

CHƯƠNG I: SỐ HỮU TỈ

BÀI 1: TẬP HỢP CÁC SỐ HỮU TỈ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Số hữu tỉ là số viết được dưới dạng phân số $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

Tập hợp các số hữu tỉ được ký hiệu là \mathbb{Q} .

Chú ý: Mỗi số hữu tỉ đều có một số đối. Số đối của số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ là số hữu tỉ $-\frac{a}{b}$.

* Ta có thể so sánh hai số hữu tỉ bất kỳ bằng cách viết chung dưới dạng phân số rồi so sánh hai phân số đó.

* Với hai số hữu tỉ a, b bất kỳ, ta luôn có hoặc $a = b$ hoặc $a < b$ hoặc $a > b$

Cho ba số hữu tỉ a, b, c . Nếu $a < b$ và $b < c$ thì $a < c$ (tính chất bắc cầu)

* Trên trục số, nếu $a < b$ thì điểm a nằm trước điểm b

Trên trục số điểm biểu diễn số hữu tỉ a được gọi là điểm a .

Ta thường chọn phân số tối giản để biểu diễn số hữu tỉ trên trục số.

* Số hữu tỉ lớn hơn 0 gọi là số hữu tỉ dương

* Số hữu tỉ nhỏ hơn 0 gọi là số hữu tỉ âm

* Số hữu tỉ 0 không là số hữu tỉ dương cũng không là số hữu tỉ âm.

B. PHÂN LOẠI CÁC BÀI TẬP

I. Số hữu tỉ

Câu 1: Trong các phân số sau những phân số nào biểu diễn số hữu tỉ $-\frac{3}{4}$?

$$\frac{-12}{15}; \frac{-15}{20}; \frac{24}{-32}; \frac{-20}{28}; \frac{-27}{36}$$

Câu 2: Các phân số $\frac{-4}{2}; \frac{8}{-4}; \frac{-32}{16}; \frac{64}{-32}$ biểu diễn cho số hữu tỉ nào?

Câu 3: Các số sau đây có phải là số hữu tỉ hay không: $0,6; -1,25; 1\frac{1}{3}; 5$?

Câu 4: Điền kí hiệu ($\in; \notin; \subset$) thích hợp vào ô trống:

$-3 \square \mathbb{N};$

$-3 \square \mathbb{Z};$

$-3 \square \mathbb{Q};$

$\frac{-2}{3} \square \mathbb{Z};$

$\frac{-2}{3} \square \mathbb{Q};$

$\mathbb{N} \square \mathbb{Z} \square \mathbb{Q};$

II. Biểu diễn số hữu tỉ trên trục số

Câu 5: Biểu diễn các số $\frac{3}{-4}; \frac{5}{3}$ trên trục số.

Câu 6: Biểu diễn các số sau trên cùng một trục số: $\frac{6}{3}; \frac{11}{11}; \frac{10}{15}; \frac{-4}{3}$

III. So sánh hai số hữu tỉ

Câu 7: So sánh các cặp số sau

a) $-0,4$ và $\frac{-1}{2}$

b) $\frac{2}{-7}$ và $\frac{-3}{11}$

c) $\frac{-213}{300}$ và $\frac{18}{-25}$

d) $-2,4$ và $-2,15$

Câu 8: So sánh số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$) với số 0 khi a, b cùng dấu và khi a, b khác dấu.

Câu 9: Giả sử $x = \frac{a}{m}; y = \frac{b}{m}$ ($a, b \in \mathbb{Z}; m > 0$) và $x < y$. Hãy chứng tỏ rằng nếu chọn $z = \frac{a+b}{2m}$ thì ta có $x < z < y$.

Hướng dẫn: Chứng tỏ $\frac{a}{m} < \frac{a+b}{m}$ với $a < b$

Câu 10: Tìm ba phân số nhỏ hơn $\frac{3}{7}$ và lớn hơn $\frac{1}{5}$?

Hướng dẫn: Quy đồng mẫu thức hai phân số đã cho.

Câu 11: Cho hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{c}{d}$ ($b > 0; d > 0$). Chứng tỏ rằng:

a) Nếu $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ thì $ad < bc$.

b) Nếu $ad < bc$ thì $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$.

