

ĐỀ SỐ 1

Bài 1 (4.0 điểm) : Tính giá trị biểu thức

a/ $A = 2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 2012$

b/ $B = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right) \left(1 - \frac{1}{2012}\right)$

Bài 2 (4.0 điểm) :

a/ Tìm x, y nguyên biết : $2x(3y - 2) + (3y - 2) = -55$

b/ Chứng minh rằng : $\frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2} < \frac{1}{4}$

Bài 3 (3.0 điểm) : Cho biểu thức : $A = \frac{2n+1}{n-3} + \frac{3n-5}{n-3} - \frac{4n-5}{n-3}$

a/ Tìm n để A nhận giá trị nguyên.

b/ Tìm n để A là phân số tối giản

Bài 4 (3.0 điểm) : Tìm số nguyên tố \overline{ab} ($a > b > 0$), sao cho $\overline{ab} - \overline{ba}$ là số chính phương

Bài 5 (4.0 điểm) : Cho nửa mặt phẳng bờ AB chứa hai tia đối OA và OB.

a/ Vẽ tia OC tạo với tia OA một góc bằng a° , vẽ tia OD tạo với tia OCC một góc bằng $(a + 10)^\circ$ và với tia OB một góc bằng $(a + 20)^\circ$

Tính a°

b/ Tính góc xOy, biết góc AOx bằng 22° và góc BOy bằng 48°

c/ Gọi OE là tia đối của tia OD, tính số đo góc kề bù với góc xOD khi góc AOC bằng a°

Bài 6 (3.0 điểm) : Cho $A = 10^{2012} + 10^{2011} + 10^{2010} + 10^{2009} + 8$

a/ Chứng minh rằng A chia hết cho 24

b/ Chứng minh rằng A không phải là số chính phương.

----- Hết -----

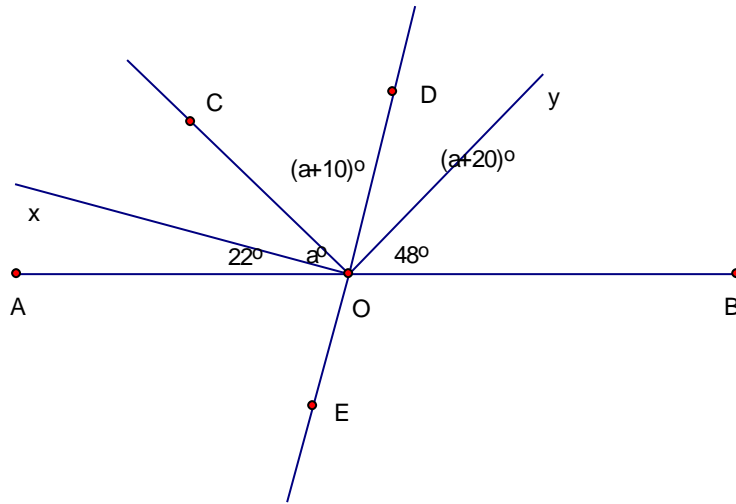
ĐÁP ÁN

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM
Câu 1	a/ $A = 2 + 5 + 8 + 11 + \dots + 2012$ $A = (2 + 2012)[(2012 - 2) : 3 + 1] : 2 = 675697$	2.0
	b/ $B = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{2011}\right) \left(1 - \frac{1}{2012}\right)$ $B = \left(\frac{2}{2} - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3}\right) \left(\frac{4}{4} - \frac{1}{4}\right) \dots \left(\frac{2011}{2011} - \frac{1}{2011}\right) \left(\frac{2012}{2012} - \frac{1}{2012}\right)$ $B = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{2010}{2011} \cdot \frac{2011}{2012}$ $B = \frac{1}{2012}$	2.0
Câu 2	a/ Tìm x, y nguyên biết : $2x(3y - 2) + (3y - 2) = -55$ $\Rightarrow (3y - 1)(2x + 1) = -55$ $\Rightarrow 2x + 1 = \frac{-55}{3y - 2} \quad (1)$ Để x nguyên thì $3y - 2 \in U(-55) = \{1; 5; 11; 55; -1; -5; -11; -55\}$ +) $3y - 2 = 1 \Rightarrow 3y = 3 \Rightarrow y = 1$, thay vào (1) $\Rightarrow x = 28$ +) $3y - 2 = 5 \Rightarrow 3y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{3}$ (Loại) +) $3y - 2 = 11 \Rightarrow 3y = 13 \Rightarrow y = \frac{13}{3}$ (Loại) +) $3y - 2 = 55 \Rightarrow 3y = 57 \Rightarrow y = 19$, thay vào (1) $\Rightarrow x = -1$	2.0

