

Chương 5

CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG CỦA MẪU SỐ LIỆU KHÔNG GHÉP NHÓM

Bài 1

SỐ GẦN ĐÚNG VÀ SAI SỐ

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số gần đúng

◀ **Định nghĩa 1.1.** Số gần đúng Trong nhiều trường hợp, ta không biết hoặc khó biết số đúng (kí hiệu là \bar{a}) mà chỉ tìm được giá trị khác xấp xỉ nó. Giá trị này được gọi là số gần đúng, kí hiệu là a .

2. Sai số tuyệt đối và sai số tương đối

2.1. Sai số tuyệt đối

Giá trị $|a - \bar{a}|$ phản ánh mức độ sai lệch giữa số đúng \bar{a} và số gần đúng a , được gọi là sai số tuyệt đối của số gần đúng a , kí hiệu là Δ_a , tức là

$$\Delta_a = |a - \bar{a}|.$$

⚠ *Trên thực tế, nhiều khi ta không biết \bar{a} nên cũng không biết Δ_a . Tuy nhiên, ta có thể đánh giá được Δ_a không vượt quá một số dương d nào đó.*

Nếu $\Delta_a \leq d$ thì $a - d \leq \bar{a} \leq a + d$, khi đó ta viết $\bar{a} = a \pm d$ và hiểu là số đúng \bar{a} nằm trong đoạn $[a - d; a + d]$. Do d càng nhỏ thì a càng gần \bar{a} nên d được gọi là độ chính xác của số gần đúng.

2.2. Sai số tương đối

Sai số tương đối của số gần đúng a , kí hiệu là δ_a , là tỉ số giữa sai số tuyệt đối và $|a|$, tức là $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}$.



CHÚ Ý

Nếu $\bar{a} = a \pm d$ thì $\Delta_a \leq d$, do đó $\delta_a \leq \frac{d}{|a|}$. Nếu $\frac{d}{|a|}$ càng nhỏ thì chất lượng của phép đo hay tính toán càng cao. Người ta thường viết sai số tương đối dưới dạng phần trăm.

3. Quy tròn số gần đúng

Số thu được sau khi thực hiện làm tròn số được gọi là số quy tròn. Số quy tròn là một số gần đúng của số ban đầu.

Quy tắc quy tròn số

☑ Đối với chữ số hàng làm tròn:

- ☉ Giữ nguyên nếu chữ số ngay bên phải nó nhỏ hơn 5;
- ☉ Tăng 1 đơn vị nếu chữ số ngay bên phải nó lớn hơn hoặc bằng 5.

☑ Đối với chữ số sau hàng làm tròn:

1. Số gần đúng và sai số

- ☑ Bỏ đi nếu ở phần thập phân;
- ☑ Thay bởi các chữ số 0 nếu ở phần số nguyên.

CHÚ Ý

- ☑ Khi thay số đúng bởi số quy tròn đến một hàng nào đó thì sai số tuyệt đối của số quy tròn không vượt quá nửa đơn vị của hàng làm tròn.
- ☑ Cho số gần đúng a với độ chính xác d . Khi được yêu cầu làm tròn số a mà không nói rõ làm tròn đến hàng nào thì ta làm tròn số a đến hàng thấp nhất mà d nhỏ hơn 1 đơn vị của hàng đó.

B – CÁC DẠNG TOÁN

Dạng 1. Xác định số gần đúng của một số với độ chính xác cho trước, đánh giá độ chính xác

1. Ví dụ minh họa

☞ **Ví dụ 1.** Đỉnh Everest được mệnh danh là "nóc nhà của thế giới", bởi đây là đỉnh núi cao nhất trên Trái Đất so với mực nước biển. Có rất nhiều con số khác nhau đã từng được công bố về chiều cao của đỉnh Everest

8848 m; 8848,13 m; 8844,43 m; 8850 m;...

Các con số này đều là số gần đúng chiều cao của đỉnh Everest.

☞ **Ví dụ 2.** Điền dấu "X" vào ô tương ứng

Thông tin	Số đúng	Số gần đúng
Bán kính đường Xích Đạo của Trái Đất là 6 378 km		
Khoảng cách từ Mặt Trăng đến Trái Đất là 384 400 km		
1 m=100 cm		

☞ Lời giải.

Thông tin	Số đúng	Số gần đúng
Bán kính đường Xích Đạo của Trái Đất là 6 378 km		X
Khoảng cách từ Mặt Trăng đến Trái Đất là 384 400 km		X
1 m=100 cm	X	

☞ **Ví dụ 3.** Gọi d là độ dài đường chéo của hình vuông cạnh bằng 1. Trong hai số $\sqrt{2}$ và 1,41 số nào là số đúng, số nào là số gần đúng của d ?

☞ Lời giải.

Hình vuông có cạnh bằng 1 có độ dài của đường chéo là $d = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$.

Vậy $\sqrt{2}$ là số đúng; 1,41 là số gần đúng của d .

☞ **Ví dụ 4.** Giả sử khối lượng đúng của một hộp kẹo là 0,85 kg. Bình và An cân hộp kẹo này và ghi nhận kết quả lần lượt là 0,8 kg và 1 kg.

- Tìm sai số tuyệt đối của kết quả cân của mỗi bạn.
- Kết quả cân của bạn nào chính xác hơn? Vì sao?

Lời giải.

- Sai số tuyệt đối của kết quả cân của bạn Bình là $0,85 - 0,8 = 0,05$ kg.
Sai số tuyệt đối của kết quả cân của bạn An là $1 - 0,85 = 0,15$ kg.
- Vì sai số tuyệt đối của bạn Bình nhỏ hơn sai số của bạn An nên kết quả cân của bạn Bình chính xác hơn. □

VD Ví dụ 5. Người ta dùng một đồng hồ bấm giờ với độ chia nhỏ nhất là 0,1 giây và đo được thời gian hoàn thành phần thi bơi của một vận động viên là 27,2 giây.

- Tìm độ chính xác d của phép đo.
- Nếu thời gian đúng là a giây thì hãy tìm khoảng giá trị mà a có thể nhận được.

Lời giải.

- Vì độ chia nhỏ nhất của đồng hồ là 0,1 giây nên độ chính xác của phép đo là $d = \frac{0,1}{2} = 0,05$ giây.
- Ta có $27,2 - 0,05 \leq a < 27,2 + 0,05 \Rightarrow 27,15 \leq a < 27,25$. □

2. Bài tập rèn luyện

Bài 1. Một bao gạo ghi thông tin khối lượng là $5 \pm 0,2$ kg.

- Xác định khối lượng đúng, khối lượng gần đúng và độ chính xác của bao gạo.
- Khối lượng thực của bao gạo nằm trong đoạn nào?

Lời giải.

- Không xác định được khối lượng đúng của bao gạo nhưng ta xem bao gạo có khối lượng là 5 kg. Do đó 5 là khối lượng gần đúng của bao gạo. Độ chính xác là $d = 0,2$ kg.
- Khối lượng thực của bao gạo nằm trong đoạn $[5 - 0,2; 5 + 0,2] = [4,8; 5,2]$. □

Bài 2. Một phép đo đường kính nhân tế bào cho kết quả là $5 \pm 0,3 \mu\text{m}$. Đường kính thực của nhân tế bào thuộc đoạn nào?

Lời giải.

Đường kính thực của nhân tế bào thuộc đoạn $[5 - 0,3; 5 + 0,3] = [4,7; 5,3]$. □

Bài 3. Chiều dài một cái cầu là $l = 1745,25\text{m} \pm 0,01\text{m}$.

- Xác định chiều dài đúng, chiều dài gần đúng và độ chính xác của cái cầu.
- Chiều dài thực của cái cầu nằm trong đoạn nào?

Lời giải.

1. Số gần đúng và sai số

- a) Không xác định được chiều dài đúng của của cái cầu nhưng ta xem cái cầu có chiều dài là 1745,25 m. Do đó 1745,25 là chiều dài gần đúng của cái cầu. Độ chính xác là $d = 0,01$ m.
- b) Chiều dài thực của của cái cầu nằm trong đoạn $[1745,25 - 0,01; 1745,25 + 0,01] = [1745,24; 1745,26]$.

□

✧ **Bài 4.** Biết $\sqrt{7} = 2,6457513 \dots$

- a) Làm tròn kết quả đến phần mười và ước lượng sai số tuyệt đối.
- b) Làm tròn kết quả đến phần nghìn và ước lượng sai số tuyệt đối.

🗨️ **Lời giải.**

- a) Ta có $\sqrt{7} \approx 2,6$.
Sai số tuyệt đối là $\Delta_{\sqrt{7}} = |\sqrt{7} - 2,6| < |2,6457513 - 2,6| = 0,0457513$.
- b) Ta có $\sqrt{7} \approx 2,646$.
Sai số tuyệt đối là $\Delta_{\sqrt{7}} = |\sqrt{7} - 2,646| < |2,6457513 - 2,646| = 0,0002487$.

□

📁 **Dạng 2. Xác định sai số tương đối của số gần đúng**

1. **Ví dụ minh họa**

✧ **Ví dụ 6.** $a = 3,14$ là số gần đúng của $\bar{a} = \pi$.

Ta có $\Delta_a = |\pi - 3,14| < |3,15 - 3,14| = 0,01$.

Ta nói $a = 3,14$ là giá trị gần đúng của π với độ chính xác $d = 0,01$.

✧ **Ví dụ 7.** Một bồn hoa có dạng hình tròn với bán kính là 0,8 m. Hai bạn Ngân và Ánh cùng muốn tính diện tích S của bồn hoa đó. Bạn Ngân lấy một giá trị gần đúng của π là 3,1 và được kết quả là S_1 . Bạn Ánh lấy một giá trị gần đúng của π là 3,14 và được kết quả là S_2 . So sánh sai số tuyệt đối Δ_{S_1} của số gần đúng S_1 và sai số tuyệt đối Δ_{S_2} của số gần đúng S_2 . Bạn nào cho kết quả chính xác hơn?

🗨️ **Lời giải.**

Ta có $S_1 = 3,1 \cdot (0,8)^2 = 1,984$ (m²); $S_2 = 3,14 \cdot (0,8)^2 = 2,0096$ (m²).

Ta thấy $3,1 < 3,14 < \pi$ nên $3,1 \cdot (0,8)^2 < 3,14 \cdot (0,8)^2 < \pi \cdot (0,8)^2$ tức là $S_1 < S_2 < S$.

Suy ra $\Delta_{S_2} = |S - S_2| < |S - S_1| = \Delta_{S_1}$.

Vậy bạn Ánh cho kết quả chính xác hơn.

□

✧ **Ví dụ 8.** Một tờ giấy A4 có dạng hình chữ nhật với chiều dài, chiều rộng lần lượt là 29,7 cm và 21 cm. Tính độ dài đường chéo của tờ giấy A4 đó và xác định độ chính xác của kết quả tìm được.

🗨️ **Lời giải.**

Gọi x là độ dài đường chéo của tờ giấy A4 đã cho.

Theo định lí Pythagore, ta có $x = \sqrt{29,7^2 + 21^2} = \sqrt{882,09 + 441} = \sqrt{1323,09} = 36,3743 \dots$

Nếu lấy giá trị gần đúng của x là 36,37 ta có $36,37 < x < 36,375$.

Suy ra $|x - 36,37| < 36,375 - 36,37 = 0,005$.

Vậy độ dài đường chéo của tờ giấy A4 đã cho là $x \approx 36,37$ và độ chính xác của kết quả tìm được là 0,005 hay nói cách khác $x = 36,37 \pm 0,005$.

□

2. Bài tập rèn luyện

✧ **Bài 1.** Ở Babylon, một tấm đất sét có niên đại khoảng 1900 – 1600 trước Công nguyên đã ghi lại một phát biểu hình học, trong đó ám chỉ ước lượng số π bằng $\frac{25}{8} = 3,1250$. Hãy ước lượng sai số tuyệt đối và sai số tương đối của giá trị gần đúng này, biết $3,141 < \pi < 3,142$.

🗨 **Lời giải.**

$$\text{Sai số tuyệt đối là } \Delta_{\pi} = \left| \frac{25}{8} - \pi \right| < |3,1250 - 3,141| = 0,016.$$

$$\text{Sai số tương đối là } \delta_{\pi} = \frac{\Delta_{\pi}}{3,1250} = 0,00512. \quad \square$$

✧ **Bài 2.** Cho số gần đúng $a = 6547$ với độ chính xác $d = 100$. Hãy viết số quy tròn của số a và ước lượng sai số tương đối của số quy tròn đó.

🗨 **Lời giải.**

$$\text{Số quy tròn là } 7000. \text{ Sai số tuyệt đối là } \Delta_{6547} = |6547 - 7000| = 453.$$

$$\text{Sai số tương đối là } \delta_{6547} = \frac{\Delta_{6547}}{7000} = 0,935285714. \quad \square$$

✧ **Bài 3.** Cho số gần đúng $a = 23748023$ với độ chính xác $d = 101$. Hãy viết số quy tròn của số a và ước lượng sai số tương đối của số quy tròn đó.

🗨 **Lời giải.**

$$\text{Số quy tròn là } 23748000. \text{ Sai số tuyệt đối là } \Delta_{23748023} = |23748000 - 23748023| = 23.$$

$$\text{Sai số tương đối là } \delta_{23748023} = \frac{\Delta_{23748023}}{23748000} = 0,0000009685026107. \quad \square$$

✧ **Bài 4.** Cho biết $\sqrt{3} = 1,7320508\dots$. Hãy quy tròn $\sqrt{3}$ đến hàng phần trăm và ước lượng sai số tương đối.

🗨 **Lời giải.**

$$\text{Số quy tròn là } 1,73. \text{ Sai số tuyệt đối là } \Delta_{\sqrt{3}} = |\sqrt{3} - 1,73| < |1,7320508 - 1,73| = 0,0020508.$$

$$\text{Sai số tương đối là } \delta_{\sqrt{3}} = \frac{\Delta_{\sqrt{3}}}{1,73} = 0,0011854335526. \quad \square$$

✧ **Bài 5.** Cho $\bar{a} = \frac{1}{1+x}$, ($0 < x < 1$). Giả sử ta lấy $a = 1 - x$ làm giá trị gần đúng của \bar{a} . Hãy tính sai số tương đối của a theo x .

🗨 **Lời giải.**

$$\text{Ta có } \Delta_{\bar{a}} = \frac{1}{1+x} - (1-x) = \frac{x^2}{1+x}.$$

$$\text{Sai số tương đối là } \delta_a = \frac{\Delta_{\bar{a}}}{1-x} = \frac{x^2}{1-x^2}. \quad \square$$

📁 Dạng 3. Xác định số quy tròn của số gần đúng với độ chính xác cho trước

1. Ví dụ minh họa

✧ **Ví dụ 9.** Quy tròn số 3,141 đến hàng phần trăm rồi tính sai số tuyệt đối của số quy tròn.

Lời giải.

Khi quy tròn số 3,141 đến hàng phần trăm ta được số 3,14 và sai số tuyệt đối của số quy tròn là $|3,141 - 3,14| = 0,001 < 0,005$. Do vậy 3,14 là số gần đúng của 3,141 với độ chính xác 0,005. \square

Ví dụ 10.

- a) Làm tròn số 2395,3 đến hàng chục, số 18,693 đến hàng phần trăm và số đúng $d \in [5,5; 6,5)$ đến hàng đơn vị. Đánh giá sai số tuyệt đối của phép làm tròn số đúng d .
- b) Cho số gần đúng $a = 2,53$ với độ chính xác $d = 0,01$. Số đúng \bar{a} thuộc đoạn nào? Nếu làm tròn số a thì nên làm tròn đến hàng nào? Vì sao?

Lời giải.

- a) Số quy tròn của số 2395,3 đến hàng chục là 2 400; số quy tròn của số 18,693 đến hàng phần trăm là 18,69. Mọi số đúng $d \in [5,5; 6,5)$ khi làm tròn đến hàng đơn vị đều thu được số quy tròn là 6 và sai số tuyệt đối $|d - 6| \leq 0,5$.
- b) Số đúng \bar{a} thuộc đoạn $[2,53 - 0,01; 2,53 + 0,01]$ hay $[2,52; 2,54]$. Khi làm tròn số gần đúng a ta nên làm tròn đến hàng phần chục do chữ số hàng phần trăm của a là chữ số không chắc chắn đúng. \square

Ví dụ 11. Cho số gần đúng $a = 581\,268$ với độ chính xác $d = 200$. Hãy viết số quy tròn của số a .

Lời giải.

Vì độ chính xác đến hàng trăm $d = 200$ nên ta làm tròn a đến hàng nghìn theo quy tắc làm tròn ở trên. Số quy tròn của a là 581 000. \square

Ví dụ 12. Viết số quy tròn của mỗi số sau với độ chính xác d .

- a) 2 841 331 với $d = 400$; b) 4,1463 với $d = 0,01$; c) 1,4142135 với $d = 0,001$.

Lời giải.

- a) Vì độ chính xác $d = 400$ thỏa mãn $100 < 400 < 500$ nên ta quy tròn số 2 841 331 đến hàng nghìn theo quy tắc ở trên.
Vậy số quy tròn của số 2 841 331 với độ chính xác $d = 400$ là 2 841 000.
- b) Vì độ chính xác $d = 0,01$ thỏa mãn $0,01 < 0,05$ nên ta quy tròn số 4,1463 đến hàng phần mười theo quy tắc ở trên.
Vậy số quy tròn của số 4,1463 với độ chính xác $d = 0,01$ là 4,1.
- c) Vì độ chính xác $d = 0,001$ thỏa mãn $0,001 < 0,005$ nên ta quy tròn số 1,4142135 đến hàng phần trăm theo quy tắc ở trên.
Vậy số quy tròn của số 1,4142135... với độ chính xác $d = 0,001$ là 1,41. \square

2. Bài tập rèn luyện

Bài 1. Làm tròn các số sau đến chữ số hàng chục

- | | | | | |
|--------------|-------------|-------------|--------------|---------------|
| a) 199. | b) 999. | c) 9999. | d) 2683. | e) 1099. |
| f) 12345. | g) 123456. | h) 43781. | i) 454995. | j) 14350. |
| k) 99999. | l) 987698. | m) 3400065. | n) 1000587. | o) 987654. |
| p) 28051989. | q) 2602283. | r) 123,45. | s) 12345,67. | t) 98765,432. |

Lời giải.

- | | | |
|--|--|----------------------------------|
| a) $199 \approx 200$. | b) $999 \approx 1000$. | c) $9999 \approx 10\ 000$. |
| d) $2683 \approx 2680$. | e) $1099 \approx 1100$. | f) $12\ 345 \approx 12\ 350$. |
| g) $123\ 456 \approx 123\ 460$. | h) $43\ 781 \approx 43\ 780$. | i) $454\ 995 \approx 455\ 000$. |
| j) $14\ 350 \approx 14\ 350$. | k) $99\ 999 \approx 100\ 000$. | l) $987\ 698 \approx 987\ 700$. |
| m) $3\ 400\ 065 \approx 3\ 400\ 070$. | n) $1\ 000\ 587 \approx 1\ 000\ 590$. | o) $987\ 654 \approx 987\ 650$. |
| p) $28\ 051\ 989 \approx 28\ 051\ 990$. | q) $2\ 602\ 283 \approx 2\ 602\ 280$. | r) $123,45 \approx 120$. |
| s) $12345,67 \approx 12\ 350$. | t) $98765,432 \approx 98\ 770$. | |

**❖ Bài 2.** Làm tròn các số sau đến chữ số hàng trăm

- | | | | | |
|-------------|---------------|--------------|-------------|------------|
| a) 199. | b) 999. | c) 9999. | d) 1099 | e) 2683. |
| f) 12345. | g) 43781. | h) 14350. | i) 1234567. | j) 454995. |
| k) 99999. | l) 987698. | m) 3400065. | n) 987654. | o) 260283. |
| p) 23456,7. | q) 12345,678. | r) 8765,432. | s) 9999,99. | |

Lời giải.

