

## A // LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

**1** Dãy số hữu hạn

- Mỗi hàm số  $u : \{1; 2; 3; \dots; m\} \rightarrow \mathbb{R} (m \in \mathbb{N}^*)$  được gọi là một dãy số hữu hạn.
- Dạng khai triển:  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$ .
- Số  $u_1$  gọi là số hạng đầu và số  $u_m$  gọi là số hạng cuối của dãy số.

**2** Dãy số vô hạn

- Mỗi hàm số  $u : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$  được gọi là một dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số).
- Dạng khai triển:  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$
- Dãy số đó còn được viết tắt là  $(u_n)$ .
- Số  $u_1$  gọi là số hạng thứ nhất (hay số hạng đầu), số  $u_2$  gọi là số hạng thứ hai, ..., số  $u_n$  gọi là số hạng thứ  $n$  và là số hạng tổng quát của dãy số.

**3** Cách cho một dãy số

- Ta có thể cho dãy số bằng một trong những cách sau:
  - Liệt kê các số hạng của dãy số (với những dãy số hữu hạn và có ít số hạng).
  - Diễn đạt bằng lời cách xác định mỗi số hạng của dãy số.
  - Cho công thức của số hạng tổng quát của dãy số.
  - Cho bằng phương pháp truy hồi.

**4** Dãy số tăng, dãy số giảm

- Dãy số  $(u_n)$  được gọi là dãy số tăng nếu  $u_{n+1} > u_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- Dãy số  $(u_n)$  được gọi là dãy số giảm nếu  $u_{n+1} < u_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**5** Dãy số bị chặn

- Dãy số  $(u_n)$  được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số  $M$  sao cho  $u_n \leq M$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- Dãy số  $(u_n)$  được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số  $m$  sao cho  $u_n \geq m$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- Dãy số  $(u_n)$  được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên, vừa bị chặn dưới; tức là tồn tại các số  $m$  và  $M$  sao cho  $m \leq u_n \leq M$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .



**B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN**

**Dạng 1: Xác định các số hạng của dãy số**

**Phương pháp:** Một dãy số có thể cho bằng:

- Liệt kê các số hạng (chỉ dùng cho các dãy hữu hạn và có ít số hạng)
- Công thức của số hạng tổng quát
- Phương pháp mô tả
- Phương pháp truy hồi

**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài tập 1:** Viết năm số hạng đầu và số hạng thứ 100 của các dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát cho bởi:

a)  $u_n = 3n - 2$

b)  $u_n = 3 \cdot 2^n$

c)  $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

**Bài tập 2:** Viết năm số hạng đầu tiên của mỗi dãy số  $(u_n)$  sau:

a)  $u_n = (-1)^{n+1} n^2$

b)  $u_1 = 1; u_2 = 2; u_n = u_{n-1} \cdot u_{n-2} (n \geq 3)$ .

**Bài tập 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$ . Viết năm số hạng đầu tiên của dãy số đó.

**Bài tập 4:** Thực hiện các yêu cầu của bài toán trong các trường hợp dưới đây:

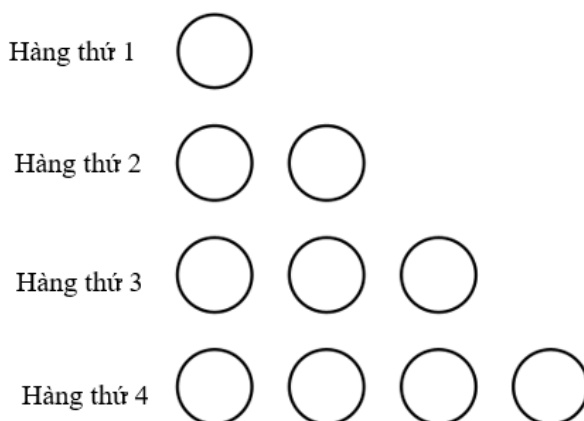
a) Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{u_n + 1} \end{cases}$  hãy tìm số hạng  $u_{10}$ .

b) Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau:  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$  hãy tìm số hạng  $u_{50}$ .

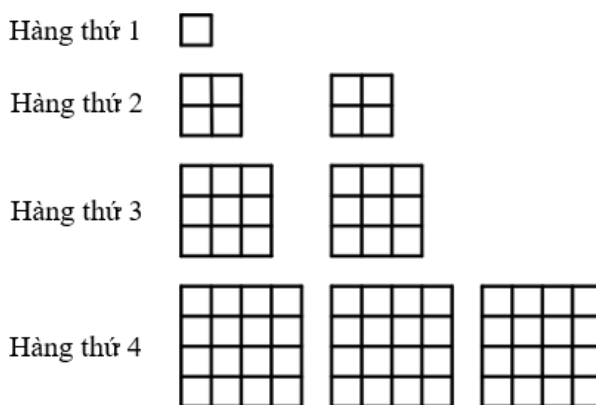
c) Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau:  $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n + 5 \end{cases}$  hãy tìm số hạng  $u_8$ .

d) Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau:  $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{n}{n+1}(u_n + 1) \end{cases}$  hãy tìm số hạng  $u_{11}$ .

**Bài tập 5:** Gọi  $u_n$  là số chấm ở hàng thứ  $n$  trong hình dưới đây. Dự đoán công thức của số hạng tổng quát cho dãy số  $(u_n)$ .



**Bài tập 6:** Gọi  $u_n$  là tổng diện tích các hình vuông có ở hàng thứ  $n$  trong Hình (mỗi ô vuông nhỏ là 1 đơn vị diện tích).



- a) Tính  $u_1, u_2, u_3, u_4$ .
- b) Dự đoán công thức tính số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi:  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} (n \geq 1)$ . Xác định công thức của số hạng tổng quát.

- A.  $u_n = 2n - 1$ .      B.  $u_n = 3n - 2$ .      C.  $u_n = 4n - 3$ .      D.  $u_n = 8n - 7$ .

**Câu 2:** Cho dãy số có các số hạng đầu là:  $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$  Số hạng tổng quát của dãy số này là?

- A.  $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$ .      B.  $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$ .      C.  $u_n = \frac{1}{3^n}$ .      D.  $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$ .

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?



A.  $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$ .

B.  $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$ .

C.  $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$ .

D.  $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ .

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A.  $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$ .

B.  $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$ .

C.  $u_n = \frac{1}{2} - 2n$ .

D.  $u_n = \frac{1}{2} + 2n$ .

**Câu 5:** Cho dãy số có các số hạng đầu là:  $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$ . Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?

A.  $u_n = -2n$ .

B.  $u_n = (-2) + n$ .

C.  $u_n = (-2)(n+1)$ .

D.  $u_n = (-2) + 2(n-1)$ .

**Câu 6:** Cho dãy số có các số hạng đầu là:  $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$ . Số hạng tổng quát của dãy số này là?

A.  $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$ .

B.  $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$ .

C.  $u_n = \frac{1}{3^n}$ .

D.  $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$ .

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A.  $u_n = 1 + n$ .

B.  $u_n = 1 - n$ .

C.  $u_n = 1 + (-1)^{2n}$ .

D.  $u_n = n$ .

**Câu 8:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A.  $u_n = 2 - n$ .

B.  $u_n$  không xác định.

C.  $u_n = 1 - n$ .

D.  $u_n = -n$  với mọi  $n$ .

**Câu 9:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A.  $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .

B.  $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$ .

C.  $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$ .

D.  $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$ .

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A.  $u_n = 2 + (n-1)^2$ .

B.  $u_n = 2 + n^2$ .

C.  $u_n = 2 + (n+1)^2$ .

D.  $u_n = 2 - (n-1)^2$ .

**Câu 11:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A.  $u_n = -\frac{n-1}{n}$ .      B.  $u_n = \frac{n+1}{n}$ .      C.  $u_n = -\frac{n+1}{n}$ .      D.  $u_n = -\frac{n}{n+1}$ .

**Câu 12:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A.  $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$ .      B.  $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$ .      C.  $u_n = \frac{1}{2} - 2n$ .      D.  $u_n = \frac{1}{2} + 2n$ .

**Câu 13:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \end{cases}$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

A.  $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .      B.  $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ .      C.  $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ .      D.  $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ .

**Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$ . Số  $\frac{8}{15}$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 8.      B. 6.      C. 5.      D. 7.

**Câu 15:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$ . Số  $\frac{7}{12}$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 6.      B. 8.      C. 9.      D. 10.

**Câu 16:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n-1}{n^2+1}$ . Số  $\frac{2}{13}$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. Thứ 3.      B. Thứ tư.      C. Thứ năm.      D. Thứ 6.

**Câu 17:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = n^3 - 8n^2 - 5n + 7$ . Số  $-33$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 5.      B. 6.      C. 8.      D. 9.

**Câu 18:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$ . Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

A. 2.      B. 4.      C. 1.      D. Không có.

**Câu 19:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2^n$ . Tìm số hạng  $u_{n+1}$ .

A.  $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$ .      B.  $u_{n+1} = 2^n + 1$ .      C.  $u_{n+1} = 2(n+1)$ .      D.  $u_{n+1} = 2^n + 2$ .

**Câu 20:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A.  $u_n = n^{n-1}$ .      B.  $u_n = 2^n$ .      C.  $u_n = 2^{n+1}$ .      D.  $u_n = 2$ .

**Câu 21:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A.  $u_n = -2^{n-1}$ .      B.  $u_n = \frac{-1}{2^{n-1}}$ .      C.  $u_n = \frac{-1}{2^n}$ .      D.  $u_n = 2^{n-2}$ .

**Câu 22:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi 
$$\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số.

A.  $u_n = -\frac{3n-1}{n}$ .      B.  $u_n = -\frac{n}{n+1}$ .      C.  $u_n = \frac{n+1}{n}$ .      D.  $u_n = -\frac{n+1}{n}$ .

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  với 
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$$
. Công thức tổng quát  $u_n$  nào dưới đây là của dãy số đã cho?

A.  $u_n = n$ .      B.  $u_n = 1 - n$ .      C.  $u_n = 1 + (-1)^{2n}$ .      D.  $u_n = 1 + n$ .

**Câu 24:** Cho hai cấp số cộng  $(u_n): 1; 6; 11; \dots$  và  $(v_n): 4; 7; 10; \dots$ . Mỗi cấp số có 2018 số. Hỏi có bao nhiêu số có mặt trong cả hai dãy số trên.

A. 403.      B. 401.      C. 402.      D. 504.

**Câu 25:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa 
$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 - n - 3, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$$
. Tính tổng  $S_{20} = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$

A. 2022.      B. 8385080.      C. 2021.      D. 8385087.

**Câu 26:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$ . Tìm số hạng  $u_{n+1}$ .

A.  $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$ .      B.  $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$ .

C.  $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$ .      D.  $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$ .

**Câu 27:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi 
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$$
. Tìm số hạng  $u_4$ .

A.  $u_4 = \frac{5}{9}$ .      B.  $u_4 = 1$ .      C.  $u_4 = \frac{2}{3}$ .      D.  $u_4 = \frac{14}{27}$ .

**Câu 28:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi 
$$\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$$
. Mệnh đề nào sau đây sai?

A.  $u_2 = \frac{5}{2}$ .      B.  $u_3 = \frac{15}{4}$ .      C.  $u_4 = \frac{31}{8}$ .      D.  $u_5 = \frac{63}{16}$ .

**Câu 29:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi 
$$\begin{cases} u_1 = 7 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$$
 khi đó  $u_5$  bằng:

A. 317.      B. 157.      C. 77.      D. 112.

**Câu 30:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là  
**A.**  $-1; 2; 5$ .                      **B.**  $1; 4; 7$ .                      **C.**  $4; 7; 10$                       **D.**  $-1; 3; 7$ .

**Câu 31:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là  
**A.**  $-3; 6; 9$ .                      **B.**  $3; -2; -7$ .                      **C.**  $3; 8; 13$ .                      **D.**  $3; 5; 7$ .

**Câu 32:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 \end{cases} (n \geq 2)$ . Số hạng thứ tư của dãy số đó bằng  
**A.** 0.                      **B.** 93.                      **C.** 9.                      **D.** 34.

**Câu 33:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$ . Khi đó  $u_3$  có giá trị bằng  
**A.**  $\frac{3}{4}$ .                      **B.**  $\frac{4}{3}$ .                      **C.**  $\frac{2}{3}$ .                      **D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 34:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2n + 3$ . Tìm số hạng thứ 6 của dãy số.  
**A.** 17.                      **B.** 5.                      **C.** 15.                      **D.** 7.

**Câu 35:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \frac{n-1}{n^2 + 2n + 3}$ . Giá trị  $u_{21}$  là  
**A.**  $\frac{11}{243}$ .                      **B.**  $\frac{10}{243}$ .                      **C.**  $\frac{21}{443}$ .                      **D.**  $\frac{19}{443}$ .

**Câu 36:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$ . Tính  $u_2$ .  
**A.**  $u_2 = \frac{1}{5}$ .                      **B.**  $u_2 = \frac{2}{5}$ .                      **C.**  $u_2 = \frac{3}{5}$ .                      **D.**  $u_2 = \frac{4}{5}$ .

**Câu 37:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$ . Tìm số hạng  $u_4$ .  
**A.**  $u_4 = -76$ .                      **B.**  $u_4 = -77$ .                      **C.**  $u_4 = -66$ .                      **D.**  $u_4 = -67$ .

**Câu 38:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $(u_n) = \frac{n(n-3)}{2}$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số là  
**A.**  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$ .                      **B.**  $-1; -\frac{1}{2}; 0$ .                      **C.**  $-1; -1; 0$ .                      **D.**  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{-n}{n+1}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Năm số hạng đầu tiên của dãy số là  $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$

b) Số hạng  $u_{10}, u_{100}$  lần lượt là  $-\frac{10}{11}; -\frac{100}{101}$

c)  $-\frac{85}{86}$  là số hạng thứ 86 của dãy số  $(u_n)$

d)  $-\frac{99}{101}$  là một số hạng của dãy số  $(u_n)$

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Bộ số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là  $-1; 2; 5; 8;$

b) Số hạng thứ năm của dãy là 13

c) Công thức số hạng tổng quát của dãy số là:  $u_n = 2n - 3$ .

d) 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng đầu tiên của dãy số là 1

b) Số hạng  $u_2 = \frac{5}{4}; u_3 = \frac{7}{5}$

c) Số hạng  $u_4 = \frac{3}{2}; u_5 = \frac{11}{7}$

d) Số  $\frac{167}{84}$  là số hạng thứ 252 của dãy số  $(u_n)$

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau:  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định

sau:

a) Năm số hạng đầu của dãy số là:  $u_1 = 2; u_2 = 7; u_3 = 12; u_4 = 17; u_5 = 22$ .

b) Số hạng tổng quát của dãy  $(u_n)$  là  $u_n = 5n - 3$

c) Số hạng  $u_{50}$  bằng 247

d) 512 là số hạng thứ 102 của dãy  $(u_n)$

**Câu 5:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi:  $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng thứ 2021 là  $\frac{2021}{4040}$

b) Số hạng thứ 2022 là  $\frac{2022}{4043}$

c) Số hạng thứ 2023 là  $\frac{2023}{4047}$

b) Số hạng thứ 2024 là  $\frac{2024}{4049}$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_n = -n^2 + n + 1$ . Số  $-19$  là số hạng thứ mấy của dãy?

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_n = \frac{an+b}{n+1}$ . Biết số hạng thứ 2 và số hạng thứ 4 lần lượt bằng 4 và bằng 2. Tìm số hạng đầu tiên của dãy là

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = n^2 + n + 1$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Số 21 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho?

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2021 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{n} \quad (n \geq 1) \end{cases}$ . Tìm giá trị  $u_{2022}$

**Câu 5:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm số nguyên dương  $n$  nhỏ nhất sao cho  $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$ .

**Câu 6:** Một đôi thỏ cứ mỗi tháng đẻ được một đôi thỏ con; mỗi đôi thỏ con, khi tròn hai tháng tuổi, lại mỗi tháng đẻ ra một đôi thỏ con, và quá trình sinh nở cứ thế tiếp diễn. Hỏi sau một năm sẽ có tất cả bao nhiêu đôi thỏ, nếu đầu năm có một đôi thỏ sơ sinh? Giả sử thời gian trong năm này không có con thỏ nào chết.



-----HẾT-----

**Dạng 2: Xét tính tăng, giảm của dãy số**

**Phương pháp:**

- $(u_n)$  là dãy số tăng  $\Leftrightarrow u_{n+1} > u_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$   
 $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1, \forall n \in \mathbb{N}^* (u_n > 0)$
- $(u_n)$  là dãy số giảm  $\Leftrightarrow u_{n+1} < u_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$   
 $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^* (u_n > 0)$

**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài tập 1:** Xét tính tăng giảm của các dãy số sau, biết:

- |                                     |                                      |                                     |
|-------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $u_n = 2n + 3$                   | b) $u_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}$      | c) $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$        |
| d) $u_n = \frac{\sqrt{n+1} - n}{n}$ | e) $u_n = \frac{1}{n} - 2$           | f) $u_n = \frac{n-1}{n+1}$          |
| g) $u_n = \frac{2n+1}{5n+2}$        | h) $u_n = 2n^2 + 5$                  | i) $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 1}$ |
| k) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$    | l) $u_n = \frac{3n^2 - 2n + 1}{n+1}$ | m) $u_n = \frac{\sqrt{n+1} - 1}{n}$ |

**Bài tập 2:** Xét tính đơn điệu của dãy số  $(u_n)$  biết:

- |                            |   |
|----------------------------|---|
| a) $u_n = \frac{5^n}{n^2}$ | b) $(u_n) = \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = \frac{3u_{n-1} + 1}{4} \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$ |
|----------------------------|---|

**Bài tập 3:** Với giá trị nào của  $a$  thì dãy số  $(u_n)$ , với  $u_n = \frac{na + 2}{n + 1}$

- |                    |                   |
|--------------------|-------------------|
| a) là dãy số tăng. | b) là dãy số giảm |
|--------------------|-------------------|

**Bài tập 4:** Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo hình thức lãi kép như sau: Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Gọi  $P_n$  (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau  $n$  tháng.

- Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 1 tháng.
- Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 3 tháng.
- Dự đoán công thức của  $P_n$ .

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho các dãy số sau. Dãy số nào **không** là dãy số tăng?

A.  $1; 1; 1; 1; \dots$

B.  $1; 3; 5; 7; \dots$

C.  $2; 4; 6; 8; \dots$

D.  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \dots$

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \sqrt{5n+2}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{1}{3n+2}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{10}{3^n}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Câu 5:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = 2n^2 + 3n + 1$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = (-1)^n(n^2 + 1)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Dãy số là dãy hữu hạn

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = n^2 - 400n$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Dãy số tăng

B. Dãy số giảm

C. Dãy số không tăng, không giảm

D. Mọi số hạng đều âm

**Câu 8:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào tăng?

A.  $u_n = \frac{1}{3^n}$ .

B.  $u_n = \frac{1}{2n+1}$ .

C.  $u_n = \frac{n+1}{3n+2}$ .

D.  $u_n = \frac{4n-2}{n+3}$ .

**Câu 9:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào giảm?

A.  $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$ .

B.  $u_n = (-1)^n(5^n - 1)$ .

C.  $u_n = -3^n$ .

D.  $u_n = \sqrt{n+4}$ .

**Câu 10:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào không tăng, không giảm?

A.  $u_n = n + \frac{1}{n}$ .

B.  $u_n = 5^n + 3n$ .

C.  $u_n = -3^n$ .

D.  $u_n = (-3)^n \cdot \sqrt{n^2 + 1}$

**Câu 11:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = 5^n - 4^n$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?



- A. Dãy số tăng  
 B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm  
 D. Dãy số có số hạng thứ 100 bé hơn 1

**Câu 12:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$ . Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để dãy số tăng.

- A.  $a = 6$                       B.  $a > 6$                       C.  $a < 6$                       D.  $a \geq 6$

**Câu 13:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = 2^n - an$ . Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để dãy số tăng.

- A.  $a = 2$                       B.  $a > 2$                       C.  $a < 2$                       D.  $a \geq 2$

**Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{3^n}{an}$ . Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để dãy số tăng.

- A.  $\forall a < 0$                       B. Không tồn tại  $a$                       C.  $\forall a \in \mathbb{R}^*$                       D.  $a > 0$

**Câu 15:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng                      B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm                      D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Câu 16:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = n - \sqrt{n^2 + 1}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng                      B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm                      D. Các số hạng đều dương

**Câu 17:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{2n^2 - n - 1}{n + 2}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng                      B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm                      D. Có số hạng âm

**Câu 18:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào tăng?

- A.  $u_n = \frac{\sin n}{n}$                       B.  $u_n = \frac{\sqrt{n^2 + 1}}{2n + 1}$                       C.  $u_n = \frac{3^n}{n^2}$                       D.  $u_n = 4n^3 - 3n^2 + 1$ .

**Câu 19:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + \frac{5}{3} \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng                      B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm                      D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Câu 20:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 3}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng                      B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm                      D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Câu 21:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{3 + u_n} \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng                      B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm                      D. Có  $u_{10} = 2$

**Câu 22:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng  
B. Dãy số giảm  
C. Dãy số không tăng, không giảm  
D. Có hữu hạn số hạng

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = au_n + 1 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để  $(u_n)$  tăng?

- A.  $a < 0$ .  
B.  $a \leq 0$ .  
C.  $a > 0$ .  
D.  $a > 1$ .

**Câu 24:** Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là dãy giảm?

- A.  $u_n = n^2$ .  
B.  $u_n = \frac{1}{n} - 3$ .  
C.  $u_n = 3n$ .  
D.  $u_n = n^3 - 2$ .

**Câu 25:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.  $u_n = \frac{3}{n^2}$ .  
B.  $u_n = \frac{n-3}{n+1}$ .  
C.  $u_n = \frac{n}{2}$ .  
D.  $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$ .

**Câu 26:** Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

- A.  $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, n \in \mathbb{N}^*$ .  
B.  $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, n \in \mathbb{N}^*$ .  
C.  $u_n = 2n^2 + 3, n \in \mathbb{N}^*$ .  
D.  $u_n = \cos(2n+1), n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 27:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .  
B.  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ .  
C.  $u_n = n^2$ .  
D.  $u_n = \sqrt{n+2}$ .

**Câu 28:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .  
B.  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ .  
C.  $u_n = 1 - n^2$ .  
D.  $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+2}}$ .

**Câu 29:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.  $u_n = \frac{n-3}{n+1}$ .  
B.  $u_n = \frac{n}{2}$ .  
C.  $u_n = \frac{2}{n^2}$ .  
D.  $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$ .

**Câu 30:** Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

- A.  $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$ .  
B.  $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, (n \in \mathbb{N}^*)$ .  
C.  $u_n = 2n^3 + 3, (n \in \mathbb{N}^*)$ .  
D.  $u_n = \cos(2n+1), (n \in \mathbb{N}^*)$ .

**Câu 31:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .  
B.  $u_n = \frac{1}{n}$ .  
C.  $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$ .  
D.  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ .

**Câu 32:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số tăng?

- A.  $u_n = \frac{2}{3^n}$ .  
B.  $u_n = \frac{3}{n}$ .  
C.  $u_n = 2^n$ .  
D.  $u_n = (-2)^n$ .

**Câu 33:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

- A.  $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$ .  
B.  $u_n = n^3 - 1$ .  
C.  $u_n = n^2$ .  
D.  $u_n = 2n$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = 1 - \frac{1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng  $u_3 = \frac{2}{3}$ .

b)  $u_7 - u_8 = \frac{1}{56}$ .

c)  $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{n(n+1)}$ .

d) Dãy số  $u_n$  là dãy số tăng.

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = n^2 + 2n, n \in \mathbb{N}^*$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng đầu tiên của dãy số là  $u_1 = 3$ .

b) Dãy số  $(u_n)$  là một dãy số giảm.

c) Số 143 là số hạng thứ 13 trong dãy số  $(u_n)$ .

d) Với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  thì  $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_n} = \frac{3n^2 + 5n}{2(n+1)(n+2)}$ .

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = 1 - \frac{1}{n}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Ta có  $u_3 = \frac{2}{3}$

b)  $u_7 - u_8 = \frac{1}{56}$

c)  $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{n(n+1)}$

d) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng.

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{n}{4^n}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Ta có  $u_n = \frac{n}{4^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

b) Ta có  $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \geq 1$

c) Ta có  $u_{2024} < u_{2023}$

d) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng

**Câu 5:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a)  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n+2}}$

b)  $\frac{u_{2024}}{u_{2023}} < 1$

c)  $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

d) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm.

**Câu 6:** Bà Hoa gửi vào một ngân hàng số tiền 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng. Số tiền (triệu đồng) của bà Hoa sau  $n$  tháng được tính theo công thức

$T_n = 200 \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^n$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Sau 1 tháng, số tiền bà Hoa nhận được là khoảng 200,83 (triệu đồng)

b) Sau 2 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 201,67 (triệu đồng);

c) Sau 14 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 211,99 (triệu đồng).

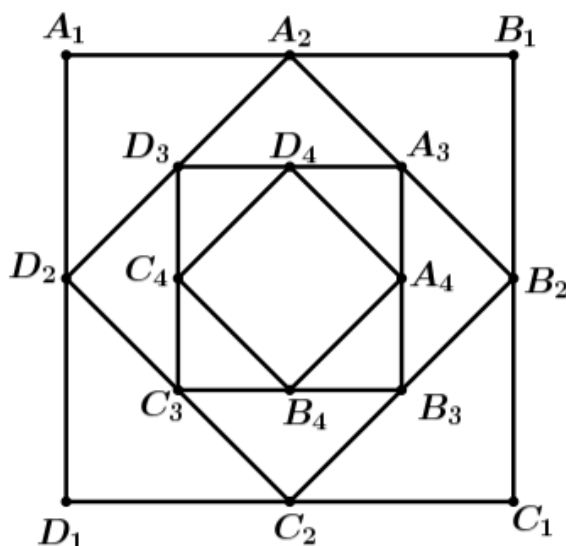
d) Sau 17 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 215,65 (triệu đồng).

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1:** Cho dãy số  $(a_n)$  với  $a_n = \frac{7n+5}{kn+7} (k \in \mathbb{R})$ . Tìm giá trị nguyên  $k$  lớn nhất để dãy đã cho là dãy số tăng?

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm giá trị nguyên dương của  $a$  nhỏ nhất để dãy số  $(u_n)$  tăng.

**Câu 3:** Cho hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  có cạnh bằng 4. Với mọi số nguyên dương  $n \geq 2$ , gọi  $A_n, B_n, C_n, D_n$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $A_{n-1}B_{n-1}, B_{n-1}C_{n-1}, C_{n-1}D_{n-1}, D_{n-1}A_{n-1}$ . Gọi  $S_n$  là diện tích của tứ giác  $A_nB_nC_nD_n$ . Tính  $S_{12}$ .





- Câu 4:** Vào đầu mỗi tháng, ông An đều gửi vào ngân hàng số tiền cố định 30 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% /tháng. Tính số tiền ông An có được sau tháng sau tháng thứ hai
- Câu 5:** Giá của một chiếc máy photocopy lúc mới mua là 50 triệu đồng. Biết rằng giá trị của nó sau mỗi năm sử dụng chỉ còn 75% giá trị trong năm liền trước đó. Tính giá trị còn lại của chiếc máy photocopy đó sau mỗi năm, trong khoảng thời gian 5 năm kể từ khi mua.
- Câu 6:** Nếu tỉ lệ lạm phát là 3,5% mỗi năm và giá trung bình của một căn hộ chung cư mới tại thời điểm hiện tại là 2,5 tỉ đồng thì giá trung bình của một căn hộ chung cư mới sau  $n$  năm nữa được cho bởi công thức  $A_n = 2,5 \cdot (1,035)^n$  ( tỉ đồng)

-----HẾT-----



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

- Câu 1:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $u_n = 3n - 1$   
 A. Bị chặn.                      B. Bị chặn trên.                      C. Bị chặn dưới.                      D. Không bị chặn dưới.
- Câu 2:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $(u_n)$  sau, dãy số nào bị chặn?  
 A.  $u_n = n^2$ .                      B.  $u_n = 2^n$ .                      C.  $u_n = \frac{1}{n}$ .                      D.  $u_n = \sqrt{n+1}$ .
- Câu 3:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào bị chặn?  
 A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .                      B.  $u_n = 3^n$ .                      C.  $u_n = \sqrt{n+1}$ .                      D.  $u_n = n^2 + 1$ .
- Câu 4:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$   
 A. Bị chặn.                      B. Không bị chặn.                      C. Bị chặn trên.                      D. Bị chặn dưới.
- Câu 5:** Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số  $(u_n)$ , biết:  $u_n = \frac{2n-13}{3n-2}$   
 A. Dãy số tăng, bị chặn.  
 B. Dãy số giảm, bị chặn.  
 C. Dãy số không tăng không giảm, không bị chặn.  
 D. Cả A, B, C đều sai.
- Câu 6:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}}$   
 A. Bị chặn.                      B. Không bị chặn.                      C. Bị chặn trên.                      D. Bị chặn dưới.
- Câu 7:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $u_n = 4 - 3n - n^2$   
 A. Bị chặn.                      B. Không bị chặn.                      C. Bị chặn trên.                      D. Bị chặn dưới.
- Câu 8:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau, dãy số nào bị chặn?  
 A.  $u_n = n + \frac{1}{n}$ .                      B.  $u_n = n + 1$ .                      C.  $u_n = \frac{n}{2n^2+1}$ .                      D.  $u_n = n^2 + n + 1$ .
- Câu 9:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau, dãy số nào bị chặn?  
 A.  $u_n = n - \sin 3n$                       B.  $u_n = \frac{n^2+1}{n}$ .                      C.  $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ .                      D.  $u_n = n \cdot \sin(3n-1)$ .
- Câu 10:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho dưới đây dãy số nào là dãy số bị chặn?  
 A.  $u_n = \frac{n^3}{n^2+1}$ .                      B.  $u_n = n^2 + 2017$ .                      C.  $u_n = (-1)^n(n+2)$ .                      D.  $u_n = \frac{n}{n^2+1}$ .
- Câu 11:** Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau:  $(u_n): u_n = \frac{n+1}{n+2}$

A. Tăng, bị chặn.      B. Giảm, bị chặn.      C. Tăng, chặn dưới.      D. Giảm, chặn trên.

**Câu 12:** Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số  $(u_n)$ , biết:  $(u_n): u_n = n^3 + 2n + 1$

A. Tăng, bị chặn.      B. Giảm, bị chặn.      C. Tăng, chặn dưới.      D. Giảm, chặn trên.

**Câu 13:** Cho dãy số  $(u_n): u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

A.  $\frac{1}{3}$ .      B. 1.      C.  $\frac{1}{2}$ .      D. 0.

**Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \cos n + \sin n$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

A. 0.      B. 1.      C.  $\sqrt{2}$ .      D. Không bị chặn trên.

**Câu 15:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \cos n + \sin n$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?

A. 0.      B. -1.      C.  $-\sqrt{2}$ .      D. Không bị chặn dưới.

**Câu 16:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

A. Bị chặn.      B. Không bị chặn.      C. Bị chặn trên.      D. Bị chặn dưới.

**Câu 17:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+2)}$

A. Bị chặn.      B. Không bị chặn.      C. Bị chặn trên.      D. Bị chặn dưới.

**Câu 18:** Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số  $(u_n)$ , biết:  $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ .

A. Dãy số tăng, bị chặn.      B. Dãy số tăng, bị chặn dưới.  
C. Dãy số giảm, bị chặn trên.      D. Cả A, B, C đều sai.

**Câu 19:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau: 
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{u_{n-1} + 2}{u_{n-1} + 1}, (n \geq 2) \end{cases}$$

A. Bị chặn.      B. Không bị chặn.      C. Bị chặn trên.      D. Bị chặn dưới.

**Câu 20:** Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau:  $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}, \forall n \geq 2 \end{cases}$

A. Tăng, bị chặn.      B. Giảm, bị chặn.  
C. Tăng, chặn dưới, không bị chặn trên.      D. Giảm, chặn trên, không bị chặn dưới.

**Câu 21:** Cho dãy  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n+2018}{2018n+1}$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Dãy  $(u_n)$  bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên  
B. Dãy  $(u_n)$  bị chặn.  
C. Dãy  $(u_n)$  không bị chặn trên, không bị chặn dưới.  
D. Dãy  $(u_n)$  bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới

**Câu 22:** Trong các dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n$  dưới đây, dãy số nào là dãy bị chặn?



A.  $u_n = \sqrt{n^2 + 2}$ .      B.  $u_n = \frac{n}{2n+1}$ .      C.  $u_n = 3^n - 1$ .      D.  $u_n = n + \frac{2}{n}$ .

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2 + 5^{1-n}$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

- A. Dãy số không đơn điệu.      B. Dãy số giảm và không bị chặn.  
C. Dãy số tăng.      D. Dãy số giảm và bị chặn.

**Câu 24:** Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy số bị chặn?

A.  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ .      B.  $u_n = 2n + \sin(n)$ .      C.  $u_n = n^2$ .      D.  $u_n = n^3 - 1$ .

**Câu 25:** Chọn kết luận sai:

- A. Dãy số  $(2n - 1)$  tăng và bị chặn trên.      B. Dãy số  $\left(\frac{1}{n+1}\right)$  giảm và bị chặn dưới.  
C. Dãy số  $\left(-\frac{1}{n}\right)$  tăng và bị chặn trên.      D. Dãy số  $\left(\frac{1}{3 \cdot 2^n}\right)$  giảm và bị chặn dưới.

**Câu 26:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A. Dãy số bị chặn dưới.      B. Dãy số bị chặn trên.  
C. Dãy số bị chặn.      D. Không bị chặn.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{n+1}{n+2}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+3)(n+2)}$   
b)  $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$   
c) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm  
d) Dãy  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = n + \frac{1}{n}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$   
b) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng  
c)  $u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$   
d) Dãy số đã cho bị chặn trên

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{2n-13}{3n-2}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Dãy số  $(u_n)$  có số hạng thứ 10 là  $u_{10} = \frac{1}{4}$ .  
b) Dãy số  $(u_n)$  là dãy không tăng, không giảm.  
c) Dãy số  $(u_n)$  là dãy bị chặn.  
d) Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi  $\frac{1}{3}$

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{N}^*$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Hai số hạng đầu lần lượt là  $u_1 = 1; u_2 = \frac{5}{3}$

b) Dãy số  $(u_n)$  là một dãy số tăng.

c) Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi  $\frac{33}{17}$ .

d) Dãy số  $(u_n)$  có duy nhất một số hạng nguyên.

**Câu 5:** Xét tính đúng sai của các khẳng định sau đây:

a) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 1 + 3^{1-n}$  là dãy số bị chặn.

b) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$  là dãy số tăng.

c) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-1)^{2n}(2^n + 1)$  là dãy số giảm.

d) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2n - 1$  là dãy số không tăng không giảm.

**Câu 6:** Cho dãy số  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}, n = 1, 2, \dots$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng thứ 5 của dãy số là  $u_5 = 8$

b) Dãy số đã cho không bị chặn trên

c) Dãy số đã cho là một dãy số tăng

d) Dãy số đã cho bị chặn trên bởi 2025.

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau 
$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^{2022} + 3u_n + 16}{u_n^{2021} - u_n + 11}, \forall n \geq 1. \end{cases}$$
 Xét tính đúng sai của

các khẳng định sau:

a) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm.

b) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm và bị chặn trên.

c) Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên.

d)  $u_n \leq 5, \forall n \geq 1$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \sqrt{3} \cos n - \sin n$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số  $m$  và  $M$ . Tính  $m + M$

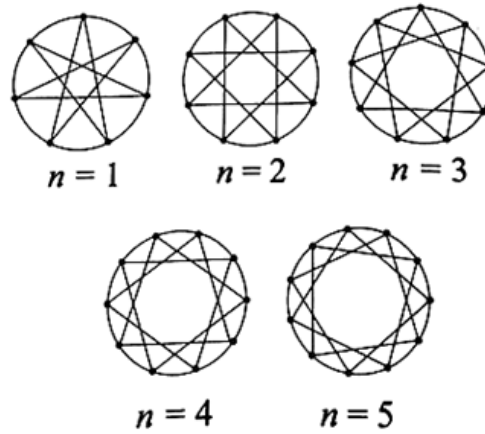
**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \sin n - \cos n$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới bởi số nào?

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \cos n + \sin n$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi số nào?

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi số nào?



- Câu 5:** Vi khuẩn E. Coli sinh sản thông qua một quá trình gọi là quá trình phân đôi. Vi khuẩn E. Coli phân chia làm đôi cứ sau 20 phút. Giả sử tốc độ phân chia này được duy trì trong 12 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Hỏi sau 12 giờ sẽ có bao nhiêu vi khuẩn E. Coli trong cơ thể? Giả sử có một nguồn dinh dưỡng vô hạn để vi khuẩn E. Coli duy trì tốc độ phân chia như cũ trong 48 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Hỏi sau 48 giờ sẽ có bao nhiêu vi khuẩn E. Coli trong cơ thể?
- Câu 6:** Với mỗi số nguyên dương  $n$ , lấy  $n + 6$  điểm cách đều nhau trên đường tròn. Nối mỗi điểm với điểm cách nó hai điểm trên đường tròn đó để tạo thành các ngôi sao như Hình 1. Gọi  $u_n$  là số đo góc ở đỉnh tính theo đơn vị độ của mỗi ngôi sao thì ta được dãy số  $(u_n)$ . Tìm công thức của số hạng tổng quát  $u_n$  và tính  $u_6$



-----HẾT-----



## A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

## 1 Cấp số cộng

- **Định nghĩa:** Cấp số cộng là một dãy số (vô hạn hoặc hữu hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số  $d$  không đổi, nghĩa là:

$$u_{n+1} = u_n + d \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

Số  $d$  được gọi là công sai của cấp số cộng.

- **Nhận xét:** Nếu  $(u_n)$  là cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là:

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2} \quad (k \geq 2).$$

## 2 Số hạng tổng quát của cấp số cộng

- **Định lý 1:** Nếu một cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  của nó được xác định bởi công thức:

$$u_n = u_1 + (n-1)d, n \geq 2.$$

3 Tổng  $n$  số hạng đầu của cấp số cộng

- **Định lý 2:** Giả sử  $(u_n)$  là một cấp số cộng có công sai  $d$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ , khi đó:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \text{ hay } S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}.$$



A.  $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$ .

B.  $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$ .

C.  $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$ .

D.  $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$ .

**Câu 7:** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A.  $u_n = 7 - 3n$ .

B.  $u_n = 7 - 3^n$ .

C.  $u_n = \frac{7}{3n}$ .

D.  $u_n = 7 \cdot 3^n$ .

**Câu 8:** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A.  $u_n = (-1)^n (2n+1)$ .

B.  $u_n = \sin \frac{\pi}{n}$ .

C.  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} - 1 \end{cases}$ .

D.  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$ .

**Câu 9:** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào không phải là cấp số cộng?

A.  $u_n = -4n + 9$ .

B.  $u_n = -2n + 19$ .

C.  $u_n = -2n - 21$ .

D.  $u_n = -2^n + 15$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_n = 5 - 2n$ . Tìm công sai của cấp số cộng

A.  $d = 3$ .

B.  $d = -2$ .

C.  $d = 1$ .

D.  $d = 2$ .

**Câu 11:** Trong các dãy số có công thức tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

A.  $u_n = 2021^n$ .

B.  $u_n = 2n + 2021$ .

C.  $u_n = \frac{2}{n + 2021}$ .

D.  $u_n = n^2 - 2$ .

**Câu 12:** Trong các dãy số sau, dãy nào là một cấp số cộng?

A. 1; -3; -6; -9; -12.

B. 1; -3; -7; -11; -15.

C. 1; -3; -5; -7; -9.

D. 1; -2; -4; -6; -8.

**Câu 13:** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A.  $u_n = 3^n$ .

B.  $u_n = (-3)^{n+1}$ .

C.  $u_n = 3n + 1$ .

D.  $u_n = 2^{n+1}$ .

**Câu 14:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A.  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$ .

B.  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} - u_n = 2 \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n^3 - 1 \end{cases}$ .

D.  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$ .

**Câu 15:** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. 4; 8; 16; 32.

B. 4; 6; 8; 10.

C. -1; 1; -1; 1.

D. 3; 5; 7; 10.

**Câu 16:** Xác định  $a$  để 3 số  $1 + 2a; 2a^2 - 1; -2a$  theo thứ tự thành lập một cấp số cộng?

A. Không có giá trị nào của  $a$ .

B.  $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $a = \pm 3$ .

D.  $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 17:** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

A.  $u_n = 3n^2 + 2017$ .

B.  $u_n = 3n + 2018$ .

C.  $u_n = 3^n$ .

D.  $u_n = (-3)^{n+1}$ .

**Câu 18:** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A.  $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$ .

B.  $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$ .

C.  $(u_n): u_n = 2^n - 1$ .

D.  $(u_n): u_n = 2u_{n-1}, \forall n \geq 2$ .



**Câu 19:** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A.  $u_n = n^2 + 1, n \geq 1$     B.  $u_n = 2^n, n \geq 1$     C.  $u_n = \sqrt{n+1}, n \geq 1$     D.  $u_n = 2n - 3, n \geq 1$

**Câu 20:** Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng:

- A.  $u_n = 3^{n+1}$ .    B.  $u_n = \frac{2}{n+1}$ .    C.  $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$ .    D.  $u_n = \frac{5n-2}{3}$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho các dãy số có số hạng tổng quát  $a_n = 4n - 3; b_n = \frac{2-3n}{4}; c_n = n^2$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a)  $(a_n)$  là một cấp số cộng với số hạng đầu  $a_1 = 1$

b)  $(a_n)$  là một cấp số cộng với công sai  $d = 4$ .

c)  $(b_n)$  là một cấp số cộng với số hạng đầu  $b_1 = -\frac{1}{4}$  và công sai  $d = \frac{3}{4}$

d)  $(c_n)$  là một cấp số cộng với công sai  $d = 2$

**Câu 2:** Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

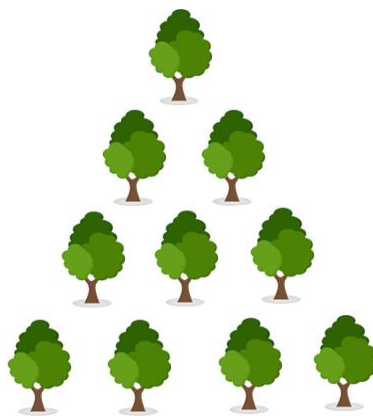
a) Dãy số  $(u_n)$  với  $\frac{-2}{3}; \frac{-1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$  là cấp số cộng với  $u_1 = \frac{-2}{3}; d = \frac{1}{3}$ .

b) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 7 - 3n$  là cấp số cộng với  $u_1 = 4; d = -3$ .

c) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = n^2 + n + 1$  là cấp số cộng với  $u_1 = 3; d = 1$ .

d) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-1)^n + 3n$  không là cấp số cộng.

**Câu 3:** Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ... Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu là  $u_1 = 1$ .

b) Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai là  $d = 2$ .

c) Có tất cả 80 hàng cây.

d) Hàng thứ 20 trồng được 40 cây.

**Câu 4:** Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 50 triệu đồng. Gọi  $u_n$  (triệu đồng) là giá của chiếc ô tô trong năm thứ  $n$  sử dụng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a)  $u_2 = 630$ .

b) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d = 50$ .

c) Giá của chiếc ô tô sau 3 năm sử dụng lớn hơn 500 triệu đồng.

d) Sau ít nhất 8 năm sử dụng thì giá của chiếc ô tô nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu của nó.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1:** Chiều cao (đơn vị: centimét) của một đứa trẻ  $n$  tuổi phát triển bình thường được cho bởi công thức:  $x_n = 75 + 5(n - 1)$ .



Một đứa trẻ phát triển bình thường có chiều cao năm 3 tuổi là bao nhiêu centimét?

b) Dãy số  $(x_n)$  có là một cấp số cộng không? Trung bình một năm, chiều cao mỗi đứa trẻ phát triển bình thường tăng lên bao nhiêu centimét?

**Câu 2:** Chiều cao (đơn vị: centimét) của một đứa trẻ  $n$  tuổi phát triển bình thường được cho bởi công thức:  $x_n = 75 + 5(n - 1)$ .



Dãy số  $(x_n)$  có là một cấp số cộng không? Trung bình một năm, chiều cao mỗi đứa trẻ phát triển bình thường tăng lên bao nhiêu centimét?

**Câu 3:** Một người muốn mua một thanh gỗ đủ để cắt ra làm các thanh ngang của một cái thang. Biết rằng chiều dài các thanh ngang của cái thang đó (từ bậc dưới cùng) lần lượt là 45 cm, 43 cm, 41 cm, ..., 31 cm.





Xác định số bậc của chiếc thang đó.

**Câu 4:** Khi một vận động viên nhảy dù nhảy ra khỏi máy bay, giả sử quãng đường người ấy rơi tự do (tính theo feet) trong mỗi giây liên tiếp theo thứ tự trước khi bung dù lần lượt là: 16;48;80;112;144;... (các quãng đường này tạo thành cấp số cộng).



Tìm công sai của cấp số cộng trên.

**Câu 5:** Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 55 triệu đồng. Tính giá còn lại của chiếc xe sau 5 năm sử dụng.

-----HẾT-----



**Dạng 2: Xác định số hạng và công sai của cấp số cộng**

**Phương pháp:**

- Xác định một cấp số cộng là xác định số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$
- Từ những giả thiết ta thường lập hệ phương trình theo ẩn số  $u_1$  và  $d$  rồi giải hệ đó.

**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài tập 1:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -3$ , công sai  $d = 5$ .

- Viết công thức của số hạng tổng quát  $u_n$ .
- Số 492 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng trên?
- Số 300 có là số hạng nào của cấp số cộng trên không?

**Bài tập 2:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = \frac{1}{3}$  và  $u_1 + u_2 + u_3 = -1$ . Tìm công sai  $d$  và viết công thức của số hạng tổng quát  $u_n$ .

**Bài tập 3:** Tìm  $x$  sao cho  $x + 3, 2x + 1$  và  $5x + 2$  là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

**Bài tập 4:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 + 2u_3 = 0$  và  $S_4 = 14$ . Tính số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng.

**Bài tập 5:** Cho tam giác  $ABC$  có ba góc  $A, B, C$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Khi đó hãy chứng minh rằng:  $AC^2 + AC \cdot BC = AB^2 + AC^2$ .

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Xác định số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_9 = 5u_2$  và  $u_{13} = 2u_6 + 5$ .

- A.  $u_1 = 3$  và  $d = 4$ .      B.  $u_1 = 3$  và  $d = 5$ .      C.  $u_1 = 4$  và  $d = 5$ .      D.  $u_1 = 4$  và  $d = 3$ .

**Câu 2:** Cho  $(u_n)$  là một cấp số cộng thỏa mãn  $u_1 + u_3 = 8$  và  $u_4 = 10$ . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 3.                                  B. 6.                                  C. 2.                                  D. 4.

**Câu 3:** Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn:  $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$

- A.  $u_n = 2n + 3$ .      B.  $u_n = 2n - 1$ .      C.  $u_n = 2n + 1$ .      D.  $u_n = 2n - 3$ .

**Câu 4:** Cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$ , công sai  $d = -2$  thì số hạng thứ 5 là

- A.  $u_5 = 8$ .                          B.  $u_5 = 1$ .                          C.  $u_5 = -5$ .                          D.  $u_5 = -7$ .

**Câu 5:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = -3$ ,  $d = 4$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A.  $u_5 = 15$ .                          B.  $u_4 = 8$ .                          C.  $u_3 = 5$ .                          D.  $u_2 = 2$ .

- Câu 6:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 11$  và công sai  $d = 4$ . Hãy tính  $u_{99}$ .
- A. 401.                      B. 403.                      C. 402.                      D. 404.
- Câu 7:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết:  $u_1 = 3$ ,  $u_2 = -1$ . Chọn đáp án đúng.
- A.  $u_3 = 4$ .                      B.  $u_3 = 7$ .                      C.  $u_3 = 2$ .                      D.  $u_3 = -5$ .
- Câu 8:** Một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_{13} = 8$  và  $d = -3$ . Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng  $(u_n)$ .
- A. 50.                      B. 28.                      C. 38.                      D. 44
- Câu 9:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 2$ . Giá trị của  $u_7$  bằng:
- A. 15.                      B. 17.                      C. 19.                      D. 13.
- Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 4$ . Giá trị  $u_{2019}$  bằng
- A. 8074.                      B. 4074.                      C. 8078.                      D. 4078.
- Câu 11:** Tìm số hạng thứ 11 của cấp số cộng có số hạng đầu bằng 3 và công sai  $d = -2$ .
- A. -21.                      B. 23.                      C. -19.                      D. -17.
- Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -2$  và công sai  $d = -7$ . Giá trị  $u_6$  bằng
- A. 37.                      B. -37.                      C. -33.                      D. 33.
- Câu 13:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 5$ . Giá trị  $u_4$  bằng
- A. 22.                      B. 17.                      C. 12.                      D. 250.
- Câu 14:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với số hạng đầu tiên  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 2$ . Tìm  $u_{2018}$  ?
- A.  $u_{2018} = 2^{2018}$ .                      B.  $u_{2018} = 2^{2017}$ .                      C.  $u_{2018} = 4036$ .                      D.  $u_{2018} = 4038$ .
- Câu 15:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 7$ . Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của  $(u_n)$  đều lớn hơn 2018 ?
- A. 287.                      B. 289.                      C. 288.                      D. 286.
- Câu 16:** Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng?
- A. 6, 12, 18.                      B. 8, 13, 18.                      C. 7, 12, 17.                      D. 6, 10, 14.
- Câu 17:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = -2$  và  $d = 4$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?
- A.  $u_4 = 8$ .                      B.  $u_5 = 15$ .                      C.  $u_2 = 3$ .                      D.  $u_3 = 6$ .
- Câu 18:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$ ;  $d = 9$ . Khi đó số 2018 là số hạng thứ mấy trong dãy?
- A. 226.                      B. 225.                      C. 223.                      D. 224.
- Câu 19:** Cho cấp số cộng 1,4,7,... Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là
- A. 297.                      B. 301.                      C. 295.                      D. 298.
- Câu 20:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_1 = 3$ ,  $u_8 = 24$  thì  $u_{11}$  bằng
- A. 30.                      B. 33.                      C. 32.                      D. 28.
- Câu 21:** Cho cấp số cộng có số hạng thứ 3 và số hạng thứ 7 lần lượt là 6 và -2. Tìm số hạng thứ 5.
- A.  $u_5 = 2$ .                      B.  $u_5 = -2$ .                      C.  $u_5 = 0$ .                      D.  $u_5 = 4$ .
- Câu 22:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_2 = 3$  và  $u_4 = 7$ . Giá trị của  $u_{15}$  bằng

A. 27.                                      B. 31.                                      C. 35.                                      D. 29.

**Câu 23:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 123$  và  $u_3 - u_{15} = 84$ . Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

A. 17.                                      B. 16.                                      C. 18.                                      D. 19.

**Câu 24:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_1 = -1$ ;  $d = 2$ ;  $u_n = 43$ . Hỏi cấp số cộng đó có bao nhiêu số hạng?

A. 20.                                      B. 23.                                      C. 22.                                      D. 21.

**Câu 25:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu là  $u_2 = 1$ ,  $u_5 = 19$ . Số 103 là số hạng thứ mấy trong cấp số cộng đã cho?

A. 19.                                      B. 18.                                      C. 20.                                      D. 17.

**Câu 26:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và công sai  $d = -3$ . Biết rằng  $-289$  là một số hạng của cấp số cộng trên. Hỏi đó là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 98.                                      B. 99.                                      C. 101.                                      D. 100.

**Câu 27:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 2001$  và  $u_5 = 1995$ . Khi đó  $u_{1001}$  bằng

A. 4005.                                      B. 1.                                      C. 3.                                      D. 4003.

**Câu 28:** Một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 2018$  công sai  $d = -5$ . Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm.

A.  $u_{406}$ .                                      B.  $u_{403}$ .                                      C.  $u_{405}$ .                                      D.  $u_{404}$ .

**Câu 29:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_1 - 2u_5 + u_6 = -15 \\ u_3 + u_7 = 46 \end{cases}$ . Số hạng đầu  $u_1$  là

A.  $u_1 = -5$ .                                      B.  $u_1 = 5$ .                                      C.  $u_1 = 3$ .                                      D.  $u_1 = -3$ .

**Câu 30:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$  Tính  $u_{10}$ ?

A. 57.                                      B. 62.                                      C. 47.                                      D. 52.

**Câu 31:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$ . Tính số hạng thứ 100 của cấp số.

A.  $u_{100} = -243$ .                                      B.  $u_{100} = -295$ .                                      C.  $u_{100} = -231$ .                                      D.  $u_{100} = -294$ .

**Câu 32:** Cho cấp số cộng  $u_n$  có công sai  $d = 2$  và biểu thức  $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Số 2018 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng  $u_n$ ?

A. 1011.                                      B. 1014.                                      C. 1013.                                      D. 1012.

**Câu 33:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_1 = -5$ ,  $d = 2$ . Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu?

A. 100.                                      B. 50.                                      C. 75.                                      D. 44.

**Câu 34:** Một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_9 = 47$ , công sai  $d = 5$ . Số 10092 là số hạng thứ mấy trong cấp số cộng đó?

A. 2018.                                      B. 2017.                                      C. 2016.                                      D. 2019.

**Câu 35:** Cho hai cấp số cộng  $(x_n): 4, 7, 10, \dots$  và  $(y_n): 1, 6, 11, \dots$ . Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

A. 404.                                      B. 673.                                      C. 403.                                      D. 672.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho cấp số cộng  $-2; x; 6; y$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $x = 2$
- b)  $y = 8$
- c)  $P = y - x = 6$
- c)  $P = x^2 + y^2 = 104$ .

**Câu 2:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai  $d < 0$  thoả mãn  $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$ . Xét tính đúng sai của các

khẳng định sau:

- a) Số hạng  $u_1 = 25$
- b) Công sai  $d = -3$
- c) Số hạng  $u_{10} = -11$
- d) Số hạng  $u_{2024} = -8067$

**Câu 3:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và  $d = -7$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $u_{11} = -65$
- b)  $u_5 + u_7 = -50$
- c) Số  $-849$  là số hạng thứ 123 của cấp số cộng
- d) Số  $-114$  là số hạng thứ 18 của cấp số cộng

**Câu 4:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thoả mãn  $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau”

- a) Số hạng  $u_1 = 21$
- b) Công sai của cấp số cộng bằng  $-2$
- c) Số hạng  $u_{11} = -9$
- d) Số  $-6048$  là số hạng thứ 2024

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

**Câu 1:** Cho hai số  $-3$  và  $23$ . Xen kẽ giữa hai số đã cho  $n$  số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai  $d = 2$ . Tìm  $n$ .

**Câu 2:** Biết các số  $C_n^1; C_n^2; C_n^3$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với  $n > 3$ . Tìm  $n$ .

**Câu 3:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 2001$  và  $u_5 = 1995$ . Khi đó  $u_{1001}$  bằng:

**Câu 4:** Ba góc  $A, B, C (A < B < C)$  của tam giác tạo thành cấp số cộng, biết góc lớn nhất gấp đôi góc bé nhất. Hiệu số đo độ của góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng:

**Câu 5:** Cho biết bốn số  $5; x; 15; y$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức  $3x + 2y$ .

**Câu 6:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , thoả mãn  $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases}$ . Tìm công sai  $d$  của cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $d > 4$ .