	<p>+) $3y - 2 = -1 \Rightarrow 3y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$ (Loại)</p> <p>+) $3y - 2 = -5 \Rightarrow 3y = -3 \Rightarrow y = -1$, thay vào (1) $\Rightarrow x = 5$</p> <p>+) $3y - 2 = -11 \Rightarrow 3y = -9 \Rightarrow y = -3$, thay vào (1) $\Rightarrow x = 2$</p> <p>+) $3y - 2 = -55 \Rightarrow 3y = -53 \Rightarrow y = \frac{-53}{3}$ (Loại)</p> <p>Vậy ta có 4 cặp số x, y nguyên thoả mãn là $(x; y) = (28; 1), (-1; 19), (5; -1), (2; -3)$</p>	
	<p>b/ Chứng minh rằng : $\frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{2n^2} < \frac{1}{4}$</p> <p>Ta có</p> $A = \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{8^2} + \dots + \frac{1}{(2n)^2}$ $A = \frac{1}{(2.2)^2} + \frac{1}{(2.3)^2} + \frac{1}{(2.4)^2} + \dots + \frac{1}{(2.n)^2}$ $A = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} \right) < \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{(n-1)n} \right)$ $A < \frac{1}{4} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{(n-1)} - \frac{1}{n} \right)$ $A < \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{n} \right) < \frac{1}{4} \text{ (ĐPCM)}$	2.0
	<p>Cho biểu thức : $A = \frac{2n+1}{n-3} + \frac{3n-5}{n-3} - \frac{4n-5}{n-3}$</p> <p>a/ Tìm n để A nhận giá trị nguyên. Ta có :</p> $A = \frac{2n+1}{n-3} + \frac{3n-5}{n-3} - \frac{4n-5}{n-3} = \frac{(2n+1) + (3n-5) - (4n-5)}{n-3} = \frac{2n+1+3n-5-4n+5}{n-3} = \frac{n+1}{n-3}$ $A = \frac{n-3+4}{n-3} = 1 + \frac{4}{n-3} \text{ (2)}$ <p>A nguyên khi $n-3 \in U(4) = \{1; 2; 4; -1; -2; -4\} \Rightarrow n \in \{4; 5; 7; 2; 1; -1\}$</p>	1.0
Câu 3	<p>b/ Tìm n để A là phân số tối giản</p> <p>Ta có : $A = \frac{n+1}{n-3}$ (Theo câu a)</p> <p>Xét $n = 0$ ta có phân số $A = \frac{1}{-3}$ là phân số tối giản</p> <p>Xét $n \neq 0; 3$ Gọi d là ước chung của $(n+1)$ và $(n-3)$ $\Rightarrow (n+1) : d$ và $(n-3) : d$ $\Rightarrow (n+1) - (n-3)$ chia hết cho d $\Rightarrow 4$ chia hết cho d $\Rightarrow d = \pm 1; \pm 2; \pm 4$ $\Rightarrow d$ lớn nhất bằng 4 $\Rightarrow A$ không phải là phân số tối giản</p> <p>Kết luận : Với $n = 0$ thì A là phân số tối giản</p>	1.0
Câu 4	<p>Tìm số nguyên tố \overline{ab} ($a > b > 0$), sao cho $\overline{ab} - \overline{ba}$ là số chính phương</p> <p>Ta có : $\overline{ab} - \overline{ba} = (10a+b) - (10b+a) = 10a+b-10b-a = 9a-9b = 9(a-b) = 3^2(a-b)$</p> <p>Vì $\Rightarrow a, b \notin \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \Rightarrow 1 \leq a-b \leq 8$</p> <p>Để $\overline{ab} - \overline{ba}$ là số chính phương thì $a-b = 1; 4$</p> <p>+) $a-b = 1$ (mà $a > b$) ta có các số \overline{ab} là : 98 ; 87 ; 76 ; 65 ; 54 ; 43 ; 32 ; 21</p> <p>Vì \overline{ab} là số nguyên tố nên chỉ có số 43 thoả mãn</p> <p>+) $a-b = 4$ (mà $a > b$) ta có các số \overline{ab} là : 95 ; 84 ; 73 ; 62 ; 51</p> <p>Vì \overline{ab} là số nguyên tố nên chỉ có số 73 thoả mãn</p>	3.0

Kết luận : Vậy có hai số thỏa mãn điều kiện bài toán là 43 và 73

Hình vẽ



Câu 6

Cho nửa mặt phẳng bờ AB chứa hai tia đối OA và OB.

a/ Vẽ tia OC tạo với tia OA một góc bằng a° , vẽ tia OD tạo với tia OCC một góc bằng $(a + 10)^\circ$ và với tia OB một góc bằng $(a + 20)^\circ$. Tính a°