Câu 12: a) Chứng tỏ rằng nếu $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ ($b > 0, d > 0$) thì $\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}$.

b) Hãy viết ba số hữu tỉ xen giữa $\frac{-1}{3}$ và $\frac{-1}{4}$.

* Hướng dẫn: Áp dụng Câu 11.

Câu 13: Cho $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$. Hãy so sánh hai số hữu tỉ $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+2001}{b+2001}$?

Câu 14: So sánh $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+n}{b+n}$ ($b > 0; n \in \mathbb{N}^*$)

* Hướng dẫn: Xem lời giải Câu 11 và 12.

Câu 15: a) Tìm phân số có mẫu bằng 7, lớn hơn $\frac{-5}{9}$ và nhỏ hơn $\frac{-2}{9}$.

b) Tìm phân số có tử bằng 7, lớn hơn $\frac{10}{13}$ và nhỏ hơn $\frac{10}{11}$.

* Hướng dẫn

a) Quy đồng các phân số: $\frac{-2}{9}; \frac{-5}{9}; \frac{a}{7}$ (a là tử số cần tìm)

Câu 16: So sánh các phân số sau?

a) $\frac{-1}{5}$ và $\frac{1}{1000}$

b) $\frac{267}{-268}; \frac{-1347}{1343}$

c) $\frac{-13}{38}$ và $\frac{29}{-88}$

d) $\frac{-18}{31}$ và $\frac{-181818}{313131}$

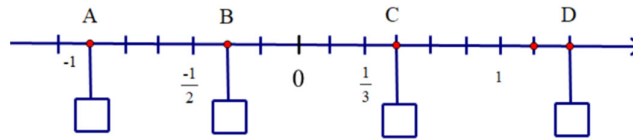
e) $\frac{17}{21}$ và $\frac{23}{27}$

C. BÀI TẬP

Câu 1.1. Điền kí hiệu ($\in; \notin; \subset$) thích hợp vào ô trống:

$-2 \square \mathbb{N}; \quad -2 \square \mathbb{Z}; \quad -2 \square \mathbb{Q}; \quad \frac{-5}{5} \square \mathbb{Z}; \quad \frac{-3}{5} \square \mathbb{Q}; \quad \mathbb{N} \square \mathbb{Q}$

Câu 1.2. Điền số hữu tỉ thích hợp vào ô trống:



Câu 1.3. Biểu diễn các số hữu tỉ sau trên trục số: $\frac{2}{5}; \frac{-4}{5}; \frac{7}{5}$

Câu 1.4. So sánh

a) $\frac{5}{-3}$ và $\frac{-15}{9}$

d) $\frac{-1}{25}$ và $\frac{1}{1225}$

b) $\frac{5}{-7}$ và $\frac{-2}{3}$

e) $\frac{215}{216}$ và $\frac{104}{103}$

c) $\frac{-788}{789}$ và $\frac{-789}{788}$

Câu 1.5: Hãy sắp xếp các số hữu tỉ sau theo thứ tự tăng dần: $\frac{9}{11}; \frac{-30}{-40}; 0; \frac{-14}{18}; \frac{-12}{-8}$?

Câu 1.6: Tìm ba phân số lớn hơn $\frac{1}{4}$ và nhỏ hơn $\frac{1}{2}$

Câu 1.7: Tìm $a \in \mathbb{Z}$, sao cho:

a) $\frac{-3}{7} < \frac{a}{14} < \frac{-3}{5}$.

b) $\frac{-5}{10} < \frac{a}{5} < \frac{1}{2}$.

Câu 1.8: Viết dạng chung của các số hữu tỉ bằng $\frac{-628628}{942942}$.

Câu 1.9: So sánh $\frac{a}{b}$ và $\frac{a+1}{b+1}$ ($a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$).

Câu 1.10: Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-4}{5}$. Với giá trị nào của a thì

- a) x là số dương?
- b) x là số âm?

Câu 1.11: Cho số hữu tỉ: $x = \frac{2}{2a+1}$. Tìm $a \in \mathbb{Z}$ để $x \in \mathbb{Z}$?

Câu 1.12: Cho số hữu tỉ: $x = \frac{a-3}{a}$. Tìm $a \in \mathbb{Z}$ để $x \in \mathbb{Z}$?