- | | | |
|--|----------------------------------|--|
| a) $199 \approx 200$. | b) $999 \approx 1000$. | c) $9999 \approx 10\ 000$. |
| d) $1099 \approx 1100$ | e) $2683 \approx 2700$. | f) $12\ 345 \approx 12\ 300$. |
| g) $43\ 781 \approx 43\ 800$. | h) $14\ 350 \approx 14\ 400$. | i) $1\ 234\ 567 \approx 1\ 234\ 600$. |
| j) $454\ 995 \approx 455\ 000$. | k) $99\ 999 \approx 100\ 000$. | l) $987\ 698 \approx 987\ 700$. |
| m) $3\ 400\ 065 \approx 3\ 400\ 100$. | n) $987\ 654 \approx 987\ 700$. | o) $260\ 283 \approx 260\ 300$. |
| p) $23456,7 \approx 23\ 500$. | q) $12345,678 \approx 12\ 300$. | r) $8765,432 \approx 8800$. |
| s) $9999,99 \approx 10\ 000$. | | |

**❖ Bài 3.** Làm tròn các số sau đến chữ số hàng nghìn

- | | | | | |
|-------------|---------------|---------------|--------------|-------------|
| a) 12 345. | b) 43 781. | c) 28 634. | d) 21 999. | e) 22 999. |
| f) 9999. | g) 12 099. | h) 454 995. | i) 14 350. | j) 99 999. |
| k) 987 698. | l) 3 400 065. | m) 1 000 587. | n) 987 654. | o) 260 283. |
| p) 23456,7. | q) 1 234 567 | r) 12345,678. | s) 8765,432. | t) 9999,99. |

Lời giải.

- | | | |
|--|--------------------------------------|--|
| a) $12\ 345 \approx 12\ 000$. | b) $43\ 781 \approx 44\ 000$. | c) $28\ 634 \approx 29\ 000$. |
| d) $21\ 999 \approx 22\ 000$. | e) $22\ 999 \approx 23\ 000$. | f) $9999 \approx 10\ 000$. |
| g) $12\ 099 \approx 12\ 000$. | h) $454\ 995 \approx 455\ 000$. | i) $14\ 350 \approx 14\ 000$. |
| j) $99\ 999 \approx 100\ 000$. | k) $987\ 698 \approx 988\ 000$. | l) $3\ 400\ 065 \approx 3\ 400\ 000$. |
| m) $1\ 000\ 587 \approx 1\ 001\ 000$. | n) $987\ 654 \approx 988\ 000$. | o) $260\ 283 \approx 260\ 000$. |
| p) $23456,7 \approx 23\ 000$. | q) $1\ 234\ 567 \approx 1\ 235\ 000$ | r) $12345,678 \approx 12\ 000$. |
| s) $8765,432 \approx 9000$. | t) $9999,99 \approx 10\ 000$. | |



↔ **Bài 4.** Làm tròn các số sau đến hàng phần mười

- a) 10,00905. b) 60,991. c) 999,994. d) 10,0456. e) 23,0009.
f) 99,999. g) 90,0909. h) 9876,1. i) 1234,56. j) 98765,43.

🗨 **Lời giải.**

- a) $10,00905 \approx 10$. b) $60,991 \approx 61$. c) $999,994 \approx 1000$.
d) $10,0456 \approx 10$. e) $23,0009 \approx 23$. f) $99,999 \approx 100$.
g) $90,0909 \approx 90,1$. h) $9876,1 \approx 9876,1$. i) $1234,56 \approx 1234,6$.
j) $98765,43 \approx 98765,4$.

□

↔ **Bài 5.** Làm tròn các số sau đến hàng phần trăm

- a) 3,0468. b) 12,3475. c) 0,31069. d) 12,516. e) 0,999.
f) 7,923. g) 17,418. h) 79,1364. i) 50,401. j) 0,155.
k) 60,996. l) 12,349. m) 2,9999. n) 123,456. o) 98,7654.

🗨 **Lời giải.**

- a) $3,0468 \approx 3,05$. b) $12,3475 \approx 12,35$. c) $0,31069 \approx 0,31$.
d) $12,516 \approx 12,52$. e) $0,999 \approx 1$. f) $7,923 \approx 7,92$.
g) $17,418 \approx 17,42$. h) $79,1364 \approx 79,14$. i) $50,401 \approx 50,40$.
j) $0,155 \approx 0,16$. k) $60,996 \approx 61$. l) $12,349 \approx 12,35$.
m) $2,9999 \approx 3$. n) $123,456 \approx 123,46$. o) $98,7654 \approx 98,77$.

□

↔ **Bài 6.** Viết số quy tròn của mỗi số sau với độ chính xác d

- a) 1 234 567 với $d = 400$.
b) 8,7654 với $d = 0,01$.
c) 28,4156 với $d = 0,001$.
d) 1,7320508... với $d = 0,0001$.

🗨 **Lời giải.**

- a) Vì độ chính xác $d = 400$ thỏa mãn $100 < 400 < 500$ nên ta quy tròn số 1 234 567 đến hàng nghìn. Vậy số quy tròn của số 1 234 567 với độ chính xác $d = 400$ là 1 235 000.
b) Vì độ chính xác $d = 0,01$ thỏa mãn $0,01 < 0,05$ nên ta quy tròn số 8 7654 đến hàng phần mười. Vậy số quy tròn của số 8 7654 với độ chính xác $d = 0,01$ là 8,8.
c) Vì độ chính xác $d = 0,001$ thỏa mãn $0,001 < 0,005$ nên ta quy tròn số 28,4156 đến hàng phần trăm. Vậy số quy tròn của số 28,4156 với độ chính xác $d = 0,001$ là 28,42.
d) Vì độ chính xác $d = 0,0001$ thỏa mãn $0,0001 < 0,0005$ nên ta quy tròn số 1,7320508... đến hàng phần nghìn. Vậy số quy tròn của số 1,7320508... với độ chính xác $d = 0,0001$ là 1,732.

□

↔ **Bài 7.** Hãy viết số quy tròn của

- a) a biết $\bar{a} = 1\,951\,890 \pm 200$.
 b) b biết $\bar{b} = 1,236 \pm 0,002$.
 c) c biết $\bar{c} = 3,1463 \pm 0,002$.

🗨 **Lời giải.**

- a) a biết $\bar{a} = 1\,951\,890 \pm 200$.
 Vì $d = 200$ thỏa mãn $100 < 200 < 500$ nên ta quy tròn $1\,951\,890$ đến hàng nghìn.
 Vậy $a \approx 1\,952\,000$.
- b) b biết $\bar{b} = 1,236 \pm 0,002$. Vì độ chính xác $d = 0,002$ thỏa mãn $0,002 < 0,005$ nên ta quy tròn số $1,236$ đến hàng phần trăm.
 Vậy $b \approx 1,24$.
- c) c biết $\bar{c} = 3,1463 \pm 0,002$. Vì độ chính xác $d = 0,002$ thỏa mãn $0,002 < 0,005$ nên ta quy tròn số $3,1463$ đến hàng phần trăm.
 Vậy $c \approx 3,15$.

□

↔ **Bài 8.** Chiều dài một cái cầu là $l = 1745,25 \text{ m} \pm 0,01 \text{ m}$. Hãy viết số quy tròn của số gần đúng $1745,25$.

🗨 **Lời giải.**

Vì độ chính xác $d = 0,01$ thỏa mãn $0,01 < 0,05$ nên ta quy tròn số $1745,25$ đến hàng phần mười.
 Vậy số quy tròn của số $1745,25$ với độ chính xác $d = 0,01$ là $1745,3$.

□

📁 Dạng 4. Sử dụng máy tính cầm tay để tính toán với số gần đúng

1. Ví dụ minh họa

↔ **Ví dụ 13.** Sử dụng máy tính cầm tay, tính $3^7 \cdot \sqrt{14}$ (trong kết quả lấy bốn chữ số ở phần thập phân).

🗨 **Lời giải.**

Ấn liên tiếp 3D7\$Os14=

Tiếp tục ấn lần lượt qw31 thì màn hình hiện ra Fix 0 ~ 9?

Ấn tiếp 4= để lấy bốn chữ số thập phân. Kết quả hiện ra màn hình là 8183.0047.

□

↔ **Ví dụ 14.** Dùng máy tính cầm tay, tính kết quả của phép tính $\sqrt[3]{15} : 5 - 2$ (trong kết quả lấy hai chữ số ở phần thập phân).

🗨 **Lời giải.**

Ấn liên tiếp qs15\$P5p2=

Tiếp tục ấn lần lượt qw31 thì màn hình hiện ra Fix 0 ~ 9?

Ấn tiếp 2= để lấy hai chữ số thập phân. Kết quả hiện ra màn hình là -1.51 .

□

↔ **Ví dụ 15.** Gọi P là chu vi của đường tròn bán kính 1 cm . Hãy tìm giá trị gần đúng của P (trong kết quả lấy hai chữ số ở phần thập phân).

🗨 **Lời giải.**

Ấn liên tiếp 20qK =

Tiếp tục ấn lần lượt qw31 thì màn hình hiện ra Fix 0 ~ 9?

Ấn tiếp 2=ndể lấy hai chữ số thập phân. Kết quả hiện ra màn hình là 6.28. □

2. Bài tập rèn luyện

✧ **Bài 1.** Sử dụng máy tính bỏ túi tính gần đúng các số sau (kết quả lấy 4 chữ số thập phân).

a) $3^7 \cdot \sqrt{14}$.

b) $\sqrt[3]{15} \cdot 12^4$.

c) $\sqrt[3]{15} \cdot 14^4$.

☞ **Lời giải.**

a) Dùng máy tính cầm tay ta có $3^7 \cdot \sqrt{14} \approx 8183,004705$.

Vậy số gần đúng của $3^7 \cdot \sqrt{14}$ với 4 chữ số thập phân là 8183,0047.

b) Dùng máy tính cầm tay ta có $\sqrt[3]{15} \cdot 12^4 \approx 51139,37357$.

Vậy số gần đúng của $\sqrt[3]{15} \cdot 12^4$ với 4 chữ số thập phân là 51139,3736.

c) Dùng máy tính cầm tay ta có $\sqrt[3]{15} \cdot 14^4 \approx 94742,00305$.

Vậy số gần đúng của $\sqrt[3]{15} \cdot 14^4$ với 4 chữ số thập phân là 94742,0031. □

✧ **Bài 2.** Thực hiện các phép tính sau trên máy tính cầm tay (trong kết lấy 4 chữ số ở phần thập phân)

a) $4^6 \cdot \sqrt{0,1}$.

b) $\sqrt[8]{2,1^{18} + 1} - \sqrt{2,1^{12} + 1}$.

c) $\frac{1,5^3}{\sqrt[3]{6,8}}$.

☞ **Lời giải.**

a) Dùng máy tính cầm tay ta có $4^6 \cdot \sqrt{0,1} \approx 1295,26893$.

Vậy số gần đúng của $4^6 \cdot \sqrt{0,1}$ với 4 chữ số thập phân là 1295,2689.

b) Dùng máy tính cầm tay ta có $\sqrt[8]{2,1^{18} + 1} - \sqrt{2,1^{12} + 1} \approx -80,46318563$.

Vậy số gần đúng của $\sqrt[8]{2,1^{18} + 1} - \sqrt{2,1^{12} + 1}$ với 4 chữ số thập phân là -80,4632.

c) Dùng máy tính cầm tay ta có $\frac{1,5^3}{\sqrt[3]{6,8}} \approx 1,781438386$.

Vậy số gần đúng của $\frac{1,5^3}{\sqrt[3]{6,8}}$ với 4 chữ số thập phân là 1,7814. □

C - CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM

✧ **Câu 1.** Cho a là số gần đúng của số đúng \bar{a} . Khi đó $\Delta_a = |\bar{a} - a|$ được gọi là

(A) số quy tròn của \bar{a} .

(B) sai số tương đối của số gần đúng a .

(C) sai số tuyệt đối của số gần đúng a .

(D) số quy tròn của a .

☞ **Lời giải.**

$\Delta_a = |\bar{a} - a|$ được gọi là sai số tuyệt đối của số gần đúng a .

Chọn đáp án (C) □

✧ **Câu 2.** Cho số a là số gần đúng của số \bar{a} . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

(A) $a > \bar{a}$.

(B) $a < \bar{a}$.

(C) $|\bar{a} - a| > 0$.

(D) $-a < \bar{a} < a$.

Lời giải.

Do a là số gần đúng của số \bar{a} nên $a > \bar{a}$ hoặc $a < \bar{a}$.

Suy ra $|\bar{a} - a| > 0$.

Chọn đáp án **(C)** □

❖ **Câu 3.** Cho số a là số gần đúng của \bar{a} với độ chính xác d . Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

(A) $\bar{a} = a + d$.

(B) $\bar{a} = a - d$.

(C) $\bar{a} = a$.

(D) $\bar{a} = a \pm d$.

Lời giải.

Nếu a là số gần đúng của \bar{a} với độ chính xác d thì $\bar{a} = a \pm d$.

Chọn đáp án **(D)** □

❖ **Câu 4.** Kết quả làm tròn số $b = 500\sqrt{7}$ đến chữ số thập phân thứ hai là

(A) $b \approx 132,88$.

(B) $b \approx 1322,87$.

(C) $b \approx 1322,8$.

(D) $b \approx 1322,9$.

Lời giải.

Có $b = 500\sqrt{7} \approx 1322,875656$.

Do làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai nên ta có $b \approx 1322,88$.

Chọn đáp án **(A)** □

❖ **Câu 5.** Kết quả làm tròn của số $c = 76324753,3695$ đến hàng nghìn là

(A) $c \approx 76324000$.

(B) $c \approx 76325000$.

(C) $c \approx 76324753,369$.

(D) $c \approx 76324753,37$.

Lời giải.

Làm tròn đến hàng nghìn của $c = 76324753,3695$ ta được $c \approx 76325000$.

Chọn đáp án **(B)** □

❖ **Câu 6.** Viết số quy tròn của số gần đúng $a = 505360,996$ biết $\bar{a} = 505360,996 \pm 100$.

(A) $a \approx 505$.

(B) $a \approx 5054$.

(C) $a \approx 505400$.

(D) $a \approx 505000$.

Lời giải.

Do $\bar{a} = 505360,996 \pm 100$ nên ta làm tròn đến hàng nghìn.

Suy ra $a \approx 505000$.

Chọn đáp án **(D)** □

❖ **Câu 7.** Viết số quy tròn số gần đúng $b = 3257,6254$ với độ chính xác $d = 0,01$.

(A) $b \approx 3257,63$.

(B) $b \approx 3257,62$.

(C) $b \approx 3257,6$.

(D) $b \approx 3257,7$.

Lời giải.

Do $d = 0,01$ nên ta làm tròn đến hàng phần đơn vị. Do đó $b \approx 3257,6$.

Chọn đáp án **(C)** □

❖ **Câu 8.** Cho giá trị gần đúng của số π là $x = 3,141592653589$ với độ chính xác 10^{-10} . Hãy viết số quy tròn của x .

(A) $x \approx 3,141592654$.

(B) $x \approx 3,1415926535$.

(C) $x \approx 3,1415926536$.

(D) $x \approx 3,141592653$.

Lời giải.

Do độ chính xác là 10^{-10} nên ta làm tròn đến chữ số thứ 9 sau dấu ,.

Chọn đáp án **(A)** □

❖ **Câu 9.** Cho $\bar{a} = 1,7059 \pm 0,001$, kết quả làm tròn số $a = 1,7059$ là

(A) 1,71.

(B) 1,706.

(C) 1,7.

(D) 1,705.

🗨 **Lời giải.**

Do $d = 0,001$ nên ta làm tròn đến hàng phần trăm, do đó $a \approx 1,71$.

Chọn đáp án (A)

❖ **Câu 10.** Cho $\bar{a} = 123564 \pm 100$. Kết quả làm tròn số $x = 123564$ là

(A) 12360.

(B) 123000.

(C) 123570.

(D) 124000.

🗨 **Lời giải.**

Do $d = 100$ nên ta làm tròn đến chữ số hàng nghìn.

Chọn đáp án (D)

❖ **Câu 11.** Số gần đúng $a = 173,4592$ có sai số tuyệt đối không vượt quá 0,01. Số quy tròn của a là

(A) 173,45.

(B) 173,46.

(C) 173,5.

(D) 173.

🗨 **Lời giải.**

Số quy tròn của a là 173,5.

Chọn đáp án (C)

❖ **Câu 12.** Trong các số dưới đây, giá trị gần đúng của $\sqrt{30} - 5$ với sai số tuyệt đối bé nhất là

(A) 0,476.

(B) 0,477.

(C) 0,478.

(D) 0,479.

🗨 **Lời giải.**

Dùng máy tính cầm tay ta tính được giá trị gần đúng của $\sqrt{30} - 5$ là 0,477225 nên giá trị gần đúng của nó với sai số tuyệt đối bé nhất trong bốn đáp án trên là 0,477.

Chọn đáp án (B)

❖ **Câu 13.** Nếu lấy 3,14 làm giá trị gần đúng cho số π thì sai số tuyệt đối không vượt quá

(A) 0,01.

(B) 0,02.

(C) 0,03.

(D) 0,04.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $\pi = 3,141592654\dots$

Do $3,14 < \pi = 3,141592654\dots < 3,15$ nên ta có $\Delta = |\pi - 3,14| < |3,15 - 3,14| = 0,01$.

Chọn đáp án (A)

❖ **Câu 14.** Nếu lấy 3,1416 làm giá trị gần đúng cho π thì sai số tuyệt đối không vượt quá

(A) 0,0002.

(B) 0,0003.

(C) 0,0001.

(D) 0,0004.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $\pi = 3,141592654\dots$. Do $3,1415 < \pi = 3,141592654\dots < 3,1416$ nên ta có

$$\Delta = |3,1416 - \pi| < |3,1416 - 3,1415| = 0,0001.$$

Chọn đáp án (C)

❖ **Câu 15.** Cho giá trị gần đúng của $\frac{8}{17}$ là 0,47 thì sai số tuyệt đối không vượt quá

(A) 0,01.

(B) 0,02.

(C) 0,03.

(D) 0,04.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $\frac{8}{17} = 0,4705882\dots$. Do $0,47 < \frac{8}{17} = 0,4705882\dots < 0,48$ nên

$$\Delta = \left| \frac{8}{17} - 0,47 \right| < |0,48 - 0,47| = 0,01.$$

Chọn đáp án **(A)** □

❖ **Câu 16.** Cho giá trị gần đúng của $\frac{3}{7}$ là 0,429 thì sai số tuyệt đối không vượt quá

- (A)** 0,002. **(B)** 0,001. **(C)** 0,003. **(D)** 0,004.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $\frac{3}{7} = 0,428571\dots$

Do $0,428 < \frac{3}{7} = 0,428571\dots < 0,429$ nên $\Delta = \left| 0,429 - \frac{3}{7} \right| < |0,429 - 0,428| = 0,001$.

Chọn đáp án **(B)** □

❖ **Câu 17.** Một vật có thể tích $V = 180,37 \text{ cm}^3 \pm 0,05 \text{ cm}^3$. Nếu lấy $180,37 \text{ cm}^3$ làm giá trị gần đúng cho V thì sai số tương đối của giá trị gần đúng đó không vượt quá

- (A)** 0,03%. **(B)** 0,01%. **(C)** 0,02%. **(D)** 0,001%.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $\delta = \frac{\Delta}{|V|} \leq \frac{d}{|V|} = \frac{0,05}{180,37} \approx 0,03\%$.

Chọn đáp án **(A)** □

❖ **Câu 18.** Số \bar{a} được cho bởi giá trị gần đúng $a = 5,7824$ với sai số tương đối không vượt quá 0,05%. Khi đó, sai số tuyệt đối của a không vượt quá

- (A)** 0,0028912. **(B)** 0,0027912. **(C)** 0,0026912. **(D)** 0,0025912.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|} \leq 0,0005 \Rightarrow \Delta_a \leq 0,0005 \cdot 5,7824 = 0,0028912$.

Chọn đáp án **(A)** □

❖ **Câu 19.** Cho $\bar{a} = \frac{1}{1+x}$ ($0 < x < 1$). Giả sử ta lấy $a = 1-x$ làm giá trị gần đúng của \bar{a} . Khi đó, sai số tương đối của a theo x bằng

- (A)** $\frac{x^2}{1-x^2}$. **(B)** $\frac{x}{1-x}$. **(C)** $\frac{x^2}{1-x}$. **(D)** $\frac{x}{1-x^2}$.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $\Delta_{\bar{a}} = \left| \frac{1}{1+x} - (1-x) \right| = \frac{x^2}{1+x}$. Vậy sai số tương đối là $\delta_a = \frac{\Delta_{\bar{a}}}{|1-x|} = \frac{x^2}{1-x^2}$.

