và (E) nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng. Do đó khi đường thẳng $y = kx$ cắt (E) tại M, N phân biệt thì M, N đối xứng nhau qua $O(0;0)$.

Câu 11: Cho elip $(E): \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ và điểm M thuộc (E) có hoành độ $x_M = -13$. Khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm của (E) lần lượt là

- A. 10 và 6. B. 8 và 18. C. 13 và $\pm\sqrt{5}$. D. 13 và $\pm\sqrt{10}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_M = -13 \\ M \in (E) \end{cases} \Rightarrow y_M = 0 \Rightarrow M(-13; 0).$$

$$\text{Ta có } a^2 = 169; b^2 = 144 \Rightarrow c^2 = 25 \Rightarrow c = 5.$$

Các tiêu điểm của (E) là $F_1(-5; 0)$, $F_2(5; 0)$, suy ra $MF_1 = 8$, $MF_2 = 18$.

Câu 12: Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, với tiêu điểm F_1, F_2 . Lấy hai điểm $A, B \in (E)$ sao cho

$$AF_1 + BF_1 = 8. \text{ Khi đó, } AF_2 + BF_2 = ?$$

- A. 6. B. 8. C. 12. D. 10.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Do } (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = 5.$$

$$\text{Do } A \in (E) \Leftrightarrow AF_1 + AF_2 = 2a = 10.$$

$$\text{Do } B \in (E) \Leftrightarrow BF_1 + BF_2 = 2a = 10.$$

$$\Rightarrow (AF_1 + BF_1) + (AF_2 + BF_2) = 20 \Leftrightarrow 8 + (AF_2 + BF_2) = 20 \Leftrightarrow AF_2 + BF_2 = 12.$$

Câu 13: Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm tọa độ điểm $M \in (E)$ sao cho M nhìn F_1, F_2 dưới một góc vuông:

- A. $(-5; 0)$. B. $\left(4; -\frac{9}{5}\right)$. C. $(0; 4)$. D. $\left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; \frac{9}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$M(x_M; y_M)$ nhìn F_1, F_2 dưới một góc vuông khi và chỉ khi $OM = OF_1$.

$$\text{Do } (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a^2 = 25; b^2 = 9 \Rightarrow c^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = 4.$$

$$\text{Đề } OM = OF_1 \Leftrightarrow \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = 4 \Leftrightarrow x_M^2 + y_M^2 = 16.$$

$$\text{Mặt khác } M \in (E) \Rightarrow \frac{x_M^2}{25} + \frac{y_M^2}{9} = 1 \Leftrightarrow 9x_M^2 + 25y_M^2 = 225.$$

Ta có hệ:
$$\begin{cases} x_M^2 + y_M^2 = 16 \\ 9x_M^2 + 25y_M^2 = 225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M^2 = \frac{175}{16} \\ y_M^2 = \frac{81}{16} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \pm \frac{5\sqrt{7}}{4} \\ y_M = \pm \frac{9}{4} \end{cases}.$$

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$ và hai điểm $A(-5; -1), B(-1; 1)$. Điểm M bất kì thuộc (E) , diện tích lớn nhất của tam giác MAB là:

- A. 18. B. 9. C. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overline{AB} = (4; 2), AB = 2\sqrt{5}$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A, B: x - 2y + 3 = 0$.

$M(4 \cos \varphi; \sqrt{5} \sin \varphi) \in (E) (0 \leq \varphi \leq 2\pi)$.

$S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M, \Delta)$. Diện tích lớn nhất khi và chỉ khi $d(M, \Delta)$ lớn nhất.

Ta có:
$$d_{(M, \Delta)} = \frac{|4 \cos \varphi - 2\sqrt{5} \sin \varphi + 3|}{\sqrt{5}} \leq \frac{|4 \cos \varphi - 2\sqrt{5} \sin \varphi| + 3}{\sqrt{5}}$$

$$\Leftrightarrow d(M, \Delta) \leq \frac{\sqrt{4^2 + (-2\sqrt{5})^2} + 3}{\sqrt{5}} = \frac{9}{\sqrt{5}}.$$
 Vậy $S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M, \Delta) = 9$.

Câu 15: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): x^2 + 4y^2 - 4 = 0$. Tìm tất cả những điểm N trên elip (E) sao cho: $\widehat{F_1 N F_2} = 60^\circ$ (F_1, F_2 là hai tiêu điểm của elip (E))

A. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

B. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

C. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

D. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \Rightarrow a^2 = 4, b^2 = 1 \Leftrightarrow c^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}$.

$$\text{Gọi } N(x_0; y_0) \in (E) \Rightarrow \begin{cases} x_0^2 + 4y_0^2 = 4 \\ NF_1 = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_0; \quad NF_2 = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x_0. \text{ Xét tam giác } F_1NF_2 \text{ theo hệ thức} \\ F_1F_2 = 2\sqrt{3} \end{cases}$$

lượng trong tam giác ta có: $(F_1F_2)^2 = NF_1^2 + NF_2^2 - 2NF_1NF_2\cos 60^\circ \Leftrightarrow$

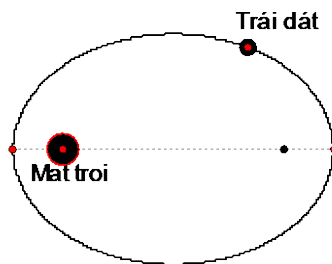
$$\Leftrightarrow (2\sqrt{3})^2 = \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)^2 + \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)^2 - \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)\left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)$$

$$\Leftrightarrow 12 = 8 + \frac{3}{2}x_0^2 - \left(4 - \frac{3}{4}x_0^2\right) \Leftrightarrow \frac{9}{4}x_0^2 = 8 \Leftrightarrow x_0^2 = \frac{32}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{4\sqrt{2}}{3} \\ x_0 = \frac{4\sqrt{2}}{3} \end{cases} \Rightarrow y_0^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -\frac{1}{3} \\ y_0 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Vậy có tất cả 4 điểm thỏa

$$N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right) \text{ hoặc } N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right) \text{ hoặc } N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right) \text{ hoặc } N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

Câu 16: Các hành tinh và các sao chổi khi chuyển động xung quanh mặt trời có quỹ đạo là một đường elip trong đó tâm mặt trời là một tiêu điểm. Điểm gần mặt trời nhất gọi là *điểm cận nhật*, điểm xa mặt trời nhất gọi là *điểm viễn nhật*. Trái đất chuyển động xung quanh mặt trời theo quỹ đạo là một đường elip có độ dài nửa trục lớn bằng 93.000.000 dặm. Tỷ số khoảng cách giữa điểm cận nhật và điểm viễn nhật đến mặt trời là $\frac{59}{61}$. Tính khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điểm cận nhật. Lấy giá trị gần đúng.



A. Xấp xỉ 91.455.000 dặm.

B. Xấp xỉ 91.000.000 dặm.

C. Xấp xỉ 91.450.000 dặm.

D. Xấp xỉ 91.550.000 dặm.

Lời giải

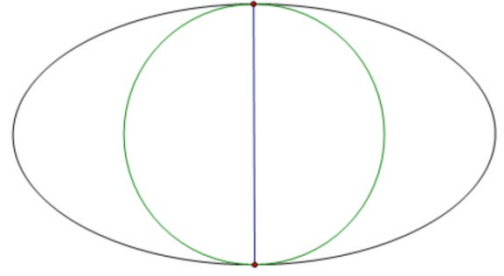
Chọn C

Ta có $a = 93.000.000$

$$\text{Và } \frac{a-c}{a+c} = \frac{59}{61} \Leftrightarrow 61a - 61c = 59a + 59c \Leftrightarrow c = \frac{a}{60} = \frac{93.000.000}{60} = 1.550.000$$

Suy ra khoảng cách từ trái đất đến mặt trời khi trái đất ở điểm cận nhật là: 91.450.000

Câu 17: Ông Hoàng có một mảnh vườn hình elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là $60m$ và $30m$. Ông chia thành hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với elip để làm mục đích sử dụng khác nhau. Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích elip được tính theo công thức $S = \pi ab$ trong đó a, b lần lượt là độ dài nửa trục lớn và nửa trục bé của elip. Biết độ rộng của đường elip không đáng kể.



A. $T = \frac{2}{3}$.

B. $T = 1$.

C. $T = \frac{1}{2}$.

D. $T = \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình tròn: $S_T = \pi \cdot 15^2$, diện tích elip là $S_E = \pi \cdot 15 \cdot 30$.

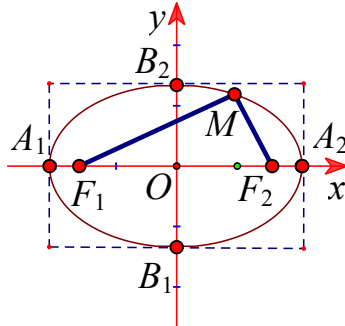
$$\text{Tỉ số diện tích } T = \frac{S_T}{S_E - S_T} = \frac{\pi \cdot 15^2}{\pi \cdot 15 \cdot 30 - \pi \cdot 15^2} = \frac{15}{30 - 15} = 1.$$

CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

BÀI PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG ELIP

I – LÝ THUYẾT

1) **Định nghĩa:** Cho hai điểm cố định F_1, F_2 với $F_1F_2 = 2c (c > 0)$ và hằng số $a > c$. Elip (E) là tập hợp các điểm M thỏa mãn $MF_1 + MF_2 = 2a$.



Hình 3.3

Các điểm F_1, F_2 là tiêu điểm của (E). Khoảng cách $F_1F_2 = 2c$ là tiêu cự của (E). MF_1, MF_2 được gọi là bán kính qua tiêu.

2) Phương trình chính tắc của elip:

Với $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$:

$$M(x; y) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1) \text{ trong đó } b^2 = a^2 - c^2$$

(1) được gọi là phương trình chính tắc của (E).

3) Hình dạng và tính chất của elip:

Elip có phương trình (1) nhận các trục tọa độ là trục đối xứng và gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

+ Tiêu điểm: Tiêu điểm trái $F_1(-c; 0)$, tiêu điểm phải $F_2(c; 0)$

+ Các đỉnh : $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$

+ Trục lớn : $A_1A_2 = 2a$, nằm trên trục Ox ; trục nhỏ : $B_1B_2 = 2b$, nằm trên trục Oy .

+ Hình chữ nhật tạo bởi các đường thẳng $x = \pm a, y = \pm b$ gọi là hình chữ nhật cơ sở.

+ Tâm sai : $e = \frac{c}{a} < 1$

+ Bán kính qua tiêu điểm của điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc (E) là:

$$MF_1 = a + ex_M = a + \frac{c}{a}x_M, \quad MF_2 = a - ex_M = a - \frac{c}{a}x_M$$

II – DẠNG TOÁN

1. **Dạng 1:** Xác định độ dài các trục khi cho sẵn phương trình elip.

a) **Phương pháp giải tự luận.**

Từ phương trình chính tắc của (E) $\Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ta có thể xác định được:

+ Các đỉnh : $A_1(-a; 0), A_2(a; 0), B_1(0; -b), B_2(0; b)$

+ Trục lớn : $A_1A_2 = 2a$, trục nhỏ : $B_1B_2 = 2b$.

Ví dụ: Cho elip có phương trình: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Khi đó độ dài trục lớn, trục nhỏ lần lượt là.

A. 9;4.

B. 6;4.

C. 3;2.

D. 4;6.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

- Trục lớn: $A_1A_2 = 2a = 2.3 = 6$

- Trục nhỏ: $B_1B_2 = 2b = 2.2 = 4$

Chọn B

b) Phương pháp giải trắc nghiệm, casio.

2. Dạng 2: Xác định tọa độ các tiêu điểm khi cho sẵn phương trình elip.

a) Phương pháp giải tự luận.

Từ phương trình chính tắc của $(E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ta có thể xác định được:

+ Các đỉnh : $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$

+ Tiêu điểm: Tiêu điểm trái $F_1(-c;0)$, tiêu điểm phải $F_2(c;0)$ với $b^2 = a^2 - c^2$

Ví dụ: Cho elip có phương trình: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Khi đó tọa độ tiêu điểm của elip là.

A. $F_1(-\sqrt{7};0)$, $F_2(\sqrt{7};0)$

B. $F_1(-16;0)$, $F_2(16;0)$

C. $F_1(-9;0)$, $F_2(9;0)$

D. $F_1(-4;0)$, $F_2(4;0)$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{7}$$

- Tiêu điểm là: $F_1(-\sqrt{7};0)$, $F_2(\sqrt{7};0)$

Chọn A

b) Phương pháp giải trắc nghiệm, casio.

3. Dạng 3: Xác định tọa độ các tiêu điểm khi cho sẵn phương trình elip.

a) Phương pháp giải tự luận.

Từ phương trình chính tắc của $(E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ta có thể xác định được:

+ Các đỉnh : $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$, $B_2(0;b)$

Ví dụ 1: Cho elip có phương trình: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Khi đó tọa độ hai đỉnh trên trục lớn của elip là.

A. $A_1(-1;0)$, $A_2(1;0)$

B. $A_1(0;-1)$, $A_2(0;1)$

C. $A_1(2;0)$, $A_2(-1;0)$

D. $A_1(-2;0)$, $A_2(2;0)$

Lời giải

Ta có: $a^2 = 4 \Leftrightarrow a = 2$

- Hai đỉnh trên trục lớn là: $A_1(-2;0), A_2(2;0)$

Chọn D

Ví dụ 2: Cho elip có phương trình: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Khi đó tọa độ hai đỉnh trên trục nhỏ của elip là.

A. $B_1(-2;0), B_2(2;0)$

B. $B_1(3;0), B_2(2;0)$

C. $B_1(-3;0), B_2(-2;0)$

D. $B_1(-3;0), B_2(3;0)$

Lời giải

Ta có: $b^2 = 4 \Leftrightarrow b = 2$

- Hai đỉnh trên trục lớn là: $B_1(-2;0), B_2(2;0)$

Chọn A

b) Phương pháp giải trắc nghiệm, casio.

4. Dạng 4: Lập phương trình chính tắc của elip khi biết độ dài trục lớn và trục nhỏ.

a) Phương pháp giải tự luận.

+ Trục lớn : $A_1A_2 = 2a$, trục nhỏ : $B_1B_2 = 2b$. Ta xác định được a, b .

+ Viết phương trình elip: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Ví dụ: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 12 và độ dài trục bé bằng 6. Phương trình nào sau đây là phương trình của elip (E) .

A. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 1$.

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$.

C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$.

D. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 0$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Ta có $a = 6, b = 3$, vậy phương trình của Elip là: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Chọn C.

b) Phương pháp giải trắc nghiệm, casio.

5. Dạng 5: Lập phương trình chính tắc của elip khi biết độ dài trục lớn và tiêu cự của nó.

a) Phương pháp giải tự luận.

+ Trục lớn : $A_1A_2 = 2a$, tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$. Ta xác định: $b^2 = a^2 - c^2$

+ Viết phương trình elip: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Ví dụ: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 10 và độ dài tiêu cự bằng 6. Phương trình nào sau đây là phương trình của elip (E) .

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$

B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1.$

C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1.$

D. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 0.$

Lời giải

Ta có: $2a = 10, 2c = 6 \Rightarrow a = 5, c = 3. b^2 = a^2 - c^2 = 5^2 - 3^2 = 16.$

Vậy phương trình của Elip là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$

Chọn A.

b) Phương pháp giải trắc nghiệm, casio.

6. Dạng 6: Lập phương trình chính tắc của elip khi biết độ dài trục nhỏ và tiêu cự của nó.

a) Phương pháp giải tự luận.

+ Trục nhỏ : $B_1B_2 = 2b$, tiêu cự: $F_1F_2 = 2c$. Ta xác định: $a^2 = b^2 + c^2$.

+ Viết phương trình elip: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$

Ví dụ: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho elip (E) có độ dài trục nhỏ bằng 8 và độ dài tiêu cự bằng 10. Phương trình nào sau đây là phương trình của elip (E).

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$

B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{41} = 1.$

C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1.$

D. $\frac{x^2}{41} + \frac{y^2}{16} = 1.$

Lời giải

Ta có: $2b = 8, 2c = 10 \Rightarrow b = 4, c = 5. a^2 = b^2 + c^2 = 4^2 + 5^2 = 41.$

Vậy phương trình của Elip là: $\frac{x^2}{41} + \frac{y^2}{16} = 1.$

Chọn D.

b) Phương pháp giải trắc nghiệm, casio.

7. Dạng 7: Lập phương trình chính tắc của elip khi biết nó đi qua hai điểm cho trước.

a) Phương pháp giải tự luận.

+ Phương trình elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$

+ Elip qua hai điểm cho trước, ta thay tọa độ vào phương trình elip giải ra được a^2, b^2 .

Ví dụ: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , phương trình (E) đi qua điểm $M(0;3), N\left(3; -\frac{12}{5}\right)$ là:

A. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1.$

B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$

C. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1.$

D. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1.$

Lời giải

Phương trình elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Đi qua hai điểm M, N ta được:

$$\begin{cases} \frac{0}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 1 \\ \frac{9}{a^2} + \frac{144}{25b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 9 \\ a^2 = 25 \end{cases} . \text{ Vậy phương trình elip: } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1. \text{ Chọn B.}$$

b) Phương pháp giải trắc nghiệm, casio.

Dùng máy tính nhập: $\frac{X^2}{25} + \frac{Y^2}{9} \Rightarrow$ calc $X = 0; Y = 3$ và calc $X = 3; Y = -\frac{12}{5}$.

Kết quả ra bằng 1 là đáp án đúng.

8. Dạng 8: Lập phương trình chính tắc của elip khi biết nó có một tiêu cự và đi qua một điểm cho trước.

a) Phương pháp giải tự luận.

+ Phương trình elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

+ Từ giả thiết ta xác định được c và $c^2 = a^2 - b^2$. (1)

+ Elip qua hai điểm (x_0, y_0) cho trước, ta được: $\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} = 1$. (2)

+ Từ (1) & (2) ta giải ra được a^2, b^2 .

Ví dụ: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , tìm phương trình chính tắc của Elip có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(0;5)$.

A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$.

B. $\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$.

C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

D. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Theo giả thiết: $2c = 6 \Leftrightarrow c = 3$. Vì $A(0;5) \in (E)$ nên ta có phương trình: $\frac{0^2}{a^2} + \frac{5^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 25$.

Khi đó: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = 5^2 + 3^2 \Leftrightarrow a^2 = 34 \Leftrightarrow a = \sqrt{34}$.

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$.

b) Phương pháp giải trắc nghiệm, casio.

9. Dạng 9: Chứng minh một điểm M luôn di động trên một elip với điều kiện cho trước.

a) Phương pháp giải tự luận.

Để chứng tỏ điểm M di động trên một elip ta có hai cách sau:

+) **Cách 1:** Chứng minh tổng khoảng cách từ M đến hai điểm cố định F_1, F_2 là một hằng số $2a$ ($F_1F_2 < 2a$).

Khi đó M di động trên elip có hai tiêu điểm F_1, F_2 và trục lớn là $2a$.

+) **Cách 2:** Chứng minh trong mặt phẳng tọa độ Oxy điểm $M(x; y)$ có tọa độ thỏa mãn

phương trình: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với a, b là hai hằng số thỏa mãn $0 < b < a$.

Ví dụ 1: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $M(x; y)$ di động có tọa độ luôn thỏa mãn:

$\begin{cases} x = 5 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases}$, với t là tham số thay đổi. Khi đó điểm M di động trên elip có phương trình:

A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$.

B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$.

C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} x = 5 \cos t \\ y = 4 \sin t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{5} = \cos t \\ \frac{y}{4} = \sin t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{25} = \cos^2 t \\ \frac{y^2}{16} = \sin^2 t \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Chọn D.

Ví dụ 2: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $M(x; y)$ di động có tọa độ luôn thỏa mãn:

$\begin{cases} x = 7 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases}$, với t là tham số thay đổi. Khi đó điểm M di động trên elip có phương trình:

A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$.

B. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$.

C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} x = 7 \cos t \\ y = 5 \sin t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{7} = \cos t \\ \frac{y}{5} = \sin t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{49} = \cos^2 t \\ \frac{y^2}{25} = \sin^2 t \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$. Chọn B.

b) Phương pháp giải trắc nghiệm, casio.

10. Dạng 10: Tìm số giao điểm của đường thẳng và elip.

a) Phương pháp giải tự luận.

+ Phương trình elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và đường thẳng $\Delta: y = mx + n$.

+ Ta xét phương trình: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{(mx + n)^2}{b^2} = 1$ (*). Ta có 3 trường hợp:

TH1: (*) có 2 nghiệm thì số giao điểm là 2 (đường thẳng cắt elip).

TH2: (*) có 1 nghiệm thì số giao điểm là 1 (đường thẳng tiếp xúc elip).

TH3: (*) vô nghiệm thì số giao điểm là 0 (đường thẳng và elip không có điểm chung).

Ví dụ 1: Cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $d: 3x + 4y - 12 = 0$. Số giao điểm của đường thẳng d và elip (E) là:

- A. 0. B. 1.
C. 2. D. 3.

Lời giải
Chọn C.

Ta có $d: 3x + 4y - 12 = 0 \Leftrightarrow y = 3 - \frac{3x}{4}$, thay vào phương trình $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ ta được

$$\frac{x^2}{16} + \frac{\left(3 - \frac{3x}{4}\right)^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{(x-4)^2}{16} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=3 \\ x=4 \Rightarrow y=0 \end{cases}$$

Vậy d luôn cắt (E) tại hai điểm phân biệt $A(0;3), B(4;0)$.

Ví dụ 2: Cho elip $(E): \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$ và đường thẳng $d: x - \sqrt{2}y + 2 = 0$. Số giao điểm của đường thẳng d và elip (E) là:

- A. 0. B. 1.
C. 2. D. 3.

Lời giải
Chọn C.

Lời giải. Tọa độ B, C là nghiệm của hệ:
$$\begin{cases} \frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1 \\ x - \sqrt{2}y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2y^2 = 8 \\ x = \sqrt{2}y - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - \sqrt{2}y - 1 = 0 \\ x = \sqrt{2}y - 2 \end{cases}$$

Có 2 nghiệm y nên có 2 nghiệm $x \Rightarrow$ có 2 giao điểm.

b) Phương pháp giải trắc nghiệm, casio.

III - Bài tập vận dụng có chia mức độ (mỗi dạng ít nhất 25 câu)

NHẬN BIẾT

IV - Kiểm tra cuối bài:

Câu 1: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$). Tìm độ dài trục lớn của (E) .

- A. $2a$ B. $2b$
C. $a+b$ D. $2c$

Câu 2: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$). Tính tổng độ dài hai trục của của (E) .

- A. $2a$ B. $2b$
C. $2(a+b)$ D. $a+c$

Câu 3: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$). Gọi A_1, A_2 là các đỉnh của (E) thuộc trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A_1A_2 = 2a$

B. $A_1A_2 = 2b$

C. $A_1A_2 = a + b$

D. $A_1A_2 = 2c$

Câu 4: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$). Tìm độ dài trục bé của (E) .

A. $2a$

B. $2b$

C. $a + b$

D. $2c$

Câu 5: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$). Gọi B_1, B_2 là các đỉnh của (E) thuộc trục Oy . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $B_1B_2 = 2a$

B. $B_1B_2 = 2b$

C. $B_1B_2 = a + b$

D. $B_1B_2 = 2c$

Câu 6: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$). Tìm tọa độ tiêu điểm của (E) theo a, b .

A. $F_1(-\sqrt{a^2 - b^2}; 0), F_2(\sqrt{a^2 - b^2}; 0)$

B. $F_1(\sqrt{a^2 - b^2}; 0), F_2(-\sqrt{a^2 - b^2}; 0)$

C. $F_1(0; -\sqrt{a^2 - b^2}), F_2(0; \sqrt{a^2 - b^2})$

D. $F_1(0; \sqrt{a^2 - b^2}), F_2(0; -\sqrt{a^2 - b^2})$

Câu 7: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$) với $c = \sqrt{a^2 - b^2}$.

Tìm tọa độ tiêu điểm của (E) .

A. $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$

B. $F_1(c; 0), F_2(-c; 0)$

C. $F_1(0; -c), F_2(0; c)$

D. $F_1(0; c), F_2(0; -c)$

Câu 8: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$). Tìm tọa độ các đỉnh A_1, A_2 của (E) .

A. $A_1(-a; 0), A_2(a; 0)$

B. $A_1(a; 0), A_2(-a; 0)$

C. $A_1(0; -a), A_2(0; a)$

D. $A_1(0; a), A_2(0; -a)$

Câu 9: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$). Tìm tọa độ các đỉnh B_1, B_2 của (E) .

A. $B_1(-b; 0), B_2(b; 0)$

B. $B_1(b; 0), B_2(-b; 0)$

C. $B_1(0; -b), B_2(0; b)$

D. $B_1(0; b), B_2(0; -b)$

Câu 10: Cho elip (E) có độ dài trục lớn là $2a$, độ dài trục bé là $2b$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2$

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Câu 11: Cho elip (E) có độ dài trục lớn là $2a$, độ dài tiêu cự là $2c$. Phương trình chính tắc của (E) là phương trình nào sau?

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{c^2 - a^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 + c^2} = 1$

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$

Câu 12: Cho elip (E) có một đỉnh $A_1(-a;0)$, một tiêu điểm $F_1(-c;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{c^2 - a^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 + c^2} = 1$

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$

Câu 13: Cho elip (E) có một đỉnh $A_1(-a;0)$, một tiêu điểm $F_2(c;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{c^2 - a^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 + c^2} = 1$

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$

Câu 14: Cho elip (E) có một đỉnh $A_2(a;0)$, một tiêu điểm $F_2(c;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{c^2 - a^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 + c^2} = 1$

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$

Câu 15: Cho elip (E) có một đỉnh $A_2(a;0)$, một tiêu điểm $F_1(-c;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{c^2 - a^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2 + c^2} = 1$

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{a^2 - c^2} = 1$

Câu 16: Cho elip (E) có trục nhỏ có độ dài $2b$, tiêu cự có độ dài $2c$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{b^2 + c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{b^2 - c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

D. $\frac{x^2}{b^2 + c^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Câu 17: Cho elip (E) có một đỉnh $B_1(0; -b)$, một tiêu điểm $F_1(-c; 0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{b^2 + c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{b^2 - c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

D. $\frac{x^2}{b^2 + c^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Câu 18: Cho elip (E) có một đỉnh $B_1(0; -b)$, một tiêu điểm $F_2(c; 0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{b^2 + c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{b^2 - c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

D. $\frac{x^2}{b^2 + c^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Câu 19: Cho elip (E) có một đỉnh $B_2(0; b)$, một tiêu điểm $F_2(c; 0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{b^2 + c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{b^2 - c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

D. $\frac{x^2}{b^2 + c^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Câu 20: Cho elip (E) có một đỉnh $B_2(0; b)$, một tiêu điểm $F_1(-c; 0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{b^2 + c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{b^2 - c^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

D. $\frac{x^2}{b^2 + c^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Câu 21: Cho elip (E) có đi qua 2 điểm $A_1(-a; 0)$, $B_1(0; -b)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2$

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Câu 22: Cho elip (E) đi qua hai điểm $A_1(-a;0)$, $B_2(0;b)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2$

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Câu 23: Cho elip (E) đi qua hai điểm $A_2(a;0)$, $B_1(0;-b)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2$

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Câu 24: Cho elip (E) đi qua hai điểm $A_2(a;0)$, $B_2(0;b)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2$

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Câu 25: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của elip ?

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b)$

B. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a \leq b)$

C. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a < b)$

D. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b)$

THÔNG HIỂU

Câu 26: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$. Tìm độ dài trục lớn của (E) .

A. 4

B. 6

C. 5

D. 9

Câu 27: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$. Tìm độ dài trục bé của (E)

A. 4

B. 6

C. 5

D. 9

Câu 28: Dây cung của elip (E) : $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (0 < b < a)$ vuông góc với trục lớn tại tiêu điểm có độ dài là bao nhiêu?.

A. $\frac{2c^2}{a}$

B. $\frac{2b^2}{a}$

C. $\frac{2a^2}{c}$

D. $\frac{a^2}{c}$

Câu 29: Cho elip (E) : $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. (E) có các tiêu điểm $F_1(-\sqrt{5};0), F_2(\sqrt{5};0)$ B. (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 C. (E) có đỉnh $A_1(-3;0)$ D. (E) có độ dài trục lớn là 3.

Câu 30: Cho elip $(E): x^2 + 4y^2 = 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A. (E) có trục lớn bằng 4 B. (E) có trục bé bằng 2
 C. (E) có đỉnh $A_1(-1;0)$ D. (E) có tiêu cự bằng $\sqrt{3}$.

Câu 31: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. $2a, 2b$ lần lượt là độ dài trục lớn và trục bé của (E) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a = 3, b = 2$ B. $a = 9, b = 4$
 C. $a = 2, b = 3$ D. $a = 4, b = 9$

Câu 32: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$. Tính tổng độ dài hai trục của (E) .

- A. 8 B. 6
 C. 7 D. 14

Câu 33: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi $2c$ là độ dài tiêu cự của (E) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $c^2 = 12$ B. $c^2 = 16$
 C. $c^2 = 20$ D. $c^2 = 4$

Câu 34: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$. Tìm tọa độ các đỉnh A_1, A_2 của (E) .

- A. $A_1(-3;0), A_2(3;0)$ B. $A_1(3;0), A_2(-3;0)$
 C. $A_1(0;-3), A_2(0;3)$ D. $A_1(0;3), A_2(0;-3)$

Câu 35: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$. Tìm tọa độ các đỉnh B_1, B_2 của (E) .

- A. $B_1(3;0), B_2(-3;0)$ B. $B_1(-3;0), B_2(3;0)$
 C. $B_1(0;-3), B_2(0;3)$ D. $B_1(0;3), B_2(0;-3)$

Câu 36: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $A_1A_2 = 5, B_1B_2 = 3$ B. $A_1A_2 = 10, B_1B_2 = 6$
 C. $A_1A_2 = 3, B_1B_2 = 5$ D. $A_1A_2 = 6, B_1B_2 = 10$

Câu 37: Cho elip (E) có tiêu cự là $2c$, độ dài trục lớn, trục nhỏ lần lượt là $2a$ và $2b$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng.

A. $c < b < a$

B. $c < a < b$

C. $c > b > a$

D. $c < a$ và $b < a$

Câu 38: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của elip ?