Do OC, OD nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và $COD > COA (a + 10 > a)$. Nên tia OC nằm giữa hai tia OA và OD

$$\Rightarrow AOC + COD + DOB = AOB$$

$$\Rightarrow a^\circ + (a + 10)^\circ + (a + 20)^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 3.a^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow a^\circ = 50^\circ$$

b/ Tính góc xOy, biết góc AOx bằng 22° và góc BOy bằng 48°

Tia Oy nằm giữa hai tia OA và OB

$$\text{Ta có : } AOy = 180^\circ - BOy = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ > AOx = 22^\circ$$

Nên tia Ox nằm giữa hai tia OA và Oy

$$\Rightarrow AOx + xOy = AOy \Rightarrow 22^\circ + xOy = 132^\circ \Rightarrow xOy = 132^\circ - 22^\circ = 110^\circ$$

c/ Gọi OE là tia đối của tia OD, tính số đo góc kề bù với góc xOD khi góc AOC bằng a°
Vì tia OC nằm giữa hai tia OA và OD nên

$$AOC + COD = AOD \Rightarrow AOD = a^\circ + (a + 10)^\circ = 2a^\circ + 10^\circ = 2.50^\circ + 10^\circ = 110^\circ$$

Vì $AOx < AOD (22^\circ < 110^\circ)$ nên tia Ox nằm giữa hai tia OA và OD

$$\Rightarrow AOx + xOD = AOD \Rightarrow 22^\circ + xOD = 110^\circ \Rightarrow xOD = 110^\circ - 22^\circ = 88^\circ$$

Vậy số đo góc kề bù với góc xOD có số đo là : $180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$

Cho $A = 10^{2012} + 10^{2011} + 10^{2010} + 10^{2009} + 8$

a/ Chứng minh rằng A chia hết cho 24

Ta có :

$$A = 10^3 (10^{2009} + 10^{2008} + 10^{2007} + 10^{2006}) + 8 = 8.125(10^{2009} + 10^{2008} + 10^{2007} + 10^{2006}) + 8$$

$$A = 8. [125(10^{2009} + 10^{2008} + 10^{2007} + 10^{2006}) + 1] : 8 \quad (1)$$

Ta lại có các số : $10^{2012} ; 10^{2011} ; 10^{2010} ; 10^{2009}$ có tổng tổng các chữ số bằng 1, nên các số $10^{2012} ; 10^{2011} ; 10^{2010} ; 10^{2009}$ khi chia cho 3 đều có số dư bằng 1

8 chia cho 3 dư 2.

Vậy A chia cho 3 có số dư là dư của phép chia $(1 + 1 + 1 + 1 + 2)$ chia cho 3

Hay dư của phép chia 6 chia cho 3 (có số dư bằng 0)

Vậy A chia hết cho 3

Vì 8 và 3 là hai số nguyên tố cùng nhau nên A chia hết cho $8.3 = 24$

Câu 6

b/ Chứng minh rằng A không phải là số chính phương.

Ta có các số : $10^{2012} ; 10^{2011} ; 10^{2010} ; 10^{2009}$ đều có chữ số tận cùng là 0

Nên $A = 10^{2012} + 10^{2011} + 10^{2010} + 10^{2009} + 8$ có chữ số tận cùng là 8

Vậy A không phải là số chính phương vì số chính phương là những số có chữ số tận cùng