- Câu 7:** Cho bốn số thực tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 28 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tìm tích của bốn số đó.
- Câu 8:** Cho hai cấp số cộng có dãy số hạng lần lượt là:  $5; 8; 11; \dots$  và  $3; 7; 11; \dots$ . Hỏi trong 100 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số, có bao nhiêu số hạng chung?

-----HẾT-----



**Dạng 3: Tính tổng các số hạng trong một cấp số cộng**

**Phương pháp:** Tính tổng  $n$  số hạng đầu tiên nhờ công thức:  $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài tập 1:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$

- a) Tìm số hạng thứ 100 của cấp số cộng  $(u_n)$ .
- b) Tính tổng của 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng  $(u_n)$ .
- c) Tính  $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$ .

**Bài tập 2:** Tính tổng  $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \dots + (2n - 1) - 2n$  với  $n \geq 1$  và  $n \in \mathbb{N}$ .

**Bài tập 3:** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát  $u_n$ .

**Bài tập 4:** Chu vi một đa giác là 158, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai  $d = 3$ . Biết cạnh lớn nhất là 44. Số cạnh của đa giác đó là?

**Bài tập 5:** Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

**Bài tập 6:** Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

**Phương án 1:** Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.

**Phương án 2:** Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.

Nếu là người được tuyển dụng vào doanh nghiệp trên, em sẽ chọn phương án nào khi:

- a) Kí hợp đồng lao động 3 năm?
- b) Kí hợp đồng lao động 10 năm?

**Bài tập 7:** Khi một vận động viên nhảy dù nhảy ra khỏi máy bay, giả sử quãng đường người ấy rơi tự do (tính theo feet) trong mỗi giây liên tiếp theo thứ tự trước khi bung dù lần lượt là: 16; 48; 80; 112; 144; ... (các quãng đường này tạo thành cấp số cộng). Tính tổng chiều dài quãng đường rơi tự do của người đó trong 10 giây đầu tiên.



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho dãy số vô hạn  $\{u_n\}$  là cấp số cộng có công sai  $d$ , số hạng đầu  $u_1$ . Hãy chọn khẳng định sai?

A.  $u_5 = \frac{u_1 + u_9}{2}$ .

B.  $u_n = u_{n-1} + d, n \geq 2$ .

C.  $S_{12} = \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$ .

D.  $u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 2:** Cho  $(u_n)$  là cấp số cộng biết  $u_3 + u_{13} = 80$ . Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng

A. 800.

B. 600.

C. 570.

D. 630

**Câu 3:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với số hạng đầu  $u_1 = -6$  và công sai  $d = 4$ . Tính tổng  $S$  của 14 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

A.  $S = 46$ .

B.  $S = 308$ .

C.  $S = 644$ .

D.  $S = 280$ .

**Câu 4:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 8, u_5 = 17$ . Công sai  $d$  bằng:

A.  $d = -3$ .

B.  $d = -5$ .

C.  $d = 3$ .

D.  $d = 5$ .

**Câu 5:** Cho dãy  $(u_n)$  là một cấp số cộng với số hạng đầu 2 và số hạng thứ 36 là 72. Công sai của cấp số cộng  $(u_n)$  là

A.  $d = 3$

B.  $d = -2$ .

C.  $d = 2$ .

D.  $d = \frac{1}{2}$ .

**Câu 6:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  và gọi  $S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của nó. Biết  $u_{21} = -19$  và  $S_{22} = 0$ . Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số cộng đó.

A.  $u_n = 21 + 2n$ .

B.  $u_n = 21 - 2n$ .

C.  $u_n = 23 - 2n$ .

D.  $u_n = 23 + 2n$ .

**Câu 7:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5; u_8 = 30$ . Công sai của cấp số cộng bằng:

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 3

**Câu 8:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 10, u_2 = 13$ . Giá trị của  $u_4$  là

A.  $u_4 = 20$ .

B.  $u_4 = 19$ .

C.  $u_4 = 16$ .

D.  $u_4 = 18$ .

**Câu 9:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_2 = -1, u_4 = 7$ . Tìm  $u_3$ .

A. 4.

B. 10.

C. 8.

D. 3.

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_1 = 2$  và  $u_4 = 8$ . Giá trị của  $u_5$  bằng

A. 12.

B. 10.

C. 9.

D. 11.

**Câu 11:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_5 = -15; u_{20} = 60$ . Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

A.  $S_{20} = 250$ .

B.  $S_{20} = 200$ .

C.  $S_{20} = -200$ .

D.  $S_{20} = -25$ .

**Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_3 = 6, u_8 = 16$ . Tính công sai  $d$  và tổng của 10 số hạng đầu tiên.

A.  $d = 2; S_{10} = 100$ .

B.  $d = 1; S_{10} = 80$ .

C.  $d = 2; S_{10} = 120$ .

D.  $d = 2; S_{10} = 110$ .



- Câu 13:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_n = 3 - 2n$  thì  $S_{60}$  bằng  
 A.  $-6960$ .                      B.  $-117$ .                      C.  $-3840$ .                      D.  $-116$ .
- Câu 14:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_{2013} + u_6 = 1000$ . Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là:  
 A.  $1009000$ .                      B.  $100800$ .                      C.  $1008000$ .                      D.  $100900$ .
- Câu 15:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases}$ . Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng trên.  
 A.  $100$ .                      B.  $110$ .                      C.  $10$ .                      D.  $90$ .
- Câu 16:** Cho cấp số cộng  $\{u_n\}$  có  $u_4 = -12$ ;  $u_{14} = 18$ . Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:  
 A.  $S = 24$ .                      B.  $S = -25$ .                      C.  $S = -24$ .                      D.  $S = 26$ .
- Câu 17:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa  $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ . Tính  $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$   
 A.  $S = 2023736$ .                      B.  $S = 2023563$ .                      C.  $S = 6730444$ .                      D.  $S = 6734134$ .
- Câu 18:** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát  $u_n$ .  
 A.  $u_n = 1 + 4n$ .                      B.  $u_n = 5n$ .                      C.  $u_n = 3 + 2n$ .                      D.  $u_n = 2 + 3n$ .
- Câu 19:** Một cấp số cộng có tổng của  $n$  số hạng đầu  $S_n$  tính theo công thức  $S_n = 5n^2 + 3n, (n \in \mathbb{N}^*)$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng đó.  
 A.  $u_1 = -8; d = 10$ .                      B.  $u_1 = -8; d = -10$ .                      C.  $u_1 = 8; d = 10$ .                      D.  $u_1 = 8; d = -10$ .
- Câu 20:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_5 = 18$  và  $4S_n = S_{2n}$ . Giá trị  $u_1$  và  $d$  là  
 A.  $u_1 = 2, d = 3$ .                      B.  $u_1 = 3, d = 2$ .                      C.  $u_1 = 2, d = 2$ .                      D.  $u_1 = 2, d = 4$ .
- Câu 21:** Gọi  $S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên trong cấp số cộng  $(a_n)$ . Biết  $S_6 = S_9$ , tỉ số  $\frac{a_3}{a_5}$  bằng:  
 A.  $\frac{9}{5}$ .                      B.  $\frac{5}{9}$ .                      C.  $\frac{5}{3}$ .                      D.  $\frac{3}{5}$ .
- Câu 22:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  và gọi  $S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của nó. Biết  $S_7 = 77$  và  $S_{12} = 192$ . Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số cộng đó  
 A.  $u_n = 5 + 4n$ .                      B.  $u_n = 3 + 2n$ .                      C.  $u_n = 2 + 3n$ .                      D.  $u_n = 4 + 5n$ .
- Câu 23:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu bằng 1 và tổng 100 số hạng đầu bằng 14950. Giá trị của tổng  $\frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49} u_{50}}$  bằng.  
 A.  $\frac{49}{74}$ .                      B.  $148$ .                      C.  $\frac{49}{148}$ .                      D.  $74$ .
- Câu 24:** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và tổng 100 số hạng đầu bằng 10000. Tính tổng  $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$ .

A.  $S = \frac{100}{201}$ .

B.  $S = \frac{200}{201}$ .

C.  $S = \frac{198}{199}$ .

D.  $S = \frac{99}{199}$ .

**Câu 25:** Cho tam giác đều  $A_1B_1C_1$  có độ dài cạnh bằng 4. Trung điểm của các cạnh tam giác  $A_1B_1C_1$  tạo thành tam giác  $A_2B_2C_2$ , trung điểm của các cạnh tam giác  $A_2B_2C_2$  tạo thành tam giác  $A_3B_3C_3 \dots$ . Gọi  $P_1, P_2, P_3, \dots$  lần lượt là chu vi của tam giác  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2, A_3B_3C_3, \dots$ . Tính tổng chu vi  $P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$

A.  $P = 8$ .

B.  $P = 24$ .

C.  $P = 6$ .

D.  $P = 18$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Một cấp số cộng có năm số hạng mà tổng số hạng đầu và số hạng thứ tư bằng 36, tổng của số hạng thứ hai và số hạng cuối bằng 44. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Dãy cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 11$ .
- b) Dãy cấp số cộng có tổng  $u_1 + u_5 = 40$ .
- c) Dãy cấp số cộng có  $u_2 = 16$ .
- d) Tổng của 3 số hạng đầu tiên trong dãy cấp số cộng bằng 45.

**Câu 2:** Cho dãy cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 4$ . Biết tổng 20 số hạng đầu tiên bằng 460. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Dãy số  $(u_n)$  có  $d = 2$ .
- b) Dãy số  $(u_n)$  có  $u_4 = 8$ .
- c) Dãy số  $(u_n)$  có  $S_{10} = 120$ .
- d) Dãy số  $(u_n)$  có hiệu  $S_8 - S_4 = 60$ .

**Câu 3:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 123, u_3 - u_{15} = 84$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số hạng thứ 17 của cấp số cộng là  $u_{17} = 11$ .
- b) Công sai của cấp số cộng là  $d = -7$ .
- c) Số hạng thứ 2 của cấp số cộng là  $u_2 = 130$
- d) Tổng 17 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là  $S_{17} = 1130$

**Câu 4:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5$ , công sai  $d = 3$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số 100 là số hạng thứ 36 của cấp số cộng.
- b) Số hạng thứ 3 của cấp số cộng bằng 5.
- c) Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng 250.
- d) Kể từ số hạng thứ 3 thì các số hạng của cấp số cộng đều nhận giá trị dương.

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_4 = -12, u_{14} = 18$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Công sai của cấp số cộng là  $d = 3$
- b) Số hạng đầu của cấp số cộng là  $u_1 = 21$
- c) Số hạng thứ 9 của cấp số cộng là  $u_9 = 3$
- d) Tổng 5 số hạng đầu của cấp số cộng là  $S_5 = -60$

**Câu 6:** Một nhà hát có 25 hàng ghế với 16 ghế ở hàng thứ nhất, 18 ghế ở hàng thứ hai, 20 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật đó, tức là hàng sau nhiều hơn hàng liền trước nó 2 ghế. Gọi  $u_n$  (ghế) là tổng số ghế ở hàng thứ  $n$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $u_2 = 18$
- b) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có công sai  $d = 2$ .
- c) Số ghế ở hàng thứ 20 nhỏ hơn 54.
- d) Tổng số ghế trong nhà hát nhiều hơn 1000.

**Câu 7:** Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

**Phương án 1:** Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.

**Phương án 2:** Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là  $u_1 = 120$ , công sai  $d_1 = 18$ .
- b) Trong phương án 1: tiền lương người lao động nhận được trong năm thứ ba là 174 triệu.
- c) Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là 414 triệu.
- d) Nếu kí hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.

**Câu 8:** Trong hội chợ tết, một công ty sữa muốn xếp 1000 hộp sữa theo thứ tự từ trên xuống dưới như sau: Hàng thứ nhất có 1 hộp sữa, hàng thứ hai có 3 hộp sữa, hàng thứ ba có 5 hộp sữa, ... cứ như thế, số lượng hộp sữa của hàng sau lớn hơn số lượng hộp sữa của hàng trước nó là 2 hộp sữa (mô hình như hình dưới).



- a) Gọi  $u_n$  là số hộp sữa ở hàng thứ  $n$  thì  $(u_n)$  là một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 2$ .
- b) Số hộp sữa của hàng thứ 10 là 20 hộp sữa
- c) Để xếp được 20 hàng thì cần 400 hộp sữa
- d) Hàng cuối cùng có 900 hộp sữa

**Câu 9:** Do nhu cầu đi lại của gia đình, anh Bình quyết định thực hiện tích góp tiền để mua một chiếc ô tô HONDA CRV trị giá 1,259 tỉ đồng.



**Đợt thứ nhất:** anh Bình đã tích góp theo nguyên tắc tháng sau tích góp nhiều hơn tháng ngay trước đó số tiền là 2 triệu đồng và cứ như thế đến tháng thứ 10 anh phải góp 21 triệu đồng. Đến hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng.

**Đợt thứ hai kế tiếp:** do muốn rút ngắn thời gian mua xe thì số tiền còn lại anh tiếp tục tích góp với tháng đầu là 5 triệu đồng và mỗi tháng tiếp theo số tiền gấp đôi tháng kế trước nó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số cộng có công sai là  $d = 2$  triệu và  $u_1 = 3$  triệu.
- b) Anh Bình tích lũy tiền hết đợt thứ nhất trong 25 tháng.
- c) Đợt thứ hai anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số nhân có công bội là  $q = 2$  triệu và  $u_1 = 5$  triệu.
- d) Để đủ tiền mua ô tô thì anh Bình thì anh Bình tích góp ít nhất 31 tháng

**Câu 10:** Một sinh viên sau khi ra trường và xin vào làm cho một trung tâm với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, trung tâm trả thêm cho sinh viên 20 triệu đồng. Gọi  $u_n$  (triệu đồng) là số tiền lương mà sinh viên đó nhận được ở năm thứ  $n$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là 120 triệu đồng.
- b) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là 300 triệu đồng.
- c) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 120$  và công sai  $d = 20$
- d) Giả sử, mỗi năm bạn sinh viên chi tiêu tiết kiệm hết 70 triệu đồng. Vậy sau ít nhất 12 năm thì sinh viên đó mua được căn chung cư 2 tỉ đồng.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

**Câu 1:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_3 + u_{28} = 100$ . Hãy tính tổng của 30 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$ . Tìm tổng 20 số hạng đầu của dãy số  $(u_n)$ .

**Câu 3:** Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

**Câu 4:** Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,...Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

**Câu 5:** Một chiếc đồng hồ báo thức, kể từ thời điểm 0 (giờ) thì sau mỗi giờ thì số tiếng chuông được đánh đúng bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông?



**Câu 6:** Trong một khán phòng có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước đó 4 ghế, hỏi khán phòng đó có tất cả bao nhiêu ghế?

- Câu 7:** Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5,... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ  $n$ . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?
- Câu 8:** Một người muốn mua một thanh gỗ đủ để cắt ra làm các thanh ngang của một cái thang. Biết rằng chiều dài các thanh ngang của cái thang đó (từ bậc dưới cùng) lần lượt là 45 cm, 43 cm, 41 cm, ..., 31 cm.

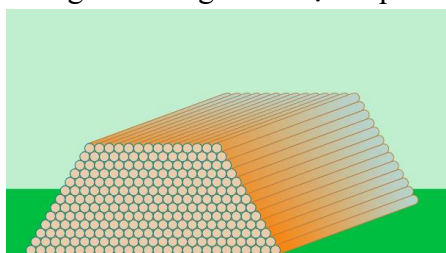


Tính chiều dài thanh gỗ mà người đó cần mua, giả sử chiều dài các mối nối (phần gỗ bị cắt thành mùn cưa) là không đáng kể.

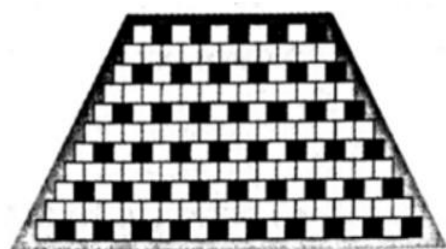
- Câu 9:** Một ruộng bậc thang có thửa thấp nhất (bậc thứ nhất) nằm ở độ cao 950 m so với mực nước biển, độ chênh lệch giữa thửa trên và thửa dưới trung bình là 1,5 m. Hỏi thửa ruộng ở bậc thứ 12 có độ cao là bao nhiêu mét so với mực nước biển?



- Câu 10:** Chuông đồng hồ ở một toà tháp đánh số tiếng đúng bằng số giờ và cứ mỗi 30 phút không phải là giờ đúng thì đánh 1 tiếng chuông. Hỏi bắt đầu từ lúc 1 giờ đêm đến 12 giờ trưa, chuông đồng hồ đó đã đánh tất cả bao nhiêu tiếng?
- Câu 11:** Các khúc gỗ được xếp như hình dưới đây. Lượt thứ nhất có 21 khúc, lượt thứ hai có 20 khúc,.., lượt trên cùng có 15 khúc. Tính tổng số khúc gỗ đã được xếp.



- Câu 12:** Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng 2,4 m ở đáy và rộng 1,2 m ở đỉnh (hình vẽ bên). Các viên gạch hình vuông có kích thước 10 cm × 10 cm phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?



- Câu 13:** Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu  $20m$  để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?
- Câu 14:** Một ngôi nhà hình kim tự tháp (có gạch nâu ốp bên ngoài) được bao quanh bởi rất nhiều cây cối và là nơi tuyệt vời để nghỉ mát mùa hè. Ngôi nhà có chiều dài và chiều rộng đều là  $6,8m$ , chiều cao là  $2,72m$ . Khi xây dựng ngôi nhà, người chủ đã tính toán số viên gạch nâu hình hộp chữ nhật cần ốp tường; biết hàng trên ít hơn hàng dưới 1 viên, hàng trên cùng là 1 viên, kích thước viên gạch nâu hình hộp chữ nhật là  $0,2m - 0,08m - 1m$ . Hãy dự tính số viên gạch nâu ốp tường cả bốn mặt của ngôi nhà.



-----HẾT-----

## A // LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

## 1 Cấp số nhân

- **Định nghĩa:** Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi  $q$ . Số  $q$  được gọi là công bội của cấp số nhân.

Cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q$  được cho bởi hệ thức truy hồi  $u_n = u_{n-1} \cdot q$  với  $n \geq 2$ .

- **Nhận xét:** Để chứng minh dãy số  $(u_n)$  gồm các số khác 0 là một cấp số nhân, hãy chứng minh tỉ số  $\frac{u_n}{u_{n-1}}$  không đổi.

## 2 Số hạng tổng quát của cấp số nhân

- **Định lý 1:** Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  của nó được xác định bởi công thức:  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ , ( $n \geq 2$ )

3 Tổng  $n$  số hạng đầu của cấp số nhân

- **Định lý 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q \neq 1$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Khi đó:

$$S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}.$$





- A. 1; -3; 9; -27; 54.      B. 1; 2; 4; 8; 16.      C. 1; -1; 1; -1; 1.      D. 1; -2; 4; -8; 16.

**Câu 3:** Trong các dãy số sau, dãy số nào **không** phải là một cấp số nhân?

- A. 2; 4; 8; 16; ...      B. 1; -1; 1; -1; ...  
C.  $1^2$ ;  $2^2$ ;  $3^2$ ;  $4^2$ ; ...      D.  $a$ ;  $a^3$ ;  $a^5$ ;  $a^7$ ; ... ( $a \neq 0$ ).

**Câu 4:** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 4; 8; ...      B.  $3$ ;  $3^2$ ;  $3^3$ ;  $3^4$ ; ...  
C.  $4$ ;  $2$ ;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{4}$ ; ...      D.  $\frac{1}{\pi}$ ;  $\frac{1}{\pi^2}$ ;  $\frac{1}{\pi^4}$ ;  $\frac{1}{\pi^6}$ ; ...

**Câu 5:** Dãy số  $u_n = 3 + 3^n$  là một cấp số nhân với:

- A. Công bội là 3 và số hạng đầu tiên là 1.  
B. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 1.  
C. Công bội là 4 và số hạng đầu tiên là 2.  
D. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 2.

**Câu 6:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = -2$  và  $q = -5$ . Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A. -2; 10; 50; -250.      B. -2; 10; -50; 250.  
C. -2; -10; -50; -250.      D. -2; 10; 50; 250.

**Câu 7:** Tìm tất cả giá trị của  $x$  để ba số  $2x - 1$ ;  $x$ ;  $2x + 1$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A.  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .      B.  $x = \pm \frac{1}{3}$ .      C.  $x = \pm \sqrt{3}$ .      D.  $x = \pm 3$ .

**Câu 8:** Trong các dãy số cho dưới đây, dãy số nào là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3; 4; 5.      B. 1; 3; 6; 9; 12.      C. 2; 4; 6; 8; 10.      D. 2; 2; 2; 2; 2.

**Câu 9:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3; 4; 5; 6; ...      B. 2; 4; 6; 8; 16; 32; ...  
C. -2; -3; -4; -5; -6; -7; ...      D. 1; 2; 4; 8; 16; 32; ...

**Câu 10:** Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

- A. 1; 0, 2; 0, 04; 0, 0008; ...      B. 2; 22; 222; 2222; ...  
C.  $x$ ;  $2x$ ;  $3x$ ;  $4x$ ; ...      D. 1;  $-x^2$ ;  $x^4$ ;  $-x^6$ ; ...

**Câu 11:** Trong các số sau, dãy số nào là một cấp số nhân:

- A. 1, -3, 9, -27, 81.      B. 1, -3, -6, -9, -12.      C. 1, -2, -4, -8, -16.      D. 0, 3, 9, 27, 81.

**Câu 12:** Xác định  $x$  để 3 số  $x - 2$ ;  $x + 1$ ;  $3 - x$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

- A. Không có giá trị nào của  $x$ .      B.  $x = \pm 1$ .  
C.  $x = 2$ .      D.  $x = -3$ .

**Câu 13:** Xác định  $x$  để 3 số  $2x - 1$ ;  $x$ ;  $2x + 1$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

- A.  $x = \pm \frac{1}{3}$ .      B.  $x = \pm \sqrt{3}$ .  
C.  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .      D. Không có giá trị nào của  $x$ .

**Câu 14:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau, dãy nào là cấp số nhân?

A.  $u_n = n^2 + n + 1.$

B.  $u_n = (n + 2) \cdot 3^n.$

C.  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{6}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

D.  $u_n = (-4)^{2n+1}.$

**Câu 15:** Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

A.  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$

B.  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$

C.  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$

D.  $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$

**Câu 16:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

A.  $(u_n)$  không phải là cấp số nhân.

B.  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q = 5$  và số hạng đầu  $u_1 = \frac{3}{2}$ .

C.  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q = 5$  và số hạng đầu  $u_1 = \frac{15}{2}$ .

D.  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q = \frac{5}{2}$  và số hạng đầu  $u_1 = 3$ .

**Câu 17:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A.  $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}.$

B.  $u_n = \frac{1}{3^n} - 1.$

C.  $u_n = n + \frac{1}{3}.$

D.  $u_n = n^2 - \frac{1}{3}.$

**Câu 18:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

A.  $u_n = 7 - 3n.$

B.  $u_n = 7 - 3^n.$

C.  $u_n = \frac{7}{3n}.$

D.  $u_n = 7 \cdot 3^n.$

**Câu 19:** Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân với  $u_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$ . Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

A.  $u_1; u_3; u_5; \dots$

B.  $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$

C.  $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$

D.  $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$

**Câu 20:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

A.  $u_n = 3n.$

B.  $u_n = 2^n.$

C.  $u_n = \frac{1}{n}.$

D.  $u_n = 2^n + 1.$

**Câu 21:**  $u_n$  được cho bởi công thức nào dưới đây là số hạng tổng quát của một cấp số nhân?

A.  $u_n = \frac{1}{2^{n+1}}.$

B.  $u_n = n^2 - \frac{1}{2}.$

C.  $u_n = \frac{1}{2^n} - 1.$

D.  $u_n = n^2 + \frac{1}{2}.$

**Câu 22:** Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A.  $u_n = (-1)^n n$ .      B.  $u_n = n^2$ .      C.  $u_n = 2^n$ .      D.  $u_n = \frac{n}{3^n}$ .

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát là  $u_n = 3 \cdot 2^{n+1}$  ( $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ). Chọn kết luận đúng:

- A. Dãy số là cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 12$ .  
 B. Dãy số là cấp số cộng có công sai  $d = 2$ .  
 C. Dãy số là cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 6$ .  
 D. Dãy số là cấp số nhân có công bội  $q = 3$ .

**Câu 24:** Dãy nào sau đây là một cấp số nhân?

- A. 1, 2, 3, 4, ...      B. 1, 3, 5, 7, ...      C. 2, 4, 8, 16, ...      D. 2, 4, 6, 8, ...

**Câu 25:** Cho dãy số:  $-1; \frac{1}{3}; -\frac{1}{9}; \frac{1}{27}; -\frac{1}{81}$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Dãy số không phải là một cấp số nhân.  
 B. Dãy số này là cấp số nhân có  $u_1 = -1; q = -\frac{1}{3}$ .  
 C. Số hạng tổng quát  $u_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$   
 D. Là dãy số không tăng, không giảm.

**Câu 26:** Tập hợp các giá trị  $x$  thỏa mãn  $x, 2x, x+3$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân là

- A.  $\{0; 1\}$ .      B.  $\emptyset$ .      C.  $\{1\}$ .      D.  $\{0\}$

**Câu 27:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $x$  để ba số  $1; x; x+2$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

- A. 2.      B. 1.      C. 3.      D. 0.

**Câu 28:** Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để ba số  $2x-1, x, 2x+1$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A.  $x = \pm \frac{1}{3}$       B.  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$       C.  $x = \pm \sqrt{3}$       D.  $x = \pm 3$

**Câu 29:** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là sai?

- A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.  
 B. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.  
 C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.  
 D. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

**Câu 30:** Xác định  $x$  dương để  $2x-3; x; 2x+3$  lập thành cấp số nhân.

- A.  $x = 3$ .      B.  $x = \sqrt{3}$ .  
 C.  $x = \pm \sqrt{3}$ .      D. không có giá trị nào của  $x$ .

**Câu 31:** Giả sử  $\frac{\sin \alpha}{6}, \cos \alpha, \tan \alpha$  theo thứ tự đó là một cấp số nhân. Tính  $\cos 2\alpha$ .

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{1}{2}$ .      D.  $-\frac{1}{2}$ .

**Câu 32:** Cho dãy số có các số hạng đầu là  $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \dots$ . Số hạng tổng quát của dãy số này là

A.  $\frac{1}{3^{n-1}}$                       B.  $\frac{1}{3^{n+2}}$                       C.  $\frac{1}{3^n}$                       D.  $\frac{1}{3^{n+1}}$

**Câu 33:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  ( $n \geq 2$ ) bằng  
 A.  $3 \cdot 2^n$                       B.  $3 \cdot 2^{n+2}$                       C.  $3 \cdot 2^{n+1}$                       D.  $3 \cdot 2^{n-1}$

**Câu 34:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .  
 A.  $u_n = 3^n$                       B.  $u_n = n^{n+1}$                       C.  $u_n = 3^{n+1}$                       D.  $u_n = 3^{n-1}$

**Câu 35:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} 3u_1 = \sqrt{3u_1 - u_2} + u_2 + 6 \\ u_{n+1} = 2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $n$  để  $u_n \geq 2^{2021}$ .  
 A. 2021.                      B. 1012.                      C. 2022.                      D. 1011.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho các dãy số sau đây:  $u_n = (\sqrt{5})^{2n-3}$ ;  $v_n = \frac{2}{n}$ ;  $w_n = \frac{3^{n+1}}{2^n}$  và dãy số hữu hạn gồm các số hạng:  $16; 4; 1; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}; \frac{1}{64}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $(u_n)$  là một cấp số nhân công bội  $q = 5$ .
- b)  $(v_n)$  không phải là một cấp số nhân
- c)  $(w_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $w = \frac{9}{2}$
- d) Dãy số hữu hạn đã cho theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng  $\frac{1}{8}$ .

**Câu 2:** Xác định tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-7)^n \cdot 5^{3n-1}$  là cấp số nhân với công bội  $q = -875$ .
- b) Dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = -5u_n \end{cases}$  là cấp số nhân với công bội  $q = -4$ .
- c) Dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$  không là cấp số nhân.
- d) Dãy số  $(u_n)$  với  $-\frac{1}{8}; -\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}; 1$  không là cấp số nhân.

**Câu 3:** Cho tứ giác  $ABCD$  có bốn góc tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

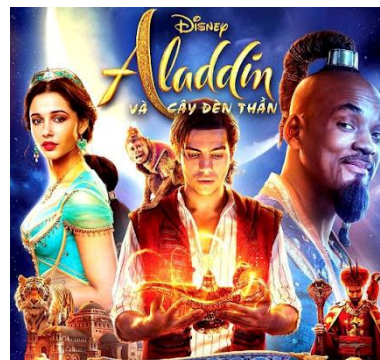
- a) Số đo góc nhỏ nhất bằng  $24^\circ$
- b) Số đo góc lớn nhất bằng  $196^\circ$
- c) Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng  $220^\circ$
- d) Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng  $168^\circ$

**Câu 4:** Cho các dãy số  $a_n = n^2 + n + 1$ ;  $b_n = (n + 2) \cdot 3^n$ ;  $\begin{cases} c_1 = 2 \\ c_{n+1} = \frac{6}{c_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ ;  $d_n = (-4)^{2n+1}$ . Xét tính đúng

sai của các khẳng định sau:

- a)  $(a_n)$  không phải là cấp số nhân
- b)  $(b_n)$  không phải là cấp số nhân
- c)  $(c_n)$  là một cấp số nhân
- d)  $(d_n)$  là một cấp số nhân

**Câu 5:** Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 3 điều ước. Aladin ước 2 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 3 của chàng là: "Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay". Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Ngày thứ hai Aladin ước 6 điều.
- b) Ngày thứ ba Aladin ước 12 điều.
- c) Ngày thứ tư Aladin ước 48 điều.
- d) Sau 10 ngày gặp Thần đèn, Aladin ước tất cả 3269 điều ước

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

- Câu 1:** Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 16 và 36. Số hạng tiếp theo là
- Câu 2:** Tìm  $x$  để các số 2; 8;  $x$ ; 128 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.
- Câu 3:** Tìm  $x$  để ba số  $1 + x$ ;  $9 + x$ ;  $33 + x$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.
- Câu 4:** Ba số hạng đầu của một cấp số nhân là  $x - 6$ ;  $x$  và  $y$ . Tìm  $y$ , biết rằng công bội của cấp số nhân là 6.
- Câu 5:** Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho.
- Câu 6:** Một công ty xây dựng mua một chiếc máy ủi với giá 3 tỉ đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá trị của chiếc máy ủi này lại giảm 20% so với giá trị của nó trong năm liền trước đó. Tìm giá trị còn lại của chiếc máy ủi đó sau 5 năm sử dụng.
- Câu 7:** Tỷ lệ tăng dân số của tỉnh  $X$  là 1,4%. Biết rằng dân số tỉnh  $X$  hiện nay là 1,8 triệu người. Hỏi với mức tăng như vậy thì sau 10 năm nữa dân số tỉnh  $X$  là bao nhiêu?

-----HẾT-----

**Dạng 2: Xác định số hạng và công bội của cấp số nhân**

**Phương pháp:** Dựa vào giả thiết, ta lập một hệ phương trình chứa công bội  $q$  và số hạng đầu  $u_1$ , giải hệ phương trình này tìm được  $q$  và  $u_1$ .

- Để xác định số hạng thứ  $k$ , ta sử dụng công thức:  $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$ .

**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài tập 1:** Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết:

$$\text{a) } \begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases}$$

**Bài tập 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có các số hạng thỏa mãn:  $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$

- Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân.
- Số 12288 là số hạng thứ mấy?

**Bài tập 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ . Tìm  $u_1$  và  $q$  biết rằng:

$$\text{a) } \begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = \frac{35}{2} \\ u_1 u_5 = 25 \\ u_i > 0 (i = 1, \dots, 5) \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325. \end{cases} \qquad \text{c) } \begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = -42 \\ u_3 + u_5 = 20 \end{cases}$$

$$\text{d) } u_1 + u_6 = 165; u_3 + u_4 = 60. \qquad \text{e) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85. \end{cases} \qquad \text{f) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 351 \end{cases}$$

$$\text{g) } \begin{cases} 8u_2 + 5\sqrt{5}u_5 = 0 \\ u_1^3 + u_3^3 = 189 \end{cases} \qquad \text{h) } \begin{cases} u_1 u_2 u_3 = 1728 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 63 \end{cases} \qquad \text{i) } \begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1^2 + u_3^2 = 5 \end{cases}$$

$$\text{k) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 7 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 21 \end{cases}$$

**Bài tập 4:** Tìm  $a, b$  biết rằng  $1, a, b$  là 3 số hạng liên tiếp của cấp số cộng và  $1, a^2, b^2$  là 3 số hạng liên tiếp của một cấp số nhân.

**Bài tập 5:** Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2020 với tỉ lệ tăng dân số là 1% / năm. Gọi  $u_n$  là số dân của tỉnh đó sau  $n$  năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số là không đổi.

- Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau  $n$  năm kể từ năm 2020.
- Tính số dân của tỉnh đó sau 10 năm kể từ năm 2020.

**Bài tập 6:** Một gia đình mua một chiếc ô tô giá 800 triệu đồng. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô giảm đi 4% (so với năm trước đó).

- Viết công thức tính giá trị của ô tô sau 1 năm, 2 năm sử dụng.
- Viết công thức tính giá trị của ô tô sau  $n$  năm sử dụng.
- Sau 10 năm, giá trị của ô tô ước tính còn bao nhiêu triệu đồng?

**Bài tập 6:** Giả sử một thành phố có dân số năm 2022 là khoảng 2,1 triệu người và tốc độ gia tăng dân số trung bình mỗi năm là 0,75% .

- a) Dự đoán dân số của thành phố đó vào năm 2032.
- b) Nếu tốc độ gia tăng dân số vẫn giữ nguyên như trên thì ước tính vào năm nào dân số của thành phố đó sẽ tăng gấp đôi so với năm 2022?

**Lời giải**

Dân số của thành phố từ năm 2022 lần lượt tạo thành cấp số nhân có công bội là

$$1 + 0,0075 = 1,0075$$

Dân số của thành phố vào năm  $n$  là:  $u_n = 2,1 \cdot 1,0075^{n-2022}$

a)  $u_{2032} = 2,1 \cdot 1,0075^{2032-2022} = 2,26$

b) Khi  $u_n = 2 \cdot u_{2022} \Leftrightarrow 1,0075^{n-2022} = 2 \Leftrightarrow n = 2115$

Vậy đến năm 2115 , dân số thành phố gấp đôi so với năm 2022 .

**Bài tập 7:** Quang Hải là một cầu thủ bóng đá chuyên nghiệp. Giả sử năm 2023, anh vừa kí hợp đồng 5 năm với CLB Công An Hà Nội với mức lương năm khởi điểm là 300 triệu đồng. Chủ tịch CLB đưa ra cho Quang Hải ba phương án về lương như sau:



**Phương án 1:** Mỗi năm ngoài mức lương cố định như trên, sẽ được thưởng thêm 50 triệu đồng.

**Phương án 2:** Mỗi năm lương sẽ tăng thêm 10% so với lương năm trước đó, bắt đầu kể từ năm thứ hai.

**Phương án 3:** Mỗi năm lương sẽ tăng thêm 30 triệu so với lương năm trước đó, bắt đầu kể từ năm thứ hai.

Em hãy tính giúp anh Nam xem với phương án lương nào thì tổng lương sau 5 năm của anh Nam là lớn nhất?

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ , biết  $u_1 = 1, u_4 = 64$ . Tính công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho  
**A.**  $q = 4$ .                      **B.**  $q = -4$ .                      **C.**  $q = 21$ .                      **D.**  $q = 2\sqrt{2}$ .

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và  $u_5 = -162$ . Công bội  $q$  bằng:  
**A.**  $q = -3$ .                      **B.**  $q = 3$ .                      **C.**  $q = 3; q = -3$ .                      **D.**  $q = -2$ .

**Câu 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2$  và  $u_4 = 54$ . Giá trị của công bội  $q$  bằng  
**A.** 3.                      **B.** 9.                      **C.** 27.                      **D.** -3.

**Câu 4:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?  
**A.** 24.                      **B.** 54.                      **C.** 162.                      **D.** 48.

**Câu 5:** Cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_4 = 9, u_5 = 81$  có công bội là  
**A.** 3.                      **B.** 72.                      **C.** 18.                      **D.** 9.

**Câu 6:** Tìm công bội  $q$  của một cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{1}{2}$  và  $u_6 = 16$ .  
**A.**  $q = \frac{1}{2}$ .                      **B.**  $q = -2$ .                      **C.**  $q = 2$ .                      **D.**  $q = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 7:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và  $u_6 = 486$ . Công bội  $q$  bằng  
**A.**  $q = 3$ .                      **B.**  $q = 5$ .                      **C.**  $q = \frac{3}{2}$ .                      **D.**  $q = \frac{2}{3}$ .

**Câu 8:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = -\frac{1}{2}; u_7 = -32$ . Tìm  $q$ ?  
**A.**  $q = \pm \frac{1}{2}$ .                      **B.**  $q = \pm 2$ .                      **C.**  $q = \pm 4$ .                      **D.**  $q = \pm 1$ .

**Câu 9:** Biết ba số  $x^2; 8; x$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của  $x$  bằng  
**A.**  $x = 4$                       **B.**  $x = 5$                       **C.**  $x = 2$                       **D.**  $x = 1$

**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội  $q$ . Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

- A.**  $u_k = \sqrt{u_{k+1} \cdot u_{k+2}}$                       **B.**  $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ .  
**C.**  $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$ .                      **D.**  $u_k = u_1 + (k-1)q$ .

**Câu 11:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi:  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{-1}{10} \cdot u_n \end{cases}$ . Chọn hệ thức đúng:

- A.**  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q = -\frac{1}{10}$ .                      **B.**  $u_n = (-2) \frac{1}{10^{n-1}}$ .



C.  $u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2} \quad (n \geq 2).$

D.  $u_n = \sqrt{u_{n-1} \cdot u_{n+1}} \quad (n \geq 2).$

**Câu 12:** Cho cấp số nhân có  $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$ . Tính  $u_5$ ?

A.  $u_5 = \frac{-27}{16}.$

B.  $u_5 = \frac{-16}{27}.$

C.  $u_5 = \frac{16}{27}.$

D.  $u_5 = \frac{27}{16}.$

**Câu 13:** Cho cấp số nhân có  $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$ . Số  $\frac{-96}{243}$  là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. Thứ 5.

B. Thứ 6.

C. Thứ 7.

D. Không phải là số hạng của cấp số.

**Câu 14:** Cho cấp số nhân có  $u_2 = \frac{1}{4}; u_5 = 16$ . Tìm  $q$  và  $u_1$ .

A.  $q = \frac{1}{2}; u_1 = \frac{1}{2}.$

B.  $q = -\frac{1}{2}; u_1 = -\frac{1}{2}.$

C.  $q = 4; u_1 = \frac{1}{16}.$

D.  $q = -4; u_1 = -\frac{1}{16}.$

**Câu 15:** Với  $x$  là số nguyên dương, ba số  $2x, 3x+3, 5x+5$  theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là

A.  $-\frac{250}{3}.$

B.  $\frac{250}{3}.$

C. 250.

D. -250.

**Câu 16:** Cho ba số thực  $x, y, z$  trong đó  $x \neq 0$ . Biết rằng  $x, 2y, 3z$  lập thành cấp số cộng và  $x, y, z$  lập thành cấp số nhân; tìm công bội  $q$  của cấp số nhân đó.

A.  $\begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$

B.  $\begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ q = \frac{2}{3} \end{cases}$

C.  $q = 2$

D.  $q = 1$

**Câu 17:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội dương và  $u_2 = \frac{1}{4}, u_4 = 4$ . Giá trị của  $u_1$  là

A.  $u_1 = \frac{1}{6}.$

B.  $u_1 = \frac{1}{16}.$

C.  $u_1 = -\frac{1}{16}.$

D.  $u_1 = \frac{1}{2}.$

**Câu 18:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Giá trị  $u_{2019}$  bằng

A.  $2 \cdot 3^{2018}.$

B.  $3 \cdot 2^{2018}.$

C.  $2 \cdot 3^{2019}.$

D.  $3 \cdot 2^{2019}.$

**Câu 19:** Cho cấp số nhân  $(u_n); u_1 = 1, q = 2$ . Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

A. 11.

B. 9.

C. 8.

D. 10.

**Câu 20:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 5$  và công bội  $q = -2$ . Số hạng thứ sáu của  $(u_n)$  là

A.  $u_6 = 320.$

B.  $u_6 = -160.$

C.  $u_6 = -320.$

D.  $u_6 = 160.$

**Câu 21:** Tìm số hạng đầu  $u_1$  của cấp số nhân  $(u_n)$  biết rằng  $u_1 + u_2 + u_3 = 168$  và  $u_4 + u_5 + u_6 = 21$

A.  $u_1 = 24.$

B.  $u_1 = \frac{1334}{11}.$

C.  $u_1 = 96.$

D.  $u_1 = \frac{217}{3}.$

- Câu 22:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$ . Tính số hạng thứ 2018 của dãy số trên  
**A.**  $u_{2018} = 6.2^{2017} - 5$ .    **B.**  $u_{2018} = 6.2^{2018} - 5$ .    **C.**  $u_{2018} = 6.2^{2017} + 1$ .    **D.**  $u_{2018} = 6.2^{2018} + 5$ .
- Câu 23:** Cho  $(u_n)$  là cấp số nhân, công bội  $q > 0$ . Biết  $u_1 = 1, u_3 = 4$ . Tìm  $u_4$ .  
**A.**  $\frac{11}{2}$ .    **B.** 2.    **C.** 16.    **D.** 8.
- Câu 24:** Cho cấp số nhân  $(u_n), n \geq 1$  với công bội  $q = 2$  và có số hạng thứ hai  $u_2 = 5$ . Số hạng thứ 7 của cấp số nhân là  
**A.**  $u_7 = 320$ .    **B.**  $u_7 = 640$ .    **C.**  $u_7 = 160$ .    **D.**  $u_7 = 80$ .
- Câu 25:** Cho một cấp số nhân có số hạng thứ 4 gấp 4096 lần số hạng đầu tiên. Tổng hai số hạng đầu tiên là 34. Số hạng thứ 3 của dãy số có giá trị bằng:  
**A.** 1.    **B.** 512.    **C.** 1024.    **D.** 32.
- Câu 26:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ , biết  $u_1 = 12, \frac{u_3}{u_8} = 243$ . Tìm  $u_9$ .  
**A.**  $u_9 = \frac{2}{2187}$ .    **B.**  $u_9 = \frac{4}{6563}$ .    **C.**  $u_9 = 78732$ .    **D.**  $u_9 = \frac{4}{2187}$ .
- Câu 27:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có tổng  $n$  số hạng đầu tiên là  $S_n = 5^n - 1$  với  $n = 1, 2, \dots$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp số nhân đó?  
**A.**  $u_1 = 5, q = 4$ .    **B.**  $u_1 = 5, q = 6$ .    **C.**  $u_1 = 4, q = 5$ .    **D.**  $u_1 = 6, q = 5$ .
- Câu 28:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp số nhân trên.  
**A.**  $u_1 = 9; q = 2$ .    **B.**  $u_1 = 9; q = -2$ .    **C.**  $u_1 = -9; q = -2$ .    **D.**  $u_1 = -9; q = 2$ .
- Câu 29:** Xen giữa số 3 và số 768 là 7 số để được một cấp số nhân có  $u_1 = 3$ . Khi đó  $u_5$  là:  
**A.** 72.    **B.** -48.    **C.**  $\pm 48$ .    **D.** 48.
- Câu 30:** Cấp số nhân  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$ . Tìm  $u_1$ , biết rằng  $u_1 \leq 100$ .  
**A.**  $u_1 = 16$ .    **B.**  $u_1 = 2$ .    **C.**  $u_1 = -16$ .    **D.**  $u_1 = -2$ .
- Câu 31:** Cho cấp số nhân  $u_1 = -1, u_6 = 0,00001$ . Khi đó  $q$  và số hạng tổng quát là?  
**A.**  $q = \frac{1}{10}, u_n = \frac{-1}{10^{n-1}}$ .    **B.**  $q = \frac{-1}{10}, u_n = -10^{n-1}$ .  
**C.**  $q = \frac{-1}{10}, u_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$ .    **D.**  $q = \frac{1}{10}, u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$ .
- Câu 32:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$ . Tìm số hạng thứ 2020 của dãy.  
**A.**  $u_{2020} = 3.2^{2020} - 5$ .    **B.**  $u_{2020} = 3.2^{2019} + 5$ .    **C.**  $u_{2020} = 3.2^{2019} - 5$ .    **D.**  $u_{2020} = 3.2^{2020} + 5$ .

**Câu 33:** Số hạng đầu và công bội  $q$  của cấp số nhân với  $u_7 = -5, u_{10} = 135$  là:

A.  $u_1 = \frac{5}{729}, q = -3$ .    B.  $u_1 = -\frac{5}{729}, q = 3$ .    C.  $u_1 = \frac{5}{729}, q = 3$ .    D.  $u_1 = -\frac{5}{729}, q = -3$ .

**Câu 34:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_1 = 2; u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1$ . Tìm số hạng thứ 2019 của dãy số.

A.  $u_{2019} = 5.2^{2019} - 6062$ .    B.  $u_{2019} = 5.2^{2019} + 6062$ .  
 C.  $u_{2019} = 5.2^{2020} - 6062$ .    D.  $u_{2019} = 5.2^{2020} + 6062$ .

**Câu 35:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_1 = 1; u_{n+1} = \frac{3}{2} \left( u_n - \frac{n+4}{n^2 + 3n + 2} \right), n \geq 1$ . Giá trị của  $u_{50}$  gần nhất với số nào dưới đây?

A.  $-312540600$ .    B.  $-312540500$ .    C.  $-212540500$ .    D.  $-212540600$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q < 0$  và  $u_2 = 4, u_4 = 9$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng đầu  $u_1 = -\frac{8}{3}$

b) Cấp số nhân có công bội  $q = -\frac{3}{2}$

c) Số hạng  $u_5 = \frac{27}{2}$

d)  $-\frac{2187}{32}$  là số hạng thứ 8

**Câu 2:** Trong một hồ sen, số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước. Biết rằng ngày đầu có 1 lá sen thì tới ngày thứ 10 hồ sẽ đầy lá sen. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 8 hồ sẽ đầy lá sen.

b) Số lá sen lập thành cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 1$  và công bội  $q = 3$ .

c) Số lá sen lập thành cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 3$ .

d) Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 9 hồ sẽ đầy lá sen.

**Câu 3:** Để tích lũy cho việc học đại học của cậu con trai đầu lòng, cô Lan quyết định hằng tháng bỏ ra 600 nghìn đồng vào tài khoản tiết kiệm, được trả lãi 0,5% cộng dồn hằng tháng. Cô bắt đầu chương trình tích lũy này khi cậu con trai tròn ba tuổi và gửi tiền vào đầu mỗi tháng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đến lần gửi khoản tiền thứ 180 thì cậu con trai tròn 18 tuổi.

b) Đến lần gửi khoản tiền thứ 180 thì cậu con trai tròn 18 tuổi.

c) Số tiền của cô Lan có trong chương trình ở đầu tháng thứ 5 (làm tròn đến hàng nghìn) là 3.030.000 đồng.

d) Số tiền của cô Lan có trong chương trình vào thời điểm cậu con trai đầu lòng tròn 18 tuổi nhỏ hơn 160 triệu đồng.

**Câu 4:** Vào năm con gái được 4 tuổi, một người chuẩn bị gửi tiết kiệm đầu mỗi năm một số tiền  $x$  (triệu đồng) ( $x \in \mathbb{N}$ ) để đến năm 18 tuổi sẽ có được 200 triệu cho con gái đi học đại học. Hiện tại lãi suất tiền gửi hàng năm là  $4,8\%$  /năm. Giả sử lãi suất này được giữ ổn định. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tổng số tiền thu về sau 14 năm là một cấp số nhân có  $q = (1 + 4,8\%)$ .

b) Tổng số tiền thu về sau 14 năm là một cấp số nhân có  $u_1 = x$ .

c)  $x = 10$  (triệu đồng)

d) Đến năm con gái được 10 tuổi, người này dự định khi con gái được 18 tuổi sẽ mua thêm cho con gái một chiếc xe máy trị giá 50 triệu đồng. Do đó, kể từ thời điểm đầu năm con gái được 10 tuổi người này cần gửi tiết kiệm  $y$  triệu đồng đến khi con gái 18 tuổi ( $y \in \mathbb{N}$ ). Giá trị nhỏ nhất của  $y = 15$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và  $q = -2$ . Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -1$  và  $q = -\frac{1}{10}$ . Số  $\frac{1}{10^{103}}$  là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

**Câu 3:** Một cấp số nhân có công bội bằng 3 và số hạng đầu bằng 5. Biết số hạng chính giữa là 32805. Hỏi cấp số nhân đã cho có bao nhiêu số hạng?

**Câu 4:** Một cấp số nhân có 6 số hạng với công bội bằng 2 và tổng số các số hạng bằng 189. Tìm số hạng cuối  $u_6$  của cấp số nhân đã cho.

**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội  $q$  và thỏa 
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 49 \left( \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \frac{1}{u_5} \right) \\ u_1 + u_3 = 35 \end{cases}$$

Tính  $P = u_1 + 4q^2$ .

**Câu 6:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội  $q$  và thỏa 
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 26 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 364 \end{cases}$$
. Tìm  $q$  biết rằng  $q > 1$ .

**Câu 7:** Các số  $x + 6y, 5x + 2y, 8x + y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số  $x - 1, y + 2, x - 3y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính  $x^2 + y^2$ .

**Câu 8:** Cho dãy số tăng  $a, b, c$  ( $c \in \mathbb{Z}$ ) theo thứ tự lập thành cấp số nhân; đồng thời  $a, b + 8, c$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và  $a, b + 8, c + 64$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức  $P = a - b + 2c$ .

**Câu 9:** Số hạng thứ hai, số hạng đầu và số hạng thứ ba của một cấp số cộng với công sai khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội  $q$ . Tìm  $q$ .

**Câu 10:** Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng:

**Câu 11:** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là  $12\,288\,m^2$ ). Tính diện tích mặt trên cùng.

-----HẾT-----

**Dạng 3: Tính tổng các số hạng trong một cấp số nhân**

**Phương pháp:** Để tính tổng của  $n$  số hạng trong một cấp số nhân, ta sử dụng công thức:

$$S_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}, q \neq 1.$$

- Nếu  $q = 1$  thì  $u_1 = u_2 = u_3 = \dots = u_n$  do đó  $S_n = nu_1$ .

**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài tập 1:** Tính các tổng sau:

a)  $S_n = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n$

b)  $S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}$

c)  $S_n = \left(3 + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(9 + \frac{1}{9}\right)^2 + \dots + \left(3^n + \frac{1}{3^n}\right)^2$

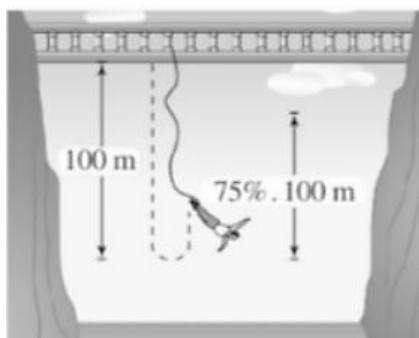
d)  $S_n = 6 + 66 + 666 + \dots + \underbrace{666\dots6}_{n \text{ số } 6}$

**Bài tập 2:** Cho một cấp số nhân  $(u_n)$  có các số hạng đều không âm và thỏa mãn  $u_2 = 6$  và  $u_4 = 24$ . Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

**Bài tập 3:** Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cược trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

**Bài tập 4:** Anh Dũng kí hợp đồng lao động trong 10 năm với phương án trả lương như sau: Năm thứ nhất, tiền lương của anh Dũng là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của anh Dũng được tăng lên 10%. Tính tổng số tiền lương anh Dũng lĩnh được trong 10 năm đầu đi làm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị triệu đồng).

**Bài tập 5:** Một người nhảy Bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Giả sử sau mỗi lần rơi xuống, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ cao bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên (Hình 3). Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần rơi xuống và lại được kéo lên, tính từ lúc bắt đầu nhảy (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $q = -2$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A.  $S_{10} = -511$ .      B.  $S_{10} = 1023$ .      C.  $S_{10} = 1025$ .      D.  $S_{10} = -1025$ .

**Câu 2:** Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn  $u_2 = 6$ ,  $u_4 = 24$ . Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

- A.  $3 \cdot 2^{12} - 3$ .      B.  $2^{12} - 1$ .      C.  $3 \cdot 2^{12} - 1$ .      D.  $3 \cdot 2^{12}$ .

**Câu 3:** Cho dãy  $(u_n)$  với  $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tính  $S_{2019} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2019}$ , ta được kết quả

- A.  $2020 - \frac{1}{2^{2019}}$ .      B.  $\frac{4039}{2}$ .      C.  $2019 + \frac{1}{2^{2019}}$ .      D.  $\frac{6057}{2}$ .

**Câu 4:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_3 = 12$ ,  $u_5 = 48$ , có công bội âm. Tổng 7 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 129.      B. -129.      C. 128.      D. -128.

**Câu 5:** Cho  $(u_n)$  là cấp số nhân, đặt  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Biết  $S_2 = 4; S_3 = 13$  và  $u_2 < 0$ , giá trị  $S_5$  bằng

- A. 2.      B.  $\frac{181}{16}$ .      C.  $\frac{35}{16}$ .      D. 121.

**Câu 6:** Giá trị của tổng  $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$  bằng

- A.  $S = \frac{3^{2019} - 1}{2}$ .      B.  $S = \frac{3^{2018} - 1}{2}$ .      C.  $S = \frac{3^{2020} - 1}{2}$ .      D.  $S = -\frac{3^{2018} - 1}{2}$ .

**Câu 7:** Biết rằng  $S = 1 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + \dots + 11 \cdot 3^{10} = a + \frac{21 \cdot 3^b}{4}$ . Tính  $P = a + \frac{b}{4}$ .

- A.  $P = 1$ .      B.  $P = 2$ .      C.  $P = 3$ .      D.  $P = 4$ .

**Câu 8:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $S_2 = 4$  và  $S_3 = 13$ . Tìm  $S_5$ .

- A.  $S_5 = 121$  hoặc  $S_5 = \frac{181}{16}$ .      B.  $S_5 = 121$  hoặc  $S_5 = \frac{35}{16}$ .  
C.  $S_5 = 114$  hoặc  $S_5 = \frac{185}{16}$ .      D.  $S_5 = 141$  hoặc  $S_5 = \frac{183}{16}$ .

**Câu 9:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 8$  và biểu thức  $4u_3 + 2u_2 - 15u_1$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $S_{10}$ .

- A.  $S_{10} = \frac{2(4^{11} + 1)}{5 \cdot 4^9}$ .      B.  $S_{10} = \frac{2(4^{10} + 1)}{5 \cdot 4^8}$ .      C.  $S_{10} = \frac{2^{10} - 1}{3 \cdot 2^6}$ .      D.  $S_{10} = \frac{2^{11} - 1}{3 \cdot 2^7}$ .

**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2$ , công bội dương và biểu thức  $u_4 + \frac{1024}{u_7}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Tính  $S = u_{11} + u_{12} + \dots + u_{20}$ .

- A.  $S = 2046$ .      B.  $S = 2097150$ .      C.  $S = 2095104$ .      D.  $S = 1047552$ .