Chọn đáp án **(A)** □

❖ **Câu 20.** Các nhà toán học cổ đại Trung Quốc đã dùng phân số $\frac{22}{7}$ để xấp xỉ số π . Hãy đánh giá sai số tuyệt đối Δ của giá trị gần đúng này, biết $3,1415 < \pi < 3,1416$.

- (A)** $\Delta < 0,0012$. **(B)** $\Delta < 0,0014$. **(C)** $\Delta < 0,0013$. **(D)** $\Delta < 0,0011$.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $\frac{22}{7} < 3,1429$ và $-\pi < -3,1415$ nên $\Delta = \left| \pi - \frac{22}{7} \right| = \frac{22}{7} - \pi < 3,1429 - 3,1415 = 0,0014$.

Chọn đáp án **(B)** □

⇔ **Câu 21.** Hình chữ nhật có các cạnh là $x = 2\text{ m} \pm 1\text{ cm}$ và $y = 5\text{ m} \pm 2\text{ cm}$. Diện tích của hình chữ nhật và sai số tương đối của giá trị đó là

- (A)** 10 m^2 và $\delta \leq 0,91\%$. **(B)** 10 m^2 và $\delta \leq 0,9\%$. **(C)** 10 m^2 và $\delta \leq 0,92\%$. **(D)** 10 m^2 và $\delta \leq 0,93\%$.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $1,99\text{ m} \leq x \leq 2,01\text{ m}$ và $4,98\text{ m} \leq y \leq 5,02\text{ m}$. Khi đó $S = x \cdot y \Rightarrow 9,9102\text{ m}^2 \leq S \leq 10,0902\text{ m}^2 \Rightarrow S = 10\text{ m}^2 \pm 0,0902\text{ m}^2$. Sai số tương đối là $\delta_S \leq \frac{0,0902}{10} \approx 0,9\%$.

Chọn đáp án **(B)** □

Bài 2

CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số trung bình cộng (số trung bình)

↻ **Định nghĩa 2.1.** Số trung bình cộng của mẫu số liệu x_1, x_2, \dots, x_n , kí hiệu là \bar{x} , được tính bằng công thức

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}.$$



a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu thống kê trong bảng phân bố tần số là

Giá trị	x_1	x_2	...	x_k
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

được tính theo công thức

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_kx_k}{n},$$

trong đó n_i tương ứng là tần số của giá trị x_i ($i = 1; 2; \dots; k$) và $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

b) Số trung bình cộng của mẫu số liệu thống kê trong bảng phân bố tần số tương đối

Giá trị	x_1	x_2	...	x_k
Tần số tương đối	f_1	f_2	...	f_k

được tính theo công thức

$$\bar{x} = f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_kx_k,$$

trong đó $f_1 = \frac{n_1}{n}$, $f_2 = \frac{n_2}{n}$, ..., $f_k = \frac{n_k}{n}$ với $n = n_1 + n_2 + \dots + n_k$.

Ý nghĩa Số trung bình cộng cho biết vị trí trung tâm của mẫu số liệu. Khi các số liệu trong mẫu ít sai lệch với số trung bình cộng ta có thể lấy số trung bình cộng làm đại diện cho mẫu số liệu.

2. Trung vị

↻ **Định nghĩa 2.2.** Sắp thứ tự mẫu số liệu gồm n số liệu thành một dãy không giảm (hoặc không tăng).

- ☑ Nếu n là lẻ thì số liệu đứng ở vị trí thứ $\frac{n+1}{2}$ (số đứng chính giữa) gọi là trung vị.
- ☑ Nếu n là chẵn thì số trung bình cộng của hai số liệu đứng ở vị trí thứ $\frac{n}{2}$ và $\frac{n}{2} + 1$ gọi là trung vị.

Trung vị kí hiệu là M_e .



- ☑ Trung vị không nhất thiết là một số trong mẫu số liệu.
- ☑ Khi các số liệu trong mẫu không có sự chênh lệch lớn thì số trung bình cộng và trung vị xấp xỉ nhau.

Ý nghĩa

- ☑ Trung vị là giá trị chia đôi trong mẫu số liệu. Trung vị không bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường trong khi đó số trung bình cộng bị ảnh hưởng bởi giá trị bất thường.

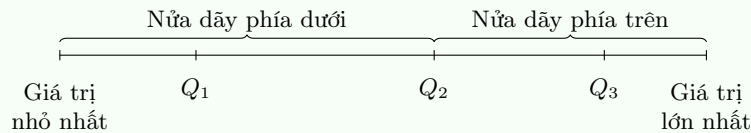
- ☑ Nếu những số liệu trong mẫu có sự chênh lệch lớn thì ta nên chọn thêm trung vị làm đại diện cho mẫu số liệu đó nhằm điều chỉnh một số hạn chế khi sử dụng số trung bình cộng. Những kết luận về đối tượng thống kê rút ra khi đó sẽ tin cậy hơn.

3. Tứ phân vị

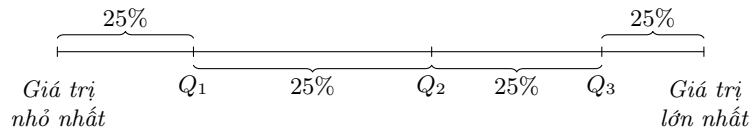
☞ **Định nghĩa 2.3.** Sắp thứ tự mẫu số liệu gồm n số liệu thành một dãy không giảm.

Tứ phân vị của mẫu số liệu trên là bộ ba giá trị tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai và tứ phân vị thứ ba, ba giá trị này chia mẫu số liệu thành bốn phần có số phần tử bằng nhau.

- ☑ Tứ phân vị Q_2 bằng trung vị.
- ☑ Nếu n là chẵn thì tứ phân vị thứ nhất Q_1 bằng trung vị của nửa dãy phía dưới và tứ phân vị thứ ba Q_3 bằng trung vị của nửa dãy phía trên.
- ☑ Nếu n là lẻ thì tứ phân vị thứ nhất Q_1 bằng trung vị của nửa dãy phía dưới (không bao gồm Q_2) và tứ phân vị thứ ba Q_3 bằng trung vị của nửa dãy phía trên (không bao gồm Q_2).



- ☑ Q_1 còn được gọi là tứ phân vị dưới, Q_3 còn được gọi là tứ phân vị trên.
- ☑ Các điểm Q_1, Q_2, Q_3 chia dãy dữ liệu đã sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn thành 4 phần, mỗi phần đều chứa 25% giá trị.



Ý nghĩa

- ☑ Trong thực tế, có những mẫu số liệu mà nhiều số liệu trong mẫu đó vẫn còn sự chênh lệch lớn so với trung vị. Ta nên chọn thêm những số khác cùng làm đại diện cho mẫu đó. Bằng cách lấy thêm trung vị của từng dãy số liệu tách ra bởi trung vị của mẫu nói trên, ta nhận được tứ phân vị đại diện cho mẫu số liệu đó.
- ☑ Bộ ba giá trị Q_1, Q_2, Q_3 trong tứ phân vị phản ánh độ phân tán của mẫu số liệu. Nhưng mỗi giá trị Q_1, Q_2, Q_3 lại đo xu thế trung tâm của phần số liệu tương ứng của mẫu đó.

4. Mốt

☞ **Định nghĩa 2.4.** Mốt của mẫu số liệu là giá trị có tần số lớn nhất trong bảng phân bố tần số và kí hiệu là M_o .

⚠ Một mẫu số liệu có thể có một hoặc nhiều mốt

Ý nghĩa

- ☑ Mốt của một mẫu số liệu đặc trưng cho số lần lặp đi lặp lại nhiều nhất tại một vị trí của mẫu số liệu đó. Dựa vào mốt, ta có thể đưa ra những kết luận (có ích) về đối tượng thống kê.
- ☑ Có thể dùng mốt để đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu khi mẫu số liệu có nhiều giá trị trùng nhau.

B – CÁC VÍ DỤ

1. Số trung bình

↔ **Ví dụ 1.** Trong một cuộc thi tìm hiểu lịch sử địa phương (thang điểm 10), một lớp học tham gia cuộc thi và đạt được số điểm như sau:

Số học sinh	5	12	10	3
Số điểm	5	6	7	9

Hỏi trung bình mỗi học sinh trong lớp đạt bao nhiêu điểm trong cuộc thi?

🗨️ Lời giải.

☑ Số học sinh của lớp là: $5 + 12 + 10 + 3 = 30$ học sinh.

☑ Điểm trung bình mà mỗi bạn đạt được trong cuộc thi là:

$$\frac{5 \cdot 5 + 12 \cdot 6 + 10 \cdot 7 + 3 \cdot 9}{30} \approx 6.47 \text{ điểm.}$$

□

↔ **Ví dụ 2.** Khi nghiên cứu tuổi thọ của một loại bóng đèn, người ta đã chọn tùy ý 10 bóng đèn trong một lô hàng và bật sáng liên tục cho đến khi nó tự tắt. Tuổi thọ của các bóng đèn (tính theo giờ) của các bóng đèn được ghi lại trong bảng sau:

Số bóng đèn	2	3	4	1
Tuổi thọ (giờ)	1150	1160	1170	1180

Hỏi tuổi thọ trung bình của các bóng đèn trong lô hàng là bao nhiêu?

🗨️ Lời giải.

Tuổi thọ trung bình của các bóng đèn trong lô hàng là:

$$\frac{2 \cdot 1150 + 3 \cdot 1160 + 4 \cdot 1170 + 1 \cdot 1180}{10} = 1164 \text{ giờ.}$$

□

↔ **Ví dụ 3.** Trong đợt kiểm tra quân sự thường niên tại một đơn vị, ở bộ môn bắn súng AK mỗi người phải bắn 5 phát súng vào bia. Thang điểm bắn là: 0, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Ở 4 lần bắn trước đó, anh Nam đã đạt được số điểm như sau:

Lần bắn	1	2	3	4	5
Số điểm	8	7	0	9	10

Biết rằng để vượt qua bài kiểm tra, mỗi người phải đạt điểm trung bình trong các lần bắn từ 6.5 điểm trở lên. Tính số điểm ít nhất mà anh Nam cần đạt được trong lần bắn thứ 5 để vượt qua bài kiểm tra.

🗨️ Lời giải.

☑ Gọi điểm số trong lần bắn thứ 5 của anh Nam là n điểm, $n \in \{0, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Khi đó điểm số trung bình mà anh Nam đạt được trong 5 lần bắn là:

$$\frac{8 + 7 + 0 + 9 + n}{5}$$

☑ Theo yêu cầu đề bài, ta có: $\frac{8 + 7 + 0 + 9 + n}{5} \geq 6.5 \Leftrightarrow n \geq 8.5$.

Vì $n \in \{0, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ nên số điểm ít nhất mà anh Nam cần đạt được trong lần bắn thứ 5 để vượt qua bài kiểm tra là 9 điểm.

□

2. Số trung vị

❖ **Ví dụ 4.** Một nhóm gồm 7 học sinh tham gia một cuộc thi và đạt được số điểm như sau: 89, 69, 65, 0, 80, 0, 90. Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

🗨️ Lời giải.

- ☑ Sắp xếp dãy số liệu theo thứ tự không giảm: 0, 0, 65, 69, 80, 89, 90.
- ☑ Dãy trên có 7 giá trị, giá trị chính giữa là 69. Vậy trung vị của dãy số liệu trên bằng 69.

□

❖ **Ví dụ 5.** Số áo bán được trong một cửa hàng trong một quý được ghi lại trong bảng sau:

Cỡ số	36	37	38	39	40	41	42
Số áo bán được	13	45	126	110	126	40	5

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu trên.

🗨️ Lời giải.

- ☑ Số giá trị của dãy số liệu trên là: $13 + 45 + 126 + 110 + 126 + 40 + 5 = 465$.
- ☑ Sắp xếp dãy số liệu theo thứ tự không giảm ta được:
36, ..., 36, 37, ..., 37, 38, ..., 38, 39, ..., 39, 40, ..., 40, 41, ..., 41, 42, ..., 42,
- ☑ Dãy trên có 465 giá trị, giá trị chính giữa là giá trị thứ 233, giá trị này bằng 39. Vậy trung vị của dãy số liệu trên bằng 39.

□

3. Tứ phân vị

❖ **Ví dụ 6.** Số tấn hàng bán ra được trong 6 tháng đầu năm của một công ty được cho như sau: 4, 7, 9, 11, 12, 20. Tìm tứ phân vị dưới của mẫu số liệu trên.

🗨️ Lời giải.

- ☑ Sắp xếp mẫu số liệu trên theo thứ tự không giảm: 4, 7, 9, 11, 12, 20.
- ☑ Mẫu số liệu trên có 6 giá trị, nên trung vị là trung bình cộng của hai số hạng chính giữa: $Q_2 = \frac{9 + 11}{2} = 10$.
- ☑ Như vậy, nửa số liệu bên trái Q_2 là: 4, 7, 9. Mẫu số liệu này có 3 giá trị, nên trung vị là số hạng chính giữa, vậy $Q_1 = 7$.
- ☑ Vậy tứ phân vị dưới của mẫu số liệu đã cho là $Q_1 = 7$.

□

❖ **Ví dụ 7.** Số buổi nghỉ học trong một năm của một nhóm học sinh được cho như sau: 5, 8, 10, 11, 15, 18, 23. Tìm tứ phân vị trên của mẫu số liệu đã cho.

🗨️ Lời giải.

- ☑ Sắp xếp mẫu số liệu trên theo thứ tự không giảm: 5, 8, 10, 11, 15, 18, 23.
- ☑ Mẫu số liệu trên có 7 giá trị, nên trung vị là số hạng chính giữa: $Q_2 = 11$.

- ☑ Nửa số liệu bên phải Q_2 là: 15, 18, 23. Mẫu số liệu này có 3 giá trị, nên trung vị là số hạng chính giữa, vậy $Q_3 = 18$.
- ☑ Vậy tứ phân vị trên của mẫu số liệu đã cho là $Q_3 = 18$.

□

4. Mốt

🔗 **Ví dụ 8.** Giá thành của một sản phẩm (tính theo đơn vị nghìn đồng) của 20 cơ sở sản xuất được cho bởi bảng sau:

15	25	25	30	20	25	35	30	25	30
25	20	35	30	15	25	25	20	25	25

Tìm mốt của mẫu số liệu trên.

🗨️ Lời giải.

- ☑ Lập bảng tần số (số lần xuất hiện của giá trị) cho mẫu số liệu đã cho, ta được

Giá trị	15	20	25	30	35
Tần số	2	3	9	4	2

- ☑ Dựa vào bảng tần số, ta thấy giá trị 25 xuất hiện nhiều nhất (9 lần) nên mốt của dấu hiệu là 25.

□

🔗 **Ví dụ 9.** Số cân nặng của 20 học sinh được ghi lại như sau:

28	35	29	37	30	35	37	30	35	29
30	37	35	35	42	28	35	29	37	20

Tìm mốt của mẫu số liệu trên.

🗨️ Lời giải.

- ☑ Lập bảng tần số (số lần xuất hiện của giá trị) cho mẫu số liệu đã cho, ta được

Giá trị	20	28	29	30	35	37	42
Tần số	1	2	3	3	6	4	1

- ☑ Dựa vào bảng tần số, ta thấy giá trị 35 xuất hiện nhiều nhất (6 lần) nên mốt của dấu hiệu là 35.

□

C – BÀI TẬP TỰ LUẬN

1. Bài tập vận dụng

🔗 **Bài 1.** Khối lượng 30 chi tiết máy được cho bởi bảng sau

Khối lượng (gam)	250	300	350	400	450	500	Cộng
Tần số	4	4	5	6	4	7	30

Tính số trung bình \bar{x} (làm tròn đến chữ số thứ hai sau dấu phẩy) của bảng nói trên.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính số trung bình cho bảng tần số ta có

$$\bar{x} = \frac{250 \cdot 4 + 300 \cdot 4 + 350 \cdot 5 + 400 \cdot 6 + 450 \cdot 4 + 500 \cdot 7}{30} \approx 388,33 \text{ (gam)}.$$

□

Bài 2. Bảng số liệu sau đây thống kê thời gian nảy mầm một loại hạt mới trong các điều kiện khác nhau

Thời gian(phút)	420	440	450	480	500	540
Tần số	8	17	18	16	11	10

Tính giá trị trung bình \bar{x} (làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy) về thời gian nảy mầm loại hạt mới nói trên.

Lời giải.

Áp dụng công thức tính số trung bình cho bảng tần số ta có

$$\bar{x} = \frac{420 \cdot 8 + 440 \cdot 17 + 450 \cdot 18 + 480 \cdot 16 + 500 \cdot 11 + 540 \cdot 10}{80} = 469 \text{ (phút)}.$$

□

Bài 3. Điều tra số học sinh giỏi khối 10 của 15 trường cấp ba trên địa bản tỉnh A, ta được bảng số liệu như sau:

22	29	29	29	30	31	32	32	33	34	34	35	35	35	36
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Tính số trung vị của bảng nói trên.

Lời giải.

Ta có $N = 15$ là số lẻ. Số liệu thứ $\frac{15+1}{2} = 8$. Vậy số trung vị là $M_e = 32$.

□

Bài 4. Điều tra số học sinh của 30 lớp học, ta được bảng số liệu như sau:

35	39	39	40	40	41	41	41	41	44	44	45	45	45	46
48	48	48	48	49	49	49	49	49	49	50	50	50	50	51

Tính số trung vị của bảng nói trên.

Lời giải.

Ta có $N = 30$ là số chẵn. Số liệu thứ 15 và 16 lần lượt là 46, 48.

Vậy số trung vị là $M_e = \frac{46+48}{2} = 47$.

□

Bài 5. Tuổi thọ của 30 bóng đèn được thấp thử (đơn vị: giờ) được cho bởi bảng số liệu thống kê dưới đây

1180	1150	1190	1170	1180	1170	1160	1170	1160	1150	1190	1180	1170	1170	1170
1190	1170	1170	1170	1180	1170	1160	1160	1160	1170	1160	1180	1180	1150	1170

Hãy tính một của bảng số liệu thống kê trên.

Lời giải.

Từ bảng số liệu trên ta suy ra bảng phân bố tần số các giá trị tuổi thọ của 30 bóng đèn như sau

Tuổi thọ (giờ)	1150	1160	1170	1180	1190	Tổng
Tần số	3	6	12	6	3	30

Ta thấy giá trị 1170 có tần số bằng 12 là lớn nhất. Do đó mốt của bảng số liệu là: $M_O = 1170$. □

✧ **Bài 6.** Kết quả kiểm tra chất lượng đầu năm (thang điểm 30) của 41 học sinh của một lớp được cho bởi bảng số liệu thống kê dưới đây

Điểm	9	11	14	16	17	18	20	21	23	25	Tổng
Tần số	3	7	4	4	6	7	3	3	2	2	41

Hãy tính mốt của bảng số liệu thống kê trên.

☞ **Lời giải.**

Ta thấy điểm 11 và điểm 18 có tần số bằng 7 là lớn nhất.

Do đó bảng số liệu có hai mốt là: $M_O^{(1)} = 11$ và $M_O^{(2)} = 18$. □

✧ **Bài 7.** Chiều cao (đơn vị: xăng-ti-mét) của các bạn tổ I ở lớp 10A lần lượt là:

165 155 171 167 159 175 165 160 158

Đối với mẫu số liệu trên, hãy tìm:

- a) Số trung bình cộng. b) Trung vị. c) Mốt. d) Tứ phân vị.

☞ **Lời giải.**

Mẫu số liệu trên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau:

155 158 159 160 165 165 167 171 175

- a) Số trung bình cộng:

$$\bar{x} = \frac{155 + 158 + 159 + 160 + 165 + 165 + 167 + 171 + 175}{9} \approx 163,9 \text{ (cm)}.$$

- b) Ta có $N = 9$ là số lẻ. Số liệu thứ $\frac{9+1}{2} = 5$. Vậy số trung vị là $M_e = 165$.

- c) Ta thấy giá trị 165 có tần số 2 lớn nhất, do đó mốt của mẫu số liệu trên là: $M_O = 165$.

- d) Trung vị của dãy 155 158 159 160 là: $Q_1 = \frac{158 + 159}{2} = 158,5$.

Trung vị của dãy 165 167 171 175 là: $Q_3 = \frac{167 + 171}{2} = 169$.