A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

D. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

Câu 39: Cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục bé bằng 6. Phương trình của (E) là phương trình nào sau?

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$

B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1$

C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

D. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 40: Cho elip (E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, điểm $M(3;2)$ nằm trên (E) . Điểm nào sau đây không nằm trên elip?

A. $M_1 = (-3, 2)$

B. $M_3 = (-3; -2)$

C. $M_2 = (3, -2)$

D. $M_4 = (2; 3)$

Câu 41: Khi t thay đổi, điểm $M(5\cos t; 4\sin t)$ di động trên đường nào sau đây?

A. Elip

B. Đường thẳng

C. Parabol

D. Đường tròn.

Câu 42: Cho elip (E) có đi qua 2 điểm $A_1(-3;0)$, $B_1(0;-2)$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 43: Cho elip (E) có đi qua 2 điểm $A_1(-4;0)$, $B_2(0;2)$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$

B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 2$

D. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$

Câu 44: Cho elip (E) có đi qua 2 điểm $A_2(3;0)$, $B_1(0;-2)$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

C. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 45: Cho elip (E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Tổng khoảng cách từ một điểm M bất kì trên (E) tới hai tiêu điểm là bao nhiêu?

A. 6

B. 4

C. 3

D. 9

Câu 46: Cho elip (E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < a)$. Đường thẳng $y = 2x$ cắt (E) tại hai điểm M, N . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. M, N đối xứng qua gốc O

B. M, N đối xứng qua trục Oy

C. M, N đối xứng qua trục Ox

D. M, N đối xứng qua A_1 .

Câu 47: Cho elip (E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < a)$ và điểm $M(x_0; y_0) \in (E) (x_0 \neq 0)$. Điểm sau điểm nào sau đây không nằm trên (E) ?

A. $(-x_0; y_0)$

B. $(x_0; -y_0)$

C. $(2x_0; y_0)$

D. $(-x_0; -y_0)$

Câu 48: Cho elip (E) có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < a)$ và điểm $M(x_0; y_0) \in (E) (x_0 \neq 0)$. Điểm sau điểm nào sau đây nằm trên (E) ?

A. $(-2x_0; y_0)$

B. $(2x_0; -y_0)$

C. $(2x_0; y_0)$

D. $(-x_0; -y_0)$

Câu 49: Cho elip (E) có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 400$. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của (E) ?

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} + 1 = 0$

C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$

D. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$

Câu 50: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của (E) ?

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 0$

C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$

D. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$

VẬN DỤNG

Câu 51: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi A_1, A_2 là các đỉnh của (E) thuộc trục Ox . Tính độ dài đoạn thẳng A_1A_2 .

A. $A_1A_2 = 6$

B. $A_1A_2 = 4$

C. $A_1A_2 = 5$

D. $A_1A_2 = 2\sqrt{5}$

Câu 52: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tính tổng độ dài hai trục của (E) .

A. 10

B. 9

C. 18

D. 8

Câu 53: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Gọi B_1, B_2 là các đỉnh của (E) thuộc trục Ox . Tính độ dài đoạn thẳng B_1B_2 .

A. $B_1B_2 = 4$

B. $B_1B_2 = 2$

C. $B_1B_2 = 2\sqrt{3}$

D. $B_1B_2 = 3$

Câu 54: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tìm độ dài trục bé của (E) .

A. 10

B. 8

C. 9

D. 6

Câu 55: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tính diện tích hình chữ nhật đi qua bốn đỉnh của (E) .

A. 20

B. 60

C. 80

D. 48

Câu 56: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm tọa độ tiêu điểm của (E) .

A. $F_1(-1;0), F_2(1;0)$

B. $F_1(-2;0), F_2(2;0)$

C. $F_1(2;0), F_2(-2;0)$

D. $F_1(\sqrt{5};0), F_2(-\sqrt{5};0)$

Câu 57: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm tọa độ các đỉnh A_1, A_2 của (E) .

A. $A_1(-1;0), A_2(1;0)$

B. $A_1(-2;0), A_2(2;0)$

C. $A_1(\sqrt{5};0), A_2(-\sqrt{5};0)$

D. $A_1(-\sqrt{5};0), A_2(-\sqrt{5};0)$

Câu 58: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm tọa độ các đỉnh B_1, B_2 của (E) .

A. $B_1(-1;0), B_2(1;0)$

B. $B_1(-2;0), B_2(2;0)$

C. $B_1(1;0), B_2(-1;0)$

D. $B_1(-\sqrt{5};0), B_2(\sqrt{5};0)$

Câu 59: Cho elip (E) có độ dài trục lớn là 20, độ dài trục bé là 12. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

B. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

C. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 2$

D. $\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{144} = 1$

Câu 60: Cho elip (E) có độ dài trục lớn là 6, độ dài tiêu cự là 4. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$

C. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$

D. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{5} = 1$

Câu 61: Cho elip (E) có độ dài trục bé là 6, độ dài tiêu cự là 4. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{9} = 1$

B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$

D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{13} = 1$

Câu 62: Cho elip (E) có một đỉnh $A_1(-\sqrt{7};0)$, một tiêu điểm $F_1(-\sqrt{3};0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{4} = 1$

B. $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$

C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$

D. $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{4} = 1$

Câu 63: Cho elip (E) có một đỉnh $A_1(-4;0)$, một tiêu điểm $F_2(3;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$

B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

D. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{5} = 1$

Câu 64: Cho elip (E) có một đỉnh $A_2(7;0)$, một tiêu điểm $F_2(5;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$

B. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{49} = 1$

C. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$

D. $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{24} = 1$

Câu 65: Cho elip (E) có một đỉnh $A_2(6;0)$, một tiêu điểm $F_1(-5;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$

B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$

C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

D. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 66: Cho elip (E) đi qua điểm $M(5\sqrt{2};4\sqrt{2})$, một tiêu điểm $F_1(-6;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

B. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

C. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 2$

D. $\frac{x^2}{400} + \frac{y^2}{144} = 1$

Câu 67: Cho elip (E) đi qua điểm $M\left(-3\sqrt{2};\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$, một tiêu điểm $F_1(-5;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$

B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$

C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

D. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 68: Cho elip (E) có đi qua điểm $M(3\sqrt{2};-2\sqrt{2})$, một đỉnh $A_2(6;0)$. Lập phương trình chính tắc của (E) .

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$

B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$

C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$

D. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1$

Câu 69: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Viết phương trình đường tròn tâm O đi qua hai đỉnh A_1, A_2 của (E) .

A. $x^2 + y^2 = 9$

B. $x^2 + y^2 = 4$

C. $x^2 + y^2 = 5$

D. $x^2 + y^2 = 13$

Câu 70: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Tìm tọa độ điểm M trên elip (E) sao cho khoảng cách từ M đến tiêu điểm F_1 là nhỏ nhất.

A. $(3;0)$

B. $(-3;0)$

C. $(0;2)$

D. $(0;-2)$

Câu 71: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Tìm tọa độ điểm M trên elip (E) sao cho khoảng cách từ M đến tiêu điểm F_1 là lớn nhất.

- A. $(3;0)$ B. $(-3;0)$
C. $(0;2)$ D. $(0;-2)$

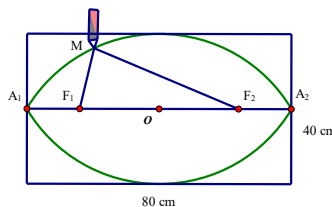
Câu 72: Ta biết rằng Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo một quỹ đạo là một elip mà Trái Đất là một tiêu điểm. Elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 769 266 (km) và 768 106 (km). Tính khoảng cách ngắn nhất từ Trái Đất đến Mặt Trăng, biết rằng các khoảng cách đó đạt được khi Trái Đất và Mặt Trăng nằm trên trục lớn của elip.

- A. 384 633 (km) B. 384 053 (km)
C. 363 518 (km) D. 363 517 (km)

Câu 73: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. Đường thẳng có phương trình nào sau đây tiếp xúc với (E) tại điểm $M(2; -\sqrt{3})$?

- A. $x - 2\sqrt{3}y - 8 = 0$ B. $2\sqrt{3}x - y - 8 = 0$
C. $x - 2\sqrt{3}y + 8 = 0$ D. $\sqrt{3}x + y - \sqrt{3} = 0$

Câu 74: Để cắt một bảng hiệu quảng cáo hình elip có trục lớn là 80 (cm) và trục nhỏ là 40 (cm) từ một tấm ván ép hình chữ nhật có kích thước 80 (cm) \times 40 (cm), người ta vẽ hình elip đó lên tấm ván ép như hình vẽ. Hỏi phải ghim hai cái đinh cách nhau bao nhiêu cm?



- A. $F_1F_2 = 20\sqrt{3}$ (cm) B. $F_1F_2 = 20$ (cm)
C. $F_1F_2 = 40\sqrt{3}$ (cm) D. $F_1F_2 = 80$ (cm)

Câu 75: Cho elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. Đường thẳng có phương trình $x = -3$ cắt (E) tại hai điểm M, N . Tính độ dài đoạn thẳng MN

- A. $\frac{32}{5}$ B. $\frac{16}{25}$
C. $\frac{16}{5}$ D. $\frac{32}{25}$

ĐÁP ÁN

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	26	B	51	A

2	C	27	A	52	C
3	A	28	B	53	B
4	B	29	D	54	B
5	B	30	C	55	C
6	A	31	A	56	B
7	A	32	D	57	D
8	A	33	A	58	A
9	C	34	A	59	A
10	A	35	C	60	A
11	A	36	B	61	A
12	A	37	B	62	A
13	A	38	B	63	A
14	A	39	C	64	A
15	A	40	D	65	A
16	B	41	A	66	A
17	B	42	B	67	A
18	B	43	A	68	A
19	B	44	B	69	A
20	B	45	A	70	B
21	A	46	A	71	A
22	A	47	C	72	C
23	A	48	D	73	A
24	A	49	A	74	A
25	A	50	A	75	A

ĐỀ KIỂM TRA 25 CÂU 45 PHÚT CUỐI BÀI

ĐỀ KIỂM TRA BÀI 1: MỆNH ĐỀ

Thời gian: 45 phút – 25 Câu TN.

Câu 1. Phương trình chính tắc của elip đi qua $A(0;-4)$ và có tiêu điểm $F(3;0)$ là:

A. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1.$

B. $\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{4} = 1.$

C. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1.$

D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$

Câu 2. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của elip:

A. $4x^2 + 8y^2 = 32.$

B. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1} = 1.$

C. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = -1.$

D. $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1.$

Câu 3. Cho elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$ Chọn khẳng định sai:

A. Điểm $A(-3;0) \in (E).$

B. (E) có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}.$

C. Trục lớn của (E) có độ dài bằng 6. D. (E) có tâm sai bằng $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.

Câu 4. Phương trình chính tắc của elip đi qua hai điểm $A(\sqrt{2}; \sqrt{3})$ và $B(2; \sqrt{2})$ là:

A. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1.$

B. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{1} = 1.$

C. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1.$

D. $8x^2 + 4y^2 = 32.$

Câu 5. Elip (E) có độ dài trục bé bằng 8 và độ dài trục lớn bằng 12 có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{16} = 1.$

B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1.$

C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = -1.$

D. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{64} = 1.$

Câu 6. Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 12 và tâm sai bằng $\frac{1}{3}$ có phương trình chính tắc là:

A. $(E).$

B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1.$

C. $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{16} = 1.$

D.

$$(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$$

$$2b = 8 \Rightarrow b = 4$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \frac{a^2 - 16}{a^2} = \frac{1}{9} \Rightarrow a^2 = 18$$

$$\Rightarrow (E): \frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Câu 7. Elip $AF_2 + BF_2 = 2a = 10$ có độ dài trục bé bằng 8 và tâm sai bằng $\frac{1}{3}$ có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1.$

B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$

C. $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{16} = 1.$

D. $\frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{16} = 1.$

Câu 8. Elip (E) có tiêu điểm $F(2\sqrt{3}; 0)$ và diện tích hình chữ nhật cơ sở bằng 32 có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1.$

B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1.$

C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1.$

D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = -1.$

Câu 9. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, với tiêu điểm F_1, F_2 . Lấy hai điểm $A, B \in (E)$ sao cho $AF_1 + BF_1 = 8$.

Khi đó, $AF_2 + BF_2 = ?$

A. 6.

B. 8.

C. 12.

D. 10.

Câu 10. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm tọa độ điểm $M \in (E)$ sao cho M nhìn F_1, F_2 dưới một góc vuông:

A. $(-5; 0).$

B. $(4; -\frac{9}{5}).$

C. $(0; 4).$

D. $(\frac{5\sqrt{7}}{4}; \frac{9}{4}).$

Câu 11. Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục nhỏ bằng 12 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{4}{5}$.

- A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$. C. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. D. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Câu 12. Elip có tổng độ dài hai trục bằng 18 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{3}{5}$. Phương trình chính tắc của elip là:

- A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 13. Cho elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$. Gọi $2c$ là tiêu cự của (E) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $c^2 = a^2 + b^2$. B. $b^2 = a^2 + c^2$. C. $a^2 = b^2 + c^2$. D. $c = a + b$.

Câu 14. Cho elip có hai tiêu điểm F_1, F_2 và có độ dài trục lớn bằng $2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $2a = F_1F_2$. B. $2a > F_1F_2$. C. $2a < F_1F_2$. D. $4a = F_1F_2$.

Câu 15. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Hai điểm A, B là hai đỉnh của elip lần lượt nằm trên hai trục Ox, Oy . Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng:

- A. 34. B. $\sqrt{34}$. C. 5. D. $\sqrt{136}$.

Câu 16. Một elip (E) có trục lớn dài gấp 3 lần trục nhỏ. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng:

- A. $e = \frac{1}{3}$. B. $e = \frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $e = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 17. Một elip (E) có khoảng cách giữa hai đỉnh kế tiếp nhau gấp $\frac{3}{2}$ lần tiêu cự của nó. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng:

- A. $e = \frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $e = \frac{2}{5}$. C. $e = \frac{\sqrt{3}}{5}$. D. $e = \frac{\sqrt{2}}{5}$.

Câu 18. Cho elip $(E): \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu M có hoành độ bằng -13 thì khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm bằng:

- A. 10 và 6. B. 8 và 18. C. $13 \pm \sqrt{5}$. D. $13 \pm \sqrt{10}$.

Câu 19. Cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu M có hoành độ bằng 1 thì khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm bằng:

- A. 3,5 và 4,5. B. 3 và 5. C. $4 \pm \sqrt{2}$. D. $4 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- Câu 20.** Cho elip có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 100$. Tính tổng khoảng cách từ điểm M thuộc elip có hoành độ bằng 2 đến hai tiêu điểm.
- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{2}$. C. 5. D. $4\sqrt{3}$.
- Câu 21.** Cho elip $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$. Qua một tiêu điểm của (E) dựng đường thẳng song song với trục Oy và cắt (E) tại hai điểm M và N .
- Tính độ dài MN .
- A. $\frac{48}{5}$. B. $\frac{36}{5}$. C. 25. D. $\frac{25}{2}$.
- Câu 22.** Cho $(E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$. Một đường thẳng đi qua điểm $A(2;2)$ và song song với trục hoành cắt (E) tại hai điểm phân biệt M và N . Tính độ dài MN .
- A. $3\sqrt{5}$. B. $15\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{15}$. D. $5\sqrt{3}$.
- Câu 23.** Dây cung của elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$) vuông góc với trục lớn tại tiêu điểm có độ dài bằng:
- A. $\frac{2c^2}{a}$. B. $\frac{2b^2}{a}$. C. $\frac{2a^2}{c}$. D. $\frac{a^2}{c}$.
- Câu 24.** Đường thẳng $d: 3x + 4y - 12 = 0$ cắt elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ tại hai điểm phân biệt M và N . Khi đó độ dài đoạn thẳng MN bằng:
- A. 3. B. 4. C. 5. D. 25.
- Câu 25.** Giá trị của m để đường thẳng $\Delta: x - 2y + m = 0$ cắt elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ tại hai điểm phân biệt là:
- A. $m = \pm 2\sqrt{2}$. B. $m > 2\sqrt{2}$. C. $m < -2\sqrt{2}$. D. $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$.

----- Hết -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.D	4.A	5.B	6.A	7.C	8.B	9.C	10.D
11.D	12.A	13.D	14.A	15.B	16.A	17.C	18.B	19.A	20.C
21.A	22.C	23.B	24.C	25.D					

- Câu 8.** Gọi phương trình chính tắc của elip là: $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Tiêu điểm: $F(2\sqrt{3}; 0) \Rightarrow c = 2\sqrt{3}$.

Hình chữ nhật cơ sở có diện tích: $S_{HCN} = 2a \times 2b = 4ab = 32 \Rightarrow a.b = 8$.

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow a^2 \cdot b^2 = 64 \\ &\Leftrightarrow a^2(a^2 - c^2) = 64 \Leftrightarrow a^2(a^2 - 12) = 64 \\ &\Leftrightarrow a^4 - 12a^2 - 64 = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \Rightarrow b^2 = 4 \\ a^2 = -4(l) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy phương trình elip là: $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 9. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, với tiêu điểm F_1, F_2 . Lấy hai điểm $A, B \in (E)$ sao cho $AF_1 + BF_1 = 8$.

Khi đó, $AF_2 + BF_2 = ?$

A. 6.

B. 8.

C. 12.

D. 10.

Lời giải

Do $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$.

Do $A \in (E) \Leftrightarrow AF_1 + AF_2 = 2a = 10$.

Do $B \in (E) \Leftrightarrow BF_1 + BF_2 = 2a = 10$.

$\Rightarrow (AF_1 + BF_1) + (AF_2 + BF_2) = 20$

$\Leftrightarrow 8 + (AF_2 + BF_2) = 20$

$\Leftrightarrow AF_2 + BF_2 = 12$.

Câu 21. Xét $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 100 \\ b^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 100 - 36 = 64$.

Khi đó, Elip có tiêu điểm là $F_1(-8; 0) \Rightarrow$ đường thẳng $d // Oy$ và đi qua F_1 là $x = -8$.

Giao điểm của d và (E) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = -8 \\ \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = \pm \frac{24}{5} \end{cases}$$

Vậy tọa độ hai điểm $M\left(-8; \frac{24}{5}\right), N\left(-8; -\frac{24}{5}\right) \Rightarrow MN = \frac{48}{5}$

Câu 22. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2; 2)$ và song song trục hoành có phương trình là $y = 2$.

$$\text{Ta có } d \cap (E) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ \frac{x^2}{20} + \frac{2^2}{16} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x^2 = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ \begin{cases} x = \sqrt{15} \\ x = -\sqrt{15} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(\sqrt{15}; 2) \\ N(-\sqrt{15}; 2) \end{cases}$$

Vậy độ dài đoạn thẳng $MN = 2\sqrt{15}$.

Câu 23. Hai tiêu điểm có tọa độ lần lượt là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$.

Đường thẳng chứa dây cung vuông góc với trục lớn (trục hoành) tại tiêu điểm F có phương trình là $\Delta: x = c$.

$$\text{Suy ra } \Delta \cap (E) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ x = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = c \\ \frac{c^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = c \\ y^2 = \frac{b^2(a^2 - c^2)}{a^2} = \frac{b^4}{a^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = c \\ y = \pm \frac{b^2}{a} \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của Δ và (E) là $M\left(c; \frac{b^2}{a}\right), N\left(c; -\frac{b^2}{a}\right) \Rightarrow MN = \frac{2b^2}{a}$.

Câu 24. Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và (E) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x + 4y - 12 = 0 \\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - \frac{3x}{4} \\ \frac{x^2}{16} + \frac{\left(3 - \frac{3x}{4}\right)^2}{9} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - \frac{3x}{4} \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - \frac{3x}{4} \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $\begin{cases} M(0; 3) \\ N(4; 0) \end{cases} \Rightarrow MN = 5$.

V – BÀI TẬP LUYỆN TẬP (Ngân hàng đề – tối thiểu 50 câu chia đủ mức độ)

Nếu là 50 câu có thể chia số lượng 15-15-10-10

Số lượng khác >50 câu tối thiểu VD-VDC tổng 25 câu

Câu 1. Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 5. B. 10. C. 25. D. 50.

Câu 2. Elip $(E): 4x^2 + 16y^2 = 1$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 2. B. 4. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 3. Elip $(E): x^2 + 5y^2 = 25$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 1. B. 2. C. 5. D. 10.

Câu 4. Elip $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ có độ dài trục bé bằng:

A. 8. B. 10. C. 16. D. 20.

Câu 5. Elip $(E): \frac{x^2}{16} + y^2 = 4$ có tổng độ dài trục lớn và trục bé bằng:

A. 5. B. 10. C. 20. D. 40.

Câu 6. Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ có tiêu cự bằng:

A. 3. B. 6. C. 9. D. 18.

Câu 7. Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ có tiêu cự bằng:

A. $\sqrt{5}$. B. 5. C. 10. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 8. Elip $(E): \frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1$, với $p > q > 0$ có tiêu cự bằng:

A. $p+q$. B. $p-q$. C. p^2-q^2 . D. $2\sqrt{p^2-q^2}$.

Câu 9. Elip $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ có một đỉnh nằm trên trục lớn là:

A. $(100;0)$. B. $(-100;0)$. C. $(0;10)$. D. $(-10;0)$.

Câu 10. Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ có một đỉnh nằm trên trục bé là:

A. $(4;0)$. B. $(0;12)$. C. $(0;2\sqrt{3})$. D. $(4;0)$.

Câu 11. Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$ có một tiêu điểm là:

A. $(0;3)$. B. $(0;\sqrt{6})$. C. $(-\sqrt{3};0)$. D. $(3;0)$.

Câu 12. Cặp điểm nào là các tiêu điểm của elip $(E): \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$?

A. $F_1(-1;0)$ và $F_2(1;0)$. B. $F_1(-3;0)$ và $F_2(3;0)$.
C. $F_1(0;-1)$ và $F_2(0;1)$. D. $F_1(-2;0)$ và $F_2(2;0)$.

Câu 13. Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tỉ số e của tiêu cự và độ dài trục lớn của elip bằng:

A. $e=1$. B. $e=\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $e=\frac{3}{4}$. D. $e=\frac{5}{4}$.

Câu 14. Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Tỉ số f của độ dài trục lớn và tiêu cự của elip bằng:

A. $f=\frac{3}{2}$. B. $f=\frac{3}{\sqrt{5}}$. C. $f=\frac{2}{3}$. D. $f=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 15. Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$. Tỉ số k của tiêu cự và độ dài trục bé của elip bằng:

A. $k=8$. B. $k=\sqrt{8}$. C. $k=1$. D. $k=-1$.

Câu 16. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$.
B. (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{4}{5}$.
C. (E) có đỉnh $A_1(-5;0)$.
D. (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Câu 17. Cho elip $(E): x^2 + 4y^2 = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Elip có tiêu cự bằng $\sqrt{3}$. B. Elip có trục nhỏ bằng 2.
C. Elip có một tiêu điểm là $F\left(0; \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$. D. Elip có trục lớn bằng 4.

Câu 18. Cho elip $(E): 4x^2 + 9y^2 = 36$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

A. (E) có trục lớn bằng 6.

B. (E) có trục nhỏ bằng 4.

C. (E) có tiêu cự bằng $\sqrt{5}$.

D. (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 19. Phương trình của elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $9x^2 + 16y^2 = 144$.

B. $9x^2 + 16y^2 = 1$.

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Câu 20. Tìm phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10.

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

B. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$.

C. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$.

D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 21. Elip có độ dài trục lớn là 10 và có một tiêu điểm $F(-3; 0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

B. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{16} = 1$.

C. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$.

D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 22. Elip có độ dài trục nhỏ là $4\sqrt{6}$ và có một tiêu điểm $F(5; 0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{121} + \frac{y^2}{96} = 1$.

B. $\frac{x^2}{101} + \frac{y^2}{96} = 1$.

C. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$.

D. $\frac{x^2}{29} + \frac{y^2}{24} = 1$.

Câu 23. Elip có một đỉnh là $A(5; 0)$ và có một tiêu điểm $F_1(-4; 0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$.

C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

D. $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 1$.

Câu 24. Elip có hai đỉnh là $(-3; 0); (3; 0)$ và có hai tiêu điểm là $(-1; 0); (1; 0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$.

B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1$.

C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$.

D. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 25. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$.

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$.

C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$.

D. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 26. Lập phương trình chính tắc của elip biết độ dài trục lớn hơn độ dài trục nhỏ 4 đơn vị, độ dài trục nhỏ hơn độ dài tiêu cự 4 đơn vị.

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{60} = 1$.

B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

C. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$.

D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Câu 27. Lập phương trình chính tắc của elip biết tỉ số giữa độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $\sqrt{2}$, tổng bình phương độ dài trục lớn và tiêu cự bằng 64.

A. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$.

B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{12} = 1$.

C. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$.

D. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 28. Elip có một tiêu điểm $F(-2; 0)$ và tích độ dài trục lớn với trục bé bằng $12\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1.$ B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1.$ C. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{5} = 1.$ D. $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{16} = 1.$

Câu 29. Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 26 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{12}{13}$.

A. $\frac{x^2}{26} + \frac{y^2}{25} = 1.$ B. $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1.$ C. $\frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{25} = 1.$ D. $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{5} = 1.$

Câu 30. Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 6 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3}$.

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1.$ B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1.$ C. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1.$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1.$

Câu 31. Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục nhỏ bằng 12 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{4}{5}$.

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1.$ B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1.$ C. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1.$ D. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1.$

Câu 32. Elip có tổng độ dài hai trục bằng 18 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{3}{5}$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$ B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1.$ C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$

Câu 33. Elip có tổng độ dài hai trục bằng 10 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$ B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1.$ C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$

Câu 34. Lập phương trình chính tắc của elip, biết elip đi qua hai điểm $A(7;0)$ và $B(0;3)$.

A. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{9} = 1.$ B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$ C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1.$ D. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1.$

Câu 35. Elip đi qua các điểm $M(0;3)$ và $N\left(3;-\frac{12}{5}\right)$ có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$ B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$ C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1.$ D. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1.$

Câu 36. Elip đi qua các điểm $A(0;1)$ và $N\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1.$ B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1.$ C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1.$ D. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1.$

Câu 37. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó có trục lớn gấp đôi trục bé và đi qua điểm $M(2;-2)$.

A. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1.$ B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1.$ C. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1.$ D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1.$

Câu 38. Tìm phương trình chính tắc của elip, biết elip có tiêu cự bằng 6 và đi qua $A(5;0)$.

A. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1.$ B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$ C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$ D. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1.$

Câu 39. Tìm phương trình chính tắc của elip, biết elip có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ và đi qua $A(2;1)$.

A. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1.$ B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1.$ C. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{5} = 1.$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$

Câu 40. Tìm phương trình chính tắc của elip, biết elip có tiêu cự bằng 8 và đi qua điểm $M(\sqrt{15};-1)$.

A. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1.$ B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1.$ C. $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{4} = 1.$ D. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1.$

Câu 41. Elip qua điểm $M\left(2; \frac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F(-2;0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1.$ B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$ C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$ D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$

Câu 42. Phương trình chính tắc của elip có hai tiêu điểm $F_1(-2;0)$, $F_2(2;0)$ và đi qua điểm $M(2;3)$ là:

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1.$ B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$ C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1.$ D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1.$

Câu 43. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $A(6;0)$ và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{2}$.

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1.$ B. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1.$ C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{18} = 1.$ D. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1.$

Câu 44. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $N\left(2; -\frac{5}{3}\right)$ và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{2}{3}$.

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$ B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1.$ C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1.$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1.$

Câu 45. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $A(2;\sqrt{3})$ và tỉ số của độ dài trục lớn với tiêu cự bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1.$ B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1.$ C. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1.$ D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1.$

Câu 46. Cho elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$. Gọi $2c$ là tiêu cự của (E) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $c^2 = a^2 + b^2$. B. $b^2 = a^2 + c^2$. C. $a^2 = b^2 + c^2$. D. $c = a + b$.

Câu 47. Cho elip có hai tiêu điểm F_1, F_2 và có độ dài trục lớn bằng $2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $2a = F_1F_2$. B. $2a > F_1F_2$. C. $2a < F_1F_2$. D. $4a = F_1F_2$.

Câu 48. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Hai điểm A, B là hai đỉnh của elip lần lượt nằm trên hai trục Ox, Oy . Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng:

A. 34. B. $\sqrt{34}$. C. 5. D. $\sqrt{136}$.

Câu 49. Một elip (E) có trục lớn dài gấp 3 lần trục nhỏ. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng:

A. $e = \frac{1}{3}$. B. $e = \frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $e = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 50. Một elip (E) có khoảng cách giữa hai đỉnh kế tiếp nhau gấp $\frac{3}{2}$ lần tiêu cự của nó. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng:

A. $e = \frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $e = \frac{2}{5}$. C. $e = \frac{\sqrt{3}}{5}$. D. $e = \frac{\sqrt{2}}{5}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.C	5.C	6.B	7.D	8.D	9.D	10.C
11.C	12.A	13.B	14.B	15.C	16.D	17.A	18.C	19.A	20.D
21.D	22.C	23.C	24.C	25.A	26.C	27.A	28.A	29.B	30.A
31.D	32.A	33.D	34.D	35.B	36.C	37.A	38.B	39.A	40.D
41.A	42.A	43.A	44.B	45.A	46.C	47.B	48.B	49.D	50.A

CHUYÊN ĐỀ : PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG
ĐƯỜNG ELIP

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1) Định nghĩa: Cho hai điểm cố định F_1, F_2 với $F_1F_2 = 2c (c > 0)$ và hằng số $a > c$. Elip (E) là tập hợp các điểm M thỏa mãn $MF_1 + MF_2 = 2a$.

Các điểm F_1, F_2 là tiêu điểm của (E). Khoảng cách $F_1F_2 = 2c$ là tiêu cự của (E). MF_1, MF_2 được gọi là bán kính qua tiêu.

2) Phương trình chính tắc của elip:

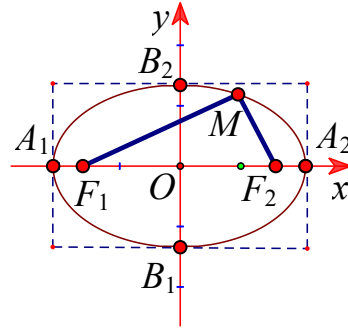
Với $F_1(-c;0), F_2(c;0)$:

$$M(x;y) \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (1) \text{ trong đó}$$

(1) được gọi là phương trình chính tắc của (E)

3) Hình dạng và tính chất của elip:

Elip có phương trình (1) nhận các trục tọa độ là trục đối xứng.