**Câu 11:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$ . Tính  $S_{21}$ .

- A.  $S_{21} = \frac{1}{2}(3^{21} + 1)$       B.  $S_{21} = 3^{21} - 1$ .      C.  $S_{21} = 1 - 3^{21}$ .      D.  $S_{21} = -\frac{1}{2}(3^{21} + 1)$ .

**Câu 12:** Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; ... Gọi  $S_n$  là tổng của  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $S_n = 4^{n-1}$ .      B.  $S_n = \frac{n(1+4^{n-1})}{2}$ .      C.  $S_n = \frac{4^n - 1}{3}$ .      D.  $S_n = \frac{4(4^n - 1)}{3}$ .

**Câu 13:** Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là  $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; \dots; 2048$ . Tính tổng  $S$  của tất cả các số hạng của cấp số nhân đã cho.

- A.  $S = 2047,75$ .      B.  $S = 2049,75$ .      C.  $S = 4095,75$ .      D.  $S = 4096,75$ .

**Câu 14:** Số thập phân vô hạn tuần hoàn  $3,1555\dots = 3,1(5)$  viết dưới dạng số hữu tỉ là:

- A.  $\frac{63}{20}$ .      B.  $\frac{142}{45}$ .      C.  $\frac{1}{18}$ .      D.  $\frac{7}{2}$ .

**Câu 15:** Tính tổng  $S = -1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{6^2} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{6^n} + \dots$

- A.  $S = \frac{7}{6}$       B.  $S = -\frac{6}{7}$       C.  $S = \frac{6}{7}$       D.  $S = -\frac{7}{6}$

**Câu 16:** Số thập phân vô hạn tuần hoàn  $0,121212\dots$  được biểu diễn bởi phân số

- A.  $\frac{3}{25}$ .      B.  $\frac{12}{99}$ .      C.  $\frac{1}{11}$ .      D.  $\frac{3}{22}$ .

**Câu 17:** Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

- A. 215.      B. 315.      C. 415.      D. 515.

**Câu 18:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$ . Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân  $(u_n)$  là

- A.  $S_8 = 1093$ .      B.  $S_8 = 3820$ .      C.  $S_8 = 9841$ .      D.  $S_8 = 3280$ .

**Câu 19:** Tổng  $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  có giá trị là:

- A.  $\frac{1}{9}$ .      B.  $\frac{1}{4}$ .      C.  $\frac{1}{3}$ .      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 20:** Cho dãy số  $(a_n)$  xác định bởi  $a_1 = 2, a_{n+1} = -2a_n, n \geq 1, n \in \mathbb{N}$ . Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của dãy số.

- A.  $\frac{2050}{3}$ .      B. 2046.      C. -682.      D. -2046.

**Câu 21:** Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$ , số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2048?

- A.  $\frac{1365}{2}$ .      B.  $\frac{5416}{2}$ .      C.  $\frac{5461}{2}$ .      D.  $\frac{21845}{2}$ .

**Câu 22:** Một cấp số nhân  $(u_n)$  có  $n$  số hạng, số hạng đầu  $u_1 = 7$ , công bội  $q = 2$ . Số hạng thứ  $n$  bằng 1792. Tính tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân  $(u_n)$ ?

- A. 5377.                      B. 5737.                      C. 3577.                      D. 3775.

**Câu 23:** Tính tổng cá số nhân lùi vô hạn  $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^2}{2^n}, \dots$  là.

- A.  $-1$ .                      B.  $\frac{1}{2}$ .                      C.  $-\frac{1}{4}$ .                      D.  $-\frac{1}{3}$ .

**Câu 24:** Giá trị của tổng  $7 + 77 + 777 + \dots + 77\dots7$  bằng

- A.  $\frac{70}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$ .                      B.  $\frac{7}{9}\left(\frac{10^{2018} - 10}{9} - 2018\right)$ .  
 C.  $\frac{7}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$ .                      D.  $\frac{7}{9}(10^{2018} - 1)$ .

**Câu 25:** Giá trị của tổng  $4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$  bằng

- A.  $\frac{40}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$ .                      B.  $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$ .  
 C.  $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018\right)$ .                      D.  $\frac{4}{9}(10^{2018} - 1)$ .

**Câu 26:** Cho dãy số xác định bởi  $u_1 = 1, u_{n+1} = \frac{1}{3}\left(2u_n + \frac{n-1}{n^2 + 3n + 2}\right); n \in \mathbb{N}^*$ . Khi đó  $u_{2018}$  bằng:

- A.  $u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$ .                      B.  $u_{2018} = \frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}$ .  
 C.  $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$ .                      D.  $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}$ .

**Câu 27:** Cho dãy số  $(U_n)$  xác định bởi:  $U_1 = \frac{1}{3}$  và  $U_{n+1} = \frac{n+1}{3n}U_n$ . Tổng  $S = U_1 + \frac{U_2}{2} + \frac{U_3}{3} + \dots + \frac{U_{10}}{10}$  bằng:

- A.  $\frac{3280}{6561}$ .                      B.  $\frac{29524}{59049}$ .                      C.  $\frac{25942}{59049}$ .                      D.  $\frac{1}{243}$ .

**Câu 28:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1; n \geq 2 \end{cases}$ . Tổng  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$  bằng

- A.  $2^{20} - 20$ .                      B.  $2^{21} - 22$ .                      C.  $2^{20}$ .                      D.  $2^{21} - 20$ .

**Câu 29:** Người ta thiết kế một cái tháp 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.

- A.  $8 m^2$ .                      B.  $6 m^2$ .                      C.  $10 m^2$ .                      D.  $12 m^2$ .

**Câu 30:** Dân số tỉnh Bình Phước theo điều tra vào ngày 1/1/2011 là 905300 người. Nếu duy trì tốc độ tăng trưởng dân số không đổi là 10% một năm thì đến 1/1/2020 dân số của tỉnh Bình Phước là bao nhiêu?

- A. 22582927.                      B. 02348115.                      C. 2134650.                      D. 11940591.



**Câu 31:** Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng  $\frac{3}{4}$  độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.

- A. 40 m.                      B. 70 m.                      C. 50 m.                      D. 80 m.

**Câu 32:** Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.

- A. 10.                      B. 11.                      C. 26.                      D. 50.

**Câu 33:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại đỉnh  $A$ , biết độ dài cạnh đáy  $BC$ , đường cao  $AH$  và cạnh bên  $AB$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội  $q$ . Giá trị của  $q^2$  bằng

- A.  $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ .                      D.  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

**Câu 34:** Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1=1$ , công bội  $q=2$ . Tính tổng

$$T = \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}}$$

- A.  $\frac{1-2^{19}}{15.2^{18}}$ .                      B.  $\frac{1-2^{20}}{15.2^{19}}$ .                      C.  $\frac{2^{19}-1}{15.2^{18}}$ .                      D.  $\frac{2^{20}-1}{15.2^{19}}$

**Câu 35:** Cho cấp số nhân  $(a_n)$  có  $a_1=7$ ,  $a_6=224$  và  $S_k=3577$ . Tính giá trị của biểu thức  $T=(k+1)a_k$ .

- A.  $T=17920$ .                      B.  $T=8064$ .                      C.  $T=39424$ .                      D.  $T=86016$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ , biết  $u_1+u_5=51; u_2+u_6=102$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số hạng  $u_1=3$   
 b) Số hạng  $u_4=48$   
 c) Số 12288 là số hạng thứ 12 của cấp số nhân  $(u_n)$   
 d) Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân là: 765.

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn:  $\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số hạng  $u_1=2; u_2=\frac{2}{3}$   
 b)  $u_5 - u_3 = -\frac{16}{81}$   
 c) Số  $\frac{2}{6561}$  là số hạng thứ 8 của cấp số nhân  
 d) Tổng 9 số hạng đầu của cấp số nhân là số lớn hơn 3.

**Câu 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số hạng  $u_1 = 2$
- b) Gọi  $q$  là công bội của cấp số nhân, thì ba số  $q; 1; 3$  tạo thành một cấp số cộng
- c) Số  $-486$  là số hạng thứ 5 của cấp số nhân
- d) Tổng của 21 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng 5230176602

**Câu 4:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết rằng  $u_1 + u_2 + u_3 = 168$  và  $u_4 + u_5 + u_6 = 21$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số hạng  $u_1 = 90$
- b) Công bội của cấp số nhân bằng 2
- c) Số 24 là số hạng thứ 3 của cấp số nhân
- d) Tổng của 10 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng  $\frac{3069}{16}$

**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội nguyên và các số hạng thỏa mãn  $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$ . Xét tính đúng

sai của các khẳng định sau:

- a) Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9
- b) Công bội của cấp số nhân  $q = 3$
- c) Tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599
- d) Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân có  $u_1 = 3$ ,  $u_3 = 12$  và công bội của cấp số nhân đó là số âm.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Công bội của cấp số cộng đó là  $q = -2$ .
- b) Số hạng thứ 25 của cấp số nhân đó bằng  $-3 \cdot 2^{24}$ .
- c) Tổng 101 số hạng đầu của cấp số nhân đó bằng  $1 - 2^{101}$ .
- d)  $u_{55} = \sqrt{u_{54} \cdot u_{56}}$

**Câu 7:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_2 = 6$  và  $u_3 = 18$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Công bội của cấp số nhân là  $q = 3$ .
- b)  $u_{k-1} + u_{k+1} = u_k^2, 2 \leq k \in \mathbb{N}^*$ .
- c) Số hạng đầu của cấp số nhân là  $u_1 = 1$
- d) Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho  $S_{10} = 59048$ .

**Câu 8:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 4u_n - 1 \end{cases}$  (với  $n \in \mathbb{N}^*$ ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số hạng thứ năm của dãy số là 685.
- b) Đặt  $v_n = u_n - \frac{1}{3}$  thì  $(v_n)$  là cấp số nhân
- c) Số hạng tổng quát  $u_n = \frac{8}{3} \cdot 4^{n-1} + \frac{1}{3}$ .

d) Ta có  $S_8 = 58256$

**Câu 9:** Tương truyền rằng nhà vua Ấn Độ cho phép người phát minh ra bàn cờ vua được lựa chọn phần thưởng tùy theo sở thích. Người đó xin nhà vua: “Bàn cờ có 64 ô, với ô thứ nhất thần xin nhận 1 hạt thóc, ô thứ hai thì gấp đôi ô đầu, ô thứ ba thì lại gấp đôi ô thứ hai, ... cứ như vậy ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước và thần xin nhận tổng số các hạt thóc ở 64 ô”. Biết rằng khối lượng của 100 hạt thóc là 20 gam. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có  $u_1 = 1; q = 2$ .

b) Số hạt thóc ở ô thứ tám là  $2^8$ .

c) Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 364 tỉ tấn.

d) Giả sử người đó muốn chở số thóc ở trên 32 ô đầu tiên về bằng tàu thủy, biết rằng mỗi chuyến tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa. Khi đó, người đó cần tối thiểu 85 chuyến tàu để chở hết số thóc đó.

**Câu 10:** Anh Bình là nhân viên của một công ty A. Từ ngày 1/2/2024 anh Bình được nâng lương lên bậc 4, mức lương anh hiện hưởng là 11.718.750 đồng mỗi tháng (chưa trừ thuế và bảo hiểm). Theo quy định của công ty, nếu không bị kỉ luật, không có khen thưởng đặc biệt thì cứ sau 3 năm anh Bình sẽ được nâng một bậc lương, tăng thêm 25% so với bậc lương trước, tối đa là bậc 7. Khi hết bậc 7 sẽ chuyển sang vượt khung. Lương vượt khung năm sau cao hơn năm trước 1% và vẫn nhận hàng tháng. Lương bậc 1 sẽ được tính sau khi hết đúng 1 năm tập sự. Anh Bình là người rất nghiêm túc, không vi phạm kỉ luật. Anh dự định sẽ làm việc 30 năm ở công ty này rồi nghỉ hưu. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau? (làm tròn đến đồng)

a) Lương bậc 5 của anh Bình sẽ là 14.500.000 đồng.

b) Lương bậc 1 của anh Bình là 6.000.000 đồng.

c) Lương bậc 7 anh Bình là 23.250.000.

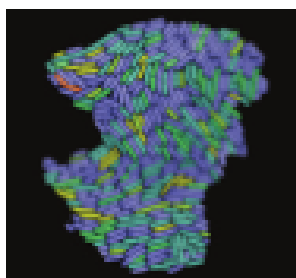
d) Tổng tiền lương anh Bình nhận được kể từ khi hết tập sự đến khi nghỉ hưu là  $= 5.554.357.709$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

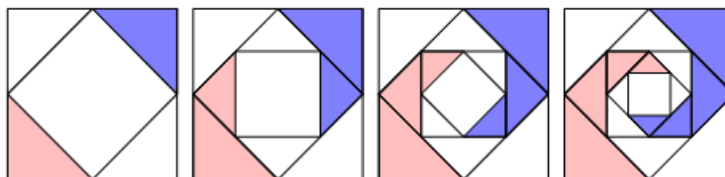
**Câu 1:** Cho năm số  $a, b, c, d, e$  tạo thành một cấp số nhân theo thứ tự đó và các số đều khác 0, biết  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 10$  và tổng của chúng bằng 40. Tính giá trị  $|S|$  với  $S = abcde$ .

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} 5u_1 + \sqrt{5u_1 - u_2} = u_2 + 6 \\ u_{n+1} = 3u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $n$  để  $u_n \geq 2.3^{2018}$  bằng bao nhiêu?

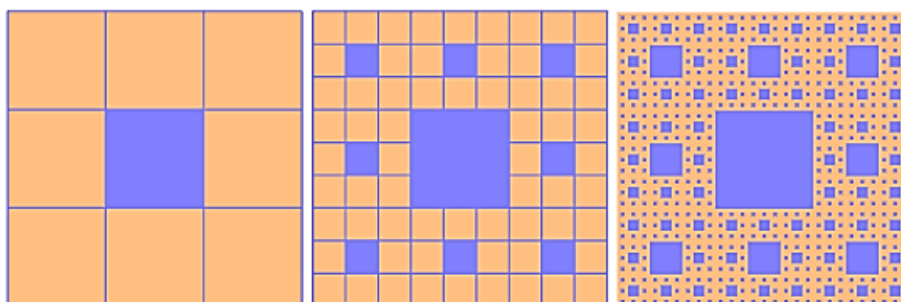
**Câu 3:** Một loại vi khuẩn được nuôi cấy trong ống nghiệm, cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Nếu ban đầu có 200 vi khuẩn, tính số lượng vi khuẩn có trong ống nghiệm sau 2 giờ.



- Câu 4:** Một khay nước có nhiệt độ  $20^{\circ}\text{C}$  được đặt vào ngăn đá của tủ lạnh. Cho biết sau mỗi giờ, nhiệt độ của nước đá giảm đi 25%. Tính nhiệt độ khay nước đó sau 4 giờ.
- Câu 5:** Một tháp 10 tầng có diện tích sàn của tầng dưới cùng là  $6144\text{m}^2$ . Tính diện tích mặt sàn tầng trên cùng biết rằng diện tích mặt sàn mỗi tầng bằng nửa diện tích mặt sàn tầng ngay bên dưới.
- Câu 6:** Các cạnh của hình vuông ban đầu có chiều dài 16 cm. Một hình vuông nhỏ được hình thành bằng cách nối các điểm giữa của các cạnh của hình vuông ban đầu và hai trong số các hình tam giác kết quả được tô màu (hình vẽ dưới). Nếu quá trình này được lặp lại năm lần nữa, hãy xác định tổng diện tích của vùng được tô màu.



- Câu 7:** Mặt sàn tầng một (tầng trệt) của một ngôi nhà cao hơn mặt sân 0,5 m. Cầu thang đi từ tầng một lên tầng hai gồm 25 bậc, mỗi bậc cao 16 cm. Viết công thức để tìm độ cao của bậc cầu thang thứ  $n$  so với mặt sân và tính độ cao của sàn tầng hai so với mặt sân.
- Câu 8:** Một hình vuông màu vàng có cạnh 1 đơn vị dài được chia thành chín hình vuông nhỏ hơn và hình vuông ở chính giữa được tô màu xanh như hình dưới đây. Mỗi hình vuông màu vàng nhỏ hơn lại được chia thành chín hình vuông con, và mỗi hình vuông con ở chính giữa lại được tô màu xanh. Nếu quá trình này được tiếp tục lặp lại năm lần, thì tổng diện tích các hình vuông được tô màu xanh bao nhiêu?



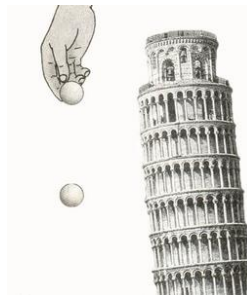
- Câu 9:** Một cây đàn organ có tần số âm thanh các phím liên tiếp tạo thành một cấp số nhân. Cho biết tần số phím La Trung là 400 Hz và tần số của phím LaCao cao hơn 12 phím là 800 Hz. Tìm công bội của cấp số nhân nói trên (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).
- Câu 10:** Dân số Việt Nam năm 2020 là khoảng 97,6 triệu người. Nếu trung bình mỗi năm tăng 1,14% thì ước tính dân số Việt Nam năm 2040 là khoảng bao nhiêu người (làm tròn kết quả đến hàng trăm nghìn)?
- Câu 11:** Để tích lũy tiền cho việc học đại học của con gái, cô Hoa quyết định hằng tháng bỏ ra 500 nghìn đồng vào tài khoản tiết kiệm, được trả lãi 0,5% cộng dồn hằng tháng. Có bắt đầu chương trình tích lũy này khi con gái cô tròn 3 tuổi. Cô ấy sẽ tích lũy được bao nhiêu tiền vào thời điểm gửi khoản tiền thứ 180? Lúc này con gái cô Hoa bao nhiêu tuổi?
- Câu 12:** Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là 50mg, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kế trước đó. Tính tổng lượng thuốc (tính bằng mg) trong máu của bệnh nhân sau khi dùng thuốc 10 ngày liên tiếp.
- Câu 13:** Ban đầu, một quả lắc đồng hồ dao động theo một cung tròn dài 46 cm (H. 2.1). Sau mỗi lần đu liên tiếp, độ dài của cung tròn bằng 0,98 độ dài cung tròn ở ngay lần trước đó. Sau 15 lần dao



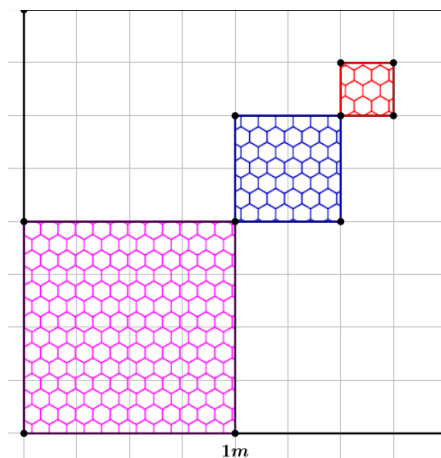
động, quả lắc sẽ đi được quãng đường tổng cộng là bao nhiêu? (Kết quả tính theo centimet và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



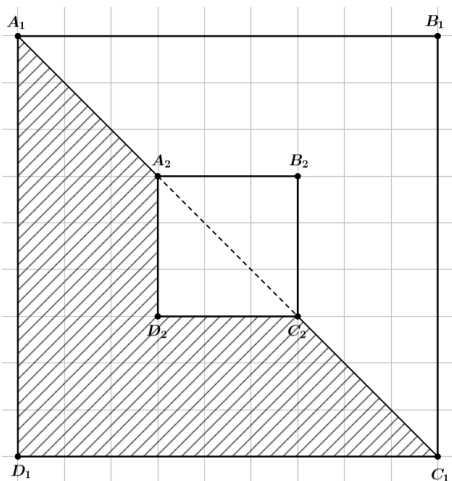
**Câu 14:** Từ độ cao 55,8m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng  $\frac{1}{10}$  độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?



**Câu 15:** Để trang trí cho quán trà sữa sắp mở cửa của mình, bạn Việt quyết định tô màu một mảng tường hình vuông cạnh bằng 1m. Phần tô màu dự kiến là các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là 1,2,3...n,..., trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó. Giả sử quá trình tô màu của Việt có thể diễn ra nhiều giờ. Hỏi bạn Việt tô màu đến hình vuông thứ mấy thì diện tích của hình vuông được tô bắt đầu nhỏ hơn  $\frac{1}{1000} (m^2)$ ?



**Câu 16:** Với hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:

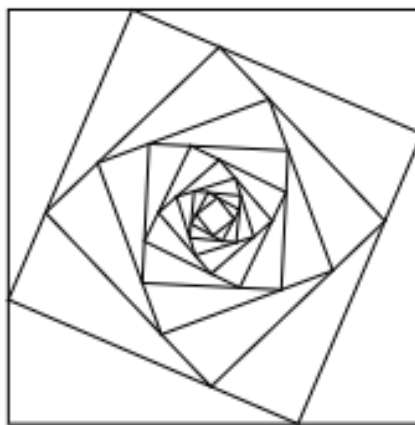


**Bước 1:** Tô màu “đẹp” cho hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$ .

**Bước 2:** Tô màu “đẹp” cho hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

**Bước 3:** Tô màu “đẹp” cho hình vuông  $A_3B_3C_3D_3$  là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% .

**Câu 17:** Cho hình vuông  $(C_1)$  có cạnh bằng  $a$ . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông  $(C_2)$ .



Từ hình vuông  $(C_2)$  lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ . Gọi  $S_i$  là diện tích của hình vuông  $C_i (i \in \{1, 2, 3, \dots\})$ . Đặt  $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$ . Biết

$$T = \frac{32}{3}. \text{ Tính } a?$$

-----HẾT-----

## A // LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

**1** Dãy số hữu hạn

- Mỗi hàm số  $u : \{1; 2; 3; \dots; m\} \rightarrow \mathbb{R} (m \in \mathbb{N}^*)$  được gọi là một dãy số hữu hạn.
- Dạng khai triển:  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$ .
- Số  $u_1$  gọi là số hạng đầu và số  $u_m$  gọi là số hạng cuối của dãy số.

**2** Dãy số vô hạn

- Mỗi hàm số  $u : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{R}$  được gọi là một dãy số vô hạn (gọi tắt là dãy số).
- Dạng khai triển:  $u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$
- Dãy số đó còn được viết tắt là  $(u_n)$ .
- Số  $u_1$  gọi là số hạng thứ nhất (hay số hạng đầu), số  $u_2$  gọi là số hạng thứ hai, ..., số  $u_n$  gọi là số hạng thứ  $n$  và là số hạng tổng quát của dãy số.

**3** Cách cho một dãy số

- Ta có thể cho dãy số bằng một trong những cách sau:
  - Liệt kê các số hạng của dãy số (với những dãy số hữu hạn và có ít số hạng).
  - Diễn đạt bằng lời cách xác định mỗi số hạng của dãy số.
  - Cho công thức của số hạng tổng quát của dãy số.
  - Cho bằng phương pháp truy hồi.

**4** Dãy số tăng, dãy số giảm

- Dãy số  $(u_n)$  được gọi là dãy số tăng nếu  $u_{n+1} > u_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- Dãy số  $(u_n)$  được gọi là dãy số giảm nếu  $u_{n+1} < u_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**5** Dãy số bị chặn

- Dãy số  $(u_n)$  được gọi là bị chặn trên nếu tồn tại một số  $M$  sao cho  $u_n \leq M$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- Dãy số  $(u_n)$  được gọi là bị chặn dưới nếu tồn tại một số  $m$  sao cho  $u_n \geq m$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .
- Dãy số  $(u_n)$  được gọi là bị chặn nếu nó vừa bị chặn trên, vừa bị chặn dưới; tức là tồn tại các số  $m$  và  $M$  sao cho  $m \leq u_n \leq M$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .





**B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN**

**Dạng 1: Xác định các số hạng của dãy số**

**Phương pháp:** Một dãy số có thể cho bằng:

- Liệt kê các số hạng (chỉ dùng cho các dãy hữu hạn và có ít số hạng)
- Công thức của số hạng tổng quát
- Phương pháp mô tả
- Phương pháp truy hồi

**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài tập 1:** Viết năm số hạng đầu và số hạng thứ 100 của các dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát cho bởi:

a)  $u_n = 3n - 2$

b)  $u_n = 3 \cdot 2^n$

c)  $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

**Lời giải**

a)  $u_1 = 1; u_2 = 4; u_3 = 7; u_4 = 10; u_5 = 13; u_{100} = 298$

b)  $u_1 = 6; u_2 = 12; u_3 = 24; u_4 = 48; u_5 = 96; u_{100} = 3,803 \cdot 10^{30}$

c)  $u_1 = 2; u_2 = \frac{9}{4}; u_3 = \frac{64}{27}; u_4 = \frac{625}{256}; u_5 = 2,48832; u_{100} = 2,7148$

**Bài tập 2:** Viết năm số hạng đầu tiên của mỗi dãy số  $(u_n)$  sau:

a)  $u_n = (-1)^{n+1} n^2$

b)  $u_1 = 1; u_2 = 2; u_n = u_{n-1} \cdot u_{n-2} (n \geq 3)$ .

**Lời giải**

a) Thay lần lượt  $n = 1, 2, 3, 4, 5$  vào công thức của  $u_n$  ta có:

$u_1 = (-1)^2 \cdot 1^2 = 1; u_2 = (-1)^3 \cdot 2^2 = -4; u_3 = (-1)^4 \cdot 3^2 = 9; u_4 = (-1)^5 \cdot 4^2 = -16; u_5 = (-1)^6 \cdot 5^2 = 25$

b) Thay lần lượt  $n = 3, 4, 5$  vào công thức của  $u_n$  ta có:

$u_1 = 1; u_2 = 2; u_3 = u_1 \cdot u_2 = 2; u_4 = u_2 \cdot u_3 = 4; u_5 = u_3 \cdot u_4 = 8.$

**Bài tập 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$ . Viết năm số hạng đầu tiên của dãy số đó.

**Lời giải**

Năm số hạng đầu tiên của dãy số  $(u_n)$  là:

$u_1 = \frac{1^2 + 3 \cdot 1 + 7}{1 + 1} = \frac{11}{2}; u_2 = \frac{2^2 + 3 \cdot 2 + 7}{2 + 1} = \frac{17}{3}; u_3 = \frac{2^2 + 3 \cdot 3 + 7}{3 + 1} = \frac{25}{4};$   
 $u_4 = \frac{4^2 + 3 \cdot 4 + 7}{4 + 1} = 7; u_5 = \frac{5^2 + 3 \cdot 5 + 7}{5 + 1} = \frac{47}{6}.$

**Bài tập 4:** Thực hiện các yêu cầu của bài toán trong các trường hợp dưới đây:

a) Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 2}{u_n + 1} \end{cases}$  hãy tìm số hạng  $u_{10}$ .

b) Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau:  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases}$  hãy tìm số hạng  $u_{50}$ .

c) Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau:  $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} + 3u_n + 5 \end{cases}$  hãy tìm số hạng  $u_8$ .

d) Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau:  $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{n}{n+1}(u_n + 1) \end{cases}$  hãy tìm số hạng  $u_{11}$ .

**Lời giải**

a)  $u_2 = \frac{u_1 + 2}{u_1 + 1} = \frac{1+2}{1+1} = \frac{3}{2}$ ;  $u_3 = \frac{u_2 + 2}{u_2 + 1} = \frac{\frac{3}{2} + 2}{\frac{3}{2} + 1} = \frac{7}{5}$ ;  $u_4 = \frac{u_3 + 2}{u_3 + 1} = \frac{\frac{7}{5} + 2}{\frac{7}{5} + 1} = \frac{17}{12}$ ;

$u_5 = \frac{u_4 + 2}{u_4 + 1} = \frac{\frac{17}{12} + 2}{\frac{17}{12} + 1} = \frac{41}{29}$ ;  $u_6 = \frac{u_5 + 2}{u_5 + 1} = \frac{\frac{41}{29} + 2}{\frac{41}{29} + 1} = \frac{99}{70}$ ;  $u_7 = \frac{u_6 + 2}{u_6 + 1} = \frac{\frac{99}{70} + 2}{\frac{99}{70} + 1} = \frac{239}{169}$

$u_8 = \frac{u_7 + 2}{u_7 + 1} = \frac{\frac{239}{169} + 2}{\frac{239}{169} + 1} = \frac{577}{408}$ ;  $u_9 = \frac{u_8 + 2}{u_8 + 1} = \frac{\frac{577}{408} + 2}{\frac{577}{408} + 1} = \frac{1393}{985}$ ;  $u_{10} = \frac{u_9 + 2}{u_9 + 1} = \frac{\frac{1393}{985} + 2}{\frac{1393}{985} + 1} = \frac{3363}{2378}$

b) Từ giả thiết ta có:  $u_1 = 1; u_2 = u_1 + 2; u_3 = u_2 + 2 \dots u_{50} = u_{49} + 2$

Cộng theo vế các đẳng thức trên, ta được:  $u_{50} = 1 + 2.49 = 99$ .

c) Ta có:  $u_3 = 2u_2 + 3u_1 + 5 = 12$   $u_4 = 2u_3 + 3u_2 + 5 = 35$   $u_5 = 2u_4 + 3u_3 + 5 = 111$

$u_6 = 2u_5 + 3u_4 + 5 = 332$   $u_7 = 2u_6 + 3u_5 + 5 = 1002$   $u_8 = 2u_7 + 3u_6 + 5 = 3005$ .

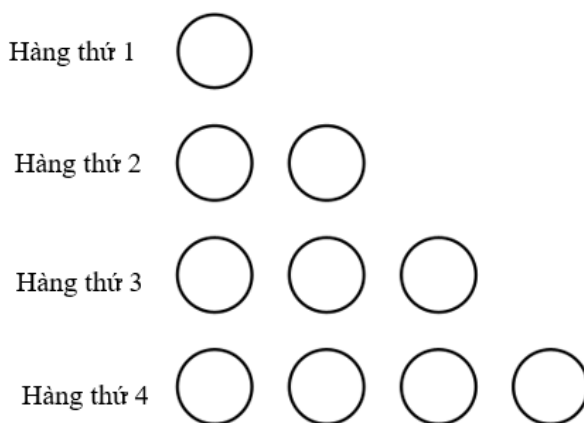
d)  $u_2 = \frac{1}{2}(u_1 + 1) = \frac{1}{2}$   $u_3 = \frac{2}{3}(u_2 + 1) = 1$   $u_4 = \frac{3}{4}(u_3 + 1) = \frac{3}{2}$   $u_5 = \frac{4}{5}(u_4 + 1) = 2$

$u_6 = \frac{5}{6}(u_5 + 1) = \frac{5}{2}$   $u_7 = \frac{6}{7}(u_6 + 1) = 3$   $u_8 = \frac{7}{8}(u_7 + 1) = \frac{7}{2}$   $u_9 = \frac{8}{9}(u_8 + 1) = 4$

$u_{10} = \frac{9}{10}(u_9 + 1) = \frac{9}{2}$   $u_{11} = \frac{10}{11}(u_{10} + 1) = 5$



**Bài tập 5:** Gọi  $u_n$  là số chấm ở hàng thứ  $n$  trong hình dưới đây. Dự đoán công thức của số hạng tổng quát cho dãy số  $(u_n)$ .



**Lời giải**

Số chấm ở hàng thứ nhất là:  $u_1 = 1$

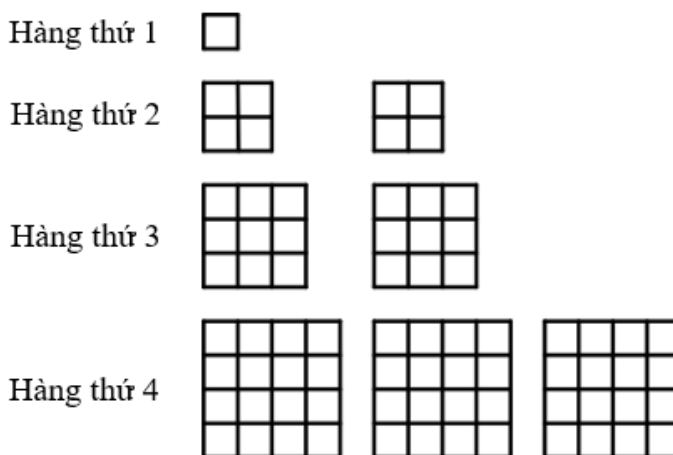
Số chấm ở hàng thứ hai là:  $u_2 = 2$

Số chấm ở hàng thứ ba là:  $u_3 = 3$

Số chấm ở hàng thứ tư là:  $u_4 = 4$

Vậy số chấm ở hàng thứ  $n$  là:  $u_n = n$

**Bài tập 6:** Gọi  $u_n$  là tổng diện tích các hình vuông có ở hàng thứ  $n$  trong Hình (mỗi ô vuông nhỏ là 1 đơn vị diện tích).



a) Tính  $u_1, u_2, u_3, u_4$ .

b) Dự đoán công thức tính số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .

**Lời giải**

a)  $u_1 = 1; u_2 = 8; u_3 = 27; u_4 = 64$ .

b) Ta có:  $u_1 = 1^3; u_2 = 2^3; u_3 = 3^3; u_4 = 4^3$ .

Do đó, dự đoán  $u_n = n^3$ .

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi:  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 2 \end{cases} (n \geq 1)$ . Xác định công thức của số hạng tổng quát.  
**A.**  $u_n = 2n - 1$ .      **B.**  $u_n = 3n - 2$ .      **C.**  $u_n = 4n - 3$ .      **D.**  $u_n = 8n - 7$ .

**Lời giải**

Ta có:

$$u_1 = 1; u_2 = 3; u_3 = 5$$

Dự đoán  $u_n = 2n - 1, n \in \mathbb{N}^*$ . Ta dễ dàng chứng minh được công thức dự đoán bằng quy nạp

**Câu 2:** Cho dãy số có các số hạng đầu là:  $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$ . Số hạng tổng quát của dãy số này là?  
**A.**  $u_n = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3^{n+1}}$ .      **B.**  $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$ .      **C.**  $u_n = \frac{1}{3^n}$ .      **D.**  $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$ .

**Lời giải**

Từ các số hạng đầu tiên của dãy số ta dự đoán  $u_n = \frac{1}{3^n}, n \in \mathbb{N}^*$

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?  
**A.**  $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$ .      **B.**  $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$ .  
**C.**  $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$ .      **D.**  $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$ .

**Lời giải**

Theo công thức truy hồi ta có  $u_{n+1} - u_n = n$ . Khi đó

$$u_1 = 5; u_2 - u_1 = 1; u_3 - u_2 = 2 \dots u_n - u_{n-1} = n - 1$$

Cộng vế theo vế các đẳng thức trên ta được  $u_n = 5 + (1 + 2 + 3 + \dots + n - 1) = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:  
**A.**  $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$ .      **B.**  $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$ .      **C.**  $u_n = \frac{1}{2} - 2n$ .      **D.**  $u_n = \frac{1}{2} + 2n$ .

**Lời giải**

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = u_1 - 2 \\ u_3 = u_2 - 2 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{array} \right. . \text{ Cộng hai vế ta được } u_n = \frac{1}{2} - 2 - 2 \dots - 2 = \frac{1}{2} - 2(n-1).$$

- Câu 5:** Cho dãy số có các số hạng đầu là:  $-2; 0; 2; 4; 6; \dots$ . Số hạng tổng quát của dãy số này có dạng?  
**A.**  $u_n = -2n$ .      **B.**  $u_n = (-2) + n$ .      **C.**  $u_n = (-2)(n+1)$ .      **D.**  $u_n = (-2) + 2(n-1)$

**Lời giải**

Dãy số là dãy số cách đều có khoảng cách là 2 và số hạng đầu tiên là  $(-2)$  nên  $u_n = (-2) + 2.(n-1)$ .

- Câu 6:** Cho dãy số có các số hạng đầu là:  $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$ . Số hạng tổng quát của dãy số này là?  
**A.**  $u_n = \frac{1}{3 \cdot 3^{n+1}}$ .      **B.**  $u_n = \frac{1}{3^{n+1}}$ .      **C.**  $u_n = \frac{1}{3^n}$ .      **D.**  $u_n = \frac{1}{3^{n-1}}$ .

**Lời giải**

Ta có 5 số hạng đầu là  $\frac{1}{3_1}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \frac{1}{3^5}; \dots$  nên  $u_n = \frac{1}{3^n}$ .

- Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?  
**A.**  $u_n = 1 + n$ .      **B.**  $u_n = 1 - n$ .      **C.**  $u_n = 1 + (-1)^{2n}$ .      **D.**  $u_n = n$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} = u_n + 1 \Rightarrow u_2 = 2; u_3 = 3; u_4 = 4; \dots$  Dễ dàng dự đoán được  $u_n = n$ .

Thật vậy, ta chứng minh được  $u_n = n$  (\*) bằng phương pháp quy nạp như sau:

Với  $n = 1 \Rightarrow u_1 = 1$ . Vậy (\*) đúng với  $n = 1$

Giả sử (\*) đúng với mọi  $n = k (k \in \mathbb{N}^*)$ , ta có:  $u_k = k$ . Ta đi chứng minh (\*) cũng đúng với  $n = k + 1$ , tức là:  $u_{k+1} = k + 1$

Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số  $(u_n)$  ta có:  $u_{k+1} = u_k + (-1)^{2k} = k + 1$ . Vậy (\*) đúng với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 8:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A.**  $u_n = 2 - n$ .                      **B.**  $u_n$  không xác định.    **C.**  $u_n = 1 - n$ .                      **D.**  $u_n = -n$  với mọi  $n$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_2 = 0; u_3 = -1; u_4 = -2$  ,. Dễ dàng dự đoán được  $u_n = 2 - n$ .

**Câu 9:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2 \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A.**  $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .                      **B.**  $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n+2)}{6}$ .  
**C.**  $u_n = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$ .                      **D.**  $u_n = 1 + \frac{n(n+1)(2n-2)}{6}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^2 \\ u_3 = u_2 + 2^2 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} + (n-1)^2 \end{cases} .$$

Cộng hai vế ta được  $u_n = 1 + 1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 = 1 + \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}$

**Câu 10:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A.**  $u_n = 2 + (n-1)^2$ .                      **B.**  $u_n = 2 + n^2$ .                      **C.**  $u_n = 2 + (n+1)^2$ .                      **D.**  $u_n = 2 - (n-1)^2$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = u_1 + 1 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} + 2n - 3 \end{cases} . \text{ Cộng hai vế ta được } u_n = 2 + 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) = 2 + (n-1)^2$$

**Câu 11:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \end{cases}$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A.**  $u_n = -\frac{n-1}{n}$ .                      **B.**  $u_n = \frac{n+1}{n}$ .                      **C.**  $u_n = -\frac{n+1}{n}$ .                      **D.**  $u_n = -\frac{n}{n+1}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_1 = -\frac{3}{2}; u_2 = -\frac{4}{3}; u_3 = -\frac{5}{4}; \dots$  Dễ dàng dự đoán được  $u_n = -\frac{n+1}{n}$ .

**Câu 12:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A.**  $u_n = \frac{1}{2} + 2(n-1)$ .    **B.**  $u_n = \frac{1}{2} - 2(n-1)$ .    **C.**  $u_n = \frac{1}{2} - 2n$ .    **D.**  $u_n = \frac{1}{2} + 2n$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = u_1 - 2 \\ u_3 = u_2 - 2 \\ \dots \\ u_n = u_{n-1} - 2 \end{cases}$ . Cộng hai vế ta được  $u_n = \frac{1}{2} - 2 - 2 \dots - 2 = \frac{1}{2} - 2(n-1)$ .

**Câu 13:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \end{cases}$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này là:

- A.**  $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .    **B.**  $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ .    **C.**  $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ .    **D.**  $u_n = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = \frac{u_1}{2} \\ u_3 = \frac{u_2}{2} \\ \dots \\ u_n = \frac{u_{n-1}}{2} \end{cases}$ .

Nhân hai vế ta được  $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_n = (-1) \cdot \frac{u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_{n-1}}{\underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \dots 2}_{n-1 \text{ lần}}} \Leftrightarrow u_n = (-1) \cdot \frac{1}{2^{n-1}} = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

**Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$ . Số  $\frac{8}{15}$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A.** 8.    **B.** 6.    **C.** 5.    **D.** 7.

**Lời giải**

Ta có  $u_n = \frac{8}{15} \Leftrightarrow \frac{n+1}{2n+1} = \frac{8}{15} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 15n + 15 = 16n + 8 \Leftrightarrow n = 7$

**Câu 15:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{2n+5}{5n-4}$ . Số  $\frac{7}{12}$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 6.

B. 8.

C. 9.

D. 10.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = \frac{7}{12} \Leftrightarrow \frac{2n+5}{5n-4} = \frac{7}{12} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 24n+60 = 35n-28 \Leftrightarrow 11n = 88 \Leftrightarrow n = 8$$

**Câu 16:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n-1}{n^2+1}$ . Số  $\frac{2}{13}$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. Thứ 3.

B. Thứ tư.

C. Thứ năm.

D. Thứ 6.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = \frac{2}{13} \Leftrightarrow \frac{n-1}{n^2+1} = \frac{2}{13} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 13n-13 = 2n^2+2 \Leftrightarrow 2n^2-13n+15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 (n) \\ n = \frac{3}{2} (l) \end{cases}$$

**Câu 17:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = n^3 - 8n^2 - 5n + 7$ . Số  $-33$  là số hạng thứ mấy của dãy số?

A. 5.

B. 6.

C. 8.

D. 9.

Lời giải

$$\text{Ta có } u_n = -33 \Leftrightarrow n^3 - 8n^2 - 5n + 7 = -33 (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow n^3 - 8n^2 - 5n + 40 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 8 (n) \\ n = \pm\sqrt{5} (l) \end{cases}$$

**Câu 18:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n^2+3n+7}{n+1}$ . Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. Không có.

Lời giải

Ta có  $u_n = \frac{n^2+3n+7}{n+1} = n+2 + \frac{5}{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$ . Để  $u_n$  nhận giá trị nguyên thì  $\frac{5}{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$  là số nguyên hay  $n = 4$ . Vậy dãy số  $(u_n)$  chỉ có một số hạng nhận giá trị nguyên.

**Câu 19:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2^n$ . Tìm số hạng  $u_{n+1}$ .

A.  $u_{n+1} = 2^n \cdot 2$ .

B.  $u_{n+1} = 2^n + 1$ .

C.  $u_{n+1} = 2(n+1)$ .

D.  $u_{n+1} = 2^n + 2$ .

Lời giải

$$\text{Ta có } u_{n+1} = 2^{n+1} = 2 \cdot 2^n$$

**Câu 20:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

A.  $u_n = n^{n-1}$ .

B.  $u_n = 2^n$ .

C.  $u_n = 2^{n+1}$ .

D.  $u_n = 2$ .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ \dots \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases} \text{ Nhân hai vế ta được } u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_n = 2 \cdot 2^{n-1} \cdot u_1 \cdot u_2 \dots u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^n$$



**Câu 21:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$ . Công thức số hạng tổng quát của dãy số này:

- A.  $u_n = -2^{n-1}$ .      B.  $u_n = \frac{-1}{2^{n-1}}$ .      C.  $u_n = \frac{-1}{2^n}$ .      **D.  $u_n = 2^{n-2}$ .**

**Lời giải**

Ta có:  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_2 = 2u_1 \\ u_3 = 2u_2 \\ \dots \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$ . Nhân hai vế ta được  $u_1 \cdot u_2 \cdot u_3 \dots u_n = \frac{1}{2} \cdot 2^{n-1} \cdot u_1 \cdot u_2 \dots u_{n-1} \Leftrightarrow u_n = 2^{n-2}$

**Câu 22:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ .

Tìm công thức số hạng tổng quát của dãy số.

- A.  $u_n = -\frac{3n-1}{n}$ .      B.  $u_n = -\frac{n}{n+1}$ .      C.  $u_n = \frac{n+1}{n}$ .      **D.  $u_n = -\frac{n+1}{n}$ .**

**Lời giải**

Từ  $u_{n+1} = -2 - \frac{1}{u_n} \Leftrightarrow u_{n+1} \cdot u_n = -2u_n - 1 \Leftrightarrow u_{n+1} \cdot u_n + u_n + u_{n+1} + 1 = u_{n+1} - u_n$

$$\Leftrightarrow (u_{n+1} + 1)(u_n + 1) = u_{n+1} - u_n \Leftrightarrow \frac{u_{n+1} - u_n}{(u_{n+1} + 1)(u_n + 1)} = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{u_n + 1} - \frac{1}{u_{n+1} + 1} = 1$$

Đặt  $v_n = \frac{1}{u_n + 1}$ . Khi đó  $v_n - v_{n+1} = 1 \Leftrightarrow v_{n+1} - v_n = -1$

$$\Leftrightarrow v_n = v_1 + (n-1)(-1) \Leftrightarrow v_n = \frac{1}{u_1 + 1} - n + 1 = -n \Leftrightarrow \frac{1}{u_n + 1} = -n$$

$$\Leftrightarrow u_n + 1 = -\frac{1}{n} \Leftrightarrow u_n = -\frac{1}{n} - 1 = -\frac{n+1}{n}.$$

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$ . Công thức tổng quát  $u_n$  nào dưới đây là của dãy số đã cho?

- A.  $u_n = n$ .**      B.  $u_n = 1 - n$ .      C.  $u_n = 1 + (-1)^{2n}$ .      D.  $u_n = 1 + n$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} = u_n + 1 \Rightarrow u_2 = 2; u_3 = 3; u_4 = 4; \dots$

Dự đoán được  $u_n = n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Ta chứng minh  $u_n = n, \forall n \in \mathbb{N}^*$  (\*) bằng phương pháp quy nạp:

Với  $n = 1 \Rightarrow u_1 = 1$ . Vậy (\*) đúng với  $n = 1$ .

Giả sử (\*) đúng với  $n = k (k \in \mathbb{N}^*)$ , tức là ta có:  $u_k = k$ .

Ta đi chứng minh (\*) cũng đúng với  $n = k + 1$ , tức là cần chứng minh:  $u_{k+1} = k + 1$ .

Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số  $(u_n)$  ta có:  $u_{k+1} = u_k + (-1)^{2k} = k + 1$ .

Vậy (\*) đúng với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 24:** Cho hai cấp số cộng  $(u_n): 1; 6; 11; \dots$  và  $(v_n): 4; 7; 10; \dots$ . Mỗi cấp số có 2018 số. Hỏi có bao nhiêu số có mặt trong cả hai dãy số trên.

**A.** 403.

**B.** 401.

**C.** 402.

**D.** 504.

**Lời giải**

Dãy  $(u_n)$  có số hạng tổng quát là  $u_n = 1 + 5(n - 1) = 5n - 4, (1 \leq n \leq 2018)$ .

Dãy  $(v_m)$  có số hạng tổng quát là  $v_m = 4 + 3(m - 1) = 3m + 1, (1 \leq m \leq 2018)$ .

Một số có mặt trong cả hai dãy số trên nếu tồn tại  $m, n \in \mathbb{N}$  thỏa mãn điều kiện:  $\begin{cases} 1 \leq m, n \leq 2018 \\ u_m = u_n (*) \end{cases}$

Ta có  $(*) \Leftrightarrow 5n - 4 = 3m + 1 \Leftrightarrow 5(n - 1) = 3m (**)$

Từ  $(**)$  suy ra  $m:5$ , mặt khác  $1 \leq m \leq 2018$  nên ta được tập các giá trị của  $m$  là  $\{5; 10; \dots; 2015\}$

Xét với  $m = 2015$  thì  $n = \frac{3 \cdot 2015}{5} + 1 = 1210 < 2018$ , thỏa điều kiện  $1 \leq n \leq 2018$ .

Do tập  $\{5; 10; \dots; 2015\}$  có 403 số nên có tất cả 403 số có mặt trong cả hai dãy đã cho.

**Câu 25:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 - n - 3, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$ . Tính tổng  $S_{20} = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$

**A.** 2022.

**B.** 8385080.

**C.** 2021.

**D.** 8385087.

**Lời giải**

Ta có:  $u_n = 2u_{n-1} + n^2 - n - 3 \Leftrightarrow u_n + n^2 + 3n + 1 = 2u_{n-1} + 2n^2 - 4n + 2 + 6n - 6 + 2$

$\Leftrightarrow u_n + n^2 + 3n + 1 = 2u_{n-1} + 2(n - 1)^2 + 6(n - 1) + 2$

$\Leftrightarrow u_n + n^2 + 3n + 1 = 2(u_{n-1} + (n - 1)^2 + 3(n - 1) + 1)$

$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ , đặt  $v_n = u_n + n^2 + 3n + 1 \Rightarrow \begin{cases} v_1 = u_1 + 1^2 + 3 \cdot 1 + 1 = 8 \\ v_{n-1} = u_{n-1} + (n - 1)^2 + 3(n - 1) + 1 \end{cases}$

Ta có dãy  $(v_n)$ :  $\begin{cases} v_1 = 8 \\ v_n = 2v_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$  là một cấp số nhân với  $v_1 = 8$ , công bội là  $q = 2$

$$\Rightarrow v_n = 8 \cdot 2^{n-1} = 2^{n+2}. \text{ Vậy } u_n = 2^{n+2} - n^2 - 3n - 1$$

$$\text{Vậy } S_n = u_1 + \dots + u_n = 2^2(2 + 2^2 + \dots + 2^n) - 1 - 2^2 - \dots - n^2 - 3(1 + 2 + \dots + n) - n$$

$$= 2^3(2^n - 1) - \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3 \frac{n(n+1)}{2} - n. \text{ Vậy } S_{20} = 8385087.$$

**Câu 26:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n+3}$ . Tìm số hạng  $u_{n+1}$ .

**A.**  $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n+1)+3}$ .

**B.**  $u_{n+1} = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2(n-1)+3}$ .

**C.**  $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+3}$ .

**D.**  $u_{n+1} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_{n+1} = \left(\frac{n+1-1}{n+1+1}\right)^{2(n+1)+3} = \left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n+5}$$

**Câu 27:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}(u_n + 1) \end{cases}$ . Tìm số hạng  $u_4$ .

**A.**  $u_4 = \frac{5}{9}$ .

**B.**  $u_4 = 1$ .

**C.**  $u_4 = \frac{2}{3}$ .

**D.**  $u_4 = \frac{14}{27}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_2 = \frac{1}{3}(2+1) = 1, u_3 = \frac{1}{3}(1+1) = \frac{2}{3}, u_4 = \frac{1}{3}\left(\frac{2}{3} + 1\right) = \frac{5}{9}$$

**Câu 28:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{2} + 2 \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

**A.**  $u_2 = \frac{5}{2}$ .

**B.**  $u_3 = \frac{15}{4}$ .

**C.**  $u_4 = \frac{31}{8}$ .

**D.**  $u_5 = \frac{63}{16}$ .

**Lời giải**

$$\text{Vì } u_2 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$$

**Câu 29:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 7 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$  khi đó  $u_5$  bằng:

**A.** 317.

**B.** 157.

**C.** 77.

**D.** 112.

**Lời giải**

Ta có  $u_2 = 2.7 + 3 = 17$ ,  $u_3 = 2.17 + 3 = 37$ ,  $u_4 = 2.37 + 3 = 77$ ,  $u_5 = 2.77 + 3 = 157$

- Câu 30:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là
- A.** -1;2;5.                      **B.** 1;4;7.                      **C.** 4;7;10                      **D.** -1;3;7.

**Lời giải**

Ta có  $u_1 = -1$ ,  $u_2 = -1 + 3 = 2$ ,  $u_3 = 2 + 3 = 5$

- Câu 31:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số đó là
- A.** -3;6;9.                      **B.** 3;-2;-7.                      **C.** 3;8;13.                      **D.** 3;5;7.

**Lời giải**

Ta có  $u_1 = 3$ ,  $u_2 = 3 + 5 = 8$ ,  $u_3 = 8 + 5 = 13$

- Câu 32:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 2u_{n-1} + n^2 \end{cases}$  ( $n \geq 2$ ). Số hạng thứ tư của dãy số đó bằng
- A.** 0.                      **B.** 93.                      **C.** 9.                      **D.** 34.

**Lời giải**

Ta có  $u_2 = 2.(-2) + 2^2 = 0$ ,  $u_3 = 2.0 + 3^2 = 9$ ,  $u_4 = 2.9 + 4^2 = 34$

- Câu 33:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = \frac{1}{2} \\ u_n = \frac{1}{2 - u_{n-1}}, \forall n \geq 2 \end{cases}$ . Khi đó  $u_3$  có giá trị bằng
- A.**  $\frac{3}{4}$ .                      **B.**  $\frac{4}{3}$ .                      **C.**  $\frac{2}{3}$ .                      **D.**  $\frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

Theo công thức truy hồi ta có  $u_2 = \frac{1}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow u_3 = \frac{1}{2 - \frac{2}{3}} = \frac{3}{4}$ .

- Câu 34:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2n + 3$ . Tìm số hạng thứ 6 của dãy số.
- A.** 17.                      **B.** 5.                      **C.** 15.                      **D.** 7.

**Lời giải**

Ta có số hạng thứ 6 của dãy là  $u_6 = 2.6 + 3 = 15$ .

- Câu 35:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_n = \frac{n-1}{n^2 + 2n + 3}$ . Giá trị  $u_{21}$  là
- A.**  $\frac{11}{243}$ .                      **B.**  $\frac{10}{243}$ .                      **C.**  $\frac{21}{443}$ .                      **D.**  $\frac{19}{443}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_{21} = \frac{21-1}{21^2 + 2.21 + 3} = \frac{10}{243}$ .

**Câu 36:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_n = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1}$ . Tính  $u_2$ .

- A.  $u_2 = \frac{1}{5}$ .                      B.  $u_2 = \frac{2}{5}$ .                      C.  $u_2 = \frac{3}{5}$ .                      D.  $u_2 = \frac{4}{5}$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_2 = \frac{2^2 - 1}{2^2 + 1} = \frac{3}{5}$ .

**Câu 37:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$ . Tìm số hạng  $u_4$ .

- A.  $u_4 = -76$ .                      B.  $u_4 = -77$ .                      C.  $u_4 = -66$ .                      D.  $u_4 = -67$ .

**Lời giải**

**Cách 1:** Ta có:  $u_2 = 3u_1 - 1 = 3 \cdot (-2) - 1 = -7$

$u_3 = 3u_2 - 1 = 3 \cdot (-7) - 1 = -22; u_4 = 3u_3 - 1 = 3 \cdot (-22) - 1 = -67$

**Cách 2:**  $u_n = 3u_{n-1} - 1 = 3u_{n-1} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow u_n - \frac{1}{2} = 3\left(u_{n-1} - \frac{1}{2}\right)$

Xét dãy số  $(v_n)$  có  $\begin{cases} v_1 = \frac{-5}{2} \\ v_n = u_n - \frac{1}{2} \end{cases}$

Khi đó ta có  $v_n = 3v_{n-1}$  là cấp số nhân có công bội bằng 3  $\Rightarrow v_n = \frac{-5}{2} \cdot 3^{n-1}$

Vậy  $u_n = \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \cdot 3^{n-1}$ .

**Câu 38:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{n(n-3)}{2}$ . Ba số hạng đầu tiên của dãy số là

- A.  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$ .                      B.  $-1; -\frac{1}{2}; 0$ .                      C.  $-1; -1; 0$ .                      D.  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

$u_1 = \frac{1(1-3)}{2} = -1; u_2 = \frac{2(2-3)}{2} = -1; u_3 = \frac{3(3-3)}{2} = 0$

Vậy ba số hạng đầu tiên của dãy số là  $-1, -1, 0$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{-n}{n+1}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Năm số hạng đầu tiên của dãy số là  $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$

b) Số hạng  $u_{10}, u_{100}$  lần lượt là  $-\frac{10}{11}; -\frac{100}{101}$

c)  $-\frac{85}{86}$  là số hạng thứ 86 của dãy số  $(u_n)$

d)  $-\frac{99}{101}$  là một số hạng của dãy số  $(u_n)$

**Lời giải**

a) Đúng: Ta có:  $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$ .

b) Đúng: Ta có:  $u_{10} = -\frac{10}{11}, u_{100} = -\frac{100}{101}$ .

c) Sai: Xét  $-\frac{85}{86} = \frac{-n}{n+1} \Leftrightarrow 85n + 85 = 86n \Leftrightarrow n = 85$ .