Vậy $Q_1 = 158,5$ (cm), $Q_2 = 165$ (cm), $Q_3 = 169$. □

✧ **Bài 8.** Số đôi giày bán ra trong Quý IV năm 2020 của một cửa hàng được thống kê trong bảng tần số sau:

Cỡ giày	37	38	39	40	41	42	43	44
Tần số (Số đôi giày bán được)	40	48	52	70	54	47	28	3

- a) Mốt của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

b) Cửa hàng đó nên nhập về nhiều hơn cỡ giày nào để bán trong tháng tiếp theo?

Lời giải.

a) Ta thấy giá trị 40 có tần số 70 lớn nhất, do đó mốt của mẫu số liệu trên là: $M_O = 40$.

b) Cửa hàng nên nhập về nhiều hơn cỡ giày 40 để bán trong tháng tiếp theo.

□

🔗 **Bài 9.** Cho biết nhiệt độ trung bình các tháng trong năm ở Hà Nội.

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ (°C)	16,4	17,0	20,2	23,7	27,3	28,8	28,9	28,2	27,2	24,6	21,4	18,2

(Nguồn: Tập bản đồ Địa lí 6, NXB Giáo dục Việt Nam, 2020)

a) Nhiệt độ trung bình trong năm ở Hà Nội là bao nhiêu?

b) Nhiệt độ trung bình của tháng có giá trị thấp nhất là bao nhiêu độ C? Cao nhất là bao nhiêu độ C?

Lời giải.

a) Nhiệt độ trung bình trong năm ở Hà Nội là:

$$\frac{16,4 + 17,0 + 20,2 + 23,7 + 27,3 + 28,8 + 28,9 + 28,2 + 27,2 + 24,6 + 21,4 + 18,2}{12} \approx 23,5^\circ\text{C}.$$

b) Nhiệt độ trung bình của tháng 1 có giá trị thấp nhất là $16,4^\circ\text{C}$.

Nhiệt độ trung bình của tháng 7 có giá trị cao nhất là $28,9^\circ\text{C}$.

□

🔗 **Bài 10.** Cho biết tổng diện tích rừng từ năm 2008 đến năm 2019 ở nước ta.

Năm	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Tổng diện tích rừng (triệu ha)	13,1	13,2	13,4	13,5	13,9	14,0	13,8	14,1	14,4	14,4	14,5	14,6

(Nguồn: <https://baodantoc.vn>)

a) Diện tích rừng trung bình của nước ta từ năm 2008 đến năm 2019 là bao nhiêu?

b) Từ năm 2008 đến năm 2019, diện tích rừng của năm có giá trị thấp nhất là bao nhiêu triệu héc-ta? Cao nhất là bao nhiêu triệu héc-ta?

c) So với năm 2008, tỉ lệ tổng diện tích rừng của nước ta năm 2019 tăng lên được bao nhiêu phần trăm? Theo em, tỉ lệ tăng đó là cao hay thấp?

d) Hãy tìm hiểu số liệu về tổng diện tích rừng của tỉnh em đang sống trong một số năm gần đây.

Lời giải.

a) Diện tích rừng trung bình của nước ta từ năm 2008 đến năm 2019 là:

$$S_{tb} = \frac{13,1 + 13,2 + 13,4 + 13,5 + 13,9 + 14,0 + 13,8 + 14,1 + 14,4 + 14,4 + 14,5 + 14,6}{12} \approx 13,9 \text{ (triệu ha)}.$$

- b) Năm 2008 diện tích rừng có giá trị thấp nhất là 13,1 (triệu ha).
 Năm 2019 diện tích rừng có giá trị cao nhất là 14,6 (triệu ha).
- c) So với năm 2008, tỉ lệ tổng diện tích rừng của nước ta năm 2019 tăng lên:

$$\frac{14,6 - 13,1}{13,1} \cdot 100\% \approx 11,45\%.$$

Tỉ lệ tăng đó là thấp, vì mỗi năm chỉ tăng xấp xỉ 1%.

- d) Hãy tìm hiểu số liệu về tổng diện tích rừng của tỉnh em đang sống trong một số năm gần đây (HS tự tìm).

□

2. Bài tập về nhà

✦ **Bài 11.** Tìm số trung bình, trung vị, mốt và tứ phân vị của mỗi mẫu số liệu sau đây:

- a) Số điểm mà năm vận động viên bóng rổ ghi được trong một trận đấu"

9 8 15 8 20

- b) Giá của một số loại giày (đơn vị nghìn đồng):

350 300 650 300 450 500 300 250

- c) Số kênh được chiếu của một số hãng truyền hình cáp:

36 38 33 34 32 30 34 35

🗨️ Lời giải.

- a) Sắp xếp lại mẫu số liệu: 8 8 9 15 20.
 Số trung bình: $\bar{x} = \frac{8 + 8 + 9 + 15 + 20}{5} = 12$.
 Trung vị: $Q = 9$.
 Mốt: $M_O = 8$.
 Tứ phân vị: $Q_1 = \frac{8 + 8}{2} = 8$, $Q_2 = 9$, $Q_3 = \frac{15 + 20}{2} = 17,5$.
- b) Sắp xếp lại mẫu số liệu: 250 300 300 300 350 450 500 650.
 Số trung bình: $\bar{x} = \frac{250 + 300 + 300 + 300 + 350 + 450 + 500 + 650}{8} = 387,5$.
 Trung vị: $Q = \frac{300 + 350}{2} = 325$.
 Mốt: $M_O = 300$.
 Tứ phân vị: $Q_1 = 300$, $Q_2 = 325$, $Q_3 = \frac{450 + 500}{2} = 475$.
- c) Sắp xếp lại mẫu số liệu: 30 32 33 34 34 35 36 38.
 Số trung bình: $\bar{x} = \frac{30 + 32 + 33 + 34 + 34 + 35 + 36 + 38}{8} = 34$.
 Trung vị: $Q = 34$.
 Mốt: $M_O = 34$.
 Tứ phân vị: $Q_1 = \frac{32 + 33}{2} = 32,5$, $Q_2 = 34$, $Q_3 = \frac{35 + 36}{2} = 35,5$.

□

✦ **Bài 12.** Hãy chọn số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mỗi mẫu số liệu sau. Giải thích và tính giá trị của số đặc trưng đó.

- a) Số mặt trăng đã biết của các hành tinh:

Hành tinh	Thủy tinh	Kim tinh	Trái đất	Hỏa tinh	Mộc tinh	Thổ tinh	Thiên vương tinh	Hải vương tinh
Số mặt trăng	0	0	1	2	63	34	27	13

(Theo NASA)

b) Số đường chuyền thành công trong một trận đấu của một cầu thủ bóng đá:

32 24 20 14 23.

c) Chỉ số IQ của một nhóm học sinh: 60 72 63 83 68 74 90 86 74 80.

d) Các sai số trong một phép đo: 10 15 18 15 14 13 42 15 12 14 42.

🗨️ Lời giải.

a) Sắp xếp lại số liệu: 0 0 1 2 13 27 34 63.

Trung vị là $Q = \frac{2 + 13}{2} = 7,5$.

Ta không chọn số trung bình vì số trung bình là 17,5 chênh lệch với 63 lớn. Một cũng thế.

b) Các số liệu bài cho không chênh lệch quá lớn với số trung bình nên ta chọn số trung bình.

Số đường chuyền trung bình là: $\bar{x} = \frac{32 + 24 + 20 + 14 + 23}{5} = 22,6$.

c) Các số liệu bài cho không chênh lệch quá lớn với số trung bình nên ta chọn số trung bình.

IQ trung bình là $\bar{x} = \frac{60 + 72 + 63 + 83 + 68 + 74 \cdot 2 + 90 + 86 + 80}{10} = 75$.

d) Ta thấy 42 chênh lệch lớn với các số còn lại nên ta chọn Một để đo xu thế trung tâm.

Mốt là $M_0 = 15$ (tần số là 3).

□

🔗 **Bài 13.** Số lượng học sinh giỏi Quốc gia năm học 2018 – 2019 của 10 trường Trung học phổ thông được cho như sau:

0 0 4 0 0 0 10 0 6 0.

a) Tìm số trung bình, mốt, các tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

b) Giải thích tại sao tứ phân vị thứ nhất và trung vị trùng nhau.

🗨️ Lời giải.

a) Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm: 0 0 0 0 0 0 4 6 10.

Số trung bình $\bar{x} = \frac{0 \cdot 7 + 4 + 6 + 10}{10} = 2$.

Trung vị: $Q_2 = 0$.

Tứ phân vị: + Nửa bên trái của Q_2 : 0 0 0 0 0. Nên $Q_1 = 0$.

+ Nửa bên phải của Q_2 : 0 0 4 6 10. Nên $Q_3 = 4$.

b) Tứ phân vị thứ nhất và trung vị trùng nhau vì mật độ của mẫu số liệu tập trung hết ở nửa trái của trung vị, mẫu số liệu bên trái có số liệu bằng 0 hết.

□

🔗 **Bài 14.** Bảng sau đây cho biết số chỗ ngồi của một số sân vận động được sử dụng trong Giải Bóng đá Vô địch Quốc gia Việt Nam năm 2018 (số liệu gần đúng).

Sân vận động	Cắm Phả	Thiên Trường	Hàng Dẫy	Thanh Hóa	Mỹ Đình
Số chỗ ngồi	20 120	21 315	23 405	20 120	37 546

(Theo *vov.vn*)

Các giá trị số trung bình, trung vị, mốt bị ảnh hưởng thế nào nếu bỏ đi số liệu chỗ ngồi của Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình?

🗨️ Lời giải.

Sắp xếp lại mẫu số liệu: 20 120 20 120 21 315 23 405 37 546.

$$\text{Số trung bình } \bar{x} = \frac{20\,120 + 20\,120 + 21\,315 + 23\,405 + 37\,546}{5} = 24\,501,2.$$

Trung vị: 21 315.

Mốt: 20 120.

Nếu bỏ đi số liệu chỗ ngồi của Sân vận động Quốc gia Mỹ Đình thì số trung bình giảm, trung vị giảm và Mốt thì vẫn giữ nguyên.

Cụ thể: số trung bình là 21 240; trung vị là 20 717,5 và Mốt vẫn là 20 120. □

🔗 **Bài 15.** Một bác sĩ mắt ghi lại tuổi của 30 bệnh nhân mắc bệnh đau mắt hột. Kết quả thu được mẫu số liệu như sau

21	17	22	18	20	17	15	13	15	20	15	12	18	17	25
17	21	15	12	18	16	23	14	18	19	13	16	19	18	17

Tính mốt M_O của bảng số liệu đã cho.

🗨️ Lời giải.

Từ bảng số liệu trên ta suy ra bảng phân bố tần số tuổi của 30 bệnh nhân đau mắt hột như sau

Tuổi	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	25	Tổng
Tần số	2	2	1	4	2	5	5	2	2	2	1	1	1	30

Ta thấy tuổi 17 và 18 có tần số bằng 5 là lớn nhất.

Do đó bảng số liệu có hai mốt là: $M_O^{(1)} = 17$ và $M_O^{(2)} = 18$. □

🔗 **Bài 16.** Điểm bài kiểm tra một tiết môn toán của 40 học sinh lớp 11A1 được thống kê bằng bảng số liệu dưới đây

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	$3n - 8$	$2n + 4$	3	2	4	5	40

Trong đó $n \in \mathbb{N}, n \geq 4$. Tính mốt của bảng số liệu thống kê đã cho.

🗨️ Lời giải.

Vì tổng các số liệu thống kê bằng 40 nên ta có: $5n + 15 = 40 \Leftrightarrow n = 5$.

Với $n = 5$ ta có bảng phân bố tần số

Điểm	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Số học sinh	2	3	7	14	3	2	4	5	40

Vậy mốt của bảng số liệu là: $M_O = 6$. □

✎ **Bài 17.** Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Tần số	12	5	n^2	16	$6n - 5$

Tìm tất cả các số tự nhiên n để $M_O = x_3$ là một duy nhất của bảng phân bố tần số đã cho.

🗨 **Lời giải.**

Từ giả thiết $M_O = x_3$ là một duy nhất của bảng số liệu thống kê đã cho nên ta có

$$\begin{cases} n^2 > 16 \\ n^2 > 6n - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n < -4 \\ n > 4 \\ n < 1 \\ n > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n < -4 \\ n > 5. \end{cases}$$

Vì n là số tự nhiên nên các giá trị n thỏa mãn là: $n > 5$. □

✎ **Bài 18.** Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Tần số	5	2	n	$20 - n$	8

Tìm các số tự nhiên n để $M_O = x_4$ là một duy nhất của bảng số liệu thống kê đã cho.

🗨 **Lời giải.**

Từ giả thiết $M_O = x_4$ là một duy nhất của bảng số liệu thống kê đã cho nên ta có

$$\begin{cases} 20 - n > 8 \\ 20 - n > n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n < 12 \\ n < 10 \end{cases} \Leftrightarrow n < 10.$$

Vì n là số tự nhiên nên các giá trị n thỏa mãn là: $0 \leq n < 10$. □

✎ **Bài 19.** Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
Tần số	5	$n^2 + 3$	3	$7n - 9$	$n + 1$	7

Gọi S là tập hợp tất cả các số n nguyên dương sao cho $M_O = x_2$ và $M_O = x_4$ là hai một của bảng phân bố tần số đã cho. Tính số phần tử của tập hợp S .

🗨 **Lời giải.**

Từ giả thiết x_2 và x_4 là các một của bảng số liệu thống kê đã cho, ta có

$$\begin{cases} n^2 + 3 = 7n - 9 \\ 7n - 9 > n + 1 \\ 7n - 9 > 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2 - 7n + 12 = 0 \\ n > \frac{5}{3} \\ n > \frac{16}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 3 \\ n = 4. \end{cases}$$

Vì n là số nguyên dương nên $n = 3$ và $n = 4$ thỏa mãn. Vậy tập hợp S có 2 phần tử. □

✎ **Bài 20.** Quan sát 9 con chuột chạy qua một mê hồn trận và ghi lại thời gian (tính bằng phút) của chúng trong bảng sau:

Con chuột	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Thời gian chạy	1	2,5	3	1,5	2	1,25	1	0,9	30

- a) Tính số trung bình, số trung vị và mốt của thời gian chuột ra khỏi mê hồn trận?
 b) Trong trường hợp này nên chọn đại lượng nào để thể hiện xu thế trung bình của mẫu?

Lời giải.

a) Số trung bình: $\bar{x} = \frac{1 + 2,5 + \dots + 30}{9} \approx 4,79$.

Sắp xếp dãy số liệu theo thứ tự không giảm: 0,9 1 1 1,25 1,5 2 2,5 3 30.

Số trung vị: $M_e = x_5 = 1,5$.

Mốt: $M_0 = 1$.

- b) Trong trường hợp này ta nên chọn số trung vị để thể hiện xu thế trung bình của mẫu.

□

D – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

❖ **Câu 1.** Điều tra về số con của 40 gia đình ở khu vực, kết quả thu được như sau:

Giá trị (số con)	0	1	2	3	4	Tổng
Tần số	5	9	19	5	2	$N = 40$

Số trung bình \bar{x} của mẫu số liệu trên là

A $\bar{x} = 2,75$.

B $\bar{x} = 1$.

C $\bar{x} = 1,75$.

D $\bar{x} = 3$.

Lời giải.

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 10 + 2 \cdot 17 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 2}{40} = 1,75$$

Chọn đáp án **C**

□

❖ **Câu 2.** Kết quả điểm kiểm tra môn Toán của 40 học sinh lớp 10A được trình bày ở bảng sau:

Điểm	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	2	8	7	10	8	3	2	40

Tính số trung bình cộng của bảng trên. (làm tròn kết quả đến một chữ số thập phân).

A 6,8.

B 6,4.

C 7,0.

D 6,7.

Lời giải.

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 2 + 5 \cdot 8 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 8 + 9 \cdot 3 + 10 \cdot 2}{40} \approx 6,8$$

Chọn đáp án **A**

□

❖ **Câu 3.** Tiền thưởng (triệu đồng) của cán bộ và nhân viên trong một công ty được cho ở bảng sau:

Tiền lương	2	3	4	5	6	Cộng
Tần số	5	15	10	6	4	40

Tính tiền thưởng trung bình.

A 3725000 đồng.

B 3745000 đồng.

C 3715000 đồng.

D 3625000 đồng.

Lời giải.

Số trung bình tiền thưởng trong bảng phân bố trên là: $\bar{x} = \frac{1}{40}(2 \cdot 5 + 3 \cdot 15 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 4) = 3,725$ triệu đồng.

Chọn đáp án **(A)** □

❖ **Câu 4.** Để được cấp chứng chỉ A- Anh văn của một trung tâm ngoại ngữ, học viên phải trải qua 6 lần kiểm tra trắc nghiệm, thang điểm mỗi lần kiểm tra là 100, và phải đạt điểm trung bình từ 70 điểm trở lên. Qua 5 lần thi Minh đạt điểm trung bình là 64,5 điểm. Hỏi trong lần kiểm tra cuối cùng Minh phải đạt ít nhất là bao nhiêu điểm để được cấp chứng chỉ?

(A) 97,5.**(B)** 96,5.**(C)** 94,5.**(D)** 93,5.**Lời giải.**

Gọi x là số điểm trong lần kiểm tra cuối mà Minh cần đạt được để được cấp chứng chỉ Ta có số điểm qua 5 lần thi của Minh là $64,5 \cdot 5 = 322,5$ Suy ra $\frac{x + 322,5}{6} = 70 \Leftrightarrow x = 97,5$.

Chọn đáp án **(A)** □

❖ **Câu 5.** Học sinh tỉnh A (gồm lớp 11 và lớp 12) tham dự kì thi học sinh giỏi Toán của Tỉnh (thang điểm 20) và điểm trung bình của họ là 10. Biết rằng số học sinh lớp 11 nhiều hơn số học sinh lớp 12 là 50% và điểm trung bình của khối 12 cao hơn điểm trung bình của khối 11 là 50%. Điểm trung bình của khối 12 là

(A) 10.**(B)** 11,25.**(C)** 12,5.**(D)** 15.**Lời giải.**

☑ Gọi số học sinh lớp 12 là n . Theo bài ra, số học sinh lớp 11 sẽ là $1,5n$. Gọi điểm trung bình của học sinh lớp 11 là a . Theo bài ra, điểm trung bình của học sinh lớp 12 là $1,5a$.

☑ Tổng số điểm của học sinh lớp 11 là $S = a \cdot 1,5n = 1,5an$.

☑ Tổng số điểm của học sinh lớp 12 là $T = (1,5a)n = 1,5an$. Vậy tổng số điểm của học sinh lớp 11 và 12 là $1,5an + 1,5an = 3an$.

☑ Mặt, ta có tổng số học sinh lớp 11 và 12 là $n + 1,5n = 2,5n$ và điểm trung bình của lớp 11 và 12 là 10. Do đó, tổng số điểm của học sinh lớp 11 và 12 là $10 \cdot (2,5n) = 25n$.

☑ Từ đó ta có $3an = 25n$ hay $a = \frac{25}{3}$,

Vậy điểm trung bình của học sinh lớp 12 là $1,5a = 1,5 \cdot \frac{25}{3} = 12,5$.

Chọn đáp án **(C)** □

❖ **Câu 6.** Điểm thi học kì của một học sinh như sau 4; 6; 2; 7; 3; 5; 9; 8; 7; 10; 9. Số trung bình và số trung vị lần lượt là

(A) 7 và 6.**(B)** 6,(36) và 7.**(C)** 6,22 và 7.**(D)** 6 và 6.**Lời giải.**

Ta có bảng phân bố tần số điểm của học sinh trên như sau

Điểm	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tần số	1	1	1	1	1	2	1	2	1

Số trung bình cộng là $\frac{2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 14 + 8 + 18 + 10}{11} = 6,(36)$.

Số trung vị là số thứ 6 trong dãy sắp thứ tự. Số trung vị là 7.

Chọn đáp án **(B)** □

❖ **Câu 7.** Cho các số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong một năm (kg/sào) của 20 hộ gia đình

111	112	112	113	114	114	115	114	115	116
112	113	113	114	115	114	116	117	113	115

Số trung vị của bảng số liệu thống kê trên là

(A) 113.

(B) 114.

(C) 116.

(D) 115.

🗨 **Lời giải.**

Do có 20 giá trị biến lượng nên số trung vị của bảng số liệu là

$$M_e = \frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) = \frac{1}{2}(114 + 114) = 114\text{kg/sào.}$$

Chọn đáp án (B) □

❖ **Câu 8.** Điểm học kì một của một học sinh được cho bởi bảng số liệu sau (Đơn vị: điểm)

5	6	6	7	7	8	8	8,5	9
---	---	---	---	---	---	---	-----	---

Số trung vị của bảng trên là

(A) 7.