Hình 3.3

$$b^2 = a^2 - c^2$$

trục đối xứng và gốc

- + Tiêu điểm: Tiêu điểm trái $F_1(-c;0)$, tiêu điểm phải $F_2(c;0)$
- + Các đỉnh : $A_1(-a;0), A_2(a;0), B_1(0;-b), B_2(0;b)$
- + Trục lớn : $A_1A_2 = 2a$, nằm trên trục Ox; trục nhỏ : $B_1B_2 = 2b$, nằm trên trục Oy
- + Hình chữ nhật tạo bởi các đường thẳng $x = \pm a, y = \pm b$ gọi là hình chữ nhật cơ sở.
- + Tâm sai : $e = \frac{c}{a} < 1$
- + Bán kính qua tiêu điểm của điểm $M(x_M; y_M)$ thuộc (E) là:

$$MF_1 = a + ex_M = a + \frac{c}{a}x_M, MF_2 = a - ex_M = a - \frac{c}{a}x_M$$

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Khái niệm nào sau đây định nghĩa về elip?
- A. Cho điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F . Elip (E) là tập hợp các điểm M sao cho khoảng cách từ M đến F bằng khoảng cách từ M đến Δ .
 - B. Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c, (c > 0)$. Elip (E) là tập hợp điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ với a là một số không đổi và $a < c$.
 - C. Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c, (c > 0)$ và một độ dài $2a$ không đổi ($a > c$). Elip (E) là tập hợp các điểm M sao cho $M \in (E) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$.
 - D. Cả ba định nghĩa trên đều không đúng định nghĩa của Elip.

Lời giải

Chọn C

Định nghĩa về Elip là: Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c$, ($c > 0$) và một độ dài $2a$ không đổi ($a > c$). Elip (E) là tập hợp các điểm M sao cho $M \in (P) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$.

Câu 2. Dạng chính tắc của Elip là

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. B. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. C. $y^2 = 2px$. D. $y = px^2$.

Lời giải

Chọn A

Dạng chính tắc của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. (Các bạn xem lại trong SGK).

Câu 3. Cho Elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu $c^2 = a^2 + b^2$ thì (E) có các tiêu điểm là $F_1(c; 0), F_2(-c; 0)$.

B. Nếu $c^2 = a^2 + b^2$ thì (E) có các tiêu điểm là $F_1(0; c), F_2(0; -c)$.

C. Nếu $c^2 = a^2 - b^2$ thì (E) có các tiêu điểm là $F_1(c; 0), F_2(-c; 0)$.

D. Nếu $c^2 = a^2 - b^2$ thì (E) có các tiêu điểm là $F_1(0; c), F_2(0; -c)$.

Lời giải

Chọn C.

Xem lại sách giáo khoa.

Câu 4. Cho Elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), tâm sai của elip là $e = \frac{c}{a}$.

B. Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), tâm sai của elip là $e = \frac{a}{c}$.

C. Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), tâm sai của elip là $e = -\frac{c}{a}$.

D. Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), tâm sai của elip là $e = -\frac{a}{c}$.

Lời giải

Chọn A

Xem kiến thức sách giáo khoa.

Câu 5. Cho Elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây sai?

A. Tọa độ các đỉnh nằm trên trục lớn là $A_1(a; 0), A_1(-a; 0)$.

B. Tọa độ các đỉnh nằm trên trục nhỏ là $B_1(0; b), A_1(0; -b)$.

C. Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), độ dài tiêu cự là $2c$.

D. Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), tâm sai của elip là $e = \frac{a}{c}$.

Lời giải

Chọn D.

Với $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$), tâm sai của elip là $e = \frac{a}{c}$.

Câu 6. Cho Elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$ và $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$).

Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. Với $M(x_M; y_M) \in (E)$ và các tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ thì $MF_1 = a + \frac{c \cdot x_M}{a}$,

$$MF_2 = a + \frac{c \cdot x_M}{a}.$$

B. Với $M(x_M; y_M) \in (E)$ và các tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ thì $MF_1 = a - \frac{c \cdot x_M}{a}$,

$$MF_2 = a + \frac{c \cdot x_M}{a}.$$

C. Với $M(x_M; y_M) \in (E)$ và các tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ thì $MF_1 = a - \frac{c \cdot x_M}{a}$,

$$MF_2 = a - \frac{c \cdot x_M}{a}.$$

D. Với $M(x_M; y_M) \in (E)$ và các tiêu điểm là $F_1(-c; 0), F_2(c; 0)$ thì $MF_1 = a + \frac{c \cdot x_M}{a}$,

$$MF_2 = a - \frac{c \cdot x_M}{a}.$$

Lời giải

Chọn B

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 7. Cho Elip (E) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$ và $c^2 = a^2 - b^2$ ($c > 0$).

Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. Các đường chuẩn của (E) là $\Delta_1: x + \frac{a}{e} = 0$ và $\Delta_2: x - \frac{a}{e} = 0$, với (e là tâm sai của (E)).

B. Elip (E) có các đường chuẩn là $\Delta_1: x + \frac{a}{e} = 0$, $\Delta_2: x - \frac{a}{e} = 0$ và có các tiêu điểm là

$$F_1(-c; 0), F_2(c; 0) \text{ thì } \frac{MF_1}{d_{(M; \Delta_1)}} = \frac{MF_2}{d_{(M; \Delta_2)}} > 1.$$

C. Elip (E) có các đường chuẩn là $\Delta_1: x + \frac{a}{e} = 0$, $\Delta_2: x - \frac{a}{e} = 0$ và có các tiêu điểm là

$$F_1(-c; 0), F_2(c; 0) \text{ thì } \frac{MF_1}{d_{(M; \Delta_1)}} = \frac{MF_2}{d_{(M; \Delta_2)}} = \frac{a}{c}.$$

D. Elip (E) có các đường chuẩn là $\Delta_1: x + \frac{a}{e} = 0$, $\Delta_2: x - \frac{a}{e} = 0$, các tiêu điểm là

$$F_1(-c; 0), F_2(c; 0) \text{ và } \frac{MF_1}{d_{(M; \Delta_1)}} = \frac{MF_2}{d_{(M; \Delta_2)}} = 1.$$

Lời giải

Chọn A.

Xem lại sách giáo khoa.

Câu 8. Cho elíp $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ và đường thẳng $\Delta: Ax + By + C = 0$. Điều kiện cần và đủ để đường

thẳng Δ tiếp xúc với elíp (E) là

A. $a^2 A^2 + b^2 B^2 = C^2$.

B. $a^2 A^2 - b^2 B^2 = C^2$.

C. $-a^2 A^2 + b^2 B^2 = C^2$

D. $b^2 B^2 = a^2 A^2 + C^2$

Chọn A.

Lý thuyết.

Câu 9. Elip (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có tâm sai bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{4}{5}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình chính tắc của elip có dạng (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \\ c^2 = a^2 - b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \\ c = 4 \end{cases}$$

Vậy tâm sai của Elip $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$

Câu 10. Đường Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có tiêu cự bằng :

- A. 3. B. 6. C. $\frac{9}{16}$. D. $\frac{6}{7}$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của elip có dạng (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 7 \\ c^2 = a^2 - b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = \sqrt{7} \\ c = 3 \end{cases}$$

Vậy: Tiêu cự của Elip $F_1F_2 = 2c = 2.3 = 6$.

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 12 và độ dài trục bé bằng 6. Phương trình nào sau đây là phương trình của elip (E)

- A. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$. C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{36} = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình chính tắc của elip có dạng (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Ta có $a = 6$, $b = 3$, vậy phương trình của Elip là: $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 12. Tìm phương trình chính tắc của Elip có tâm sai bằng $\frac{1}{3}$ và trục lớn bằng 6.

- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. D. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của Elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Theo giả thiết: $e = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow a = 3c$ và $2a = 6 \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow c = 1$

Khi đó: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 3^2 = b^2 + 1 \Leftrightarrow b^2 = 8 \Leftrightarrow b = 2\sqrt{2}$

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$.

Câu 13. Tìm phương trình chính tắc của Elip có một đường chuẩn là $x + 4 = 0$ và một tiêu điểm là $(-1; 0)$.

A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{15} = 1$. C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 0$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của Elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Theo giả thiết: Elip có một đường chuẩn là $x + 4 = 0$ nên $a = 4$ và một tiêu điểm là điểm $(-1; 0)$ nên $c = 1$. Do đó: $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{15}$.

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{15} = 1$.

Câu 14. Tìm phương trình chính tắc của Elip có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(0; 5)$.

A. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$. B. $\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Theo giả thiết: $2c = 6 \Leftrightarrow c = 3$. Vì $A(0; 5) \in (E)$ nên ta có phương trình: $\frac{0^2}{a^2} + \frac{5^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b = 5$.

Khi đó: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = 5^2 + 3^2 \Leftrightarrow a^2 = 34 \Leftrightarrow a = \sqrt{34}$.

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$.

Câu 15. Cho Elip có phương trình: $9x^2 + 25y^2 = 225$. Lúc đó hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng

A. 15. B. 40. C. 60. D. 30.

Lời giải

Chọn C.

$$9x^2 + 25y^2 = 225 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Từ đây, ta được $a = 5$, $b = 3$. Diện tích hình chữ nhật cơ sở là $S = 2a \cdot 2b = 60$.

Câu 16. Cho Elip (E) : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Với M là điểm bất kì nằm trên (E) , khẳng định nào sau đây là

khẳng định đúng?

A. $4 \leq OM \leq 5$. B. $OM \geq 5$. C. $OM \leq 3$. D. $3 \leq OM \leq 4$.

Lời giải

Chọn D.

Từ (E) : $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, suy ra $a = 4, b = 3$.

Với một điểm bất kì trên (E) , ta luôn có $b \leq OM \leq a \Rightarrow 3 \leq OM \leq 4$.

- Câu 17.** Tìm phương trình chính tắc của Elip có trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$
- A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$. C. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$. D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình chính tắc của Elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$).

Theo giả thiết: $2a = 2.2b \Leftrightarrow a = 2b$ và $2c = 4\sqrt{3} \Leftrightarrow c = 2\sqrt{3}$

Khi đó: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow (2b)^2 = b^2 + 12 \Leftrightarrow 3b^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow b = 2 \Rightarrow a = 4$.

Vậy phương trình chính tắc của Elip là: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

- Câu 18.** Cho elip $(E): x^2 + 4y^2 = 1$ và cho các mệnh đề:

(I) (E) có trục lớn bằng 4 (II) (E) có trục nhỏ bằng 1

(III) (E) có tiêu điểm $F_1\left(0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (IV) (E) có tiêu cự bằng $\sqrt{3}$

Trong các mệnh đề trên, tìm mệnh đề đúng?

- A. (I). B. (II) và (IV). C. (I) và (III). D. (IV).

Lời giải

Chọn B.

$$(E): x^2 + 4y^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{\frac{1}{4}} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy, (E) có trục lớn bằng $2a = 2$, có trục nhỏ bằng $2b = 1$, có tiêu điểm $F_1\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$, có tiêu

cự bằng $2c = \sqrt{3}$.

- Câu 19.** Phương trình chính tắc của Elip có trục lớn gấp đôi trục bé và đi qua điểm $A(2; -2)$ là

- A. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$. B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Theo đề bài, ta được hệ

$$\begin{cases} a = 2b \\ \frac{4}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \frac{4}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \frac{5}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 5 \end{cases}. \text{ Suy ra: } (E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1.$$

- Câu 20.** Đường thẳng nào dưới đây là 1 đường chuẩn của Elip $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{15} = 1$

- A. $x + 4\sqrt{5} = 0$. B. $x - 4 = 0$. C. $x + 2 = 0$. D. $x + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{15} = 1$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 15 \\ c^2 = a^2 - b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{5} \\ b = \sqrt{15} \\ c = \sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy đường chuẩn của Elip $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{15} = 1$ là $x = \pm \frac{a}{e} = \pm \frac{a}{\frac{c}{a}} = \pm \frac{a^2}{c} = \pm \frac{20}{\sqrt{5}} = \pm 4\sqrt{5} \Rightarrow x \pm 4\sqrt{5} = 0$

Câu 21. Cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên (E) Nếu điểm M có hoành độ bằng 1 thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng :

- A. $4 \pm \sqrt{2}$. B. 3 và 5. C. 3,5 và 4,5. D. $4 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $a = 4; b = \sqrt{12} \Rightarrow c = 2$.

Sử dụng công thức bán kính qua tiêu $MF_1 = 4 - \frac{1 \cdot 2}{4} = 3,5$, $MF_2 = 4 + \frac{1 \cdot 2}{4} = 4,5$.

Câu 22. Cho elip $(E) : \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ và cho các mệnh đề :

(I) (E) có tiêu điểm $F_1(-3; 0)$ và $F_2(3; 0)$.

(II) (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{4}{5}$.

(III) (E) có đỉnh $A_1(-5; 0)$.

(IV) (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Trong các mệnh đề trên, mệnh đề nào sai ?

- A. I và II. B. II và III. C. I và III. D. IV và I.

Lời giải

Chọn C.

Từ phương trình của elip, ta có $a = 5, b = 3, c = 4$ suy ra các mệnh đề sai là (I) và (IV).

Câu 23. Đường thẳng qua $M(1; 1)$ và cắt elíp $(E) : 4x^2 + 9y^2 = 36$ tại hai điểm M_1, M_2 sao cho

$MM_1 = MM_2$ có phương trình là:

- A. $2x + 4y - 5 = 0$. B. $4x + 9y - 13 = 0$.
C. $x + y + 5 = 0$. D. $16x - 15y + 100 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

Gọi $M_1(x_1; y_1); M_2(x_2; y_2)$. Ta có M là trung điểm của $M_1M_2 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ y_1 + y_2 = 2 \end{cases}$.

Ta có $\begin{cases} 4x_1^2 + 9y_1^2 = 36 \\ 4x_2^2 + 9y_2^2 = 36 \end{cases} \Rightarrow 4(x_2 - x_1) + 9(y_2 - y_1) = 0$

Vậy $\vec{n}(4; 9)$ là vector pháp tuyến của M_1M_2 .

Vậy phương trình M_1M_2 là: $4x + 9y - 13 = 0$.

Câu 24. Một elip có trục lớn bằng 26, tâm sai $e = \frac{12}{13}$. Trục nhỏ của elip có độ dài bằng bao nhiêu?

- A. 10. B. 12. C. 24. D. 5.

Lời giải**Chọn A.**

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Độ dài trục lớn $2a = 26 \Rightarrow a = 13$, tâm sai $e = \frac{12}{13} \Rightarrow c = 12$. Trục nhỏ $2b = 2\sqrt{a^2 - c^2} = 10$.

Câu 25. Đường Elip $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ có tiêu cự bằng :

A. 2.

B. 4.

C. 9.

D. 1.

Lời giải**Chọn B.**

Ta có $c = 2 \Rightarrow 2c = 4$.

Câu 26. Cho Elip $(E): \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu điểm M có hoành độ bằng -13

thì các khoảng cách từ M tới 2 tiêu điểm của (E) bằng :

A. 8; 18.

B. $13 \pm \sqrt{5}$.

C. 10; 16.

D. $13 \pm \sqrt{10}$.**Lời giải****Chọn A.**

Ta có $a = 13$, $b = 12 \Rightarrow c = 5$

Vậy $MF_1 = a + \frac{c}{a}x_M = 18$; $MF_2 = a - \frac{c}{a}x_M = 8$.

Câu 27. Cho elíp có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 100$. Tính tổng khoảng cách từ điểm thuộc elíp có hoành độ $x = 2$ đến hai tiêu điểm.

A. 10

B. $2\sqrt{2}$

C. 5

D. $4\sqrt{3}$ **Lời giải****Chọn C.**

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Ta có : $a = \frac{5}{2}$, $b = 2$, $c = \sqrt{6}$.

sử dụng công thức bán kính qua tiêu $MF_1 = \frac{5}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot 2$, $MF_2 = \frac{5}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot 2$

$MF_1 + MF_2 = 5$.

Câu 28. Tìm phương trình chính tắc của Elip có một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là $M(4;3)$.

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.**Lời giải****Chọn B.**

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là $M(4;3)$, suy ra $a = 4$, $b = 3$.

Phương trình $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 29. Đường thẳng $y = kx$ cắt Elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ tại hai điểm

A. Đối xứng nhau qua trục Oy .B. Đối xứng nhau qua trục Ox .

C. Đối xứng nhau qua gốc tọa độ O .

D. Đối xứng nhau qua đường thẳng $y = 1$.

Lời giải

Chọn C.

Đường thẳng $y = kx$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ nên giao điểm của đường $y = kx$ với Elip đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

Câu 30. Cho Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Đường thẳng $(d): x = -4$ cắt (E) tại hai điểm M, N . Khi đó:

A. $MN = \frac{9}{25}$.

B. $MN = \frac{18}{25}$.

C. $MN = \frac{18}{5}$.

D. $MN = \frac{9}{5}$.

Lời giải

Chọn C.

Theo giả thiết: $x = -4$ nên ta có phương trình:

$$\frac{(-4)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{y^2}{9} = \frac{9}{25} \Leftrightarrow y^2 = \frac{81}{25} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{9}{5} \Rightarrow M\left(-4; \frac{9}{5}\right) \\ y = -\frac{9}{5} \Rightarrow N\left(-4; -\frac{9}{5}\right) \end{cases}$$

$$\text{Khi đó: } MN = \sqrt{(-4+4)^2 + \left(\frac{9}{5} + \frac{9}{5}\right)^2} = \frac{18}{5}.$$

Câu 31. Trong các phương trình sau, phương trình nào biểu diễn một Elip có khoảng cách giữa các đường chuẩn là $\frac{50}{3}$ và tiêu cự bằng 6?

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{25} = 1$.

B. $\frac{x^2}{89} + \frac{y^2}{64} = 1$.

C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Tiêu cự bằng 6 $\Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow$ Loại A và B.

Đường chuẩn của Elip có dạng $x \pm \frac{a}{e} = 0$, mà $e = \frac{c}{a}$

nên đường chuẩn của Elip còn được viết dưới dạng $x \pm \frac{a^2}{c} = 0$

Từ đáp án C suy ra: $a = 5 \Rightarrow$ các đường chuẩn là: $x \pm \frac{25}{3} = 0$. Dễ thấy khoảng cách giữa 2

đường chuẩn này là $\frac{50}{3}$.

Câu 32. Tìm phương trình chính tắc của Elip có một đường chuẩn là $x + 5 = 0$ và đi qua điểm $(0; -2)$

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$.

B. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$.

C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{10} = 1$.

D. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Elip có một đường chuẩn là $x + 5 = 0$ nên $\frac{a}{e} = 5 \Leftrightarrow \frac{a^2}{c} = 5 \Leftrightarrow a^2 = 5c$

Mặt khác Elip đi qua điểm $(0; -2)$ nên $\frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 4$

$$\text{Ta có: } c^2 = a^2 - b^2 \Leftrightarrow c^2 = 5c - 4 \Leftrightarrow c^2 - 5c + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \Rightarrow a^2 = 5 \\ c = 4 \Rightarrow a^2 = 20 \end{cases}$$

Phương trình chính tắc của Elip $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 33. Đường tròn và elip có phương trình sau đây có bao nhiêu giao điểm: $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0, (E):$

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 9 \\ y^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ y = 0 \end{cases}$$

Câu 34. Viết phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm là $A(0; -2)$ và một đường chuẩn

$x + 5 = 0$?

A. $\frac{x^2}{29} + \frac{y^2}{4} = 1.$

B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1.$

C. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1.$

D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{10} = 1.$

Lời giải

Chọn A.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a, b > 0)$.

Do (E) đi qua điểm là $A(0; -2)$ và có một đường chuẩn $x + 5 = 0$ nên ta có

$$\begin{cases} \frac{4}{b^2} = 1 \\ \frac{a^2}{c} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 4 \\ a^2 = 5c \end{cases}$$

Câu 35. Cho elip có phương trình: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. M là điểm thuộc (E) sao cho $MF_1 = MF_2$. Khi đó tọa

độ điểm M là:

A. $M_1(0; 1), M_2(0; -1).$

B. $M_1(0; 2), M_2(0; -2).$

C. $M_1(-4; 0), M_2(4; 0).$

D. $M_1(0; 4), M_2(0; -4).$

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a, b > 0)$.

Nên $a = 4; b = 2$

Vì $MF_1 = MF_2$ nên M thuộc đường trung trực của F_1F_2 chính là trục Oy

M là điểm thuộc (E) nên M là giao điểm của elip và trục Oy

Vậy $M_1(0; 2), M_2(0; -2)$.

Câu 36. Dây cung của elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (0 < b < a)$. vuông góc

với trục lớn tại tiêu điểm có độ dài là

A. $\frac{2c^2}{a}.$

B. $\frac{2b^2}{a}.$

C. $\frac{2a^2}{c}.$

D. $\frac{a^2}{c}.$

M_1

Lời giải

M_2

Chọn B.

Gọi dây cung đó là M_1M_2 như hình vẽ.

$$\text{Giả sử } M_1(c; y)(y > 0), M_1 \in (E) \Rightarrow \frac{c^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \Rightarrow y^2 = b^2 \cdot \frac{a^2 - c^2}{a^2} = \frac{b^4}{a^2} \Rightarrow y = \frac{b^2}{a}$$

$$\text{Khi đó, } M_1\left(c; \frac{b^2}{a}\right), M_2\left(c; -\frac{b^2}{a}\right) \Rightarrow M_1M_2 = \frac{2b^2}{a}.$$

Câu 37. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$ và hai điểm $A(-5; -1), B(-1; 1)$. Điểm M bất kì thuộc (E) , diện tích lớn nhất của tam giác MAB là:

- A. 12. B. 9. C. $\frac{9\sqrt{2}}{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $\overline{AB} = (4; 2), AB = 2\sqrt{5}$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua $A, B: x - 2y + 3 = 0$.

$$M(4\cos\varphi; \sqrt{5}\sin\varphi) \in (E) (0 \leq \varphi \leq 2\pi).$$

$$S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M, \Delta). \text{ Diện tích lớn nhất khi và chỉ khi } d(M, \Delta) \text{ lớn nhất.}$$

$$\text{Ta có: } d_{(M, \Delta)} = \frac{|4\cos\varphi - 2\sqrt{5}\sin\varphi + 3|}{\sqrt{5}} \leq \frac{|4\cos\varphi - 2\sqrt{5}\sin\varphi| + 3}{\sqrt{5}}$$

$$\Leftrightarrow d(M, \Delta) \leq \frac{\sqrt{4^2 + (-2\sqrt{5})^2} + 3}{\sqrt{5}} = \frac{9}{\sqrt{5}}. \text{ Vậy } S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M, \Delta) = 9.$$

Câu 38. Lập phương trình chính tắc của elip (E) , biết đi qua điểm $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và ΔMF_1F_2 vuông tại M .

- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$. C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải**Chọn A.**

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a, b > 0)$.

Do Elip đi qua M nên $\frac{9}{5a^2} + \frac{16}{5b^2} = 1$. Lại có $\widehat{F_1MF_2} = 90^\circ \Leftrightarrow OM = \frac{1}{2}F_1F_2 = c \Leftrightarrow c = \sqrt{5}$

$$\text{Nhu vậy ta có hệ điều kiện } \begin{cases} \frac{9}{5a^2} + \frac{16}{5b^2} = 1 \\ a^2 - b^2 = 5 \end{cases}. \text{ Giải hệ ta được } a^2 = 9; b^2 = 4 \Rightarrow (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

Câu 39. Lập phương trình chính tắc của elip (E) , Hình chữ nhật cơ sở của (E) có một cạnh nằm trên đường thẳng $x - 2 = 0$ và có độ dài đường chéo bằng 6.

- A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{32} = 1$. C. $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Lời giải**Chọn B.**

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Do một cạnh của hình chữ nhật cơ sở thuộc đường thẳng $x - 2 = 0$ nên có $a = 2$. Mặt khác $a^2 + b^2 = 6^2 \Leftrightarrow b^2 = 36 - 4 = 32 \Leftrightarrow b = 4\sqrt{2}$

Vậy phương trình Elip là $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{32} = 1$.

Câu 40. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elíp $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ và điểm $C(2; 0)$. Tìm tọa độ các điểm A, B trên (E) , biết rằng hai điểm đối xứng nhau qua trục hoành và ΔABC là tam giác đều và điểm A có tung độ dương.

A. $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

B. $A\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

C. $A(2; 4\sqrt{3})$ và $A(2; -4\sqrt{3})$.

D. $A\left(-\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(-\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Giả sử $A(x_0; y_0)$. Do A, B đối xứng nhau qua Ox nên $B(x_0; -y_0)$.

Ta có: $AB^2 = 4y_0^2$ và $AC^2 = (x_0 - 2)^2 + y_0^2$.

Vì $A \in (E)$ nên $\frac{x_0^2}{4} + y_0^2 = 1 \Rightarrow y_0^2 = 1 - \frac{x_0^2}{4}$ (1).

Vì $AB = AC$ nên $(x_0 - 2)^2 + y_0^2 = 4y_0^2$ (2).

Thay (1) vào (2) ta được $7x_0^2 - 16x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = 0 \\ x_0 = \frac{2}{7} \Rightarrow y_0 = \pm \frac{4\sqrt{3}}{7} \end{cases}$.

Vì điểm A khác C và A có tung độ dương nên $A\left(\frac{2}{7}; \frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$ và $B\left(\frac{2}{7}; -\frac{4\sqrt{3}}{7}\right)$.

Câu 41. Cho elíp $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $d: 3x + 4y - 12 = 0$. Biết rằng d luôn cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài đoạn AB .

A. $AB = 5$.

B. $AB = 3$.

C. $AB = 4$.

D. $AB = 10$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $d: 3x + 4y - 12 = 0 \Leftrightarrow y = 3 - \frac{3x}{4}$, thay vào phương trình $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ ta được

$$\frac{x^2}{16} + \frac{\left(3 - \frac{3x}{4}\right)^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{(x-4)^2}{16} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 3 \\ x = 4 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Vậy d luôn cắt (E) tại hai điểm phân biệt $A(0; 3), B(4; 0)$ và độ dài $AB = 5$.

Câu 42. N đối xứng với $M\left(-\sqrt{7}; \frac{9}{4}\right)$ qua gốc tọa độ nên $N\left(\sqrt{7}; -\frac{9}{4}\right)$. Cho Elip (E) có các tiêu điểm $F_1(-4; 0), F_2(4; 0)$ và một điểm M nằm trên (E) biết rằng chu vi của tam giác MF_1F_2 bằng 18. Lúc đó tâm sai của (E) là:

A. $e = -\frac{4}{5}$.

B. $e = \frac{4}{9}$.

C. $e = \frac{4}{18}$.

D. $e = \frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình chính tắc của elíp có dạng $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$).

Theo giả thiết ta có $c = 4$, chu vi của tam giác MF_1F_2 bằng 18 nên $MF_1 + MF_2 + F_1F_2 = 2a + 2c \Leftrightarrow 2a + 2c = 18 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$.

Câu 43. Cho elíp $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $d: x - 2y + 12 = 0$. Tìm trên (E) điểm M sao cho khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng d là lớn nhất, nhỏ nhất.

A. $d_1 = \frac{12 + \sqrt{61}}{\sqrt{5}}, d_2 = \frac{12 - \sqrt{61}}{\sqrt{5}}$.

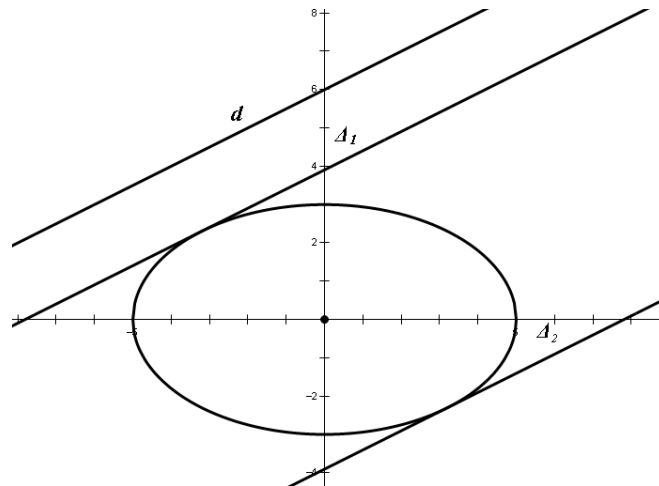
B. $d_1 = 12 + \sqrt{61}, d_2 = 12 - \sqrt{61}$.

C. $d_1 = \frac{16}{\sqrt{5}}, d_2 = \frac{6}{\sqrt{5}}$.

D. $d_1 = 16, d_2 = 6$.

Lời giải

Chọn A.



$(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có độ dài nửa trục lớn $a = 5$ và độ dài nửa trục bé $b = 3$

Gọi Δ là tiếp tuyến của (E) mà Δ song song với $d \Rightarrow x - 2y + C = 0, (C \neq 12)$.

Vì $d: x - 2y + 12 = 0$ tiếp xúc với (E) nên ta có: $1.5^2 + (-2)^2.3^2 = C^2 \Leftrightarrow C = \pm\sqrt{61}$.

Nên ta có hai tiếp tuyến của (E) song song với d là: $\Delta_1: x - 2y + \sqrt{61} = 0$ và

$\Delta_2: x - 2y - \sqrt{61} = 0$.

Vậy khoảng cách từ M đến đường thẳng d là lớn nhất là: $d_1 = \frac{12 + \sqrt{61}}{\sqrt{5}}$, khoảng cách từ

M đến đường thẳng d là bé nhất là: $d_2 = \frac{12 - \sqrt{61}}{\sqrt{5}}$

Câu 44. Cho hai elíp $(E_1): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và $(E_2): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1$. Gọi $(E_1) \cap (E_2) = \{A, B, C, D\}$ Lập phương trình đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

A. $11x^2 + 11y^2 - 92 = 0$. B. $11x^2 + 11y^2 = 1$. C. $11x^2 + 11y^2 + 92 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 92 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{432}{55} \\ y^2 = \frac{28}{55} \end{cases}.$$

Đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$ có tâm O và bán kính

$$R = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\frac{432}{55} + \frac{28}{55}} = \sqrt{\frac{92}{11}}.$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $x^2 + y^2 = \frac{92}{11} \Leftrightarrow 11x^2 + 11y^2 - 92 = 0$.