Vậy  $-\frac{85}{86}$  là số hạng thứ 85 của dãy  $(u_n)$ .

d) Sai: Xét  $-\frac{99}{101} = \frac{-n}{n+1} \Leftrightarrow 99n + 99 = 101n \Leftrightarrow n = \frac{99}{2} \notin \mathbb{N}^*$  (loại).

Vậy  $-\frac{99}{101}$  không phải là số hạng của dãy số  $(u_n)$ .

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$  với  $n \geq 1$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Bộ số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là  $-1; 2; 5; 8;$

b) Số hạng thứ năm của dãy là 13

c) Công thức số hạng tổng quát của dãy số là:  $u_n = 2n - 3$ .

d) 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.

**Lời giải**

a) Đúng: Ta có:  $u_1 = -1; u_2 = u_1 + 3 = 2; u_3 = u_2 + 3 = 5; u_4 = u_3 + 3 = 8;$ .

b) Sai:  $u_5 = u_4 + 3 = 11$

c) Sai: Từ giả thiết, ta có: 
$$\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_2 = u_1 + 3 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ \dots\dots\dots \\ u_n = u_{n-1} + 3 \end{cases} .$$

Cộng theo về toàn bộ các đẳng thức trên và triệt tiêu các số hạng giống nhau ở hai vế, ta có:

$$u_n = -1 + 3(n - 1) = 3n - 4.$$

Vậy công thức số hạng tổng quát của dãy số là:  $u_n = 3n - 4$ .

Xét  $101 = 3n - 4 \Rightarrow n = 35$ .

d) Đúng: Vậy 101 là số hạng thứ 35 của dãy số đã cho.

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng đầu tiên của dãy số là 1

b) Số hạng  $u_2 = \frac{5}{4}; u_3 = \frac{7}{5}$

c) Số hạng  $u_4 = \frac{3}{2}; u_5 = \frac{11}{7}$

d) Số  $\frac{167}{84}$  là số hạng thứ 252 của dãy số  $(u_n)$

**Lời giải**

a) Đúng:  $u_1 = 1$

b) Đúng:  $u_2 = \frac{5}{4}; u_3 = \frac{7}{5}$

c) Đúng: Ta có:  $u_4 = \frac{3}{2}; u_5 = \frac{11}{7}$ .

d) Sai: Xét  $\frac{2n+1}{n+2} = \frac{167}{84} \Leftrightarrow 84(2n+1) = 167(n+2) \Leftrightarrow n = 250$ .

Vậy  $\frac{167}{84}$  là số hạng thứ 250 của dãy số  $(u_n)$ .

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau:  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định

sau:

a) Năm số hạng đầu của dãy số là:  $u_1 = 2; u_2 = 7; u_3 = 12; u_4 = 17; u_5 = 22$ .

b) Số hạng tổng quát của dãy  $(u_n)$  là  $u_n = 5n - 3$

- c) Số hạng  $u_{50}$  bằng 247
- d) 512 là số hạng thứ 102 của dãy  $(u_n)$

**Lời giải**

a) Đúng: Năm số hạng đầu của dãy số là:  $u_1 = 2; u_2 = 7; u_3 = 12; u_4 = 17; u_5 = 22$ .

b) Đúng: Ta có: 
$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = u_1 + 5 \\ u_3 = u_2 + 5 \\ u_4 = u_3 + 5 \\ \dots\dots\dots \\ u_n = u_{n-1} + 5 \end{cases}$$

Cộng theo vế toàn bộ đẳng thức trên rồi triệt tiêu các số hạng giống nhau ở hai vế, ta được:  $u_n = 2 + (n - 1)5 = 5n - 3$ .

c) Đúng: Số hạng thứ 50 của dãy số là:  $u_{50} = 5 \cdot 50 - 3 = 247$ .

d) Sai: Xét  $5n - 3 = 512 \Rightarrow n = 103$ .

Vậy số 512 là số hạng thứ 103 của dãy số  $(u_n)$ .

**Câu 5:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi:  $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)}$ . Xét tính đúng sai

của các khẳng định sau:

- a) Số hạng thứ 2021 là  $\frac{2021}{4040}$
- b) Số hạng thứ 2022 là  $\frac{2022}{4043}$
- c) Số hạng thứ 2023 là  $\frac{2023}{4047}$
- b) Số hạng thứ 2024 là  $\frac{2024}{4049}$

**Lời giải**

Với  $k$  là số nguyên dương, ta có:

$$\frac{1}{(2k-1).(2k+1)} = \frac{1}{2} \left[ \frac{(2k+1) - (2k-1)}{(2k-1).(2k+1)} \right] = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{(2k-1)} - \frac{1}{(2k+1)} \right)$$

Khi đó:  $u_n = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \dots + \left( \frac{1}{(2n-1)} - \frac{1}{(2n+1)} \right) \right]$



$$= \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{(2n+1)} \right] = \frac{n}{2n+1}.$$

Vậy  $u_n = \frac{n}{2n+1}$ , với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Áp dụng công thức số hạng tổng quát ta có:

$$u_{2021} = \frac{2021}{2 \cdot 2021 + 1} = \frac{2021}{4043}; u_{2022} = \frac{2022}{2 \cdot 2022 + 1} = \frac{2022}{4045}$$

$$u_{2023} = \frac{2023}{2 \cdot 2023 + 1} = \frac{2023}{4047}; u_{2024} = \frac{2024}{2 \cdot 2024 + 1} = \frac{2024}{4049}.$$

a) Sai: Số hạng thứ 2021 là  $\frac{2021}{4043}$

b) Sai: Số hạng thứ 2022 là  $\frac{2022}{4045}$

c) Đúng: Số hạng thứ 2023 là  $\frac{2023}{4047}$

b) Đúng: Số hạng thứ 2024 là  $\frac{2024}{4049}$

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_n = -n^2 + n + 1$ . Số  $-19$  là số hạng thứ mấy của dãy?

**Lời giải**

Giả sử  $u_n = -19$ , ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

$$\text{Suy ra } -n^2 + n + 1 = -19 \Leftrightarrow -n^2 + n + 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = -4 \end{cases} (l).$$

Vậy số  $-19$  là số hạng thứ 5 của dãy.

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  có  $u_n = \frac{an+b}{n+1}$ . Biết số hạng thứ 2 và số hạng thứ 4 lần lượt bằng 4 và bằng 2. Tìm số hạng đầu tiên của dãy là

**Lời giải**

$$\text{Vì } u_2 = 4 \text{ và } u_4 = 2 \text{ nên } \begin{cases} \frac{a \cdot 2 + b}{2 + 1} = 4 \\ \frac{a \cdot 4 + b}{4 + 1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 12 \\ 4a + b = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 14 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } u_n = \frac{-n+14}{n+1}. \text{ Suy ra } u_1 = \frac{-1+14}{1+1} = \frac{13}{2}.$$

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = n^2 + n + 1$  với  $n \in \mathbb{N}^*$ . Số 21 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy số đã cho?

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_n = 21 \Rightarrow n^2 + n + 1 = 21 \Leftrightarrow n^2 + n - 20 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 4 \\ n = -5 \end{cases}.$$

Vì  $n \in \mathbb{N}^*$  nên  $n = 4$ .

Vậy số 21 là số hạng thứ 4 của dãy số đã cho.

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2021 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{n} \quad (n \geq 1) \end{cases}$ . Tìm giá trị  $u_{2022}$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } u_n &= \frac{u_{n-1}}{n-1} = \frac{u_{n-2}}{(n-1)(n-2)} = \frac{u_{n-3}}{(n-1)(n-2)(n-3)} \\ &= \dots = \frac{u_1}{(n-1)(n-2)(n-3)\dots 2 \cdot 1} = \frac{u_1}{(n-1)!}, \quad \forall n \in \mathbb{N}; n \geq 2. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó: } u_{2022} = \frac{u_1}{2021!} = \frac{2021}{2021!} = \frac{1}{2020!}.$$

**Câu 5:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm số nguyên dương  $n$  nhỏ nhất sao cho  $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_2 = u_1 + 1^3 \\ u_3 = u_2 + 2^3 \Rightarrow u_n = 1 + 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 \\ \dots \\ u_{n+1} = u_n + n^3 \end{cases}$$

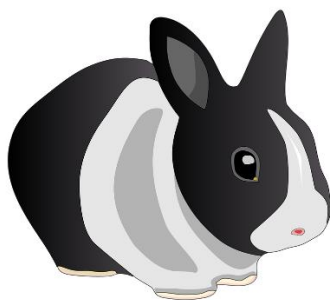
$$\text{Ta lại có } 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n-1)^2 = \left(\frac{n(n-1)}{2}\right)^2$$

$$\text{Suy ra } u_n = 1 + \left(\frac{n(n-1)}{2}\right)^2$$

$$\text{Theo giả thiết ta có } \sqrt{u_n - 1} \geq 2039190 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} \geq 2039190$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) \geq 4078380 \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 2020 \\ n \leq -2019 \end{cases} \text{ mà } n \text{ là số nguyên dương nhỏ nhất nên } n = 2020.$$

**Câu 6:** Một đôi thỏ cứ mỗi tháng đẻ được một đôi thỏ con; mỗi đôi thỏ con, khi tròn hai tháng tuổi, lại mỗi tháng đẻ ra một đôi thỏ con, và quá trình sinh nở cứ thế tiếp diễn. Hỏi sau một năm sẽ có tất cả bao nhiêu đôi thỏ, nếu đầu năm có một đôi thỏ sơ sinh? Giả sử thời gian trong năm này không có con thỏ nào chết.



**Lời giải**

Số đôi thỏ tạo thành dãy Fibonacci, gọi  $u_n$  là số đôi thỏ tại tháng thứ  $n$  ta có dãy số cho bởi

công thức truy hồi sau 
$$\begin{cases} u_1 = u_2 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + u_{n-2}, n \geq 3 \end{cases}$$

Số lượng đôi thỏ là

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$u_n$	1	1	2	3	5	8	13	21	34	54	88	144

Vậy sau một năm có 144 đôi thỏ.

-----**HẾT**-----

**Dạng 2: Xét tính tăng, giảm của dãy số**

**Phương pháp:**

- $(u_n)$  là dãy số tăng  $\Leftrightarrow u_{n+1} > u_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$   
 $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1, \forall n \in \mathbb{N}^* (u_n > 0)$
- $(u_n)$  là dãy số giảm  $\Leftrightarrow u_{n+1} < u_n$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$   
 $\Leftrightarrow u_{n+1} - u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^* (u_n > 0)$

**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài tập 1:** Xét tính tăng giảm của các dãy số sau, biết:

- |                                     |                                      |                                     |
|-------------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $u_n = 2n + 3$                   | b) $u_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}$      | c) $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}$        |
| d) $u_n = \frac{\sqrt{n+1} - n}{n}$ | e) $u_n = \frac{1}{n} - 2$           | f) $u_n = \frac{n-1}{n+1}$          |
| g) $u_n = \frac{2n+1}{5n+2}$        | h) $u_n = 2n^2 + 5$                  | i) $u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 1}$ |
| k) $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$    | l) $u_n = \frac{3n^2 - 2n + 1}{n+1}$ | m) $u_n = \frac{\sqrt{n+1} - 1}{n}$ |

**Lời giải**

a) Ta có:  $u_n = 2n + 3; u_{n+1} = 2(n+1) + 3 = 2n + 5 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = (2n + 5) - (2n + 3) > 0$

Suy ra  $u_{n+1} > u_n \Rightarrow$  dãy số đã cho là dãy tăng.

b) Ta có:  $u_n = \frac{\sqrt{n}}{2^n}; u_{n+1} = \frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}} \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n+1}}{2^{n+1}} \cdot \frac{2^n}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{n+1}{n}}$

Giả sử:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{n+1}{n}} > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \frac{n+1}{n} > 1 \Leftrightarrow n+1 > 4n \Leftrightarrow 3n < 1 \Rightarrow$  vô lý.

Vậy  $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1 \Leftrightarrow u_{n+1} < u_n \Rightarrow$  dãy số đã cho là dãy số giảm.

c) Ta có:  $u_n = \frac{n}{n^2 + 1}; u_{n+1} = \frac{n+1}{(n+1)^2 + 1} = \frac{n+1}{n^2 + 2n + 2}$

$\Rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{n^2 + 2n + 2} - \frac{n}{n^2 + 1} = \frac{(n+1)(n^2 + 1) - n(n^2 + 2n + 2)}{(n^2 + 1)(n^2 + 2n + 2)}$   
 $= \frac{n^3 + n^2 + n + 1 - n^3 - 2n^2 - 2n}{(n^2 + 1)(n^2 + 2n + 2)} = \frac{-n^2 - n + 1}{(n^2 + 1)(n^2 + 2n + 2)} < 0 \forall n \geq 1 \Rightarrow (u_n)$  là dãy số giảm.

d)  $u_n = \frac{\sqrt{n+1} - n}{n} = \frac{\sqrt{n+1}}{n} - 1 \Rightarrow u_{n+1} = \frac{\sqrt{n+2}}{n+1} - 1$

Khi đó ta có:

$$u_{n+1} - u_n = \left( \frac{\sqrt{n+2}}{n+1} - 1 \right) - \left( \frac{\sqrt{n+1}}{n} - 1 \right) = \frac{\sqrt{n+2}}{n+1} - \frac{\sqrt{n+1}}{n} = \frac{n\sqrt{n+2} - (n+1)\sqrt{n+1}}{n(n+1)}$$

$$\text{Giả sử: } u_{n+1} - u_n > 0 \Leftrightarrow n\sqrt{n+2} - (n+1)\sqrt{n+1} > 0 \Leftrightarrow n\sqrt{n+2} > (n+1)\sqrt{n+1}$$

$$\Leftrightarrow n^2(n+2) > (n+1)^3 \Leftrightarrow n^3 + 2n^2 > n^3 + 3n^2 + 3n + 1 \Leftrightarrow n^2 + 3n + 1 < 0 \Rightarrow \text{vô lý.}$$

Vậy  $u_{n+1} - u_n < 0 \Rightarrow (u_n)$  là dãy số giảm.

$$\text{e) } u_n = \frac{1}{n} - 2 \Rightarrow u_{n+1} = \frac{1}{n+1} - 2 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = \left( \frac{1}{n+1} - 2 \right) - \left( \frac{1}{n} - 2 \right) = -\frac{1}{n(n+1)} < 0$$

Suy ra  $u_{n+1} < u_n$ . Vậy dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm.

$$\text{f) } u_n = \frac{n-1}{n+1} = 1 - \frac{2}{n+1}$$

$$\text{Khi đó: } u_{n+1} = 1 - \frac{2}{n+2} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = \left( 1 - \frac{2}{n+2} \right) - \left( 1 - \frac{2}{n+1} \right) = \frac{2}{(n+1)(n+2)} > 0$$

$\Leftrightarrow u_{n+1} > u_n$ . Vậy dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng.

$$\text{g) } u_n = \frac{2n+1}{5n+2} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5(5n+2)} \Rightarrow u_{n+1} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5(5n+7)}$$

$$\text{Khi đó: } u_{n+1} - u_n = \left( \frac{2}{5} + \frac{1}{5(5n+7)} \right) - \left( \frac{2}{5} + \frac{1}{5(5n+2)} \right) = -\frac{1}{(5n+2)(5n+7)} > 0 \Rightarrow u_{n+1} < u_n.$$

Vậy  $(u_n)$  là dãy số giảm.

$$\text{h) } u_n = 2n^2 + 5 \Rightarrow u_{n+1} = 2(n+1)^2 + 5$$

Khi đó  $u_{n+1} - u_n = 2(n+1)^2 + 5 - (2n^2 + 5) = 4n + 2 > 0 \Rightarrow u_{n+1} > u_n \Rightarrow (u_n)$  là dãy số tăng

$$\text{i) } u_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 1} = 2 - \frac{3}{n^2 + 1} \Rightarrow u_{n+1} = 2 - \frac{3}{(n+1)^2 + 1}$$

$$\text{Với } n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow (n+1)^2 > n^2 \Leftrightarrow \frac{1}{(n+1)^2 + 1} < \frac{1}{n^2 + 1} \Leftrightarrow 2 - \frac{3}{(n+1)^2 + 1} > 2 - \frac{3}{n^2 + 1} \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n$$

$\Rightarrow (u_n)$  là dãy số tăng.

$$\text{k) } u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}} \Rightarrow u_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n+2}}$$

$$\text{Do } n \in \mathbb{N}^* \text{ nên } \sqrt{n+2} + \sqrt{n+1} > \sqrt{n+1} + \sqrt{n} \Rightarrow u_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}} < u_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$$

$\Rightarrow u_{n+1} < u_n \Rightarrow (u_n)$  là dãy số giảm.

$$\text{l) } u_n = \frac{3n^2 - 2n + 1}{n+1} = 3n - 5 + \frac{6}{n+1} \Rightarrow u_{n+1} = 3n - 2 + \frac{6}{n+1}$$

Khi đó:  $u_{n+1} - u_n = 3n - 2 + \frac{6}{n+2} - \left(3n - 5 + \frac{6}{n+1}\right) = 3 - \frac{6}{(n+1)(n+2)}$

Với  $\begin{cases} n \geq 1 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow (n+1)(n+2) \geq 6 \Leftrightarrow \frac{6}{(n+1)(n+2)} \leq 1 \Leftrightarrow 3 - \frac{6}{(n+1)(n+2)} \geq 2 \Rightarrow u_{n+1} > u_n$

$\Rightarrow (u_n)$  là dãy số tăng.

m) Ta có:  $u_n = \frac{\sqrt{n+1} - 1}{n} = \frac{n}{n(\sqrt{n+1} + 1)} = \frac{1}{\sqrt{n+1} + 1}$

Khi  $n$  tăng thì tử số tăng, mẫu số giảm nên dãy số đã cho là dãy số giảm.

**Bài tập 2:** Xét tính đơn điệu của dãy số  $(u_n)$  biết:

a)  $u_n = \frac{5^n}{n^2}$

b)  $(u_n) = \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_n = \frac{3u_{n-1} + 1}{4} \quad \forall n \geq 2 \end{cases}$

**Lời giải**

a) Ta có  $u_n = \frac{5^n}{n^2} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow u_{n+1} = \frac{5^{n+1}}{(n+1)^2}$

Xét tỉ số  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{5^{n+1}}{(n+1)^2} \cdot \frac{n^2}{5^n} = \frac{5n^2}{n^2 + 2n + 1} = \frac{n^2 + 2n + 1 + 4n^2 - 2n - 1}{n^2 + 2n + 1}$   
 $= 1 + \frac{2n(n-1) + 2n^2 - 1}{n^2 + 2n + 1} > 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy  $(u_n)$  là dãy số tăng

b) Ta dự đoán dãy số giảm sau đó ta sẽ chứng minh nó giảm

Ta có  $u_n - u_{n-1} = \frac{3u_{n-1} + 1}{4} - u_{n-1} = \frac{1 - u_{n-1}}{4}$

Do đó, để chứng minh dãy  $(u_n)$  giảm ta chứng minh  $u_n > 1 \forall n \geq 1$  bằng phương pháp quy nạp toán học. Thật vậy:

Với  $n = 1 \Rightarrow u_1 = 2 > 1$

Giả sử  $u_k > 1 \Rightarrow u_{k+1} = \frac{3u_k + 1}{4} > \frac{3 + 1}{4} = 1$

Theo nguyên lí quy nạp ta có  $u_n > 1 \forall n \geq 1$

Suy ra  $u_n - u_{n-1} < 0 \Leftrightarrow u_n < u_{n-1} \quad \forall n \geq 2$  hay dãy  $(u_n)$  giảm

**Bài tập 3:** Với giá trị nào của  $a$  thì dãy số  $(u_n)$ , với  $u_n = \frac{na + 2}{n + 1}$

a) là dãy số tăng.

b) là dãy số giảm

Lời giải

Ta có:  $u_n = \frac{na+2}{n+1} = a + \frac{2-a}{n+1} \Rightarrow u_{n+1} = 2 + \frac{2-a}{n+2} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = \frac{a-2}{(n+1)(n+2)}$ .

a) Để  $(u_n)$  là dãy số tăng thì  $u_{n+1} - u_n = \frac{a-2}{(n+1)(n+2)} > 0 \Leftrightarrow a > 2$ .

b) Để  $(u_n)$  là dãy số giảm thì  $u_{n+1} - u_n = \frac{a-2}{(n+1)(n+2)} < 0 \Leftrightarrow a < 2$ .

**Bài tập 4 :** Chị Mai gửi tiền tiết kiệm vào ngân hàng theo hình thức lãi kép như sau: Lần đầu chị gửi 100 triệu đồng. Sau đó, cứ hết 1 tháng chị lại gửi thêm vào ngân hàng 6 triệu đồng. Biết lãi suất của ngân hàng là 0,5% một tháng. Gọi  $P_n$  (triệu đồng) là số tiền chị có trong ngân hàng sau  $n$  tháng.

- a) Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 1 tháng.
- b) Tính số tiền chị có trong ngân hàng sau 3 tháng.
- c) Dự đoán công thức của  $P_n$ .

Lời giải

a) Số tiền cả gốc và lãi chị Mai có được sau 1 tháng (khi chưa gửi thêm 6 triệu đồng) là:

$$100 + 100 \cdot \frac{0,5}{100} = 100 \cdot 1,005 = 100,5 \text{ (triệu đồng)}.$$

Số tiền chị có trong ngân hàng sau 1 tháng là:  $100,5 + 6 = 106,5$  (triệu đồng).

b) Số tiền chị Mai có trong ngân hàng sau 2 tháng là:

$$106,5 \cdot 1,005 + 6 = 113,0325 \text{ (triệu đồng)}.$$

Số tiền chị Mai có trong ngân hàng sau 3 tháng là:

$$113,0325 \cdot 1,005 + 6 = 119,5976625 \text{ (triệu đồng)}.$$

c) Ta có:  $P_1 = 100 \cdot 1,005 + 6$ ;

$$P_2 = P_1 \cdot 1,005 + 6 = (100 \cdot 1,005 + 6) \cdot 1,005 + 6 = 100 \cdot 1,005^2 + 6 \cdot 1,005 + 6;$$

$$P_3 = P_2 \cdot 1,005 + 6 = (100 \cdot 1,005^2 + 6 \cdot 1,005 + 6) \cdot 1,005 + 6 = 100 \cdot 1,005^3 + 6 \cdot 1,005^2 + 6 \cdot 1,005 + 6;;$$

Cứ như thế, ta dự đoán được công thức của  $P_n$  :

$$P_n = 100 \cdot 1,005^n + 6 \cdot 1,005^{n-1} + 6 \cdot 1,005^{n-2} + \dots + 6 = 100 \cdot 1,005^n + 6 \cdot (1,005^{n-1} + 1,005^{n-2} + \dots + 1).$$





**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = (-1)^n(n^2 + 1)$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng  
 B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm  
 D. Dãy số là dãy hữu hạn

**Lời giải**

Dãy không tăng, không giảm vì các số hạng đan dấu

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = n^2 - 400n$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng  
 B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm  
 D. Mọi số hạng đều âm

**Lời giải**

Ta có  $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - 400(n+1) - n^2 + 400n = 2n - 399$

Do  $2n - 399 > 0$  khi  $n > \frac{399}{2}$  và  $2n - 399 < 0$  khi  $n < \frac{399}{2}$ .

Vậy dãy số đã cho không tăng, không giảm

**Câu 8:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào tăng?

- A.  $u_n = \frac{1}{3^n}$ .  
 B.  $u_n = \frac{1}{2n+1}$ .  
 C.  $u_n = \frac{n+1}{3n+2}$ .  
 D.  $u_n = \frac{4n-2}{n+3}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3^{n+1}} - \frac{1}{3^n} = \frac{1}{3 \cdot 3^n} - \frac{1}{3^n} = \frac{-2}{3 \cdot 3^n} < 0$

$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2(n+1)+1} - \frac{1}{2n+1} = \frac{1}{2n+3} - \frac{1}{2n+1} = \frac{-2}{(2n+3)(2n+1)} < 0$

$u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{3n+5} - \frac{n+1}{3n+2} = -\frac{1}{(3n+5)(3n+2)} < 0$

$u_{n+1} - u_n = \frac{4n+2}{n+4} - \frac{4n-2}{n+3} = \frac{14}{(n+4)(n+3)} > 0$

**Câu 9:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào giảm?

- A.  $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$ .  
 B.  $u_n = (-1)^n(5^n - 1)$ .  
 C.  $u_n = -3^n$ .  
 D.  $u_n = \sqrt{n+4}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_{n+1} - u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^{n+1} - \left(\frac{4}{3}\right)^n = \frac{4}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n - \left(\frac{4}{3}\right)^n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n > 0$

Dãy  $(u_n)$  với  $u_n = (-1)^n(5^n - 1)$ . có các số hạng đan dấu nên dãy không tăng, không giảm

$u_{n+1} - u_n = -3^{n+1} + 3^n = -3 \cdot 3^n + 3^n = -2 \cdot 3^n < 0$

$$u_{n+1} - u_n = \sqrt{n+5} - \sqrt{n+4} = \frac{1}{\sqrt{n+5} + \sqrt{n+4}} > 0$$

**Câu 10:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào không tăng, không giảm?

- A.  $u_n = n + \frac{1}{n}$ .      B.  $u_n = 5^n + 3n$ .      C.  $u_n = -3^n$ .      **D.**  $u_n = (-3)^n \cdot \sqrt{n^2 + 1}$

**Lời giải**

Dãy không tăng, không giảm vì các số hạng đan dấu

Dãy trong đáp án A và B tăng, dãy trong đáp án C là dãy giảm

**Câu 11:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = 5^n - 4^n$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** Dãy số tăng      B. Dãy số giảm  
C. Dãy số không tăng, không giảm      D. Dãy số có số hạng thứ 100 bé hơn 1

**Lời giải**

Ta có  $u_{n+1} - u_n = 5^{n+1} - 4^{n+1} - 5^n + 4^n = 4(5^n - 4^n) > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Vậy  $u_{n+1} - u_n > 0 \Leftrightarrow u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

**Câu 12:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{an+2}{3n+1}$ . Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

- A.  $a = 6$       **B.**  $a > 6$       C.  $a < 6$       D.  $a \geq 6$

**Lời giải**

Ta có  $u_{n+1} - u_n = \frac{an+a+2}{3n+4} - \frac{an+2}{3n+1} = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì  $u_{n+1} - u_n = \frac{a-6}{(3n+4)(3n+1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 6$

**Câu 13:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = 2^n - an$ . Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

- A.  $a = 2$       B.  $a > 2$       **C.**  $a < 2$       D.  $a \geq 2$

**Lời giải**

Ta có  $u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - an - a - 2^n + an = 2^n - a, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì  $u_{n+1} - u_n = 2^n - a > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a < 2^n, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$

**Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{3^n}{an}$ . Tìm tất cả các giá trị của a để dãy số tăng.

- A.  $\forall a < 0$       B. Không tồn tại a      C.  $\forall a \in \mathbb{R}^*$       **D.**  $a > 0$

**Lời giải**

Ta có  $u_{n+1} - u_n = \frac{3^{n+1}}{an+a} - \frac{3^n}{an} = \frac{a \cdot 3^n (2n-1)}{a^2(n^2+n)}, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Để dãy số tăng thì  $u_{n+1} - u_n = \frac{a \cdot 3^n (2n-1)}{a^2 (n^2+n)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \Leftrightarrow a > 0$

**Câu 15:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng  
 B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm  
 D. Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_n = \sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+1} = \frac{1}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}}$$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } u_{n+1} - u_n &= \frac{1}{\sqrt{3n+5} + \sqrt{3n+4}} - \frac{1}{\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1}} \\ &= \frac{(\sqrt{3n+2} - \sqrt{3n+5}) + (\sqrt{3n+1} - \sqrt{3n+4})}{(\sqrt{3n+5} + \sqrt{3n+4})(\sqrt{3n+2} + \sqrt{3n+1})} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{aligned}$$

**Câu 16:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = n - \sqrt{n^2+1}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng  
 B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm  
 D. Các số hạng đều dương

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_n = n - \sqrt{n^2+1} = \frac{-1}{n + \sqrt{n^2+1}}$$

$$u_{n+1} - u_n = \frac{-1}{n+1 + \sqrt{(n+1)^2+1}} + \frac{1}{n + \sqrt{n^2+1}} = \frac{1 + (\sqrt{(n+1)^2+1} - \sqrt{n^2+1})}{(n+1 + \sqrt{(n+1)^2+1})(n + \sqrt{n^2+1})} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Vậy dãy số đã cho là dãy tăng

**Câu 17:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{2n^2 - n - 1}{n + 2}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng  
 B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm  
 D. Có số hạng âm

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = \frac{2n^2 + 3n}{n+3} - \frac{2n^2 - n - 1}{n+2} = \frac{2n^2 + 10n + 3}{(n+3)(n+2)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Vậy dãy số đã cho là dãy tăng

**Câu 18:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào tăng?

- A.  $u_n = \frac{\sin n}{n}$ .  
 B.  $u_n = \frac{\sqrt{n^2+1}}{2n+1}$ .  
 C.  $u_n = \frac{3^n}{n^2}$ .  
 D.  $u_n = 4n^3 - 3n^2 + 1$ .

**Lời giải**

Với  $n \in (k2\pi; \pi + k2\pi), k \in \mathbb{N} \Rightarrow \sin n > 0 \Rightarrow \frac{\sin n}{n} > 0$

$n \in (\pi + k2\pi; 2\pi + k2\pi), k \in \mathbb{N} \Rightarrow \sin n < 0 \Rightarrow \frac{\sin n}{n} < 0.$

Ta có  $u_n = \frac{\sqrt{n^2+1}}{2n+1} = \sqrt{\frac{n^2+1}{(2n+1)^2}}$ . Xét dãy  $(v_n)$  với  $v_n = \frac{n^2+1}{(2n+1)^2}$

$v_{n+1} - v_n = \frac{n^2+2n+2}{4n^2+12n+9} - \frac{n^2+1}{4n^2+4n+1} = \frac{4n^2-2n-7}{(2n+3)^2(2n+1)^2}$

Do  $v_{n+1} - v_n$  vừa nhận giá trị âm lẫn dương nên dãy số  $(v_n)$  không tăng, không giảm

$u_{n+1} - u_n = \frac{3 \cdot 3^n}{(n+1)^2} - \frac{3^n}{n^2} = \frac{3^n(2n^2-2n-1)}{(n+1)^2 n^2}.$

Do  $u_{n+1} - u_n$  nhận giá trị âm lẫn dương nên dãy đã cho không tăng, không giảm

**Câu 19:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{1}{3}u_{n-1} + \frac{5}{3} \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Dãy số tăng

**B.** Dãy số giảm

**C.** Dãy số không tăng, không giảm

**D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Lời giải**

Ta có  $u_1 < u_2 < u_3$ . Dự đoán dãy số đã cho tăng, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì  $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử  $u_k > u_{k-1}, k \geq 2$ . Ta chứng minh  $u_{k+1} > u_k$

Thật vậy:  $u_{k+1} - u_k = \frac{1}{3}(u_k - u_{k-1}) > 0 \Leftrightarrow u_{k+1} > u_k$ . Vậy dãy đã cho là dãy tăng

**Câu 20:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n^2 + 3}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.** Dãy số tăng

**B.** Dãy số giảm

**C.** Dãy số không tăng, không giảm

**D.** Dãy số vừa tăng vừa giảm

**Lời giải**

Ta có  $0 < u_1 < u_2 < u_3$ . Dự đoán dãy số đã cho tăng, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì  $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Giả sử  $u_k > u_{k-1}, k \geq 2$ . Ta chứng minh  $u_{k+1} > u_k$

Thật vậy:  $u_{k+1} - u_k = \sqrt{u_k^2 + 3} - \sqrt{u_{k-1}^2 + 3} = \frac{(u_k - u_{k-1})(u_k + u_{k-1})}{\sqrt{u_k^2 + 3} + \sqrt{u_{k-1}^2 + 3}} > 0 \Leftrightarrow u_{k+1} > u_k$ . vậy dãy đã cho

là dãy tăng

**Câu 21:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n}{3+u_n} \end{cases}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng  
 B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm  
 D. Có  $u_{10} = 2$

**Lời giải**

Ta có  $u_1 > u_2 > u_3$ . Dự đoán dãy số đã cho giảm, ta chứng minh bằng quy nạp

Từ giả thiết thì  $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Giả sử  $u_k < u_{k-1}, k \geq 2$ . Ta chứng minh  $u_{k+1} < u_k$

Thật vậy:  $u_{k+1} - u_k = \frac{3u_k}{3+u_k} - \frac{3u_{k-1}}{3+u_{k-1}} = \frac{9(u_k - u_{k-1})}{(3+u_k)(3+u_{k-1})} < 0 \Leftrightarrow u_{k+1} < u_k$ . vậy dãy đã cho là dãy giảm

**Câu 22:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Dãy số tăng  
 B. Dãy số giảm  
 C. Dãy số không tăng, không giảm  
 D. Có hữu hạn số hạng

**Lời giải**

Xét hiệu  $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{n+1} = \frac{4n^2 + 3n + 1}{2(2n+1)(n+1)^2} > 0 \forall n \in \mathbb{N}^*$

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = au_n + 1 \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm tất cả các giá trị của  $a$  để  $(u_n)$  tăng?

- A.  $a < 0$ .  
 B.  $a \leq 0$ .  
 C.  $a > 0$ .  
 D.  $a > 1$ .

**Lời giải**

Xét hiệu  $u_{n+1} = au_n + 1 \Rightarrow u_n = au_{n-1} + 1 \Rightarrow u_{n+1} - u_n = a(u_n - u_{n-1})$

$\Rightarrow u_3 - u_2 = a(u_2 - u_1) = a^2 \Rightarrow u_4 - u_3 = a(u_3 - u_2) = a^3 \dots \Rightarrow u_{n+1} - u_n = a^n > 0$

Để dãy số  $(u_n)$  tăng suy ra  $a > 0$ .

**Câu 24:** Trong các dãy số dưới đây, dãy số nào là dãy giảm?

- A.  $u_n = n^2$ .  
 B.  $u_n = \frac{1}{n} - 3$ .  
 C.  $u_n = 3n$ .  
 D.  $u_n = n^3 - 2$ .

**Lời giải**

Xét đáp án A, ta có  $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n+1 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy này là dãy tăng.

Xét đáp án B, ta có  $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n} = \frac{-1}{n(n+1)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy này là dãy giảm.

Xét đáp án C, ta có  $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) - 3n = 3 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy này là dãy tăng.

Xét đáp án D, ta có  $u_{n+1} - u_n = (n+1)^3 - n^3 > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy này là dãy tăng.

**Câu 25:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

**A.**  $u_n = \frac{3}{n^2}$ .      **B.**  $u_n = \frac{n-3}{n+1}$ .      **C.**  $u_n = \frac{n}{2}$ .      **D.**  $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_n = \frac{3}{n^2}, u_{n+1} = \frac{3}{(n+1)^2}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2}{(n+1)^2} < \frac{n^2}{n^2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $(u_n)$  là dãy giảm.

Ta có  $u_n = \frac{n-3}{n+1}; u_{n+1} = \frac{n-2}{n+2}$ . Khi đó:  $u_{n+1} - u_n = \frac{n-2}{n+2} - \frac{n-3}{n+1} = \frac{4}{(n+1)(n+2)} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy  $(u_n)$  là dãy số tăng.

Ta có  $u_n = \frac{n}{2}; u_{n+1} = \frac{n+1}{2}$ . Khi đó:  $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{2} - \frac{n}{2} = \frac{1}{2} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy  $(u_n)$  là dãy số tăng.

Ta có  $u_1 = \frac{-1}{3}; u_2 = \frac{1}{9}; u_3 = \frac{-1}{27}$ . Vậy  $(u_n)$  là dãy số không tăng không giảm.

**Câu 26:** Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

**A.**  $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, n \in \mathbb{N}^*$ .      **B.**  $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, n \in \mathbb{N}^*$ .  
**C.**  $u_n = 2n^2 + 3, n \in \mathbb{N}^*$ .      **D.**  $u_n = \cos(2n+1), n \in \mathbb{N}^*$ .

**Lời giải**

Với dãy  $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}$ .

Ta có:  $u_{n+1} - u_n = \frac{5-3(n+1)}{2(n+1)+3} - \frac{5-3n}{2n+3} = \frac{2-3n}{2n+5} - \frac{5-3n}{2n+3}$   
 $= \frac{(2-3n)(2n+3) - (5-3n)(2n+5)}{(2n+5)(2n+3)} = \frac{-19}{(2n+3)(2n+5)} < 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$  suy ra  $(u_n)$  là dãy giảm.

**Câu 27:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số giảm?

**A.**  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .      **B.**  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ .      **C.**  $u_n = n^2$ .      **D.**  $u_n = \sqrt{n+2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_n = \frac{1}{2^n} < \frac{1}{2^{n+1}} = u_{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Câu 28:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .      B.  $u_n = \frac{3n-1}{n+1}$ .      C.  $u_n = 1-n^2$ .      D.  $u_n = \frac{1}{\sqrt{n+2}}$ .

**Lời giải**

**Câu 29:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm

A.  $u_n = \frac{n-3}{n+1}$ .      B.  $u_n = \frac{n}{2}$ .      C.  $u_n = \frac{2}{n^2}$ .      D.  $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_n = \frac{n-3}{n+1}$ ;  $u_{n+1} = \frac{n-2}{n+2}$ . Khi đó:  $u_{n+1} - u_n = \frac{n-2}{n+2} - \frac{n-3}{n+1} = \frac{4}{(n+1)(n+2)} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy  $(u_n)$  là dãy số tăng.

Ta có  $u_n = \frac{n}{2}$ ;  $u_{n+1} = \frac{n+1}{2}$ . Khi đó:  $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{2} - \frac{n}{2} = \frac{1}{2} > 0 \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Vậy  $(u_n)$  là dãy số tăng.

Ta có  $u_n = \frac{2}{n^2}$ ,  $u_{n+1} = \frac{2}{(n+1)^2}$

$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2}{(n+1)^2} < \frac{n^2}{n^2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $(u_n)$  là dãy giảm.

Ta có  $u_1 = \frac{-1}{3}$ ;  $u_2 = \frac{1}{9}$ ;  $u_3 = \frac{-1}{27}$ . Vậy  $(u_n)$  là dãy số không tăng không giảm.

**Câu 30:** Dãy số nào sau đây là dãy số giảm?

A.  $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$ .      B.  $u_n = \frac{n-5}{4n+1}, (n \in \mathbb{N}^*)$ .  
C.  $u_n = 2n^3 + 3, (n \in \mathbb{N}^*)$ .      D.  $u_n = \cos(2n+1), (n \in \mathbb{N}^*)$ .

**Lời giải**

Xét  $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$ , ta có  $u_{n+1} - u_n = \frac{5-3(n+1)}{2(n+1)+3} - \frac{5-3n}{2n+3} = \frac{2-3n}{2n+5} - \frac{5-3n}{2n+3}$   
 $= \frac{(2-3n)(2n+3) - (2n+5)(5-3n)}{(2n+5)(2n+3)} = \frac{4n - 6n^2 + 6 - 9n - 10n + 6n^2 - 25 + 15n}{(2n+5)(2n+3)}$   
 $= \frac{-19}{(2n+5)(2n+3)} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $u_n = \frac{5-3n}{2n+3}, (n \in \mathbb{N}^*)$  là dãy giảm.

**Câu 31:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A.  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .      B.  $u_n = \frac{1}{n}$ .      C.  $u_n = \frac{n+5}{3n+1}$ .      D.  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}$ .

**Lời giải**

Vì  $2^n; n$  là các dãy dương và tăng nên  $\frac{1}{2^n}; \frac{1}{n}$  là các dãy giảm

$$\text{Xét đáp án C: } u_n = \frac{n+5}{3n+1} \longrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{3}{2} \\ u_2 = \frac{7}{6} \end{cases} \Rightarrow u_1 > u_2$$

$$\text{Xét đáp án D: } u_n = \frac{2n-1}{n+1} = 2 - \frac{3}{n+1} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 3 \left( \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) > 0$$

**Câu 32:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là dãy số tăng?

A.  $u_n = \frac{2}{3^n}$ .                      B.  $u_n = \frac{3}{n}$ .                      C.  $u_n = 2^n$ .                      D.  $u_n = (-2)^n$ .

**Lời giải**

$$\text{Xét đáp án C: } u_n = 2^n \longrightarrow u_{n+1} - u_n = 2^{n+1} - 2^n = 2^n > 0$$

**Câu 33:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là dãy số giảm?

A.  $u_n = \frac{2n+1}{n-1}$ .                      B.  $u_n = n^3 - 1$ .                      C.  $u_n = n^2$ .                      D.  $u_n = 2n$ .

**Lời giải**

Với mọi  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n > 1$ . Ta có

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \frac{2(n+1)+1}{(n+1)-1} - \frac{2n+1}{n-1} = \frac{2n+3}{n} - \frac{2n+1}{n-1} \\ &= \frac{(2n+3)(n-1) - n(2n+1)}{n(n-1)} = \frac{(2n+3)(n-1) - n(2n+1)}{n(n-1)} = \frac{-3}{n(n-1)} < 0, \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}, n > 1. \end{aligned}$$

Suy ra dãy số giảm.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = 1 - \frac{1}{n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng  $u_3 = \frac{2}{3}$ .

b)  $u_7 - u_8 = \frac{1}{56}$ .

c)  $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{n(n+1)}$ .

d) Dãy số  $u_n$  là dãy số tăng.

**Lời giải**

a) Đúng: Ta có  $u_3 = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ .

b) Sai: Số hạng  $u_7 - u_8 = -\frac{1}{56}$ .



c) Đúng: Ta có  $u_{n+1} - u_n = \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) - \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Suy ra  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

d) Đúng: Vậy dãy số  $u_n$  là dãy số tăng.

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = n^2 + 2n, n \in \mathbb{N}^*$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng đầu tiên của dãy số là  $u_1 = 3$ .

b) Dãy số  $(u_n)$  là một dãy số giảm.

c) Số 143 là số hạng thứ 13 trong dãy số  $(u_n)$ .

d) Với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  thì  $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_n} = \frac{3n^2 + 5n}{2(n+1)(n+2)}$ .

**Lời giải**

a) Đúng: Ta có  $u_1 = 1^2 + 2.1 = 3$

b) Sai:  $\forall n \in \mathbb{N}^* : u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 2(n+1) - (n^2 + 2n) = 2n + 3 > 0$

Cho nên dãy số  $(u_n)$  là một dãy số tăng.

c) Sai: Ta có  $u_n = 143 \Leftrightarrow n^2 + 2n = 143 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -13 \end{cases}$ .

Do  $n \in \mathbb{N}^*$  nên  $n = 11$ , nghĩa là số 143 là số hạng thứ 11.

d) Sai: Ta có  $u_n = n^2 + 2n = n(n+2)$

Do đó  $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_n} = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{n(n+2)}$

Phân tích:  $\frac{1}{1.3} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right); \frac{1}{2.4} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right); \dots; \frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+2} \right)$

Ta được:  $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_n} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right)$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3(n+1)(n+2) - 2(n+2+n+1)}{2(n+1)(n+2)} = \frac{3n^2 + 5n}{4(n+1)(n+2)}$

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = 1 - \frac{1}{n}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Ta có  $u_3 = \frac{2}{3}$

b)  $u_7 - u_8 = \frac{1}{56}$

c)  $u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{n(n+1)}$

d) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng.

**Lời giải**

a) Đúng: Ta có  $u_3 = \frac{2}{3}$

b) Sai:  $u_7 - u_8 = -\frac{1}{56}$

c) Sai: Ta có:  $u_{n+1} - u_n = \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) - \left(1 - \frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)} > 0, \forall n \geq 1.$

Suy ra  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*.$

d) Đúng: Vậy dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng.

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{n}{4^n}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Ta có  $u_n = \frac{n}{4^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$

b) Ta có  $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \geq 1$

c) Ta có  $u_{2024} < u_{2023}$

d) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng

**Lời giải**

a) Sai: Nhận xét:  $u_n = \frac{n}{4^n} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*.$

b) Đúng: Ta có:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{4^{n+1}} : \frac{n}{4^n} = \frac{n+1}{4n} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4n} < 1, \forall n \geq 1.$

c) Đúng: Suy ra  $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*.$

d) Sai: Vậy dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm.

**Câu 5:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a)  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n+2} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+3} + \sqrt{n+2}}$

b)  $\frac{u_{2024}}{u_{2023}} < 1$

- c)  $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$   
 d) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm.

**Lời giải**

Nhận xét:  $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

- a) Sai: Ta có: 
$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$$
  

$$= \frac{(\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1})(\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})}{(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1})} = \frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}}$$
- b) Đúng: Vì  $0 < \sqrt{n+1} + \sqrt{n} < \sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}$  nên  $\frac{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}{\sqrt{n+2} + \sqrt{n+1}} < 1$   
 hay  $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

- c) Đúng: Suy ra  $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .  
 d) Đúng: Vậy dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm.

**Câu 6:** Bà Hoa gửi vào một ngân hàng số tiền 200 triệu đồng với lãi suất 5% một năm theo hình thức lãi kép, kì hạn 1 tháng. Số tiền (triệu đồng) của bà Hoa sau  $n$  tháng được tính theo công thức

$$T_n = 200 \left( 1 + \frac{0,05}{12} \right)^n. \text{ Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:}$$

- a) Sau 1 tháng, số tiền bà Hoa nhận được là khoảng 200,83 (triệu đồng)  
 b) Sau 2 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 201,67 (triệu đồng);  
 c) Sau 14 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 211,99 (triệu đồng).  
 d) Sau 17 tháng, số tiền bà nhận được là khoảng 215,65 (triệu đồng).

**Lời giải**

- a) Đúng: Sau 1 tháng, số tiền bà Hoa nhận được là:  $T_1 = 200 \left( 1 + \frac{0,05}{12} \right)^1 \approx 200,83$  (triệu đồng)  
 b) Đúng: Sau 2 tháng, số tiền bà nhận được là:  $T_2 = 200 \left( 1 + \frac{0,05}{12} \right)^2 \approx 201,67$  (triệu đồng);  
 c) Đúng: Sau 14 tháng, số tiền bà nhận được là:  $T_{14} = 200 \left( 1 + \frac{0,05}{12} \right)^{14} \approx 211,99$  (triệu đồng).  
 d) Sai: Sau 17 tháng, số tiền bà nhận được là:  $T_{17} = 200 \left( 1 + \frac{0,05}{12} \right)^{17} \approx 214,65$  (triệu đồng).

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1:** Cho dãy số  $(a_n)$  với  $a_n = \frac{7n+5}{kn+7} (k \in \mathbb{R})$ . Tìm giá trị nguyên  $k$  lớn nhất để dãy đã cho là dãy số tăng?

**Lời giải**

Ta có:  $a_n = \frac{7n+5}{kn+7}$  và  $a_{n+1} = \frac{7(n+1)+5}{k(n+1)+7} = \frac{7n+12}{kn+k+7}$ .

Khi đó ta có:  $a_{n+1} - a_n = \frac{7n+12}{kn+k+7} - \frac{7n+5}{kn+7} = \frac{-5k+49}{(kn+k+7)(kn+7)}$

Để dãy số tăng khi và chỉ khi  $a_{n+1} - a_n > 0, \forall k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{-5k+49}{(kn+k+7)(kn+7)} > 0 \Leftrightarrow k < \frac{49}{5}$

Vậy số nguyên là lớn nhất là  $k = 9$

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 1; u_2 = 2 \\ u_{n+2} = au_{n+1} + (1-a)u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm giá trị nguyên dương của  $a$  nhỏ nhất để dãy số  $(u_n)$  tăng.

**Lời giải**

Xét hiệu:  $u_{n+2} - u_{n+1} = au_{n+1} + (1-a)u_n - u_{n+1} = (a-1)u_{n+1} + (1-a)u_n = (a-1)(u_{n+1} - u_n)$

Khi đó:  $u_3 - u_2 = (a-1)(u_2 - u_1) = (a-1)(2-1) = a-1$

$u_4 - u_3 = (a-1)(u_3 - u_2) = (a-1)(a-1) = (a-1)^2$

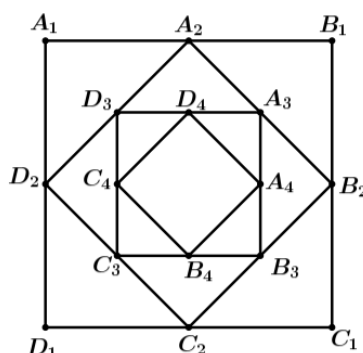
$u_5 - u_4 = (a-1)(u_4 - u_3) = (a-1)(a-1)^2 = (a-1)^3$

Suy ra:  $u_{n+1} - u_n = (a-1)^{n-1}$ . Để dãy số  $(u_n)$  tăng thì  $a-1 > 0 \Leftrightarrow a > 1$

Vậy  $a > 1$  thì dãy số  $(u_n)$  tăng.

**Câu 3:** Cho hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  có cạnh bằng 4. Với mọi số nguyên dương  $n \geq 2$ , gọi  $A_n, B_n, C_n, D_n$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $A_{n-1}B_{n-1}, B_{n-1}C_{n-1}, C_{n-1}D_{n-1}, D_{n-1}A_{n-1}$ . Gọi  $S_n$  là diện tích của tứ giác  $A_nB_nC_nD_n$ . Tính  $S_{12}$ .

**Lời giải**



Ta thấy mỗi tứ giác  $A_n B_n C_n D_n$  là một hình vuông có cạnh là  $A_n B_n$ .

$$\text{Ta có: } A_1 B_1 = 4, A_2 B_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} A_1 B_1 = 2\sqrt{2}, A_3 B_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} A_2 B_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 A_1 B_1 = 2, \dots$$

$$\text{Tổng quát: } A_n B_n = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1} A_1 B_1 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n-1} \cdot 4 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{n+3}.$$

$$\text{Diện tích hình vuông } A_n B_n C_n D_n \text{ là } S_n = (A_n B_n)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+3}, \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*$$

$$\text{Áp dụng với } n = 12 \text{ có: } S_{12} = \left(\frac{1}{2}\right)^{15} = \frac{1}{32768}.$$

**Câu 4:** Vào đầu mỗi tháng, ông An đều gửi vào ngân hàng số tiền cố định 30 triệu đồng theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% /tháng. Tính số tiền ông An có được sau tháng sau tháng thứ hai

**Lời giải**

Số tiền ông An có được:

$$\text{Sau tháng thứ nhất là: } T_1 = 30 + 30 \cdot \frac{0,6}{100} = 30 \left(1 + \frac{0,6}{100}\right) = 30,18 \text{ (triệu đồng).}$$

$$\text{Sau tháng thứ hai: } T_2 = 30 + 30 \left(1 + \frac{0,6}{100}\right) + \left[30 + 30 \left(1 + \frac{0,6}{100}\right)\right] \frac{0,6}{100}$$

$$= \left[30 + 30 \left(1 + \frac{0,6}{100}\right)\right] \left(1 + \frac{0,6}{100}\right) = 30 \left(1 + \frac{0,6}{100}\right) + 30 \left(1 + \frac{0,6}{100}\right)^2$$

$$\approx 60,54 \text{ (triệu đồng)}$$

**Câu 5:** Giá của một chiếc máy photocopy lúc mới mua là 50 triệu đồng. Biết rằng giá trị của nó sau mỗi năm sử dụng chỉ còn 75% giá trị trong năm liền trước đó. Tính giá trị còn lại của chiếc máy photocopy đó sau mỗi năm, trong khoảng thời gian 5 năm kể từ khi mua.

**Lời giải**

Giá trị của máy photocopy sau 1 năm sử dụng là

$$T_1 = 50 \cdot 75\% = 37,5 \text{ (triệu đồng)}$$

Giá trị của máy photocopy sau 2 năm sử dụng là

$$T_2 = T_1 \cdot 75\% = 28,125 \text{ (triệu đồng)}$$

Giá trị của máy photocopy sau 3 năm sử dụng là

$$T_3 = T_2 \cdot 75\% = 21,0938 \text{ (triệu đồng)}$$

Giá trị của máy photocopy sau 4 năm sử dụng là

$$T_4 = T_3 \cdot 75\% = 15,8203 \text{ (triệu đồng)}$$

Giá trị của máy photocopy sau 5 năm sử dụng là

$$T_5 = T_4 \cdot 75\% = 11,8652 \text{ (triệu đồng)}$$



**Chú ý.** Tổng quát, giá trị của máy photocopy sau  $n$  năm sử dụng là

$$T_n = T_1 \cdot (0,75)^{n-1} \text{ (triệu đồng)}$$

**Câu 6:** Nếu tỉ lệ lạm phát là 3,5% mỗi năm và giá trung bình của một căn hộ chung cư mới tại thời điểm hiện tại là 2,5 tỉ đồng thì giá trung bình của một căn hộ chung cư mới sau  $n$  năm nữa được cho bởi công thức  $A_n = 2,5 \cdot (1,035)^n$  (tỉ đồng)

**Lời giải**

Giá trung bình của một căn hộ chung cư mới sau 5 năm là

$$A_5 = 2,5 \cdot (1,035)^5 = 2,9692 \text{ (tỉ đồng)}$$

Tìm giá trung bình của một căn hộ chung cư mới sau 5 năm nữa.

-----HẾT-----



Vậy  $(u_n)$  là dãy số tăng và bị chặn.

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có: } u_{n+1} - u_n &= \frac{1-(n+1)}{n+2} - \frac{1-n}{n+1} = -\frac{n}{n+2} - \frac{1-n}{n+1} \\ &= \frac{-n(n+1) - (1-n)(n+2)}{(n+2)(n+1)} = -\frac{2}{(n+2)(n+1)} < 0, \forall n \geq 1 \end{aligned}$$

Do đó  $(u_n)$  là dãy số giảm.

$$\text{Do } u_n = \frac{1-n}{n+1} = \frac{-(n+1)+2}{n+1} = -1 + \frac{2}{n+1} > -1, \forall n \geq 1, \text{ nên dãy } (u_n) \text{ bị chặn dưới.}$$

$$\text{Dãy } (u_n) \text{ cũng bị chặn trên vì } u_n = -1 + \frac{2}{n+1} \leq -1 + \frac{2}{1+1} = 0, \forall n \geq 1.$$

Do đó  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

**Bài tập 3:** Chứng minh rằng dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{n^2+n}$  bị chặn.

**Lời giải**

Ta có:  $u_n > 0$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới.

Do  $n^2+n \geq 2$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  nên  $u_n \leq \frac{1}{2}$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  suy ra dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên. Vậy dãy số  $(u_n)$  bị chặn.