(B) 8.

(C) 9.

(D) 11.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $N = 9$ là số lẻ. Số liệu thứ $\frac{N+1}{2} = 5$ là số trung vị. Do đó số trung vị là $M_e = 7$ (Điểm).

Chọn đáp án (A) □

❖ **Câu 9.** Thống kê điểm kiểm tra môn Lịch sử của 45 học sinh lớp 10A như sau

Điểm	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	2	11	9	16	4	3

Số trung vị trong điểm các bài kiểm tra đó là

(A) 7,5 điểm.

(B) 7,4 điểm.

(C) 8 điểm.

(D) 8,5 điểm.

🗨 **Lời giải.**

Số bài kiểm tra lớp 10A là $2 + 11 + 9 + 16 + 4 + 3 = 45$ bài.

Số trung vị là điểm bài thứ 23 đó là bài điểm 8.

Chọn đáp án (C) □

❖ **Câu 10.** Cho bảng số liệu thống kê chiều cao của một nhóm học sinh như sau

151	152	153	154	155	160	160	162	163	165	165	165	166	167	167
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Số trung vị của bảng số liệu nói trên là

(A) 160.

(B) 162.

(C) 167.

(D) 161.

🗨 **Lời giải.**

Bảng giá trị trên có 15 giá trị được xếp theo thứ tự tăng dần và số thứ 8 có giá trị 162. Do đó số trung vị của bảng số liệu nói trên là 162.

Chọn đáp án (B) □

❖ **Câu 11.** Cho mẫu số liệu 5; 13; 5; 7; 10; 2; 3. Tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là

(A) 3; 5; 10.

(B) 5; 3; 10.

(C) 10; 3; 5.

(D) 10; 5; 3.

Lời giải.

Sắp xếp lại mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được: 2; 3; 5; 5; 7; 10; 13.

- ☑ Vì cỡ mẫu là $n = 7$, là số lẻ, nên giá trị tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 5$.
- ☑ Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 2; 3; 5. Do đó $Q_1 = 3$.
- ☑ Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 7; 10; 13. Do đó $Q_3 = 10$.

Chọn đáp án **(A)** □

☞ **Câu 12.** Cho mẫu số liệu 2; 3; 10; 13; 5; 15; 5; 7. Tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là

- (A)** 11, 5; 6; 4. **(B)** 4; 6; 11, 5. **(C)** 6; 4; 11, 5. **(D)** 6; 11, 5; 4.

Lời giải.

Sắp xếp lại mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được: 2; 3; 5; 5; 7; 10; 13.

- ☑ Vì cỡ mẫu là $n = 8$, là số chẵn, nên giá trị tứ phân vị thứ hai là

$$Q_2 = \frac{1}{2}(5 + 7) = 6.$$

- ☑ Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 2; 3; 5; 5. Do đó $Q_1 = 4$.
- ☑ Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 7; 10; 13; 15. Do đó $Q_3 = 11, 5$.

Chọn đáp án **(B)** □

☞ **Câu 13.** Cho mẫu số liệu 21; 35; 17; 43; 8; 59; 72; 119. Tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là

- (A)** 19; 39; 65, 5. **(B)** 26; 43; 65, 5. **(C)** 39; 19; 65, 5. **(D)** 43; 26; 65, 5.

Lời giải.

Sắp xếp lại mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được: 8; 17; 21; 35; 43; 59; 72; 119.

- ☑ Vì cỡ mẫu là $n = 8$, là số chẵn, nên giá trị tứ phân vị thứ hai là

$$Q_2 = \frac{1}{2}(35 + 43) = 39.$$

- ☑ Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 8; 17; 21; 35. Do đó $Q_1 = 19$.
- ☑ Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 43; 59; 72; 119. Do đó $Q_3 = 65, 5$.

Chọn đáp án **(A)** □

☞ **Câu 14.** Các giá trị xuất hiện nhiều nhất trong mẫu dữ liệu được gọi là

- (A)** Mốt. **(B)** Số trung vị. **(C)** Số trung bình. **(D)** Độ lệch chuẩn.

Lời giải.

Theo định nghĩa, ta có: Các giá trị xuất hiện nhiều nhất trong mẫu dữ liệu được gọi là mốt.

Chọn đáp án **(A)** □

☞ **Câu 15.** Cho bảng phân bố tần số

Tiền thưởng (triệu đồng) cho cán bộ và nhân viên trong một công ty

Tiền thưởng	2	3	4	5	6	Cộng
Tần số	5	15	10	6	7	43

Mốt của bảng phân bố tần số đã cho là

- (A) 5 triệu đồng. (B) 6 triệu đồng. (C) 3 triệu đồng. (D) 2 triệu đồng.

Lời giải.

Mốt là số liệu có tần số lớn nhất, ở đây mốt là 3 triệu đồng.

Chọn đáp án (C) □

⇨ **Câu 16.** Tiền thưởng (triệu đồng) của cán bộ và nhân viên trong một công ty được cho ở bảng sau:

Tiền lương	1	2	3	4	5	Cộng
Tần số	10	12	11	15	2	50

Tính mốt M_O .

- (A) $M_O = 4$. (B) $M_O = 5$. (C) $M_O = 15$. (D) $M_O = 11$.

Lời giải.

Trong bảng phân bố giá trị tiền lương thì 4 triệu có tần số lớn nhất là 15 nên mốt là: $M_O = 4$.

Chọn đáp án (A) □

⇨ **Câu 17.** Điểm kiểm tra môn Toán của 35 học sinh lớp 10A được thống kê trong bảng phân bố tần số sau đây (thang điểm 10):

Điểm	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	2	1	2	1	2	3	x	5	y	4	3	$n = 35$

Biết rằng mẫu số liệu trên có 2 mốt. Giá trị của $x \cdot y$ là

- (A) 36. (B) 35. (C) 27. (D) 32.

Lời giải.

Tổng số học sinh là 35 nên $x + y = 12$, suy ra có ít nhất một trong hai số x hoặc y không nhỏ hơn 6. Vì mẫu số liệu có 2 mốt nên $x = y = 6$ thỏa mãn.

Chọn đáp án (A) □

⇨ **Câu 18.** Cho bảng phân bố tần số sau

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Tần số	3	5	$n + 6$	$20 - n$	9

Trong đó n là số tự nhiên và giá trị x_4 là một duy nhất của bảng số liệu thống kê đã cho. Hãy tìm số n ?

- (A) $n \in [0; 7)$. (B) $n \in [0; 8)$. (C) $n \in (0; 7)$. (D) $n \in (0; 7]$.

Lời giải.

Từ giả thiết x_4 là một duy nhất của bảng số liệu thống kê đã cho nên ta có

$$\begin{cases} 20 - n > 9 \\ 20 - n > n + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n < 11 \\ n < 7 \end{cases} \Leftrightarrow n < 7.$$

Vì n là số tự nhiên nên các giá trị n thỏa mãn là: $0 \leq n < 7$.

Chọn đáp án (A) □

⇨ **Câu 19.** Cho bảng phân bố tần số

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Tần số	2	$x + y$	$2x - y$	5	6

với x, y là các số tự nhiên. Có tất cả các cặp số $(x; y)$ để x_5 là một của bảng số liệu đã cho?

- (A) 13. (B) 12. (C) 14. (D) 16.

Lời giải.

Điều kiện để x_5 là một của bảng số liệu đã cho là:
$$\begin{cases} 0 \leq x + y \leq 6 & (1) \\ 0 \leq 2x - y \leq 6 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) suy ra $y \leq 6 - x$ và $x \leq 6 - y$.

Từ (2) suy ra $2x - 6 \leq y$ và $\frac{y}{2} \leq x$.

$$\text{Do đó } \begin{cases} 2x - 6 \leq 6 - x \\ \frac{y}{2} \leq 6 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases}$$

Từ đó tìm được 14 cặp số thỏa mãn là:

$(0; 0), (1; 0), (1; 1), (1; 2), (2; 0), (2; 1), (2; 2)$
 $(3; 0), (3; 1), (3; 2), (3; 3), (4; 2), (2; 3), (2; 4)$.

Chọn đáp án (C) □

Câu 20. Cho bảng phân bố tần số

Giá trị	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
Tần số	6	$3x + y$	$3y - 3x$	$x + y$	4

với x, y là các số tự nhiên. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ để bảng số liệu thống kê đã cho có một là 3 giá trị khác nhau?

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Lời giải.

Trường hợp 1: các giá trị x_1, x_2, x_3 là một khi
$$\begin{cases} 3x + y = 6 \\ 3y - 3x = 6 \\ x + y < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ x + y < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Trường hợp 2: các giá trị x_1, x_2, x_4 là một khi
$$\begin{cases} 3x + y = 6 \\ x + y = 6 \\ 3y - 3x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 6 \\ y - x < 2 \end{cases}$$

Hệ vô nghiệm vì $\begin{cases} x = 0 \\ y = 6 \end{cases}$ không thỏa mãn bất phương trình $y - x < 2$.

Trường hợp 3: các giá trị x_1, x_3, x_4 là một khi
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ 3y - 3x = 6 \\ 3x + y < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \\ 3x + y < 6 \end{cases}$$

Hệ vô nghiệm vì $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ không thỏa mãn bất phương trình $3x + y < 6$.

Trường hợp 4: các giá trị x_2, x_3, x_4 là một khi
$$\begin{cases} 3x + y = 3y - 3x \\ 3x + y = x + y \\ x + y > 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x + y > 6 \end{cases}$$

Hệ vô nghiệm vì $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ không thỏa mãn bất phương trình $x + y > 6$.

Vậy chỉ có $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Chọn đáp án (B) □

Bài 3

CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO ĐỘ PHÂN TÁN

A – TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị

↔ **Định nghĩa 3.1.** Khoảng biến thiên **Khoảng biến thiên**, kí hiệu là R , là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.

- ☉ Khoảng biến thiên dùng để đo độ phân tán của mẫu số liệu. Khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

↔ **Định nghĩa 3.2.** Khoảng biến thiên **Khoảng tứ phân vị**, kí hiệu là ΔQ , là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất, tức là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1$.

- ☉ Khoảng tứ phân vị cũng là một số đo độ phân tán của mẫu số liệu. Khoảng tứ phân vị càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.
- ☉ Về bản chất, khoảng tứ phân vị là khoảng biến thiên của 50% số liệu chính giữa của mẫu số liệu đã sắp xếp.
- ☉ Một số tài liệu gọi khoảng biến thiên là biên độ và khoảng tứ phân vị là độ trải giữa.

2. Phương sai và độ lệch chuẩn

↔ **Định nghĩa 3.3.** Khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của mẫu số liệu (bỏ qua thông tin của tất cả các giá trị khác), còn khoảng tứ phân vị chỉ sử dụng thông tin của 50% số liệu chính giữa. Có một vài số đặc trưng khác đo độ phân tán sử dụng thông tin của tất cả các giá trị trong mẫu số liệu. Hai trong số đó là phương sai và độ lệch chuẩn.

Cụ thể là với mẫu số liệu x_1, x_2, \dots, x_n , nếu gọi số trung bình là \bar{x} thì với mỗi giá trị x_i , độ lệch của nó so với giá trị trung bình là $x_i - \bar{x}$.

- ☉ Phương sai là giá trị $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$.

- ☉ Căn bậc hai của phương sai, $s = \sqrt{s^2}$, được gọi là độ lệch chuẩn.

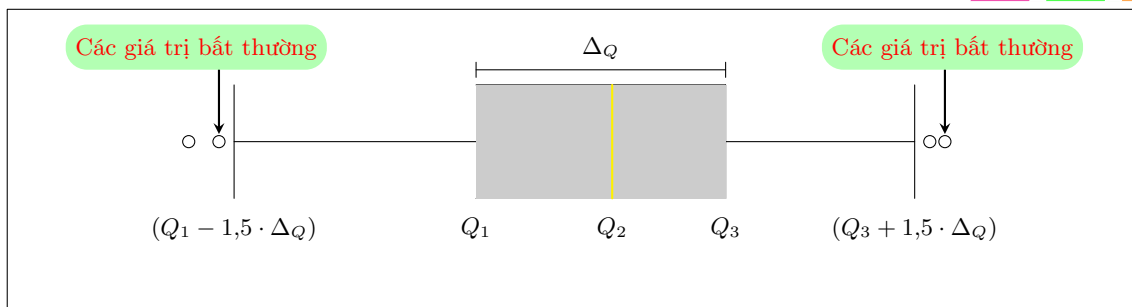
Chú ý. Người ta còn sử dụng đại lượng để đo độ phân tán của mẫu số liệu:

$$\hat{s}^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n - 1}$$

Ý nghĩa. Nếu số liệu càng phân tán thì phương sai và độ lệch chuẩn càng lớn.

3. Phát hiện số liệu bất thường hoặc không chính xác bằng biểu đồ hộp

- ☉ Trong mẫu số liệu thống kê, có khi gặp những giá trị quá lớn hoặc quá nhỏ so với đa số các giá trị khác. Những giá trị này được gọi là **giá trị bất thường**.
- ☉ Ta có thể dùng biểu đồ hộp để phát hiện các giá trị bất thường này.



- ☉ Các số liệu **lớn hơn** $Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q$ hoặc **bé hơn** $Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q$ được xem là giá trị bất thường. Hay các số liệu **không** thuộc đoạn $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q]$ là các số liệu bất thường.

B – CÁC DẠNG TOÁN

📁 Dạng 1. Tìm khoảng biến thiên và so sánh độ phân tán của một hoặc nhiều mẫu số liệu

Để tìm khoảng biến thiên của một mẫu số liệu ta thực hiện các bước giải như sau:

- ☉ **Bước 1** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu.
- ☉ **Bước 2** Khoảng biến thiên của mẫu số liệu được tính bằng hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất tìm được ở trên.
- ☉ **Bước 3** Nếu bài toán cho nhiều mẫu số liệu và yêu cầu so sánh độ phân tán của chúng dựa vào khoảng biến thiên thì hãy chú ý rằng khoảng biến thiên càng lớn thì mẫu số liệu càng phân tán.

🔗 **Ví dụ 1.** Cân nặng (tính theo đơn vị kg) của 10 học sinh được ghi lại như sau:

49 57 66 45 50 41 57 42 55 52

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

🗨️ Lời giải.

Mẫu số liệu có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là 66 và 41.

Do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là $R = 66 - 41 = 25$. □

🔗 **Ví dụ 2.** Chiều cao (tính theo đơn vị m) của các bạn học sinh trong một lớp học được thống kê và ghi lại trong bảng dưới đây:

Chiều cao	1,6	1,61	1,62	1,63	1,64	1,65
Số lượng	3	5	8	9	7	6

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên

🗨️ Lời giải.

Mẫu số liệu có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là 1,65 và 1,61.

Do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là $R = 1,65 - 1,61 = 0,04$. □

🔗 **Ví dụ 3.** Điểm kiểm tra môn Toán của các bạn học sinh Tổ 1 và Tổ 2 lớp 10C như sau:

Tổ 1: 6 9 4 2 7 9 6 10
 Tổ 2: 4 5 6 3 9 5 8 4

Hãy tìm các khoảng biến thiên trong hai mẫu số liệu. Căn cứ vào số liệu này, hãy chỉ ra tổ nào học đều hơn.

🗨️ Lời giải.

Mẫu số liệu “Tổ 1” có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là 10 và 2.

Do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là $R_1 = 10 - 2 = 8$.

Mẫu số liệu “Tổ 2” có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là 66 và 41.

Do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là $R_2 = 9 - 3 = 6$.

Mẫu số liệu “Tổ 2” có

Do $R_1 > R_2$ nên ta nói các bạn Tổ 2 học đều hơn các bạn Tổ 1. □

📁 Dạng 2. Tính phương sai và độ lệch chuẩn

a) Tính phương sai: để tính phương sai s^2 của một mẫu số liệu $\{x_1; x_2; \dots; x_n\}$ ta thực hiện một trong các cách sau:

Cách 1:

☑️ Tính số trung bình: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$.

☑️ Tính các độ lệch: $x_i - \bar{x} (i = \overline{1, n})$.

☑️ Tính các phương sai theo công thức:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}.$$

Cách 2:

☑️ Tính $\sum_{i=1}^n x_i$ và $\sum_{i=1}^n x_i^2$;

☑️ Tính phương sai theo công thức: $s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2$.

b) Tính độ lệch chuẩn: Độ lệch chuẩn s bằng căn bậc 2 của phương sai:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

🔗 **Ví dụ 4.** Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây

Sản lượng (x)	20	21	22	23	24	
Tần số (n)	5	8	11	10	6	$n = 40$

a) Tính sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng.

b) Tính phương sai và độ lệch chuẩn.

🗨️ Lời giải.

a) Số trung bình sản lượng của 40 thửa ruộng là

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 20 + 8 \cdot 21 + 11 \cdot 22 + 10 \cdot 23 + 6 \cdot 24}{40} = 22,1 \text{ (tạ)}.$$

b) Tính phương sai.

$$\text{Cách 1: } s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 =$$

$$= \frac{1}{40} [5(20 - 22,1)^2 + 8(21 - 22,1)^2 + 11(22 - 22,1)^2 + 10(23 - 22,1)^2 + 6(24 - 22,1)^2]$$

$$= \frac{1}{40} [5(2,1)^2 + 8(1,1)^2 + 11(0,1)^2 + 10(0,9)^2 + 6(1,9)^2] = \frac{6160}{4000} = 1,54.$$

$$\text{Cách 2: } \sum_{i=1}^5 n_i x_i = 5 \cdot 20 + 8 \cdot 21 + 11 \cdot 22 + 10 \cdot 23 + 6 \cdot 24 = 884;$$

$$\sum_{i=1}^5 n_i x_i^2 = 5 \cdot 20^2 + 8 \cdot 21^2 + 11 \cdot 22^2 + 10 \cdot 23^2 + 6 \cdot 24^2 = 19598.$$

$$\text{Do đó } s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i x_i^2 - \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n n_i x_i \right)^2 = \frac{1}{40} \cdot 19598 - \frac{1}{40^2} \cdot 884^2 = 1,54.$$

$$\text{Tính độ lệch chuẩn: } s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,54} \approx 1,24. \quad \square$$

❖ **Ví dụ 5.** 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Toán (thang điểm là 20). Kết quả được cho trong bảng sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2	$n = 100$

a) Tính số trung bình.

b) Tìm phương sai và độ lệch chuẩn.

💬 **Lời giải.**

a) Tính số trung bình.

$$\sum_{i=1}^{11} n_i x_i = 1 \cdot 9 + 1 \cdot 10 + 3 \cdot 11 + 5 \cdot 12 + 8 \cdot 13 + 13 \cdot 14 + 19 \cdot 15 + 24 \cdot 16 + 14 \cdot 17 + 10 \cdot 18 + 2 \cdot 19 = 1523$$

$$\Rightarrow \text{số trung bình là } \bar{x} = \frac{1523}{100} = 15,23.$$

b) Ta có $\sum_{i=1}^{11} n_i x_i = 1523$ và $\sum_{i=1}^{11} n_i x_i^2 = 23591 \Rightarrow$ phương sai là

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i x_i^2 - \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n n_i x_i \right)^2 = \frac{1}{100} \cdot 23591 - \frac{1}{100^2} \cdot (1523)^2 \approx 3,96.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn là } s = \sqrt{s^2} \approx \sqrt{3,96} \approx 1,99. \quad \square$$

📁 Dạng 3. Tìm các số liệu bất thường của mẫu số liệu

Để tìm các số liệu bất thường của một mẫu số liệu ta thực hiện các bước giải như sau:

- 🔍 **Bước 1** Tìm các tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai, tứ phân vị thứ 3 và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$ của mẫu số liệu.
- 🔍 **Bước 2** Tìm ra đoạn $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q]$.
- 🔍 **Bước 3** Tìm các số liệu **không** thuộc đoạn $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q]$ là các số liệu bất thường.

❖ **Ví dụ 6.** Điểm kiểm tra môn Toán của 10 học sinh sau:

1 7 10 7 7 6 9 8 10 8

Hãy tìm các số liệu bất thường trong mẫu số liệu trên.

Lời giải.