Câu 1.13: Cho số hữu tỉ $x = \frac{a-2}{2a}$. Tìm $a \in \mathbb{Z}$ để $x \in \mathbb{Z}$?

BÀI 2: CỘNG TRỪ NHÂN CHIA SỐ HỮU TỈ

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Ta có thể cộng, trừ hai số hữu tỉ bằng cách viết chúng dưới dạng phân số rồi áp dụng quy tắc cộng, trừ phân số.

Nếu hai số hữu tỉ được viết dưới dạng số thập phân thì ta áp dụng quy tắc cộng và trừ đối với số thập phân.

Trong tập các số hữu tỉ \mathbb{Q} , ta cũng có quy tắc dấu ngoặc tương tự như trong tập các số nguyên \mathbb{Z} .

Đối với một tổng trong \mathbb{Q} , ta có thể đổi chỗ các số hạng, đặt dấu ngoặc để nhóm các số hạng một cách tùy ý như các tổng trong \mathbb{Z} .

Nếu hai số hữu tỉ đều được cho dưới dạng số thập phân thì ta có thể áp dụng quy tắc nhân và chia đối với số thập phân.

B. PHÂN LOẠI CÁC BÀI TẬP

I. Thực hiện phép cộng, trừ số hữu tỉ

Câu 1: Tính:

a) $\frac{-1}{21} + \frac{-1}{28}$

b) $\frac{-8}{18} - \frac{15}{27}$

c) $\frac{-5}{12} + 0,75$

d) $3,5 - \left(-\frac{2}{7}\right)$

Câu 2: Tính:

a) $\frac{3}{7} + \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)$

b) $\left(-\frac{4}{3}\right) + \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{3}{2}\right)$

c) $\frac{4}{5} - \left(-\frac{2}{7}\right) - \frac{7}{10}$

d) $\frac{2}{3} - \left[\left(-\frac{7}{4}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\right)\right]$

Câu 3: Viết số hữu tỉ $\frac{-5}{16}$ là tổng của hai số hữu tỉ âm và là hiệu của hai số hữu tỉ dương.

Câu 4: a) Chứng minh đẳng thức: $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

b) Áp dụng đẳng thức trên để tính tổng

$$A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{98.99} + \frac{1}{99.100}$$

Câu khác:

Tính: $P = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}$

$A = \frac{1}{90} - \frac{1}{72} - \frac{1}{56} - \frac{1}{42} - \frac{1}{30} - \frac{1}{20} - \frac{1}{12} - \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$.

Câu 6: Tính

a) $A = \left(1 - \frac{1}{1.2}\right) + \left(1 - \frac{1}{2.3}\right) + \dots + \left(1 - \frac{1}{2015.2016}\right)$

b) $B = \frac{3}{1.4} + \frac{5}{4.9} + \frac{7}{9.16} + \frac{9}{16.25} + \frac{11}{25.36}$.

II. Tìm số chưa biết trong đẳng thức

Câu 7: Tìm x , biết:

a) $x + \frac{1}{3} = \frac{3}{4}$

b) $x - \frac{2}{5} = \frac{5}{7}$

c) $-x - \frac{2}{3} = -\frac{6}{7}$

d) $\frac{4}{7} - x = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn: “Chuyển vế, đổi dấu”

Câu 8: Tìm x , biết:

$$a) \frac{17}{6} - \left(x - \frac{7}{6}\right) = \frac{7}{4}$$

$$b) \frac{3}{35} - \left(\frac{3}{5} - x\right) = \frac{2}{7}$$

Câu 9: Tìm tập hợp các số nguyên x , biết:

$$a) \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) < x < \frac{1}{48} - \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{6}\right)$$

$$b) \frac{3}{4} - \frac{5}{6} \leq \frac{x}{12} < 1 - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right)$$