**Bài tập 4:** Xét tính bị chặn của các dãy số  $(u_n)$  cho bởi

$$\text{a) } u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}. \quad \text{b) } u_n = \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}}$$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có } u_n &= \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2n+1} \right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(2n+1)}. \end{aligned}$$

Do đó:  $0 < u_n < \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

$$\text{b) Ta có: } 0 < \frac{1}{\sqrt{n^2+1}} + \frac{1}{\sqrt{n^2+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2+n}} < \frac{1}{\sqrt{n^2}} + \frac{1}{\sqrt{n^2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2}} = \frac{n}{\sqrt{n^2}} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Do đó:  $0 < u_n < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

**Bài tập 5:** Xét tính bị chặn của các dãy số  $(u_n)$  cho bởi:

$$\text{a) } u_n = \frac{n^2+2n}{n^2+n+1} \quad \text{b) } u_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+2n+n}}$$



c)  $u_n = (-1)^n \cos \frac{\pi}{2n}$

d)  $u_n = \frac{4 \sin n + 4 \cos(3n^2 + 1)}{5n^2 + n}$

**Lời giải**

a)  $u_n = \frac{n^2 + 2n}{n^2 + n + 1} = 1 + \frac{n-1}{n^2 + n + 1}$  do  $0 \leq \frac{n-1}{n^2 + n + 1} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Suy ra  $1 \leq u_n < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy dãy số đã cho bị chặn.

b)  $u_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 + 2n + n}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2}{n} + 1}} \Rightarrow 0 < u_n < \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy dãy số đã cho bị chặn.

c)  $u_n = (-1)^n \cos \frac{\pi}{2n} \Rightarrow |u_n| = \left| \cos \frac{\pi}{2n} \right| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq u_n \leq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy dãy số đã cho bị chặn.

d)  $u_n = \frac{4 \sin n + 3 \cos(3n^2 + 1)}{5n^2 + n} \Rightarrow |u_n| = \frac{|4 \sin n + 3 \cos(3n^2 + 1)|}{5n^2 + n} < \frac{5}{5n^2} < 1$ .

Suy ra:  $-1 < u_n < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy dãy số đã cho bị chặn.

**Bài tập 5:** Một công ty dược phẩm đang thử nghiệm một loại thuốc mới. Một thí nghiệm bắt đầu với  $1,0 \cdot 10^9$  vi khuẩn. Một liều thuốc được sử dụng sau mỗi bốn giờ có thể tiêu diệt  $4,0 \times 10^8$  vi khuẩn. Giữa các liều thuốc, số lượng vi khuẩn tăng lên 25%.

- a) Viết hệ thức truy hồi cho số lượng vi khuẩn sống trước mỗi lần sử dụng thuốc.
- b) Tìm số vi khuẩn còn sống trước lần sử dụng thuốc thứ năm.

**Lời giải**

a) Gọi  $u_0 = 1,0 \cdot 10^9$  là số vi khuẩn tại thời điểm ban đầu và  $u_n$  là số vi khuẩn trước lần dùng thuốc thứ  $n$ .

Do mỗi liều thuốc được sử dụng sau bốn giờ có thể tiêu diệt  $4,0 \cdot 10^8$  vi khuẩn và giữa các liều thuốc, số lượng vi khuẩn tăng lên 25% nên ta có

$$u_{n+1} = (u_n - 4,0 \cdot 10^8) + 25\% \cdot u_n = 1,25u_n - 4,0 \cdot 10^8.$$

b) Ta tính  $u_5$  như sau:  $u_1 = 1,0 \cdot 10^9$ ;  $u_2 = 1,25u_1 - 4,0 \cdot 10^8 = 8,5 \cdot 10^8$

$$u_3 = 1,25u_2 - 4,0 \cdot 10^8 = 6,625 \cdot 10^8; u_4 = 1,25u_3 - 4,0 \cdot 10^8 = 4,28125 \cdot 10^8$$

$$u_5 = 1,25u_4 - 4,0 \cdot 10^8 = 1,3515625 \cdot 10^8.$$

Vậy số vi khuẩn còn sống trước lần sử dụng thuốc thứ năm là 135156250 con.

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $u_n = 3n - 1$   
**A.** Bị chặn.                      **B.** Bị chặn trên.                      **C.** Bị chặn dưới.                      **D.** Không bị chặn dưới.

**Lời giải**

Ta có  $u_n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^* \rightarrow$  Dãy bị chặn dưới

Khi  $n$  tiến tới dương vô cực thì  $u_n$  cũng tiến tới dương vô cực nên dãy số không bị chặn trên

Vậy dãy đã cho bị chặn dưới

**Câu 2:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $(u_n)$  sau, dãy số nào bị chặn?

**A.**  $u_n = n^2$ .                      **B.**  $u_n = 2^n$ .                      **C.**  $u_n = \frac{1}{n}$ .                      **D.**  $u_n = \sqrt{n+1}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $0 < u_n = \frac{1}{n} \leq 1$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy  $(u_n)$  bị chặn.

**Nhận xét:** Các dãy số  $n^2; 2^n; n+1$  là các dãy tăng đến vô hạn khi  $n$  tăng lên vô hạn nên chúng không bị chặn trên.

**Câu 3:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào bị chặn?

**A.**  $u_n = \frac{1}{2^n}$ .                      **B.**  $u_n = 3^n$ .                      **C.**  $u_n = \sqrt{n+1}$ .                      **D.**  $u_n = n^2 + 1$ .

**Lời giải**

Ta có:  $0 < u_n = \frac{1}{2^n} \leq \frac{1}{2}$  với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy  $(u_n)$  bị chặn.

**Câu 4:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$

**A.** Bị chặn.                      **B.** Không bị chặn.                      **C.** Bị chặn trên.                      **D.** Bị chặn dưới.

**Lời giải**

Ta có  $0 < u_n = \frac{2n+1}{n+2} < \frac{2n+4}{n+2} = \frac{2(n+2)}{n+2} = 2 \forall n$  nên dãy  $(u_n)$  bị chặn.

**Câu 5:** Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số  $(u_n)$ , biết:  $u_n = \frac{2n-13}{3n-2}$

**A.** Dãy số tăng, bị chặn.  
**B.** Dãy số giảm, bị chặn.  
**C.** Dãy số không tăng không giảm, không bị chặn.  
**D.** Cả A, B, C đều sai.

**Lời giải**

Ta có:  $u_{n+1} - u_n = \frac{2n-11}{3n+1} - \frac{2n-13}{3n-2} = \frac{34}{(3n+1)(3n-2)} > 0$  với mọi  $n \geq 1$ .

Suy ra  $u_{n+1} > u_n \quad \forall n \geq 1 \Rightarrow$  dãy  $(u_n)$  là dãy tăng  $\Rightarrow$  dãy bị chặn dưới bởi  $u_1 = -\frac{9}{4}$ .

Mặt khác:  $u_n = \frac{2}{3} - \frac{35}{3(3n-2)} \Rightarrow -\frac{9}{4} \leq u_n < \frac{2}{3} \quad \forall n \geq 1$

Vậy dãy  $(u_n)$  là dãy bị chặn.

**Câu 6:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}}$

- A.** Bị chặn.                      **B.** Không bị chặn.                      **C.** Bị chặn trên.                      **D.** Bị chặn dưới.

**Lời giải**

Ta có:  $0 < u_n = \frac{n+1}{\sqrt{n^2+1}} = \sqrt{\frac{n^2+2n+1}{n^2+1}} = \sqrt{1 + \frac{2n}{n^2+1}} \leq \sqrt{1 + \frac{2n}{2n}} = \sqrt{2}, \forall n \Rightarrow (u_n)$  bị chặn.

**Câu 7:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $u_n = 4 - 3n - n^2$

- A.** Bị chặn.                      **B.** Không bị chặn.                      **C.** Bị chặn trên.                      **D.** Bị chặn dưới.

**Lời giải**

Ta có:  $u_n = \frac{25}{4} - \left(n + \frac{3}{2}\right)^2 < \frac{25}{4} \Rightarrow (u_n)$  bị chặn trên; dãy  $(u_n)$  không bị chặn dưới.

**Câu 8:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau, dãy số nào bị chặn?

- A.**  $u_n = n + \frac{1}{n}$ .                      **B.**  $u_n = n + 1$ .                      **C.**  $u_n = \frac{n}{2n^2+1}$ .                      **D.**  $u_n = n^2 + n + 1$ .

**Lời giải**

**Câu 9:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau, dãy số nào bị chặn?

- A.**  $u_n = n - \sin 3n$                       **B.**  $u_n = \frac{n^2+1}{n}$ .                      **C.**  $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$ .                      **D.**  $u_n = n \cdot \sin(3n-1)$ .

**Lời giải**

Ta có  $0 < u_n = \frac{1}{n(n+1)} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$  Dãy  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{n(n+1)}$  bị chặn

**Câu 10:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho dưới đây dãy số nào là dãy số bị chặn ?

- A.**  $u_n = \frac{n^3}{n^2+1}$ .                      **B.**  $u_n = n^2 + 2017$ .                      **C.**  $u_n = (-1)^n(n+2)$ .                      **D.**  $u_n = \frac{n}{n^2+1}$ .

**Lời giải**

Ta có  $0 < u_n = \frac{n}{n^2+1} \leq \frac{1}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$  Dãy  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n}{n^2+1}$  bị chặn

**Câu 11:** Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau:  $(u_n): u_n = \frac{n+1}{n+2}$

- A.** Tăng, bị chặn.      **B.** Giảm, bị chặn.      **C.** Tăng, chặn dưới.      **D.** Giảm, chặn trên.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+3} - \frac{n+1}{n+2} = \frac{(n+2)^2 - (n+3)(n+1)}{(n+2)(n+3)} = \frac{1}{(n+2)(n+3)} > 0, \forall n.$$

Và  $0 < u_n = \frac{n+1}{n+2} < \frac{n+2}{n+2} = 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy dãy  $(u_n)$  là dãy tăng và bị chặn.

**Câu 12:** Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số  $(u_n)$ , biết:  $(u_n): u_n = n^3 + 2n + 1$

- A.** Tăng, bị chặn.      **B.** Giảm, bị chặn.      **C.** Tăng, chặn dưới.      **D.** Giảm, chặn trên.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } u_{n+1} - u_n = (n+1)^3 + 2(n+1) - n^3 - 2n = 3n^2 + 3n + 3 > 0, \forall n$$

Mặt khác:  $u_n > 1, \forall n$  và khi  $n$  càng lớn thì  $u_n$  càng lớn.

Vậy dãy  $(u_n)$  là dãy tăng và bị chặn dưới.

**Câu 13:** Cho dãy số  $(u_n): u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A.**  $\frac{1}{3}$ .      **B.** 1.      **C.**  $\frac{1}{2}$ .      **D.** 0.

**Lời giải**

Ta có  $u_n = \frac{3n-1}{3n+1} = 1 - \frac{2}{3n+1} < 1$ . Mặt khác:  $u_2 = \frac{5}{7} > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > 0$  nên suy ra dãy  $(u_n)$  bị chặn trên bởi số 1.

**Câu 14:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \cos n + \sin n$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi số nào dưới đây?

- A.** 0.      **B.** 1.      **C.**  $\sqrt{2}$ .      **D.** Không bị chặn trên.

**Lời giải**

Ta có  $u_n \xrightarrow{MTCT} u_1 = \sin 1 + \cos 1 > 1 > 0$  nên loại các đáp án A và B

$$\text{Ta có } u_n = \cos n + \sin n = \sqrt{2} \sin\left(n + \frac{\pi}{4}\right) < \sqrt{2}$$

**Câu 15:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \cos n + \sin n$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới bởi số nào dưới đây?

- A.** 0.      **B.** -1.      **C.**  $-\sqrt{2}$ .      **D.** Không bị chặn dưới.

**Lời giải**

$u_n \xrightarrow{MTCT} u_5 = \sin 5 - \cos 5 < -1 < 0 \longrightarrow$  loại A và B

$$\text{Ta có } u_n = \sqrt{2} \sin\left(n - \frac{\pi}{4}\right) > -\sqrt{2}$$

**Câu 16:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

- A.** Bị chặn.                      **B.** Không bị chặn.                      **C.** Bị chặn trên.                      **D.** Bị chặn dưới.

**Lời giải**

Rõ ràng  $u_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên  $(u_n)$  bị chặn dưới.

Lại có:  $\frac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right)$ . Suy ra

$u_n = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 - \frac{1}{3} \right) + \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \left( \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \right] = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2n+1} \right) < \frac{1}{2}$  với mọi số nguyên dương  $n$ , nên  $(u_n)$  bị chặn trên.

**Câu 17:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{2.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+2)}$

- A.** Bị chặn.                      **B.** Không bị chặn.                      **C.** Bị chặn trên.                      **D.** Bị chặn dưới.

**Lời giải**

Ta có:  $0 < u_n < \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1} < 1$

Dãy  $(u_n)$  bị chặn.

**Câu 18:** Xét tính tăng, giảm và bị chặn của dãy số  $(u_n)$ , biết:  $u_n = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ .

- A.** Dãy số tăng, bị chặn.                      **B.** Dãy số tăng, bị chặn dưới.  
**C.** Dãy số giảm, bị chặn trên.                      **D.** Cả A, B, C đều sai.

**Lời giải**

Ta có:  $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+1)^2} > 0 \Rightarrow$  dãy  $(u_n)$  là dãy số tăng.

Do  $u_n < 1 + \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} = 2 - \frac{1}{n} \Rightarrow 1 < u_n < 2, \forall n \geq 1 \Rightarrow$  dãy  $(u_n)$  là dãy bị chặn.

**Câu 19:** Xét tính bị chặn của các dãy số sau:  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = \frac{u_{n-1} + 2}{u_{n-1} + 1}, (n \geq 2) \end{cases}$

- A.** Bị chặn.                      **B.** Không bị chặn.                      **C.** Bị chặn trên.                      **D.** Bị chặn dưới.

**Lời giải**

Bằng quy nạp ta chứng minh được  $1 < u_n < 2$  nên dãy  $(u_n)$  bị chặn.

**Câu 20:** Xét tính tăng giảm và bị chặn của dãy số sau:  $(u_n): \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2}, \forall n \geq 2 \end{cases}$

- A.** Tăng, bị chặn.                      **B.** Giảm, bị chặn.

C. Tăng, chặn dưới, không bị chặn trên.

D. Giảm, chặn trên, không bị chặn dưới.

**Lời giải**

Trước hết bằng quy nạp ta chứng minh:  $1 < u_n \leq 2, \forall n$

Điều này đúng với  $n = 1$ , giả sử  $1 < u_n < 2$  ta có:

$$1 < u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{2} < 2 \text{ nên ta có đpcm.}$$

$$\text{Mà } u_{n+1} - u_n = \frac{1 - u_n}{2} < 0, \forall n.$$

Vậy dãy  $(u_n)$  là dãy giảm và bị chặn.

**Câu 21:** Cho dãy  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{n + 2018}{2018n + 1}$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. Dãy  $(u_n)$  bị chặn dưới nhưng không bị chặn trên

**B.** Dãy  $(u_n)$  bị chặn.

C. Dãy  $(u_n)$  không bị chặn trên, không bị chặn dưới.

D. Dãy  $(u_n)$  bị chặn trên nhưng không bị chặn dưới

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } u_n = \frac{n + 2018}{2018n + 1} = \frac{1}{2018} + \frac{2017 \cdot 2019}{2018(2018n + 1)}.$$

Do đó  $(u_n)$  là dãy giảm, mà  $u_1 = 1$ , dễ thấy  $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n > 0 \Rightarrow 0 < u_n \leq 1$ .

Dãy  $(u_n)$  bị chặn.

**Câu 22:** Trong các dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n$  dưới đây, dãy số nào là dãy bị chặn?

A.  $u_n = \sqrt{n^2 + 2}$ .

**B.**  $u_n = \frac{n}{2n + 1}$ .

C.  $u_n = 3^n - 1$ .

D.  $u_n = n + \frac{2}{n}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim \sqrt{n^2 + 2} = +\infty \Rightarrow$  dãy số  $u_n = \sqrt{n^2 + 2}$  không bị chặn.

$$u_n = \frac{n}{2n + 1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2n + 1} < \frac{1}{2} \Rightarrow u_n < \frac{1}{2}.$$

Mặt khác ta thấy ngay  $u_n = \frac{n}{2n + 1} > 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow 0 < u_n < \frac{1}{2} \Rightarrow$  dãy số  $u_n = \frac{n}{2n + 1}$  bị chặn.

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2 + 5^{1-n}$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Dãy số không đơn điệu.

**B.** Dãy số giảm và không bị chặn.

C. Dãy số tăng.

**D.** Dãy số giảm và bị chặn.

**Lời giải**

Xét  $u_{n+1} - u_n = (2 + 5^{-n}) - (2 + 5^{1-n}) = 5^{-n} - 5^{1-n} = \frac{1}{5^n} - \frac{1}{5^{n-1}} = \frac{1}{5^n} - \frac{5}{5^n} = -\frac{4}{5^n} < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

$\Rightarrow (u_n)$  là dãy số giảm.

Ta có:  $u_n = 2 + 5^{1-n} > 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ ;  $u_n = 2 + \frac{5}{5^n} \leq 3, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow (u_n)$  là dãy số bị chặn.

**Câu 24:** Trong các dãy số sau, dãy nào là dãy số bị chặn?

- A.**  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$ .      **B.**  $u_n = 2n + \sin(n)$ .      **C.**  $u_n = n^2$ .      **D.**  $u_n = n^3 - 1$ .

**Lời giải**

Xét dãy số  $u_n = \frac{2n+1}{n+1}$  ta có:

$u_n = \frac{2n+1}{n+1} > 0; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$  dãy  $(u_n)$  bị chặn dưới bởi giá trị 0.

$u_n = \frac{2n+1}{n+1} = 2 - \frac{1}{n+1} < 2; \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow$  dãy  $(u_n)$  bị chặn trên bởi giá trị 2.

$\Rightarrow$  dãy  $(u_n)$  là dãy bị chặn.

**Câu 25:** Chọn kết luận sai:

- A.** Dãy số  $(2n-1)$  tăng và bị chặn trên.      **B.** Dãy số  $\left(\frac{1}{n+1}\right)$  giảm và bị chặn dưới.  
**C.** Dãy số  $\left(-\frac{1}{n}\right)$  tăng và bị chặn trên.      **D.** Dãy số  $\left(\frac{1}{3 \cdot 2^n}\right)$  giảm và bị chặn dưới.

**Lời giải**

Đáp án B đúng vì dãy số  $\left(\frac{1}{n+1}\right)$  giảm và bị chặn dưới bởi 0.

Đáp án C đúng vì dãy số  $\left(-\frac{1}{n}\right)$  tăng và bị chặn trên bởi 0.

Đáp án D đúng vì dãy số  $\left(\frac{1}{3 \cdot 2^n}\right)$  giảm và bị chặn dưới bởi 0.

Đáp án A sai vì dãy số  $(2n-1)$  tăng nhưng không bị chặn trên.

**Câu 26:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- A.** Dãy số bị chặn dưới.      **B.** Dãy số bị chặn trên.  
**C.** Dãy số bị chặn.      **D.** Không bị chặn.

**Lời giải**

Xét  $\frac{1}{k^2} < \frac{1}{(k-1)k} = \frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}, \forall k \geq 2$

$$\text{Suy ra } u_n < \frac{1}{2} + \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) = \frac{3}{2} - \frac{1}{n} < \frac{3}{2}$$

$\Rightarrow 0 < u_n < \frac{3}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $(u_n)$  bị chặn.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = \frac{n+1}{n+2}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{(n+3)(n+2)}$
- b)  $u_{n+1} < u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- c) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm
- d) Dãy  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

**Lời giải**

a) Đúng: Xét  $u_{n+1} - u_n = \frac{n+2}{n+3} - \frac{n+1}{n+2} = \frac{n^2 + 4n + 4 - (n^2 + 4n + 3)}{(n+3)(n+2)} = \frac{1}{(n+3)(n+2)} > 0$ .

b) Sai: Suy ra  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

c) Sai: Vậy dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng.

d) Đúng: Ta có:  $u_n = \frac{n+1}{n+2} > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Mặt khác:  $u_n = \frac{n+1}{n+2} = \frac{(n+2)-1}{n+2} = 1 - \frac{1}{n+2} < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Do đó:  $0 < u_n < 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy  $(u_n)$  là dãy số bị chặn.

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát  $u_n = n + \frac{1}{n}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- b) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng
- c)  $u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- d) Dãy số đã cho bị chặn trên

**Lời giải**

a) Đúng: Với mọi số nguyên dương  $n$ , ta có:

$$u_{n+1} - u_n = n + 1 + \frac{1}{n+1} - \left(n + \frac{1}{n}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)n} = \frac{(n+1)n - 1}{(n+1)n} > 0 \text{ (vì } (n+1)n > 1, \forall n \geq 1)$$

b) Đúng: Suy ra  $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng.



c) Sai: Mặt khác, áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương  $n, \frac{1}{n}$ , ta được:

$$n + \frac{1}{n} \geq 2\sqrt{n \cdot \frac{1}{n}} = 2 \text{ hay } u_n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

d) Sai: Vì vậy dãy số đã cho bị chặn dưới.

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{2n-13}{3n-2}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Dãy số  $(u_n)$  có số hạng thứ 10 là  $u_{10} = \frac{1}{4}$ .

b) Dãy số  $(u_n)$  là dãy không tăng, không giảm.

c) Dãy số  $(u_n)$  là dãy bị chặn.

d) Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi  $\frac{1}{3}$

**Lời giải**

a) Đúng:  $u_{10} = \frac{2 \cdot 10 - 13}{3 \cdot 10 - 2} = \frac{1}{4}$

b) Sai: Ta có:  $u_{n+1} - u_n = \frac{2n-11}{3n+1} - \frac{2n-13}{3n-2} = \frac{34}{(3n+1)(3n-2)} > 0$  với mọi  $n \geq 1$ .

c) Đúng: Suy ra  $u_{n+1} > u_n \quad \forall n \geq 1 \Rightarrow$  dãy  $(u_n)$  là dãy tăng  $\Rightarrow$  dãy bị chặn dưới bởi  $u_1 = -\frac{9}{4}$ .

d) Sai: Mặt khác:  $u_n = \frac{2}{3} - \frac{35}{3(3n-2)} \Rightarrow -\frac{9}{4} \leq u_n < \frac{2}{3} \quad \forall n \geq 1$

Vậy dãy  $(u_n)$  là dãy bị chặn.

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $u_n = \frac{2n+1}{n+2}, n \in \mathbb{N}^*$ . Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Hai số hạng đầu lần lượt là  $u_1 = 1; u_2 = \frac{5}{3}$

b) Dãy số  $(u_n)$  là một dãy số tăng.

c) Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi  $\frac{33}{17}$ .

d) Dãy số  $(u_n)$  có duy nhất một số hạng nguyên.

**Lời giải**

a) Sai: Ta có  $u_1 = \frac{2 \cdot 1 + 1}{1 + 2} = 1; u_2 = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2 + 2} = \frac{5}{4} \neq \frac{5}{3}$

b) Đúng: Ta có  $u_n = 2 - \frac{3}{n+2}$  nên khi  $n$  tăng thì  $\frac{3}{n+2}$  giảm dẫn đến  $u_n = 2 - \frac{3}{n+2}$  tăng.

Cho nên dãy số  $(u_n)$  là một dãy số tăng.

c) Sai: Ta có  $u_1 \leq u_n = 2 - \frac{3}{n+2} < 2$  do  $\frac{3}{n+2} > 0$  nên  $u_n = 2 - \frac{3}{n+2} < 2$ .

Vậy dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi 2.

d) Đúng: Ta có  $u_n = 2 - \frac{3}{n+2}$  nên  $u_n$  nguyên khi  $3:(n+2)$  nghĩa là  $\begin{cases} n+2 = \pm 3 \\ n+2 = \pm 1 \end{cases}$  kết hợp với  $n \in \mathbb{N}^*$  ta tìm được  $n = 1$ . Vậy  $(u_n)$  chỉ có một số hạng nguyên là  $u_1 = 1$ .

**Câu 5:** Xét tính đúng sai của các khẳng định sau đây:

a) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 1 + 3^{1-n}$  là dãy số bị chặn.

b) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n}$  là dãy số tăng.

c) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-1)^{2n}(2^n + 1)$  là dãy số giảm.

d) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 2n - 1$  là dãy số không tăng không giảm.

**Lời giải**

a) Đúng: Ta có:  $u_n = 1 + 3^{1-n} = 1 + \frac{3}{3^n} > 1 \forall n \in \mathbb{N}^*$  và  $u_n = 1 + 3^{1-n} = 1 + \frac{3}{3^n} \leq 2 \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Suy ra  $1 < u_n \leq 2 \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy số  $(u_n)$  bị chặn

b) Sai:  $u_n = \frac{(-1)^n}{3^n} \Rightarrow u_1 = -\frac{1}{3}; u_2 = \frac{1}{9}; u_3 = -\frac{1}{27}$  nên dãy số không phải là dãy số tăng,

c) Sai:  $u_n = (-1)^{2n}(2^n + 1) = 2^n + 1 \Rightarrow u_1 = 3; u_2 = 5; u_3 = 9$  nên dãy số không phải là dãy số giảm

d) Sai:  $u_n = 2n - 1 \Rightarrow u_{n+1} = 2(n+1) - 1 = 2n + 1$

Xét  $u_{n+1} - u_n = 2n + 1 - (2n - 1) = 2 > 0 \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow (u_n)$  là dãy số tăng

**Câu 6:** Cho dãy số  $u_n = \frac{2n-1}{n+1}, n = 1, 2, \dots$  Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng thứ 5 của dãy số là  $u_5 = 8$

b) Dãy số đã cho không bị chặn trên

c) Dãy số đã cho là một dãy số tăng

d) Dãy số đã cho bị chặn trên bởi 2025.

**Lời giải**

a) Sai:  $u_n = \frac{2n-1}{n+1} = 2 - \frac{3}{n+1} \Rightarrow u_5 = 2 - \frac{3}{5+1} = \frac{3}{2}$

b) Sai:  $u_n = \frac{2n-1}{n+1} = 2 - \frac{3}{n+1} \Rightarrow 0 < u_n < 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên  $u_n$  là dãy số bị chặn.

c) Đúng:  $u_{n+1} - u_n = 3\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) > 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên  $u_n$  là dãy số tăng.

d) Đúng: Dãy số đã cho bị chặn trên bởi 2025.

**Câu 7:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định như sau 
$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{u_n^{2022} + 3u_n + 16}{u_n^{2021} - u_n + 11}, \forall n \geq 1. \end{cases}$$
 Xét tính đúng sai của

các khẳng định sau:

a) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm.

b) Dãy số  $(u_n)$  là dãy số giảm và bị chặn trên.

c) Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên.

d)  $u_n \leq 5, \forall n \geq 1$ .

### Lời giải

a) Sai: Ta có  $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n^{2022} + 3u_n + 16}{u_n^{2021} - u_n + 11} - u_n = \frac{(u_n - 4)^2}{u_n^{2021} - u_n + 11} \geq 0, \forall n \geq 1$  suy ra  $(u_n)$  là dãy tăng.

b) Sai: Giả sử dãy bị chặn trên, suy ra dãy có giới hạn hữu hạn, giả sử khi đó  $\lim u_n = a$ .

Ta có  $a = \frac{a^{2022} + 3a + 16}{a^{2021} - a + 11} \Leftrightarrow a = 4 < 5$  vô lí do  $u_n \geq 5, \forall n \geq 1$ .

c) Sai: Vậy  $(u_n)$  là dãy tăng và không bị chặn trên.

d) Sai: Lại có  $u_1 = 5$  nên  $u_n \geq 5, \forall n \geq 1$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \sqrt{3} \cos n - \sin n$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới và chặn trên lần lượt bởi các số  $m$  và  $M$ . Tính  $m + M$

### Lời giải

Nhận xét:  $u_n = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sin n - \frac{1}{2} \cos n\right) = 2 \sin\left(n - \frac{\pi}{6}\right) \longrightarrow -2 \leq u_n \leq 2$ .

Vậy  $m = -2; M = 2$  nên  $m + M = 0$

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \sin n - \cos n$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn dưới bởi số nào?

### Lời giải

Ta có  $u_n = \sqrt{2} \sin\left(n - \frac{\pi}{4}\right) \geq -\sqrt{2}$

**Câu 3:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \cos n + \sin n$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi số nào?

Ta có  $u_n = \cos n + \sin n = \sqrt{2} \sin\left(n + \frac{\pi}{4}\right) \leq \sqrt{2}$

**Câu 4:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $u_n = \frac{3n-1}{3n+1}$ . Dãy số  $(u_n)$  bị chặn trên bởi số nào?

**Lời giải**

Ta có  $u_n = \frac{3n-1}{3n+1} = 1 - \frac{2}{3n+1} < 1$ . Mặt khác:  $u_2 = \frac{5}{7} > \frac{1}{2} > \frac{1}{2} > 0$  nên suy ra dãy  $(u_n)$  bị chặn trên bởi số 1.

**Câu 5:** Vi khuẩn E. Coli sinh sản thông qua một quá trình gọi là quá trình phân đôi. Vi khuẩn E. Coli phân chia làm đôi cứ sau 20 phút. Giả sử tốc độ phân chia này được duy trì trong 12 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Hỏi sau 12 giờ sẽ có bao nhiêu vi khuẩn E. Coli trong cơ thể? Giả sử có một nguồn dinh dưỡng vô hạn để vi khuẩn E. Coli duy trì tốc độ phân chia như cũ trong 48 giờ kể từ khi vi khuẩn ban đầu xâm nhập vào cơ thể. Hỏi sau 48 giờ sẽ có bao nhiêu vi khuẩn E. Coli trong cơ thể?

**Lời giải**

Giả sử ban đầu có 1 vi khuẩn E. Coli.

Sau 20 phút lần một, số vi khuẩn là  $1 \cdot 2 = 2$ .

Sau 20 phút lần hai, số vi khuẩn là  $2 \cdot 2 = 2^2$ .

Sau 20 phút lần ba, số vi khuẩn là  $2^2 \cdot 2 = 2^3$ .

Sau 20 phút lần bốn, số vi khuẩn là  $2^3 \cdot 2 = 2^4$ .

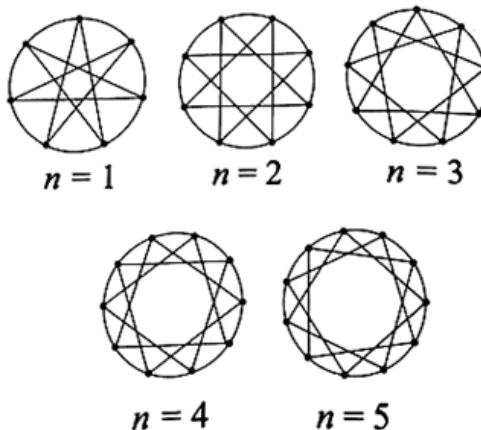
Tương tự như vậy sau 12 giờ (bằng  $3 \cdot 12$  lần 20 phút) thì số vi khuẩn là

$$2^{3 \cdot 12} = 2^{36} \approx 6,87 \cdot 10^{10} \text{ (con)}$$

Sau 48 giờ (bằng  $3 \cdot 48 = 144$  lần 20 phút) thì số vi khuẩn là:

$$2^{144} \approx 2,23 \cdot 10^{43} \text{ (con)}.$$

**Câu 6:** Với mỗi số nguyên dương  $n$ , lấy  $n + 6$  điểm cách đều nhau trên đường tròn. Nối mỗi điểm với điểm cách nó hai điểm trên đường tròn đó để tạo thành các ngôi sao như Hình 1. Gọi  $u_n$  là số đo góc ở đỉnh tính theo đơn vị độ của mỗi ngôi sao thì ta được dãy số  $(u_n)$ . Tìm công thức của số hạng tổng quát  $u_n$  và tính  $u_6$



**Lời giải**



Ta thấy đường tròn được chia thành  $n + 6$  cung bằng nhau và mỗi cung có số đo bằng  $\left(\frac{360}{n + 6}\right)^\circ$

. Do mỗi điểm được nối với điểm cách nó hai điểm trên đường tròn nên góc ở đỉnh của mỗi ngôi sao là góc nội tiếp chắn  $n + 6 - 2 \cdot 3 = n$  cung bằng nhau đó. Suy ra số đo góc ở đỉnh tính

theo đơn vị độ của mỗi ngôi sao là  $u_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{360}{n + 6} \cdot n = \frac{180n}{n + 6} \xrightarrow{n=6} u_6 = 90$ .

-----HẾT-----



## A

## LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

## 1 Cấp số cộng

- **Định nghĩa:** Cấp số cộng là một dãy số (vô hạn hoặc hữu hạn) mà trong đó, kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó với một số  $d$  không đổi, nghĩa là:

$$u_{n+1} = u_n + d \quad (n \in \mathbb{N}^*).$$

Số  $d$  được gọi là công sai của cấp số cộng.

- **Nhận xét:** Nếu  $(u_n)$  là cấp số cộng thì kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng (trừ số hạng cuối đối với cấp số cộng hữu hạn) đều là trung bình cộng của hai số hạng đứng kề nó trong dãy, tức là:

$$u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2} \quad (k \geq 2).$$

## 2 Số hạng tổng quát của cấp số cộng

- **Định lý 1:** Nếu một cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  của nó được xác định bởi công thức:

$$u_n = u_1 + (n-1)d, n \geq 2.$$

3 Tổng  $n$  số hạng đầu của cấp số cộng

- **Định lý 2:** Giả sử  $(u_n)$  là một cấp số cộng có công sai  $d$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ , khi đó:

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} \quad \text{hay} \quad S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}.$$



**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?  
**A.** 1; -2; -4; -6; -8.      **B.** 1; -3; -6; -9; -12.      **C.** 1; -3; -7; -11; -15.      **D.** 1; -3; -5; -7; -9.

**Lời giải**

Dãy số  $(u_n)$  có tính chất  $u_{n+1} = u_n + d$  thì được gọi là một cấp số cộng.

Ta thấy dãy số: 1; -3; -7; -11; -15 là một cấp số cộng có số hạng đầu là 1 và công sai bằng -4.

**Câu 2:** Trong các dãy số sau, dãy số nào không phải cấp số cộng?  
**A.**  $\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \frac{9}{2}$ .      **B.** 1; 1; 1; 1.      **C.** -8; -6; -4; -2; 0.      **D.** 3; 1; -1; -2; -4.

**Lời giải**

Cấp số cộng là một dãy số mà trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng tổng của số hạng đứng ngay trước nó và một số  $d$  không đổi.

Đáp án A: Là cấp số cộng với  $u_1 = \frac{1}{2}; d = 1$ .

Đáp án B: Là cấp số cộng với  $u_1 = 1; d = 0$ .

Đáp án C: Là cấp số cộng với  $u_1 = -8; d = 2$ .

Đáp án D: Không là cấp số cộng vì  $u_2 = u_1 + (-2); u_4 = u_3 + (-1)$ .

**Câu 3:** Cho cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = -\frac{1}{2}$ , công sai  $d = \frac{1}{2}$ . Năm số hạng liên tiếp đầu tiên của cấp số này là:

**A.**  $-\frac{1}{2}; 0; 1; \frac{1}{2}; 1$ .      **B.**  $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}$ .      **C.**  $\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}; 2; \frac{5}{2}$ .      **D.**  $-\frac{1}{2}; 0; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}$ .

**Lời giải**

Ta dùng công thức tổng quát  $u_n = u_1 + (n-1)d = -\frac{1}{2} + (n-1)\frac{1}{2} = -1 + \frac{n}{2}$  hoặc :

$u_{n+1} = u_n + d = u_n + \frac{1}{2}$  để tính các số hạng của một cấp số cộng.

$$\text{Ta có } u_1 = -\frac{1}{2}; d = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} u_1 = -\frac{1}{2} \\ u_2 = u_1 + d = 0 \\ u_3 - u_2 + d = \frac{1}{2} \\ u_4 = u_3 + d = 1 \\ u_5 = u_4 + d = \frac{3}{2} \end{cases}$$



- Câu 4:** Viết ba số hạng xen giữa các số 2 và 22 để được một cấp số cộng có năm số hạng.  
**A.** 7; 12; 17,                      **B.** 6; 10; 14.                      **C.** 8; 13; 18.                      **D.** 6; 12; 18.

**Lời giải**

Giữa 2 và 22 có thêm ba số hạng nữa lập thành cấp số cộng, xem như ta có một cấp số cộng có 5 số hạng với  $u_1 = 2; u_5 = 22$ ; ta cần tìm  $u_2, u_3, u_4$ .

$$\text{Ta có } u_5 = u_1 + 4d \Leftrightarrow d = \frac{u_5 - u_1}{4} = \frac{22 - 2}{4} = 5 \longrightarrow \begin{cases} u_2 = u_1 + d = 7 \\ u_3 = u_1 + 2d = 12 \\ u_4 = u_1 + 3d = 17 \end{cases}$$

- Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có các số hạng đầu lần lượt là 5; 9; 13; 17; ... . Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số cộng.  
**A.**  $u_n = 5n + 1$ .                      **B.**  $u_n = 5n - 1$ .                      **C.**  $u_n = 4n + 1$ .                      **D.**  $u_n = 4n - 1$ .

**Lời giải**

Các số 5; 9; 13; 17; ... theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng  $(u_n)$  nên

$$\begin{cases} u_1 = 5 \\ d = u_2 - u_1 = 4 \end{cases} \xrightarrow{CTTQ} u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 4(n-1) = 4n + 1$$

- Câu 6:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $d = \frac{1}{2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.**  $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$ .                      **B.**  $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$ .  
**C.**  $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$ .                      **D.**  $u_n = -3 + \frac{1}{4}(n-1)$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 = -3 \\ d = \frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{CTTQ} u_n = u_1 + (n-1)d = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$$

- Câu 7:** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.**  $u_n = 7 - 3n$ .                      **B.**  $u_n = 7 - 3^n$ .                      **C.**  $u_n = \frac{7}{3n}$ .                      **D.**  $u_n = 7 \cdot 3^n$ .

**Lời giải**

Dãy  $(u_n)$  là cấp số cộng  $\Leftrightarrow u_n = an + b$  ( $a, b$  là hằng số).

- Câu 8:** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.**  $u_n = (-1)^n (2n + 1)$ .                      **B.**  $u_n = \sin \frac{\pi}{n}$ .                      **C.**  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} - 1 \end{cases}$ .                      **D.**  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} \end{cases}$ .

**Lời giải**

Dãy  $(u_n)$  là một cấp số cộng  $\Leftrightarrow u_n = u_{n-1} + d$  ( $d$  là hằng số).

- Câu 9:** Trong các dãy số được cho dưới đây, dãy số nào không phải là cấp số cộng?

- A.**  $u_n = -4n + 9$ .                      **B.**  $u_n = -2n + 19$ .                      **C.**  $u_n = -2n - 21$ .                      **D.**  $u_n = -2^n + 15$ .

**Lời giải**

Dãy số  $u_n = -2^n + 15$  không có dạng  $an + b$  nên có không phải là cấp số cộng.

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_n = 5 - 2n$ . Tìm công sai của cấp số cộng

- A.  $d = 3$ .                      **B.**  $d = -2$ .                      C.  $d = 1$ .                      D.  $d = 2$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_{n+1} - u_n = (5 - 2(n+1)) - (5 - 2n) = 5 - 2n - 2 - 5 + 2n = -2 \Rightarrow d = -2$ .

**Câu 11:** Trong các dãy số có công thức tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.  $u_n = 2021^n$ .                      **B.**  $u_n = 2n + 2021$ .                      C.  $u_n = \frac{2}{n + 2021}$ .                      D.  $u_n = n^2 - 2$ .

**Lời giải**

Với  $u_n = 2n + 2021$  thì  $u_{n+1} = 2(n+1) + 2021 = u_n + 2$ , như vậy dãy số này là một cấp số cộng.

**Câu 12:** Trong các dãy số sau, dãy nào là một cấp số cộng?

- A. 1; -3; -6; -9; -12.                      **B.** 1; -3; -7; -11; -15.                      C. 1; -3; -5; -7; -9.                      D. 1; -2; -4; -6; -8.

**Lời giải**

Ta có dãy số 1; -3; -7; -11; -15 là một cấp số cộng có công sai  $d = -4$ .

**Câu 13:** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.  $u_n = 3^n$ .                      **B.**  $u_n = (-3)^{n+1}$ .                      **C.**  $u_n = 3n + 1$ .                      D.  $u_n = 2^{n+1}$ .

**Lời giải**

**Xét đáp án A:**  $u_{n+1} - u_n = 3^{n+1} - 3^n = 2 \cdot 3^n (\forall n \in \mathbb{N}^*)$  nên  $u_n = 3^n$  không phải là cấp số cộng.

**Xét đáp án B:**  $u_{n+1} - u_n = (-3)^{n+1} - (-3)^n = -4 \cdot (-3)^n (\forall n \in \mathbb{N}^*)$  nên  $u_n = (-3)^{n+1}$  không phải là cấp số cộng.

**Xét đáp án C:**  $u_{n+1} - u_n = [3(n+1) + 1] - (3n + 1) = 3 (\forall n \in \mathbb{N}^*)$  không đổi, nên  $u_n = 3n + 1$  là cấp số cộng.

**Xét đáp án D:**  $u_{n+1} - u_n = 2^{n+2} - 2^{n+1} = 2^{n+1} (\forall n \in \mathbb{N}^*)$  nên  $u_n = 2^{n+1}$  không phải là cấp số cộng.

**Câu 14:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$ .                      **B.**  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} - u_n = 2 \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n^3 - 1 \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$ .

**Lời giải**

Xét phương án A:  $u_2 = 7, u_3 = 15$  vì  $u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2$  do đó  $(u_n)$  không phải là cấp số cộng.

Xét phương án B: theo giả thiết ta có  $u_{n+1} - u_n = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$  do đó  $(u_n)$  là cấp số cộng.

Xét phương án C:  $u_2 = 0, u_3 = -1, u_4 = -2; u_5 = -9$  do đó  $(u_n)$  không phải là cấp số cộng.

Xét phương án D:  $u_2 = 2, u_3 = 4$  vì  $u_2 - u_1 \neq u_3 - u_2$  do đó  $(u_n)$  không phải là cấp số cộng.

**Câu 15:** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A. 4;8;16;32.                      **B.** 4;6;8;10.                      C. -1;1;-1;1.                      **D.** 3;5;7;10.

**Lời giải**

Ta có:  $6 = 4 + 2; 8 = 6 + 2; 10 = 8 + 2$

Nên dãy số 4;6;8;10 là một cấp số cộng.

**Câu 16:** Xác định  $a$  để 3 số  $1 + 2a; 2a^2 - 1; -2a$  theo thứ tự thành lập một cấp số cộng?

- A. Không có giá trị nào của  $a$ .                      **B.**  $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$ .

- C.  $a = \pm 3$ .                      **D.**  $a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải**

Theo công thức cấp số cộng ta có:  $2(2a^2 - 1) = (1 + 2a) + (-2a) \Leftrightarrow a^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 17:** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là cấp số cộng?

- A.  $u_n = 3n^2 + 2017$ .                      **B.**  $u_n = 3n + 2018$ .                      C.  $u_n = 3^n$ .                      **D.**  $u_n = (-3)^{n+1}$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_{n+1} - u_n = 3(n+1) + 2018 - (3n + 2018) = 3 \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + 3$ .

Vậy dãy số trên là cấp số cộng có công sai  $d = 3$ .

**Câu 18:** Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

- A.  $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$ .                      **B.**  $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$ .

- C.  $(u_n): u_n = 2^n - 1$ .                      **D.**  $(u_n): u_n = 2u_{n-1}, \forall n \geq 2$ .

**Lời giải**

Xét dãy số  $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$

Ta có  $u_n - u_{n-1} = -2, \forall n \geq 2$

Vậy dãy số đã cho là cấp số cộng với công sai  $d = -2$

**Câu 19:** Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A.  $u_n = n^2 + 1, n \geq 1$ .                      B.  $u_n = 2^n, n \geq 1$ .                      C.  $u_n = \sqrt{n+1}, n \geq 1$ .                      **D.**  $u_n = 2n - 3, n \geq 1$

**Lời giải**

Theo định nghĩa cấp số cộng ta có:  $u_{n+1} = u_n + d \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = d, \forall n \geq 1, d = const$

Thử các đáp án ta thấy với dãy số:  $u_n = 2n - 3, n \geq 1$  thì:

$$\begin{cases} u_n = 2n - 3 \\ u_{n+1} = 2(n+1) - 3 = 2n - 1 \end{cases} \Rightarrow u_{n+1} - u_n = 2 = const$$

**Câu 20:** Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng:

A.  $u_n = 3^{n+1}$ .      B.  $u_n = \frac{2}{n+1}$ .      C.  $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$ .      **D.**  $u_n = \frac{5n-2}{3}$ .

**Lời giải**

Ta có dãy  $u_n$  là cấp số cộng khi  $u_{n+1} - u_n = d$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  với  $d$  là hằng số.

Xét hiệu  $u_{n+1} - u_n = \frac{5(n+1)-2}{3} - \frac{5n-2}{3} = \frac{5}{3}$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy dãy  $u_n = \frac{5n-2}{3}$  là cấp số cộng.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho các dãy số có số hạng tổng quát  $a_n = 4n - 3$ ;  $b_n = \frac{2-3n}{4}$ ;  $c_n = n^2$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a)  $(a_n)$  là một cấp số cộng với số hạng đầu  $a_1 = 1$

b)  $(a_n)$  là một cấp số cộng với công sai  $d = 4$ .

c)  $(b_n)$  là một cấp số cộng với số hạng đầu  $b_1 = -\frac{1}{4}$  và công sai  $d = \frac{3}{4}$

d)  $(c_n)$  là một cấp số cộng với công sai  $d = 2$

**Lời giải**

a) Đúng:

b) Đúng: ta có  $a_{n+1} - a_n = 4(n+1) - 3 - (4n - 3) = 4, \forall n \geq 1$ .

Do đó  $(a_n)$  là một cấp số cộng với số hạng đầu  $a_1 = 4 \cdot 1 - 3 = 1$  và công sai  $d = 4$ .

c) Sai: Ta có:  $b_{n+1} - b_n = \frac{2-3(n+1)}{4} - \frac{2-3n}{4} = \frac{2-3n-3-2+3n}{4} = -\frac{3}{4}, \forall n \geq 1$ .

Suy ra:  $(b_n)$  là một cấp số cộng với số hạng đầu  $b_1 = \frac{2-3 \cdot 1}{4} = -\frac{1}{4}$  và công sai  $d = -\frac{3}{4}$

d) Sai: Ta có:  $c_{n+1} - c_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n+1$  (phụ thuộc vào giá trị của  $n$ ).

Suy ra  $(c_n)$  không phải là một cấp số cộng.

**Câu 2:** Xác định tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) Dãy số  $(u_n)$  với  $-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$  là cấp số cộng với  $u_1 = -\frac{2}{3}; d = \frac{1}{3}$ .

b) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 7 - 3n$  là cấp số cộng với  $u_1 = 4; d = -3$ .

c) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = n^2 + n + 1$  là cấp số cộng với  $u_1 = 3; d = 1$ .

d) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-1)^n + 3n$  không là cấp số cộng.

**Lời giải**

a) Đúng: Dãy số  $(u_n)$  với  $\frac{-2}{3}; \frac{-1}{3}; 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1; \frac{4}{3}$

Ta thấy:  $u_2 - u_1 = u_3 - u_2 = u_4 - u_3 = \dots = \frac{1}{3}$ . Vậy  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $u_1 = \frac{-2}{3}; d = \frac{1}{3}$ .

b) Đúng: Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = 7 - 3n$ .

Ta có:  $u_{n+1} - u_n = [7 - 3(n+1)] - (7 - 3n) = -3$

Vậy  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $u_1 = 7 - 3 \cdot 1 = 4; d = -3$ .

c) Sai: Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = n^2 + n + 1$ .

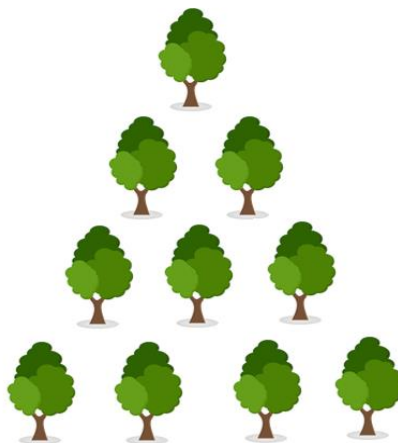
Ta có:  $u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + (n+1) + 1 - (n^2 + n + 1) = 2n + 2$  phụ thuộc vào  $n$ .

Vậy  $(u_n)$  không là cấp số cộng.

d) Đúng: Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-1)^n + 3n$ .

Ta có:  $u_{n+1} - u_n = (-1)^{n+1} + 3(n+1) - [(-1)^n + 3n] = -(-1)^n + 3 - (-1)^n = 3 - 2(-1)^n$  phụ thuộc vào  $n$ . Vậy  $(u_n)$  không là cấp số cộng.

**Câu 3:** Người ta trồng 3240 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ... Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu là  $u_1 = 1$ .

b) Số cây mỗi hàng lập thành một cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai là  $d = 2$ .

c) Có tất cả 80 hàng cây.

d) Hàng thứ 20 trồng được 40 cây.

**Lời giải**

a) Đúng: Số cây mỗi hàng (bắt đầu từ hàng thứ nhất) lập thành một cấp số cộng  $(u_n)$  có

$$u_1 = 1, d = 1.$$

b) Sai:  $d = 1$

c) Đúng: Giả sử có  $n$  hàng cây thì  $u_1 + u_2 + \dots + u_n = 3240 = S_n$ .

$$\text{Ta có } 3240 = S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \Leftrightarrow n^2 + n - 6480 = 0 \Leftrightarrow n = 80.$$

c) Sai: Số cây hàng thứ 20 trồng được là  $u_{20} = u_1 + 19d = 20$ .

Vậy mệnh đề 1,3 đúng. Mệnh đề 2,4 sai.

**Câu 4:** Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 50 triệu đồng. Gọi  $u_n$  (triệu đồng) là giá của chiếc ô tô trong năm thứ  $n$  sử dụng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a)  $u_2 = 630$ .

b) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d = 50$ .

c) Giá của chiếc ô tô sau 3 năm sử dụng lớn hơn 500 triệu đồng.

d) Sau ít nhất 8 năm sử dụng thì giá của chiếc ô tô nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu của nó.

**Lời giải**

a) Đúng: Giá của chiếc ô tô trong năm thứ 2 là:  $u_2 = 680 - 50 = 630$  triệu đồng.

b) Sai: Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng với công sai  $d = -50$ .

c) Đúng: Giá của chiếc ô tô sau 3 năm sử dụng:  $u_4 = u_1 + 3d = 680 - 3.50 = 530$  triệu đồng.

d) Sai: Ta có:  $u_n < 340 \Leftrightarrow u_1 + (n-1)d < 340$

$$\Leftrightarrow 680 + (n-1).(-50) < 340 \Leftrightarrow -50n + 730 < 340 \Leftrightarrow n > 7,8$$

Suy ra đến năm thứ 8 thì giá trị của chiếc xe nhỏ hơn một nửa giá trị ban đầu của nó.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

**Câu 1:** Chiều cao (đơn vị: centimét) của một đứa trẻ  $n$  tuổi phát triển bình thường được cho bởi công thức:  $x_n = 75 + 5(n-1)$ .



Một đứa trẻ phát triển bình thường có chiều cao năm 3 tuổi là bao nhiêu centimét?

b) Dãy số  $(x_n)$  có là một cấp số cộng không? Trung bình một năm, chiều cao mỗi đứa trẻ phát triển bình thường tăng lên bao nhiêu centimét?

**Lời giải**

Chiều cao 3 năm tuổi của một đứa bé phát triển bình thường là:  $x_3 = 75 + 5(3 - 1) = 85$  ( cm)

**Câu 2:** Chiều cao (đơn vị: centimét) của một đứa trẻ  $n$  tuổi phát triển bình thường được cho bởi công thức:  $x_n = 75 + 5(n - 1)$ .



Dãy số  $(x_n)$  có là một cấp số cộng không? Trung bình một năm, chiều cao mỗi đứa trẻ phát triển bình thường tăng lên bao nhiêu centimét?

**Lời giải**

Ta có:  $x_{n+1} = 75 + 5(n + 1 - 1) = 75 + 5n$

Xét hiệu  $x_{n+1} - x_n = 75 + 5n - [75 + 5(n - 1)] = 5$

Do đó  $(x_n)$  là một cấp số cộng có số hạng đầu  $x_1 = 75$  và công sai  $d = 5$ .

**Câu 3:** Một người muốn mua một thanh gỗ đủ để cắt ra làm các thanh ngang của một cái thang. Biết rằng chiều dài các thanh ngang của cái thang đó (từ bậc dưới cùng) lần lượt là 45 cm, 43 cm, 41 cm, ..., 31 cm.



Xác định số bậc của chiếc thang đó.

**Lời giải**

Chiều dài các thanh ngang là dãy cấp số cộng có số hạng đầu là 45, công sai là 2

$$u_n = 45 - 2(n - 1) = 47 - 2n$$

Khi  $u_n = 31 \Leftrightarrow n = 8$  Vậy cái thang có 8 bậc.

**Câu 4:** Khi một vận động viên nhảy dù nhảy ra khỏi máy bay, giả sử quãng đường người ấy rơi tự do (tính theo feet) trong mỗi giây liên tiếp theo thứ tự trước khi bung dù lần lượt là: 16; 48; 80; 112; 144; ... (các quãng đường này tạo thành cấp số cộng).



Tìm công sai của cấp số cộng trên.

**Lời giải**

Công sai của cấp số cộng trên là:  $d = 32$ .

**Câu 5:** Giá của một chiếc xe ô tô lúc mới mua là 680 triệu đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá của chiếc xe ô tô giảm 55 triệu đồng. Tính giá còn lại của chiếc xe sau 5 năm sử dụng.

**Lời giải**

Giá của chiếc xe sau  $n$  năm là:  $u_n = 680 - 55(n - 1)$

Vậy sau 5 năm sử dụng giá của chiếc xe là:  $u_5 = 680 - 55(5 - 1) = 460$  (triệu đồng)

-----HẾT-----



**Dạng 2: Xác định số hạng và công sai của cấp số cộng****Phương pháp:**

- Xác định một cấp số cộng là xác định số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$
- Từ những giả thiết ta thường lập hệ phương trình theo ẩn số  $u_1$  và  $d$  rồi giải hệ đó.

**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài tập 1:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -3$ , công sai  $d = 5$ .

- Viết công thức của số hạng tổng quát  $u_n$ .
- Số 492 là số hạng thứ mấy của cấp số cộng trên?
- Số 300 có là số hạng nào của cấp số cộng trên không?

**Lời giải**

- Ta có:  $u_n = u_1 + (n-1)d = -3 + (n-1) \cdot 5 = 5n - 8$ .
- Ta có:  $5n - 8 = 492 \Leftrightarrow n = 100$ . Vậy số 492 là số hạng thứ 100 của  $(u_n)$ .
- Nhận thấy  $5n - 8 = 300 \Leftrightarrow n = \frac{308}{5} = 61,6 \notin \mathbb{N}^*$ . Vậy số 300 không là số hạng nào của  $(u_n)$ .

**Bài tập 2:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = \frac{1}{3}$  và  $u_1 + u_2 + u_3 = -1$ . Tìm công sai  $d$  và viết công thức của số hạng tổng quát  $u_n$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_1 + u_2 + u_3 = -1$  hay  $3u_1 + 3d = -1$  mà  $u_1 = \frac{1}{3}$  nên  $d = -\frac{2}{3}$ .

Công thức của số hạng tổng quát  $u_n$  là:  $u_n = \frac{1}{3} + (n-1)\left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{2}{3}n + 1$ .

**Bài tập 3:** Tìm  $x$  sao cho  $x+3, 2x+1$  và  $5x+2$  là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng.

**Lời giải**

Từ  $x+3, 2x+1$  và  $5x+2$  là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng ta suy ra:

$$(x+3) + (5x+2) = 2(2x+1) \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}.$$

Thử lại ta có ba số tìm được là  $\frac{3}{2}, -2, -\frac{11}{2}$  thoả mãn bài toán. Vậy  $x = -\frac{3}{2}$ .