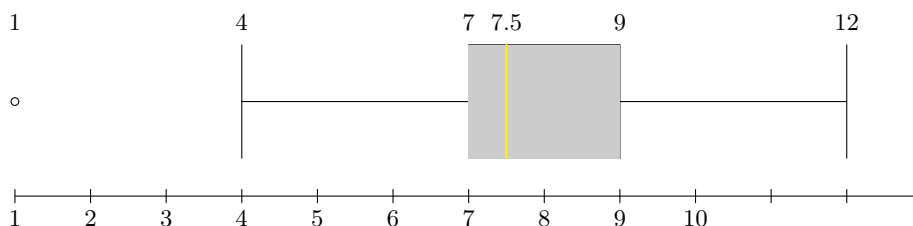
Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm từ trái qua phải như sau

$$1 \quad 6 \quad 7 \quad 7 \quad 7 \quad 8 \quad 8 \quad 9 \quad 10 \quad 10$$

Vì $n = 10$ chẵn nên Q_2 là trung bình cộng của hai số liệu chính giữa. Ta có $Q_2 = \frac{8+7}{2} = 7,5$.

Tứ phân vị dưới $Q_1 = 7$, tứ phân vị trên $Q_3 = 9$ và $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 2$.

Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [4; 12]$. Biểu đồ hộp cho mẫu số liệu là



Vì $1 \notin [4; 12]$ nên là số liệu bất thường trong mẫu số liệu trên. □

C – BÀI TẬP RÈN LUYỆN

✦ **Bài 1.** Hai chữ số cuối số điện thoại của 10 người được thống kê như sau:

23 58 42 11 69 50 13 57 61 72

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 72 - 11 = 61$. □

✦ **Bài 2.** Tuổi thọ trung bình người dân của 11 nước được thống kê như sau:

69 77 75 83 65 75 74 68 73 72 71

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 83 - 65 = 18$. □

✦ **Bài 3.** Thời gian làm câu đầu tiên trong đề thi tuyển sinh vào lớp 10 tại một trường của các bạn học sinh được thống kê và ghi lại trong bảng sau

Thời gian	9	10	11	12	13	14	15
Số lượng học sinh	45	46	57	63	70	61	50

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu thống kê trên.

Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 15 - 9 = 6$. □

✎ **Bài 4.** Điểm thi học kì 2 môn Toán và Ngữ văn của một nhóm học sinh được ghi lại như sau

Toán	9	8,5	7	6,3	5	9,5	8
Ngữ văn	6	6,5	8	7,3	5,5	8,3	6,5

Hãy tìm khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu trên. Từ đó chỉ ra mẫu số liệu có độ phân tán lớn hơn.

☞ **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “Toán” là $R_1 = 9,5 - 5 = 4,5$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “Ngữ văn” là $R_2 = 8,3 - 5,5 = 2,8$.

Do $R_1 > R_2$ nên mẫu số liệu “Toán” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “Ngữ văn”. □

✎ **Bài 5.** Số giờ nắng và độ ẩm (tính theo đơn vị %) trung bình hàng tháng của Hà Nội được thống kê và ghi lại ở bảng sau

Số giờ nắng	74	47	47	90	183	172	195	174	176	167	137	124
Độ ẩm	83,4	87,9	89,4	86,5	82,9	82,2	85,9	87,2	84,2	81,9	81,3	82

Hãy tìm khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu “Số giờ nắng” và “Độ ẩm”. Từ đó chỉ ra mẫu số liệu có độ phân tán lớn hơn.

☞ **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “Số giờ nắng” là $R_1 = 195 - 47 = 48$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “Độ ẩm” là $R_2 = 89,4 - 81,3 = 8,1$.

Do $R_1 > R_2$ nên mẫu số liệu “Số giờ nắng” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “Độ ẩm”. □

✎ **Bài 6.** Một xạ thủ tập bắn, xạ thủ đó đã bắn 30 viên đạn vào bia. Kết quả được cho trong bảng sau

Điểm	6	7	8	9	10	
Tần số	3	4	8	9	6	$n = 30$

a) Tính điểm trung bình của xạ thủ.

b) Tìm phương sai và độ lệch chuẩn.

☞ **Lời giải.**

a) Điểm trung bình của xạ thủ.

$$\bar{x} = \frac{1}{30} (3 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 8 \cdot 8 + 9 \cdot 9 + 6 \cdot 10) \approx 8,37.$$

b) Phương sai

$$s^2 = \frac{1}{30} [3 \cdot (6 - 8,37)^2 + 4 \cdot (7 - 8,37)^2 + 8 \cdot (8 - 8,37)^2 + 9 \cdot (9 - 8,37)^2 + 6 \cdot (10 - 8,37)^2] \approx 1,50.$$

Độ lệch chuẩn là $s = \sqrt{s^2} \approx \sqrt{1,50} \approx 1,22$. □

✎ **Bài 7.** Hai lớp 10A1, 10A2 của một trường Trung học phổ thông X đồng thời làm bài thi môn Toán theo cùng một đề thi. Kết quả thi được trình bày ở hai bảng phân bố tần số sau đây

Điểm thi Toán của lớp 10A1

Điểm thi	5	6	7	8	9	10	Cộng
Tần số	3	7	12	14	3	1	40

Điểm thi Toán của lớp 10A2

Điểm thi	6	7	8	9	Cộng
Tần số	8	18	10	4	40

- a) Tính phương sai, độ lệch chuẩn của các bảng phân bố tần số đã cho.
b) Xét xem kết quả làm bài thi của môn Toán ở lớp nào đồng đều hơn?

🗨️ Lời giải.

a) Trong dãy số liệu về điểm thi của lớp 10A1 ta có

$$\bar{x} = \frac{1}{40}(3 \cdot 5 + 7 \cdot 6 + 12 \cdot 7 + 14 \cdot 8 + 3 \cdot 9 + 1 \cdot 10) = 7,25 \text{ điểm.}$$

Phương sai

$$s_1^2 = \frac{1}{40} [3(5 - 7,25)^2 + 7(6 - 7,25)^2 + 12(7 - 7,25)^2 + 14(8 - 7,25)^2 + 3(9 - 7,25)^2 + 1(10 - 7,25)^2] \approx 1,3.$$

Độ lệch chuẩn $s_1 \approx 1,14$.

Trong dãy số liệu về điểm thi của lớp 10A2 ta có

$$\bar{y} = \frac{1}{40}(8 \cdot 6 + 18 \cdot 7 + 10 \cdot 8 + 4 \cdot 9) = 7,25 \text{ điểm.}$$

Phương sai

$$s_2^2 = \frac{1}{40} [8(6 - 7,25)^2 + 18(7 - 7,25)^2 + 10(8 - 7,25)^2 + 4(9 - 7,25)^2] \approx 0,8.$$

Độ lệch chuẩn $s_2 \approx 0,9$.

b) Các số liệu thống kê có cùng đơn vị đo, $\bar{x} = \bar{y} = 7,25$; $s_1^2 > s_2^2$, suy ra điểm số của các bài thi ở lớp 10A2 là đồng đều hơn. □

🔗 **Bài 8.** Tuổi thọ của 30 bóng đèn được thấp thử (đơn vị: giờ) có kết quả như trong bảng sau:

1180	1179	1187	1190	1187	1198	1568	1178	1185	1184
1178	1180	1185	1179	1180	1198	1179	1198	1569	1191
1185	1184	1179	1180	1184	1198	1180	1178	1179	1178

Hãy tìm các số liệu bất thường trong mẫu số liệu trên.

🗨️ Lời giải.

Sắp xếp các số liệu trong mẫu theo thứ tự không giảm ta có

Số giờ	1178	1179	1180	1184	1185	1187	1190	1191	1198	1568	1569
Số bóng đèn	4	5	5	3	3	2	1	1	4	1	1

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = 1184$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 1179$, tứ phân vị trên $Q_3 = 1190$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 1190 - 1179 = 11$.

Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [1162,5; 1206,5]$.

Từ đó ta có các số 1568 và 1569 là các số liệu bất thường của mẫu số liệu. □

🔗 **Bài 9.** Điều tra thời gian hoàn thành một sản phẩm của 20 công nhân, người ta thu được mẫu số liệu sau (thời gian tính bằng phút)

7	12	13	15	11	13	16	18	19	21
23	21	15	17	16	15	20	13	16	29

Hãy tìm các số liệu bất thường trong mẫu số liệu trên.

🗨️ Lời giải.

Sắp xếp các số liệu trong mẫu theo thứ tự không giảm ta có

3. Các số đặc trưng đo độ phân tán

Số giờ	7	11	12	13	15	16	17	18	19	20	21	23	29
Số lần xuất hiện	1	1	1	3	3	3	1	1	1	1	2	1	1

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = 16$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 13$, tứ phân vị trên $Q_3 = 19,5$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 19,5 - 13 = 6,5$.

Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [3,25; 29,25]$.

Từ đó ta có mẫu số liệu trên không có số liệu bất thường. □

✦ **Bài 10.** Kết quả kiểm tra môn Toán của lớp 10A có 21 học sinh, thể hiện ở bảng dưới đây

10	6	7	7	1	7	6	9	9	10	8	8	7	8	6	7	5	6	7	8	9
----	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Hãy tìm các số liệu bất thường trong mẫu số liệu trên.

🗨 **Lời giải.**

Sắp xếp các số liệu trong mẫu theo thứ tự không giảm ta có

1	5	6	6	6	6	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	9	9	9	10	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = 7$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 6$, tứ phân vị trên $Q_3 = 8,5$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 8,5 - 6 = 2,5$.

Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [2,5; 12,25]$.

Từ đó ta có 1 là số liệu bất thường trong mẫu số liệu. □

✦ **Bài 11.** Một cảnh sát giao thông ghi tốc độ (đơn vị: km/h) của 25 chiếc xe qua trạm như sau:

20	41	41	80	40	52	52	52	60	55	60	60	62
60	65	60	65	135	70	70	65	75	75	70	55	

Hãy tìm các số liệu bất thường trong mẫu số liệu trên.

🗨 **Lời giải.**

Sắp xếp các số liệu trong mẫu theo thứ tự không giảm ta có

Tốc độ	20	40	41	52	55	60	62	65	70	75	80	135
Số lần xuất hiện	1	1	2	3	2	5	1	3	3	2	1	1

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = 60$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 52$, tứ phân vị trên $Q_3 = 70$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 70 - 52 = 18$.

Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [25; 97]$.

Từ đó ta có 135 là số liệu bất thường trong mẫu số liệu. □

✦ **Bài 12.** Thống kê điểm thi môn Toán của 450 học sinh trong một kì thi ở một trường trung học phổ thông. Người ta được bảng số liệu như sau

Điểm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	1	1	1	1	120	200	119	5	1	1

Hãy tìm các số liệu bất thường trong mẫu số liệu trên.

🗨 **Lời giải.**

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = 6$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 5$, tứ phân vị trên $Q_3 = 7$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 7 - 5 = 2$.

Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [2; 10]$.

Từ đó ta có 1 là số liệu bất thường trong mẫu số liệu. □

D – BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

❖ **Câu 1.** Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu thống kê sau:

22 26 31 15 12 4 18 93 17 64 10

- (A) 33. (B) 83. (C) 89. (D) 97.

🗨 **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 93 - 4 = 89$.

Chọn đáp án (C)

❖ **Câu 2.** Hai chữ số cuối giải đặc biệt Xổ số miền Bắc trong 9 ngày được ghi lại như sau:

16 11 25 28 45 42 24 33 11

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

- (A) 18. (B) 34. (C) 56. (D) 27.

🗨 **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 45 - 11 = 34$.

Chọn đáp án (B)

❖ **Câu 3.** Mẫu số liệu nào dưới đây có khoảng biến thiên là 13?

- (A) 11, 28, 56, 12. (B) 6, 12, 33, 23, 11. (C) 25, 9, 13, 10. (D) Tất cả đều sai.

🗨 **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của các mẫu số liệu lần lượt là

☑ $R_1 = 56 - 11 = 45$.

☑ $R_2 = 33 - 6 = 26$.

☑ $R_3 = 25 - 9 = 14$.

Chọn đáp án (D)

❖ **Câu 4.** Mẫu số liệu nào dưới đây có khoảng biến thiên là 53?

- (A) 18, 57, 11, 26. (B) 44, 2, 55, 46, 27. (C) 21, 3, 55, 89. (D) 4, 16, 23, 20.

🗨 **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của các mẫu số liệu lần lượt là

☑ $R_1 = 57 - 11 = 46$.

☑ $R_2 = 55 - 2 = 53$.

☑ $R_3 = 89 - 3 = 86$.

☑ $R_4 = 23 - 4 = 19$.

Chọn đáp án (B)

3. Các số đặc trưng đo độ phân tán

❖ **Câu 5.** Số lượng học sinh có điểm Toán tổng kết cuối học kì I trên 8 ở mỗi lớp của một trường được tổng kết như trong bảng dưới đây

16	11	15	18	21	12	24	23	11
8	9	11	6	27	22	20	35	18

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên

- (A) 11. (B) 29. (C) 37. (D) 25.

🗨 **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 35 - 6 = 29$.

Chọn đáp án (B) □

❖ **Câu 6.** Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu thống kê được cho ở bảng sau

Giá trị	6	7	8	9	10
Tần số	15	18	11	32	19

- (A) 4. (B) 5. (C) 6. (D) 7.

🗨 **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 10 - 6 = 4$.

Chọn đáp án (A) □

❖ **Câu 7.** Sải cánh (tính theo đơn vị cm) của 90 con chim sẽ được thống kê và ghi lại trong bảng dưới đây:

Sải cánh	18	19	20	21	22	23	24
Số lượng	6	11	19	20	15	12	7

- (A) 5. (B) 6. (C) 7. (D) 8.

🗨 **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của các mẫu số liệu lần lượt là

☑ $R_1 = 17 - 3 = 14$.

☑ $R_2 = 43 - 21 = 22$.

☑ $R_3 = 24 - 11 = 13$.

☑ $R_4 = 33 - 13 = 20$.

Chọn đáp án (B) □

❖ **Câu 8.** Trong một tuần, nhiệt độ cao nhất trong ngày (đơn vị °C) tại hai thành phố Hà Nội và TP Hồ Chí Minh được cho như sau:

Hà Nội:	28	27	30	29	27	24	25
TP Hồ Chí Minh:	31	33	32	33	29	32	34

Dựa vào khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu, hãy chỉ ra mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn.

- A Mẫu số liệu “Hà Nội” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “TP Hồ Chí Minh”.
- B Mẫu số liệu “TP Hồ Chí Minh” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “Hà Nội”.
- C Hai mẫu số liệu có độ phân tán bằng nhau.
- D Tất cả đều sai.

🗨️ Lời giải.

Mẫu số liệu “Hà Nội” có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là 30 và 24.

Do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là $R_1 = 30 - 24 = 6$.

Mẫu số liệu “TP Hồ Chí Minh” có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là 33 và 29.

Do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho là $R_2 = 33 - 29 = 4$.

Do $R_1 > R_2$ nên mẫu số liệu “Hà Nội” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “TP Hồ Chí Minh”.

Chọn đáp án A □

🔗 **Câu 9.** Tuổi và giới tính của những đứa trẻ trong một khu trung cư được cho bởi bảng sau

Nam:	10	4	1	6	2	8	5
Nữ:	2	3	6	4	1	7	

Dựa vào khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu “Nam” và “Nữ”, hãy chỉ ra mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn.

- A Mẫu số liệu “Nam” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “Nữ”.
- B Mẫu số liệu “Nam” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “Nữ”.
- C Hai mẫu số liệu có độ phân tán bằng nhau.
- D Tất cả đều sai.

🗨️ Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “Nam” là $R_1 = 10 - 1 = 9$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “Nữ” là $R_2 = 7 - 1 = 6$.

Do $R_1 > R_2$ nên mẫu số liệu “Nam” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “Nữ”.

Chọn đáp án A □

🔗 **Câu 10.** Chỉ số IQ và EQ tương ứng của một nhóm học sinh được đo và ghi lại ở bảng sau

IQ:	95	110	90	105	88	100	111
EQ:	90	105	98	100	93	96	103

Dựa vào khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu “IQ” và “EQ”, hãy chỉ ra mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn.

- A Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.
- B Mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.
- C Hai mẫu số liệu có độ phân tán bằng nhau.
- D Tất cả đều sai.

🗨️ Lời giải.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “IQ” là $R_1 = 111 - 88 = 23$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu “EQ” là $R_2 = 103 - 90 = 13$.

Do $R_1 > R_2$ nên mẫu số liệu “IQ” có độ phân tán lớn hơn mẫu số liệu “EQ”.

Chọn đáp án A □

❖ **Câu 11.** Độ lệch chuẩn là

(A) Bình phương của phương sai.

(B) Một nửa của phương sai.

(C) Căn bậc hai của phương sai.

(D) Căn bậc ba của phương sai.

🗨 **Lời giải.**

Căn bậc hai của phương sai được gọi là độ lệch chuẩn.

Chọn đáp án (C) □

❖ **Câu 12.** Đại lượng đo mức độ biến động, chênh lệch giữa các giá trị trong mẫu số liệu thống kê gọi là

(A) Độ lệch chuẩn.

(B) Số trung vị.

(C) Phương sai.

(D) Tần số.

🗨 **Lời giải.**

Đại lượng đo mức độ biến động, chênh lệch giữa các giá trị trong mẫu số liệu thống kê gọi là phương sai.

Chọn đáp án (C) □

❖ **Câu 13.** Cho dãy số liệu thống kê: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Độ lệch chuẩn của dãy số liệu thống kê gần bằng

(A) 2,30.

(B) 3,30.

(C) 4,30.

(D) 5,30.

🗨 **Lời giải.**

Ta có

$$\bar{x} = \frac{1}{8}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) = 4,5.$$

Phương sai

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{8} [(1 - 4,5)^2 + (2 - 4,5)^2 + (3 - 4,5)^2 + (4 - 4,5)^2 + (5 - 4,5)^2 + (6 - 4,5)^2 + (7 - 4,5)^2 + (8 - 4,5)^2] \\ &= 5,25. \end{aligned}$$

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2} \approx 2,30$.

Chọn đáp án (A) □

❖ **Câu 14.** Cho mẫu số liệu {10, 8, 6, 2, 4}. Độ lệch chuẩn của mẫu là

(A) 2,8.

(B) 8.

(C) 6.

(D) 2,4.

🗨 **Lời giải.**

Ta có

$$\bar{x} = \frac{1}{5}(2 + 4 + 6 + 8 + 10) = 6.$$

Phương sai

$$s^2 = \frac{1}{5} [(2 - 6)^2 + (4 - 6)^2 + (6 - 6)^2 + (8 - 6)^2 + (10 - 6)^2] = 8.$$

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2} \approx 2,8$.

Chọn đáp án (A) □

❖ **Câu 15.** Cho mẫu số liệu thống kê {2, 4, 6, 8, 10}. Phương sai của mẫu số liệu trên là bao nhiêu?

(A) 6.

(B) 8.

(C) 10.

(D) 40.

🗨 **Lời giải.**

Ta có

$$\bar{x} = \frac{1}{5}(2 + 4 + 6 + 8 + 10) = 6.$$

Phương sai

$$s^2 = \frac{1}{5} [(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2] = 8.$$

Chọn đáp án **(B)** □

❖ **Câu 16.** Số ô tô đi qua một cây cầu trong một tuần đếm được như sau: 83; 74; 71; 79; 83; 69; 92. Phương sai và độ lệch chuẩn lần lượt là

(A) 78,71 – 8,87.

(B) 52,99 – 7,28.

(C) 61,82 – 7,86.

(D) 55,63 – 7,46.

🗨 **Lời giải.**

Ta có

$$\bar{x} = \frac{1}{7}(69 + 71 + 74 + 79 + 83 \cdot 2 + 92) \approx 78,7.$$

Phương sai

$$s^2 = \frac{1}{7} [(69 - 78,7)^2 + (71 - 78,7)^2 + (74 - 78,7)^2 + (79 - 78,7)^2 + 2 \cdot (83 - 78,7)^2 + (92 - 78,7)^2] \approx 55,63.$$

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2} \approx 7,46$.

Chọn đáp án **(D)** □

❖ **Câu 17.** Tiền thưởng (triệu đồng) cho cán bộ và nhân viên trong công ty được trình bày trong bảng tần số sau đây

Tiền thưởng (x)	2	3	4	5	6	
Tần số (n)	5	15	10	6	7	$n = 43$

Phương sai là

(A) 1,59.

(B) 1,58.

(C) 1,61.

(D) 1,57.