Câu 45. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): x^2 + 4y^2 - 4 = 0$. Tìm tất cả những điểm N trên elip (E) sao cho: $\widehat{F_1NF_2} = 60^\circ$ (F_1, F_2 là hai tiêu điểm của elip (E))

A. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

B. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

C. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

D. $N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ hoặc $N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

- $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \Rightarrow a^2 = 4, b^2 = 1 \Leftrightarrow c^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}$.

- Gọi $N(x_0; y_0) \in (E) \Rightarrow \begin{cases} x_0^2 + 4y_0^2 = 4 \\ MF_1 = 2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_0; MF_2 = 2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x_0. \text{ Xét tam giác } F_1MF_2 \text{ theo hệ thức} \\ F_1F_2 = 2\sqrt{3} \end{cases}$

lượng trong tam giác ta có: $(F_1F_2)^2 = MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1MF_2\cos 60^\circ \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{3})^2 = \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)^2 + \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)^2 - \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)\left(2 - \frac{\sqrt{3}}{2}x_0\right)$$

$$\Leftrightarrow 12 = 8 + \frac{3}{2}x_0^2 - \left(4 - \frac{3}{4}x_0^2\right) \Leftrightarrow \frac{9}{4}x_0^2 = 8 \Leftrightarrow x_0^2 = \frac{32}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -\frac{4\sqrt{2}}{3} \\ x_0 = \frac{4\sqrt{2}}{3} \end{cases} \Rightarrow y_0^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = -\frac{1}{3} \\ y_0 = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Vậy có tất cả 4 điểm thỏa

$$N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right) \text{ hoặc } N\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right) \text{ hoặc } N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right) \text{ hoặc } N\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right).$$

Câu 46. Viết phương trình tất cả các tiếp tuyến của elíp $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$, biết tiếp tuyến đi qua điểm $A(4; 3)$.

A. $d : y - 3 = 0$ và $d : x - 4 = 0$.

B. $d : y - 3 = 0$ và $d : x + 4 = 0$.

C. $d : y + 3 = 0$ và $d : x - 4 = 0$.

D. $d : y + 3 = 0$ và $d : x + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A

- Giả sử đường thẳng d có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (a; b)$ qua $A(4; 3)$ thì d có phương trình là: $a(x - 4) + b(y - 3) = 0$ (*), hay: $ax + by - 4a - 3b = 0$ (1).

- Để d là tiếp tuyến của (E) thì điều kiện cần và đủ là: $a^2 \cdot 16 + b^2 \cdot 9 = (4a + 3b)^2$

$$\Leftrightarrow 16a^2 + 9b^2 = 16a^2 + 24ab + 9b^2 \Leftrightarrow 24ab = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \Leftrightarrow d : y - 3 = 0 \\ b = 0 \Leftrightarrow d : x - 4 = 0 \end{cases}$$

Câu 47. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho elíp $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ và hai điểm $A(3; -2)$,

$B(-3; -2)$ Tìm trên (E) điểm C sao cho tam giác ABC có diện tích lớn nhất.

A. $C(0; 3)$.

B. $C(0; 2)$.

C. $C(3; 0)$.

D. $C(2; 0)$.

Lời giải

Chọn A.

- A, B có hoành độ là hoành độ của 2 đỉnh của 2 bán trục lớn của (E) , chúng nằm trên đường thẳng $y + 2 = 0$. C có hoành độ và tung độ dương thì C nằm trên cung phần tư thứ nhất

- Tam giác ABC có $AB = 6$ cố định. Vì thế tam giác có diện tích lớn nhất khi khoảng cách từ C đến AB lớn nhất.

- Dễ nhận thấy C trùng với đỉnh của bán trục lớn $(0; 3)$.

Câu 48. Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $F_1(-4; 0)$, $F_2(4; 0)$ và điểm $A(0; 3)$. Điểm M thuộc (E) nào sau đây thỏa $MF_1 = 3MF_2$.

A. $M\left(-\frac{25}{8}; \frac{\sqrt{551}}{8}\right)$. B. $M\left(\frac{25}{8}; \frac{\sqrt{551}}{8}\right)$. C. $M\left(-\frac{25}{8}; -\frac{\sqrt{551}}{8}\right)$. D. $M\left(\frac{25}{4}; \frac{\sqrt{551}}{4}\right)$.

Lời giải

Chọn B

- Giả sử $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (1). Theo giả thiết thì: $c = 4 \Leftrightarrow c^2 = 16 = a^2 - b^2$ (2)

- (E) qua $A(0; 3)$ suy ra: $\frac{9}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 9$, thay vào (2) ta có $a^2 = 25 \Rightarrow (E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

- M thuộc $(E) \Rightarrow M(x_0; y_0) \Leftrightarrow \frac{x_0^2}{25} + \frac{y_0^2}{9} = 1$ (3). Theo tính chất của (E) ta có bán kính qua tiêu

$$MF_1 = 5 + \frac{4}{5}x_0, \quad MF_2 = 5 - \frac{4}{5}x_0 \Rightarrow MF_1 = 3MF_2 \Leftrightarrow 5 + \frac{4}{5}x_0 = 3\left(5 - \frac{4}{5}x_0\right) \Rightarrow x_0 = \frac{25}{8}$$

$$(3) \text{ ta có } y_0^2 = \frac{551}{8^2} \Rightarrow y_0 = \pm \frac{\sqrt{551}}{8}$$

Câu 49. Trong mặt phẳng Oxy cho (E) có phương trình: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $OM^2 + MF_1 \cdot MF_2$ là một số không đổi với F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E) và $M \in (E)$.

B. $F_1(0; -\sqrt{5}), F_2(0; \sqrt{5})$ là các tiêu điểm của (E) .

C. Độ dài trục lớn là 18.

D. Các đỉnh nằm trên trục lớn là $A_1(0; 3)$ và $A_2(0; -3)$.

Lời giải

Chọn A

Dễ dàng thấy được B, C, D là các đáp án sai.

Phương án A: Gọi $M(x_0; y_0) \in (E) \Rightarrow \frac{x_0^2}{9} + \frac{y_0^2}{4} = 1 (*)$

- Theo công thức bán kính qua tiêu :

$$\Rightarrow MF_1 = 3 + \frac{\sqrt{5}}{3}x_0, MF_2 = 3 - \frac{\sqrt{5}}{3}x_0 \Rightarrow MF_1 \cdot MF_2 = \left(3 + \frac{\sqrt{5}}{3}x_0\right)\left(3 - \frac{\sqrt{5}}{3}x_0\right) = 9 - \frac{5}{9}x_0^2$$

$$\text{- Vậy : } OM^2 + MF_1MF_2 = x_0^2 + y_0^2 + 9 - \frac{5}{9}x_0^2 = 9 + \frac{4x_0^2}{9} + y_0^2 = 9 + 4\left(\frac{x_0^2}{9} + \frac{y_0^2}{4}\right) = 9 + 4 = 13.$$

Câu 50. Trong mặt phẳng Oxy cho (E) có phương trình: $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc (E)

nhìn đoạn F_1F_2 dưới một góc 60° ? (Biết rằng F_1, F_2 là các tiêu điểm của elip).

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có : } \Rightarrow MF_1 = 3 + \frac{\sqrt{5}}{3}x_0, MF_2 = 3 - \frac{\sqrt{5}}{3}x_0 \Rightarrow MF_1 \cdot MF_2 = \left(3 + \frac{\sqrt{5}}{3}x_0\right)\left(3 - \frac{\sqrt{5}}{3}x_0\right) = 9 - \frac{5}{9}x_0^2$$

- Theo hệ thức hàm số cos ta có :

$$\Leftrightarrow (F_1F_2)^2 = MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1MF_2\cos 60^\circ = (MF_1 + MF_2)^2 - 3MF_1MF_2$$

$$\Leftrightarrow (2\sqrt{5})^2 = 6^2 - 3\left(3 + \frac{\sqrt{5}}{3}x_0\right)\left(3 - \frac{\sqrt{5}}{3}x_0\right) = 36 - 3\left(9 - \frac{5}{9}x_0^2\right) = 9 + \frac{5}{3}x_0^2$$

$$\Leftrightarrow 20 = 9 + \frac{5}{3}x_0^2 \Leftrightarrow x_0^2 = \frac{33}{5} \Rightarrow x_0 = \pm \frac{\sqrt{165}}{5} \Rightarrow y_0^2 = \frac{4}{9}(9 - x_0^2) = \frac{4}{9}\left(9 - \frac{33}{5}\right) = \frac{4^2 \cdot 3}{9}$$

$$\Rightarrow y_0 = \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

- Như vậy có 4 điểm thỏa mãn.

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG ELIP

Vấn đề 1. CHO PHƯƠNG TRÌNH ELIP, HỎI CÁC THÔNG SỐ

Câu 1. Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ có độ dài trục lớn bằng

- A. 5. B. 10. C. 25. D. 50.

Câu 2. Elip $(E): 4x^2 + 16y^2 = 1$ có độ dài trục lớn bằng:

- A. 2. B. 4. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 3. Elip $(E): x^2 + 5y^2 = 25$ có độ dài trục lớn bằng:

- A. 1. B. 2. C. 5. D. 10.

Câu 4. Elip $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$ có độ dài trục bé bằng:

- A. 8. B. 10. C. 16. D. 20.

Câu 5. Elip $(E): \frac{x^2}{16} + y^2 = 4$ có tổng độ dài trục lớn và trục bé bằng:

- A. 5. B. 10. C. 20. D. 40.

Câu 6. Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ có tiêu cự bằng:

- A. 3. B. 6. C. 9. D. 18.

Câu 7. Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ có tiêu cự bằng:

- A. $\sqrt{5}$. B. 5. C. 10. D. $2\sqrt{5}$.

Câu 8. Elip $(E): \frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1$, với $p > q > 0$ có tiêu cự bằng:

- A. $p + q$. B. $p - q$. C. $p^2 - q^2$. D. $2\sqrt{p^2 - q^2}$.

Câu 9. Elip $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$ có một đỉnh nằm trên trục lớn là:

- A. $(100; 0)$. B. $(-100; 0)$. C. $(0; 10)$. D. $(-10; 0)$.

Câu 10. Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ có một đỉnh nằm trên trục bé là:

- A. $(4;0)$. B. $(0;12)$. C. $(0;2\sqrt{3})$. D. $(4;0)$.

Câu 11. Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$ có một tiêu điểm là:

- A. $(0;3)$. B. $(0;\sqrt{6})$. C. $(-\sqrt{3};0)$. D. $(3;0)$.

Câu 12. Cặp điểm nào là các tiêu điểm của elip $(E): \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$?

- A. $F_1(-1;0)$ và $F_2(1;0)$. B. $F_1(-3;0)$ và $F_2(3;0)$.
C. $F_1(0;-1)$ và $F_2(0;1)$. D. $F_1(-2;0)$ và $F_2(2;0)$.

Câu 13. Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tỉ số e của tiêu cự và độ dài trục lớn của elip bằng:

- A. $e=1$. B. $e=\frac{\sqrt{7}}{4}$. C. $e=\frac{3}{4}$. D. $e=\frac{5}{4}$.

Câu 14. Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. Tỉ số f của độ dài trục lớn và tiêu cự của elip bằng:

- A. $f=\frac{3}{2}$. B. $f=\frac{3}{\sqrt{5}}$. C. $f=\frac{2}{3}$. D. $f=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 15. Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$. Tỉ số k của tiêu cự và độ dài trục bé của elip bằng:

- A. $k=8$. B. $k=\sqrt{8}$. C. $k=1$. D. $k=-1$.

Câu 16. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0)$ và $F_2(4;0)$.
B. (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{4}{5}$.
C. (E) có đỉnh $A_1(-5;0)$.
D. (E) có độ dài trục nhỏ bằng 3.

Câu 17. Cho elip $(E): x^2 + 4y^2 = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Elip có tiêu cự bằng $\sqrt{3}$. B. Elip có trục nhỏ bằng 2.
C. Elip có một tiêu điểm là $F\left(0; \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$. D. Elip có trục lớn bằng 4.

Câu 18. Cho elip $(E): 4x^2 + 9y^2 = 36$. Tìm mệnh đề sai trong các mệnh đề sau:

- A. (E) có trục lớn bằng 6. B. (E) có trục nhỏ bằng 4.
C. (E) có tiêu cự bằng $\sqrt{5}$. D. (E) có tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

Vấn đề 2. LẬP PHƯƠNG TRÌNH ELIP

Câu 19. Phương trình của elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

- A. $9x^2 + 16y^2 = 144$. B. $9x^2 + 16y^2 = 1$.
C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. D. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Câu 20. Tìm phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10.

- A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 21. Elip có độ dài trục lớn là 10 và có một tiêu điểm $F(-3;0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

- A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 22. Elip có độ dài trục nhỏ là $4\sqrt{6}$ và có một tiêu điểm $F(5;0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

- A. $\frac{x^2}{121} + \frac{y^2}{96} = 1$. B. $\frac{x^2}{101} + \frac{y^2}{96} = 1$. C. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$. D. $\frac{x^2}{29} + \frac{y^2}{24} = 1$.

Câu 23. Elip có một đỉnh là $A(5;0)$ và có một tiêu điểm $F_1(-4;0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

- A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 1$.

Câu 24. Elip có hai đỉnh là $(-3;0); (3;0)$ và có hai tiêu điểm là $(-1;0); (1;0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$. B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$. D. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 25. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu trục lớn gấp đôi trục bé và có tiêu cự bằng $4\sqrt{3}$.

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{24} = 1$. D. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 26. Lập phương trình chính tắc của elip biết độ dài trục lớn hơn độ dài trục nhỏ 4 đơn vị, độ dài trục nhỏ hơn độ dài tiêu cự 4 đơn vị.

A. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{60} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Câu 27. Lập phương trình chính tắc của elip biết tỉ số giữa độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $\sqrt{2}$, tổng bình phương độ dài trục lớn và tiêu cự bằng 64.

A. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$. B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{12} = 1$. C. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 28. Elip có một tiêu điểm $F(-2;0)$ và tích độ dài trục lớn với trục bé bằng $12\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$. C. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{5} = 1$. D. $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 29. Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 26 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{12}{13}$.

A. $\frac{x^2}{26} + \frac{y^2}{25} = 1$. B. $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$. C. $\frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{25} = 1$. D. $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 30. Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục lớn bằng 6 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3}$.

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. C. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{5} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$.

Câu 31. Lập phương trình chính tắc của elip có độ dài trục nhỏ bằng 12 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{4}{5}$.

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{36} = 1$. C. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. D. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Câu 32. Elip có tổng độ dài hai trục bằng 18 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{3}{5}$. Phương

trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 33. Elip có tổng độ dài hai trục bằng 10 và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 34. Lập phương trình chính tắc của elip, biết elip đi qua hai điểm $A(7;0)$ và $B(0;3)$.

A. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{49} = 1$. D. $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 35. Elip đi qua các điểm $M(0;3)$ và $N\left(3;-\frac{12}{5}\right)$ có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 36. Elip đi qua các điểm $A(0;1)$ và $N\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. D. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$.

Câu 37. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó có trục lớn gấp đôi trục bé và đi qua điểm $M(2;-2)$.

A. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$. B. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{6} = 1$. D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 38. Tìm phương trình chính tắc của elip, biết elip có tiêu cự bằng 6 và đi qua $A(5;0)$.

A. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$.

Câu 39. Tìm phương trình chính tắc của elip, biết elip có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ và đi qua $A(2;1)$.

A. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$. B. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{2} = 1$. C. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{5} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 40. Tìm phương trình chính tắc của elip, biết elip có tiêu cự bằng 8 và đi qua điểm $M(\sqrt{15};-1)$.

A. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 41. Elip qua điểm $M\left(2;\frac{5}{3}\right)$ và có một tiêu điểm $F(-2;0)$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 42. Phương trình chính tắc của elip có hai tiêu điểm $F_1(-2;0)$, $F_2(2;0)$ và đi qua điểm $M(2;3)$ là:

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$. B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1$.

Câu 43. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $A(6;0)$ và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{2}$.

A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$. B. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$. C. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{18} = 1$. D. $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$.

Câu 44. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $N\left(2;-\frac{5}{3}\right)$ và tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{2}{3}$.

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$.

Câu 45. Tìm phương trình chính tắc của elip nếu nó đi qua điểm $A(2;\sqrt{3})$ và tỉ số của độ dài trục lớn với tiêu cự bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

A. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. C. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{4} = 1$. D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Vấn đề 3. CÂU HỎI VẬN DỤNG

Câu 46. Cho elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$. Gọi $2c$ là tiêu cự của (E) . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $c^2 = a^2 + b^2$. B. $b^2 = a^2 + c^2$. C. $a^2 = b^2 + c^2$. D. $c = a + b$.

Câu 47. Cho elip có hai tiêu điểm F_1, F_2 và có độ dài trục lớn bằng $2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $2a = F_1F_2$. B. $2a > F_1F_2$. C. $2a < F_1F_2$. D. $4a = F_1F_2$.

Câu 48. Cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Hai điểm A, B là hai đỉnh của elip lần lượt nằm trên hai trục Ox, Oy . Khi đó độ dài đoạn thẳng AB bằng:

A. 34. B. $\sqrt{34}$. C. 5. D. $\sqrt{136}$.

Câu 49. Một elip (E) có trục lớn dài gấp 3 lần trục nhỏ. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng:

A. $e = \frac{1}{3}$. B. $e = \frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $e = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 50. Một elip (E) có khoảng cách giữa hai đỉnh kề tiếp nhau gấp $\frac{3}{2}$ lần tiêu cự của nó. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng:

- A. $e = \frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $e = \frac{2}{5}$. C. $e = \frac{\sqrt{3}}{5}$. D. $e = \frac{\sqrt{2}}{5}$.

Câu 51. Cho điểm $M(2;3)$ nằm trên đường elip (E) có phương trình chính tắc: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Trong các điểm sau đây điểm nào không nằm trên (E) :

- A. $M_1(-2;3)$. B. $M_2(2;-3)$. C. $M_3(-2;-3)$. D. $M_4(3;2)$.

Câu 52. Cho elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. (E) không có trục đối xứng.
B. (E) có một trục đối xứng là trục hoành.
C. (E) có hai trục đối xứng là trục hoành và trục tung.
D. (E) có vô số trục đối xứng.

Câu 53. Cho elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. (E) không có tâm đối xứng. B. (E) có đúng một tâm đối xứng.
C. (E) có hai tâm đối xứng. D. (E) có vô số tâm đối xứng.

Câu 54. Elip (E) có độ dài trục bé bằng tiêu cự. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn của (E) bằng:

- A. $e = 1$. B. $e = \sqrt{2}$. C. $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $e = \frac{1}{3}$.

Câu 55. Elip (E) có hai đỉnh trên trục nhỏ cùng với hai tiêu điểm tạo thành một hình vuông. Tỉ số e của tiêu cự với độ dài trục lớn của (E) bằng:

- A. $e = 1$. B. $e = \sqrt{2}$. C. $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $e = \frac{1}{3}$.

Câu 56. Elip (E) có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{2}$, các đỉnh trên trục nhỏ và các tiêu điểm của elip cùng nằm trên một đường tròn. Độ dài trục nhỏ của (E) bằng:

- A. 2. B. 4. C. 8. D. 16.

Câu 57. Cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và M là một điểm tùy ý trên (E) . Khi đó:

- A. $3 \leq OM \leq 4$. B. $4 \leq OM \leq 5$. C. $OM \geq 5$. D. $OM \leq 3$.

- Câu 58.** Cho elip $(E): \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{144} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu M có hoành độ bằng -13 thì khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm bằng:
- A. 10 và 6. B. 8 và 18. C. $13 \pm \sqrt{5}$. D. $13 \pm \sqrt{10}$.
- Câu 59.** Cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu M có hoành độ bằng 1 thì khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm bằng:
- A. 3,5 và 4,5. B. 3 và 5. C. $4 \pm \sqrt{2}$. D. $4 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 60.** Cho elip có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 100$. Tính tổng khoảng cách từ điểm M thuộc elip có hoành độ bằng 2 đến hai tiêu điểm.
- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{2}$. C. 5. D. $4\sqrt{3}$.
- Câu 61.** Cho elip $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$. Qua một tiêu điểm của (E) dựng đường thẳng song song với trục Oy và cắt (E) tại hai điểm M và N .
- Tính độ dài MN .
- A. $\frac{64}{5}$. B. $\frac{36}{5}$. C. 25. D. $\frac{25}{2}$.
- Câu 62.** Cho $(E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1$. Một đường thẳng đi qua điểm $A(2;2)$ và song song với trục hoành cắt (E) tại hai điểm phân biệt M và N . Tính độ dài MN .
- A. $3\sqrt{5}$. B. $15\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{15}$. D. $5\sqrt{3}$.
- Câu 63.** Dây cung của elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < b < a$) vuông góc với trục lớn tại tiêu điểm có độ dài bằng:
- A. $\frac{2c^2}{a}$. B. $\frac{2b^2}{a}$. C. $\frac{2a^2}{c}$. D. $\frac{a^2}{c}$.
- Câu 64.** Đường thẳng $d: 3x + 4y - 12 = 0$ cắt elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ tại hai điểm phân biệt M và N . Khi đó độ dài đoạn thẳng MN bằng:
- A. 3. B. 4. C. 5. D. 25.
- Câu 65.** Giá trị của m để đường thẳng $\Delta: x - 2y + m = 0$ cắt elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ tại hai điểm phân biệt là:
- A. $m = \pm 2\sqrt{2}$. B. $m > 2\sqrt{2}$. C. $m < -2\sqrt{2}$. D. $-2\sqrt{2} < m < 2\sqrt{2}$.

Câu 1. Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có độ dài trục lớn $A_1A_2 = 2a$.

$$\text{Xét (E): } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases} \longrightarrow A_1A_2 = 2.5 = 10. \text{ Chọn B.}$$

Câu 2. Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có độ dài trục lớn $A_1A_2 = 2a$.

$$\text{Xét (E): } 4x^2 + 16y^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{1}{16}} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{1}{4} \\ b^2 = \frac{1}{16} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \longrightarrow A_1A_2 = 2 \cdot \frac{1}{2} = 1.$$

Chọn C.

Câu 3. Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có độ dài trục lớn $A_1A_2 = 2a$.

$$\text{Xét (E): } x^2 + 5y^2 = 25 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{5} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow a = 5 \longrightarrow A_1A_2 = 2.5 = 10.$$

Chọn D.

Câu 4. Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có độ dài trục bé $B_1B_2 = 2b$.

$$\text{Xét (E): } \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 100 \\ b^2 = 64 \end{cases} \Rightarrow b = 8 \longrightarrow B_1B_2 = 2.8 = 16. \text{ Chọn C.}$$

Câu 5. Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có độ dài trục lớn $A_1A_2 = 2a$ và độ dài trục bé là

$$B_1B_2 = 2b. \text{ Khi đó, xét (E): } \frac{x^2}{16} + y^2 = 4 \Leftrightarrow \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 64 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 2 \end{cases} \longrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 = 2.8 + 2.2 = 20.$$

Chọn C.

Câu 6. Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có tiêu cự là $2c$.

$$\text{Xét (E): } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 9 \Rightarrow c = 3 \longrightarrow 2c = 6. \text{ Chọn B.}$$

Câu 7. Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có tiêu cự là $2c$.

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5} \longrightarrow 2c = 2\sqrt{5}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 8. Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có tiêu cự là $2c$.

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = p^2 \\ b^2 = q^2 \end{cases} \Rightarrow c^2 = p^2 - q^2 \Rightarrow c = \sqrt{p^2 - q^2} \longrightarrow 2c = 2\sqrt{p^2 - q^2}.$$

Chọn D.

Câu 9. Gọi M là điểm nằm trên trục lớn của $(E) \Rightarrow M \in Ox \Rightarrow M(m; 0)$.

$$\text{Mặt khác } M \in (E) \text{ suy ra } \frac{m^2}{100} = 1 \Leftrightarrow m^2 = 10^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 10 \\ m = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(10; 0) \\ M(-10; 0) \end{cases}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 10. Gọi N là điểm nằm trên trục bé của $(E) \Rightarrow N \in Oy \Rightarrow N(0; n)$.

$$\text{Mặt khác } N \in (E) \text{ suy ra } \frac{n^2}{12} = 1 \Leftrightarrow n^2 = (2\sqrt{3})^2 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2\sqrt{3} \\ n = -2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N(0; 2\sqrt{3}) \\ N(0; -2\sqrt{3}) \end{cases}.$$

Chọn C.

Câu 11. Gọi phương trình của (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có tọa độ tiêu điểm $F(\pm c; 0)$.

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}.$$

Vậy tiêu điểm của Elip là $F_1(\sqrt{3}; 0), F_2(-\sqrt{3}; 0)$. **Chọn C.**

Câu 12. Gọi phương trình của (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, có tọa độ tiêu điểm $F(\pm c; 0)$.

$$\text{Xét } (E): \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 5 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 1 \Rightarrow c = 1.$$

Vậy tiêu điểm của Elip là $F_1(1; 0), F_2(-1; 0)$. **Chọn A.**

Câu 13. Xét $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ c^2 = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = \sqrt{7} \end{cases} \longrightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$

Chọn B.

Câu 14. Xét $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ c^2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ c = \sqrt{5} \end{cases}.$

Vậy tỉ số f cần tính là $f = \frac{2a}{2c} = \frac{3}{\sqrt{5}}$. **Chọn B.**

Câu 15. Xét $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{8} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 8 \\ c^2 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2\sqrt{2} \\ c = 2\sqrt{2} \end{cases}.$

Vậy tỉ số k cần tính là $k = \frac{2c}{2b} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 1$. **Chọn C.**

Câu 16. Ta có $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow (E): \frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \longrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \\ c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \end{cases}$

Do đó, độ dài trục nhỏ của (E) là 6. **Chọn D.**

Câu 17. Ta có $(E): x^2 + 4y^2 = 1 \Leftrightarrow (E): \frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1 \longrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{1}{2} \\ c = \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}.$

Do đó:

- (E) có tiêu cự $F_1F_2 = 2c = \sqrt{3}$.
- (E) có trục nhỏ bằng 1, trục lớn bằng 2.
- (E) có tiêu điểm là $F_1\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và $F_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$.

Chọn A.

Câu 18. Ta có $(E): 4x^2 + 9y^2 = 36 \Leftrightarrow (E): \frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1 \longrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \\ c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5} \end{cases}.$

Do đó, (E) có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}$. **Chọn C.**

Câu 19. Xét đáp án A. Ta có $(E): 9x^2 + 16y^2 = 144 \Leftrightarrow (E): \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1 \longrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$.

Do đó (E) có độ dài trục lớn là 8, độ dài trục nhỏ là 6. **Chọn A.**

Câu 20. Elip (E) có $\begin{cases} F_1F_2 = 6 = 2c \\ A_1A_2 = 10 = 2a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow b = \sqrt{a^2 - c^2} = 4$.

Do đó, phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. **Chọn D.**

Câu 21. Elip (E) có độ dài trục lớn là 10 $\longrightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$.

Elip (E) có một tiêu điểm $F(-3;0) \longrightarrow c = 3$.

Khi đó, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 4$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. **Chọn D.**

Câu 22. Elip (E) có độ dài trục nhỏ là $4\sqrt{6} \longrightarrow 2b = 4\sqrt{6} \Rightarrow b = 2\sqrt{6}$.

Elip (E) có một tiêu điểm $F(5;0) \longrightarrow c = 5$. Khi đó, $a = \sqrt{b^2 + c^2} = 7$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$. **Chọn C.**

Câu 23. Elip (E) có một đỉnh là $A(5;0) \in Ox \longrightarrow a = 5$.

Elip (E) có một tiêu điểm $F(-4;0) \longrightarrow c = 4$.

Khi đó, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 3$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. **Chọn C.**

Câu 24. Elip (E) có hai đỉnh là $(-3;0) \in Ox$ và $(3;0) \in Ox \longrightarrow a = 3$.

Elip (E) có hai tiêu điểm là $F_1(-1;0)$ và $F_2(1;0) \longrightarrow c = 1$.

Khi đó, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 2\sqrt{2}$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$. **Chọn C.**

Câu 25. Elip (E) có trục lớn gấp đôi trục bé $\Rightarrow A_1A_2 = 2B_1B_2 \Leftrightarrow 2a = 2.2b \Leftrightarrow a = 2b$.

Elip (E) có tiêu cự bằng $4\sqrt{3} \longrightarrow 2c = 4\sqrt{3} \Rightarrow c = 2\sqrt{3}$.

Ta có $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow (2b)^2 = b^2 + (2\sqrt{3})^2 \Rightarrow b = 2$. Khi đó, $a = 2b = 4$.

Phương trình chính tắc của Elip là (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. **Chọn A.**

Câu 26. Elip (E) có độ dài trục lớn hơn độ dài trục nhỏ 4 đơn vị $\longrightarrow 2a - 2b = 4$.

Elip (E) có độ dài trục nhỏ hơn độ dài tiêu cự 4 đơn vị $\longrightarrow 2b - 2c = 4$.

Ta có

$$\begin{cases} a - b = 2 \\ b - c = 2 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = 2 \\ a^2 = b^2 + (b - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 2 \\ (b + 2)^2 = 2b^2 - 4b + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 2 \\ b^2 - 8b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 8 \end{cases}$$

Phương trình chính tắc của Elip là (E): $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$. **Chọn C.**

Câu 27. Elip (E) có tỉ số độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng $\sqrt{2} \longrightarrow \frac{2b}{2c} = \sqrt{2} \Rightarrow c = \frac{b\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác, $(2a)^2 + (2c)^2 = 64 \Leftrightarrow a^2 + c^2 = 16$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} c = \frac{b\sqrt{2}}{2} \\ a^2 + c^2 = 16 \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + \frac{1}{2}b^2 = 16 \\ a^2 - \frac{3}{2}b^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 12 \\ b^2 = 8 \end{cases}.$$

Phương trình chính tắc của Elip là (E): $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{8} = 1$. **Chọn A.**

Câu 28. Elip (E) có một tiêu điểm $F(-2;0) \longrightarrow c = 2$.

Elip (E) có tích độ dài trục lớn với trục bé bằng $12\sqrt{5} \longrightarrow 2a.2b = 12\sqrt{5} \Rightarrow ab = 3\sqrt{5}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} ab = 3\sqrt{5} \\ a^2 - b^2 = c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{3\sqrt{5}}{b} \\ \left(\frac{3\sqrt{5}}{b}\right)^2 - b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \sqrt{5} \end{cases}.$$

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. **Chọn A.**

Câu 29. Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 26 $\longrightarrow 2a = 26 \Rightarrow a = 13$.