III. Nhân, chia số hữu tỉ

Câu 10: Tính:

$$a) \frac{-2}{7} \cdot \frac{21}{8}$$

$$b) \frac{6}{25} \cdot \frac{-5}{4}$$

$$c) (-2) \cdot \left(-\frac{7}{2}\right)$$

$$d) \left(-\frac{3}{25}\right) : 6$$

$$e) \left(\frac{-5}{23}\right) : (-2)$$

Hướng dẫn: Áp dụng quy tắc nhân, chia phân số

Câu 11: Tính:

$$a) \frac{-3}{4} \cdot \frac{12}{-5} \cdot \left(-\frac{25}{6}\right)$$

$$b) (-2) \cdot \frac{-38}{21} \cdot \frac{-7}{4} \cdot \left(-\frac{3}{8}\right)$$

$$c) \left(\frac{11}{12} : \frac{33}{16}\right) \cdot \frac{3}{5}$$

$$d) \frac{7}{23} \left[\left(-\frac{8}{6}\right) - \frac{45}{18}\right]$$

Hướng dẫn: Thực hiện các phép tính trong ngoặc trước; nhân chia trước, cộng trừ sau.

Câu 12: Tính:

$$a) \left(\frac{-2}{3} + \frac{3}{7}\right) : \frac{4}{5} + \left(\frac{-1}{3} + \frac{4}{7}\right) : \frac{4}{5}$$

$$b) \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{11} - \frac{5}{22}\right) + \frac{5}{9} : \left(\frac{1}{15} - \frac{2}{3}\right)$$

Hướng dẫn: $A : C + B : C = (A + B) : C$.

Câu 13: Tính:

$$a) A = \frac{\frac{3}{5} - \frac{3}{7} + \frac{3}{9} - \frac{3}{11}}{\frac{5}{5} - \frac{7}{7} + \frac{9}{9} - \frac{11}{11}}$$

$$b) B = \frac{\frac{1}{9} - \frac{1}{39} + \frac{1}{63}}{\frac{1}{12} - \frac{1}{52} + \frac{1}{84}}$$

Câu 14: Tính:
$$A = \frac{(1+17)\left(1+\frac{17}{2}\right)\left(1+\frac{17}{3}\right)\dots\left(1+\frac{17}{19}\right)}{(1+19)\left(1+\frac{19}{2}\right)\left(1+\frac{19}{3}\right)\dots\left(1+\frac{19}{17}\right)}$$

Câu 15: Tính:

a) $A = \frac{1}{-2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{-3} \cdot \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{-9} \cdot \frac{1}{10}$

b) $B = \left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{3}-1\right)\dots\left(\frac{1}{9}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{10}-1\right)$

c) $C = \left(\frac{1}{4}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{9}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{16}-1\right)\dots\left(\frac{1}{81}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{100}-1\right)$

Hướng dẫn: $\frac{1.1}{2.3} = \frac{1}{2.3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; v.v\dots$

Câu 16: Tính:

a) $A = \frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \dots + \frac{1}{98.101}$

b) $B = \frac{1}{1.5} + \frac{1}{5.9} + \dots + \frac{1}{41.43}$

Hướng dẫn:

a) $\frac{1}{2.5} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right); v.v\dots$

b) $\frac{1}{1.5} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{5}\right); v.v\dots$

Câu 17: Tìm x , biết:

a) $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right) - \frac{1}{2}(2x+1) = 5$

b) $\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}(x+1) = 0$

c) $x : \left(\frac{2}{9} - \frac{1}{5}\right) = \frac{8}{10}$

Câu 18: Tìm x , biết:

a) $\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right) = 0$

b) $(2x-1)(2x+3) = 0$

Hướng dẫn: $A.B = 0 \Rightarrow A = 0$ hoặc $B = 0$.

Câu 19: Tìm x , biết:

a) $\frac{2x-1}{3x+2} = 0$

b) $\frac{4-3x}{2x+5} = 0$

Câu 20: Tìm các giá trị $x \in \mathbb{Q}$, biết:

a) $(x+1)(x-2) < 0$ b) $(x-2)\left(x + \frac{2}{3}\right) > 0$ c) $\frac{x-2}{3x+2} < 0$

Hướng dẫn: Tích hai số khác dấu là một số âm; tích hai số cùng dấu là một số dương.

Câu 21: a) Tìm $x \in \mathbb{Q}$ để biểu thức $P = \frac{-5}{2x+5}$ nhận giá trị âm?

b) Tìm $x \in \mathbb{Q}$ để biểu thức $P = 2x^2 + 5x$ nhận giá trị dương?