🗨 **Lời giải.**

Ta có

$$\bar{x} = \frac{1}{43}(5 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 6) \approx 3,88.$$

Phương sai

$$s^2 = \frac{1}{43} [5(2 - 3,88)^2 + 15(3 - 3,88)^2 + 10(4 - 3,88)^2 + 6(5 - 3,88)^2 + 7(6 - 3,88)^2] \approx 1,59.$$

Chọn đáp án **(A)** □

❖ **Câu 18.** Tiền thưởng (triệu đồng) cho cán bộ và nhân viên trong công ty được trình bày trong bảng tần số sau đây

Tiền thưởng (x)	2	3	4	5	6	
Tần số (n)	5	15	10	6	7	$n = 43$

Độ lệch chuẩn là

(A) 1,26.

(B) 1,27.

(C) 1,25.

(D) 1,24.

🗨 **Lời giải.**

Ta có

$$\bar{x} = \frac{1}{43}(5 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 7 \cdot 6) \approx 3,88.$$

Phương sai

$$s^2 = \frac{1}{43} [5(2 - 3,88)^2 + 15(3 - 3,88)^2 + 10(4 - 3,88)^2 + 6(5 - 3,88)^2 + 7(6 - 3,88)^2] \approx 1,59.$$

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2} \approx 1,26$.

Chọn đáp án **(A)**

□

❖ **Câu 19.** Điểm thi toán lớp 10A được trình bày trong bảng tần số sau đây

Điểm thi (x)	6	7	8	9	
Tần số (n)	8	18	10	4	$n = 40$

Độ lệch chuẩn là

(A) 0,89.

(B) 0,88.

(C) 0,87.

(D) 0,86.

🗨 **Lời giải.**

Ta có

$$\bar{x} = \frac{1}{40} (8 \cdot 6 + 18 \cdot 7 + 10 \cdot 8 + 4 \cdot 9) = 7,25.$$

Phương sai

$$s^2 = \frac{1}{40} [8(6 - 7,25)^2 + 18(7 - 7,25)^2 + 10(8 - 7,25)^2 + 4(9 - 7,25)^2] \approx 0,79.$$

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2} \approx 0,89$.

Chọn đáp án **(A)**

□

❖ **Câu 20.** Cho dãy số liệu thống kê 38; 18; 20; 25; 18; 15; 20; 22; 31.

Phương sai của dãy số liệu trên là

(A) 47,3.

(B) 50.

(C) 42.

(D) 43.

🗨 **Lời giải.**

Ta có

$$\bar{x} = \frac{1}{9} (15 + 2 \cdot 18 + 2 \cdot 20 + 22 + 25 + 31 + 38) = 23.$$

Phương sai

$$s^2 = \frac{1}{9} [(15 - 23)^2 + 2(18 - 23)^2 + 2(20 - 23)^2 + (22 - 23)^2 + (25 - 23)^2 + (31 - 23)^2 + (38 - 23)^2] \approx 47,3.$$

Chọn đáp án **(A)**

□

❖ **Câu 21.** Trên con đường A, trạm kiểm soát đã ghi lại tốc độ của 30 chiếc ô tô được trình bày trong bảng tần số sau đây

Vận tốc	60	62	63	65	68	69	70	73	75	76	80	82	83	84	85	88	90
Tần số	2	2	1	2	3	1	2	2	3	2	3	1	1	2	1	1	1

Phương sai của tốc độ ô tô trên con đường A là

(A) 74,77.

(B) 75,36.

(C) 73,63.

(D) 72,1.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $\sum_{i=1}^{17} n_i x_i = 2209$ và $\sum_{i=1}^{17} n_i x_i^2 = 164819 \Rightarrow$ phương sai là

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i x_i^2 - \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n n_i x_i \right)^2 = \frac{1}{30} \cdot 164819 - \frac{1}{30^2} \cdot (2209)^2 \approx 72,1.$$

Chọn đáp án **(D)**

□

❖ **Câu 22.** Trên con đường A, trạm kiểm soát đã ghi lại tốc độ của 30 chiếc ô tô được trình bày trong bảng tần số sau đây

Vận tốc	60	62	63	65	68	69	70	73	75	76	80	82	83	84	85	88	90
Tần số	2	2	1	2	3	1	2	2	3	2	3	1	1	2	1	1	1

(A) 8, 68.

(B) 8, 65.

(C) 8, 58.

(D) 8, 49.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $\sum_{i=1}^{17} n_i x_i = 2209$ và $\sum_{i=1}^{17} n_i x_i^2 = 164819 \Rightarrow$ phương sai là

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n n_i x_i^2 - \frac{1}{n^2} \left(\sum_{i=1}^n n_i x_i \right)^2 = \frac{1}{30} \cdot 164819 - \frac{1}{30^2} \cdot (2209)^2 \approx 72,1.$$

Độ lệch chuẩn là $s = \sqrt{s^2} \approx \sqrt{72,1} \approx 8,49$.

Chọn đáp án (D) □

❖ **Câu 23.** Số lượng khách đến tham quan một điểm du lịch trong 12 tháng như sau

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số khách	430	550	430	520	550	515	550	110	520	430	550	880

Độ lệch chuẩn là

(A) 567, 56.

(B) 163, 84.

(C) 171, 13.

(D) 147, 30.

🗨 **Lời giải.**

Ta có

$$\bar{x} = \frac{1}{12} (3 \cdot 430 + 4 \cdot 550 + 2 \cdot 520 + 515 + 110 + 880) \approx 503.$$

Phương sai

$$s^2 = \frac{1}{12} [3(430 - 503)^2 + 4(550 - 503)^2 + 2(520 - 503)^2 + (515 - 503)^2 + (110 - 503)^2 + (880 - 503)^2] \approx 26843,58.$$

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2} \approx 163,84$.

Chọn đáp án (B) □

❖ **Câu 24.** Một mẫu số liệu thống kê có các tứ phân vị lần lượt là $Q_1 = 22$, $Q_2 = 27$, $Q_3 = 32$. Giá trị nào sau đây là giá trị bất thường của mẫu số liệu?

(A) 30.

(B) 8.

(C) 6.

(D) 46.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 32 - 22 = 10$. Do đó $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [7; 47]$.

Do $6 \notin [7; 47]$ nên là một giá trị bất thường của mẫu số liệu.

Chọn đáp án (C) □

❖ **Câu 25.** Hãy tìm các giá trị bất thường của mẫu số liệu thống kê sau

7 19 6 12 5 17 6 13

(A) 5; 6.

(B) 5; 6; 19.

(C) Không có số liệu bất thường.

(D) 5; 19.

🗨️ Lời giải.

Sắp xếp các số liệu trong mẫu theo thứ tự không giảm ta có

5 6 6 7 12 13 17 19

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = \frac{7+12}{2} = 9,5$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 6$, tứ phân vị trên $Q_3 = 15$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 15 - 6 = 9$.

Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [-7,5; 28,5]$.

Từ đó ta có mẫu số liệu trên không có số liệu bất thường.

Chọn đáp án **C** □

🔗 **Câu 26.** Hãy tìm các giá trị bất thường của mẫu số liệu thống kê sau

20 52 86 80 44 49 57 41 44 55

A 80; 86.

B 41; 80; 86.

C 80; 20; 86.

D 86.

🗨️ Lời giải.

Sắp xếp các số liệu trong mẫu theo thứ tự không giảm ta có

20 41 44 44 49 52 55 57 80 86

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = \frac{49+52}{2} = 50,5$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 44$, tứ phân vị trên $Q_3 = 57$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 57 - 44 = 13$.

Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [24,5; 76,5]$.

Từ đó ta có 80; 20 và 86 là các số liệu bất thường.

Chọn đáp án **C** □

🔗 **Câu 27.** Một mẫu số liệu thống kê có các tứ phân vị lần lượt là $Q_1 = 53$, $Q_2 = 55$, $Q_3 = 61$. Giá trị nào sau đây **không** phải là giá trị bất thường của mẫu số liệu?

A 40.

B 80.

C 73.

D 73,5.

🗨️ Lời giải.

Ta có $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8$. Do đó $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [41; 73]$.

Do $73 \in [41; 73]$ nên không phải là một giá trị bất thường của mẫu số liệu.

Chọn đáp án **C** □

🔗 **Câu 28.** Một mẫu số liệu thống kê có các tứ phân vị lần lượt là $Q_1 = 3$, $Q_2 = 7$, $Q_3 = 12$. Giá trị nào sau đây là giá trị bất thường của mẫu số liệu?

A 22.

B -8,5.

C 26.

D 25,5.

🗨️ Lời giải.

Ta có $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 9$. Do đó $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [-10,5; 25,5]$.

Do $26 \notin [-10,5; 25,5]$ nên là một giá trị bất thường của mẫu số liệu.

Chọn đáp án **C** □

🔗 **Câu 29.** Hãy tìm các giá trị bất thường của mẫu số liệu thống kê sau

10 59 67 72 73 76 88 92 106 111 115 169

A 169.

B 115; 169.

C 111; 169.

D 10; 169.

🗨️ Lời giải.

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = \frac{76 + 88}{2} = 82$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 69,5$, tứ phân vị trên $Q_3 = 103,5$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 103,5 - 69,5 = 34$.
Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [18,5; 154,5]$.
Từ đó ta có 10 và 169 là các số liệu bất thường.
Chọn đáp án **(D)** □

❖ **Câu 30.** Cho mẫu số liệu thống kê sau

-3 5 10 12 14 18 24 26 49 60

Phát biểu nào sau đây là đúng?

- (A)** -3 là giá trị bất thường duy nhất. **(B)** 60 là giá trị bất thường duy nhất.
(C) Không có giá trị bất thường trong mẫu số liệu. **(D)** Mẫu số liệu có nhiều giá trị bất thường.

🗨 **Lời giải.**

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = \frac{14 + 18}{2} = 16$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 10$, tứ phân vị trên $Q_3 = 26$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 26 - 10 = 16$.
Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [-14; 50]$.
Từ đó ta có 60 là các số liệu bất thường duy nhất của mẫu số liệu.
Chọn đáp án **(B)** □

❖ **Câu 31.** Cho mẫu số liệu thống kê sau

10 21 21 23 25 26 28 42

Phát biểu nào sau đây là đúng?

- (A)** 10 là giá trị bất thường duy nhất. **(B)** 42 là giá trị bất thường duy nhất.
(C) Không có giá trị bất thường trong mẫu số liệu. **(D)** Mẫu số liệu có nhiều giá trị bất thường.

🗨 **Lời giải.**

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = \frac{23 + 25}{2} = 24$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 21$, tứ phân vị trên $Q_3 = 27$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 27 - 21 = 6$.
Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [12; 36]$.
Từ đó ta có 10; 42 là các số liệu bất thường của mẫu số liệu.
Chọn đáp án **(D)** □

❖ **Câu 32.** Cho mẫu số liệu thống kê sau

52 47 55 81 61 49 59

Phát biểu nào sau đây là đúng?

- (A)** 81 là giá trị bất thường duy nhất. **(B)** 47 là giá trị bất thường duy nhất.
(C) Không có giá trị bất thường trong mẫu số liệu. **(D)** Mẫu số liệu có nhiều giá trị bất thường.

🗨 **Lời giải.**

Sắp xếp bảng số liệu theo thứ tự không giảm ta có

47 49 52 55 59 61 81

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = 55$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 49$, tứ phân vị trên $Q_3 = 61$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 49 - 61 = 12$.
Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [31; 79]$.
Từ đó ta có 81 là số liệu bất thường của mẫu số liệu.
Chọn đáp án **(A)** □

↔ **Câu 33.** Cho mẫu số liệu thống kê sau

8 10 13 13 14 16 27

Phát biểu nào sau đây là đúng?

- (A) 8 là giá trị bất thường duy nhất. (B) 27 là giá trị bất thường duy nhất.
 (C) Không có giá trị bất thường trong mẫu số liệu. (D) Mẫu số liệu có nhiều giá trị bất thường.

🗨 **Lời giải.**

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = 13$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 10$, tứ phân vị trên $Q_3 = 16$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 16 - 10 = 6$.

Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [1; 25]$.

Từ đó ta có 27 là số liệu bất thường của mẫu số liệu.

Chọn đáp án (B) □

↔ **Câu 34.** Cho mẫu số liệu thống kê sau

44 51 36 19 40 69 49 46

Phát biểu nào sau đây là đúng?

- (A) 19 là giá trị bất thường duy nhất. (B) 69 là giá trị bất thường duy nhất.
 (C) Không có giá trị bất thường trong mẫu số liệu. (D) Mẫu số liệu có nhiều giá trị bất thường.

🗨 **Lời giải.**

Sắp xếp bảng số liệu theo thứ tự không giảm ta có

19 36 40 44 46 49 51 69

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = \frac{44 + 46}{2} = 45$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 38$, tứ phân vị trên $Q_3 = 50$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 50 - 38 = 12$.

Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [20; 68]$.

Do đó không có giá trị bất thường trong mẫu số liệu.

Chọn đáp án (D) □

↔ **Câu 35.** Cho mẫu số liệu thống kê sau

20 22 22 25 28 32 34 43

Phát biểu nào sau đây là đúng?

- (A) 20 là giá trị bất thường duy nhất. (B) 43 là giá trị bất thường duy nhất.
 (C) Không có giá trị bất thường trong mẫu số liệu. (D) Mẫu số liệu có nhiều giá trị bất thường.

🗨 **Lời giải.**

Từ bảng số liệu ta tìm được số trung vị $Q_2 = \frac{25 + 28}{2} = 26,5$, tứ phân vị dưới $Q_1 = 22$, tứ phân vị trên $Q_3 = 33$ và khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 33 - 22 = 11$.

Ta có $[Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q; Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q] = [5,5; 49,5]$.

Từ đó ta có 19, 69 là số liệu bất thường của mẫu số liệu.

Chọn đáp án (C) □

E – BÀI TẬP TỰ LUẬN (BỔ SUNG)

✧ **Bài 13.** Cho mẫu số liệu gồm 15 số dương không hoàn toàn giống nhau. Các số đo độ phân tán (khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, độ lệch chuẩn) sẽ thay đổi như thế nào nếu

- Nhân mỗi giá trị của mẫu số liệu với 3.
- Cộng mỗi giá trị của mẫu số liệu với 3.

🗨 **Lời giải.**

Giả sử 15 số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm là $x_1; x_2; \dots; x_{15}$.

a) Nhân mỗi giá trị của mẫu số liệu với 3. Ta có

- ☑ Khoảng biến thiên $R = 3x_{15} - 3x_1 = 3(x_{15} - x_1)$.
- ☑ Ta có $Q_2 = 3x_8; Q_1 = 3x_4; Q_3 = 3x_{12}$. Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3x_{12} - 3x_4 = 3(x_{12} - x_4)$.
- ☑ Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{\frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} (3x_i - 3\bar{x})^2} = 3\sqrt{\frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2}$.

Vậy khi nhân mỗi giá trị của mẫu số liệu với 3 thì các số đo độ phân tán (khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, độ lệch chuẩn) sẽ tăng lên 3 lần.

b) Cộng mỗi giá trị của mẫu số liệu với 3.

- ☑ Khoảng biến thiên $R = x_{15} + 3 - (x_1 + 3) = x_{15} - x_1$.
- ☑ Ta có $Q_2 = x_8 + 3; Q_1 = x_4 + 3; Q_3 = x_{12} + 3$.
Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = x_{12} + 3 - (x_4 + 3) = x_{12} - x_4$.
- ☑ Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{\frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} (x_i + 3 - (\bar{x} + 3))^2} = \sqrt{\frac{1}{15} \sum_{i=1}^{15} (x_i - \bar{x})^2}$.

Vậy khi cộng mỗi giá trị của mẫu số liệu với 3 thì các số đo độ phân tán (khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị, độ lệch chuẩn) sẽ không thay đổi. □

✧ **Bài 14.** Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số dưới đây:

Sản lượng	20	21	22	23	24
Số thửa ruộng	5	8	11	10	6

- Tính sản lượng trung bình của 40 thửa ruộng?
- Tính phương sai và độ lệch chuẩn.

🗨 **Lời giải.**

a) Số trung bình của sản lượng của 40 thửa ruộng là

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 20 + 8 \cdot 21 + 11 \cdot 22 + 10 \cdot 23 + 6 \cdot 24}{40} = 22,1 \text{ tạ.}$$

b) Tính phương sai

Ta có

$$s^2 = \frac{1}{40} [5(20 - 22,1)^2 + 8(21 - 22,1)^2 + 11(22 - 22,1)^2 + 10(23 - 22,1)^2 + 6(24 - 22,1)^2] = \frac{6160}{4000}.$$

Hay $s^2 = 1,54$.

Tính độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,54} \approx 1,24$. □

✎ **Bài 15.** Số máy tính bán được trong 7 tháng liên tiếp của một cửa hàng được ghi lại trong bảng sau:

83	79	92	71	69	83	74
----	----	----	----	----	----	----

- a) Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.
 b) Tính số trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn.

🗨 **Lời giải.**

a) Các số liệu được sắp xếp lại theo thứ tự không giảm: 69 71 74 79 83 83 92.

Khoảng biến thiên: $R = 92 - 69 = 23$.

Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 83 - 71 = 12$.

b) Số trung bình là $\bar{x} = \frac{83 + 79 + 92 + 71 + 69 + 83 + 74}{7} \approx 78,71$.

Ta có

$$s^2 = \frac{(69 - 87,71)^2 + (71 - 87,71)^2 + (74 - 87,71)^2 + (79 - 87,71)^2 + 2 \cdot (83 - 87,71)^2 + (92 - 87,71)^2}{7} = 55,63.$$

Vậy $s = \sqrt{55,63} \approx 7,46$.

□

✎ **Bài 16.** Kết quả thi kết thúc học kì một của bạn Hoa được ghi lại trong bảng sau:

Văn	Địa	Lý	Hóa	Toán	Anh văn
6,0	8,0	7,5	8,5	7,0	7,5

Tìm số trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn.

🗨 **Lời giải.**

☑ Số trung bình

$$\bar{x} = \frac{6 + 7 + 7,5 \cdot 2 + 8 + 8,5}{6} \approx 7,42.$$

☑ Phương sai

$$s^2 = \frac{(6 - 7,42)^2 + (7 - 7,42)^2 + 2 \cdot (7,5 - 7,42)^2 + (8 - 7,42)^2 + (8,5 - 7,42)^2}{6} \approx 0,62.$$

☑ Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,62} \approx 0,79$.

□

✎ **Bài 17.** Trong sổ theo dõi bán hàng ở một cửa hàng bán xe máy có bảng sau:

Số ngày	0	1	2	3	4	5
Số xe bán	2	13	15	12	7	3

- a) Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.
 b) Tính số trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn.

🗨 **Lời giải.**

a) Khoảng biến thiên $R = 15 - 2 = 13$.

Ta có $Q_1 = 3$; $Q_3 = 13$. Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 13 - 3 = 10$.

b) Số trung bình $\bar{x} = \frac{3 \cdot 5 + 7 \cdot 4 + 12 \cdot 3 + 13 + 15 \cdot 2}{15} \approx 8,13$.

Phương sai $s^2 = \frac{5 \cdot (3 - 8,13)^2 + 4 \cdot (7 - 8,13)^2 + 3 \cdot (12 - 8,13)^2 + (13 - 8,13)^2 + 2 \cdot (15 - 8,13)^2}{15} \approx 19,98$.

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{19,98} \approx 4,47$.

□

✧ **Bài 18.** Bảng sau đây ghi lại tốc độ (km/h) của 20 chiếc ô tô.

40	65	70	68	62	75	80	83	82	69
73	75	85	72	67	88	110	85	72	63

Hãy tìm các giá trị bất thường (nếu có) của mẫu số liệu trên.

🗨️ Lời giải.

Các số liệu được sắp xếp lại theo thứ tự không giảm

40 62 63 65 67 68 69 70 72 72 73 75 75 80 82 83 85 85 88 110

Từ mẫu số liệu ta tính được $Q_1 = 67,5$; $Q_3 = 82,5$.

Do đó khoảng tứ phân vị là: $\Delta_Q = 82,5 - 67,5 = 15$.

Ta có $Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q = 45$; $Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q = 105$.

vậy trong mẫu số liệu có hai giá trị được xem là bất thường là 40 km/h (nhỏ hơn 45 km/h) và 110 km/h (lớn hơn 105 km/h). □

✧ **Bài 19.** Trên hai con đường A và B, trạm kiểm soát đã ghi lại tốc độ (km/h) của 30 chiếc ô tô trên mỗi con đường như sau:

Con đường A:

60	65	70	68	62	75	80	83	82	69	73	75	85	72	67
88	90	85	72	63	75	76	85	84	70	61	60	65	73	76

Con đường B:

76	64	58	82	72	70	68	75	63	67	74	70	79	74	60
80	73	75	71	68	72	73	79	80	63	62	71	70	69	63

a) Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

b) Tính số trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn của tốc độ ô tô trên mỗi con đường A, B.

c) Theo em thì chạy xe trên con đường nào an toàn hơn?