**Bài tập 4:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 + 2u_5 = 0$  và  $S_4 = 14$ . Tính số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng.

**Lời giải**

Ta có  $u_1 + 2u_5 = 0 \Leftrightarrow u_1 + 2(u_1 + 4d) = 0 \Leftrightarrow 3u_1 + 8d = 0$ .

$$S_4 = 14 \Leftrightarrow \frac{4(2u_1 + 3d)}{2} = 14 \Leftrightarrow 2u_1 + 3d = 7$$

Ta có hệ phương trình  $\begin{cases} 3u_1 + 8d = 0 \\ 2u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 8 \\ d = -3 \end{cases}$ .

**Bài tập 5:** Cho tam giác  $ABC$  có ba góc  $A, B, C$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Khi đó hãy chứng minh rằng:  $AC^2 + AC \cdot BC = AB^2 + AC^2$

**Lời giải**

Theo định lí côsin ta có:

$$\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC}, \quad \cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}, \quad \cos C = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2 \cdot BC \cdot AC}$$

Theo định lí sin ta có:  $\sin A = \frac{BC}{2R}, \sin B = \frac{AC}{2R}, \sin C = \frac{AB}{2R}$ .

Vì ba góc  $A, B, C$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng nên  $A + C = 2B$

Do đó  $\sin(A + C) = \sin(2B) \Leftrightarrow \sin A \cos C + \sin C \cos A = 2 \sin B \cos B$

$$\Leftrightarrow \frac{BC}{2R} \cdot \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2 \cdot BC \cdot AC} + \frac{AB}{2R} \cdot \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = 2 \cdot \frac{AC}{2R} \cdot \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{AB \cdot BC} \Leftrightarrow AC^2 + AB \cdot BC = AB^2 + BC^2.$$

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Xác định số hàng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_9 = 5u_2$  và  $u_{13} = 2u_6 + 5$ .  
**A.**  $u_1 = 3$  và  $d = 4$ .      **B.**  $u_1 = 3$  và  $d = 5$ .      **C.**  $u_1 = 4$  và  $d = 5$ .      **D.**  $u_1 = 4$  và  $d = 3$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_n = u_1 + (n - 1)d$ . Theo đầu bài ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} u_1 + 8d = 5(u_1 + d) \\ u_1 + 12d = 2(u_1 + 5d) + 5 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4u_1 - 3d = 0 \\ u_1 - 2d = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}$$

**Câu 2:** Cho  $(u_n)$  là một cấp số cộng thỏa mãn  $u_1 + u_3 = 8$  và  $u_4 = 10$ . Công sai của cấp số cộng đã cho bằng  
**A.** 3.      **B.** 6.      **C.** 2.      **D.** 4.

**Lời giải**

Ta có  $\begin{cases} u_1 + u_3 = 8 \\ u_4 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 + 2d = 8 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 2d = 8 \\ u_1 + 3d = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$

Vậy công sai của cấp số cộng là  $d = 3$ .

**Câu 3:** Tìm công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn: 
$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$$

- A.  $u_n = 2n + 3$ .      **B.**  $u_n = 2n - 1$ .      C.  $u_n = 2n + 1$ .      D.  $u_n = 2n - 3$ .

**Lời giải**

Giả sử dãy cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai là  $d$ . Khi đó, 
$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 7 \\ u_1 + u_6 = 12 \end{cases}$$
 trở thành:

$$\begin{cases} (u_1 + d) - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 7 \\ u_1 + (u_1 + 5d) = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 7 \\ 2u_1 + 5d = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$$

Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(u_n)$ :  $u_n = u_1 + (n - 1)d = 1 + (n - 1) \cdot 2 = 2n - 1$

Vậy  $u_n = 2n - 1$ .

**Câu 4:** Cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$ , công sai  $d = -2$  thì số hạng thứ 5 là

- A.  $u_5 = 8$ .      B.  $u_5 = 1$ .      **C.**  $u_5 = -5$ .      D.  $u_5 = -7$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot (-2) = -5$ .

**Câu 5:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = -3$ ,  $d = 4$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A.  $u_5 = 15$ .      B.  $u_4 = 8$ .      **C.**  $u_3 = 5$ .      D.  $u_2 = 2$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_3 = u_1 + 2d = -3 + 2 \cdot 4 = 5$ .

**Câu 6:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 11$  và công sai  $d = 4$ . Hãy tính  $u_{99}$ .

- A. 401.      **B.** 403.      C. 402.      D. 404.

**Lời giải**

Ta có:  $u_{99} = u_1 + 98d = 11 + 98 \cdot 4 = 403$ .

**Câu 7:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết:  $u_1 = 3$ ,  $u_2 = -1$ . Chọn đáp án đúng.

- A.  $u_3 = 4$ .      B.  $u_3 = 7$ .      C.  $u_3 = 2$ .      **D.**  $u_3 = -5$ .

**Lời giải**

Ta có  $(u_n)$  là cấp số cộng nên  $2u_2 = u_1 + u_3$  suy ra  $u_3 = 2u_2 - u_1 = -5$ .

**Câu 8:** Một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_{13} = 8$  và  $d = -3$ . Tìm số hạng thứ ba của cấp số cộng  $(u_n)$ .

- A. 50.      B. 28.      **C.** 38.      D. 44

**Lời giải**

Ta có:  $u_{13} = u_1 + 12d \Leftrightarrow 8 = u_1 + 12 \cdot (-3) \Rightarrow u_1 = 44 \Rightarrow u_3 = u_1 + 2d = 44 - 6 = 38$ .

**Câu 9:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 2$ . Giá trị của  $u_7$  bằng:

- A. 15.                      B. 17.                      C. 19.                      D. 13.

Lời giải

Ta có  $u_7 = u_1 + 6.d = 3 + 6.2 = 15$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 4$ . Giá trị  $u_{2019}$  bằng

- A. 8074.                      B. 4074.                      C. 8078.                      D. 4078.

Lời giải

Áp dụng công thức của số hạng tổng quát  $u_n = u_1 + (n-1)d = 2 + 2018.4 = 8074$ .

**Câu 11:** Tìm số hạng thứ 11 của cấp số cộng có số hạng đầu bằng 3 và công sai  $d = -2$ .

- A. -21.                      B. 23.                      C. -19.                      D. -17.

Lời giải

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng ta có  $u_{11} = u_1 + 10d = 3 + 10.(-2) = -17$ .

**Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = -2$  và công sai  $d = -7$ . Giá trị  $u_6$  bằng

- A. 37.                      B. -37.                      C. -33.                      D. 33.

Lời giải

Ta có  $u_6 = u_1 + 5d = -2 - 35 = -37$ .

**Câu 13:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 5$ . Giá trị  $u_4$  bằng

- A. 22.                      B. 17.                      C. 12.                      D. 250.

Lời giải

Ta có:  $u_4 = u_1 + 3d = 2 + 15 = 17$ .

**Câu 14:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với số hạng đầu tiên  $u_1 = 2$  và công sai  $d = 2$ . Tìm  $u_{2018}$  ?

- A.  $u_{2018} = 2^{2018}$ .                      B.  $u_{2018} = 2^{2017}$ .                      C.  $u_{2018} = 4036$ .                      D.  $u_{2018} = 4038$ .

Lời giải

Ta có:  $u_n = u_1 + (n-1)d \Rightarrow u_{2018} = 2 + (2018-1).2 = 4036$ .

**Câu 15:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và công sai  $d = 7$ . Hỏi kể từ số hạng thứ mấy trở đi thì các số hạng của  $(u_n)$  đều lớn hơn 2018 ?

- A. 287.                      B. 289.                      C. 288.                      D. 286.

Lời giải

Ta có:  $u_n = u_1 + (n-1)d = 3 + 7(n-1) = 7n - 4$ ;  $u_n > 2018 \Leftrightarrow 7n - 4 > 2018 \Leftrightarrow n > \frac{2022}{7}$ .

Vậy  $n = 289$ .

**Câu 16:** Viết ba số xen giữa 2 và 22 để ta được một cấp số cộng có 5 số hạng?

- A. 6, 12, 18.                      B. 8, 13, 18.                      C. 7, 12, 17.                      D. 6, 10, 14.

Lời giải

Xem cấp số cộng cần tìm là  $(u_n)$  có:  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_5 = 22 \end{cases}$  suy ra:  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 5 \end{cases}$ .

Vậy cấp số cộng cần tìm là  $(u_n)$ : 2, 7, 12, 17, 22.

**Câu 17:** Cho cấp số cộng có  $u_1 = -2$  và  $d = 4$ . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau ?

- A.  $u_4 = 8$ .                      B.  $u_5 = 15$ .                      C.  $u_2 = 3$ .                      **D.  $u_3 = 6$ .**

**Lời giải**

Ta có:  $u_1 = -2$  và  $d = 4$  suy ra  $u_2 = u_1 + d = -2 + 4 = 2$

$u_3 = u_1 + 2d = -2 + 2.4 = 6$ ;  $u_4 = u_1 + 3d = -2 + 3.4 = 10$ ;  $u_5 = u_1 + 4d = -2 + 4.4 = 14$

**Câu 18:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$ ;  $d = 9$ . Khi đó số 2018 là số hạng thứ mấy trong dãy?

- A. 226.                      **B. 225.**                      C. 223.                      D. 224.

**Lời giải**

$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 2018 = 2 + (n-1).9 \Leftrightarrow n = 225$ .

**Câu 19:** Cho cấp số cộng 1, 4, 7, .... Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là

- A. 297.                      B. 301.                      C. 295.                      **D. 298.**

**Lời giải**

Cấp số cộng 1, 4, 7, .... có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 3$ .

Số hạng thứ 100 của cấp số cộng là:  $u_{100} = u_1 + 99.d = 1 + 99.3 = 298$ .

**Câu 20:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_1 = 3$ ,  $u_8 = 24$  thì  $u_{11}$  bằng

- A. 30.                      **B. 33.**                      C. 32.                      D. 28.

**Lời giải**

Ta có:  $u_8 = u_1 + 7d \Rightarrow d = \frac{u_8 - u_1}{7} = \frac{24 - 3}{7} = 3$ ;  $u_{11} = u_1 + 10d = 33$ .

**Câu 21:** Cho cấp số cộng có số hạng thứ 3 và số hạng thứ 7 lần lượt là 6 và -2. Tìm số hạng thứ 5.

- A.  $u_5 = 2$ .**                      B.  $u_5 = -2$ .                      C.  $u_5 = 0$ .                      D.  $u_5 = 4$ .

**Lời giải**

Theo giả thiết ta có  $\begin{cases} u_3 = 6 \\ u_7 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 6 \\ u_1 + 6d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -2 \\ u_1 = 10 \end{cases}$ . Vậy  $u_5 = 2$ .

**Câu 22:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_2 = 3$  và  $u_4 = 7$ . Giá trị của  $u_{15}$  bằng

- A. 27.                      B. 31.                      C. 35.                      **D. 29.**

**Lời giải**

Từ giả thiết  $u_2 = 3$  và  $u_4 = 7$  suy ra ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$ .

Vậy  $u_{15} = u_1 + 14d = 29$ .

**Câu 23:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 123$  và  $u_3 - u_{15} = 84$ . Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

- A. 17.**                      B. 16.                      C. 18.                      D. 19.

Lời giải

Ta có:  $u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - (u_1 + 14d) = 84 \Leftrightarrow d = -7$ .

Số hạng tổng quát:  $u_n = -7n + 130$ .

Ta có:  $u_n = 11 \Leftrightarrow n = 17$ .

**Câu 24:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_1 = -1$ ;  $d = 2$ ;  $u_n = 43$ . Hỏi cấp số cộng đó có bao nhiêu số hạng?

- A. 20.                                      **B.** 23.                                      C. 22.                                      D. 21.

Lời giải

$u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 43 = -1 + (n-1) \cdot 2 \Leftrightarrow n = 23$ .

**Câu 25:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu là  $u_2 = 1$ ,  $u_5 = 19$ . Số 103 là số hạng thứ mấy trong cấp số cộng đã cho?

- A.** 19.                                      B. 18.                                      C. 20.                                      D. 17.

Lời giải

Ta có  $\begin{cases} u_2 = 1 \\ u_5 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 1 \\ u_1 + 4d = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -5 \\ d = 6 \end{cases}$ .

Lại có  $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 103 = -5 + (n-1) \cdot 6 \Leftrightarrow n = 19$ .

Vậy số 103 là số hạng thứ 19 trong cấp số cộng đã cho.

**Câu 26:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và công sai  $d = -3$ . Biết rằng  $-289$  là một số hạng của cấp số cộng trên. Hỏi đó là số hạng thứ bao nhiêu?

- A. 98.                                      **B.** 99.                                      C. 101.                                      D. 100.

Lời giải

Số hạng tổng quát của cấp số cộng có  $u_1 = 5$  và công sai  $d = -3$  là  $u_n = 5 - 3(n-1)$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Ta có  $-289 = 5 - 3(n-1) \Leftrightarrow -294 = -3(n-1) \Leftrightarrow 98 = n-1 \Leftrightarrow n = 99$ .

Vậy  $-289$  là số hạng thứ 99 của cấp số cộng trên.

**Câu 27:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 2001$  và  $u_5 = 1995$ . Khi đó  $u_{1001}$  bằng

- A. 4005.                                      B. 1.                                      **C.** 3.                                      D. 4003.

Lời giải

Gọi  $u_1$  và  $d$  lần lượt là số hạng đầu tiên và công sai của cấp số cộng.

Ta có:  $\begin{cases} u_2 = 2001 \\ u_5 = 1995 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 2001 \\ u_1 + 4d = 1995 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2003 \\ d = -2 \end{cases}$ . Vậy  $u_{1001} = u_1 + 1000d = 3$ .

**Câu 28:** Một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 2018$  công sai  $d = -5$ . Hỏi bắt đầu từ số hạng nào của cấp số cộng đó thì nó nhận giá trị âm.

- A.  $u_{406}$ .                                      B.  $u_{403}$ .                                      **C.**  $u_{405}$ .                                      D.  $u_{404}$ .

Lời giải

Ta có  $u_n = u_1 + (n-1)d = 2018 - 5(n-1)$

Có  $u_n < 0 \Leftrightarrow 2018 - 5(n-1) < 0 \Leftrightarrow 5n > 2023 \Leftrightarrow n > \frac{2023}{5}, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow n \geq 405$ .

Vậy từ  $u_{405}$  thì số hạng của cấp số cộng đó nhận giá trị âm.

**Câu 29:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_1 - 2u_5 + u_6 = -15 \\ u_3 + u_7 = 46 \end{cases}$ . Số hạng đầu  $u_1$  là

- A.  $u_1 = -5$ .                      B.  $u_1 = 5$ .                      C.  $u_1 = 3$ .                      D.  $u_1 = -3$ .

Lời giải

Ta có  $u_n = u_1 + (n-1)d$ .

$$\begin{cases} u_1 - 2u_5 + u_6 = -15 \\ u_3 + u_7 = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - 2(u_1 + 4d) + (u_1 + 5d) = -15 \\ (u_1 + 2d) + (u_1 + 6d) = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 5 \\ 2u_1 + 8d = 46 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 3.$$

**Câu 30:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$  Tính  $u_{10}$ ?

- A. 57.                      B. 62.                      C. 47.                      D. 52.

Lời giải:

Từ  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 5, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Ta có  $u_{n+1} - u_n = 5$  nên dãy  $(u_n)$  là một cấp số cộng với công sai  $d = 5$  nên  $u_{10} = u_1 + 9d = 2 + 45 = 47$ .

**Câu 31:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$ . Tính số hạng thứ 100 của cấp số.

- A.  $u_{100} = -243$ .                      B.  $u_{100} = -295$ .                      C.  $u_{100} = -231$ .                      D.  $u_{100} = -294$ .

Lời giải

$$\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d + 3(u_1 + 2d) - u_1 - d = -21 \\ 3(u_1 + 6d) - 2(u_1 + 3d) = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -7 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3 \end{cases}$$

Số hạng thứ 100 là  $u_{100} = 2 + 99(-3) = -295$ .

**Câu 32:** Cho cấp số cộng  $u_n$  có công sai  $d = 2$  và biểu thức  $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Số 2018 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng  $u_n$ ?

- A. 1011.                      B. 1014.                      C. 1013.                      D. 1012.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{cases} u_2 = u_1 + 2 \\ u_3 = u_1 + 4 \\ u_4 = u_1 + 6 \end{cases} \Rightarrow u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = (u_1 + 2)^2 + (u_1 + 4)^2 + (u_1 + 6)^2 = 3u_1^2 + 24u_1 + 56 = 3(u_1 + 4)^2 + 8 \geq 8$$

Vậy  $u_2^2 + u_3^2 + u_4^2$  đạt giá trị nhỏ nhất khi  $u_1 = -4$ .

Từ đó suy ra  $2018 = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 2018 = -4 + (n-1)2 \Leftrightarrow n = 1012$ .

**Câu 33:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_1 = -5$ ,  $d = 2$ . Số 81 là số hạng thứ bao nhiêu?

- A. 100.                      B. 50.                      C. 75.                      **D. 44.**

**Lời giải**

Ta có  $u_n = u_1 + (n-1)d \Leftrightarrow 81 = -5 + (n-1)2 \Leftrightarrow n = 44$ .

Vậy 81 là số hạng thứ 44.

**Câu 34:** Một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_9 = 47$ , công sai  $d = 5$ . Số 10092 là số hạng thứ mấy trong cấp số cộng đó?

- A. 2018.**                      B. 2017.                      C. 2016.                      D. 2019.

**Lời giải**

Ta có  $u_9 = u_1 + 8d \Rightarrow u_1 = 7$ .

Gọi 10092 là số hạng thứ  $n$  trong khai triển, ta có:

$$10092 = u_1 + (n-1)d \Rightarrow n = \frac{10092 - 7}{5} + 1 = 2018.$$

**Câu 35:** Cho hai cấp số cộng  $(x_n): 4, 7, 10, \dots$  và  $(y_n): 1, 6, 11, \dots$ . Hỏi trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số có bao nhiêu số hạng chung?

- A. 404.                      B. 673.                      **C. 403.**                      D. 672.

**Lời giải**

Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(x_n)$  là:  $x_n = 4 + (n-1).3 = 3n + 1$ .

Số hạng tổng quát của cấp số cộng  $(y_n)$  là:  $y_m = 1 + (m-1).5 = 5m - 4$ .

Giả sử  $k$  là 1 số hạng chung của hai cấp số cộng trong 2018 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số.

Vì  $k$  là 1 số hạng của cấp số cộng  $(x_n)$  nên  $k = 3i + 1$  với  $1 \leq i \leq 2018$  và  $i \in \mathbb{N}^*$ .

Vì  $k$  là 1 số hạng của cấp số cộng  $(y_n)$  nên  $k = 5j - 4$  với  $1 \leq j \leq 2018$  và  $j \in \mathbb{N}^*$ .

Do đó  $3i + 1 = 5j - 4 \Rightarrow 3i = 5j - 5 \Rightarrow i:5 \Rightarrow i \in \{5; 10; 15; \dots; 2015\} \Rightarrow$  có 403 số hạng chung.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho cấp số cộng  $-2; x; 6; y$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $x = 2$   
 b)  $y = 8$   
 c)  $P = y - x = 6$   
 c)  $P = x^2 + y^2 = 104$ .



Lời giải

a) Đúng: Theo tính chất của cấp số cộng, ta có:  $x = \frac{-2+6}{2} = 2$  và  $6 = \frac{x+y}{2}$ .

b) Sai:  $x = 2$  nên  $6 = \frac{2+y}{2} \Rightarrow y = 10$ .

c) Sai: Vậy  $P = y - x = 8$

d) Đúng: Vậy  $P = x^2 + y^2 = 2^2 + 10^2 = 104$ .

**Câu 2:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai  $d < 0$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases}$ . Xét tính đúng sai của các

khẳng định sau:

a) Số hạng  $u_1 = 25$

b) Công sai  $d = -3$

c) Số hạng  $u_{10} = -11$

d) Số hạng  $u_{2024} = -8067$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_7 = 26 \\ u_2^2 + u_6^2 = 466 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 6d = 26 \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 = 13 - 3d & (1) \\ (u_1 + d)^2 + (u_1 + 5d)^2 = 466 & (2) \end{cases}$$

$$\text{Thay (1) vào (2) ta được: } (13 - 2d)^2 + (13 + 2d)^2 = 466 \Leftrightarrow 8d^2 + 338 = 466 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 4 \\ d = -4 \end{cases}$$

a) Đúng: Vì  $d < 0$  nên ta nhận  $d = -4$ , khi đó  $u_1 = 25$

b) Sai: Ta có:  $u_n = u_1 + (n-1)d = 25 + (n-1)(-4) = 29 - 4n$ .

c) Đúng: Số hạng  $u_{10} = -11$

d) Đúng: Số hạng  $u_{2024} = -8067$

**Câu 3:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và  $d = -7$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a)  $u_{11} = -65$

b)  $u_5 + u_7 = -50$

c) Số  $-849$  là số hạng thứ 123 của cấp số cộng

d) Số  $-114$  là số hạng thứ 18 của cấp số cộng

Lời giải

Số hạng tổng quát của cấp số cộng là:  $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + (n-1)(-7) = -7n + 12$

- a) Đúng: Ta có:  $u_{11} = -7 \cdot 11 + 12 = -65$ .
- b) Sai:  $u_5 + u_7 = -60$
- c) Đúng: Ta có:  $-849 = -7n + 12 \Rightarrow n = 123$ .
- d) Đúng: Ta có  $-114 = -7n + 12 \Rightarrow n = 18$

**Câu 4:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases}$ . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau”

- a) Số hạng  $u_1 = 21$
- b) Công sai của cấp số cộng bằng  $-2$
- c) Số hạng  $u_{11} = -9$
- d) Số  $-6048$  là số hạng thứ 2024

**Lời giải**

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng:  $u_n = u_1 + (n - 1)d$ .

$$\text{Khi đó: } \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 15 \\ u_1 + u_6 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 15 \\ u_1 + (u_1 + 4d) = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 15 \\ 2u_1 + 5d = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -3 \end{cases}$$

- a) Đúng:  $u_1 = 21$
- b) Sai:  $d = -3$ . Suy ra  $u_n = u_1 + (n - 1)d = 21 + (n - 1) \cdot (-3) = -3n + 24$
- c) Đúng: Vậy  $u_{11} = -9$
- d) Đúng: Ta có  $-6048 = -3n + 24 \Rightarrow n = 2024$ .

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

**Câu 1:** Cho hai số  $-3$  và  $23$ . Xen kẽ giữa hai số đã cho  $n$  số hạng để tất cả các số đó tạo thành cấp số cộng có công sai  $d = 2$ . Tìm  $n$ .

**Lời giải**

Theo giả thiết thì ta được một cấp số cộng có  $n + 2$  số hạng với  $u_1 = -3, u_{n+2} = 23$ .

$$\text{Khi đó } u_{n+2} = u_1 + (n + 1)d \Leftrightarrow n + 1 = \frac{u_{n+2} - u_1}{d} = \frac{23 - (-3)}{2} = 13 \Leftrightarrow n = 12$$

**Câu 2:** Biết các số  $C_n^1; C_n^2; C_n^3$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với  $n > 3$ . Tìm  $n$ .

**Lời giải**

Ba số  $C_n^1; C_n^2; C_n^3$  theo thứ tự  $u_1, u_2, u_3$  lập thành cấp số cộng nên

$$u_1 + u_3 = 2u_2 \Leftrightarrow C_n^1 + C_n^3 = 2C_n^2 \quad (n \geq 3) \Leftrightarrow n + \frac{(n-2)(n-1)n}{6} = 2 \cdot \frac{(n-1)n}{2}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{n^2 - 3n + 2}{6} = n - 1 \Leftrightarrow n^2 - 9n + 14 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 2 \\ n = 7 \end{cases} \Leftrightarrow n = 7 \quad (n \geq 3).$$

**Nhận xét:** Nếu  $u_{k-1}, u_k, u_{k+1}$  là ba số hạng liên tiếp của một cấp số cộng thì ta có  $u_{k-1} + u_{k+1} = 2u_k$ .

**Câu 3:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 2001$  và  $u_5 = 1995$ . Khi đó  $u_{1001}$  bằng:

**Lời giải**

$$\begin{cases} 2001 = u_2 = u_1 + d \\ 1995 = u_5 = u_1 + 4d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2003 \\ d = -2 \end{cases} \longrightarrow u_{1001} = u_1 + 1000d = 3$$

**Câu 4:** Ba góc  $A, B, C$  ( $A < B < C$ ) của tam giác tạo thành cấp số cộng, biết góc lớn nhất gấp đôi góc bé nhất. Hiệu số đo độ của góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng:

**Lời giải**

Ba góc  $A, B, C$  của một tam giác theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng thỏa yêu cầu, thì  $C = 2A, C + A = 2B$ . Ta có

$$\begin{cases} A + B + C = 180^\circ \\ A + C = 2B \\ C = 2A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3B = 180^\circ \\ A + C = 2B \\ C = 2A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B = 60^\circ \\ A + C = 120^\circ \\ C = 2A \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} A = 40^\circ \\ B = 60^\circ \\ C = 80^\circ \end{cases} \longrightarrow C - A = 40^\circ.$$

**Câu 5:** Cho biết bốn số  $5; x; 15; y$  theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức  $3x + 2y$ .

**Lời giải**

Theo tính chất của cấp số cộng, ta có: 
$$\begin{cases} x = \frac{5+15}{2} \\ \frac{x+y}{2} = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 20 \end{cases}.$$

Vậy  $3x + 2y = 70$ .

**Câu 6:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , thỏa mãn  $\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases}$ . Tìm công sai  $d$  của cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $d > 4$ .

**Lời giải**

Ta có: 
$$\begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = 36 \\ u_2 u_3 = 54 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u_1 + d) + (u_1 + 3d) + (u_1 + 5d) = 36 \\ (u_1 + d)(u_1 + 2d) = 54 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 12 & (1) \\ (u_1 + d)(u_1 + 2d) = 54 & (2) \end{cases}$$

Từ (1) suy ra  $u_1 = 12 - 3d$ .

Thay vào (2), ta được:  $(12 - 2d)(12 - d) = 54 \Leftrightarrow d^2 - 18d + 45 = 0 \Leftrightarrow d = 3$  hoặc  $d = 15$ .

Vì  $d > 4$  nên  $d = 15$  thỏa mãn.

**Câu 7:** Cho bốn số thực tạo thành một cấp số cộng có tổng bằng 28 và tổng các bình phương của chúng bằng 276. Tìm tích của bốn số đó.

**Lời giải**

Gọi bốn số cần tìm theo thứ tự cấp số cộng là:  $a - 3r, a - r, a + r, a + 3r$ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \begin{cases} a - 3r + a - r + a + r + a + 3r = 28 \\ (a - 3r)^2 + (a - r)^2 + (a + r)^2 + (a + 3r)^2 = 276 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4a = 28 \\ 4a^2 + 20r^2 = 276 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ r^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ r = \pm 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy bốn số cần tìm là 1, 5, 9, 13; tích của chúng bằng 585

**Câu 8:** Cho hai cấp số cộng có dãy số hạng lần lượt là: 5; 8; 11; ... và 3; 7; 11; ... Hỏi trong 100 số hạng đầu tiên của mỗi cấp số, có bao nhiêu số hạng chung?

**Lời giải**

Giả sử  $u_n, v_m$  theo thứ tự là số hạng thứ  $n$  và  $m$  của mỗi cấp số cộng, ta có:

$$u_n = 5 + 3(n - 1); v_m = 3 + 4(m - 1).$$

$$\text{Ta có: } u_n = v_m \Leftrightarrow 5 + 3(n - 1) = 3 + 4(m - 1) \Leftrightarrow 2 + 3n = -1 + 4m \Leftrightarrow n = \frac{4m}{3} - 1.$$

$$\text{Đặt } t = \frac{m}{3}, \text{ vì } n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow t \in \mathbb{N}^*. \text{ Ta có: } \begin{cases} m = 3t \leq 100 \\ n = 4t - 1 \leq 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t \leq 33 \\ t \leq 25 \end{cases}.$$

Suy ra  $t \in \{1; 2; 3; \dots; 25\}$ . Với mỗi giá trị của  $t$ , ta có một số hạng chung thuộc về hai dãy  $(u_n), (v_m)$ .

Vậy có tất cả 25 số hạng chung của hai dãy số đã cho trong 100 số hạng đầu tiên.

-----HẾT-----

**Dạng 3: Tính tổng các số hạng trong một cấp số cộng**

**Phương pháp:** Tính tổng  $n$  số hạng đầu tiên nhờ công thức:  $S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài tập 1:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_5 + 3u_3 - u_2 = -21 \\ 3u_7 - 2u_4 = -34 \end{cases}$

- a) Tìm số hạng thứ 100 của cấp số cộng  $(u_n)$ .
- b) Tính tổng của 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng  $(u_n)$ .
- c) Tính  $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30}$ .

**Lời giải**

a) Từ giả thiết của bài toán ta có:

$$\begin{cases} u_1 + 4d + 3(u_1 + 2d) - (u_1 + d) = -21 \\ 3(u_1 + 6d) - 2(u_1 + 3d) = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -7 \\ u_1 + 12d = -34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = -3. \end{cases}$$

Số hạng thứ 100 của cấp số cộng  $(u_n)$  là:  $u_{100} = u_1 + 99d = 2 + 99 \cdot (-3) = -295$ .

b) Tổng của 15 số hạng đầu tiên của cấp số cộng  $(u_n)$  là:  $S_{15} = \frac{15(2u_1 + 14d)}{2} = -285$

c) Ta có:  $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{30} = \frac{27(2u_4 + 26d)}{2} = 27(u_1 + 16d) = 27[2 + 16 \cdot (-3)] = -1242$ .

**Bài tập 2:** Tính tổng  $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 + \dots + (2n - 1) - 2n$  với  $n \geq 1$  và  $n \in \mathbb{N}$ .

**Lời giải**

Với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$  thì  $(2n - 1) - 2n = -1$ .

Ta có  $S = (1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + \dots + ((2n - 1) - 2n)$ . Do đó ta xem  $S$  là tổng của  $n$  số hạng, mà mỗi số hạng đều bằng  $-1$  nên  $S = -n$ .

**Nhận xét:** Ta có  $1; 3; 5; \dots; 2n - 1$  và  $2; 4; 6; \dots; 2n$  là các cấp số cộng có  $n$  số hạng nên

$$\begin{aligned} S &= (1 + 3 + 5 + \dots + 2n - 1) - (2 + 4 + 6 + \dots + 2n) \\ &= \frac{n}{2}(1 + 2n - 1) - \frac{n}{2}(2 + 2n) = n^2 - (n^2 + n) = -n. \end{aligned}$$

**Bài tập 3:** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát  $u_n$ .

**Lời giải**

Ta có:  $S_{50} = \frac{50}{2}(2u_1 + 49d) = 5150 \Rightarrow d = 4$ .

Số hạng tổng quát của cấp số cộng bằng  $u_n = u_1 + (n - 1)d = 1 + 4n$ .

**Bài tập 4:** Chu vi một đa giác là 158, số đo các cạnh của nó lập thành một cấp số cộng với công sai  $d = 3$ . Biết cạnh lớn nhất là 44. Số cạnh của đa giác đó là?

**Lời giải**

Giả sử đa giác đã cho có  $n$  cạnh thì chu vi của đa giác là:  $S_n = \frac{(u_1 + u_n)n}{2}$  với  $u_1$  là cạnh nhỏ

nhất. Suy ra:  $158 = \frac{(u_1 + 44)n}{2} \Leftrightarrow 316 = (u_1 + 44)n \Leftrightarrow 2^2 \cdot 79 = (u_1 + 44)n$

Do đó  $u_1 + 44$  là ước nguyên dương của  $316 = 2^2 \cdot 79$  mà đa giác có ít nhất ba cạnh nên

$$\frac{316}{3} > u_1 + 44 > 44 \text{ suy ra } u_1 + 44 = 79 \Leftrightarrow u_1 = 35.$$

Số cạnh của đa giác đã cho là:  $\frac{44 - 35}{3} + 1 = 4$  ( cạnh ).

**Bài tập 5:** Một gia đình cần khoan một cái giếng để lấy nước. Họ thuê một đội khoan giếng nước. Biết giá của mét khoan đầu tiên là 80.000 đồng, kể từ mét khoan thứ hai giá của mỗi mét khoan tăng thêm 5.000 đồng so với giá của mét khoan trước đó. Biết cần phải khoan sâu xuống 50m mới có nước. Hỏi phải trả bao nhiêu tiền để khoan cái giếng đó?

**Lời giải**

Áp dụng công thức tính tổng của  $n$  số hạng đầu của cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 80.000$ , công sai  $d = 5.000$  ta được số tiền phải trả khi khoan đến mét thứ  $n$  là

$$S_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2} = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$$

Khi khoan đến mét thứ 50 số tiền phải trả là  $S_{50} = \frac{50[2.80000 + (50-1).5000]}{2} = 10.125.000$  đồng.

**Bài tập 6:** Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:

**Phương án 1:** Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.

**Phương án 2:** Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu.

Nếu là người được tuyển dụng vào doanh nghiệp trên, em sẽ chọn phương án nào khi:

a) Kí hợp đồng lao động 3 năm?

b) Kí hợp đồng lao động 10 năm?

**Lời giải**

**Theo phương án 1:** Gọi  $(u_n)$  là dãy số tiền lương của người lao động theo phương án 1 qua mỗi năm.

Dãy số  $u_n$  lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 120$  và công sai  $d = 18$ .

Khi đó số hạng tổng quát của cấp số nhân là:  $u_n = 120 + (n-1).18$ .

**Theo phương án 2:** Gọi  $(v_n)$  là dãy số tiền lương của người lao động theo phương án 2 qua từng quý.

Dãy số  $(v_n)$  lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu  $v_1 = 24$  và công sai  $d = 1,8$ .

Khi đó số hạng tổng quát của cấp số nhân là  $v_n = 24 + (n - 1)1,8$ .

a) Khi kí hợp đồng 3 năm tương đương với 12 quý ta có:

**Theo phương án 1:**  $u_3 = 120 + (3 - 1) \cdot 18 = 156$  (triệu đồng)

Tổng số tiền lương nhận được sau 3 năm là:  $S_3 = \frac{3 \cdot (120 + 156)}{2} = 414$  (triệu đồng).

**Theo phương án 2:**  $u_{12} = 24 + (12 - 1) \cdot 1,8 = 43,8$ .

Tổng số tiền lương nhận được sau 3 năm tương ứng với 12 quý là:

$$S_{12} = \frac{12 \cdot (24 + 43,8)}{2} = 406,8 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy nếu được tuyển dụng vào doanh nghiệp và kí hợp đồng lao động 3 năm thì nên theo phương án 1.

b) Khi kí hợp đồng 10 năm tương đương với 40 quý ta có:

**Theo phương án 1:**  $u_{10} = 120 + (10 - 1) \cdot 18 = 282$  (triệu đồng)

Tổng số tiền lương nhận được sau 10 năm là:  $S_{10} = \frac{10 \cdot (120 + 282)}{2} = 2010$  (triệu đồng).

**Theo phương án 2:**  $u_{40} = 24 + (40 - 1) \cdot 1,8 = 94,2$  (triệu đồng).

Tổng số tiền lương nhận được sau 10 năm tương ứng với 40 quý là:  $S_{40} = \frac{40 \cdot (24 + 94,2)}{2} = 2364$  (triệu đồng).

Vậy nếu được tuyển dụng vào doanh nghiệp và kí hợp đồng lao động 10 năm thì nên theo phương án 2.

**Bài tập 7:** Khi một vận động viên nhảy dù nhảy ra khỏi máy bay, giả sử quãng đường người ấy rơi tự do (tính theo feet) trong mỗi giây liên tiếp theo thứ tự trước khi bung dù lần lượt là: 16; 48; 80; 112; 144; ... (các quãng đường này tạo thành cấp số cộng). Tính tổng chiều dài quãng đường rơi tự do của người đó trong 10 giây đầu tiên.



### Lời giải

Công sai của cấp số cộng trên là:  $d = 32$ .

Chiều dài quãng đường rơi tự do là:  $S_{10} = \frac{10 \cdot [2 \cdot 16 + (10 - 1) \cdot 32]}{2} = 1600$ .

Vậy tổng chiều dài quãng đường rơi tự do của người đó trong 10 giây đầu tiên là 1600 feet.

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho dãy số vô hạn  $\{u_n\}$  là cấp số cộng có công sai  $d$ , số hạng đầu  $u_1$ . Hãy chọn khẳng định sai?

**A.**  $u_5 = \frac{u_1 + u_9}{2}$ .

**B.**  $u_n = u_{n-1} + d, n \geq 2$ .

**C.**  $S_{12} = \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$ .

**D.**  $u_n = u_1 + (n-1)d, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

**Lời giải**

Ta có công thức tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:  $S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)d}{2}$

Suy ra  $S_{12} = 12u_1 + \frac{12 \cdot 11 \cdot d}{2} = 6(2u_1 + 11d) \neq \frac{n}{2}(2u_1 + 11d)$ .

**Câu 2:** Cho  $(u_n)$  là cấp số cộng biết  $u_3 + u_{13} = 80$ . Tổng 15 số hạng đầu của cấp số cộng đó bằng

**A.** 800.

**B.** 600.

**C.** 570.

**D.** 630

**Lời giải**

$$S_{15} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{15} = (u_1 + u_{15}) + (u_2 + u_{14}) + (u_3 + u_{13}) + \dots + (u_7 + u_9) + u_8$$

Vì  $u_1 + u_{15} = u_2 + u_{14} = u_3 + u_{13} = \dots = u_7 + u_9 = 2u_8$  và  $u_3 + u_{13} = 80 \Rightarrow S = 7 \cdot 80 + 40 = 600$ .

**Câu 3:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với số hạng đầu  $u_1 = -6$  và công sai  $d = 4$ . Tính tổng  $S$  của 14 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

**A.**  $S = 46$ .

**B.**  $S = 308$ .

**C.**  $S = 644$ .

**D.**  $S = 280$ .

**Lời giải**

Tổng  $n$  số hạng đầu tiên của một cấp số cộng là  $S_n = \frac{[2u_1 + (n-1)d]n}{2}$ .

Vậy  $S = \frac{[2(-6) + (14-1)4]14}{2} = 280$ .

**Câu 4:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_2 = 8, u_5 = 17$ . Công sai  $d$  bằng:

**A.**  $d = -3$ .

**B.**  $d = -5$ .

**C.**  $d = 3$ .

**D.**  $d = 5$ .

**Lời giải**

Theo giả thiết ta có:  $u_2 = 8, u_5 = 17 \Rightarrow \begin{cases} u_1 + d = 8 \\ u_1 + 4d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = 5 \end{cases}$ .

**Câu 5:** Cho dãy  $(u_n)$  là một cấp số cộng với số hạng đầu 2 và số hạng thứ 36 là 72. Công sai của cấp số cộng  $(u_n)$  là

**A.**  $d = 3$

**B.**  $d = -2$ .

**C.**  $d = 2$ .

**D.**  $d = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**



Ta có  $u_{36} = u_1 + 35d$  mà  $u_{36} = 72, u_1 = 2$  nên ta có:  $72 = 2 + 35d \Leftrightarrow d = 2$ .

**Câu 6:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  và gọi  $S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của nó. Biết  $u_{21} = -19$  và  $S_{22} = 0$ .  
Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số cộng đó.

- A.  $u_n = 21 + 2n$ .      B.  $u_n = 21 - 2n$ .      C.  $u_n = 23 - 2n$ .      D.  $u_n = 23 + 2n$ .

**Lời giải**

Giả sử cấp số cộng có số hạng đầu là  $u_1$  và công sai  $d$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_{21} = -19 \\ S_{22} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_{21} = u_1 + 20d \\ S_{22} = 22u_1 + \frac{22 \cdot 21d}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 20d = -19 \\ 2u_1 + 21d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 21 \\ d = -2 \end{cases}$$

Khi đó:  $u_n = u_1 + (n-1)d = 21 - 2(n-1) = 23 - 2n$ .

**Câu 7:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5; u_8 = 30$ . Công sai của cấp số cộng bằng:

- A. 4.      B. 5.      C. 6.      D. 3

**Lời giải**

Gọi công sai của cấp số cộng là  $d$  khi đó ta có  $u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 30 = -5 + 7d \Leftrightarrow d = 5$ .

**Câu 8:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 10, u_2 = 13$ . Giá trị của  $u_4$  là

- A.  $u_4 = 20$ .      B.  $u_4 = 19$ .      C.  $u_4 = 16$ .      D.  $u_4 = 18$ .

**Lời giải**

$u_1 = 10, u_2 = 13 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow u_4 = u_1 + 3d = 10 + 3 \cdot 3 = 19$ .

**Câu 9:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_2 = -1, u_4 = 7$ . Tìm  $u_3$ .

- A. 4.      B. 10.      C. 8.      D. 3.

**Lời giải**

Áp dụng tính chất của các số hạng trong dãy cấp số cộng, ta có:  $u_3 = \frac{u_2 + u_4}{2} = \frac{-1 + 7}{2} = 3$ .

**Câu 10:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$ , biết  $u_1 = 2$  và  $u_4 = 8$ . Giá trị của  $u_5$  bằng

- A. 12.      B. 10.      C. 9.      D. 11.

**Lời giải**

Từ giả thiết  $u_1 = 2$  và  $u_4 = u_1 + 3d = 8 \Rightarrow d = 2$

Vậy  $u_5 = u_1 + 4d = 2 + 4 \cdot 2 = 10$ .

**Câu 11:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_5 = -15; u_{20} = 60$ . Tổng 20 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là

- A.  $S_{20} = 250$ .      B.  $S_{20} = 200$ .      C.  $S_{20} = -200$ .      D.  $S_{20} = -25$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_5 = -15 \\ u_{20} = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 4d = -15 \\ u_1 + 19d = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -35 \\ d = 5 \end{cases} \Rightarrow S_{20} = \frac{(u_1 + u_{20}) \cdot 20}{2} = 250.$$

- Câu 12:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_3 = 6, u_8 = 16$ . Tính công sai  $d$  và tổng của 10 số hạng đầu tiên.  
**A.**  $d = 2; S_{10} = 100$ .      **B.**  $d = 1; S_{10} = 80$ .      **C.**  $d = 2; S_{10} = 120$ .      **D.**  $d = 2; S_{10} = 110$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_3 = 6 \\ u_8 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 6 \\ u_1 + 7d = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 2 \end{cases}.$$

$$S_{10} = 10.u_1 + \frac{10(10-1)}{2}.d = 10.2 + \frac{10(10-1)}{2}.2 = 110.$$

- Câu 13:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_n = 3 - 2n$  thì  $S_{60}$  bằng  
**A.**  $-6960$ .      **B.**  $-117$ .      **C.**  $-3840$ .      **D.**  $-116$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_{n+1} = 1 - 2n$ , Ta có  $u_{n+1} - u_n = -2, \forall n \in \mathbb{N}^*$ , suy ra  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 1$  và công sai  $d = -2$ . Vậy  $S_{60} = \frac{60}{2}(2u_1 + 59d) = -3840$ .

- Câu 14:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_{2013} + u_6 = 1000$ . Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là:  
**A.** 1009000.      **B.** 100800.      **C.** 1008000.      **D.** 100900.

**Lời giải**

Gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng. Khi đó:

$$u_{2013} + u_6 = 1000 \Leftrightarrow u_1 + 2012d + u_1 + 5d = 1000 \Leftrightarrow 2u_1 + 2017d = 1000.$$

$$\text{Ta có: } S_{2018} = 2018u_1 + \frac{2017.2018}{2}d = 1009.(2u_1 + 2017d) = 1009000.$$

- Câu 15:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases}$ . Tính tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng trên.  
**A.** 100.      **B.** 110.      **C.** 10.      **D.** 90.

**Lời giải**

Gọi cấp số cộng có công sai là  $d$  ta có  $u_2 = u_1 + d; u_3 = u_1 + 2d; u_4 = u_1 + 3d$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} u_1 + u_4 = 8 \\ u_3 - u_2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 3d = 8 \\ d = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$$

$$\text{Áp dụng công thức } S = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$$

$$\text{Vậy tổng của 10 số hạng đầu của cấp số cộng là } S_{10} = 10.1 + \frac{10.9}{2}.2 = 100$$

- Câu 16:** Cho cấp số cộng  $\{u_n\}$  có  $u_4 = -12; u_{14} = 18$ . Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:  
**A.**  $S = 24$ .      **B.**  $S = -25$ .      **C.**  $S = -24$ .      **D.**  $S = 26$ .

**Lời giải**

Ta có: 
$$\begin{cases} u_4 = -12 \\ u_{14} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Tổng của 16 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là:  $S_{16} = 16.(-21) + \frac{16.15}{2}.3 = 24.$

**Câu 17:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  thỏa  $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$ . Tính  $S = u_1 + u_4 + u_7 + \dots + u_{2011}$

- A.**  $S = 2023736.$       **B.**  $S = 2023563.$       **C.**  $S = 6730444.$       **D.**  $S = 6734134.$

**Lời giải**

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d - u_1 - 2d + u_1 + 4d = 10 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}.$$

$u_4 = 10, u_7 = 19, u_{10} = 28 \dots$

Ta có  $u_1, u_4, u_7, u_{10}, \dots, u_{2011}$  là cấp số cộng có  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 9 \\ n = 671 \end{cases}$

Suy ra:  $S = \frac{671}{2}(2.1 + 670.9) = 2023736.$

**Câu 18:** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 5$  và tổng của 50 số hạng đầu bằng 5150. Tìm công thức của số hạng tổng quát  $u_n$ .

- A.**  $u_n = 1 + 4n.$       **B.**  $u_n = 5n.$       **C.**  $u_n = 3 + 2n.$       **D.**  $u_n = 2 + 3n.$

**Lời giải**

Ta có:  $S_{50} = \frac{50}{2}(2u_1 + 49d) = 5150 \Rightarrow d = 4.$

Số hạng tổng quát của cấp số cộng bằng  $u_n = u_1 + (n-1)d = 1 + 4n.$

**Câu 19:** Một cấp số cộng có tổng của  $n$  số hạng đầu  $S_n$  tính theo công thức  $S_n = 5n^2 + 3n, (n \in \mathbb{N}^*)$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công sai  $d$  của cấp số cộng đó.

- A.**  $u_1 = -8; d = 10.$       **B.**  $u_1 = -8; d = -10.$       **C.**  $u_1 = 8; d = 10.$       **D.**  $u_1 = 8; d = -10.$

**Lời giải**

Ta có:  $u_1 = S_1 = 8; u_2 = S_2 - S_1 = 18 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 18 - 8 = 10.$

**Câu 20:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  biết  $u_5 = 18$  và  $4S_n = S_{2n}$ . Giá trị  $u_1$  và  $d$  là

- A.**  $u_1 = 2, d = 3.$       **B.**  $u_1 = 3, d = 2.$       **C.**  $u_1 = 2, d = 2.$       **D.**  $u_1 = 2, d = 4.$

**Lời giải**

Ta có  $u_5 = 18 \Leftrightarrow u_1 + 4d = 18.$

Lại có  $4S_5 = S_{10} \Leftrightarrow 4\left(5u_1 + \frac{5.4}{2}d\right) = 10u_1 + \frac{10.9}{2}d \Leftrightarrow 2u_1 - d = 0$ .

Khi đó ta có hệ phương trình  $\begin{cases} u_1 + 4d = 18 \\ 2u_1 - d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ d = 4 \end{cases}$ .

**Câu 21:** Gọi  $S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên trong cấp số cộng  $(a_n)$ . Biết  $S_6 = S_9$ , tỉ số  $\frac{a_3}{a_5}$  bằng:

- A.  $\frac{9}{5}$ .                      B.  $\frac{5}{9}$ .                      C.  $\frac{5}{3}$ .                      D.  $\frac{3}{5}$ .

**Lời giải**

Ta có  $S_6 = S_9 \Leftrightarrow \frac{6(2a_1 + 5d)}{2} = \frac{9(2a_1 + 8d)}{2} \Leftrightarrow a_1 = -7d$ .

Suy ra  $\frac{a_3}{a_5} = \frac{a_1 + 2d}{a_1 + 4d} = \frac{-7d + 2d}{-7d + 4d} = \frac{5}{3}$ .

**Câu 22:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  và gọi  $S_n$  là tổng  $n$  số hạng đầu tiên của nó. Biết  $S_7 = 77$  và  $S_{12} = 192$ .

Tìm số hạng tổng quát  $u_n$  của cấp số cộng đó

- A.  $u_n = 5 + 4n$ .                      B.  $u_n = 3 + 2n$ .                      C.  $u_n = 2 + 3n$ .                      D.  $u_n = 4 + 5n$ .

**Lời giải**

Giả sử cấp số cộng có số hạng đầu là  $u_1$  và công sai  $d$ .

Ta có:  $\begin{cases} S_7 = 77 \\ S_{12} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + \frac{7.6.d}{2} = 77 \\ 12u_1 + \frac{12.11.d}{2} = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7u_1 + 21d = 77 \\ 12u_1 + 66d = 192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 2 \end{cases}$ .

Khi đó:  $u_n = u_1 + (n-1)d = 5 + 2(n-1) = 3 + 2n$ .

**Câu 23:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có số hạng đầu bằng 1 và tổng 100 số hạng đầu bằng 14950. Giá trị của

tổng  $\frac{1}{u_1u_2} + \frac{1}{u_2u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49}u_{50}}$  bằng.

- A.  $\frac{49}{74}$ .                      B. 148.                      C.  $\frac{49}{148}$ .                      D. 74.

**Lời giải**

Gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng. Ta có  $S_{100} = 50(2u_1 + 99d) = 14950$  với  $u_1 = 1 \Rightarrow d = 3$

Đặt  $S = \frac{1}{u_1u_2} + \frac{1}{u_2u_3} + \dots + \frac{1}{u_{49}u_{50}}$ .

Ta có  $S.d = \frac{d}{u_1u_2} + \frac{d}{u_2u_3} + \dots + \frac{d}{u_{49}u_{50}} = \frac{u_2 - u_1}{u_1u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2u_3} + \dots + \frac{u_{50} - u_{49}}{u_{49}u_{50}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{50}}$   
 $= 1 - \frac{1}{1 + 49.3} = \frac{147}{148}$ .

Với  $d = 3$  nên  $S = \frac{49}{148}$ .

**Câu 24:** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1$  và tổng 100 số hạng đầu bằng 10000. Tính tổng

$$S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}.$$

- A.  $S = \frac{100}{201}$ .      B.  $S = \frac{200}{201}$ .      C.  $S = \frac{198}{199}$ .      D.  $S = \frac{99}{199}$ .

**Lời giải**

Gọi  $d$  là công sai của cấp số cộng đã cho.

$$\text{Ta có: } S_{100} = 50(2u_1 + 99d) = 10000 \Rightarrow d = \frac{200 - 2u_1}{99} = 2.$$

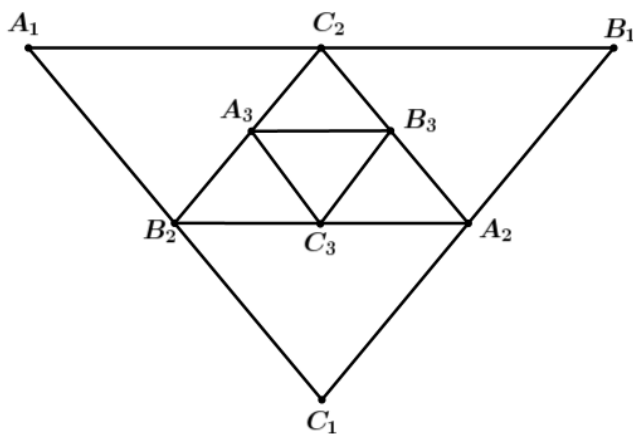
$$\Rightarrow 2S = \frac{2}{u_1 u_2} + \frac{2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{2}{u_{99} u_{100}} = \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{99} - u_{100}}{u_{99} u_{100}}$$

$$= \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{98}} - \frac{1}{u_{99}} + \frac{1}{u_{99}} - \frac{1}{u_{100}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{100}} = \frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 99d} = \frac{198}{199} \Rightarrow S = \frac{99}{199}.$$

**Câu 25:** Cho tam giác đều  $A_1 B_1 C_1$  có độ dài cạnh bằng 4. Trung điểm của các cạnh tam giác  $A_1 B_1 C_1$  tạo thành tam giác  $A_2 B_2 C_2$ , trung điểm của các cạnh tam giác  $A_2 B_2 C_2$  tạo thành tam giác  $A_3 B_3 C_3 \dots$ . Gọi  $P_1, P_2, P_3, \dots$  lần lượt là chu vi của tam giác  $A_1 B_1 C_1, A_2 B_2 C_2, A_3 B_3 C_3, \dots$ . Tính tổng chu vi  $P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$

- A.  $P = 8$ .      B.  $P = 24$ .      C.  $P = 6$ .      D.  $P = 18$ .

**Lời giải**



$$\text{Ta có: } P_2 = \frac{1}{2} P_1; P_3 = \frac{1}{2} P_2 = \frac{1}{4} P_1; P_4 = \frac{1}{2} P_3 = \frac{1}{8} P_1 \dots; P_n = \frac{1}{2^{n-1}} P_1$$

$$\text{Vậy } P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots = P_1 + \frac{1}{2} P_1 + \frac{1}{4} P_1 + \frac{1}{8} P_1 + \dots = \frac{P_1}{1 - \frac{1}{2}} = 2P_1 = 24.$$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Một cấp số cộng có năm số hạng mà tổng số hạng đầu và số hạng thứ tư bằng 36, tổng của số hạng thứ hai và số hạng cuối bằng 44. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Dãy cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 11$ .
- b) Dãy cấp số cộng có tổng  $u_1 + u_5 = 40$ .
- c) Dãy cấp số cộng có  $u_2 = 16$ .
- d) Tổng của 3 số hạng đầu tiên trong dãy cấp số cộng bằng 45.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } \begin{cases} u_1 + u_4 = 36 \\ u_2 + u_5 = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + (u_1 + 3d) = 36 \\ (u_1 + d) + (u_1 + 4d) = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 3d = 36 \\ 2u_1 + 5d = 44 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 12 \\ d = 4 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} u_2 = u_1 + d = 16 \\ u_1 + u_5 = u_1 + u_1 + 4d = 40. \\ S_3 = \frac{3(u_1 + u_3)}{2} = 48 \end{cases}$$

- a) Sai: Dãy cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 12$
- b) Đúng: Dãy cấp số cộng có tổng  $u_1 + u_5 = 40$ .
- c) Đúng: Dãy cấp số cộng có  $u_2 = 16$ .
- d) Sai: Tổng của 3 số hạng đầu tiên trong dãy cấp số cộng bằng 48  
Vậy mệnh đề 2,3 là mệnh đề đúng và mệnh đề 1,4 là mệnh đề sai.