Elip (E) có tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{12}{13} \longrightarrow \frac{2c}{2a} = \frac{12}{13} \Rightarrow c = \frac{12}{13}a = 12$.

Do đó, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 5$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$. **Chọn B.**

Câu 30. Elip (E) có độ dài trục lớn bằng 6 $\longrightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$.

Elip (E) có tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{3} \longrightarrow \frac{2c}{2a} = \frac{1}{3} \Rightarrow c = \frac{1}{3}a = 1$.

Do đó, $b = \sqrt{a^2 - c^2} = 2\sqrt{2}$.

Phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$. **Chọn A.**

Câu 31. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

- Độ dài trục nhỏ của Elip là 12 suy ra $2b = 12 \Leftrightarrow b = 6$.
- Tiêu cự của Elip là $2c$, độ dài trục lớn là $2a$ suy ra tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{4}{5} \Leftrightarrow c = \frac{4}{5}a$.

Mặt khác $a^2 - b^2 = c^2 \Leftrightarrow a^2 - 6^2 = \frac{16}{25}a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{25}a^2 = 36 \Leftrightarrow a^2 = 100$.

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$. **Chọn D.**

Câu 32. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

- Tổng độ dài hai trục của Elip là $2a + 2b = 18 \Leftrightarrow a + b = 9 \Leftrightarrow b = 9 - a$.
- Tiêu cự của Elip là $2c$, độ dài trục lớn là $2a$ suy ra tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow c = \frac{3}{5}a$.

Mà $a^2 - b^2 = c^2$ suy ra:

$$a^2 - (9-a)^2 = \frac{9}{25}a^2 \Leftrightarrow a = 5 \quad (a = 45 \text{ loại vì } b = 9 - 45 = -36 < 0)$$

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. **Chọn A.**

Câu 33. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

- Tổng độ dài hai trục của Elip là $2a + 2b = 10 \Leftrightarrow a + b = 5 \Leftrightarrow b = 5 - a > 0$.
- Tiêu cự của Elip là $2c$, độ dài trục lớn là $2a$ suy ra tỉ số $\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{3}a$.

Mà $a^2 - b^2 = c^2$ suy ra $a^2 - (5-a)^2 = \frac{5}{9}a^2 \Leftrightarrow a = 3$ ($a = 15$ loại vì $b = 5 - 15 = -10 < 0$)

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$. **Chọn D.**

Câu 34. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

- Elip đi qua điểm $A(7;0)$ suy ra $\frac{7^2}{a^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 = 49$.
- Elip đi qua điểm $B(0;3)$ suy ra $\frac{3^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 9$.

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{9} = 1$. **Chọn D.**

Câu 35. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

- Elip đi qua điểm $M(0;3)$ suy ra $\frac{0^2}{a^2} + \frac{3^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 9$.
- Elip đi qua điểm $N\left(3; -\frac{12}{5}\right)$ suy ra $\frac{3^2}{a^2} + \frac{\left(-\frac{12}{5}\right)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{a^2} = 1 - \frac{144}{25} \cdot \frac{1}{b^2} \Leftrightarrow a^2 = 25$.

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. **Chọn B.**

Câu 36. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

• Elip đi qua điểm $A(0;1)$ suy ra $\frac{0^2}{a^2} + \frac{1^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 1$.

• Elip đi qua điểm $N\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ suy ra $\frac{1^2}{a^2} + \frac{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} = 1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{b^2} \Leftrightarrow a^2 = 4$.

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. **Chọn C.**

Câu 37. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

• Elip có độ dài trục lớn gấp đôi trục bé suy ra $2a = 2.2b \Leftrightarrow a = 2b$.

• Elip đi qua điểm $M(2;-2)$ suy ra $\frac{2^2}{a^2} + \frac{(-2)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4}$.

Do đó, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a = 2b \\ \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4b^2 \\ \frac{1}{4b^2} + \frac{1}{b^2} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 5 \end{cases}.$$

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{5} = 1$. **Chọn A.**

Câu 38. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

• Elip có tiêu cự bằng 6 suy ra $2c = 6 \Leftrightarrow c = 3 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 9$.

• Elip đi qua điểm $A(5;0)$ suy ra $\frac{5^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 = 25$.

Do đó, ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 9 \\ a^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \end{cases}.$$

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$. **Chọn B.**

Câu 39. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

• Elip có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ suy ra $2c = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow c = \sqrt{3} \Leftrightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 3$ (1).

• Elip đi qua điểm $A(2;1)$ suy ra $\frac{2^2}{a^2} + \frac{1^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$ (2).

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } \begin{cases} a^2 - b^2 = 3 \\ \frac{4}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 3 \\ \frac{4}{b^2 + 3} + \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 3 \\ b^4 - 2b^2 - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 6 \\ b^2 = 3 \end{cases}.$$

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$. **Chọn A.**

Câu 40. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

• Elip có tiêu cự bằng 8 suy ra $2c = 8 \Leftrightarrow c = 4 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 16$ (1).

• Elip đi qua điểm $M(\sqrt{15}; -1)$ suy ra $\frac{(\sqrt{15})^2}{a^2} + \frac{(-1)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{15}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1$ (2).

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } \begin{cases} a^2 - b^2 = 16 \\ \frac{15}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 16 \\ \frac{15}{b^2 + 16} + \frac{1}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 16 \\ b^4 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 4 \end{cases}.$$

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$. **Chọn D.**

Câu 41. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

• Elip có một tiêu điểm là $F(-2; 0)$ suy ra $c = 2 \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 4$ (1).

• Elip đi qua điểm $M\left(2; \frac{5}{3}\right)$ suy ra $\frac{2^2}{a^2} + \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{25}{9b^2} = 1$ (2).

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } \begin{cases} a^2 = b^2 + 4 \\ \frac{4}{a^2} + \frac{25}{9b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 4 \\ \frac{4}{b^2 + 4} + \frac{25}{9b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 5 \end{cases}.$$

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. **Chọn A.**

Câu 42. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

• Elip có hai tiêu điểm là $F_1(-2; 0), F_2(2; 0) \Rightarrow c = 2 \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 4$ (1).

• Elip đi qua điểm $M(2; 3)$ suy ra $\frac{2^2}{a^2} + \frac{3^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 1$ (2).

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } \begin{cases} a^2 = b^2 + 4 \\ \frac{4}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 4 \\ \frac{4}{b^2 + 4} + \frac{9}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 4 \\ b^4 - 4b^2 - 36 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 12 \end{cases}.$$

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$. **Chọn A.**

Câu 43. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

- Elip đi qua điểm $A(6;0)$ suy ra $\frac{6^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 = 36$.

- Tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{1}{2}$ suy ra $\frac{2c}{2a} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow c^2 = \frac{a^2}{4}$.

Kết hợp với điều kiện $b^2 = a^2 - c^2$, ta được $b^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3}{4}a^2 = \frac{3}{4} \cdot 36 = 27$.

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$. **Chọn A.**

Câu 44. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

- Elip đi qua điểm $N\left(2; -\frac{5}{3}\right)$ suy ra $\frac{2^2}{a^2} + \frac{\left(-\frac{5}{3}\right)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{25}{9b^2} = 1$ (1).

- Tỉ số của tiêu cự với độ dài trục lớn bằng $\frac{2}{3}$ suy ra $\frac{2c}{2a} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow c^2 = \frac{4}{9}a^2$.

Kết hợp với điều kiện $b^2 = a^2 - c^2$, ta được $b^2 = a^2 - \frac{4}{9}a^2 = \frac{5}{9}a^2 \Leftrightarrow 9b^2 = 5a^2$ (2).

$$\text{Từ (1), (2) suy ra } \begin{cases} \frac{4}{a^2} + \frac{25}{9b^2} = 1 \\ 9b^2 = 5a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{a^2} + \frac{25}{5a^2} = 1 \\ 9b^2 = 5a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{a^2} = 1 \\ 9b^2 = 5a^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 5 \end{cases}.$$

Vậy phương trình cần tìm là $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. **Chọn B.**

Câu 45. Gọi phương trình chính tắc của Elip là $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a > b > 0$.

- Elip đi qua điểm $A(2; \sqrt{3})$ suy ra $\frac{2^2}{a^2} + \frac{(\sqrt{3})^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{3}{b^2} = 1$ (1).

• Tỉ số của độ dài trục lớn với tiêu cự bằng $\frac{2}{\sqrt{3}}$ suy ra $\frac{2a}{2c} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow c^2 = \frac{3}{4}a^2$.

Kết hợp với điều kiện $b^2 = a^2 - c^2$, ta được $b^2 = a^2 - \frac{3}{4}a^2 = \frac{a^2}{4} \Leftrightarrow a^2 = 4b^2$ (2).

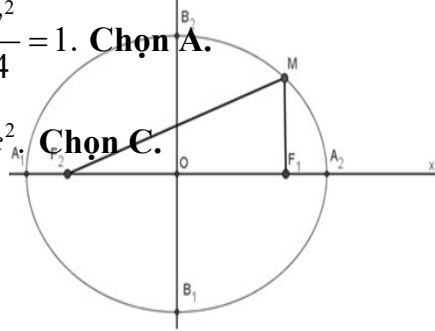
Từ (1), (2) suy ra $\begin{cases} \frac{4}{a^2} + \frac{3}{b^2} = 1 \\ a^2 = 4b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{4b^2} + \frac{3}{b^2} = 1 \\ a^2 = 4b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4}{b^2} = 1 \\ a^2 = 4b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 4 \end{cases}$.

Vậy phương trình cần tìm là (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$. **Chọn A.**

Câu 46. Ta có $c^2 = a^2 - b^2 \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$. **Chọn C.**

Câu 47. Ta có $a > c \Leftrightarrow 2a > 2c$

$\Leftrightarrow 2a > F_1F_2$. **Chọn B.**



Câu 48.

Ta có $a^2 = 25 \longrightarrow a = 5$

và $b^2 = 9 \longrightarrow b = 3$

Tam giác OAB vuông, có

$$AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{34}.$$

Vậy $AB = \sqrt{34}$.

Chọn B.

Câu 49. Ta có $A_1A_2 = 3B_1B_2 \longrightarrow a = 3b$

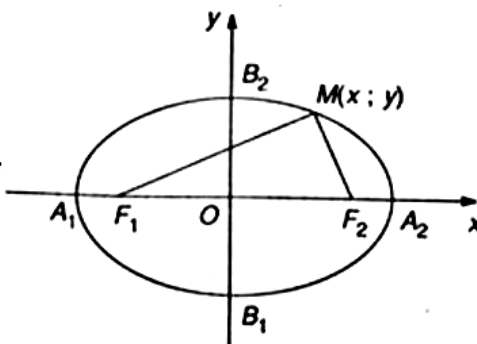
$$\longrightarrow a^2 = 9b^2 = 9(a^2 - c^2) \longrightarrow 9c^2 = 8a^2$$

$$\longrightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{8}{9} \longrightarrow \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

Vậy $e = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. **Chọn D.**

Câu 50.

Ta có $AB = \frac{3}{2}F_1F_2 \longrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} = 3c$



$$\longrightarrow a^2 + b^2 = 9c^2 \longrightarrow a^2 + (a^2 - c^2) = 9c^2$$

$$\longrightarrow 2a^2 = 10c^2$$

$$\longrightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{5} \longrightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy $e = \frac{\sqrt{5}}{5}$. **Chọn A.**

Câu 51. Ta có điểm M đối xứng qua Ox có tọa độ là $(2; -3)$.

Điểm M đối xứng qua Oy có tọa độ là $(-2; 3)$.

Điểm M đối xứng qua gốc tọa độ O có tọa độ là $(-2; -3)$. **Chọn D.**

Câu 52. Ta có (E) có hai trục đối xứng là trục hoành và trục tung. **Chọn C.**

Câu 53. Ta có (E) có đúng một tâm đối xứng là gốc tọa độ O . **Chọn B.**

Câu 54. Ta có $B_1B_2 = F_1F_2 \iff b = c$

$$\longrightarrow b^2 = c^2 \longrightarrow (a^2 - c^2) = c^2$$

$$\longrightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{2} \longrightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **Chọn C.**

Câu 55. Ta có $\widehat{F_1B_1F_2} = 90^\circ \longrightarrow OB_1 = \frac{F_1F_2}{2} \longrightarrow b = c$

$$\longrightarrow b^2 = c^2 \longrightarrow (a^2 - c^2) = c^2$$

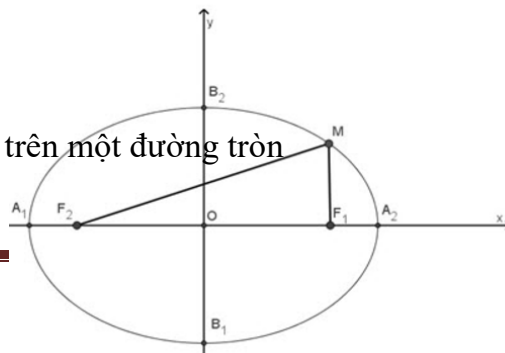
$$\longrightarrow \frac{c^2}{a^2} = \frac{1}{2} \longrightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **Chọn C.**

Câu 56.

Ta có $A_1A_2 = 4\sqrt{2} \longrightarrow a = 2\sqrt{2}$

Và bốn điểm F_1, B_1, F_2, B_2 cùng nằm trên một đường tròn



$$\longrightarrow b = c \longrightarrow b^2 = c^2$$

$$\longrightarrow b^2 = a^2 - b^2 \longrightarrow b = \frac{a}{\sqrt{2}} = 2.$$

Vậy độ dài trục nhỏ của (E) là 4.

Chọn B.

Câu 57. Ta có $a^2 = 16 \longrightarrow a = 4$ và $b^2 = 9 \longrightarrow b = 3$.

Mà $OB \leq OM \leq OA \longleftrightarrow 3 \leq OM \leq 4$. **Chọn A.**

Câu 58. Ta có $a^2 = 169 \longrightarrow a = 13$, $b^2 = 144 \longrightarrow b = 12$ và $c^2 = \sqrt{a^2 - b^2} = 5$

Tọa độ hai tiêu điểm $F_1(-5;0), F_2(5;0)$

M có hoành độ bằng $-13 \longrightarrow y = 0, M(-13;0)$.

$\longrightarrow MF_1 = 8, MF_2 = 18$. **Chọn B.**

Câu 59. Ta có $a^2 = 16 \longrightarrow a = 4$, $b^2 = 12 \longrightarrow b = 2\sqrt{3}$ và $c^2 = \sqrt{a^2 - b^2} = 2$

Tọa độ hai tiêu điểm $F_1(-2;0), F_2(2;0)$

M có hoành độ bằng 1 $\longrightarrow y = \pm \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

Do tính đối xứng của (E) nên chọn $M\left(1; \frac{3\sqrt{5}}{2}\right)$.

$\longrightarrow MF_1 = \frac{9}{2}, MF_2 = \frac{7}{2}$. **Chọn A.**

Câu 60. Ta có $16x^2 + 25y^2 = 100 \longleftrightarrow \frac{x^2}{\frac{25}{4}} + \frac{y^2}{4} = 1$

$a^2 = \frac{25}{4} \longrightarrow a = \frac{5}{2}$, $b^2 = 4 \longrightarrow b = 2$

$MF_1 + MF_2 = 2a = 5$. **Chọn C.**

Câu 61. Xét $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 100 \\ b^2 = 36 \end{cases} \Leftrightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 100 - 36 = 64$.

Khi đó, Elip có tiêu điểm là $F_1(-8;0) \Rightarrow$ đường thẳng $d // Oy$ và đi qua F_1 là $x = -8$.

Giao điểm của d và (E) là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = -8 \\ \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -8 \\ y = \pm \frac{24}{5} \end{cases}$$

Vậy tọa độ hai điểm $M\left(-8; \frac{24}{5}\right), N\left(-8; -\frac{24}{5}\right) \Rightarrow MN = \frac{48}{5}$

Câu 62. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(2;2)$ và song song trục hoành có phương trình là $y = 2$.

$$\text{Ta có } d \cap (E) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{16} = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{20} + \frac{2^2}{16} = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{20} = \frac{1}{2} \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 10 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{10} \\ x = -\sqrt{10} \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(\sqrt{10}; 2) \\ N(-\sqrt{10}; 2) \end{cases}$$

Vậy độ dài đoạn thẳng $MN = 2\sqrt{10}$. **Chọn C.**

Câu 63. Hai tiêu điểm có tọa độ lần lượt là $F_1(-c;0), F_2(c;0)$.

Đường thẳng chứa dây cung vuông góc với trục lớn (trục hoành) tại tiêu điểm F có phương trình là $\Delta: x = c$.

$$\text{Suy ra } \Delta \cap (E) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ x = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{c^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \\ x = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y^2}{b^2} = \frac{a^2 - c^2}{a^2} \\ x = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - c^2} \\ x = c \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của Δ và (E) là $M\left(c; \frac{b}{a}\right), N\left(c; -\frac{b}{a}\right) \Rightarrow MN = \frac{2b}{a}$. **Chọn B.**

Câu 64. Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và (E) là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} 3x + 4y - 12 = 0 \\ \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - \frac{3x}{4} \\ \frac{x^2}{16} + \frac{\left(3 - \frac{3x}{4}\right)^2}{9} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - \frac{3x}{4} \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - \frac{3x}{4} \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $\begin{cases} M(0;3) \\ N(4;0) \end{cases} \Rightarrow MN = 5$. **Chọn C.**

Câu 65. Chọn D.

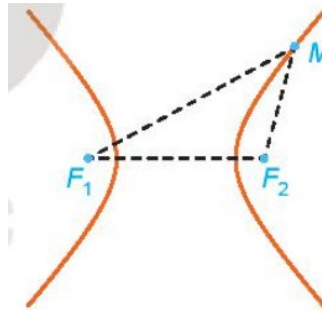
CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

BA ĐƯỜNG CONIC

PHẦN 2 : HYPERBOL

A. TÓT TẮT LÝ THUYẾT :

Trên mặt phẳng, nếu hai thiết bị đặt tại các vị trí F_1, F_2 nhận được một tín hiệu âm thanh cùng lúc thì vị trí phát ra tín hiệu cách đều hai điểm F_1, F_2 , và do đó, nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng F_1F_2 .



Hình 7.23

Cho hai điểm phân biệt cố định F_1, F_2 . Đặt $F_1F_2 = 2c$. Cho số thực dương a nhỏ hơn c . Tập hợp các điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ được gọi là **đường hypebol**. Hai điểm F_1, F_2 được gọi là hai *tiêu điểm* và $F_1F_2 = 2c$ được gọi là *tiêu cự* của hypebol đó.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, hypebol có hai tiêu điểm thuộc trục hoành sao cho O là trung điểm của đoạn thẳng nối hai tiêu điểm đó thì có phương trình $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a, b > 0$.

Ngược lại, mỗi phương trình có dạng (4) đều là phương trình của hypebol có hai tiêu điểm $F_1(-\sqrt{a^2 + b^2}; 0)$, $F_2(\sqrt{a^2 + b^2}; 0)$, tiêu cự $2x = 2\sqrt{a^2 + b^2}$ và giá trị tuyệt đối của hiệu các khoảng cách từ mỗi điểm thuộc hypebol đến hai tiêu điểm bằng $2a$.

Phương trình được gọi là **phương trình chính tắc của hypebol** tương ứng.

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

1) Bài tập tự luận:

Ví dụ 1: Lập phương trình chính tắc của hypebol biết:

a) Nửa trục thực bằng 4, nửa tiêu cự bằng 10.

b) Tiêu cự bằng một tiệm cận là $y = \frac{2}{3}x$.

c) Tâm sai $e = \sqrt{5}$ và hypebol qua điểm $M(\sqrt{10}; 6)$.

Lời giải:

a) Ta có: $a = 4, c = 5$, nên $b^2 = c^2 - a^2 = 9$

Vậy phương trình của hypebol là: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

b) Ta có: $c = \sqrt{13}$ và $\frac{b}{a} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{b^2 + a^2}{a^2} = \frac{13}{9}$

Ta lại có $b^2 + a^2 = c^2 = 13$ nên $a^2 = 9, b^2 = 4$

Do đó phương trình của hypebol là: $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$

c) Gọi phương trình hypebol là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Và $M(\sqrt{10}; 6) \in (H) \Rightarrow \frac{10}{a^2} - \frac{36}{b^2} = 1 \quad (1)$

Ta có: $e = \sqrt{5} \Rightarrow \frac{c}{a} = \sqrt{5}$

$$\text{hay } \frac{c^2}{a^2} = 5 \Rightarrow \frac{c^2 - a^2}{a^2} = 4 \Rightarrow \frac{b^2}{a^2} = 4 \quad (2)$$

Từ (1), (2) $\Rightarrow a^2 = 1, b^2 = 4$.

Do đó, phương trình hypebol là: $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$.

Ví dụ 2: Cho hypebol $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \quad (H)$

a) Tìm độ dài trục ảo, trục thực, tâm sai, tiêu điểm F_1, F_2 của hypebol, vẽ hypebol (H)

b) Tìm trên (H) những điểm M sao cho $MF_1 \perp MF_2$.

Lời giải:

a) Ta có (H): $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

$\Rightarrow a^2 = 16, b^2 = 9$

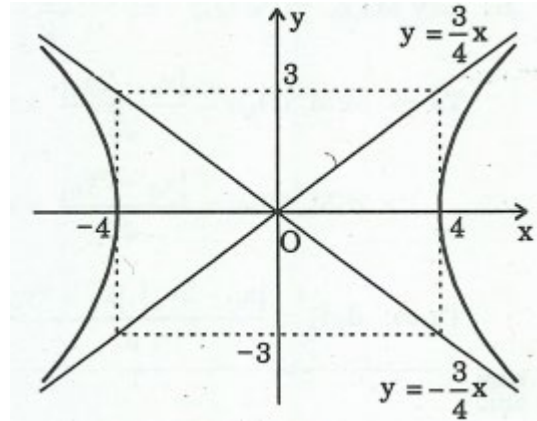
$\Rightarrow c^2 = 25$

Vậy độ dài trục ảo là $2b = 6$

độ dài trục thực là $2a = 8$

Tâm sai $e = \frac{a}{c} = \frac{5}{4} > 1,$

$F_1(-5;0), F_2(5;0).$



b) Gọi $M(x, y) \in (H)$ sao cho $MF_1 \perp MF_2 \Rightarrow \widehat{F_1MF_2} = 90^\circ$

Vậy M nằm trên đường tròn đường kính $F_1F_2 = 10$ có phương trình là $x^2 + y^2 = 25$.

Do đó tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{4\sqrt{34}}{5} \\ y = \pm \frac{9}{5} \end{cases}$$

Vậy ta có 4 điểm M là:

$$M_1\left(\frac{4\sqrt{34}}{5}; \frac{9}{5}\right); M_2\left(\frac{4\sqrt{34}}{5}; -\frac{9}{5}\right); M_3\left(-\frac{4\sqrt{34}}{5}; \frac{9}{5}\right); M_4\left(-\frac{4\sqrt{34}}{5}; -\frac{9}{5}\right).$$

Ví dụ 3: Cho hypebol: $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ (H)

a) Định tiêu điểm. Viết phương trình các tiệm cận.

b) Cho $M(x_0; y_0) \in (H)$. Tính tích số khoảng cách từ M đến các tiệm cận.

Lời giải:

a) Ta có (H): $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1 \Rightarrow a^2 = 4, b^2 = 1, c^2 = 5$

$\Rightarrow a = 2, b = 1, c = \sqrt{5} \Rightarrow F_1(\sqrt{5}; 0), F_2(-\sqrt{5}; 0)$

Phương trình 2 tiệm cận là $y = \frac{1}{2}x \Leftrightarrow x - 2y = 0 \quad (D_1)$

$$y = -\frac{1}{2}x \Leftrightarrow x + 2y = 0 \quad (D_2)$$

b) Lấy $M_0(x_0; y_0) \in (H) \Leftrightarrow \frac{x_0^2}{4} - \frac{y_0^2}{1} = 1 \Leftrightarrow x_0^2 - 4y_0^2 = 4$

Ta có: $d(M, (D_1)) = \frac{|x_0 - 2y_0|}{\sqrt{5}} = d_1$

$$d(M, (D_2)) = \frac{|x_0 + 2y_0|}{\sqrt{5}} = d_2$$

Ta có: $d_1 d_2 = \frac{|x_0 - 2y_0| \cdot |x_0 + 2y_0|}{5} = \frac{|x_0^2 - 4y_0^2|}{5} = \frac{4}{5}$ (vì $x_0^2 - 4y_0^2 = 4$)

Ví dụ 4:

a) Lập phương trình chính tắc của hypebol với tổng hai bán trục là $a + b = 7$ hai tiệm cận

$$y = \pm \frac{3}{4}x$$

b) Tính độ dài hai bán trục. Vẽ (H) .

c) Lập phương trình các tiếp tuyến của (H) , biết rằng tiếp tuyến song song $d: 5x - 4y + 10 = 0$.

Lời giải:

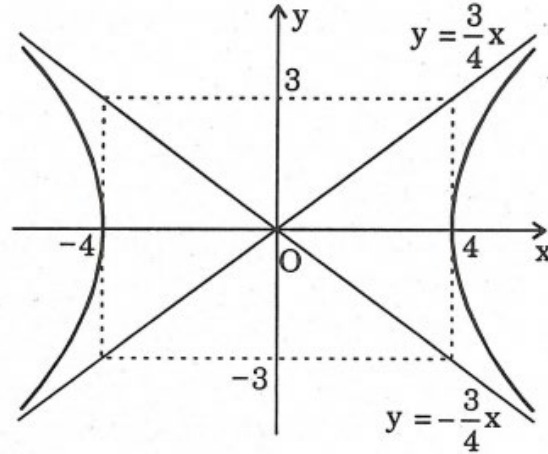
a) Ta có phương trình hai tiệm cận là:

$$y = \pm \frac{a}{b}x = \pm \frac{3}{4}x \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow b = \frac{3a}{4}$$

$$\text{Mà } a + b = 7 \Rightarrow a + \frac{3}{4}a = 7 \Rightarrow a = 4, b = 3$$

Phương trình của (H) là: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

b) $a = 4, b = 3$



c) Vì tiếp tuyến song song $d : 5x - 4y + 10 = 0$

\Rightarrow Phương trình tiếp tuyến: $5x - 4y + c = 0$ (Δ)

(Δ) tiếp xúc với (H) $\Leftrightarrow c^2 = 25 \cdot 16 - 16 \cdot 9 \Leftrightarrow c^2 = 256 \Rightarrow c = \pm 16$

Vậy phương trình hai tiếp tuyến là $5x - 4y \pm 16 = 0$.

391. Chứng minh rằng tích các khoảng cách từ một điểm bất kì trên (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ đến hai tiệm cận là một hằng số.

Giải

Gọi $M_0(x_0; y_0) \in (H) \Leftrightarrow \frac{x_0^2}{a^2} - \frac{y_0^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 x_0^2 - a^2 y_0^2 = a^2 b^2$

Phương trình hai tiệm cận là $y_0 = \pm \frac{b}{a} x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} bx_0 - ay_0 = 0 & (\Delta_1) \\ bx_0 + ay_0 = 0 & (\Delta_2) \end{cases}$

$$d_1 = d(M, (\Delta)) = \frac{|bx_0 - ay_0|}{\sqrt{b^2 + a^2}}$$

$$d_2 = d(M, (\Delta)) = \frac{|bx_0 + ay_0|}{\sqrt{b^2 + a^2}}$$

$$\Rightarrow d_1 d_2 = \frac{|bx_0 - ay_0|}{\sqrt{b^2 + a^2}} \cdot \frac{|bx_0 + ay_0|}{\sqrt{b^2 + a^2}} = \frac{b^2 x_0^2 - a^2 y_0^2}{a^2 + b^2} = \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2}$$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Khái niệm nào sau đây định nghĩa về hypebol?

A. Cho điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F . Hypebol (H) là tập hợp các điểm M sao cho khoảng cách từ M đến F bằng khoảng cách từ M đến Δ .

B. Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c, (c > 0)$. Hypebol (H) là tập hợp điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ với a là một số không đổi và $a < c$.

C. Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c, (c > 0)$ và một độ dài $2a$ không đổi ($a > c$). Hypebol (H) là tập hợp các điểm M sao cho $M \in (P) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$.

D. Cả ba định nghĩa trên đều không đúng định nghĩa của Hypebol.

Lời giải

Chọn B

Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c, (c > 0)$. Hypebol (H) là tập hợp điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ với a là một số không đổi và $a < c$.

Câu 2. Dạng chính tắc của hypebol là

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

B. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

C. $y^2 = 2px$.

D. $y = px^2$.

Lời giải

Chọn B

Dạng chính tắc của hypebol là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. (Các bạn xem lại trong SGK).

Câu 3. Cho Hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a, b > 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu $c^2 = a^2 + b^2$ thì (H) có các tiêu điểm là $F_1(c; 0), F_2(-c; 0)$.

B. Nếu $c^2 = a^2 + b^2$ thì (H) có các tiêu điểm là $F_1(0; c), F_2(0; -c)$.

C. Nếu $c^2 = a^2 - b^2$ thì (H) có các tiêu điểm là $F_1(c; 0), F_2(-c; 0)$.

D. Nếu $c^2 = a^2 - b^2$ thì (H) có các tiêu điểm là $F_1(0; c), F_2(0; -c)$.

Lời giải

Chọn A.

Xem lại sách giáo khoa.

Câu 4. Cho Hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a, b > 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. Với $c^2 = a^2 + b^2$ ($c > 0$), tâm sai của hypebol là $e = \frac{c}{a}$.

B. Với $c^2 = a^2 + b^2$ ($c > 0$), tâm sai của hypebol là $e = \frac{a}{c}$.

C. Với $c^2 = a^2 + b^2$ ($c > 0$), tâm sai của hypebol là $e = -\frac{c}{a}$.

D. Với $c^2 = a^2 + b^2$ ($c > 0$), tâm sai của hypebol là $e = -\frac{a}{c}$.

Lời giải

Chọn A

Xem kiến thức sách giáo khoa.

Câu 5. Cho Hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a, b > 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây sai?