🗨️ Lời giải.

Bảng tần số của các số liệu về tốc độ của xe đi trên con đường A (Bảng A)

Vận tốc	60	61	62	63	65	67	68	69	70	72	73	75	76	80	82	83	84	85	88	90
Số lượng xe	2	1	1	1	2	1	1	1	2	2	2	3	2	1	1	1	1	3	1	1

Bảng tần số của các số liệu về tốc độ của xe đi trên con đường B (Bảng B)

Vận tốc	58	60	62	63	64	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	79	80	82
Số lượng xe	1	1	1	3	1	1	2	1	3	2	2	2	2	2	1	2	2	1

3. Các số đặc trưng đo độ phân tán

a) Khoảng biến thiên: $R_A = 90 - 60 = 30$; $R_B = 82 - 58 = 24$.

Khoảng tứ phân vị của Bảng A

Ta có $Q_1 = 67$; $Q_3 = 82$. Suy ra $\Delta_Q = 82 - 67 = 15$.

Khoảng tứ phân vị của Bảng B

Ta có $Q_1 = 67$; $Q_3 = 75$. Suy ra $\Delta_Q = 75 - 67 = 8$.

b) Với bảng A. Ta có: $\bar{x}_A \approx 73,63$ km/h, $s_A^2 \approx 74,77$, $s_A \approx 8,65$ km/h.

Với bảng B. Ta có: $\bar{x}_B \approx 70,7$ km/h, $s_B^2 \approx 38,21$, $s_B \approx 6,18$ km/h.

c) Nhận xét: Trên con đường B, tốc độ trung bình và độ lệch chuẩn đều nhỏ hơn trên con đường A. Do đó chạy xe trên con đường B sẽ an toàn hơn trên con đường A. □

✦ **Bài 20.** Hai lớp 10A và 10B của một trường THPT cùng làm bài thi môn Toán, chung một đề thi. Kết quả thi được trình bày ở hai bảng phân bố tần số sau đây

Điểm	3	5	6	7	8	9	10	Cộng
Lớp 10A	7	9	3	3	7	12	4	45

Điểm	4	5	6	7	8	9	10	Cộng
Lớp 10B	6	6	7	8	9	5	4	45

a) Hãy tính số trung bình, phương sai, độ lệch chuẩn từ các bảng phân bố tần số đã cho (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

b) Xét xem kết quả bài thi môn Toán của lớp nào đồng đều hơn?

🗨 **Lời giải.**

a) **Lớp 10A:**

$$\text{Số trung bình } \bar{x}_A = \frac{3 \cdot 7 + 5 \cdot 9 + \dots + 10 \cdot 4}{45} \approx 6,87.$$

$$\text{Phương sai } s_A^2 = \frac{(3 - \bar{x}_A)^2 \cdot 7 + \dots + (10 - \bar{x}_A)^2 \cdot 4}{45} \approx 5,38.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn } s_A = \sqrt{s_A^2} \approx 2,32.$$

Lớp 10B:

$$\text{Số trung bình } \bar{x}_B \approx 6,87.$$

$$\text{Phương sai } s_B^2 \approx 3,69.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn } s_B \approx 1,92.$$

b) Kết quả bài thi môn Toán của lớp 10B đồng đều hơn vì $s_B < s_A$. □

✦ **Bài 21.** Bảng số liệu sau cho ta lãi (quy tròn) hàng tháng của một cửa hàng A trong năm 2006 (đơn vị là triệu đồng).

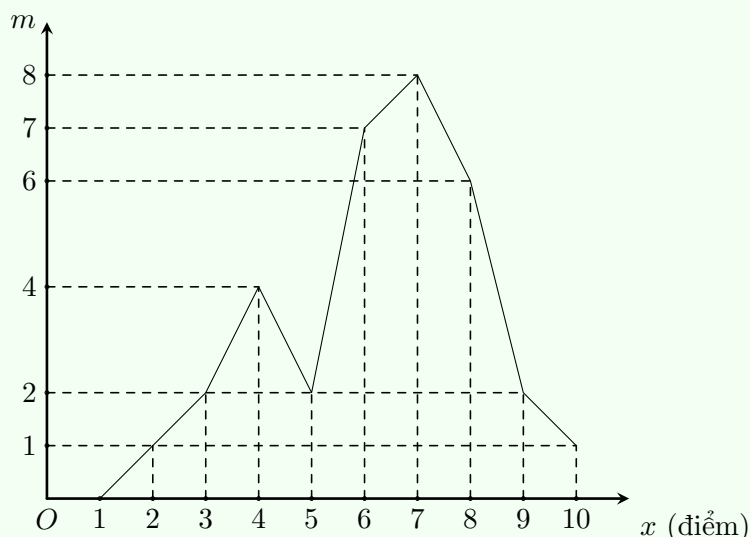
Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Lãi	12	15	18	13	18	16	17	14	18	17	20	17

Tìm số trung bình. Tìm phương sai và độ lệch chuẩn.

🗨 **Lời giải.**

Trung bình cộng: 16,25; phương sai $s^2 \approx 5,02$; độ lệch chuẩn 2,24. □

🔗 **Bài 22.** Cho biểu đồ biểu diễn kết quả học tập của học sinh trong một lớp qua một bài kiểm tra.



Từ biểu đồ trên hãy

- Viết mẫu số liệu thống kê kết quả học tập của học sinh một lớp nhận được từ biểu đồ đã cho.
- Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đó.
- Tìm khoảng tứ phân vị trong mẫu số liệu đó.
- Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó.

Lời giải.

- a) Bảng mẫu số liệu thống kê

Điểm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Số lượng	0	1	2	4	2	7	8	6	2	1

- b) Khoảng biến thiên $R = 10 - 2 = 8$.

- c) Khoảng tứ phân vị

Ta có $Q_1 = 5$; $Q_3 = 8$. Vậy $\Delta_Q = 8 - 5 = 3$.

- d) Điểm trung bình $\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 2 + 6 \cdot 7 + 7 \cdot 8 + 8 \cdot 6 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 1}{33} \approx 6,3$.

Giá trị	Độ lệch	Bình phương độ lệch
2	$6,3 - 2 = 4,3$	18,49
3	$6,3 - 3 = 3,3$	10,89
4	$6,3 - 4 = 2,3$	5,29
5	$6,3 - 5 = 1,3$	1,69
6	$6,3 - 6 = 0,3$	0,09
7	$6,3 - 7 = -0,7$	0,49
8	$6,3 - 8 = -1,7$	2,89
9	$6,3 - 9 = -2,7$	7,29
10	$6,3 - 10 = -3,7$	13,69

Phương sai

$$s^2 = \frac{18,49 + 2 \cdot 10,89 + 4 \cdot 5,29 + 2 \cdot 1,69 + 7 \cdot 0,09 + 8 \cdot 0,49 + 6 \cdot 2,89 + 2 \cdot 7,29 + 13,69}{33} \approx 68,82.$$

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{68,82} \approx 8,3$.



E – CÂU HỎI TRẮC NGHIỆM (BỔ SUNG)

❖ **Câu 36.** Cho dãy số liệu thống kê: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Phương sai của các số liệu thống kê đã cho là.

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

🗨 **Lời giải.**

Giá trị trung bình $\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7}{7} = 4$.

Phương sai $s^2 = \frac{(4-1)^2 + (4-2)^2 + (4-3)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2 + (7-4)^2}{7} = 4$.

Chọn đáp án (D)



❖ **Câu 37.** Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây.

Sản lượng	20	21	22	23	24	
Số thửa ruộng	5	8	11	10	6	$N = 40$

Tính độ lệch chuẩn.

- (A) $s \approx 1,34$ (tạ). (B) $s \approx 1,24$ (tạ). (C) $s \approx 1,54$ (tạ). (D) $s \approx 1,64$ (tạ).

🗨 **Lời giải.**

Giá trị trung bình $\bar{x} = \frac{20 \cdot 5 + 21 \cdot 8 + 22 \cdot 11 + 23 \cdot 10 + 24 \cdot 6}{40} = 22,1$.

Phương sai

$s^2 = \frac{5 \cdot (22,1 - 20)^2 + 8 \cdot (21,1 - 21)^2 + 11 \cdot (2,1 - 22)^2 + 10 \cdot (22,1 - 23)^2 + 6 \cdot (22,1 - 24)^2}{40} = 1,54$.

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{1,54} \approx 1,24$.

Chọn đáp án (B)



❖ **Câu 38.** Tiền thưởng (đơn vị là triệu đồng) cho cán bộ và nhân viên trong một công ty được trình bày trong bảng phân bố tần số sau đây.

Tiền thưởng (triệu đồng)	2	3	4	5	6	Cộng
Số cán bộ và nhân viên	5	15	10	6	7	43

Tính độ lệch chuẩn.

- (A) $s \approx 1,23$ (triệu đồng). (B) $s \approx 1,24$ (triệu đồng).
(C) $s \approx 1,25$ (triệu đồng). (D) $s \approx 1,26$ (triệu đồng).

🗨 **Lời giải.**

Giá trị trung bình $\bar{x} = \frac{2 \cdot 5 + 3 \cdot 15 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7}{43} = \frac{167}{43}$.

Phương sai $s^2 = \frac{5 \cdot \left(\frac{167}{43} - 2\right)^2 + 15 \cdot \left(\frac{167}{43} - 3\right)^2 + 10 \cdot \left(\frac{167}{43} - 4\right)^2 + 6 \cdot \left(\frac{167}{43} - 5\right)^2 + 7 \cdot \left(\frac{167}{43} - 6\right)^2}{43} = 1,59$.

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{1,59} \approx 1,26$.

Chọn đáp án (D)



❖ **Câu 39.** Cho dãy số liệu thống kê: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu.

(A) $R = 7$.

(B) $R = 4$.

(C) $R = 8$.

(D) $R = 6$.

🗨 **Lời giải.**

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu $R = 7 - 1 = 6$.

Chọn đáp án (D) □

❖ **Câu 40.** Cho biết giá trị thành phẩm quy ra tiền (nghìn đồng) trong một tuần lao động của 7 công nhân là

180, 190, 190, 200, 210, 210, 220.

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

(A) 190.

(B) 20.

(C) 210.

(D) 200.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $Q_1 = 190$; $Q_3 = 210$.

Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 210 - 190 = 20$.

Chọn đáp án (B) □

❖ **Câu 41.** Tiền thưởng (triệu đồng) cho cán bộ và nhân viên trong một công ty cho bởi bảng phân bố tần số sau

Tiền thưởng	2	8	4	5	6
Số cán bộ và nhân viên	5	15	10	6	7

Phương sai của bảng số liệu trên thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) (4,1; 4,2).

(B) (4,2; 4,3).

(C) (4,3; 4,4).

(D) (4,4; 4,5).

🗨 **Lời giải.**

Giá trị trung bình $\bar{x} = \frac{2 \cdot 5 + 8 \cdot 15 + 4 \cdot 10 + 5 \cdot 6 + 6 \cdot 7}{43} = \frac{242}{43}$.

Phương sai

$$s^2 = \frac{5 \cdot \left(\frac{242}{43} - 2\right)^2 + 15 \cdot \left(\frac{242}{43} - 8\right)^2 + 10 \cdot \left(\frac{242}{43} - 4\right)^2 + 6 \cdot \left(\frac{242}{43} - 5\right)^2 + 7 \cdot \left(\frac{242}{43} - 6\right)^2}{43} \approx 4,19.$$

Vậy $s^2 \in (4,1; 4,2)$.

Chọn đáp án (A) □

❖ **Câu 42.** Khách đến tham quan một điểm du lịch trong mỗi tháng được thống kê trong bảng sau đây.

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Khách	430	560	450	550	760	430	525	110	635	450	800	950

Tính độ lệch chuẩn s của bảng trên.

(A) $s \approx 211$.

(B) $s \approx 209,3$.

(C) $s \approx 403,54$.

(D) $s \approx 207,51$.

🗨 **Lời giải.**

Giá trị trung bình $\bar{x} = \frac{110 + 430 \cdot 2 + 450 \cdot 2 + 525 + 550 + 560 + 635 + 760 + 800 + 950}{12} = \frac{3325}{6}$.

Phương sai

$$s^2 = \frac{\left(\frac{3325}{6} - 110\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{3325}{6} - 430\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{3325}{6} - 450\right)^2 + \left(\frac{3325}{6} - 525\right)^2 + \left(\frac{3325}{6} - 560\right)^2}{12} + \frac{\left(\frac{3325}{6} - 635\right)^2 + \left(\frac{3325}{6} - 760\right)^2 + \left(\frac{3325}{6} - 800\right)^2 + \left(\frac{3325}{6} - 950\right)^2}{12}$$

3. Các số đặc trưng đo độ phân tán

$$= 43060,3588.$$

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{43060,3588} \approx 207,51$.

Chọn đáp án **(D)** □

⇨ **Câu 43.** Độ lệch chuẩn bằng

(A) bình phương của phương sai.

(B) căn bậc hai số học của phương sai.

(C) một nửa của phương sai.

(D) hai lần phương sai.

☞ **Lời giải.**

Độ lệch chuẩn bằng căn bậc hai số học của phương sai.

Chọn đáp án **(B)** □

⇨ **Câu 44.** Sản lượng lúa (đơn vị là tạ) của 40 thửa ruộng thí nghiệm có cùng diện tích được trình bày trong bảng tần số sau đây

Sản lượng	20	21	22	23	24
Số thửa ruộng	5	8	11	10	6

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

(A) 3.

(B) 4.

(C) 1.

(D) s^2 .

☞ **Lời giải.**

Ta có $Q_1 = 21$; $Q_3 = 23$.

Khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = 23 - 21 = 2$.

Chọn đáp án **(D)** □

⇨ **Câu 45.** Chọn khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

(A) Phương sai luôn là một số không âm.

(B) Phương sai không có đơn vị.

(C) Phương sai càng lớn thì độ phân tán càng lớn.

(D) Độ lệch chuẩn càng lớn thì độ phân tán càng lớn.

⇨ **Câu 46.** Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Toán (thang điểm là 20). Kết quả được cho trong bảng sau đây.

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Số học sinh	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Tính độ lệch chuẩn.

(A) $s \approx 1,76$ (điểm).

(B) $s \approx 1,77$ (điểm).

(C) $s \approx 1,78$ (điểm).

(D) $s \approx 1,79$ (điểm).

☞ **Lời giải.**

Giá trị trung bình

$$\bar{x} = \frac{9 + 10 + 11 + 12 \cdot 5 + 13 \cdot 8 + 14 \cdot 13 + 15 \cdot 19 + 16 \cdot 24 + 17 \cdot 14 + 18 \cdot 10 + 19 \cdot 2}{100} = 15,23.$$

Phương sai

$$s^2 = \frac{(15,23 - 9)^2 + (15,23 - 10)^2 + (15,23 - 11)^2 + 5 \cdot (15,23 - 12)^2 + 8 \cdot (15,23 - 13)^2}{100} + \frac{13 \cdot (15,23 - 14)^2 + 19 \cdot (15,23 - 15)^2 + 24 \cdot (15,23 - 16)^2 + 14 \cdot (15,23 - 17)^2}{100} + \frac{10 \cdot (15,23 - 18)^2 + 2 \cdot (15,23 - 19)^2}{100}$$

$$\approx 3,19.$$

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{3,19} \approx 1,79$.

Chọn đáp án **(D)** □

❖ **Câu 47.** Một nhà nghiên cứu ghi lại tuổi của 30 bệnh nhân mắc bệnh đau mắt hột. Kết quả thu được mẫu số liệu như sau

21 17 22 18 20 17 15 13 15 20 15 12 18 17 25 17 21 15 12 18 16 23 14 18 19 13 16 19 18 17.

Tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu.

(A) 25.

(B) 13.

(C) 26.

(D) 12.

🗨 **Lời giải.**

Khoảng biến thiên $R = 25 - 12 = 13$.

Chọn đáp án **(B)** □

❖ **Câu 48.** Điểm trung bình từng môn học của hai học sinh An và Bình trong năm học vừa qua được cho trong bảng sau.

Môn	Điểm của An	Điểm của Bình
Toán	8	8,5
Vật Lý	7,5	9,5
Hóa học	7,8	9,5
Sinh học	8,3	8,5
Ngữ văn	7	5
Lịch sử	8	5,5
Địa lý	8,2	6
Tiếng Anh	9	9
Thể dục	8	9
Công nghệ	8,3	8,5
Giáo dục công dân	9	10

Hỏi ai “học lệch” hơn?

(A) An.

(B) Bình.

(C) Mức độ học lệch của hai người như nhau.

(D) Chưa đủ cơ sở kết luận.

🗨 **Lời giải.**

☑ Đối với bạn An

$$\text{Điểm trung bình } \bar{x} = \frac{7 + 7,5 + 7,8 + 8 \cdot 3 + 8,2 + 8,3 \cdot 2 + 9 \cdot 2}{11} = 8,1.$$

Phương sai

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{(8,1 - 7)^2 + (8,1 - 7,5)^2 + (8,1 - 7,8)^2 + 2 \cdot (8,1 - 8)^2 + (8,1 - 8,2)^2}{11} \\ &\quad + \frac{2 \cdot (8,1 - 8,3)^2 + 2 \cdot (8,1 - 9)^2}{11} \\ &\approx 0,31. \end{aligned}$$

☑ Đối với bạn Bình

$$\text{Điểm trung bình } \bar{x} = \frac{5 + 5,5 + 6 + 8,5 \cdot 3 + 9 \cdot 2 + 9,5 \cdot 2 + 10}{11} = 8,9.$$

Phương sai

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{(8,9 - 5)^2 + (8,9 - 5,5)^2 + (8,9 - 6)^2 + 3 \cdot (8,9 - 8,5)^2 + 2 \cdot (8,9 - 9)^2 + (8,9 - 10)^2}{11} \\ &\approx 3,35. \end{aligned}$$

Dựa vào phương sai suy ra bạn Bình học lệch hơn.

Chọn đáp án **(B)**



⇨ **Câu 49.** Bảng sau đây cho ta biết số cuốn sách mà học sinh của một lớp ở trường Trung học phổ thông đã đọc trong năm 2016.

Số sách	1	2	3	4	5	6	Cộng
Số học sinh	10	x	8	6	y	3	40

Tính x và y , biết rằng phương sai của bảng số liệu $s^2 \approx 2,52$.

(A) $x = 7, y = 6$.

(B) $x = 6, y = 7$.

(C) $x = 8, y = 5$.

(D) $x = 5, y = 8$.

🗨 **Lời giải.**

Ta có $10 + x + 8 + 6 + y + 3 = 40 \Leftrightarrow x + y = 13 \Leftrightarrow y = 13 - x$.

Giá trị trung bình $\bar{x} = \frac{10 + 2x + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 6 + 5y + 6 \cdot 3}{40} = \frac{2x + 5y + 76}{40} = \frac{121 - 3x}{40}$.

Phương sai

$$\begin{aligned} s^2 &\approx 2,52 \\ \Leftrightarrow &\frac{10 \cdot \left(\frac{121-3x}{40} - 1\right)^2 + x \cdot \left(\frac{121-3x}{40} - 2\right)^2 + 8 \cdot \left(\frac{121-3x}{40} - 3\right)^2 + 6 \cdot \left(\frac{121-3x}{40} - 4\right)^2}{40} \\ &+ \frac{(13-x) \cdot \left(\frac{121-3x}{40} - 5\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{121-3x}{40} - 6\right)^2}{40} \approx 2,52 \\ \Leftrightarrow &x = 8 \Rightarrow y = 5. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)**



⇨ **Câu 50.** Cho dãy số liệu thống kê: $x, 21, 22, 23, 24, y$. Tìm x, y biết số trung bình cộng bằng 22,5 và khoảng biến thiên của mẫu số liệu bằng 5.

(A) $x = -25$ và $y = -20$.

(B) $x = -20$ và $y = -25$.

(C) $x = 20$ và $y = 25$.

(D) $x = 25$ và $y = 20$.

🗨 **Lời giải.**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \bar{x} = \frac{x + 21 + 22 + 23 + 24 + y}{6} = 22,5 \\ y - x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 25. \end{cases}$$

Chọn đáp án **(C)**