**Câu 2:** Cho dãy cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 4$ . Biết tổng 20 số hạng đầu tiên bằng 460. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Dãy số  $(u_n)$  có  $d = 2$ .
- b) Dãy số  $(u_n)$  có  $u_4 = 8$ .
- c) Dãy số  $(u_n)$  có  $S_{10} = 120$ .
- d) Dãy số  $(u_n)$  có hiệu  $S_8 - S_4 = 60$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } S_{20} = \frac{20(u_1 + u_{20})}{2} = 10(4 + 4 + 19d) = 460 \Leftrightarrow d = 2.$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} u_4 = u_1 + 3d = 4 + 3 \cdot 2 = 10 \\ S_{10} = \frac{10(u_1 + u_{10})}{2} = 5(4 + 4 + 8 \cdot 2) = 120 \\ S_8 - S_4 = \frac{8(u_1 + u_8)}{2} - \frac{4(u_1 + u_4)}{2} = 4(2u_1 + 7d) - 2(2u_1 + 3d) = 4u_1 + 22d = 60 \end{cases}.$$

- a) Đúng: Dãy số  $(u_n)$  có  $d = 2$ .  
 b) Sai: Dãy số  $(u_n)$  có  $u_4 = 8$ .  
 c) Đúng: Dãy số  $(u_n)$  có  $S_{10} = 120$ .  
 d) Đúng: Dãy số  $(u_n)$  có hiệu  $S_8 - S_4 = 60$ .  
 Vậy mệnh đề 1,3,4 là mệnh đề đúng và mệnh đề 2 là mệnh đề sai.

**Câu 3:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 123$ ,  $u_3 - u_{15} = 84$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số hạng thứ 17 của cấp số cộng là  $u_{17} = 11$ .  
 b) Công sai của cấp số cộng là  $d = -7$ .  
 c) Số hạng thứ 2 của cấp số cộng là  $u_2 = 130$   
 d) Tổng 17 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là  $S_{17} = 1130$

**Lời giải**

Giả sử cấp số cộng  $(u_n)$  có công sai  $d$ .

Theo giả thiết ta có:  $u_3 - u_{15} = 84 \Leftrightarrow u_1 + 2d - u_1 - 14d = 84 \Leftrightarrow -12d = 84 \Leftrightarrow d = -7$ .

Vậy  $u_{17} = u_1 + 16d = 123 + 16(-7) = 11$ ;  $u_2 = u_1 + d = 123 + (-7) = 116$ .

$$S_{17} = \frac{(u_1 + u_{17})17}{2} = \frac{(123 + 11)17}{2} = 1139.$$

- a) Đúng: Số hạng thứ 17 của cấp số cộng là  $u_{17} = 11$ .  
 b) Đúng: Công sai của cấp số cộng là  $d = -7$ .  
 c) Sai: Số hạng thứ 2 của cấp số cộng là  $u_2 = 116$   
 d) Sai: Tổng 17 số hạng đầu tiên của cấp số cộng là  $S_{17} = 1139$

**Câu 4:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -5$ , công sai  $d = 3$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số 100 là số hạng thứ 36 của cấp số cộng.  
 b) Số hạng thứ 3 của cấp số cộng bằng 5.  
 c) Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng 250.  
 d) Kể từ số hạng thứ 3 thì các số hạng của cấp số cộng đều nhận giá trị dương.

**Lời giải**

Ta có:  $100 = u_1 + (n - 1)d = -5 + (n - 1).3 \Leftrightarrow n = 36$ .

$$u_3 = u_1 + 2d = -5 + 2.3 = 1.$$

$$S_{10} = \frac{(u_1 + u_{10})10}{2} = \frac{(u_1 + u_1 + 9d).10}{2} = 5(-10 + 9.3) = 85.$$

$$u_n = u_1 + (n - 1)d = -5 + (n - 1).3 = 3n - 8 > 0 \Leftrightarrow n > \frac{8}{3}.$$

- a) Đúng: Số 100 là số hạng thứ 36 của cấp số cộng.  
 b) Sai: Số hạng thứ 3 của cấp số cộng bằng 1.

- c) Sai: Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng bằng 85.  
 d) Đúng: Kể từ số hạng thứ 3 thì các số hạng của cấp số cộng đều nhận giá trị dương.  
 Vậy mệnh đề 1 và 4 đúng, mệnh đề 2 và 3 sai.

**Câu 5:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_4 = -12, u_{14} = 18$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Công sai của cấp số cộng là  $d = 3$   
 b) Số hạng đầu của cấp số cộng là  $u_1 = 21$   
 c) Số hạng thứ 9 của cấp số cộng là  $u_9 = 3$   
 d) Tổng 5 số hạng đầu của cấp số cộng là  $S_5 = -60$

**Lời giải**

Gọi  $u_1$  là số hạng đầu,  $d$  là công sai của cấp số cộng  $(u_n)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 = u_1 + 3d \\ u_{14} = u_1 + 13d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = -12 \\ u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ u_1 = -21 \end{cases}$$

Số hạng thứ 9 là  $u_9 = u_1 + 8d = -21 + 8 \cdot 3 = 3$ .

$$\text{Tổng 5 số hạng đầu là } S_5 = 5u_1 + \frac{5(5-1)}{2}d = -75.$$

- a) Đúng: Công sai của cấp số cộng là  $d = 3$   
 b) Sai: Số hạng đầu của cấp số cộng là  $u_1 = 21$   
 c) Đúng: Số hạng thứ 9 của cấp số cộng là  $u_9 = 3$   
 d) Sai: Tổng 5 số hạng đầu của cấp số cộng là  $S_5 = -60$

**Câu 6:** Một nhà hát có 25 hàng ghế với 16 ghế ở hàng thứ nhất, 18 ghế ở hàng thứ hai, 20 ghế ở hàng thứ ba và cứ tiếp tục theo quy luật đó, tức là hàng sau nhiều hơn hàng liền trước nó 2 ghế. Gọi  $u_n$  (ghế) là tổng số ghế ở hàng thứ  $n$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)  $u_2 = 18$   
 b) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có công sai  $d = 2$ .  
 c) Số ghế ở hàng thứ 20 nhỏ hơn 54.  
 d) Tổng số ghế trong nhà hát nhiều hơn 1000.

**Lời giải**

a) Đúng: Số ghế trong các dãy ghế liên tiếp lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu  $u_1 = 16$  và công sai  $d = 2$ .

b) Đúng:  $u_2 = u_1 + d = 16 + 2 = 18$ .

c) Ta có  $u_{20} = u_1 + 19d = 16 + 19 \cdot 2 = 54$ .

Số ghế ở mỗi hàng của nhà hát lập thành một cấp số cộng, gồm 25 số hạng, với số hạng đầu  $u_1 = 16$  và công sai  $d = 2$ . Tổng các số hạng này là

$$\text{d) Sai: } S_{25} = u_1 + u_2 + \dots + u_{25} = \frac{25}{2} [2u_1 + (25-1)d] = \frac{25}{2} (2 \cdot 16 + 24 \cdot 2) = 1000.$$

**Câu 7:** Khi kí kết hợp đồng lao động với người lao động, một doanh nghiệp đề xuất hai phương án trả lương như sau:



**Phương án 1:** Năm thứ nhất, tiền lương là 120 triệu. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương được tăng 18 triệu.

**Phương án 2:** Quý thứ nhất, tiền lương là 24 triệu. Kể từ quý thứ hai trở đi, mỗi quý tiền lương được tăng 1,8 triệu. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là  $u_1 = 120$ , công sai  $d_1 = 18$ .
- b) Trong phương án 1: tiền lương người lao động nhận được trong năm thứ ba là 174 triệu.
- c) Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là 414 triệu.
- d) Nếu kí hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.

**Lời giải**

a) Đúng: Trong phương án 1: dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là  $u_1 = 120$ , công sai  $d_1 = 18$

b) Sai: Trong phương án 1:  $u_3 = 120 + 2.18 = 156$  triệu.

c) Đúng: Trong phương án 1: tổng tiền lương người lao động nhận được trong ba năm là

$$S_3 = \frac{(u_1 + u_3).3}{2} = \frac{(120 + 156).3}{2} = 414 \text{ triệu.}$$

d) Đúng: Trong phương án 2: Dãy số tiền lương là cấp số cộng có số hạng đầu tiên là  $v_1 = 24$ , công sai  $d_2 = 1,8$ , lương tăng theo quý. Ba năm tương ứng với 12 quý.

Ta có  $v_{12} = 24 + 11.1,8 = 43,8$  triệu.

Tổng số tiền lương nhận được sau 3 năm tương ứng với 12 quý là:

$$S_{12} = \frac{(v_1 + v_{12}).12}{2} = (24 + 43,8).6 = 406,8 \text{ triệu.}$$

Ta nhận thấy  $406,8 < 414$ .

Vậy nếu kí hợp đồng lao động trong ba năm, với mong muốn nhận được tổng số tiền lương cao nhất thì người lao động nên chọn phương án 1.

**Câu 8:** Trong hội chợ tết, một công ty sữa muốn xếp 1000 hộp sữa theo thứ tự từ trên xuống dưới như sau: Hàng thứ nhất có 1 hộp sữa, hàng thứ hai có 3 hộp sữa, hàng thứ ba có 5 hộp sữa, ... cứ như thế, số lượng hộp sữa của hàng sau lớn hơn số lượng hộp sữa của hàng trước nó là 2 hộp sữa (mô hình như hình dưới).



a) Gọi  $u_n$  là số hộp sữa ở hàng thứ  $n$  thì  $(u_n)$  là một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 2$ .

- b) Số hộp sữa của hàng thứ 10 là 20 hộp sữa
- c) Để xếp được 20 hàng thì cần 400 hộp sữa
- d) Hàng cuối cùng có 900 hộp sữa

**Lời giải**

a) Đúng: Gọi  $u_n$  là số hộp sữa ở hàng thứ  $n$  thì  $(u_n)$  là một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 2$ .

b) Sai: Số hộp sữa của hàng thứ 10 là  $u_{10} = u_1 + 9d = 1 + 9.2 = 19$  hộp sữa.

c) Đúng: Để xếp được 20 hàng thì số hộp sữa cần có là

$$S_{20} = \frac{20}{2}(2u_1 + 19.d) = \frac{20}{2}(2.1 + 19.2) = 400 \text{ hộp sữa}$$

d) Sai: Ta có  $S_n = \frac{n}{2}[2.1 + (n-1).2] = n^2$ .

Giả sử với 1000 hộp sữa ta chỉ xếp được nhiều nhất  $n$  hàng thì  $n$  là số nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình  $S_n \leq 1000 \Leftrightarrow n^2 \leq 1000 \Leftrightarrow -10\sqrt{10} \leq n \leq 10\sqrt{10}$ . Suy ra  $n = 31$ . Vậy,

hàng cuối cùng có  $u_{31} = \frac{31}{2}(2u_1 + 30.d) = \frac{31}{2}(2.1 + 30.2) = 961$  hộp sữa.

**Câu 9:** Do nhu cầu đi lại của gia đình, anh Bình quyết định thực hiện tích góp tiền để mua một chiếc ô tô HONDA CRV trị giá 1,259 tỉ đồng.



**Đợt thứ nhất:** anh Bình đã tích góp theo nguyên tắc tháng sau tích góp nhiều hơn tháng ngay trước đó số tiền là 2 triệu đồng và cứ như thế đến tháng thứ 10 anh phải góp 21 triệu đồng. Đến hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng.

**Đợt thứ hai kế tiếp:** do muốn rút ngắn thời gian mua xe thì số tiền còn lại anh tiếp tục tích góp với tháng đầu là 5 triệu đồng và mỗi tháng tiếp theo số tiền gấp đôi tháng kế trước nó. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số cộng có công sai là  $d = 2$  triệu và  $u_1 = 3$  triệu.
- b) Anh Bình tích lũy tiền hết đợt thứ nhất trong 25 tháng.
- c) Đợt thứ hai anh Bình tích lũy tiền theo dãy số với cấp số nhân có công bội là  $q = 2$  triệu và  $u_1 = 5$  triệu.
- d) Để đủ tiền mua ô tô thì anh Bình thì anh Bình tích góp ít nhất 31 tháng

Lời giải

a) Đúng: Đợt thứ nhất anh Bình tích lũy theo cấp số cộng Với công sai  $d = 2$  triệu Theo đề bài ta có  $21 = u_1 + 9.2 \Rightarrow u_1 = 3$  triệu.

b) Sai: Hết đợt thứ nhất anh Bình có tất cả 624 triệu đồng nên ta có

$$S_n = 624 \Rightarrow 624 = \frac{n[2u_1 + (n-1).3]}{2} \Rightarrow n = 24 \text{ tháng.}$$

c) Đúng: Theo đề Số tiền còn lại anh Bình tích góp theo cấp số nhân có công bội là  $q = 2$  triệu và  $u_1 = 5$  triệu.

d) Đúng: Số tiền cần tích lũy ở đợt hai là  $1259 - 624 = 635$  triệu đồng

Từ đó ta có  $635 = 5 \cdot \frac{1-2^n}{1-2} \Rightarrow n = 7$  tháng.

Tổng cộng hai đợt cần có ít nhất  $24 + 7 = 31$  tháng.

**Câu 10:** Một sinh viên sau khi ra trường và xin vào làm cho một trung tâm với mức lương khởi điểm là 100 triệu đồng một năm. Cứ sau mỗi năm, trung tâm trả thêm cho sinh viên 20 triệu đồng. Gọi  $u_n$  (triệu đồng) là số tiền lương mà sinh viên đó nhận được ở năm thứ  $n$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là 120 triệu đồng.

b) Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là 300 triệu đồng.

c) Dãy số  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 120$  và công sai  $d = 20$

d) Giả sử, mỗi năm bạn sinh viên chi tiêu tiết kiệm hết 70 triệu đồng. Vậy sau ít nhất 12 năm thì sinh viên đó mua được căn chung cư 2 tỉ đồng.

Lời giải

Ta thấy, số tiền lương năm sau hơn năm trước 20 triệu đồng nên  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 100$  và công sai  $d = 20$ . Do đó:  $u_n = u_1 + (n-1)d = 100 + (n-1).20 = 20n + 80$

a) Đúng: Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ hai là  $u_2 = 120$  (triệu đồng).

b) Sai: Số tiền lương sinh viên nhận được ở năm thứ 10 là  $u_{10} = 20.10 + 80 = 280$  (triệu đồng).

c) Sai:  $u_1 = 100$ .

d) Sai: Tổng số tiền bạn sinh viên tiết kiệm được sau  $n$  năm là:

$$S = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d] - 70n = \frac{n}{2}[2.100 + (n-1).20] - 70n = 10n^2 + 20n \text{ (triệu đồng).}$$

$$\text{Ta có: } S \geq 2000 \Leftrightarrow 10n^2 + 20n - 2000 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n \geq 13,1 \\ n \leq -15,1 \end{cases}$$

Do đó sau ít nhất sau 14 năm thì sinh viên đó có thể mua được chung cư 2 tỉ đồng.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

**Câu 1:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_3 + u_{28} = 100$ . Hãy tính tổng của 30 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó.

**Lời giải**

Ta có:  $u_3 + u_{28} = 100 \Leftrightarrow (u_1 + 2d) + (u_1 + 27d) = 100 \Leftrightarrow 2u_1 + 29d = 100$

Mà  $S_{30} = \frac{30}{2}(2u_1 + 29d)$  nên  $S_{30} = 15.100 = 1500$ .

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$ . Tìm tổng 20 số hạng đầu của dãy số  $(u_n)$ .

**Lời giải**

Vì dãy số  $(u_n)$  có  $u_{n+1} = u_n + 3, n \geq 1$  nên  $(u_n)$  là cấp số cộng có  $u_1 = 2$ , công sai  $d = 3$ .

Vậy tổng 20 số hạng đầu của dãy số  $(u_n)$  là:  $S_{20} = \frac{20}{2}[2u_1 + 19d] = 10(2.2 + 19.3) = 610$ .

**Câu 3:** Một rạp hát có 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 25 ghế. Mỗi dãy sau có hơn dãy trước 3 ghế. Hỏi rạp hát có tất cả bao nhiêu ghế?

**Lời giải**

Số ghế của mỗi dãy (bắt đầu từ dãy đầu tiên) theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng có 30 số hạng có công sai  $d = 3$  và  $u_1 = 25$ .

Tổng số ghế là  $S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = 30u_1 + \frac{30.29}{2}d = 2055$

**Câu 4:** Người ta trồng 3003 cây theo một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây,...Hỏi có tất cả bao nhiêu hàng cây?

**Lời giải**

Số cây mỗi hàng (bắt đầu từ hàng thứ nhất) lập thành một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 1, d = 1$ . Giả sử có  $n$  hàng cây thì  $u_1 + u_2 + \dots + u_n = 3003 = S_n$ .

Ta có  $3003 = S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d \Leftrightarrow n^2 + n - 6006 = 0 \Leftrightarrow n = 77$

**Câu 5:** Một chiếc đồng hồ báo thức, kể từ thời điểm 0 (giờ) thì sau mỗi giờ thì số tiếng chuông được đánh đúng bằng số giờ mà đồng hồ chỉ tại thời điểm đánh chuông. Hỏi một ngày đồng hồ đó đánh bao nhiêu tiếng chuông?



**Lời giải**

Kể từ lúc 1 (giờ) đến 24 (giờ) số tiếng chuông được đánh lập thành cấp số cộng có 24 số hạng với  $u_1 = 1$ , công sai  $d = 1$ .

Vậy số tiếng chuông được đánh trong 1 ngày là:  $S = S_{24} = \frac{24}{2}(u_1 + u_{24}) = 12(1 + 24) = 300$

**Câu 6:** Trong một khán phòng có tất cả 30 dãy ghế, dãy đầu tiên có 15 ghế, các dãy liền sau nhiều hơn dãy trước đó 4 ghế, hỏi khán phòng đó có tất cả bao nhiêu ghế?

**Lời giải**

Gọi  $u_1, u_2, \dots, u_{30}$  lần lượt là số ghế của dãy ghế thứ nhất, dãy ghế thứ hai, ..., dãy ghế thứ ba mươi. Khi đó,  $(u_n)$  là một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 15$ , công sai  $d = 4$  (trong đó  $1 \leq n \leq 30$ ). Gọi  $S_{30}$  là tổng số ghế trong khán phòng.

Ta có:  $S_{30} = u_1 + u_2 + \dots + u_{30} = \frac{30}{2}[2u_1 + (30 - 1)d] = 15(2 \cdot 15 + 29 \cdot 4) = 2190$ .

**Câu 7:** Trên một bàn cờ có nhiều ô vuông, người ta đặt 7 hạt dẻ vào ô đầu tiên, sau đó đặt tiếp vào ô thứ hai số hạt nhiều hơn ô thứ nhất là 5, tiếp tục đặt vào ô thứ ba số hạt nhiều hơn ô thứ hai là 5, ... và cứ thế tiếp tục đến ô thứ  $n$ . Biết rằng đặt hết số ô trên bàn cờ người ta phải sử dụng 25450 hạt. Hỏi bàn cờ đó có bao nhiêu ô vuông?

**Lời giải**

Số hạt dẻ trên mỗi ô (bắt đầu từ ô thứ nhất) theo thứ tự đó lập thành cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = 7, d = 5$ . Gọi  $n$  là số ô trên bàn cờ thì  $u_1 + u_2 + \dots + u_n = 25450 = S_n$ .

Ta có  $25450 = S_n = nu_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = 7n + \frac{n^2 - n}{2} \cdot 5 \Leftrightarrow 5n^2 + 9n - 50900 = 0 \Leftrightarrow n = 100$

**Câu 8:** Một người muốn mua một thanh gỗ đủ để cắt ra làm các thanh ngang của một cái thang. Biết rằng chiều dài các thanh ngang của cái thang đó (từ bậc dưới cùng) lần lượt là 45 cm, 43 cm, 41 cm, ..., 31 cm.



Tính chiều dài thanh gỗ mà người đó cần mua, giả sử chiều dài các mối nối (phần gỗ bị cắt thành mùn cưa) là không đáng kể.

**Lời giải**

Chiều dài các thanh ngang là dãy cấp số cộng có số hạng đầu là 45, công sai là -

$$u_n = 45 - 2(n - 1) = 47 - 2n$$

Khi  $u_n = 31 \Leftrightarrow n = 8$  nên cái thang có 8 bậc.

Chiều dài thanh gỗ mà người đó cần mua là:  $S_8 = \frac{8 \cdot (45 + 31)}{2} = 304$ .

Vậy chiều dài thanh gỗ là 304 cm.

**Câu 9:** Một ruộng bậc thang có thửa thấp nhất (bậc thứ nhất) nằm ở độ cao 950 m so với mực nước biển, độ chênh lệch giữa thửa trên và thửa dưới trung bình là 1,5 m. Hỏi thửa ruộng ở bậc thứ 12 có độ cao là bao nhiêu mét so với mực nước biển?



**Lời giải**

Kí hiệu  $u_n$  là chiều cao so với mực nước biển của thửa ruộng ở bậc thứ  $n$ .

Khi đó, dãy số  $(u_n)$  là một cấp số cộng với  $u_1 = 950$  và  $d = 1,5$ .

Ta có:  $u_{12} = u_1 + 11d = 950 + 11 \cdot 1,5 = 966,5$

Vậy thửa ruộng ở bậc thứ 12 có độ cao 966,5 m so với mực nước biển.

**Câu 10:** Chuông đồng hồ ở một toà tháp đánh số tiếng đúng bằng số giờ và cứ mỗi 30 phút không phải là giờ đúng thì đánh 1 tiếng chuông. Hỏi bắt đầu từ lúc 1 giờ đêm đến 12 giờ trưa, chuông đồng hồ đó đã đánh tất cả bao nhiêu tiếng?

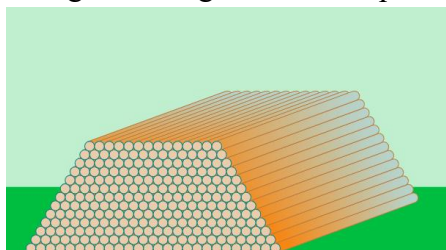
**Lời giải**

Lúc 1 giờ đêm, toà tháp đánh 1 tiếng chuông; lúc 2 giờ đêm, toà tháp đánh 2 tiếng chuông,..; lúc 12 giờ trưa, toà tháp đánh 12 tiếng chuông. Ngoài ra, mỗi 30 phút không phải là giờ đúng thì đánh 1 tiếng chuông (có 11 lần như thế từ 1 giờ đến 12 giờ).

Vậy tổng số tiếng chuông là:

$$S = (1 + 2 + 3 + \dots + 12) + 1 \cdot 11 = \frac{(1+12) \cdot 12}{2} + 11 = 89 \quad (\text{tiếng chuông})$$

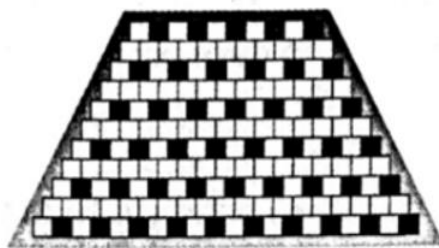
**Câu 11:** Các khúc gỗ được xếp như hình dưới đây. Lượt thứ nhất có 21 khúc, lượt thứ hai có 20 khúc,.., lượt trên cùng có 15 khúc. Tính tổng số khúc gỗ đã được xếp.



**Lời giải**

Tổng số khúc gỗ được xếp là:  $15 + 16 + \dots + 21 = \frac{(21+15) \cdot 7}{2} = 126.$

**Câu 12:** Một bức tường trang trí có dạng hình thang, rộng 2,4 m ở đáy và rộng 1,2 m ở đỉnh (hình vẽ bên). Các viên gạch hình vuông có kích thước 10 cm × 10 cm phải được đặt sao cho mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó. Hỏi sẽ cần bao nhiêu viên gạch hình vuông như vậy để ốp hết bức tường đó?



**Lời giải**

Đổi  $2,4\text{ m} = 240\text{ cm}; 1,2\text{ m} = 120\text{ cm}$ .

Số viên gạch ở hàng đầu tiên (ứng với đáy lớn) là  $u_1 = 240 : 10 = 24$ .

Số viên gạch ở hàng trên cùng (ứng với đáy nhỏ) là:  $u_n = 120 : 10 = 12$ .

Vì mỗi hàng ở phía trên chứa ít hơn một viên so với hàng ở ngay phía dưới nó nên ta thu được cấp số cộng có công sai  $d = -1$ .

Như vậy  $u_n = 12 = u_1 + (n - 1)(-1) \Rightarrow n = 13$ .

Vậy số viên gạch hình vuông cần thiết để ốp hết bức tường đó là

$$S_{13} = \frac{(u_1 + u_{13})13}{2} = 234 \text{ (viên gạch)}$$

**Câu 13:** Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu  $20\text{ m}$  để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

**Lời giải**

Gọi  $u_n$  là giá của mét khoan thứ  $n$ , trong đó  $1 \leq n \leq 20$ .

Khi đó,  $(u_n)$  là cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 100$  và công sai  $d = 30$ .

Số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng là:

$$S_{20} = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = \frac{20(2u_1 + 19d)}{2} = \frac{20(2.100 + 19.30)}{2} = 7700 \text{ (nghìn đồng)}.$$

**Câu 14:** Một ngôi nhà hình kim tự tháp (có gạch nâu ốp bên ngoài) được bao quanh bởi rất nhiều cây cối và là nơi tuyệt vời để nghỉ mát mùa hè. Ngôi nhà có chiều dài và chiều rộng đều là  $6,8\text{ m}$ , chiều cao là  $2,72\text{ m}$ . Khi xây dựng ngôi nhà, người chủ đã tính toán số viên gạch nâu hình hộp chữ nhật cần ốp tường; biết hàng trên ít hơn hàng dưới 1 viên, hàng trên cùng là 1 viên, kích thước viên gạch nâu hình hộp chữ nhật là  $0,2\text{ m} - 0,08\text{ m} - 1\text{ m}$ . Hãy dự tính số viên gạch nâu ốp tường cả bốn mặt của ngôi nhà.



**Lời giải**

Một bức tường có  $2,72:0,08 = 34$  hàng gạch.

Số gạch ở mỗi hàng tạo thành một cấp số cộng với số hạng đầu  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 1$ .

Số viên gạch trên một bức tường là  $S_{34} = 34.1 + \frac{34.33}{2} \cdot 1 = 595$  viên gạch.

Vì 4 mặt đều bằng nhau nên có  $4.595 = 2380$  viên gạch người chủ dự tính đặt mua.

-----**HẾT**-----



## A // LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

## 1 Cấp số nhân

- **Định nghĩa:** Cấp số nhân là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều là tích của số hạng đứng ngay trước nó với một số không đổi  $q$ . Số  $q$  được gọi là công bội của cấp số nhân.

Cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q$  được cho bởi hệ thức truy hồi  $u_n = u_{n-1} \cdot q$  với  $n \geq 2$ .

- **Nhận xét:** Để chứng minh dãy số  $(u_n)$  gồm các số khác 0 là một cấp số nhân, hãy chứng minh tỉ số  $\frac{u_n}{u_{n-1}}$  không đổi.

## 2 Số hạng tổng quát của cấp số nhân

- **Định lý 1:** Nếu một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  thì số hạng tổng quát  $u_n$  của nó được xác định bởi công thức:  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ , ( $n \geq 2$ )

3 Tổng  $n$  số hạng đầu của cấp số nhân

- **Định lý 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q \neq 1$ . Đặt  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Khi đó:

$$S_n = \frac{u_1(1 - q^n)}{1 - q}.$$

**B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN**

**Dạng 1: Tìm công thức của một cấp số nhân**

**Phương pháp:** Sử dụng định nghĩa  $(u_n)$  là một cấp số nhân khi và chỉ khi  $u_{n+1} = u_n \cdot q, \forall n \in \mathbb{N}^*$  và  $q$  là một số không đổi. Nếu  $u_n \neq 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$  thì ta lập tỷ số  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = k$

- Nếu  $k$  là hằng số thì  $(u_n)$  là một cấp số nhân với công bội  $q = k$ .
- Nếu  $k$  phụ thuộc vào  $n$  thì  $(u_n)$  không là cấp số nhân.

**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài tập 1:** Viết năm số hạng đầu của mỗi dãy số  $(u_n)$  sau và xem nó có phải là cấp số nhân không. Nếu nó là cấp số nhân, hãy tìm công bội  $q$  và viết công thức số hạng tổng quát của nó dưới dạng  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$ .

- a)  $u_n = 5n$  b)  $u_n = 5^n$   
 c)  $u_1 = 1, u_n = n \cdot u_{n-1}$  d)  $u_1 = 1, u_n = 5u_{n-1}$

**Lời giải**

a) Năm số hạng đầu của dãy: 5;10;15;20;25

Ta có:  $10 : 5 = 2 \neq 15 : 10 = \frac{3}{2}$  suy ra  $(u_n)$  không phải cấp số nhân

b) Năm số hạng đầu của dãy: 5;25; 125; 625; 3125

Ta có  $u_n = 5^n$  nên  $u_{n+1} = 5^{n+1} \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{5^{n+1}}{5^n} = 5 (\forall n \geq 2)$ .

Do đó  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q = 5$ . Số hạng tổng quát:  $u_n = 5 \cdot 5^{n-1}$

c) Năm số hạng đầu của dãy: 1;2;6;24;120

Ta có:  $2 : 1 = 2 \neq 6 : 2 = 3$  nên  $(u_n)$  không phải là cấp số nhân

d) Năm số hạng đầu của dãy: 1;5;25;125;625

Ta có:  $u_n = 5u_{n-1}$  nên  $\frac{u_n}{u_{n-1}} = 5 (\forall n \geq 2)$

Do đó  $(u_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = 5$ . Số hạng tổng quát:  $u_n = 5^{n-1}$

**Bài tập 2:** Xét trong các dãy số số sau, dãy số nào là cấp số nhân, (nếu có) tìm công bội của cấp số nhân đó:

- a)  $u_n = (-3)^{2n+1}$  b)  $u_n = (-1)^n \cdot 5^{3n+2}$   
 c)  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$  d)  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = \frac{9}{u_n} \end{cases}$

**Lời giải**

a) Ta có  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-3)^{2n+3}}{(-3)^{2n+1}} = (-3)^2 = 9$  (không đổi) nên  $(u_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = 9$ .

b) Ta có  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot 5^{3(n+1)+2}}{(-1)^n \cdot 5^{3n+2}} = -1 \cdot 5^3 = -125$  (không đổi) nên  $(u_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = -125$ .

c) Ta có  $u_2 = u_1^2 = 4$ ,  $u_3 = u_2^2 = 16$ ,  $u_4 = u_3^2 = 256$ , suy ra  $\frac{u_2}{u_1} = \frac{4}{2} = 2$  và  $\frac{u_4}{u_3} = \frac{256}{16} = 16$

$\Rightarrow \frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_4}{u_3}$  do đó  $(u_n)$  không là cấp số nhân.

d)  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{9}{u_{n-1}} = \frac{u_{n-1}}{u_n} \Rightarrow u_{n+1} = u_{n-1}, \forall n \geq 2$ .

Do đó có:  $u_1 = u_3 = u_5 = \dots = u_{2n+1} \dots$  (1) và  $u_2 = u_4 = u_6 = \dots = u_{2n} = \dots$  (2)

Theo đề bài có  $u_1 = 3 \Rightarrow u_2 = \frac{9}{u_1} = 3$  (3)

Từ (1), (2) và (3) suy ra  $u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = u_5 = \dots = u_{2n} = u_{2n+1} \dots$ . Kết luận  $(u_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = 1$ .

**Bài tập 3:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 4u_n + 9 \end{cases}, \forall n \geq 1$ . Chứng minh rằng dãy số  $(v_n)$  xác định bởi  $v_n = u_n + 3, \forall n \geq 1$  là một cấp số nhân. Hãy xác định số hạng đầu và công bội của cấp số nhân đó.

**Lời giải**

Ta có:  $v_n = u_n + 3$  (1)  $\Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} + 3$  (2).

Theo đề  $u_{n+1} = 4u_n + 9 \Rightarrow u_{n+1} + 3 = 4(u_n + 3)$  (3).

Thay (1) và (2) vào (3) được:  $v_{n+1} = 4v_n, \forall n \geq 1 \Rightarrow \frac{v_{n+1}}{v_n} = 4$  (không đổi).

Kết luận  $(v_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = 4$  và số hạng đầu  $v_1 = u_1 + 3 = 5$ .

**Bài tập 4:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 4u_n + 9, (n \geq 1) \end{cases}$

a) Chứng minh dãy số  $(v_n)$  với  $v_n = u_n + 3, n \geq 1$  là một cấp số nhân.

b) Tìm công thức tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .

**Lời giải**

a) Ta có  $v_n = u_n + 3 \Rightarrow v_{n+1} = u_{n+1} + 3 = (4u_n + 9) + 3$  nên  $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{(4u_n + 9) + 3}{u_n + 3} = \frac{4(u_n + 3)}{u_n + 3} = 4$ .

Vậy  $(v_n)$  là cấp số nhân với số hạng đầu  $v_1 = u_1 + 3 = 2 + 3 = 5$  và công bội  $q = 4$ .

b) Do  $(v_n)$  là cấp số nhân với  $\begin{cases} v_1 = 5 \\ q = 4 \end{cases}$  nên số hạng tổng quát của  $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = 5 \cdot 4^{n-1}$ .

Suy ra công thức tổng quát của dãy số  $(u_n)$  là  $u_n = v_n - 3 = 5 \cdot 4^{n-1} - 3$ .

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A. 1; -1; 1; -1.      **B.** 1; -3; 9; 10.      C. 1; 0; 0; 0.      D. 32; 16; 8; 4.

**Lời giải**

Nếu  $(u_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q$  ta có:  $u_{n+1} = u_n \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_{n+1}}{u_n}$ .

1; -1; 1; -1 là cấp số nhân với  $q = -1$ .

-1; 3; 9; 10 không là cấp số nhân.

1; 0; 0; 0 là cấp số nhân với  $q = 0$ .

32; 16; 8; 4 là cấp số nhân với  $q = \frac{1}{2}$ .

**Câu 2:** Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

- A.** 1; -3; 9; -27; 54.      B. 1; 2; 4; 8; 16.      C. 1; -1; 1; -1; 1.      D. 1; -2; 4; -8; 16.

**Lời giải**

Dãy 1; 2; 4; 8; 16 là cấp số nhân với công bội  $q = 2$ .

Dãy 1; -1; 1; -1; 1 là cấp số nhân với công bội  $q = -1$ .

Dãy 1; -2; 4; -8; 16 là cấp số nhân với công bội  $q = -2$ .

Dãy 1; -3; 9; -27; 54 không phải là cấp số nhân vì  $-3 = 1 \cdot (-3); (-27) \cdot (-3) = 81 \neq 54$ .

**Câu 3:** Trong các dãy số sau, dãy số nào **không phải** là một cấp số nhân?

- A. 2; 4; 8; 16; ...      B. 1; -1; 1; -1; ...  
**C.**  $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \dots$       D.  $a; a^3; a^5; a^7; \dots (a \neq 0)$ .

**Lời giải**

Xét đáp án C:  $1^2; 2^2; 3^2; 4^2; \dots \longrightarrow \frac{u_2}{u_1} = 4 \neq \frac{9}{4} = \frac{u_3}{u_2}$

Các đáp án A, B, D đều là các cấp số nhân.

$a; a^3; a^5; a^7; \dots (a \neq 0) \longrightarrow$  là cấp số nhân và  $u_n = a^{2n-1} = \frac{1}{a} \cdot (a^2)^n$ .

**Câu 4:** Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 4; 8; ...      B. 3; 3<sup>2</sup>; 3<sup>3</sup>; 3<sup>4</sup>; ...  
 C. 4; 2;  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{4}$ ; ...      **D.**  $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \dots$

**Lời giải**

Các đáp án A, B, C đều là các cấp số nhân công bội lần lượt là  $u_m = u_k \cdot q^{m-k}$ .

Xét đáp án D:  $\frac{1}{\pi}; \frac{1}{\pi^2}; \frac{1}{\pi^4}; \frac{1}{\pi^6}; \dots \longrightarrow \frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{\pi} \neq \frac{1}{\pi^2} = \frac{u_3}{u_2}$

**Câu 5:** Dãy số  $u_n = 3 + 3^n$  là một cấp số nhân với:

- A. Công bội là 3 và số hạng đầu tiên là 1.
- B.** Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 1.
- C. Công bội là 4 và số hạng đầu tiên là 2.
- D. Công bội là 2 và số hạng đầu tiên là 2.

**Lời giải**

Cấp số nhân:  $1; 2; 4; 8; 16; 32; \dots \longrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ q = \frac{u_2}{u_1} = 2 \end{cases}$

**Câu 6:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = -2$  và  $q = -5$ . Viết bốn số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A. -2; 10; 50; -250.
- B.** -2; 10; -50; 250.
- C. -2; -10; -50; -250.
- D. -2; 10; 50; 250.

**Lời giải.**

$\begin{cases} u_1 = -2 \\ q = -5 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} u_1 = -2 \\ u_2 = u_1 q = 10 \\ u_3 = u_2 q = -50 \\ u_4 = u_3 q = 250 \end{cases}$

**Câu 7:** Tìm tất cả giá trị của  $x$  để ba số  $2x - 1; x; 2x + 1$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A.**  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .
- B.**  $x = \pm \frac{1}{3}$ .
- C.**  $x = \pm \sqrt{3}$ .
- D.**  $x = \pm 3$ .

**Lời giải**

Cấp số nhân  $2x - 1; x; 2x + 1 \longrightarrow (2x - 1)(2x + 1) = x^2 \Leftrightarrow 3x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 8:** Trong các dãy số cho dưới đây, dãy số nào là cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3; 4; 5.
- B. 1; 3; 6; 9; 12.
- C. 2; 4; 6; 8; 10.
- D.** 2; 2; 2; 2; 2.

**Lời giải**

Ta thấy ở đáp án D có  $u_1 = u_2 = u_3 = u_4 = u_5 = 2$  nên đây là cấp số nhân với công bội  $q = 1$ .

**Câu 9:** Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A. 1; 2; 3; 4; 5; 6; ...
- B. 2; 4; 6; 8; 16; 32; ...
- C. -2; -3; -4; -5; -6; -7; ...
- D.** 1; 2; 4; 8; 16; 32; ...

**Lời giải**

Nhận thấy  $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_3}{u_2}$  nên các dãy số ở đáp án A, B và C không phải là cấp số nhân.

Riêng đối với dãy  $1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots$  ở đáp án D thỏa mãn:  $u_{n+1} = 2.u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Vậy dãy số  $1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots$  là cấp số nhân với  $u_1 = 1$  và công bội  $q = 2$ .

**Câu 10:** Chọn cấp số nhân trong các dãy số sau:

A. 1; 0,2; 0,04; 0,0008; ...

B. 2; 22; 222; 2222; ...

C.  $x$ ;  $2x$ ;  $3x$ ;  $4x$ ; ...

D. 1;  $-x^2$ ;  $x^4$ ;  $-x^6$ ; ...

**Lời giải**

Dãy số : 1;  $-x^2$ ;  $x^4$ ;  $-x^6$ ; ... là cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 1$ ; công bội  $q = -x^2$ .

**Câu 11:** Trong các số sau, dãy số nào là một cấp số nhân:

A. 1, -3, 9, -27, 81.

B. 1, -3, -6, -9, -12.

C. 1, -2, -4, -8, -16.

D. 0, 3, 9, 27, 81.

**Lời giải**

**Câu 12:** Xác định  $x$  để 3 số  $x-2$ ;  $x+1$ ;  $3-x$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

A. Không có giá trị nào của  $x$ .

B.  $x = \pm 1$ .

C.  $x = 2$ .

D.  $x = -3$ .

**Lời giải**

Ba số  $x-2$ ;  $x+1$ ;  $3-x$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân  $\Leftrightarrow (x-2)(3-x) = (x+1)^2$   
 $\Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 7 = 0$

**Câu 13:** Xác định  $x$  để 3 số  $2x-1$ ;  $x$ ;  $2x+1$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân:

A.  $x = \pm \frac{1}{3}$ .

B.  $x = \pm \sqrt{3}$ .

C.  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

D. Không có giá trị nào của  $x$ .

**Lời giải**

Ba số:  $2x-1$ ;  $x$ ;  $2x+1$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân  $\Leftrightarrow (2x-1)(2x+1) = x^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 1 = x^2$   
 $\Leftrightarrow 3x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 14:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau, dãy nào là cấp số nhân?

A.  $u_n = n^2 + n + 1$ .

B.  $u_n = (n+2).3^n$ .

C.  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{6}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

D.  $u_n = (-4)^{2n+1}$ .

**Lời giải**

A.  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n^2 + 3n + 3}{n^2 + n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ , không phải là hằng số. Vậy  $(u_n)$  không phải là cấp số nhân.

**B.**  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+3) \cdot 3^{n+1}}{(n+2) \cdot 3^n} = \frac{3(n+3)}{n+2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ , không phải là hằng số. Vậy  $(u_n)$  không phải là cấp số nhân.

**C.** Từ công thức truy hồi của dãy số, suy ra  $u_1 = 2; u_2 = 3; u_3 = 2; u_4 = 3; \dots$

Vì  $\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$  nên  $(u_n)$  không phải là cấp số nhân.

**D.**  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-4)^{2(n+1)+1}}{(-4)^{2n+1}} = 16, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $(u_n)$  là một cấp số nhân.

**Câu 15:** Dãy số nào sau đây là cấp số nhân?

**A.**  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + 1, n \geq 1 \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} u_1 = -1 \\ u_{n+1} = -3u_n, n \geq 1 \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3, n \geq 1 \end{cases}$

**D.**  $\begin{cases} u_1 = \frac{\pi}{2} \\ u_n = \sin\left(\frac{\pi}{n-1}\right), n \geq 1 \end{cases}$

**Lời giải**

$(u_n)$  là cấp số nhân  $\Leftrightarrow u_{n+1} = qu_n$

**Câu 16:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  $(u_n)$  không phải là cấp số nhân.

**B.**  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q = 5$  và số hạng đầu  $u_1 = \frac{3}{2}$ .

**C.**  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q = 5$  và số hạng đầu  $u_1 = \frac{15}{2}$ .

**D.**  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q = \frac{5}{2}$  và số hạng đầu  $u_1 = 3$ .

**Lời giải**

$u_n = \frac{3}{2} \cdot 5^n$  là cấp số nhân công bội  $q = 5$  và  $u_1 = \frac{15}{2}$

**Câu 17:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

**A.**  $u_n = \frac{1}{3^{n-2}}$

**B.**  $u_n = \frac{1}{3^n} - 1$

**C.**  $u_n = n + \frac{1}{3}$

**D.**  $u_n = n^2 - \frac{1}{3}$

**Lời giải**

Dãy  $u_n = \frac{1}{3^{n-2}} = 9 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$  là cấp số nhân có  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$

**Câu 18:** Trong các dãy số  $(u_n)$  cho bởi số hạng tổng quát  $u_n$  sau, dãy số nào là một cấp số nhân?

- A.  $u_n = 7 - 3n$ .      B.  $u_n = 7 - 3^n$ .      C.  $u_n = \frac{7}{3n}$ .      D.  $u_n = 7 \cdot 3^n$ .

**Lời giải.**

Dãy  $u_n = 7 \cdot 3^n$  là cấp số nhân có  $\begin{cases} u_1 = 21 \\ q = 3 \end{cases}$

**Câu 19:** Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân với  $u_n \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$ . Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A.  $u_1; u_3; u_5; \dots$       B.  $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$   
 C.  $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$       D.  $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$

**Lời giải**

Giả sử  $(u_n)$  là cấp số nhân công bội  $q$ , thì

Dãy  $u_1; u_3; u_5; \dots$  là cấp số nhân công bội  $q^2$ .

Dãy  $3u_1; 3u_2; 3u_3; \dots$  là cấp số nhân công bội  $2q$ .

Dãy  $\frac{1}{u_1}; \frac{1}{u_2}; \frac{1}{u_3}; \dots$  là cấp số nhân công bội  $\frac{1}{q}$ .

Dãy  $u_1 + 2; u_2 + 2; u_3 + 2; \dots$  không phải là cấp số nhân.

**Câu 20:** Trong các dãy số  $(u_n)$  sau đây, dãy số nào là cấp số nhân?

- A.  $u_n = 3n$ .      B.  $u_n = 2^n$ .      C.  $u_n = \frac{1}{n}$ .      D.  $u_n = 2^n + 1$ .

**Lời giải**

Ta thấy, với  $\forall n \geq 2, n \in \mathbb{N}$  dãy số  $(u_n) = 2^n$  có tính chất:  $\frac{u_n}{u_{n-1}} = \frac{2^n}{2^{n-1}} = 2$  nên là cấp số nhân với công bội  $q = 2, u_1 = 2$ .

**Câu 21:**  $u_n$  được cho bởi công thức nào dưới đây là số hạng tổng quát của một cấp số nhân?

- A.  $u_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ .      B.  $u_n = n^2 - \frac{1}{2}$ .      C.  $u_n = \frac{1}{2^n} - 1$ .      D.  $u_n = n^2 + \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$u_n = \frac{1}{2^{n+1}} = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$  là số hạng tổng quát của một cấp số nhân có  $u_1 = \frac{1}{4}$  và  $q = \frac{1}{2}$ .

$u_n = n^2 - \frac{1}{2}$  có  $u_1 = \frac{1}{2}; u_2 = \frac{7}{2} = \frac{1}{2} \cdot 7; u_3 = \frac{17}{2} \neq \frac{1}{2} \cdot 7$  nên không phải số hạng tổng quát của một cấp số nhân.



$u_n = \frac{1}{2^n} - 1$  có  $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{3}{4} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}; u_3 = -\frac{7}{8} \neq -\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{2}$  nên không phải số hạng tổng quát của một cấp số nhân.

$u_n = n^2 + \frac{1}{2}$  có  $u_1 = \frac{3}{2}; u_2 = \frac{9}{2} = \frac{3}{2} \cdot 3; u_3 = \frac{19}{2} \neq \frac{9}{2} \cdot 3$  nên không phải số hạng tổng quát của một cấp số nhân.

**Câu 22:** Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số nhân?

- A.  $u_n = (-1)^n n$ .      B.  $u_n = n^2$ .      C.  $u_n = 2^n$ .      D.  $u_n = \frac{n}{3^n}$ .

**Lời giải**

Lập tỉ số  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

A:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-1)^{n+1} \cdot (n+1)}{(-1)^n \cdot n} = -\frac{n+1}{n} \Rightarrow (u_n)$  không phải cấp số nhân.

B:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2}{n^2} \Rightarrow (u_n)$  không phải là cấp số nhân.

C:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = 2 \Rightarrow u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow (u_n)$  là cấp số nhân có công bội bằng 2.

D:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{n+1}{3n} \Rightarrow (u_n)$  không phải là cấp số nhân.

**Câu 23:** Cho dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát là  $u_n = 3 \cdot 2^{n+1}$  ( $\forall n \in \mathbb{N}^*$ ). Chọn kết luận đúng:

- A. Dãy số là cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 12$ .  
 B. Dãy số là cấp số cộng có công sai  $d = 2$ .  
 C. Dãy số là cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 6$ .  
 D. Dãy số là cấp số nhân có công bội  $q = 3$ .

**Lời giải**

Dãy số  $(u_n)$  có số hạng tổng quát là  $u_n = 3 \cdot 2^{n+1}$  ( $\forall n \in \mathbb{N}^*$ )  $\Rightarrow u_{n+1} = 3 \cdot 2^{n+2}$ .

Xét thương  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3 \cdot 2^{n+2}}{3 \cdot 2^{n+1}} = 2 = const$  với  $\forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân có công

bội  $q = 2$  và có số hạng đầu là  $u_1 = 3 \cdot 2^{1+1} = 12$ .

**Câu 24:** Dãy nào sau đây là một cấp số nhân?

- A. 1, 2, 3, 4, ...      B. 1, 3, 5, 7, ...      C. 2, 4, 8, 16, ...      D. 2, 4, 6, 8, ...

**Lời giải**

Ta có: 2, 4, 8, 16, ... là cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 2$ .

**Câu 25:** Cho dãy số:  $-1; \frac{1}{3}; -\frac{1}{9}; \frac{1}{27}; -\frac{1}{81}$ . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Dãy số không phải là một cấp số nhân.

B. Dãy số này là cấp số nhân có  $u_1 = -1$ ;  $q = -\frac{1}{3}$ .

C. Số hạng tổng quát.  $u_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$

D. Là dãy số không tăng, không giảm.

**Lời giải**

Ta có:  $\frac{1}{3} = -1 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$ ;  $-\frac{1}{9} = -\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$ ;  $\frac{1}{27} = -\frac{1}{9} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$ ;..... Vậy dãy số trên là cấp số nhân với

$$u_1 = -1; q = -\frac{1}{3}.$$

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có  $u_n = u_1 q^{n-1} = -1 \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} = (-1)^n \cdot \frac{1}{3^{n-1}}$ .

**Câu 26:** Tập hợp các giá trị  $x$  thỏa mãn  $x, 2x, x + 3$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân là

- A.  $\{0;1\}$ .                      B.  $\emptyset$ .                      C.  $\{1\}$ .                      D.  $\{0\}$

**Lời giải**

Gọi  $q$  là công bội của cấp số nhân.

Ta có

$$\begin{cases} 2x = x.q \\ x + 3 = 2x.q \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = x.q \\ x + 3 = 2.2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

Tập hợp các giá trị  $x$  thỏa mãn  $x, 2x, x + 3$  theo thứ tự lập thành một cấp số nhân là  $\{1\}$ .

**Câu 27:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $x$  để ba số  $1; x; x + 2$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân?

- A. 2.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 0.

**Lời giải**

Để  $1; x; x + 2$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân thì:  $x^2 = 1 \cdot (x + 2) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$ .

Vậy có đúng 1 số nguyên dương  $x = 2$ .

**Câu 28:** Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để ba số  $2x - 1, x, 2x + 1$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

- A.  $x = \pm \frac{1}{3}$                       B.  $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$                       C.  $x = \pm \sqrt{3}$                       D.  $x = \pm 3$

**Lời giải**

Để ba số đó lập thành một cấp số nhân thì:

$$x^2 = (2x - 1)(2x + 1) \Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 1 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

**Câu 29:** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là sai?

- A. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số nhân.  
 B. Dãy số có tất cả các số hạng bằng nhau là một cấp số cộng.  
 C. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số tăng.  
 D. Một cấp số cộng có công sai dương là một dãy số dương.

**Lời giải**

- A. Đúng vì dãy số đã cho là cấp số nhân với công bội  $q = 1$ .
- B. Đúng vì dãy số đã cho là cấp số cộng với công sai  $d = 0$ .
- C. Đúng vì dãy số đã cho là cấp số cộng có công sai dương nên:  $u_{n+1} - u_n = d > 0 \Rightarrow u_{n+1} > u_n$ .
- D. Sai. Ví dụ dãy  $-5; -2; 1; 3; \dots$  là dãy số có  $d = 3 > 0$  nhưng không phải là dãy số dương.

**Câu 30:** Xác định  $x$  dương để  $2x - 3; x; 2x + 3$  lập thành cấp số nhân.

- A.  $x = 3$ .
- B.  $x = \sqrt{3}$ .
- C.  $x = \pm\sqrt{3}$ .
- D. không có giá trị nào của  $x$ .

**Lời giải**

$$2x - 3; x; 2x + 3 \text{ lập thành cấp số nhân} \Leftrightarrow x^2 = (2x - 3)(2x + 3) \Leftrightarrow x^2 = 4x^2 - 9 \Leftrightarrow x^2 = 3$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}. \text{ Vì } x \text{ dương nên } x = \sqrt{3}.$$

**Câu 31:** Giả sử  $\frac{\sin \alpha}{6}, \cos \alpha, \tan \alpha$  theo thứ tự đó là một cấp số nhân. Tính  $\cos 2\alpha$ .

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- B.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- C.  $\frac{1}{2}$ .
- D.  $-\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $\cos \alpha \neq 0 \Leftrightarrow \alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ .

Theo tính chất của cấp số nhân, ta có:  $\cos^2 \alpha = \frac{\sin \alpha}{6} \cdot \tan \alpha \Leftrightarrow 6\cos^2 \alpha = \frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha}$ .

$$\Leftrightarrow 6\cos^3 \alpha - \sin^2 \alpha = 0 \Leftrightarrow 6\cos^3 \alpha + \cos^2 \alpha - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2}.$$

Ta có:  $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = -\frac{1}{2}$ .

**Câu 32:** Cho dãy số có các số hạng đầu là  $\frac{1}{3}; \frac{1}{3^2}; \frac{1}{3^3}; \frac{1}{3^4}; \dots$  Số hạng tổng quát của dãy số này là

- A.  $\frac{1}{3^{n-1}}$
- B.  $\frac{1}{3^{n+2}}$
- C.  $\frac{1}{3^n}$
- D.  $\frac{1}{3^{n+1}}$

**Lời giải**

Ta có:  $u_1 = \frac{1}{3} = \frac{1}{3^1}; u_2 = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3^2}; u_3 = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{3^3} \dots$

Vậy  $u_n = \frac{1}{3^n}$ .

**Câu 33:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = 2$ . Số hạng tổng quát  $u_n \quad (n \geq 2)$  bằng

- A.  $3 \cdot 2^n$ .
- B.  $3 \cdot 2^{n+2}$ .
- C.  $3 \cdot 2^{n+1}$ .
- D.  $3 \cdot 2^{n-1}$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 2^{n-1}$ .

**Câu 34:** Cho dãy số  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tìm số hạng tổng quát của dãy số  $(u_n)$ .

**A.**  $u_n = 3^n$ .

**B.**  $u_n = n^{n+1}$ .

**C.**  $u_n = 3^{n+1}$ .

**D.**  $u_n = 3^{n-1}$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_1 = 3$  và  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = 3$

Suy ra dãy số  $(u_n)$  là cấp số nhân với  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ q = 3 \end{cases}$

Do đó  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$

**Câu 35:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} 3u_1 = \sqrt{3u_1 - u_2} + u_2 + 6 \\ u_{n+1} = 2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $n$  để  $u_n \geq 2^{2021}$ .

**A.** 2021.

**B.** 1012.

**C.** 2022.

**D.** 1011.

**Lời giải**

Ta có:  $u_{n+1} = 2u_n \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$  nên dãy  $(u_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = 2$ .

$\Rightarrow u_2 = 2u_1$ .

Mà  $3u_1 = \sqrt{3u_1 - u_2} + u_2 + 6 \Leftrightarrow 3u_1 - u_2 - \sqrt{3u_1 - u_2} - 6 = 0$

$\Leftrightarrow (\sqrt{3u_1 - u_2})^2 - \sqrt{3u_1 - u_2} - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3u_1 - u_2} = 2(N) \\ \sqrt{3u_1 - u_2} = -3(L) \end{cases} \Leftrightarrow 3u_1 - u_2 = 4$ .

Từ và ta có:  $\begin{cases} u_2 = 2u_1 \\ 3u_1 - u_2 = 4 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 4$

$\Rightarrow (u_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = 2, u_1 = 4$ . Nên số hạng tổng quát là:

$u_n = 2 \cdot 4^{n-1} = 2 \cdot 2^{2(n-1)} = 2^{2n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

$u_n \geq 2^{2021} \Leftrightarrow 2^{2n-1} \geq 2^{2021} \Leftrightarrow 2n-1 \geq 2021 \Leftrightarrow n \geq 1011$ .

Vậy giá trị nhỏ nhất thỏa mãn là 1011.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho các dãy số sau đây:  $u_n = (\sqrt{5})^{2n-3}$ ;  $v_n = \frac{2}{n}$ ;  $w_n = \frac{3^{n+1}}{2^n}$  và dãy số hữu hạn gồm các số hạng:

$16; 4; 1; \frac{1}{4}; \frac{1}{16}; \frac{1}{64}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a)  $(u_n)$  là một cấp số nhân công bội  $q = 5$ .

b)  $(v_n)$  không phải là một cấp số nhân

c)  $(w_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $w = \frac{9}{2}$

d) Dãy số hữu hạn đã cho theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng  $\frac{1}{8}$ .