A. Tọa độ các đỉnh nằm trên trục thực là $A_1(a; 0)$, $A_1(-a; 0)$.

B. Tọa độ các đỉnh nằm trên trục ảo là $B_1(0; b)$, $A_1(0; -b)$.

C. Với $c^2 = a^2 + b^2$ ($c > 0$), độ dài tiêu cự là $2c$.

D. Với $c^2 = a^2 + b^2$ ($c > 0$), tâm sai của hypebol là $e = \frac{a}{c}$.

Lời giải

Chọn D

Với $c^2 = a^2 + b^2$ ($c > 0$), tâm sai của hypebol là $e = \frac{a}{c}$.

Câu 6. Cho Hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, với $a, b > 0$ và $c^2 = a^2 + b^2$ ($c > 0$). Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

A. Với $M(x_M; y_M) \in (H)$ và các tiêu điểm là $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$ thì $MF_1 = a + \frac{c \cdot x_M}{a}$,

$$MF_2 = a - \frac{c \cdot x_M}{a}.$$

B. Với $M(x_M; y_M) \in (H)$ và các tiêu điểm là $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$ thì $MF_1 = a - \frac{c \cdot x_M}{a}$,

$$MF_2 = a + \frac{c \cdot x_M}{a}.$$

C. Với $M(x_M; y_M) \in (H)$ và các tiêu điểm là $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$ thì $MF_1 = \left| a - \frac{c \cdot x_M}{a} \right|$,

$$MF_2 = \left| a + \frac{c \cdot x_M}{a} \right|.$$

D. Với $M(x_M; y_M) \in (H)$ và các tiêu điểm là $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$ thì $MF_1 = \left| a + \frac{c \cdot x_M}{a} \right|$,

$$MF_2 = \left| a - \frac{c \cdot x_M}{a} \right|.$$

Lời giải

Chọn D.

Xem lại kiến thức sách giáo khoa.

Câu 7. Hypebol $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ có hai tiêu điểm là :

A. $F_1(-5;0), F_2(5;0)$.

B. $F_1(-2;0), F_2(2;0)$.

C. $F_1(-3;0), F_2(3;0)$.

D. $F_1(-4;0), F_2(4;0)$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 9 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \\ c = 5 \end{cases}. \text{ Các tiêu điểm là } F_1(-5;0), F_2(5;0).$$

Câu 8. Đường thẳng nào dưới đây là đường chuẩn của Hyperbol $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$?

A. $x - \frac{3}{4} = 0$.

B. $x + 2 = 0$.

C. $x + 8 = 0$.

D.

$x + \frac{8\sqrt{7}}{7} = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 12 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2\sqrt{3} \\ c = 2 \end{cases}.$$

Tâm sai $e = \frac{c}{a} = 2$. Đường chuẩn : $x + 2 = 0$ và $x - 2 = 0$.

Câu 9. Hypebol có nửa trục thực là 4, tiêu cự bằng 10 có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

B. $\frac{y^2}{16} + \frac{x^2}{9} = 1$.

C. $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$.

D.

$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} a = 4 \\ 2c = 10 \\ b^2 = c^2 - a^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = 5 \\ b = 3 \end{cases}.$$

Phương trình chính tắc của Hyperbol là $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 10. Tìm phương trình chính tắc của Hyperbol (H) mà hình chữ nhật cơ sở có một đỉnh là $(2; -3)$.

A. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{-3} = 1.$ B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1.$ C. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1.$ D. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1.$

Lời giải

Chọn B.

Gọi (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Tọa độ đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là $A_1(-a; -b)$, $A_2(a; -b)$, $A_3(a; b)$, $A_4(-a; b)$.

Hình chữ nhật cơ sở của (H) có một đỉnh là $(2; -3)$, suy ra $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$. Phương trình chính tắc

của (H) là $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 11. Đường Hyperbol $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ có một tiêu điểm là điểm nào dưới đây ?

A. $(\sqrt{7}; 0)$. B. $(0; \sqrt{7})$. C. $(0; 5)$. D. $(-5; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 9 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow c = 5$. Các tiêu điểm của (H) là $(-5; 0)$ và $(5; 0)$.

Câu 12. Tâm sai của Hyperbol $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ bằng :

A. $\frac{3}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\begin{cases} a^2 = 5 \\ b^2 = 4 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{5} \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

Câu 13. Hypebol $3x^2 - y^2 = 12$ có tâm sai là:

A. $e = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

B. $e = \frac{1}{2}$.

C. $e = 2$.

D. $e = \sqrt{3}$.

Lời giải**Chọn C.**

Ta có : $3x^2 - y^2 = 12 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$.

$$\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 12 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2\sqrt{3} \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = 2.$$

Câu 14. Đường Hyperbol $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$ có tiêu cự bằng :

A. 12.

B. 2.

C. 4.

D. 6.

Lời giải**Chọn D.**

$$\text{Ta có : } \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 16 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{5} \\ b = 4 \\ c = 6 \end{cases} . \text{ Tiêu cự } 2c = 12.$$

Câu 15. Tìm phương trình chính tắc của hyperbol nếu nó có tiêu cự bằng 12 và độ dài trục thực bằng 10.

A. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{11} = 1$.

B. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$.

C. $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{125} = 1$.

D.

$$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1.$$

Lời giải**Chọn A.**

$$\text{Ta có : } \begin{cases} 2c = 12 \\ 2a = 10 \\ b^2 = c^2 - a^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 6 \\ a = 5 \\ b^2 = 11 \end{cases} .$$

$$\text{Phương trình chính tắc (H): } \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{11} = 1.$$

Câu 16. Tìm góc giữa 2 đường tiệm cận của hyperbol $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$.

A. 45° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 60° .

Lời giải**Chọn D.**

Ta có : $\begin{cases} a^2 = 3 \\ b^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{3} \\ b = 1 \end{cases}$. Đường tiệm cận của (H) là $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x$ và $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$ hay

$x - \sqrt{3}y = 0$ và $x + \sqrt{3}y = 0$. Gọi α là góc giữa hai đường tiệm cận, ta có :

$$\cos \alpha = \frac{|1 \cdot 1 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}|}{\sqrt{1^2 + (-\sqrt{3})^2} \cdot \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ.$$

Câu 17. Hypebol $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ có

A. Hai đỉnh $A_1(-2;0)$, $A_2(2;0)$ và tâm sai $e = \frac{2}{\sqrt{13}}$.

B. Hai đường tiệm cận $y = \pm \frac{2}{3}x$ và tâm sai $e = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

C. Hai đường tiệm cận $y = \pm \frac{3}{2}x$ và tâm sai $e = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

D. Hai tiêu điểm $F_1(-2;0)$, $F_2(2;0)$ và tâm sai $e = \frac{2}{\sqrt{13}}$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có : } \begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 9 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = \sqrt{13} \end{cases}.$$

Tọa độ đỉnh $A_1(-2;0)$, $A_2(2;0)$, tâm sai $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{13}}{2}$, hai tiêu điểm $F_1(-\sqrt{13};0)$ và

$F_2(\sqrt{13};0)$, hai đường tiệm cận $y = \pm \frac{3}{2}x$.

Câu 18. Phương trình hai tiệm cận $y = \pm \frac{2}{3}x$ là của hypebol có phương trình chính tắc nào sau đây?

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{2} = 1$. C. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$. D.

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1.$$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có : } \pm \frac{b}{a} = \pm \frac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}. \text{ Phương trình (H) : } \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1.$$

Câu 19. Viết phương trình của Hypebol có tiêu cự bằng 10, trục thực bằng 8 và tiêu điểm nằm trên trục Oy .

A. $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1.$ B. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1.$ C. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$ D.
 $-\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có:
$$\begin{cases} 2b = 8 \\ 2c = 10 \\ a^2 = c^2 - b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ c = 5 \\ a = 3 \end{cases}.$$
 Phương trình (H): $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1.$

Câu 20. Đường Hyperbol $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ có tiêu cự bằng:

A. 2. B. 6. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:
$$\begin{cases} a^2 = 5 \\ b^2 = 4 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \sqrt{5} \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases}.$$
 Tiêu cự $2c = 6.$

Câu 21. Tìm phương trình chính tắc của Hyperbol (H) biết nó đi qua điểm là $(5; 4)$ và một đường tiệm cận có phương trình là $x + y = 0$.

A. $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1.$ B. $x^2 - y^2 = 9.$ C. $x^2 - y^2 = 1.$ D.
 $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có:
$$\begin{cases} a = b \\ \frac{5^2}{a^2} - \frac{4^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b = 1. \end{cases}$$
 Phương trình (H): $x^2 - y^2 = 1.$

Câu 22. Hypebol có hai tiêu điểm là $F_1(-2; 0)$ và $F_2(2; 0)$ và một đỉnh $A(1; 0)$ có phương trình là chính tắc là

A. $\frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{3} = 1.$ B. $\frac{y^2}{1} + \frac{x^2}{3} = 1.$ C. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{1} = 1.$ D.
 $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1.$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} c = 2 \\ a = 1 \\ b^2 = c^2 - a^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 3 \end{cases}. \text{ Phương trình (H): } \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1.$$

Câu 23. Đường Hyperbol $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{7} = 1$ có tiêu cự bằng :

A. $2\sqrt{23}$.

B. 9.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 7 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{23}. \text{ Tiêu cự } 2c = 2\sqrt{23}.$$

Câu 24. Tìm phương trình chính tắc của Hyperbol (H) biết nó tiêu điểm là $(3;0)$ và một đường tiệm cận có phương trình là: $\sqrt{2}x + y = 0$

A. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$.

B. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$.

C. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{2} = 1$.

D.

$\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{8} = 1$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} c = 3 \\ -\frac{b}{a} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 2b^2 \\ 3b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 6 \\ b^2 = 3 \end{cases}. \text{ Phương trình (H): } \frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1.$$

Câu 25. Đường thẳng nào dưới đây là đường chuẩn của Hyperbol $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{15} = 1$?

A. $x - \frac{4\sqrt{35}}{7} = 0$.

B. $x + 2 = 0$.

C. $x + 4\sqrt{5} = 0$.

D. $x + 4 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 15 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{5} \\ c = \sqrt{35} \end{cases}. \text{ Tâm sai } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{7}}{2}. \text{ Các đường chuẩn là}$$

$$x \pm \frac{2\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{7}}{2}} = 0 \text{ hay } x \pm \frac{4\sqrt{35}}{7}.$$

Câu 26. Tìm phương trình chính tắc của hyperbol nếu một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở của hyperbol đó là $M(4;3)$.

A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$ B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$ C. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1.$ D.

$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $\begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}$. Phương trình (H) : $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$

Câu 27. Hypebol có tâm sai $e = \sqrt{5}$ và đi qua điểm $(1;0)$ có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{y^2}{1} - \frac{x^2}{4} = 1.$ B. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1.$ C. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1.$ D.

$\frac{y^2}{1} + \frac{x^2}{4} = 1.$

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $\begin{cases} \frac{c}{a} = \sqrt{5} \\ \frac{1^2}{a} - \frac{0^2}{b} = 1 \\ b^2 = c^2 - a^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ c = \sqrt{5} \\ b = 2 \end{cases}$. Phương trình (H) : $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1.$

Câu 28. Hypebol $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ có hai đường chuẩn là:

A. $x = \pm 2.$ B. $x = \pm 1.$ C. $x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}.$ D. $x = \pm \frac{1}{2}.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $\begin{cases} a^2 = 1 \\ b^2 = 4 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = \sqrt{5} \end{cases}$. Tâm sai $e = \frac{c}{a} = \sqrt{5}$. Đường chuẩn $x \pm \frac{1}{\sqrt{5}} = 0$ hay

$x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}}.$

Câu 29. Tìm phương trình chính tắc của Hyperbol (H) biết nó có một đường chuẩn là $2x + \sqrt{2} = 0$

A. $x^2 - y^2 = 1$. B. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$. C. $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$. D.

$\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $2x + \sqrt{2} = 0 \Rightarrow x + \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$.

Suy ra $\frac{a}{e} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{a^2}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Chọn $a = 1$ thì $\begin{cases} c = \sqrt{2} \\ b = 1 \end{cases}$. Phương trình (H) : $x^2 - y^2 = 1$.

Câu 30. Cho điểm M nằm trên Hyperbol (H) : $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Nếu hoành độ điểm M bằng 8 thì khoảng cách từ M đến các tiêu điểm của (H) là bao nhiêu ?

A. $8 \pm 4\sqrt{2}$. B. $8 \pm \sqrt{5}$. C. 5 và 13. D. 6 và 14.

Lời giải

Chọn D.

Với $x = 8$ ta có : $\frac{8^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = \pm 3\sqrt{3}$. Có hai điểm M thỏa mãn là $M_1(8; 3\sqrt{3})$ và

$M_2(8; -3\sqrt{3})$. Tiêu điểm của (H) là $F_1(-5; 0)$ và $F_2(5; 0)$.

$M_1F_1 = M_2F_1 = 14$, $M_1F_2 = M_2F_2 = 6$.

Câu 31. Viết phương trình chính tắc của Hypebol, biết giá trị tuyệt đối hiệu các bán kính qua tiêu điểm của điểm M bất kỳ trên hypebol là 8, tiêu cự bằng 10.

A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ hoặc $-\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

C. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$. D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có : $\begin{cases} 2a = 8 \\ 2c = 10 \\ b^2 = c^2 - a^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = 5 \\ b = 3 \end{cases}$. Phương trình (H) : $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 32. Hyperbol (H) có 2 đường tiệm cận vuông góc nhau thì có tâm sai bằng bao nhiêu ?

A. 3. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

Lời giải

Chọn C.

Gọi $(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Tiệm cận của (H) là $\Delta_1: y = -\frac{b}{a}x$ và $\Delta_2: y = \frac{b}{a}x$.

$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow -\frac{b}{a} \cdot \frac{b}{a} = -1 \Leftrightarrow a = b.$$

Ta có: $c^2 = a^2 + b^2 = 2a^2 \Rightarrow c = a\sqrt{2}$. Tâm sai $e = \frac{c}{a} = \sqrt{2}$.

Câu 33. Tìm phương trình chính tắc của Hyperbol (H) biết nó tiêu điểm là $(-1; 0)$ và một đường tiệm cận có phương trình là: $3x + y = 0$

A. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1$. B. $-x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{6} = 1$. D.

$$\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{9} = \frac{1}{10}.$$

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} c = 1 \\ -\frac{b}{a} = -3 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = 3a \\ 10a^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{1}{10} \\ b^2 = \frac{9}{10} \end{cases}. \text{ Phương trình } (H): \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{9} = \frac{1}{10}.$$

Câu 34. Hypebol có hai đường tiệm cận vuông góc với nhau, độ dài trục thực bằng 6, có phương trình chính tắc là:

A. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{6} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$. C. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{6} = 1$. D.

$$\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{1} = 1.$$

Lời giải

Chọn B.

Gọi $(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Tiệm cận của (H) là $\Delta_1: y = -\frac{b}{a}x$ và $\Delta_2: y = \frac{b}{a}x$.

$$\Delta_1 \perp \Delta_2 \Leftrightarrow -\frac{b}{a} \cdot \frac{b}{a} = -1 \Leftrightarrow a = b.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a = b \\ 2a = 6 \end{cases} \Rightarrow a = b = 3.$$

Phương trình chính tắc $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 35. Điểm nào trong 4 điểm $M(5;0)$, $N(10;3\sqrt{3})$, $P(5\sqrt{2};3\sqrt{2})$, $Q(5;4)$ nằm trên một đường

tiệm cận của hyperbol $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$?

A. N .

B. M .

C. Q .

D. P .

Lời giải

Chọn D.

Ta có : $\begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases}$. Đường tiệm cận của (H) là : $y = \pm \frac{3}{5}x$.

Vậy điểm $P(5\sqrt{2};3\sqrt{2})$ thuộc đường tiệm cận của (H) .

Câu 36. Tìm phương trình chính tắc của Hyperbol (H) biết nó có trục thực dài gấp đôi trục ảo và có tiêu cự bằng 10.

A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$.

B. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

C. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$.

D.

$\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{10} = 1$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có : $\begin{cases} a = 2b \\ 2c = 10 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ c = 5 \\ 5b^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 20 \\ b^2 = 5 \end{cases}$. Phương trình (H) : $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 37. Tìm phương trình chính tắc của Hyperbol (H) biết nó đi qua điểm $(2;1)$ và có một đường chuẩn là $x + \frac{2}{\sqrt{3}} = 0$.

A. $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$.

B. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{3} = 1$.

C. $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$.

D.

$\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi (H) : $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{2^2}{a^2} - \frac{1^2}{b^2} = 1 \\ \frac{a^2}{c} = \frac{2}{\sqrt{3}} \\ b^2 = c^2 - a^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 = \frac{a^2}{4-a^2} \\ c^2 = \frac{3}{4}a^4 \\ \frac{a^2}{4-a^2} = \frac{3}{4}a^4 - a^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 2, b^2 = 1 \\ a^2 = \frac{10}{3}, b^2 = 5 \end{cases}$$

Câu 38. Tìm phương trình chính tắc của hyperbol nếu nó đi qua điểm $(4;1)$ và có tiêu cự bằng $2\sqrt{15}$.

A. $\frac{x^2}{14} - \frac{y^2}{7} = 1.$ B. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1.$ C. $\frac{x^2}{11} - \frac{y^2}{4} = 1.$ D.

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$

Lời giải

Chọn B.

Gọi $(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \frac{4^2}{a^2} - \frac{1^2}{b^2} = 1 \\ 2c = 2\sqrt{15} \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16b^2 - a^2 = a^2b^2 \\ a^2 + b^2 = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 12 \\ b^2 = 3 \end{cases} \text{ . Phương trình}$$

$(H): \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1.$

Câu 39. Đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở của hypebol $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ có có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 = 1.$ B. $x^2 + y^2 = 5.$ C. $x^2 + y^2 = 4.$ D.

$x^2 + y^2 = 3.$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$. Tọa độ các đỉnh hình chữ nhật cơ sở là $(2;1), (2;-1), (-2;1),$

$(-2;-1)$. Đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật cơ sở có tâm $O(0;0)$ bán kính $R = \sqrt{5}$.

Phương trình đường tròn là $x^2 + y^2 = 5$.

Câu 40. Tìm phương trình chính tắc của Hyperbol (H) biết nó có một đường tiệm cận là $x - 2y = 0$ và hình chữ nhật cơ sở của nó có diện tích bằng 24.

A. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{48} = 1.$ B. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{12} = 1.$ C. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1.$ D.

$\frac{x^2}{48} - \frac{y^2}{12} = 1.$

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\begin{cases} \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \\ a \cdot b = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ 2a^2 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 12 \\ b^2 = 3 \end{cases}$. Phương trình (H): $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1.$

Câu 41. Cho Hyperbol (H): $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$. Tìm điểm M trên (H) sao cho M thuộc nhánh phải và MF_1 nhỏ nhất (ngắn nhất).

A. $M(-2; 0).$ B. $M(2; 0).$ C. $M(1; 0).$ D. $M(-1; 0).$

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 1 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = \sqrt{5} \end{cases}$.

Gọi $M(x_0; y_0) \in (H)$.

Ta có: $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 4(y^2 + 1)$. M thuộc nhánh phải của (H) nên $x_0 \geq 2$.

$MF_1 = 2 + \frac{2}{\sqrt{5}}x_0 \geq 2 + \frac{4}{\sqrt{5}}$. MF_1 nhỏ nhất bằng $\frac{4}{\sqrt{5}}$ khi $M \equiv A(2; 0)$.

Câu 42. Cho Hyperbol (H): $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$. Tìm điểm M trên (H) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta: y = x + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{4}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right).$ B. $M\left(-\frac{4}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right).$ C. $M(-2; 0).$ D. $M(2; 0).$

Lời giải

Chọn B.

Gọi $M(x_0; y_0) \in (H)$. Phương trình tiếp tuyến của (H) tại M là $d: \frac{x \cdot x_0}{4} - y \cdot y_0 = 1$.

$\Delta // d$ khi $\frac{\frac{x_0}{4}}{1} = \frac{-y_0}{-1} \Rightarrow y_0 = \frac{x_0}{4}$ thay vào (H) ta có:

$$\frac{x_0^2}{4} - \left(\frac{y_0}{4}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{4}{\sqrt{3}} \rightarrow y_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ x_0 = -\frac{4}{\sqrt{3}} \rightarrow y_0 = -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

Với $M\left(\frac{4}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ta có: $d(M, \Delta) = \frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$.

Với $M\left(-\frac{4}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ta có: $d(M, \Delta) = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$.

Câu 43. Cho hyperbol $(H): 3x^2 - 4y^2 = 12$ có hai tiêu điểm là F_1, F_2 . Tìm trên một nhánh của (H) hai điểm P, Q sao cho ΔOPQ là tam giác đều.

- A. $P\left(\frac{6\sqrt{5}}{5}; \frac{2\sqrt{15}}{5}\right), Q\left(-\frac{6\sqrt{5}}{5}; -\frac{2\sqrt{15}}{5}\right)$. B. $P\left(-\frac{6\sqrt{5}}{5}; \frac{2\sqrt{15}}{5}\right), Q\left(\frac{6\sqrt{5}}{5}; -\frac{2\sqrt{15}}{5}\right)$.
- C. $P\left(\frac{6\sqrt{5}}{5}; \frac{2\sqrt{15}}{5}\right), Q\left(\frac{6\sqrt{5}}{5}; -\frac{2\sqrt{15}}{5}\right)$. D. $P\left(-\frac{6\sqrt{5}}{5}; -\frac{2\sqrt{15}}{5}\right), Q\left(\frac{6\sqrt{5}}{5}; \frac{2\sqrt{15}}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $(H): 3x^2 - 4y^2 = 12 \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$.

Gọi $P(x_0; y_0) \in (H) \Rightarrow Q(x_0; -y_0)$ (Do (H) đối xứng với nhau qua Ox)

ΔOPQ đều $\Leftrightarrow OP = PQ$

$\Leftrightarrow 4y_0^2 = x_0^2 + y_0^2 \Leftrightarrow x_0^2 = 3y_0^2$. Thay vào (H) ta có:

$$9x_0^2 - 4y_0^2 = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = \frac{2\sqrt{15}}{5} \\ y_0 = -\frac{2\sqrt{15}}{5} \end{cases} \Rightarrow x_0 = \pm \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

Vậy $P\left(\frac{6\sqrt{5}}{5}; \frac{2\sqrt{15}}{5}\right), Q\left(\frac{6\sqrt{5}}{5}; -\frac{2\sqrt{15}}{5}\right)$.

Câu 44. Cho hyperbol $(H): \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$. Lấy tùy ý $M(x_0; y_0) \in (H)$. Tính tích khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (H) .

- A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$. Các đường tiệm cận của (H) là $\Delta_1: x + 2y = 0$ và

$$\Delta_2: x - 2y = 0.$$

Gọi $M(x_0; y_0) \in (H)$. Lúc đó:

$$d(M, \Delta_1) \cdot d(M, \Delta_2) = \frac{|x_0 + 2y_0| \cdot |x_0 - 2y_0|}{5} = \frac{|x_0^2 - 4y_0^2|}{5} = \frac{4}{5}.$$

Câu 45. Cho hyperbol $(H): \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Biết tích khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận bằng một số không đổi và bằng?

- A. $\frac{ab}{a+b}$. B. $\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$. C. $a^2 + b^2$. D. $\frac{a^2 + b^2}{a^2b^2}$.

Lời giải

Chọn B.

Hai đường tiệm cận của (H) là $\Delta_1: bx + ay = 0$ và $\Delta_2: bx - ay = 0$. Gọi

$M(x_0; y_0) \in (H)$. Lúc đó:

$$d(M, \Delta_1) \cdot d(M, \Delta_2) = \frac{|bx_0 + ay_0| \cdot |bx_0 - ay_0|}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{(-a)^2 + b^2}} = \frac{|b^2x_0^2 - a^2y_0^2|}{a^2 + b^2} = \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2}.$$

Câu 46. Cho hyperbol $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ có hai tiêu điểm F_1, F_2 . Với M là một điểm tùy ý thuộc (H) . Hãy tính $S = (MF_1 + MF_2)^2 - 4OM^2$

- A. 8. B. 1. C. $\frac{1}{64}$. D. 64.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 16 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 4 \\ c = \sqrt{41} \end{cases}$.

Gọi $M(x_0; y_0) \in (H)$. Không mất tính tổng quát, giả sử $x_0 > 0$. Lúc đó: $MF_1 = 5 + \frac{\sqrt{41}}{5}x$,

$$MF_2 = -5 + \frac{\sqrt{41}}{5}x, \quad OM = \sqrt{x_0^2 + y_0^2}.$$

$$\begin{aligned} S &= (MF_1 + MF_2)^2 - 4OM^2 = \left| 5 + \frac{\sqrt{41}}{4}x_0 - 5 + \frac{\sqrt{41}}{5}x_0 \right|^2 - 4(x_0^2 + y_0^2) = \frac{64}{25}x_0^2 - 4y_0^2 \\ &= 64 \left(\frac{x_0^2}{25} - \frac{y_0^2}{16} \right) = 64 \end{aligned}$$

Câu 47. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho hypebol (H) có phương trình: $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$ và điểm $M(2;1)$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M , biết rằng đường thẳng đó cắt (H) tại hai điểm A, B mà M là trung điểm của AB .

- A. $d: x - 2y = 0$. B. $d: 3x + y - 5 = 0$. C. $d: x - y - 5 = 0$. D. $d: 3x - y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $A(x_0; y_0) = d \cap (H)$. Vì $M(2;1)$ là trung điểm của AB nên $B(4 - x_0; 2 - y_0) \in (H)$.

$$\text{Suy ra } \frac{(4 - x_0)^2}{2} - \frac{(2 - y_0)^2}{3} = 1 \Leftrightarrow -4x_0 + \frac{4}{3}y_0 + \frac{20}{3} = 0 \Leftrightarrow 3x_0 - y_0 - 5 = 0.$$

Vậy phương trình đường thẳng $d: 3x - y - 5 = 0$.

Câu 48. Cho hyperbol $(H): x^2 - y^2 = 8$. Viết phương trình chính tắc của Elip (E) đi qua điểm $A(4;6)$ và có tiêu điểm trùng với tiêu điểm của hyperbol đã cho.

- A. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$. B. $(E): \frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{64} = 1$.
C. $(E): \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$. D. $(E): \frac{x^2}{22 + 3\sqrt{35}} + \frac{y^2}{21 + 3\sqrt{35}} = 1$.

Lời giải

Chọn C.

$$(H) \text{ có } \begin{cases} a^2 = 8 \\ b^2 = 8 \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{2} \\ b = 2\sqrt{2} \\ c = 4 \end{cases}. \text{ Tiêu điểm của } (H) \text{ là } F_1(-4;0), F_2(4;0).$$

(E) có tiêu điểm là $F_1(-4;0), F_2(4;0)$ và đi qua $A(4;6)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} c = 4 \\ a^2 = b^2 + c^2 \\ \frac{4^2}{a^2} + \frac{6^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = b^2 + 16 \\ 16b^2 + 36(b^2 + 16) = (b^2 + 16)b^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 64 \\ b^2 = 48 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy (E): } \frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1.$$

Câu 49. Lập phương trình chính tắc của hyperbol (H) với Ox là trục thực, tổng hai bán trục

$$a + b = 7, \text{ phương trình hai tiệm cận: } y = \pm \frac{3}{4}x.$$

$$\text{A. (H): } \frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1. \quad \text{B. (H): } \frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1. \quad \text{C. (H): } \frac{x^2}{28^2} - \frac{y^2}{21^2} = 1. \quad \text{D.}$$

$$\text{(H): } \frac{x^2}{21^2} - \frac{y^2}{28^2} = 1.$$

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a + b = 7 \\ \frac{b}{a} = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases}. \text{ Phương trình (H): } \frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1.$$

Câu 50. Cho hyperbol $(H): \frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$. Lập phương trình tiếp tuyến của (H) song song với đường thẳng $d: 5x - 4y + 10 = 0$.

$$\text{A. } 5x - 4y + 4 = 0, \quad 5x - 5y - 4 = 0. \quad \text{B. } 5x - 4y - 16 = 0 \text{ và}$$

$$5x - 4y + 16 = 0.$$

$$\text{C. } 5x - 4y - 16 = 0.$$

$$\text{D. } 5x - 4y + 16 = 0.$$

Lời giải

Chọn B.

Gọi $M(x_0; y_0) \in (H)$. Phương trình tiếp tuyến của (H) tại M là $\Delta: \frac{x_0 \cdot x}{16} - \frac{y_0 \cdot y}{9} = 1$.

$$\Delta // d \Leftrightarrow \frac{\frac{x_0}{16}}{\frac{5}{5}} = \frac{-\frac{y_0}{9}}{-4} \neq \frac{-1}{10} \Rightarrow \frac{x_0}{20} = \frac{y_0}{9}. \text{ Ta có hệ phương trình}$$

$$\begin{cases} \frac{x_0}{20} = \frac{y_0}{9} \\ \frac{x_0^2}{16} - \frac{y_0^2}{9} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 5; y_0 = \frac{9}{4} \\ x_0 = -5; y_0 = -\frac{9}{4} \end{cases}.$$

Vậy có hai tiếp tuyến thỏa mãn là $5x - 4y - 16 = 0$ và $5x - 4y + 16 = 0$.

CHUYÊN ĐỀ: PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG BA ĐƯỜNG CONIC

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

PHẦN 3: ĐƯỜNG PARABOL

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Cho điểm cố định F và đường thẳng cố định Δ không đi qua F . $Parabol(P)$ là tập hợp các điểm M cách đều điểm F và đường thẳng Δ .

Điểm F gọi là *tiêu điểm* của parabol.

Đường thẳng Δ được gọi là *đường chuẩn* của parabol

$p = d(F; \Delta)$ được gọi là *tham số tiêu* của parabol.

2. Phương trình chính tắc của parabol:

Với $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ và $\Delta : x = -\frac{p}{2} (p > 0)$

$$M(x; y) \in (P) \Leftrightarrow y^2 = 2px \quad (3)$$

(3) được gọi là phương trình chính tắc của parabol

3. Hình dạng và tính chất của parabol:

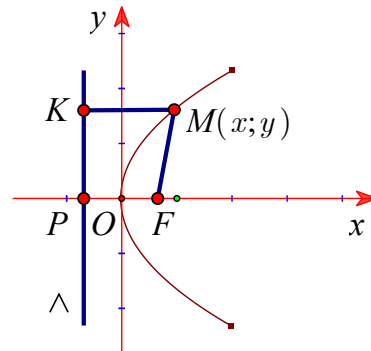
+ Tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$

+ Phương trình đường chuẩn: $\Delta : x = -\frac{p}{2}$

+ Góc tọa độ O được gọi là đỉnh của parabol

+ Ox được gọi là trục đối xứng

+ $M(x_M; y_M)$ thuộc (P) thì: $MF = d(M; \Delta) = x_M + \frac{p}{2}$



Hình 3.5

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

1-BÀI TẬP TỰ LUẬN:

Ví dụ 1: Viết phương trình của parabol biết:

- Ox là trục đối xứng và tiêu điểm là $F(4; 0)$.
- Ox là trục đối xứng và tiêu điểm là $F(-2; 0)$.
- Tiêu điểm là $F(0; 1)$ và đường chuẩn $y = -1$.