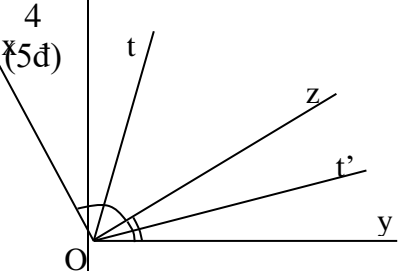
2.0

1.0

1.0

1.5

1.5

	<p>2) Vì $a; a + k; a + 2k$ là các số nguyên tố lớn hơn 3 nên là các số lẻ và không chia hết cho 3, ta có: $a + k - a = k$ chia hết cho 2.</p> <p>Mặt khác khi chia các số đó cho 3 sẽ tồn tại 2 số có cùng số dư:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Nếu a và $a + k$ có cùng số dư thì $a + k - a = k$ chia hết cho 3. - Nếu a và $a + 2k$ có cùng số dư thì $a + 2k - a = 2k$ chia hết cho 3, mà $(2, 3) = 1$ nên k chia hết cho 3. - Nếu $a + k$ và $a + 2k$ có cùng số dư thì $a + 2k - a + k = k$ chia hết cho 3. <p>Vậy trong mọi trường hợp ta luôn có k chia hết cho 2 và 3 mà $(2, 3) = 1$ nên k chia hết cho $2.3 = 6$.</p>	
	<p>1) 5 đường thẳng cắt nhau tại O tạo thành 10 tia gốc O. Mỗi tia tạo với 9 tia còn lại thành 9 góc đỉnh O. Do đó ta có $10.9 = 90$ góc tạo thành trong đó mỗi góc được tính 2 lần và có 5 góc bẹt nên sẽ có $90 : 2 - 5 = 40$ góc đỉnh O không kể góc bẹt.</p>	3.0đ
4 (5đ)	 <p>2) Vì Ot, Ot' là phân giác của góc xOz, zOy nên ta có:</p> $xOt = tOz = \frac{1}{2}xOz; zOt' = t'Oy = \frac{1}{2}zOy$ $\Rightarrow tOz + zOt' = \frac{1}{2}xOz + \frac{1}{2}zOy$ $= \frac{1}{2}(xOz + zOy) = \frac{1}{2}xOy$	2.0đ
5 (1.5đ)	<p>Chứng minh bằng phương pháp quy nạp</p> <p>Với $n = 1$ ta có $A = 0$ chia hết cho 15.</p> <p>Giả sử bài toán đúng với $n = k$ tức là $A = 16^k - 15k - 1$ chia hết cho 15 ta sẽ chứng minh đúng với $n = k + 1$, tức là $A = 16^{k+1} - 15(k+1) - 1$ chia hết cho 15. Thật vậy, ta có</p> $16^k - 15k - 1 = 15q, q \in \mathbb{N} \Rightarrow 16^k = 15k + 15q + 1$ $\Rightarrow 16^{k+1} - 15(k+1) - 1 = 16.16^k - 15k - 16$ $= 16.(15k + 15q + 1) - 15k - 16 = 15.(16k + 16q - k) : 15$	1.5đ

ĐỀ SỐ 3

Bài 1 (4,0 điểm):

a, Tính $M = \frac{7}{2012} + \frac{7}{9} - \frac{1}{4}$
 $\frac{7}{5} - \frac{3}{2012} - \frac{1}{2}$

b, So sánh A và B biết $A = \frac{2010}{2011} + \frac{2011}{2012} + \frac{2012}{2010}$ và $B = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{17}$

Bài 2 (4,0 điểm):

a, Tìm x biết $\left(\frac{1}{8} + 2\frac{5}{4} - 2,75\right)x - 7 = \left(\frac{3}{2} + 0,65 + \frac{7}{200}\right) : 0,07$

b, Tìm các số tự nhiên x, y sao cho $(x, y) = 1$ và $\frac{x+y}{x^2+y^2} = \frac{7}{25}$

Bài 3 (4,0 điểm):

a, Tìm chữ số tận cùng của số $P = 14^{14^{14}} + 9^{9^9} + 2^{3^4}$

b, Tìm ba số nguyên dương biết rằng tổng của ba số ấy bằng nửa tích của chúng.

Bài 4(2,0 điểm):

Cho các số nguyên dương a, b, c, d thỏa mãn $ab = cd$. Chứng minh rằng $A = a^n + b^n + c^n + d^n$ là một hợp số với mọi số tự nhiên n.

Bài 5(6,0 điểm)

Cho đoạn thẳng AB, điểm O thuộc tia đối của tia AB. Gọi M, N thứ tự là trung điểm của OA, OB.

a, Chứng tỏ rằng $OA < OB$.

b, Chứng tỏ rằng độ dài đoạn thẳng MN không phụ thuộc vào vị trí điểm O.

c, Lấy điểm P nằm ngoài đường thẳng AB. Cho H là điểm nằm trong tam giác ONP . Chứng tỏ rằng tia OH cắt đoạn NP tại một điểm E nằm giữa N và P

..... Hết

ĐÁP ÁN

Bài	Tóm tắt nội dung hướng dẫn	Điểm
Bài 1 4,0 đ	a, Câu a : 2,0 điểm	
	$N = \frac{\left(\frac{7}{2012} + \frac{7}{9} - \frac{1}{4}\right) \cdot 2012 \cdot 9 \cdot 2}{\left(\frac{5}{9} - \frac{3}{2012} - \frac{1}{2}\right) \cdot 2012 \cdot 9 \cdot 2}$	0,5 đ
	$N = \frac{7 \cdot 9 \cdot 2 + 7 \cdot 2012 \cdot 2 - 1006 \cdot 9}{5 \cdot 2012 \cdot 2 - 3 \cdot 9 \cdot 2 - 2012 \cdot 9}$	0,5 đ
	$N = \frac{7 \cdot 2021 - 503 \cdot 9}{5 \cdot 2012 - 3 \cdot 9 - 1006 \cdot 9}$	0,5 đ
	$N = \frac{9620}{979}$	0,5 đ
		0,5 đ