Giải

a) Phương trình của parabol nhận Ox làm trục đối xứng là $y^2 = 2px$

$$\text{Vì } F(4; 0) \Rightarrow \frac{p}{2} = 4 \Rightarrow 2p = 16 \Rightarrow (P): y^2 = 16x$$

b) Phương trình của parabol nhận Ox làm trục đối xứng là $y^2 = 2px$

$$\text{Vì } F(-2; 0) \Rightarrow \frac{p}{2} = -2 \Rightarrow 2p = -8 \Rightarrow (P): y^2 = -8x$$

c) Vì $F(0; 1) \in Oy \Rightarrow$ Phương trình (P): $x^2 = 2py \Rightarrow \frac{p}{2} = 1 \Rightarrow 2p = 4$

$$\Rightarrow (P): x^2 = 4y$$

Ví dụ 2: Cho Parabol $(P): y^2 = 2px$ và đường thẳng $D: 2mx - y - mp = 0$. Gọi M', M'' là giao điểm của (D) và (P) . Chứng minh đường tròn đường kính $M'M''$ tiếp xúc với đường chuẩn của (P) .

Giải

Ta có $(P): y^2 = 2px$ có tiêu điểm $\left(\frac{p}{2}; 0\right) \in (D)$

Vẽ $MI, M''J$ lần lượt vuông góc với đường chuẩn Δ . Gọi (k) là trung điểm của $M'M''$.

Vẽ $KH \perp (\Delta)$.

Theo định nghĩa của parabol:

$$M'F = d(M', \Delta) = MI$$

$$M''F = d(M'', \Delta) = M''J$$

Do đó KH là đường trung bình của hình thang $IM'M''J$ nên ta có:

$$KH = d(K, \Delta) = \frac{MI + M''J}{2} = \frac{M'F + M''F}{2} = \frac{M'M''}{2} = R$$

Vậy đường tròn đường kính $M'M''$ tiếp xúc với đường chuẩn Δ .

Ví dụ 3: Cho điểm $M \in (P), y^2 = 64x$ và $N \in (D): 4x + 3y + 46 = 0$.

a) Tìm tọa độ M, N để MN ngắn nhất.

b) Chứng minh với kết quả tìm được thì MN vuông góc với tiếp tuyến tại M của (P) .

Giải

a) Gọi $M\left(\frac{m^2}{64}; m\right) \in (P)$

$$d(m, (D)) = \frac{\left|\frac{4m^2}{64} + 3m + 46\right|}{5} = \frac{1}{5} \left(\frac{m^2}{16} + 3m + 46\right)$$

$$\left(\text{vì } \frac{m^2}{16} + 3m + 46 > 0 \text{ do } \Delta < 0\right)$$

$$\text{Xét } f(m) = \frac{m^2}{16} + 3m + 46$$

$$f'(m) = \frac{m}{8} + 3, \quad f'(m) = 0 \Leftrightarrow m = -24$$

m	$-\infty$	-24	$+\infty$
f'	$-$	0	$+$
f			

Vậy $f(m)$ nhỏ nhất \Leftrightarrow

b) Lúc đó phương trình tiếp

$$yy_M = 32(x_M + x) \Leftrightarrow y(-24) = 32(x + 9) \Leftrightarrow 4x + 3y + 36 = 0$$

Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (D) là:

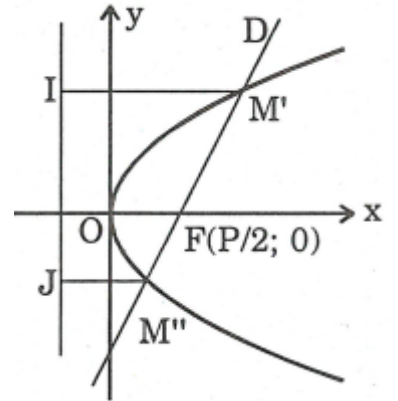
$$3x - 4y + m = 0$$

$$M \in \text{tiếp tuyến} \Rightarrow 3 \cdot 9 - 4(-24) + m = 0 \Rightarrow m = -123$$

Vậy phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (D) là:

$$3x - 4y - 123 = 0$$

$$N \begin{cases} 3x - 4y = 123 \\ 4x + 3y = -36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{37}{5} \\ y = -\frac{126}{5} \end{cases} \Rightarrow N\left(\frac{37}{5}; -\frac{126}{5}\right)$$



Do đó $\overrightarrow{MN} = \left(-\frac{8}{5}; -\frac{6}{5}\right)$ cùng phương với PVT của (D) là $\vec{n} = (4; 3)$

Vậy MN vuông góc tiếp tuyến tại M.

Ví dụ 4: Trong mặt phẳng Oxy cho $F(3; 0)$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + 16 = 0$

- Tìm khoảng cách từ F đến d, suy ra phương trình đường tròn tâm F và tiếp xúc với (d).
- Viết phương trình parabol có tiêu điểm M và đỉnh là gốc tọa độ O. Chứng minh rằng parabol đó tiếp xúc với d. Tìm tọa độ điểm tiếp điểm.

Giải

a) $d(F, d) = \frac{|9 - 4(0) + 16|}{\sqrt{9 + 16}} = 5$

Vậy đường tròn tâm F, tiếp xúc với d có bán kính $R = 5$.

Do đó phương trình là: $(x - 3)^2 + (y - 0)^2 = 25$

- b) Parabol tiêu điểm $F(3; 0)$, đỉnh $\equiv O$ có phương trình là:

$$y^2 = 2px \quad \text{với } \frac{p}{2} = 3 \Rightarrow p = 6$$

Vậy (P) có phương trình $y^2 = 12x$

- Chứng minh (P) tiếp xúc với (d):

$$(d): 3x - 4y + 16 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4y - 16}{3}$$

Phương trình tung độ giao điểm của d và (P) là:

$$y^2 = 12 \left(\frac{4y - 16}{3} \right) \Leftrightarrow y^2 - 16y + 64 = 0 \Leftrightarrow y_1 = y_2 = 8$$

Vì phương trình tung độ giao điểm có nghiệm kép nên d tiếp xúc với (P) tại tiếp điểm có

$$y = 8 \Rightarrow x = \frac{4 \cdot 8 - 16}{3} = \frac{16}{3}$$

Vậy tiếp điểm là $M\left(\frac{16}{3}; 8\right)$

Ví dụ 5: Cho parabol (P): $y^2 = 16x$

- Lập phương trình tiếp tuyến (P) sao cho vuông góc với đường thẳng $3x - 2y + 6 = 0$.
- Lập phương trình các tiếp tuyến với (P) đi qua điểm $M(-1; 0)$.

Giải

- a) Gọi D là tiếp tuyến cần tìm.

Vì D vuông góc với đường thẳng $3x - 2y + 6 = 0$

\Rightarrow Phương trình (D): $2x + 3y + m = 0$

Vì D tiếp xúc với (P) $\Leftrightarrow 3^2 \cdot 8 = 2 \cdot 2m \Rightarrow m = 18$

Phương trình tiếp tuyến (D) là: $3x - 2y + 18 = 0$

- b) Gọi $T_0(x_0, y_0) \in P$ là tiếp điểm $\Leftrightarrow y_0^2 = 16x_0$

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại T_0 là $y_0 y = 8(x_0 + x)$ (Δ)

Vì Δ qua $M(-1; 0) \Rightarrow 0 = 8(x_0 - 1) \Leftrightarrow x_0 = 1 \Rightarrow y_0^2 = 16 \Rightarrow y_0 = \pm 4$

- Với $T_0(1; 4)$ thì phương trình tiếp tuyến Δ là $2x - y + 2 = 0$
- Với $T_0(1; -4)$ thì phương trình tiếp tuyến Δ là $2x + y + 2 = 0$

Tóm lại, ta có hai tiếp tuyến là: $2x - y + 2 = 0$ và $2x + y + 2 = 0$

Ví dụ 6: Cho parabol (P): $y^2 = 2x$

- Xác định đường chuẩn, tiêu điểm, vẽ (P).
- Cho đường thẳng (D): $x - 2y + 6 = 0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa (D) và (P).

Giải

a) Ta có $y^2 = 2x$ có dạng:

$$y^2 = 2px \Rightarrow 2p = 2 \Rightarrow \frac{p}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow F\left(\frac{1}{2}; 0\right)$$

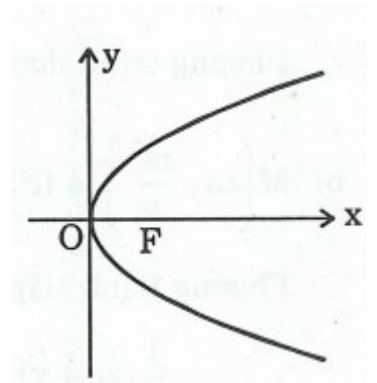
\Rightarrow Phương trình đường chuẩn là $x = -\frac{1}{2}$.

b) Gọi $M\left(\frac{m^2}{2}; m\right) \in (P)$

$$\begin{aligned} d(M, (D)) &= \frac{\left|\frac{m^2}{2} - 2m + 6\right|}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2\sqrt{5}} [m^2 - 4m + 12] = \frac{1}{2\sqrt{5}} [(m-2)^2 + 8] \\ &= \frac{1}{2\sqrt{5}} (m-2)^2 + \frac{4}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$\text{Ta thấy } d(M, (D)) = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow m = 2$$

Vậy $M(2; 2)$



Ví dụ 7: Cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và điểm $A\left(\frac{15}{8}; \frac{27}{8}\right)$

a) Viết phương trình đường thẳng qua $M_1\left(-1; \frac{1}{2}\right)$ và vuông góc với tiếp tuyến của (P) tại M_1 .

b) Tìm tất cả những điểm $M \in P$ sao cho AM vuông góc $tt_M(P)$.

Giải

a) Ta có $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và $M_1\left(-1; \frac{1}{2}\right) \Rightarrow M_1 \in (P)$

Phương trình tiếp tuyến của (P) tại M_1 là:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(y_0 + y) &= \frac{1}{2}x_0x \Leftrightarrow \frac{1}{2} + y = -x \Leftrightarrow y = -x - \frac{1}{2} \\ &\Leftrightarrow x + y + \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

Phương trình đường thẳng Δ qua M_1 và vuông góc $tt_M(P)$ là:

$$x - y + m = 0$$

$$M\left(-1; \frac{1}{2}\right) \in \Delta: -1 - \frac{1}{2} + m = 0 \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

Phương trình đường thẳng Δ là $x - y + \frac{3}{2} = 0$

b) $M\left(m; \frac{m^2}{2}\right) \in (P)$

Phương trình tiếp tuyến tại M là:

$$\frac{1}{2}(y_0 + y) = \frac{1}{2}x_0x \Rightarrow mx - y - \frac{m^2}{2} = 0 \text{ có PVT } \vec{u} = (m; -1)$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AM} = \left(m - \frac{15}{8}, \frac{m^2}{2} - \frac{27}{8}\right)$$

$$\text{Vì } AM \perp tt_M(P) \Leftrightarrow \vec{u} \perp \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow m\left(\frac{m^2}{2} - \frac{27}{8}\right) = -m + \frac{15}{8}$$

$$\Leftrightarrow 4m^3 - 19m - 15 = 0 \Leftrightarrow (m+1)(4m^2 - 4m - 15) = 0$$

$$\Leftrightarrow m_1 = -1, m_2 = \frac{-3}{2}, m_3 = \frac{5}{3}$$

Vậy ta có ba điểm M là: $M_1\left(-1; \frac{1}{2}\right), M_2\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{8}\right), M_3\left(\frac{5}{3}; \frac{25}{8}\right)$.

Ví dụ 8: Cho parabol (P): $y^2 = 4x$. Chứng minh rằng từ một điểm N tùy ý trên đường chuẩn Δ của (P) ta có thể kẻ được hai tiếp tuyến đến (P) và hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

Giải

Ta có: $y^2 = 4x \Rightarrow p = 2 \Rightarrow$ phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{p}{2} = -1$

Gọi $N(-1; n) \in \Delta$

Phương trình đường thẳng d qua N, hệ số góc k là:

$$kx - y + k + n = 0$$

d tiếp xúc với parabol $\Leftrightarrow 2(-1)^2 = 2k(k+m) \Leftrightarrow 2k^2 + 2mk - 2 = 0$ (*)

Có $\Delta' = n^2 + 4 > 0$ và $k_1 k_2 = -\frac{2}{2} = -1$

Vậy phương trình (*) có hai nghiệm k_1, k_2 phân biệt và $k_1 k_2 = -1$. Do đó từ một điểm N bất kỳ thuộc Δ ta luôn luôn vẽ được hai tiếp tuyến với (P) và hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

Ví dụ 9: Cho (P): $y = x^2 - 2x + 3$. Và đường thẳng (D) là đường thẳng cùng phương với đường thẳng $y = 2x$ sao cho (D) cắt (P) tại hai điểm A, B.

- Viết phương trình đường thẳng (D) khi hai tiếp tuyến tại A, B của (P) vuông góc với nhau.
- Viết phương trình đường thẳng (D) khi $AB = 10$

Giải

a) Vì (D) // $y = 2x \Rightarrow$ Phương trình (D): $2x - y + m = 0$

Phương trình hoành độ giao điểm của (D) và (P) là:

$$x^2 - 2x + 3 = 2x + m \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 - m = 0 \quad (1)$$

(D) cắt (P) tại hai điểm A, B $\Leftrightarrow \Delta' = 4 - 3 + m = 1 + m > 0$
 $\Leftrightarrow m > -1$

Ta có (P): $y = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow f'(x) = y' = 2x - 2$

Vậy hệ số góc $tt_A(P)$ là $f'(x_A) = 2x_A - 2$

hệ số góc $tt_B(P)$ là $f'(x_B) = 2x_B - 2$

Ta có: $f'(x_A) \cdot f'(x_B) = -1 \Leftrightarrow tt_A(P) \perp tt_B(P)$

$$\Leftrightarrow 4(x_A - 1)(x_B - 1) = -1 \Leftrightarrow 4x_A x_B - 4(x_A + x_B) + 4 = -1 \quad (2)$$

Vì x_A, x_B là nghiệm của phương trình (1) nên $x_A + x_B = 4, x_A \cdot x_B = 3 - m$

Thay vào (2), ta có: $4(3 - m) - 4 \cdot 4 + 4 = -1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$

Phương trình đường thẳng (D) là: $y = 2x + \frac{1}{4}$.

b) Ta có: $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$ (3)

Mà $y_B = 2x_B + m, y_A = 2x_A + m \Rightarrow y_B - y_A = 2(x_B - x_A)$

Vậy $AB^2 = 5(x_B - x_A)^2 = 100 \Leftrightarrow (x_B - x_A)^2 = 20$

$$\Leftrightarrow x_A^2 + x_B^2 + 2x_A x_B - 4x_A x_B = 20$$

$$\Leftrightarrow (x_A + x_B)^2 - 4x_A x_B = 20$$

$$\Leftrightarrow 4^2 - 4(3 - m) = 20 \Leftrightarrow m = 4$$

Vậy phương trình (D): $y = 2x + 4$

II-BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Định nghĩa nào sau đây là định nghĩa đường parabol?

A. Cho điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F . Parabol (P) là tập hợp các điểm M sao cho khoảng cách từ M đến F bằng khoảng cách từ M đến Δ .

B. Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c$, ($c > 0$). Parabol (P) là tập hợp điểm M sao cho $|MF_1 - MF_2| = 2a$ với a là một số không đổi và $a < c$.

C. Cho F_1, F_2 cố định với $F_1F_2 = 2c$, ($c > 0$) và một độ dài $2a$ không đổi ($a > c$). Parabol (P) là tập hợp các điểm M sao cho $M \in (P) \Leftrightarrow MF_1 + MF_2 = 2a$.

D. Cả ba định nghĩa trên đều không đúng định nghĩa của parabol.

Lời giải

Chọn A

Định nghĩa về parabol là: Cho điểm F cố định và một đường thẳng Δ cố định không đi qua F . Parabol (P) là tập hợp các điểm M sao cho khoảng cách từ M đến F bằng khoảng cách từ M đến Δ . (Các bạn xem lại trong SGK).

Câu 2. Dạng chính tắc của Parabol là

A. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

B. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

C. $y^2 = 2px$.

D. $y = px^2$.

Lời giải

Chọn A

Dạng chính tắc của Parabol là $y^2 = 2px$. (Các bạn xem lại trong SGK).

Câu 3. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px$, với $p > 0$. Khi đó khẳng định nào sau đây sai?

A. Tọa độ tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$.

B. Phương trình đường chuẩn $\Delta: x + \frac{p}{2} = 0$.

C. Trục đối xứng của parabol là trục Oy .

D. Parabol nằm về bên phải trục Oy .

Lời giải

Chọn A

Khẳng định sai: Trục đối xứng của parabol là trục Oy . Cần sửa lại: trục đối xứng của parabol là trục Ox . (Các bạn xem lại trong SGK).

Câu 4. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px$ với $p > 0$ và đường thẳng $d: Ax + By + C = 0$. Điều kiện để d là tiếp tuyến của (P) là

A. $pB = 2AC$.

B. $pB = -2AC$.

C. $pB^2 = 2AC$.

D. $pB^2 = -2AC$.

Lời giải

Chọn C

Lý thuyết

Câu 5. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px$ với $p > 0$ và $M(x_0; y_0) \in (P)$. Khi đó tiếp tuyến của (P) tại M là

A. $y_0y = p(x_0 - x)$.

B. $y_0y = p(x - x_0)$.

C. $y = p(x_0 + x)$.

D. $y_0y = p(x_0 + x)$.

Lời giải

Chọn D

Lý thuyết.

Câu 6. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px$ với $p > 0$ và $M(x_M; y_M) \in (P)$ với $y_M > 0$. Biểu thức nào sau đây đúng?

A. $MF = y_M - \frac{p}{2}$. B. $MF = y_M + \frac{p}{2}$. C. $MF = -y_M + \frac{p}{2}$. D. $MF = \left| y_M - \frac{p}{2} \right|$.

Lời giải

Chọn B

Lý thuyết

Câu 7. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px$ với $p > 0$. Phương trình đường chuẩn của (P) là

A. $y = -\frac{p}{2}$. B. $y = \frac{p}{2}$. C. $y = p$. D. $y = -p$.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết

Câu 8. Cho parabol (P) có phương trình chính tắc là $y^2 = -2px$ với $p > 0$. Phương trình đường chuẩn của (P) là

A. $y = -\frac{p}{2}$. B. $y = \frac{p}{2}$. C. $y = p$. D. $y = -p$.

Lời giải

Chọn B

Lý thuyết

Câu 9. Đường thẳng nào là đường chuẩn của parabol $y^2 = \frac{3}{2}x$

A. $x = -\frac{3}{4}$. B. $x = \frac{3}{4}$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = -\frac{3}{8}$.

Lời giải.

Chọn D.

Phương trình chính tắc của parabol (P) : $y^2 = 2px$

$\Rightarrow p = \frac{3}{4} \Rightarrow$ Phương trình đường chuẩn là $x + \frac{3}{8} = 0$.

Câu 10. Viết phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm $A(5; -2)$

A. $y = x^2 - 3x - 12$. B. $y = x^2 - 27$. C. $y^2 = 5x - 21$. D. $y^2 = \frac{4x}{5}$.

Lời giải.

Chọn D.

Phương trình chính tắc của parabol (P) : $y^2 = 2px$

$A(5; -2) \in (P) \Rightarrow 2p = \frac{4}{5}$

Vậy phương trình (P) : $y^2 = \frac{4}{5}x$.

Câu 11. Đường thẳng nào là đường chuẩn của parabol $y^2 = -4x$?

A. $x = 4$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = \pm 1$.

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol (P) : $y^2 = 2px$

$\Rightarrow p = -2 \Rightarrow$ Phương trình đường chuẩn là $x - 1 = 0$.

Câu 12. Viết phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm $A(1; 2)$.

A. $y = x^2 + 2x - 1$. B. $y = 2x^2$. C. $y^2 = 4x$. D. $y^2 = 2x$.

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

$$A(1;2) \in (P) \Rightarrow 2p = 4$$

Vậy phương trình $(P): y^2 = 4x$.

Câu 13. Cho Parabol $(P): y^2 = 2x$. Xác định đường chuẩn của (P) .

- A. $x+1=0$ B. $2x+1=0$ C. $x=\frac{1}{2}$ D. $x-1=0$

Lời giải.

Chọn B.

Phương trình đường chuẩn $x = -\frac{1}{2}$.

Câu 14. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết đường chuẩn có phương trình $x + \frac{1}{4} = 0$

- A. $y^2 = x$. B. $y^2 = -x$. C. $y^2 = \frac{x}{2}$. D. $y^2 = 2x$.

Lời giải.

Chọn A.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Parabol có đường chuẩn $x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2} \Rightarrow (P): y^2 = x$.

Câu 15. Cho Parabol (P) có phương trình chính tắc $y^2 = 4x$. Một đường thẳng đi qua tiêu điểm F của (P) cắt (P) tại 2 điểm A và B . Nếu $A(1;-2)$ thì tọa độ của B bằng bao nhiêu?

- A. $(1;2)$. B. $(4;4)$. C. $(-1;2)$. D. $(2;2\sqrt{2})$.

Lời giải.

Chọn A.

(P) có tiêu điểm $F(1;0)$

Đường thẳng $AF: x=1$

Đường thẳng AF cắt parabol tại $B(1;2)$.

Câu 16. Điểm nào là tiêu điểm của parabol $y^2 = \frac{1}{2}x$?

- A. $F\left(\frac{1}{8};0\right)$. B. $F\left(0;\frac{1}{4}\right)$. C. $F\left(-\frac{1}{4};0\right)$. D. $F\left(\frac{1}{2};0\right)$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: $p = \frac{1}{4} \Rightarrow F\left(\frac{1}{8};0\right)$

Câu 17. Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn của parabol $y^2 = \sqrt{3}x$ là:

- A. $d(F,\Delta) = \sqrt{3}$. B. $d(F,\Delta) = \frac{\sqrt{3}}{8}$. C. $d(F,\Delta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $d(F,\Delta) = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Chọn C.

Ta có: $p = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow F\left(\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$ và đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{\sqrt{3}}{4}$

Vậy, $d(F,\Delta) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 18. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết tiêu điểm $F(2;0)$.

- A. $y^2 = 4x$. B. $y^2 = 8x$. C. $y^2 = 2x$. D. $y = \frac{1}{6}x^2$.

Lời giải.

Chọn B.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Tiêu điểm $F(2;0) \Rightarrow p = 4$

Vậy, phương trình parabol $y^2 = 8x$.

Câu 19. Xác định tiêu điểm của Parabol có phương trình $y^2 = 6x$

- A. $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$. B. $(0; -3)$. C. $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$. D. $(0; 3)$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: $p = 3 \Rightarrow$ tiêu điểm $F\left(\frac{3}{2}; 0\right)$.

Câu 20. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết đường chuẩn có phương trình $x + 1 = 0$

- A. $y^2 = 2x$. B. $y^2 = 4x$. C. $y = 4x^2$. D. $y^2 = 8x$.

Lời giải.

Chọn B.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Đường chuẩn $x + 1 = 0$ suy ra $\frac{p}{2} = 1 \Rightarrow 2p = 4 \Rightarrow y^2 = 4x$.

Câu 21. Viết phương trình chính tắc của Parabol biết tiêu điểm $F(5;0)$

- A. $y^2 = 20x$. B. $y^2 = 5x$. C. $y^2 = 10x$. D. $y^2 = \frac{1}{5}x$.

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Ta có: tiêu điểm $F(5;0) \Rightarrow p = 5 \Rightarrow 2p = 10$

Vậy $(P): y^2 = 10x$.

Câu 22. Phương trình chính tắc của parabol mà khoảng cách từ đỉnh tới tiêu điểm bằng $\frac{3}{4}$ là:

- A. $y^2 = \frac{3}{4}x$. B. $y^2 = 6x$. C. $y^2 = 3x$. D. $y^2 = \frac{3}{2}x$.

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Khoảng cách từ đỉnh O đến tiêu điểm $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ là $\frac{p}{2}$

Theo đề bài ta có: $\frac{p}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow 2p = 3$

Vậy $(P): y^2 = 3x$.

Câu 23. Viết phương trình Parabol (P) có tiêu điểm $F(3;0)$ và đỉnh là gốc tọa độ O

- A. $y^2 = -2x$ B. $y^2 = 12x$ C. $y^2 = 6x$ D. $y = x^2 + \frac{1}{2}$

Lời giải.

Chọn B.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Ta có: $\frac{p}{2} = 3 \Rightarrow 2p = 12$

Vậy phương trình $(P): y^2 = 12x$

Câu 24. Lập phương trình tổng quát của parabol (P) biết (P) có đỉnh $A(1;3)$ và đường chuẩn $d: x - 2y = 0$.

A. $(x + 2y)^2 - 10x - 30y = 0$

B. $(2x + y)^2 - 10x - 30y = 0$

C. $(x + 2y)^2 + 10x - 30y = 0$

D. $(x + 2y)^2 - 10x + 30y = 0$

Lời giải.

Chọn B.

Gọi $M(x; y) \in (P)$

Ta có: $AM^2 = (x - 1)^2 + (y - 3)^2$, $d(M, d) = \frac{|x - 2y|}{\sqrt{5}}$

$$M \in (P) \Rightarrow AM = d(M, d) \Rightarrow (x - 1)^2 + (y - 3)^2 = \frac{(x - 2y)^2}{5} \Leftrightarrow 4x^2 + y^2 - 10x - 30y + 4xy = 0$$

Vậy $(P): (2x + y)^2 - 10x - 30y = 0$

Câu 25. Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) có khoảng cách từ đỉnh đến đường chuẩn bằng 2.

A. $y^2 = x$

B. $y^2 = 8x$

C. $y^2 = 2x$

D. $y^2 = 16x$

Lời giải.

Chọn B.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$ ($p > 0$)

Đỉnh O và đường chuẩn $x = -\frac{p}{2}$

Suy ra khoảng cách từ O đến đường chuẩn là $\frac{p}{2} \Rightarrow p = 4$

Vậy $(P): y^2 = 8x$

Câu 26. Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) qua điểm M với $x_M = 2$ và khoảng từ M đến tiêu điểm là $\frac{5}{2}$.

A. $y^2 = 8x$

B. $y^2 = 4x$

C. $y^2 = x$

D. $y^2 = 2x$

Lời giải.

Chọn D.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$ ($p > 0$)

$x_M = 2 \Rightarrow M(2; \pm\sqrt{4p})$, tiêu điểm $F(\frac{p}{2}; 0)$

$$\text{Ta có: } MF^2 = \left(\frac{p}{2} - 2\right)^2 + 4p = \frac{25}{4} \Leftrightarrow p^2 + 8p - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} p = 1 \\ p = -9 \end{cases}$$

Vậy phương trình chính tắc $(P): y^2 = 2x$

Câu 27. Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết một dây cung của (P) vuông góc với Ox có độ dài bằng 8 và khoảng cách từ đỉnh O của (P) đến dây cung này bằng 1.

A. $y^2 = 16x$

B. $y^2 = 8x$

C. $y^2 = 4x$

D. $y^2 = 2x$

Lời giải.

Chọn A.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$ ($p > 0$)

Dây cung của (P) vuông góc với Ox có phương trình $x = m$ và khoảng cách từ đỉnh O của (P) đến dây cung này bằng 1 nên $m = 1$

Dây cung $x = 1$ cắt (P) tại 2 điểm $A(1; \sqrt{2p}), B(1; -\sqrt{2p}) \Rightarrow AB = 2\sqrt{2p} = 8 \Rightarrow p = 8$

Vậy $(P): y^2 = 16x$.

Câu 28. Cho parabol $(P): y^2 = 4x$. Điểm M thuộc (P) và $MF = 3$ thì hoành độ của M là:

- A. 1. B. 3. C. 2. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải.

Chọn C.

$M \in (P): y^2 = 4x \Rightarrow M(m^2; 2m)$, tiêu điểm $F(1; 0)$

$$\text{Ta có: } MF^2 = (m^2 - 1)^2 + (2m)^2 = 9 \Leftrightarrow m^4 + 2m^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 2 \\ m^2 = -4 \end{cases}$$

Vậy hoành độ điểm M là 2.

Câu 29. Một điểm M thuộc Parabol $(P): y^2 = x$. Nếu khoảng cách từ M đến tiêu điểm F của (P) bằng 1 thì hoành độ của điểm M bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 3

Lời giải.

Chọn C.

$M \in (P): y^2 = x \Rightarrow M(m^2; m)$

(P) có tiêu điểm $F\left(\frac{1}{4}; 0\right)$

$$MF^2 = \left(m^2 - \frac{1}{4}\right)^2 + m^2 = 1 \Leftrightarrow m^4 + \frac{1}{2}m^2 - \frac{15}{16} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = \frac{3}{4} \\ m^2 = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Vậy hoành độ điểm M là $\frac{3}{4}$.

Câu 30. Parabol $(P): y^2 = \sqrt{2}x$ có đường chuẩn là Δ , khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. Tiêu điểm $F(\sqrt{2}; 0)$.
B. $p = \sqrt{2}$.
C. Đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{\sqrt{2}}{4}$.
D. Khoảng cách từ tiêu điểm đến đường chuẩn $d(F, \Delta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Chọn C.

$(P): y^2 = \sqrt{2}x \Rightarrow p = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$ đường chuẩn $x = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

Câu 31. Một điểm A thuộc Parabol $(P): y^2 = 4x$. Nếu khoảng cách từ A đến đường chuẩn bằng 5 thì khoảng cách từ A đến trục hoành bằng bao nhiêu?

A. 4. B. 3. C. 5. D. 8.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: $A \in (P) \Rightarrow A(m^2; 2m)$, đường chuẩn $\Delta: x = -1$

Khoảng cách từ A đến đường chuẩn $d(A, \Delta) = |m^2 + 1| = m^2 + 1 = 5 \Rightarrow m^2 = 4$

Vậy khoảng cách từ A đến trục hoành bằng $|2m| = 4$.

Câu 32. Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) cắt đường thẳng $d: x + 2y = 0$ tại hai điểm M, N và $MN = 4\sqrt{5}$.

A. $y^2 = 8x$ B. $y^2 = x$ C. $y^2 = 2x$ D. $y^2 = 4x$

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol (P): $y^2 = 2px$ ($p > 0$)

Ta có: d cắt (P) tại $M \equiv O, N(-2m; m)$ ($m < 0$) $\Rightarrow MN^2 = 5m^2 = (4\sqrt{5})^2 \Rightarrow m = -4$

$M(8; -4) \in (P) \Rightarrow 16 = 2p \cdot 8 \Rightarrow 2p = 2$

Vậy (P): $y^2 = 2x$.

Câu 33. Cho parabol (P): $y^2 = 4x$. Đường thẳng d qua F cắt (P) tại hai điểm A và B. Khi đó mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AB = 2x_A + 2x_B$ B. $AB = 2x_A^2 + 2x_B^2$ C. $AB = 4x_A^2 + 4x_B^2$ D. $AB = x_A + x_B + 2$

Lời giải.

Chọn D.

Đường chuẩn $\Delta: x = -1$

$A, B \in (P) \Rightarrow AF = d(A, \Delta) = x_A + 1, BF = d(B, \Delta) = x_B + 1$

Vậy $AB = AF + BF = x_A + x_B + 2$.

Câu 34. Trong mặt phẳng Oxy, cho parabol (P): $y^2 = 8x$. Giả sử đường thẳng d đi qua tiêu điểm của (P) và cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ tương ứng là x_1, x_2 . Khi đó mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AB = 4x_A + 4x_B$ B. $AB = x_1 + x_2 + 4$ C. $AB = 8x_A^2 + 8x_B^2$ D. $AB = x_A + x_B + 2$

Lời giải.

Chọn B.

Ta có: đường chuẩn $\Delta: x = -2$

$A, B \in (P) \Rightarrow AF = d(A, \Delta) = x_A + 2, BF = d(B, \Delta) = x_B + 2$

Vậy $AB = AF + BF = x_A + x_B + 4$.

Câu 35. Cho parabol (P): $y^2 = 12x$. Đường thẳng d vuông góc với trục đối xứng của parabol (P) tại tiêu điểm F và cắt (P) tại hai điểm M, N. Tính độ dài đoạn MN.

A. 12 B. 6 C. 24 D. 3

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: (P) đối xứng qua trục Ox và có tiêu điểm F(3;0)

$x = 3 \Rightarrow y = \pm 6 \Rightarrow M(3;6), N(3;-6)$

Vậy $MN = 12$

Câu 36. Cho parabol (P): $y^2 = 2x$, cho điểm $M \in (P)$ cách tiêu điểm F một đoạn bằng 5. Tổng tung độ các điểm $A \in (P)$ sao cho $\triangle AFM$ vuông tại F.

- A. 5 B. 0 C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

Lời giải.

Chọn B.

(P) có tiêu điểm $F\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ và phương trình đường chuẩn $\Delta: x = -\frac{1}{2}$

$$MF = 5 \Rightarrow d(M, \Delta) = 5 \Rightarrow x_M + \frac{1}{2} = 5 \Rightarrow x_M = \frac{9}{2} \Rightarrow y_M = \pm 3$$

$$A \in (P) \Rightarrow A\left(\frac{y_A^2}{2}; y_A\right)$$

$$\overline{FA} = \left(\frac{y_A^2 - 1}{2}; y_A\right), \overline{FM} = (4; \pm 3)$$

$$\overline{FA} \perp \overline{FM} \Rightarrow \overline{FA} \cdot \overline{FM} = 0 \Rightarrow 2(y_A^2 - 1) \pm 3y_A = 0 \Rightarrow \begin{cases} y_A = \frac{1}{2} \Rightarrow A\left(\frac{1}{8}; \frac{1}{2}\right) \\ y_A = -2 \Rightarrow A(2; -2) \\ y_A = -\frac{1}{2} \Rightarrow A\left(\frac{1}{8}; -\frac{1}{2}\right) \\ y_A = 2 \Rightarrow A(2; 2) \end{cases}$$

Câu 37. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , hãy viết phương trình của Parabol có tiêu điểm $F(-2; 2)$ và đường chuẩn $\Delta: y = 4$.

- A. (P): $y = -x^2 - 4x + 8$ B. (P): $y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 2$
 C. (P): $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 2$ D. (P): $y = x^2 + 4x - 8$

Lời giải.

Chọn B.

Gọi $M(x; y) \in (P) \Rightarrow MF = d(M, \Delta)$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-2)^2} = |y-4| \Rightarrow (x+2)^2 + (y-2)^2 = (y-4)^2 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 2$$

Câu 38. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho parabol (P): $y^2 - 8x = 0$. Xác định tiêu điểm F của (P).

- A. $F(8; 0)$ B. $F(1; 0)$ C. $F(4; 0)$ D. $F(2; 0)$

Lời giải.

Chọn D.

$$(P): y^2 = 8x$$

Vậy tiêu điểm $F(2; 0)$.

Câu 39. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng $d: 2mx - 2y + 1 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Với mọi giá trị của m , đường thẳng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.
 B. Đường thẳng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi $m > 0$.
 C. Đường thẳng d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi $m < 0$.
 D. Không có giá trị nào của m để d cắt (P).

Lời giải.

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{2mx+1}{2} \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 1 = 0 \text{ có } \Delta' = m^2 + 1$$

Vậy d luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi m .

Câu 40. Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) cắt đường phân giác của góc phần tư thứ nhất tại hai điểm A, B và $AB = 5\sqrt{2}$.

- A. $y^2 = 20x$ B. $y^2 = 2x$ C. $y^2 = 5x$ D. $y^2 = 10x$

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$ ($p > 0$)

Đường phân giác góc phần tư thứ nhất: $y = x$

Ta có: $A \equiv O, B(m; m)$ ($m > 0$) $\Rightarrow AB^2 = 2m^2 = (5\sqrt{2})^2 \Rightarrow m = 5$

$B(5; 5) \in (P) \Rightarrow 25 = 2p \cdot 5 \Rightarrow 2p = 5$

Vậy $(P): y^2 = 5x$

Câu 41. Cho điểm $A(3; 0)$, gọi M là một điểm tùy ý trên $(P): y^2 = -x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của AM .

- A. 3. B. $\frac{9}{2}$. C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: $M \in (P) \Rightarrow M(-m^2; m)$

$$AM^2 = (-m^2 - 3)^2 + m^2 = m^4 + 7m^2 + 9$$

Vì $m^2 \geq 0$ nên $AM^2 \geq 9$

Vậy giá trị nhỏ nhất của AM là 3 khi $M \equiv O$.

Câu 42. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho điểm $F(3; 0)$ và đường thẳng d có phương trình $3x - 4y + 16 = 0$. Tìm tọa độ tiếp điểm A của đường thẳng d và parabol (P) có tiêu điểm F và đỉnh là gốc tọa độ O .

- A. $A\left(\frac{4}{3}; 5\right)$ B. $A\left(\frac{8}{3}; 6\right)$ C. $A\left(\frac{16}{3}; 8\right)$ D. $A\left(\frac{2}{3}; \frac{9}{2}\right)$

Lời giải.

Chọn C.

(P) có tiêu điểm $F(3; 0)$ và có gốc tọa độ O suy ra $(P): y^2 = 12x$

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (P) là $\left(\frac{3x+16}{4}\right)^2 = 12x \Leftrightarrow 9x^2 - 96x + 256 = 0$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16}{3} \Rightarrow y = 8.$$

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol (P) có phương trình $y^2 = x$ và điểm $I(0; 2)$. Tìm tất cả hai điểm M, N thuộc (P) sao cho $\overline{IM} = 4\overline{IN}$.

- A. $M(4; 2), N(1; 1)$ hoặc $M(36; 6), N(9; 3)$.
 B. $M(4; -2), N(1; 1)$ hoặc $M(36; -6), N(9; 3)$.
 C. $M(4; -2), N(1; 1)$ hoặc $M(36; 6), N(9; -3)$.
 D. $M(4; -2), N(1; 1)$ hoặc $M(36; 6), N(9; 3)$.

Lời giải**Chọn D**

Gọi $M(m^2; m) \in (P)$, $N(n^2; n) \in (P)$. Khi đó ta có $\overline{IM} = (m^2; m-2)$,
 $\overline{IN} = (n^2; n-2) \Rightarrow 4\overline{IN} = (4n^2; 4n-8)$.

$$\text{Vì } \overline{IM} = 4\overline{IN} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4n^2 \\ m-2 = 4n-8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ n = 3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} m = -2 \\ n = -1 \end{cases}$$

Vậy các cặp điểm thỏa là $M(4; -2)$, $N(1; 1)$ hoặc $M(36; 6)$, $N(9; 3)$.

Câu 44. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho $A(2; 0)$ và điểm M di chuyển trên đường tròn (C) tâm O bán kính bằng 2, còn điểm H là hình chiếu vuông góc của M lên trục tung. Tính tọa độ của giao điểm P của các đường thẳng OM và AH theo góc $\alpha = (\overline{OA}, \overline{OM})$.

- A. $P\left(\frac{2 \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}; \frac{2 \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}\right), \begin{cases} \forall \alpha \neq \pi + k2\pi \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$ B. $P\left(\frac{2 \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}; \frac{2 \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}\right), \begin{cases} \forall \alpha \neq \pi + k2\pi \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$
 C. $P(2 \sin \alpha; 2 \cos \alpha)$ D. $P(2 \cos \alpha; 2 \sin \alpha)$

Lời giải.**Chọn A.**

$$M \in (C) \Rightarrow M(2 \cos \alpha; 2 \sin \alpha)$$

H là hình chiếu M lên Oy suy ra $H(0; 2 \sin \alpha)$

Đường thẳng $OM: y = \tan \alpha \cdot x$

Đường thẳng $AH: y = -\sin \alpha \cdot x + 2 \sin \alpha$

Tọa độ giao điểm P của OM và AH thỏa $\tan \alpha \cdot x = -\sin \alpha \cdot x + 2 \sin \alpha$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \sin \alpha}{\tan \alpha + \sin \alpha} = \frac{2 \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \Rightarrow y = \tan \alpha \cdot x = \frac{2 \sin \alpha}{1 + \cos \alpha}, \begin{cases} \forall \alpha \neq \pi + k2\pi \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Câu 45. Cho M là một điểm thuộc Parabol $(P): y^2 = 64x$ và N là một điểm thuộc đường thẳng $d: 4x + 3y + 46 = 0$. Xác định M, N để đoạn MN ngắn nhất.

- A. $M(-9; 24), N(5; -22)$ B. $M(-9; 24), N\left(-\frac{37}{5}; \frac{126}{5}\right)$
 C. $M(9; -24), N\left(-5; -\frac{26}{3}\right)$ D. $M(9; -24), N\left(\frac{37}{5}; -\frac{126}{5}\right)$

Lời giải.**Chọn D.**

$$M \in (P) \Rightarrow M(m^2; 8m)$$

$$d(M; d) = \frac{|4m^2 + 24m + 46|}{5} = \frac{|(2m+6)^2 + 10|}{5} \geq 2$$

$d(M, d)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $m = -3 \Rightarrow M(9; -24)$

N là hình chiếu của M lên đường thẳng d

Đường thẳng $MN: 3x - 4y - 123 = 0$

N là giao điểm MN và d suy ra $N\left(\frac{37}{5}; -\frac{126}{5}\right)$.

Câu 46. Cho parabol $(P): y^2 = 4x$ và đường thẳng $d: 2x - y - 4 = 0$. Gọi A, B là giao điểm của d và (P) . Tìm tung độ dương của điểm $C \in (P)$ sao cho ΔABC có diện tích bằng 12.

- A. 3 B. 6 C. 2 D. 4

Lời giải.

Chọn B.

Ta có: d cắt (P) tại $A(4;4); B(1;-2)$

$$C \in (P) \Rightarrow C(c^2; 2c)$$

$$\overline{AC} = (c^2 - 4; 2c - 4)$$

$$\overline{BC} = (c^2 - 1; 2c + 2)$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC: S_{ABC} = \frac{1}{2} |(c^2 - 4)(2c + 2) - (c^2 - 1)(2c - 4)| = 12$$

$$|6c^2 - 6c - 12| = 24 \Rightarrow \begin{cases} c = -2 \\ c = 3 \end{cases}$$

Vậy tung độ của điểm C dương là 6.

Câu 47. Cho parabol $(P): y^2 = x$ và đường thẳng $d: x - y - 2 = 0$. Gọi A, B là giao điểm của d và (P) . Tìm tung độ điểm $C \in (P)$ sao cho ΔABC đều.

A. $\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$

B. $\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$

C. $\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

D. Không tồn tại điểm C.

Lời giải.

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và $(P): (x-2)^2 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases} \Rightarrow A(1;-1), B(4;2)$

$$C \in (P) \Rightarrow C(c^2; c)$$

$$AB = 3\sqrt{2}, AC = \sqrt{(c^2 - 1)^2 + (c + 1)^2}, BC = \sqrt{(c^2 - 4)^2 + (c - 2)^2}$$

$$AC = BC \Rightarrow 6c^2 + 6c - 18 = 0 \Rightarrow c = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

So với điều kiện $AC = 3\sqrt{2}$ ta thấy không có giá trị c thỏa.

Vậy không tồn tại điểm C thỏa đề.

Câu 48. Cho Parabol $(P): y^2 = 2x$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y + 6 = 0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa Δ và (P) .

A. $d_{\min} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

B. $d_{\min} = 2$

C. $d_{\min} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. $d_{\min} = 4$

Lời giải.

Chọn A.

$$\text{Gọi } M \in (P) \Rightarrow M(2m^2; 2m)$$

$$d(M; \Delta) = \frac{|2m^2 - 4m + 6|}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} |(m-1)^2 + 2| \geq \frac{4}{\sqrt{5}}$$

Câu 49. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho điểm $A(0;2)$ và parabol $(P): y = x^2$. Xác định các điểm M trên (P) sao cho AM ngắn nhất.

A. $M\left(\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{3}{2}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

B. $M\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$.

C. $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{4}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{4}\right)$.

D. $M\left(\frac{\sqrt{7}}{2}; \frac{7}{4}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{\sqrt{7}}{2}; \frac{7}{4}\right)$.

Lời giải.

Chọn A.

$$M \in (P) \Rightarrow M(m; m^2)$$

$$AM^2 = m^2 + (m^2 - 2)^2 = m^4 - 3m^2 + 4 = \left(m^2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4}$$

$$AM \text{ ngắn nhất khi } m^2 - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Vậy, } M\left(\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{3}{2}\right) \text{ hoặc } M\left(-\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Câu 50. Cho parabol $(P): y = x^2$ và elip $(E): \frac{x^2}{9} + y^2 = 1$. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Parabol và elip cắt nhau tại 4 điểm phân biệt.
- B. Parabol và elip cắt nhau tại 2 điểm phân biệt.
- C. Parabol và elip cắt nhau tại 1 điểm phân biệt.
- D. Parabol và elip không cắt nhau.

Lời giải.

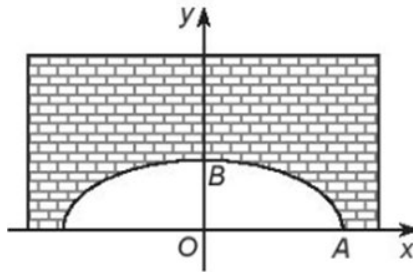
Chọn B.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của } (P) \text{ và } (E) \text{ là } \frac{x^2}{9} + x^4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{-1+5\sqrt{13}}{18} \\ x^2 = \frac{-1-5\sqrt{13}}{18} \end{cases}$$

Vậy (P) cắt (E) tại 2 điểm phân biệt.

BÀI TOÁN THỰC TẾ VỀ BA ĐƯỜNG CONIC

Ví dụ 1: Một người kĩ sư thiết kế một đường hầm một chiều có mặt cắt là một nửa hình elip, chiều rộng của hầm là 12 m, khoảng cách từ điểm cao nhất của elip so với mặt đường là 3 m. Người kĩ sư này muốn đưa ra cảnh báo cho các loại xe có thể đi qua hầm. Biết rằng những loại xe tải có chiều cao 2,8 m thì có chiều rộng không quá 3 m. Hỏi chiếc xe có chiều cao 2,8 m có thể đi qua hầm được không?



Lời giải

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$

Theo đề bài thì elip đi qua các điểm $A(6;0)$ và $B(0;3)$.

$$\text{Do đó ta có: } \begin{cases} \frac{6^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1 \\ \frac{0^2}{a^2} + \frac{3^2}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 36 \\ b^2 = 9 \end{cases}$$

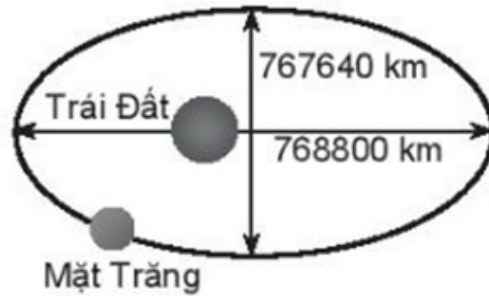
Vậy phương trình của elip là $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Với những xe tải có chiều cao 2,8 m, chiều rộng của xe tải là 3 m tương ứng với $x = 1,5$. Thế $x = 1,5$ vào phương trình elip ta được

$$\frac{1,5^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow y = 3\sqrt{1 - \frac{1,5^2}{36}} \approx 2,9 > 2,8.$$

Vậy ô tô tải có thể qua đường hầm, tuy nhiên ô tô phải đi vào chính giữa đường hầm.

Ví dụ 2: Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là một đường elip với tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Độ dài trục lớn, trục nhỏ của quỹ đạo lần lượt là 768 800 km và 767 640 km. Tìm khoảng cách lớn nhất và bé nhất từ tâm của Trái Đất đến Mặt Trăng



Lời giải

Ta có

$$2a = 768\,800 \Rightarrow a = 384\,400$$

$$2b = 767\,640 \Rightarrow b = 383\,820$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{384\,400^2 - 383\,820^2} \approx 21\,108.$$

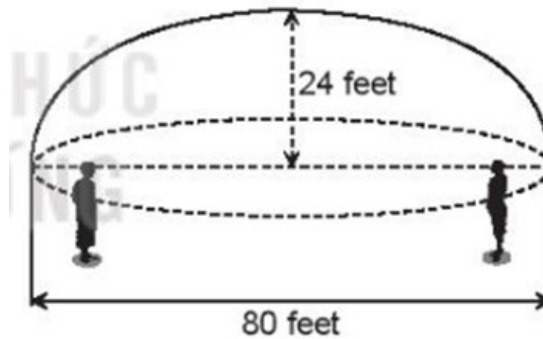
Khoảng cách lớn nhất từ tâm của Trái Đất đến Mặt Trăng là

$$a + c \approx 384\,400 + 21\,108 = 405\,508 \text{ (km)}$$

Khoảng cách nhỏ nhất từ tâm của Trái Đất đến Mặt Trăng là

$$a - c \approx 384\,400 - 21\,108 = 363\,292 \text{ (km)}$$

Ví dụ 3: Hình vẽ bên minh họa một phòng thì thầm (whispering gallery) với mặt cắt ngang là một hình bán elip với chiều cao 24 feet và chiều rộng 80 feet. Một âm thanh được phát ra từ một tiêu điểm của phòng thì thầm có thể được nghe thấy tại tiêu điểm còn lại. Hỏi hai người nói thì thầm qua lại với nhau thì sẽ cách trung tâm của phòng bao nhiêu mét? Theo đơn vị đo lường quốc tế 1 feet = 0,3048 m



Lời giải

Mặt cắt ngang của phòng thì thầm là một hình bán elip có

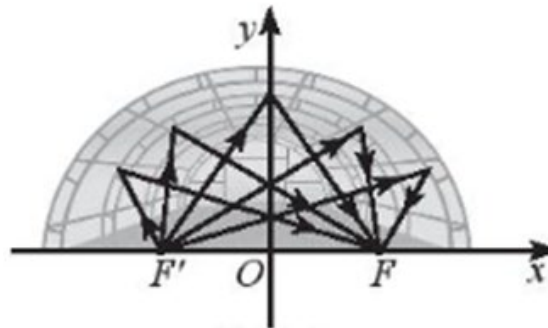
$$2a = 80 \Rightarrow a = 40$$

$$b = 24$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{40^2 - 24^2} = 32$$

Vậy nếu hai người nói thì thăm qua lại với nhau thì sẽ cách trung tâm của phòng 32 feet=9,7536 m

Ví dụ 4: Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là hình nửa elip. Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F'F = 50\text{m}$ và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mái vòm rồi phản chiếu về F là 100m . Viết phương trình chính tắc của elip đó



Hình 6

Lời giải

Ta có: $F'F = 2c = 50 \Rightarrow c = 25$.

Tổng khoảng cách $F'M + FM = 2a = 100 \Rightarrow a = 50$.

$$b^2 = a^2 - c^2 = 50^2 - 25^2 = 1875.$$

Phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{2500} + \frac{y^2}{1875} = 1$.

Ví dụ 5: Có hai trạm phát tín hiệu vô tuyến đặt tại hai vị trí A, B cách nhau 300 km. Tại cùng một thời điểm, hai trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292 000 km/s để một tàu thủy thu và đo độ lệch thời gian. Tín hiệu từ A đến sớm hơn tín hiệu từ B là 0,0005 s. Từ thông tin trên, ta có thể xác định được tàu thủy thuộc đường hypebol nào? Viết phương trình chính tắc của hypebol đó theo đơn vị kilômét.

Lời giải

Ta có:

Do tín hiệu A đến sớm hơn tín hiệu từ B nên tàu thủy thuộc đường hepebol nhánh A. Gọi vị trí tàu thủy là điểm M.

Phương trình hyperbol có dạng: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$|MA - MB| = 2a = 292000 \times 0,0005 = 146\text{km} \Rightarrow a = 73$$

$$AB = 300\text{km} = 2c \Rightarrow c = 150$$

$$\text{Từ đó, } b^2 = c^2 - a^2 = 17171$$

$$\text{Vậy phương trình hyperbol : } \frac{x^2}{73^2} - \frac{y^2}{17171^2} = 1$$

Ví dụ 6: Khúc cua của một con đường có dạng hình parabol, điểm đầu vào khúc cua là A điểm cuối là B, khoảng cách $AB = 400\text{m}$. Đỉnh parabol của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng 20 m và cách đều A, B .

- Lập phương trình chính tắc của , với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng 1 m trên thực tế.
- Lập phương trình chính tắc của , với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng 1 km trên thực tế.

Lời giải

a) Phương trình chính tắc : $y^2 = 2px$

Theo đề ta có A, B, O

$$\text{Do đi qua } A \text{ nên suy ra } 20^2 = 2p = -400 \Rightarrow p = -1$$

$$\text{Vậy : } y^2 = -2x$$

b) Phương trình chính tắc : $y^2 = 2px$

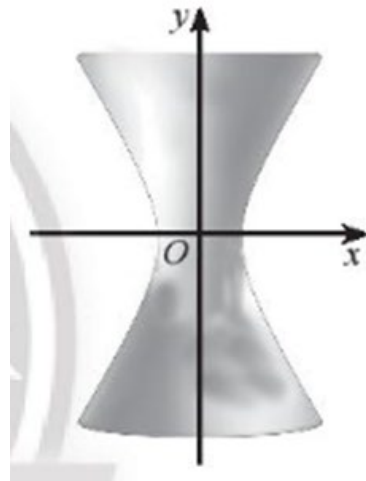
Theo đề ta có A, B, O

$$\text{Do đi qua } A \text{ nên suy ra } 0,02^2 = 2p = -0,4 \Rightarrow p = -0,001$$

$$\text{Vậy : } y^2 = -0,002x$$

Ví dụ 7: Một tháp triển lãm có mặt cắt hình hyperbol có phương trình $\frac{x^2}{18^2} - \frac{y^2}{36^2} = 1$.

Cho biết chiều cao của tháp là 100 m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hyperbol bằng khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.



Lời giải

Do tính đối xứng của hyperbol nên ta có hai bán kính của nóc và đáy tháp đều bằng r

Do điểm $M(r; 50)$ nằm trên hypebol nên ta được: $\frac{r^2}{18^2} - \frac{50^2}{36^2} = 1 \Rightarrow r = 18\sqrt{1 + \frac{50^2}{36^2}} \approx 31$ (m)

Vậy bán kính nóc và bán kính đáy của tháp là $r \approx 31$ (m)

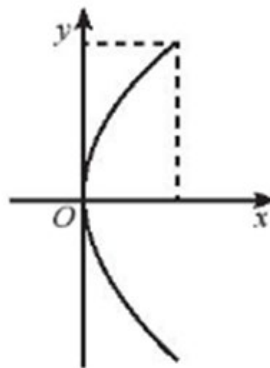
Ví dụ 8: Cổng chào của một thành phố dạng hình parabol có chiều cao $h = 25$ m và khoảng cách giữa hai chân cổng là $d = 120$ m. Hãy viết phương trình parabol của cổng chào.



Hình 8

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Phương trình của parabol có dạng $y^2 = 2px$. Lúc đó parabol đi qua điểm $M(25; 60)$.

Thay tọa độ điểm M vào phương trình parabol ta được $60^2 = 2p \cdot 25 \Rightarrow p = \frac{60^2}{50} = 72$.

Vậy phương trình của parabol là $y^2 = 144x$.

Ví dụ 9: Thang leo gọng sừng cho trẻ em trong công viên có hai khung thép cong hình nửa elip cao 100 cm và khoảng cách giữa hai chân là 240 cm

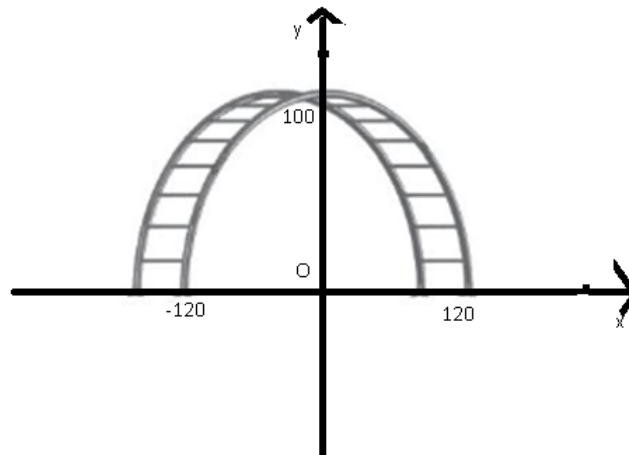
- Hãy chọn hệ trục tọa độ thích hợp và viết phương trình chính tắc của elip trên.
- Tính khoảng cách thẳng đứng từ một điểm cách chân khung 20 cm lên đến khung thép.



Hình 11

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Khi đó ta có:

$$2a = 240 \Rightarrow a = 120$$

$$b = 100$$

Phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{120^2} + \frac{y^2}{100^2} = 1$.

Thay $x = 120 - 20 = 100$ vào phương trình của elip ta được là

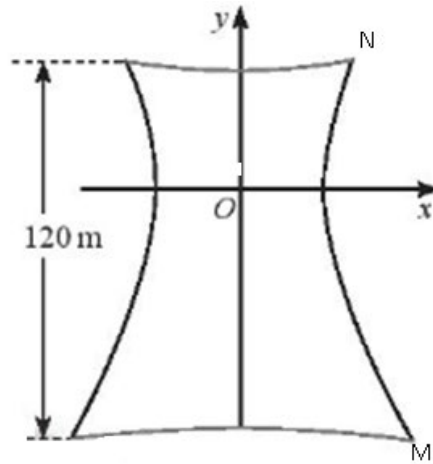
$$\frac{100^2}{120^2} + \frac{y^2}{100^2} = 1 \Rightarrow y = 100 \sqrt{1 - \frac{100^2}{120^2}} \approx 55 \text{ (cm)}$$

Vậy khoảng cách thẳng đứng từ một điểm cách chân khung 20 cm lên đến khung thép gần bằng 55 (cm)

Ví dụ 10: Một tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình

$\frac{x^2}{30^2} - \frac{y^2}{50^2} = 1$. Biết chiều cao của tháp là 120 m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{1}{2}$ khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.

Lời giải



Gọi r, R lần lượt là bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.

Vì khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng $\frac{1}{2}$ khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy và chiều cao của tháp là 120 m nên khoảng cách từ nóc đến tâm đối xứng bằng 40 m và khoảng cách từ đáy đến tâm đối xứng bằng 80 m

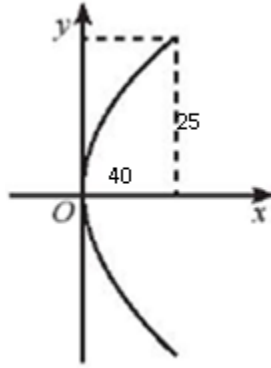
Hypebol đi qua hai điểm $N(r; 40)$ và $M(R; -80)$

Thế tọa độ hai điểm M, N vào phương trình hypebol ta được

$$\begin{cases} \frac{r^2}{30^2} - \frac{40^2}{50^2} = 1 \\ \frac{R^2}{30^2} - \frac{80^2}{50^2} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 30\sqrt{1 + \frac{40^2}{50^2}} \approx 38 \text{ (m)} \\ R = 30\sqrt{1 + \frac{80^2}{50^2}} \approx 57 \text{ (m)} \end{cases}$$

Ví dụ 7: Gương phản chiếu của một đèn pha có mặt cắt là một parabol (P) với tim bóng đèn đặt ở tiêu điểm F . Chiều rộng giữa hai mép gương là 50 cm, chiều sâu của gương là 40 cm. Viết phương trình chính tắc của (P)

Lời giải



Phương trình của parabol có dạng $y^2 = 2px$. Parabol đi qua điểm $M(40; 25)$ nên ta được

$$25^2 = 2p \cdot 40 \Rightarrow p = \frac{25^2}{2 \cdot 40} = \frac{125}{16}.$$

Vậy phương trình chính tắc của (P) là $y^2 = \frac{125}{8}x$.