**Lời giải**

a) Đúng: Ta có:  $u_{n+1} = (\sqrt{5})^{2(n+1)-3} = (\sqrt{5})^{2n-1} \Rightarrow \frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(\sqrt{5})^{2n-1}}{(\sqrt{5})^{2n-3}} = (\sqrt{5})^2 = 5, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Do đó  $(u_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}$  với công bội  $q = 5$ .

b) Đúng: Ta có:  $v_{n+1} = \frac{2}{n+1} \Rightarrow \frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{n}{n+1}$  (tỉ số này còn phụ thuộc vào  $n$ ).

Do đó  $(v_n)$  không phải là một cấp số nhân.

c) Đúng: Ta có:  $w_{n+1} = \frac{3^{n+2}}{2^{n+1}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3^{n+1}}{2^n} \Rightarrow \frac{w_{n+1}}{w_n} = \frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{3^{n+1}}{2^n}}{\frac{3^{n+1}}{2^n}} = \frac{3}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ .

Do đó  $(w_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $w_1 = \frac{3^2}{2^1} = \frac{9}{2}$  với công bội  $q = \frac{3}{2}$ .

d) Sai: Đặt  $u_1 = 16; u_2 = 4; u_3 = 1; u_4 = \frac{1}{4}; u_5 = \frac{1}{16}; u_6 = \frac{1}{64}$ .

Ta có:  $u_2 = u_1 \cdot \frac{1}{4}; u_3 = u_2 \cdot \frac{1}{4}; u_4 = u_3 \cdot \frac{1}{4}; u_5 = u_4 \cdot \frac{1}{4}; u_6 = u_5 \cdot \frac{1}{4}$ .

Vì vậy dãy số hữu hạn đã cho theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội bằng  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 2:** Xác định tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Dãy số  $(u_n)$  với  $u_n = (-7)^n \cdot 5^{3n-1}$  là cấp số nhân với công bội  $q = -875$ .

b) Dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = -5u_n \end{cases}$  là cấp số nhân với công bội  $q = -4$ .

c) Dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = u_n^2 \end{cases}$  không là cấp số nhân.

d) Dãy số  $(u_n)$  với  $-\frac{1}{8}; -\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}; 1$  không là cấp số nhân.

**Lời giải**

a) Đúng: Ta có:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(-7)^{n+1} \cdot 5^{3(n+1)-1}}{(-7)^n \cdot 5^{3n-1}} = \frac{(-7) \cdot 5^2}{5^{-1}} = -7 \cdot 5^3 = -875$  không đổi.

Vậy  $(u_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = -875$ .

b) Sai: Ta có:  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = -5u_n \end{cases}$ . Khi đó  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{-5u_n}{u_n} = -5$

Vậy  $(u_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = -5$ .

c) Đúng: Ta có:  $u_2 = u_1^2 = 2^2 = 4; u_3 = u_2^2 = 4^2 = 16; u_4 = u_3^2 = 16^2 = 256$

Khi đó:  $\frac{u_2}{u_1} = \frac{4}{2} = 2; \frac{u_4}{u_3} = \frac{256}{16} = 16$

Nhận thấy:  $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_4}{u_3}$  ( $2 \neq 16$ )

Vậy  $(u_n)$  không là cấp số nhân.

d) Đúng: Ta có:  $\frac{u_2}{u_1} = \left(-\frac{1}{4}\right); \frac{u_4}{u_3} = 1; \left(-\frac{1}{8}\right) = 2; \frac{u_4}{u_3} = 1; \left(-\frac{1}{2}\right) = -2$

Nhận thấy:  $\frac{u_2}{u_1} \neq \frac{u_4}{u_3}$  ( $2 \neq -2$ )

Vậy  $(u_n)$  không là cấp số nhân.

**Câu 3:** Cho tứ giác  $ABCD$  có bốn góc tạo thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số đo góc nhỏ nhất bằng  $24^\circ$
- b) Số đo góc lớn nhất bằng  $196^\circ$
- c) Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng  $220^\circ$
- d) Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng  $168^\circ$

**Lời giải**

Đặt  $u_1; u_2; u_3; u_4$  theo thứ tự là số đo bốn góc của tứ giác  $ABCD$ , gọi  $q$  là công bội của cấp số nhân  $u_1; u_2; u_3; u_4 \Rightarrow q = 2$ .

Ta có:  $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 360^\circ \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1-q^4}{1-q} = 360^\circ \\ q = 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot \frac{1-2^4}{1-2} = 360^\circ \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 24^\circ \\ q = 2 \end{cases}$

Vậy số đo bốn góc của tứ giác  $ABCD$  là:  $24^\circ; 48^\circ; 96^\circ; 192^\circ$ .

- a) Đúng: Số đo góc nhỏ nhất bằng  $24^\circ$
- b) Sai: Số đo góc lớn nhất bằng  $192^\circ$

- c) Sai: Tổng số đo góc lớn nhất với góc nhỏ nhất bằng  $216^\circ$   
 d) Đúng: Số đo góc lớn nhất trừ cho số đo góc nhỏ nhất bằng  $168^\circ$

**Câu 4:** Cho các dãy số  $a_n = n^2 + n + 1$ ;  $b_n = (n + 2) \cdot 3^n$ ;  $\begin{cases} c_1 = 2 \\ c_{n+1} = \frac{6}{c_n} \end{cases}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ ;  $d_n = (-4)^{2n+1}$ . Xét tính đúng

sai của các khẳng định sau:

- a)  $(a_n)$  không phải là cấp số nhân  
 b)  $(b_n)$  không phải là cấp số nhân  
 c)  $(c_n)$  là một cấp số nhân  
 d)  $(d_n)$  là một cấp số nhân

**Lời giải**

a) Đúng:  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{n^2 + 3n + 3}{n^2 + n + 1}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ , không phải là hằng số nên  $(a_n)$  không phải là cấp số nhân.

b) Đúng:  $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{(n + 3) \cdot 3^{n+1}}{(n + 2) \cdot 3^n} = \frac{3(n + 3)}{n + 2}, \forall n \in \mathbb{N}^*$ , không phải là hằng số nên  $(b_n)$  không phải là cấp số nhân.

c) Sai: Từ công thức truy hồi của dãy số, suy ra  $c_1 = 2; c_2 = 3; c_3 = 2; c_4 = 3; \dots$

Vì  $\frac{c_3}{c_2} \neq \frac{c_2}{c_1}$  nên  $(c_n)$  không phải là cấp số nhân.

d) Đúng:  $\frac{d_{n+1}}{d_n} = \frac{(-4)^{2(n+1)+1}}{(-4)^{2n+1}} = 16, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Vậy  $(d_n)$  là một cấp số nhân công bội  $q = 16$ .

**Câu 5:** Aladin nhặt được cây đèn thần, chàng miết tay vào cây đèn và gọi Thần đèn ra. Thần đèn cho chàng 3 điều ước. Aladin ước 2 điều đầu tiên tùy thích, nhưng điều ước thứ 3 của chàng là: "Ước gì ngày mai tôi lại nhặt được cây đèn và Thần cho tôi số điều ước gấp đôi số điều ước ngày hôm nay". Thần đèn chấp thuận và mỗi ngày Aladin đều thực hiện theo quy tắc như trên: ước hết các điều đầu tiên và luôn chừa lại điều ước cuối cùng để kéo dài thỏa thuận với thần đèn cho ngày hôm sau. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Ngày thứ hai Aladin ước 6 điều.  
 b) Ngày thứ ba Aladin ước 12 điều.  
 c) Ngày thứ tư Aladin ước 48 điều.  
 d) Sau 10 ngày gặp Thần đèn, Aladin ước tất cả 3269 điều ước

**Lời giải**

a) Đúng: Ngày thứ nhất Aladin ước 3 điều.

Ngày thứ hai Aladin ước  $2 \cdot 3$  điều.

b) Đúng: Ngày thứ ba Aladin ước  $2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$  điều.

c) Sai: Ngày thứ tư Aladin ước  $2 \cdot 2^2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$  điều.

Ngày thứ 10 Aladin ước  $2^9 \cdot 3$  điều.

d) Sai: Vậy sau 10 ngày Aladin đã ước:  $3(1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9) = 3\left(\frac{1-2^{10}}{1-2}\right) = 3069$  điều.

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

**Câu 1:** Một cấp số nhân có hai số hạng liên tiếp là 16 và 36. Số hạng tiếp theo là:

#### Lời giải

Ta có cấp số nhân  $(u_n)$  có:

$$\begin{cases} u_k = 16 \\ u_{k+1} = 36 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{u_{k+1}}{u_k} = \frac{9}{4} \longrightarrow u_{k+2} = u_{k+1}q = 81$$

**Câu 2:** Tìm  $x$  để các số 2; 8;  $x$ ; 128 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

#### Lời giải

Cấp số nhân 2; 8;  $x$ ; 128 theo thứ tự đó sẽ là  $u_1; u_2; u_3; u_4$ , ta có

$$\begin{cases} \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} \\ \frac{u_3}{u_2} = \frac{u_4}{u_3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8}{2} = \frac{x}{8} \\ \frac{128}{x} = \frac{x}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ x^2 = 1024 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 32 \\ \begin{cases} x = 32 \\ x = -32 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 32$$

**Câu 3:** Tìm  $x$  để ba số  $1+x$ ;  $9+x$ ;  $33+x$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân.

#### Lời giải

Cấp số nhân  $1+x$ ;  $9+x$ ;  $33+x \longrightarrow (1+x)(33+x) = (9+x)^2 \Leftrightarrow x = 3$ .

**Câu 4:** Ba số hạng đầu của một cấp số nhân là  $x-6$ ;  $x$  và  $y$ . Tìm  $y$ , biết rằng công bội của cấp số nhân là 6.

#### Lời giải

Cấp số nhân  $x-6$ ;  $x$  và  $y$  có công bội  $q = 6$  nên ta có

$$\begin{cases} u_1 = x-6, q = 6 \\ x = u_2 = u_1q = 6(x-6) \\ y = u_3 = u_2q^2 = 36x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{36}{5} \\ y = 36 \cdot \frac{36}{5} = \frac{1296}{5} \approx 259 \end{cases}$$

**Câu 5:** Một cấp số nhân có 6 số hạng, số hạng đầu bằng 2 và số hạng thứ sáu bằng 486. Tìm công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho.



**Lời giải**

Theo giả thiết ta có:  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_6 = 486 \end{cases} \longrightarrow 486 = u_6 = u_1 q^5 = 2q^5 \Leftrightarrow q^5 = 243 \Leftrightarrow q = 3.$

**Câu 6:** Một công ty xây dựng mua một chiếc máy ủi với giá 3 tỉ đồng. Cứ sau mỗi năm sử dụng, giá trị của chiếc máy ủi này lại giảm 20% so với giá trị của nó trong năm liền trước đó. Tìm giá trị còn lại của chiếc máy ủi đó sau 5 năm sử dụng.

**Lời giải**

Giá trị của chiếc máy ủi mỗi năm lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu bằng 3 và công bội  $q = 0,8$

Giá trị của chiếc máy ủi sau 5 năm sử dụng là:  $u_5 = 3 \times 0,8^{5-1} = 0,1875$  (tỷ đồng)

**Câu 7:** Tỷ lệ tăng dân số của tỉnh X là 1,4%. Biết rằng dân số tỉnh X hiện nay là 1,8 triệu người. Hỏi với mức tăng như vậy thì sau 10 năm nữa dân số tỉnh X là bao nhiêu?

**Lời giải**

Theo giả thiết, ta thấy tỷ lệ tăng dân số hàng năm của tỉnh X là một cấp số nhân  $(u_n)$  với số hạng đầu  $u_1 = 1,8 \cdot 10^6$  và công bội  $q = 1 + \frac{1,4}{100} = 1,014$ .

Do đó, dân số của tỉnh X sau 10 năm là:  $u_{11} = u_1 \cdot q^{10} = 1,8 \cdot 10^6 (1,014)^{10} \approx 2068483$  người.

-----HẾT-----

**Dạng 2: Xác định số hạng và công bội của cấp số nhân**

**Phương pháp:** Dựa vào giả thiết, ta lập một hệ phương trình chứa công bội  $q$  và số hạng đầu  $u_1$ , giải hệ phương trình này tìm được  $q$  và  $u_1$ .

- Để xác định số hạng thứ  $k$ , ta sử dụng công thức:  $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$ .

**BÀI TẬP TỰ LUẬN**

**Bài tập 1:** Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết:

$$\text{a) } \begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases}$$

**Lời giải**

$$\text{a) } \begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q^4 = 51 \\ u_1q + u_1q^5 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q^4) = 51 \quad (*) \\ u_1q(1 + q^4) = 102 \quad (**)$$

$$\text{Lấy } \frac{(**)}{(*)} \Leftrightarrow \frac{u_1q(1 + q^4)}{u_1(1 + q^4)} = \frac{102}{51} \Leftrightarrow q = 2 \Rightarrow u_1 = \frac{51}{1 + 2^4} = \frac{51}{17} = 3.$$

Kết luận có công bội  $q = 2$  và số hạng đầu tiên  $u_1 = 3$ .

$$\text{b) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q + u_1q^2 = 135 \\ u_1q^3 + u_1q^4 + u_1q^5 = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 135 \quad (*) \\ u_1q^3(1 + q + q^2) = 40 \quad (**)$$

$$\text{Lấy } \frac{(**)}{(*)} \Leftrightarrow \frac{u_1q^3(1 + q + q^2)}{u_1(1 + q + q^2)} = \frac{40}{135} \Leftrightarrow q^3 = \frac{8}{27} \Leftrightarrow q = \frac{2}{3} \Rightarrow u_1 = \frac{135}{1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9}} = \frac{1215}{19}.$$

Kết luận có công bội  $q = \frac{2}{3}$  và số hạng đầu tiên  $u_1 = \frac{1215}{19}$ .

**Bài tập 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có các số hạng thỏa mãn:  $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$

- Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân.
- Số 12288 là số hạng thứ mấy?

**Lời giải**

$$\text{a) Ta có } \begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q^4 = 51 \\ u_1q + u_1q^5 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q^4) = 51 \quad (*) \\ u_1q(1 + q^4) = 102 \quad (**)$$

$$\text{Lấy } \frac{(**)}{(*)} \Leftrightarrow \frac{u_1q(1 + q^4)}{u_1(1 + q^4)} = \frac{102}{51} \Leftrightarrow q = 2 \Rightarrow u_1 = 3.$$

$$\text{c) Ta có: } u_k = 12288 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{k-1} = 12288 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^{k-1} = 12288 \Leftrightarrow 2^{k-1} = 4096 = 2^{12} \Rightarrow k - 1 = 12 \Leftrightarrow k = 13.$$

**Bài tập 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ . Tìm  $u_1$  và  $q$  biết rằng:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = \frac{35}{2} \\ u_1 u_5 = 25 \\ u_i > 0 (i = 1, \dots, 5) \end{cases} & \text{b)} & \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325. \end{cases} & \text{c)} & \begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = -42 \\ u_3 + u_5 = 20 \end{cases} \\ \text{d)} & u_1 + u_6 = 165; u_3 + u_4 = 60. & \text{e)} & \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85. \end{cases} & \text{f)} & \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 351 \end{cases} \\ \text{g)} & \begin{cases} 8u_2 + 5\sqrt{5}u_5 = 0 \\ u_1^3 + u_3^3 = 189 \end{cases} & \text{h)} & \begin{cases} u_1 u_2 u_3 = 1728 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 63 \end{cases} & \text{i)} & \begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1^2 + u_3^2 = 5 \end{cases} \\ \text{k)} & \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 7 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 21 \end{cases} \end{aligned}$$

**Lời giải**

$$\text{a)} \begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = \frac{35}{2} \\ u_1 u_5 = 25 \\ u_i > 0 (i = 1, \dots, 5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 + u_1 \cdot q^3 = \frac{35}{2} \quad (1) \\ u_1 \cdot u_1 \cdot q^4 = 25 \quad (2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow (u_1 \cdot q^2) = 5^2 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^2 = 5 \Rightarrow u_1 = \frac{5}{q^2} \text{ thay vào (1) được:}$$

$$\frac{5}{q^2}(q + q^2 + q^3) = \frac{35}{2} \Leftrightarrow 2(1 + q + q^2) = 79 \Leftrightarrow 2q^2 - 5q + 2 = 0 \Leftrightarrow q = 2 \vee q = \frac{1}{2}.$$

$$\text{Với } q = 2 \Rightarrow u_1 = \frac{5}{4}; \text{ với } q = \frac{1}{2} \Rightarrow u_1 = 20.$$

$$\text{b)} \begin{cases} u_1 - u_3 + u_5 = 65 \\ u_1 + u_7 = 325. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - u_1 q^2 + u_1 q^4 = 65 \\ u_1 + u_1 q^6 = 325. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 - q^2 + q^4) = 65 \quad (1) \\ u_1(1 + q^6) = 325 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{Lấy: } \frac{(2)}{(1)} \Leftrightarrow \frac{1 + q^6}{1 - q^2 + q^4} = \frac{325}{65} \Leftrightarrow \frac{(1 + q^2)(1 - q^2 + q^4)}{1 - q^2 + q^4} = 5 \left( \text{vì } 1 + q^6 = 1 + (q^2)^3 \right)$$

$$\Leftrightarrow 1 + q^2 = 5 \Leftrightarrow q^2 = 4 \Leftrightarrow q = \pm 2.$$

$$\text{Với } q = 2 \Rightarrow u_1 = \frac{65}{1 - 2^2 + 2^4} = 5; \text{ với } q = -2 \Rightarrow u_1 = \frac{65}{1 - (-2)^2 + (-2)^4} = 5.$$

$$\text{c)} \begin{cases} u_2 + u_4 + u_6 = -42 \\ u_3 + u_5 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^3 + u_1 \cdot q^5 = -42. \\ u_1 \cdot q^2 + u_1 \cdot q^4 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q(1 + q^2 + q^4) = -42 \quad (1) \\ u_1 \cdot q(1 + q^2) = 20 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{Lấy: } \frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \frac{1+q^2+q^4}{q(1+q^2)} = -\frac{21}{10} \Leftrightarrow 10+10q^2+10q^4 = -21q-21q^3$$

$$\Leftrightarrow 10q^4+21q^3+10q^2+21q+10=0 \Leftrightarrow 10q^2+21q+10+\frac{21}{q}+\frac{10}{q^2}=10$$

$$\Leftrightarrow 10\left(q^2+\frac{1}{q^2}\right)+21\left(1+\frac{1}{q}\right)+10=0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt: } t = q + \frac{1}{q} \Rightarrow t^2 = \left(q + \frac{1}{q}\right)^2 \Leftrightarrow q^2 + \frac{1}{q^2} = t^2 - 2. \text{ Điều kiện } |t| \geq 2$$

$$(*) \Leftrightarrow 10(t^2 - 2) + 21t + 10 = 0 \Leftrightarrow 10t^2 + 21t - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{5}{2} \text{ (loại)} \\ t = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow q + \frac{1}{q} = -\frac{5}{2} \Leftrightarrow 2q^2 + 5q + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = -\frac{1}{2} \\ q = -2 \end{cases}$$

$$\text{Nếu } q = -\frac{1}{2} \Rightarrow u_1 = \frac{20}{q^2 + q^4} = \frac{20}{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4} = 64$$

$$\text{Nếu } q = -2 \Rightarrow u_1 = \frac{20}{q^2 + q^4} = \frac{20}{2^2 + 2^4} = 1.$$

$$\text{d) } u_1 + u_6 = 165; u_3 + u_4 = 60 \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q^5 = 165 \\ u_1q^2 + u_1q^3 = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q^5) = 165 \quad (1) \\ u_1q^2(1+q) = 60 \quad (2) \end{cases}$$

$$\text{Lấy } \frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \frac{1+q^5}{q^2(1+q)} = \frac{11}{4} \Leftrightarrow \frac{(1+q)(1-q+q^2-q^3+q^4)}{q^2(1+q)} = \frac{11}{4}$$

$$\Leftrightarrow 4(1-q+q^2-q^3+q^4) = 11q^2 \Leftrightarrow 4q^4 - 4q^3 - 7q^2 - 4q + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4q^4}{q^2} - \frac{4q^3}{q^2} - \frac{7q^2}{q^2} - \frac{4q}{q^2} + \frac{4}{q^2} = 0 \Leftrightarrow 4\left(q^2 + \frac{1}{q^2}\right) - 4\left(q + \frac{1}{q}\right) - 7 = 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt: } t = q + \frac{1}{q} \Rightarrow t^2 = \left(q + \frac{1}{q}\right)^2 \Rightarrow q^2 + \frac{1}{q^2} = t^2 - 2. \text{ Điều kiện: } |t| \geq 2.$$

$$(*) \Leftrightarrow 4(t^2 - 2) - 4t - 7 = 0 \Leftrightarrow 4t^2 - 4t - 15 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{5}{2} \\ t = -\frac{3}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = \frac{5}{2} \Leftrightarrow q + \frac{1}{q} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2q^2 - 5q + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } q = 2 \Rightarrow u_1 = \frac{165}{1+q^5} = \frac{165}{1^2+2^5} = 5; \text{ với } q = \frac{1}{2} \Rightarrow u_1 = \frac{165}{1+q^2} = \frac{165}{1+\left(\frac{1}{2}\right)^5} = 160.$$

$$\text{e) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = 15 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 85. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q + u_1q^2 + u_1q^3 = 15 \\ u_1^2 + u_1^2q^2 + u_1^2q^4 + u_1^2q^6 = 85. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2+q^3) = 15 \\ u_1^2(1+q^2+q^4+q^6) = 85. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1^2(1+q+q^2+q^3)^2 = 15^2 & (1) \\ u_1^2(1+q^2+q^4+q^6) = 85 & (2). \end{cases}$$

$$\text{Lấy } \frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \frac{(1+q+q^2+q^3)^2}{1+q^2+q^4+q^6} = \frac{45}{17} \Leftrightarrow \frac{[(1+q)+q^2(1+q)]^2}{(1+q^2)+q^4(1+q^2)} = \frac{45}{17}$$

$$\Leftrightarrow \frac{[(1+q)(1+q^2)]^2}{(1+q^2)+(1+q^4)} = \frac{45}{17} \Leftrightarrow \frac{(1+q)^2(1+q^2)}{1+q^4} = \frac{45}{17} \Leftrightarrow \frac{(1+2q+q^2)(1+q^2)}{1+q^4} = \frac{45}{17}$$

$$\Leftrightarrow 17(1+q^2+2q+2q^3+q^2+q^4) = 45(1+q^4)$$

$$\Leftrightarrow 28q^4 - 34q^3 - 34q^2 - 34q + 28 = 0 \Leftrightarrow \frac{28q^4}{q^2} - \frac{34q^3}{q^2} - \frac{34q^2}{q^2} - \frac{34q}{q^2} + \frac{28}{q^2} = 0 \text{ (vì dễ dàng thấy } q \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow 28q^2 - 34q - 34 - \frac{34}{q} + 28 = 0 \Leftrightarrow 14\left(q^2 + \frac{1}{q^2}\right) - 17\left(q + \frac{1}{q}\right) - 17 = 0 \quad (*)$$

$$\text{Đặt } t = q + \frac{1}{q} \Rightarrow t^2 = \left(q + \frac{1}{q}\right)^2 \Rightarrow q^2 + \frac{1}{q^2} = t^2 - 2. \text{ Điều kiện: } |t| \geq 2.$$

$$(*) \Leftrightarrow 14(t^2 - 2) - 17t - 17 = 0 \Leftrightarrow 14t^2 - 17t - 45 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{5}{2} \\ t = -\frac{9}{7} \end{cases}$$

$$\text{Với } t = \frac{5}{2} \Rightarrow q + \frac{1}{q} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2q^2 - 5q + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } q = 2 \Rightarrow u_1 = 1; \text{ với } q = \frac{1}{2} \Rightarrow u_1 = \frac{15}{1+q+q^2+q^3} = 8.$$

$$f) \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 351 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2) = 13 & (*) \\ u_1q^3(1+q+q^2) = 351 & (**) \end{cases}$$

Lấy  $\frac{(**)}{(*)} \Leftrightarrow q^3 = 27 \Rightarrow q = 3 \Rightarrow u_1 = \frac{13}{1+q+q^2} = \frac{13}{1+3+9} = 1.$

$$g) \begin{cases} 8u_2 + 5\sqrt{5}u_5 = 0 \\ u_1^3 + u_3^3 = 189. \end{cases} \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 8u_1q - 5\sqrt{5}u_1q^4 = 0 \\ u_1^3 + (u_1q^2)^3 = 189. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = 5\sqrt{5}q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{8}{5\sqrt{5}} = \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^3 \Rightarrow q = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ u_1^3(1+q^6) = 189 \Rightarrow u_1^3 = \frac{189}{1+q^6} = 125 \Rightarrow u_1 = 5. \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} u_1u_2u_3 = 1728 \\ u_1 + u_2 + u_3 = 63 \end{cases} \quad (1)$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot u_1 \cdot q \cdot u_1 \cdot q^2 = 1728 \\ u_1 + u_1q + u_1q^2 = \sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u_1q)^3 = 12^3 \\ u_1(1+q+q^2) = 63 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1q = 12 \\ u_1(1+q+q^2) = 63 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{12}{q} \\ \frac{12}{q}(1+q+q^2) = 63 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{12}{q} \\ 12q^2 - 51q + 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 4 \Rightarrow u_1 = 3 \\ q = \frac{1}{4} \Rightarrow u_1 = 48. \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} u_1 + u_3 = 3 \\ u_1^2 + u_3^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q^2) = 3 \\ u_2(1+q^4) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1^2(1+q^2)^2 = 9 & (*) \\ u_1^2(1+q^4) = 5 & (**) \end{cases}$$

Lấy  $\frac{(*)}{(**)} \Leftrightarrow \frac{(1+q^2)^2}{1+q^4} = \frac{9}{5}$ . Đặt:  $t = q^2, t \geq 0$ .

$$\Leftrightarrow 5(1+t)^2 = 9(1+t^2) \Leftrightarrow 4t^2 - 10t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Với  $t = 2 \Rightarrow q = \pm\sqrt{2} \Rightarrow q = \sqrt{2} \Rightarrow u_1 = \frac{3}{1+q^2} = 1$ ;  $q = -\sqrt{2} \Rightarrow u_1 = \frac{3}{1+q^2} = 1$

Với  $t = \frac{1}{2} \Rightarrow q = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow q = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow u_1 = \frac{3}{1+q^2} = 2$ ;  $q = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow u_1 = \frac{3}{1+q^2} = 2.$

$$k) \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 7 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q + u_1q^2 = 7 \\ u_1^2 + (u_1q)^2 + (u_1q^2)^2 = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2)=7 \\ u_1^2(1+q^2+q^4)=21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1^2(1+q+q^2)^2=49 (*) \\ u_1^2(1+q^2+q^4)=21 (**) \end{cases} \cdot \text{Lấy } \frac{(*)}{(**)} \text{ được:}$$

$$\frac{(1+q+q^2)^2}{1+q^2+q^4} = \frac{49}{21} \Leftrightarrow 21(1+q^2+q^4+2q+2q^2+2q^3) = 49(1+q^2+q^4)$$

$$\Leftrightarrow 21(1+2q+3q^2+2q^3+q^4) = 49(1+q^2+q^4) \Leftrightarrow 28q^4 - 42q^3 - 14q^2 - 42q + 28 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \frac{28q^4}{q^2} - \frac{42q^3}{q^2} - \frac{14q^2}{q^2} - \frac{42q}{q^2} + \frac{28}{q^2} = 0 \Leftrightarrow 28q^2 - 42q - 14 - \frac{42}{q} + \frac{28}{q^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 28\left(q^2 + \frac{1}{q^2}\right) - 42\left(q + \frac{1}{q}\right) - 14 = 0 \quad (2)$$

Đặt:  $t = q + \frac{1}{q} \Rightarrow t^2 = \left(q + \frac{1}{q}\right)^2 \Rightarrow q^2 + \frac{1}{q^2} = t^2 - 2$ . Điều kiện:  $|t| \geq 2$

$$(2) \Leftrightarrow 28(t^2 - 2) - 42t - 14 = 0 \Leftrightarrow 28t^2 - 42t - 70 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{5}{2} \\ t = -1(\text{loại}) \end{cases}$$

Với  $t = \frac{5}{2} \Leftrightarrow q + \frac{1}{q} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 2q^2 - 5q + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$

Với  $q = 2 \Rightarrow u_1 = \frac{7}{1+q+q^2} = 1$ ;  $q = \frac{1}{2} \Rightarrow u_1 = \frac{7}{1+q+q^2} = 4$

**Bài tập 4:** Tìm  $a, b$  biết rằng  $1, a, b$  là 3 số hạng liên tiếp của cấp số cộng và  $1, a^2, b^2$  là 3 số hạng liên tiếp của một cấp số nhân.

**Lời giải**

Theo đề bài ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} 1+b=2a \\ b^2=a^4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+b=2a(1) \\ b=\pm a^2 \end{cases}$

Với  $b = a^2$  thay vào (1) được  $1+a^2=2a \Leftrightarrow a^2-2a+1=0 \Leftrightarrow a=1 \Rightarrow b=1$

Với  $b = -a^2$  thay vào (1) được  $1-a^2=2a \Leftrightarrow a^2+2a-1=0 \Leftrightarrow a=-1+\sqrt{2} \vee a=-1-\sqrt{2}$

•  $a = -1 + \sqrt{2} \Rightarrow b = -(-1 + \sqrt{2})^2 \Leftrightarrow b = -3 + 2\sqrt{2}$

•  $a = -1 - \sqrt{2} \Rightarrow b = -(-1 - \sqrt{2})^2 \Leftrightarrow b = -3 - 2\sqrt{2}$

Kết luận:  $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}; \begin{cases} a=-1+\sqrt{2} \\ b=-3+2\sqrt{2} \end{cases}; \begin{cases} a=-1-\sqrt{2} \\ b=-3-2\sqrt{2} \end{cases}$  thỏa yêu cầu đề bài.

**Bài tập 5:** Một tỉnh có 2 triệu dân vào năm 2020 với tỉ lệ tăng dân số là 1% / năm. Gọi  $u_n$  là số dân của tỉnh đó sau  $n$  năm. Giả sử tỉ lệ tăng dân số là không đổi.

- Viết công thức tính số dân của tỉnh đó sau  $n$  năm kể từ năm 2020.
- Tính số dân của tỉnh đó sau 10 năm kể từ năm 2020.

**Lời giải**

- Ta có: dãy  $u_n$  lập thành một cấp số nhân có số hạng đầu là  $u_0 = 2$  triệu dân và công sai  $q = 1\%$ . Khi đó số hạng tổng quát của  $u_n = 2 \cdot (1 + 1\%)^{n-1}$  (triệu dân).
- Số dân của tỉnh đó sau 10 năm kể từ năm 2020 là:  $u_{10} = 2 \cdot (1 + 1\%)^{10-1} \approx 2,19$  (triệu dân).

**Bài tập 6:** Một gia đình mua một chiếc ô tô giá 800 triệu đồng. Trung bình sau mỗi năm sử dụng, giá trị còn lại của ô tô giảm đi 4% (so với năm trước đó).

- Viết công thức tính giá trị của ô tô sau 1 năm, 2 năm sử dụng.
- Viết công thức tính giá trị của ô tô sau  $n$  năm sử dụng.
- Sau 10 năm, giá trị của ô tô ước tính còn bao nhiêu triệu đồng?

**Lời giải**

- Sau 1 năm giá trị của ô tô còn lại là:  $u_1 = 800 - 800 \cdot 4\% = 800 \cdot (1 - 4\%) = 768$  (triệu đồng).  
Sau 2 năm giá trị của ô tô còn lại là:

$$u_2 = 800 \cdot (1 - 4\%) - 800 \cdot (1 - 4\%) \cdot 4\% = 800 \cdot (1 - 4\%)^2 = 737,28 \text{ (triệu đồng).}$$

- Gọi  $u_n$  là giá trị của ô tô sau  $n$  năm sử dụng.

Dãy số  $u_n$  tạo thành một cấp số nhân với số hạng đầu là giá trị đầu của ô tô là  $u_0 = 800$  triệu đồng và công bội  $q = 1 - 4\%$ .

Khi đó công thức tổng quát để tính  $u_n = 800 \cdot (1 - 4\%)^n$ .

- Sau 10 năm sử dụng giá trị của ô tô còn lại là:  $u_{10} = 800 \cdot (1 - 4\%)^{10} \approx 531,87$  (triệu đồng).

**Bài tập 6:** Giả sử một thành phố có dân số năm 2022 là khoảng 2,1 triệu người và tốc độ gia tăng dân số trung bình mỗi năm là 0,75%.

- Dự đoán dân số của thành phố đó vào năm 2032.
- Nếu tốc độ gia tăng dân số vẫn giữ nguyên như trên thì ước tính vào năm nào dân số của thành phố đó sẽ tăng gấp đôi so với năm 2022?

**Lời giải**

Dân số của thành phố từ năm 2022 lần lượt tạo thành cấp số nhân có công bội là

$$1 + 0,0075 = 1,0075$$

Dân số của thành phố vào năm  $n$  là:  $u_n = 2,1 \cdot 1,0075^{n-2022}$

- $u_{2032} = 2,1 \cdot 1,0075^{2032-2022} = 2,26$

- Khi  $u_n = 2 \cdot u_{2022} \Leftrightarrow 1,0075^{n-2022} = 2 \Leftrightarrow n = 2115$

Vậy đến năm 2115, dân số thành phố gấp đôi so với năm 2022.



**Bài tập 7:** Quang Hải là một cầu thủ bóng đá chuyên nghiệp. Giả sử năm 2023, anh vừa kí hợp đồng 5 năm với CLB Công An Hà Nội với mức lương năm khởi điểm là 300 triệu đồng. Chủ tịch CLB đưa ra cho Quang Hải ba phương án về lương như sau:



**Phương án 1:** Mỗi năm ngoài mức lương cố định như trên, sẽ được thưởng thêm 50 triệu đồng.

**Phương án 2:** Mỗi năm lương sẽ tăng thêm 10% so với lương năm trước đó, bắt đầu kể từ năm thứ hai.

**Phương án 3:** Mỗi năm lương sẽ tăng thêm 30 triệu so với lương năm trước đó, bắt đầu kể từ năm thứ hai.

Em hãy tính giúp anh Nam xem với phương án lương nào thì tổng lương sau 5 năm của anh Nam là lớn nhất?

### Lời giải

Ta tính tổng tiền lương của Quang Hải theo từng phương án:

**Phương án 1:** Mỗi năm ngoài mức lương cố định như trên, sẽ được thưởng thêm 50 triệu đồng thì sau 5 năm tổng số tiền lương của Quang Hải là:

$$5.300 + 5.50 = 1750 \text{ (triệu đồng)}$$

**Phương án 2:** Mỗi năm lương sẽ tăng thêm 10% so với lương năm trước đó, bắt đầu kể từ năm thứ hai thì sau 5 năm tổng số tiền lương của Quang Hải là:

$$300 + 300 \cdot (1 + 10\%) + 300 \cdot (1 + 10\%)^2 + 300 \cdot (1 + 10\%)^3 + 300(1 + 10\%)^4 = 1831,53 \text{ (triệu đồng)}$$

**Phương án 3:** Mỗi năm lương sẽ tăng thêm 30 triệu so với lương năm trước đó, bắt đầu kể từ năm thứ hai thì sau 5 năm tổng số tiền lương của Quang Hải là:

$$300 + 330 + 360 + 390 + 420 = 1800 \text{ (triệu đồng)}$$

Vậy Quang Hải nên sử dụng phương án 2 để nhận được tổng lương sau 5 năm là cao nhất.

## BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ , biết  $u_1 = 1$ ,  $u_4 = 64$ . Tính công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho

- A.  $q = 4$ .                      B.  $q = -4$ .                      C.  $q = 21$ .                      D.  $q = 2\sqrt{2}$ .

### Lời giải

$$\text{Ta có } u_4 = 64 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^3 = 64 \Leftrightarrow q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4.$$

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và  $u_5 = -162$ . Công bội  $q$  bằng:

- A.  $q = -3$ .                      B.  $q = 3$ .                      C.  $q = 3; q = -3$ .                      D.  $q = -2$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_5 = -162 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^4 = -162 \Leftrightarrow q^4 = \frac{-162}{u_1} = \frac{-162}{-2} = 81 \Leftrightarrow q = \pm 3.$$

**Câu 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2$  và  $u_4 = 54$ . Giá trị của công bội  $q$  bằng

- A. 3.                      B. 9.                      C. 27.                      D. -3.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \frac{u_4}{u_1} = q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{54}{2} = 27 \Rightarrow q = \sqrt[3]{27} = 3$$

**Câu 4:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

- A. 24.                      B. 54.                      C. 162.                      D. 48.

**Lời giải**

$$\text{Có } u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54.$$

**Câu 5:** : Cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_4 = 9$ ,  $u_5 = 81$  có công bội là

- A. 3.                      B. 72.                      C. 18.                      D. 9.

**Lời giải**

$$\text{Ta có công bội } q = \frac{u_5}{u_4} = \frac{81}{9} = 9.$$

**Câu 6:** Tìm công bội  $q$  của một cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{1}{2}$  và  $u_6 = 16$ .

- A.  $q = \frac{1}{2}$ .                      B.  $q = -2$ .                      C.  $q = 2$ .                      D.  $q = -\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_6 = u_1 \cdot q^5 \Rightarrow 16 = \frac{1}{2} \cdot q^5 \Leftrightarrow q = 2.$$

**Câu 7:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và  $u_6 = 486$ . Công bội  $q$  bằng

- A.  $q = 3$ .                      B.  $q = 5$ .                      C.  $q = \frac{3}{2}$ .                      D.  $q = \frac{2}{3}$ .

**Lời giải**

$$\text{Theo đề ra ta có: } \begin{cases} u_1 = 2 \\ u_6 = 486 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 2 \\ 486 = u_1 \cdot q^5 \end{cases} \Rightarrow q^5 = 243 = 3^5 \Rightarrow q = 3.$$

**Câu 8:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = -\frac{1}{2}$ ;  $u_7 = -32$ . Tìm  $q$  ?

- A.  $q = \pm \frac{1}{2}$ .                      B.  $q = \pm 2$ .                      C.  $q = \pm 4$ .                      D.  $q = \pm 1$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức số hạng tổng quát cấp số nhân ta có

$$u_n = u_1 q^{n-1} \Rightarrow u_7 = u_1 \cdot q^6 \Rightarrow q^6 = 64 \Rightarrow \begin{cases} q = 2 \\ q = -2 \end{cases}$$

**Câu 9:** Biết ba số  $x^2; 8; x$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của  $x$  bằng

- A.**  $x = 4$                       **B.**  $x = 5$                       **C.**  $x = 2$                       **D.**  $x = 1$

**Lời giải**

Do ba số  $x^2; 8; x$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân nên theo tính chất cấp số nhân ta được

$$x^2 \cdot x = 8 \Leftrightarrow x^3 = 8 \Leftrightarrow x = 2.$$

**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội  $q$ . Chọn hệ thức đúng trong các hệ thức sau:

- A.**  $u_k = \sqrt{u_{k+1} \cdot u_{k+2}}$                       **B.**  $u_k = \frac{u_{k-1} + u_{k+1}}{2}$ .  
**C.**  $u_k = u_1 \cdot q^{k-1}$ .                      **D.**  $u_k = u_1 + (k-1)q$ .

**Lời giải**

Theo tính chất các số hạng của cấp số nhân.

**Câu 11:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi:  $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{-1}{10} \cdot u_n \end{cases}$ . Chọn hệ thức đúng:

- A.**  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q = -\frac{1}{10}$ .                      **B.**  $u_n = (-2) \frac{1}{10^{n-1}}$ .  
**C.**  $u_n = \frac{u_{n-1} + u_{n+1}}{2}$  ( $n \geq 2$ ).                      **D.**  $u_n = \sqrt{u_{n-1} \cdot u_{n+1}}$  ( $n \geq 2$ ).

**Lời giải**

Ta có:  $\frac{u_{n+1}}{u_n} = -\frac{1}{10}$  nên  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội  $q = -\frac{1}{10}$ .

**Câu 12:** Cho cấp số nhân có  $u_1 = -3$ ,  $q = \frac{2}{3}$ . Tính  $u_5$ ?

- A.**  $u_5 = \frac{-27}{16}$ .                      **B.**  $u_5 = \frac{-16}{27}$ .                      **C.**  $u_5 = \frac{16}{27}$ .                      **D.**  $u_5 = \frac{27}{16}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_5 = u_1 \cdot q^4 = (-3) \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{27}$ .

**Câu 13:** Cho cấp số nhân có  $u_1 = -3$ ,  $q = \frac{2}{3}$ . Số  $\frac{-96}{243}$  là số hạng thứ mấy của cấp số này?

- A.** Thứ 5.                      **B.** Thứ 6.  
**C.** Thứ 7.                      **D.** Không phải là số hạng của cấp số.

**Lời giải**

Giả sử số  $\frac{-96}{243}$  là số hạng thứ  $n$  của cấp số này.

$$\text{Ta có: } u_1 \cdot q^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow (-3) \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{-96}{243} \Leftrightarrow n = 6.$$

Vậy số  $\frac{-96}{243}$  là số hạng thứ 6 của cấp số.

**Câu 14:** Cho cấp số nhân có  $u_2 = \frac{1}{4}$ ;  $u_5 = 16$ . Tìm  $q$  và  $u_1$ .

**A.**  $q = \frac{1}{2}$ ;  $u_1 = \frac{1}{2}$ .

**B.**  $q = -\frac{1}{2}$ ;  $u_1 = -\frac{1}{2}$ .

**C.**  $q = 4$ ;  $u_1 = \frac{1}{16}$ .

**D.**  $q = -4$ ;  $u_1 = -\frac{1}{16}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } u_2 = u_1 \cdot q \Leftrightarrow \frac{1}{4} = u_1 \cdot q; u_5 = u_1 \cdot q^4 \Leftrightarrow 16 = u_1 \cdot q^4$$

$$\text{Suy ra: } q^3 = 64 \Leftrightarrow q = 4 \text{ từ đó: } u_1 = \frac{1}{16}.$$

**Câu 15:** Với  $x$  là số nguyên dương, ba số  $2x$ ,  $3x+3$ ,  $5x+5$  theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân. Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là

**A.**  $-\frac{250}{3}$ .

**B.**  $\frac{250}{3}$ .

**C.** 250.

**D.** -250.

**Lời giải**

Ba số  $2x$ ,  $3x+3$ ,  $5x+5$  theo thứ tự là ba số hạng liên tiếp của một cấp số nhân nên

$$2x(5x+5) = (3x+3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 9 \end{cases} \Rightarrow x = 9.$$

$$\text{Với } x = 9, \text{ suy ra } q = \frac{3 \cdot 9 + 3}{2 \cdot 9} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$$

$$\text{Số hạng tiếp theo của cấp số nhân đó là: } (5 \cdot 9 + 5) \cdot \frac{5}{3} = \frac{250}{3}.$$

**Câu 16:** Cho ba số thực  $x, y, z$  trong đó  $x \neq 0$ . Biết rằng  $x, 2y, 3z$  lập thành cấp số cộng và  $x, y, z$  lập thành cấp số nhân; tìm công bội  $q$  của cấp số nhân đó.

**A.**  $\begin{cases} q = 1 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ q = \frac{2}{3} \end{cases}$

**C.**  $q = 2$

**D.**  $q = 1$

**Lời giải**

$x, y, z$  lập thành cấp số nhân công bội  $q$  nên  $y = qx; z = q^2x$

$$x, 2y, 3z \text{ lập thành cấp số cộng nên } 2y = \frac{x+3z}{2} \Rightarrow 2qx = \frac{x+3q^2x}{2}$$

$$\text{Vì } x \neq 0 \text{ nên } 2qx = \frac{x+3q^2x}{2} \Rightarrow 4q = 1+3q^2 \Rightarrow \begin{cases} q=1 \\ q=\frac{1}{3} \end{cases}$$

**Câu 17:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội dương và  $u_2 = \frac{1}{4}$ ,  $u_4 = 4$ . Giá trị của  $u_1$  là

A.  $u_1 = \frac{1}{6}$ .                      B.  $u_1 = \frac{1}{16}$ .                      C.  $u_1 = -\frac{1}{16}$ .                      D.  $u_1 = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Theo tính chất của cấp số nhân với  $k \geq 2$  thì  $u_k^2 = u_{k-1} \cdot u_{k+1}$  ta suy ra:

$$u_3^2 = u_2 \cdot u_4 = \frac{1}{4} \cdot 4 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} u_3 = 1 \\ u_3 = -1 \end{cases}$$

Vì  $(u_n)$  là cấp số nhân có công bội dương nên  $u_3 = 1$ . Gọi  $q$  là công bội ta được

$$q = \frac{u_4}{u_3} = \frac{4}{1} = 4. \text{ Từ đó ta có } u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{\frac{1}{4}}{4} = \frac{1}{16}.$$

**Câu 18:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 2$  và công bội  $q = 3$ . Giá trị  $u_{2019}$  bằng

A.  $2 \cdot 3^{2018}$ .                      B.  $3 \cdot 2^{2018}$ .                      C.  $2 \cdot 3^{2019}$ .                      D.  $3 \cdot 2^{2019}$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức của số hạng tổng quát  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = 2 \cdot 3^{2018}$ .

**Câu 19:** Cho cấp số nhân  $(u_n); u_1 = 1, q = 2$ . Hỏi số 1024 là số hạng thứ mấy?

A. 11.                      B. 9.                      C. 8.                      D. 10.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow 1 \cdot 2^{n-1} = 1024 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^{10} \Leftrightarrow n-1 = 10 \Leftrightarrow n = 11.$$

**Câu 20:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu  $u_1 = 5$  và công bội  $q = -2$ . Số hạng thứ sáu của  $(u_n)$  là

A.  $u_6 = 320$ .                      B.  $u_6 = -160$ .                      C.  $u_6 = -320$ .                      D.  $u_6 = 160$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } u_6 = u_1 \cdot q^5 = 5 \cdot (-2)^5 = -160.$$

**Câu 21:** Tìm số hạng đầu  $u_1$  của cấp số nhân  $(u_n)$  biết rằng  $u_1 + u_2 + u_3 = 168$  và  $u_4 + u_5 + u_6 = 21$

A.  $u_1 = 24$ .                      B.  $u_1 = \frac{1334}{11}$ .                      C.  $u_1 = 96$ .                      D.  $u_1 = \frac{217}{3}$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 168 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 168 \\ u_1 \cdot q^3 + u_1 \cdot q^4 + u_1 \cdot q^5 = 21 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q+q^2) = 168 \\ u_1q^3(1+q+q^2) = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{168}{1+q+q^2} \\ q^3 = \frac{1}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 96 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ . Vậy } u_1 = 96,$$

**Câu 22:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$ . Tính số hạng thứ 2018 của dãy số trên

**A.**  $u_{2018} = 6.2^{2017} - 5$ .    **B.**  $u_{2018} = 6.2^{2018} - 5$ .    **C.**  $u_{2018} = 6.2^{2017} + 1$ .    **D.**  $u_{2018} = 6.2^{2018} + 5$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_n = v_n - 5$ ,  $u_{n+1} = 2u_n + 5 \Leftrightarrow v_{n+1} - 5 = 2(v_n - 5) + 5 \Leftrightarrow v_{n+1} = 2v_n$ .

Do đó  $v_n$  là cấp số nhân với  $v_1 = 6$ ,  $q = 2$ ,  $v_n = 6.q^{n-1}$ ,  $v_{2018} = 6.2^{2017} \Rightarrow u_{2018} = 6.2^{2017} - 5$ .

**Câu 23:** Cho  $(u_n)$  là cấp số nhân, công bội  $q > 0$ . Biết  $u_1 = 1, u_3 = 4$ . Tìm  $u_4$ .

**A.**  $\frac{11}{2}$ .                                    **B.** 2.                                    **C.** 16.                                    **D.** 8.

**Lời giải**

Ta có:  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_3 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ u_1.q^2 = 4 \\ q > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 2 \end{cases} \Rightarrow u_4 = u_1.q^3 = 8$ .

**Câu 24:** Cho cấp số nhân  $(u_n), n \geq 1$  với công bội  $q = 2$  và có số hạng thứ hai  $u_2 = 5$ . Số hạng thứ 7 của cấp số nhân là

**A.**  $u_7 = 320$ .                                    **B.**  $u_7 = 640$ .                                    **C.**  $u_7 = 160$ .                                    **D.**  $u_7 = 80$ .

**Lời giải**

Ta có  $(u_n), n \geq 1$  là cấp số nhân có công bội  $q = 2$  nên có số hạng tổng quát  $u_n = q^{n-1}.u_1$ .

Vì  $u_2 = 5 = u_1.2 \Rightarrow u_1 = \frac{5}{2} \Rightarrow u_7 = \frac{5}{2}.2^6 = 160$ . Vậy số hạng thứ 7 của cấp số là 160.

**Câu 25:** Cho một cấp số nhân có số hạng thứ 4 gấp 4096 lần số hạng đầu tiên. Tổng hai số hạng đầu tiên là 34. Số hạng thứ 3 của dãy số có giá trị bằng:

**A.** 1.                                    **B.** 512.                                    **C.** 1024.                                    **D.** 32.

**Lời giải**

Theo bài ra ta có:  $\begin{cases} u_4 = 4096.u_1 \\ u_1 + u_2 = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^3 = 4096 \\ u_1.(1+q) = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 16 \\ 17.u_1 = 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 16 \\ u_1 = 2 \end{cases}$ .

Vậy  $u_3 = u_1.q^2 = 2.16^2 = 512$ .

**Câu 26:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ , biết  $u_1 = 12$ ,  $\frac{u_3}{u_8} = 243$ . Tìm  $u_9$ .

A.  $u_9 = \frac{2}{2187}$ .      B.  $u_9 = \frac{4}{6563}$ .      C.  $u_9 = 78732$ .      D.  $u_9 = \frac{4}{2187}$ .

**Lời giải**

Gọi  $q$  là công bội của cấp số nhân  $(u_n)$ .

Ta có  $u_3 = u_1q^2$ ,  $u_8 = u_1q^7 \Rightarrow \frac{u_3}{u_8} = \frac{1}{q^5} = 243 \Rightarrow q = \frac{1}{3}$ .

Do đó  $u_9 = u_1q^8 = 12 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^8 = \frac{4}{2187}$ .

**Câu 27:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có tổng  $n$  số hạng đầu tiên là  $S_n = 5^n - 1$  với  $n = 1, 2, \dots$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp số nhân đó?

A.  $u_1 = 5$ ,  $q = 4$ .      B.  $u_1 = 5$ ,  $q = 6$ .      C.  $u_1 = 4$ ,  $q = 5$ .      D.  $u_1 = 6$ ,  $q = 5$ .

**Lời giải**

Ta có: 
$$\begin{cases} u_1 = S_1 = 5 - 1 = 4 \\ u_1 + u_2 = S_2 = 5^2 - 1 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 4 \\ u_2 = 24 - u_1 = 20 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 4, q = \frac{u_2}{u_1} = 5.$$

**Câu 28:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết  $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$ . Tìm số hạng đầu  $u_1$  và công bội  $q$  của cấp số nhân trên.

A.  $u_1 = 9$ ;  $q = 2$ .      B.  $u_1 = 9$ ;  $q = -2$ .      C.  $u_1 = -9$ ;  $q = -2$ .      D.  $u_1 = -9$ ;  $q = 2$ .

**Lời giải**

Ta có: 
$$\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1q^3 - u_1q = 54 \\ u_1q^4 - u_1q^2 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1q(q^2 - 1) = 54 \\ u_1q^2(q^2 - 1) = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}.$$

Vậy  $u_1 = 9$ ;  $q = 2$ .

**Câu 29:** Xen giữa số 3 và số 768 là 7 số để được một cấp số nhân có  $u_1 = 3$ . Khi đó  $u_5$  là:

A. 72.      B. -48.      C.  $\pm 48$ .      D. 48.

**Lời giải**

Ta có  $u_1 = 3$  và  $u_9 = 768$  nên  $768 = 3 \cdot q^8 \Rightarrow q^8 = 256 \Rightarrow q = \pm 2$ .

Do đó  $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot 2^4 = 48$ .

**Câu 30:** Cấp số nhân  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases}$ . Tìm  $u_1$ , biết rằng  $u_1 \leq 100$ .

A.  $u_1 = 16$ .      B.  $u_1 = 2$ .      C.  $u_1 = -16$ .      D.  $u_1 = -2$ .

**Lời giải**

Ta có: 
$$\begin{cases} u_{20} = 8u_{17} \\ u_1 + u_5 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 \cdot q^{19} = 8u_1 \cdot q^{16} \\ u_1 + u_1 \cdot q^4 = 272 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^{16} (q^3 - 8) = 0(1) \\ u_1 (1 + q^4) = 272(2) \end{cases}.$$

Từ (2) suy ra  $u_1 \neq 0$  do đó:  $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} q = 0 \\ q = 2 \end{cases}.$

Nếu  $q = 0$  thì  $(2) \Leftrightarrow u_1 = 272$  không thỏa điều kiện  $u_1 \leq 100$ .

Nếu  $q = 2$  thì  $(2) \Leftrightarrow u_1 = 16$  thỏa điều kiện  $u_1 \leq 100$ .

**Câu 31:** Cho cấp số nhân  $u_1 = -1, u_6 = 0,00001$ . Khi đó  $q$  và số hạng tổng quát là?

**A.**  $q = \frac{1}{10}, u_n = \frac{-1}{10^{n-1}}$ .

**B.**  $q = \frac{-1}{10}, u_n = -10^{n-1}$ .

**C.**  $q = \frac{-1}{10}, u_n = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$ .

**D.**  $q = \frac{1}{10}, u_n = \frac{1}{10^{n-1}}$ .

**Lời giải**

Ta có:  $u_6 = u_1 \cdot q^5 = 0,00001 \Leftrightarrow q^5 = \frac{-1}{10^5} \Leftrightarrow q = \frac{-1}{10} \Rightarrow u_n = u_1 \cdot q^{n-1} = -1 \cdot \left(\frac{-1}{10}\right)^{n-1} = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}}$ .

**Câu 32:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = 2u_n + 5 \end{cases}$ . Tìm số hạng thứ 2020 của dãy.

**A.**  $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2020} - 5$ .

**B.**  $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2019} + 5$ .

**C.**  $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2019} - 5$ .

**D.**  $u_{2020} = 3 \cdot 2^{2020} + 5$ .

**Lời giải**

Đặt  $u_n = v_n - 5 \Rightarrow v_{n+1} - 5 = 2(v_n - 5) + 5 \Rightarrow v_{n+1} = 2v_n$

Có  $u_1 = 1 \Rightarrow v_1 = 6 \Rightarrow u_n + 5 = 6 \cdot 2^{n-1} \Rightarrow u_n = 6 \cdot 2^{n-1} - 5$

Vậy  $u_{2020} = 6 \cdot 2^{2019} - 5 = 3 \cdot 2^{2020} - 5$

**Câu 33:** Số hạng đầu và công bội  $q$  của cấp số nhân với  $u_7 = -5, u_{10} = 135$  là:

**A.**  $u_1 = \frac{5}{729}, q = -3$ .

**B.**  $u_1 = -\frac{5}{729}, q = 3$ .

**C.**  $u_1 = \frac{5}{729}, q = 3$ .

**D.**  $u_1 = -\frac{5}{729}, q = -3$ .

**Lời giải**

Vì  $(u_n)$  là CSN nên:  $u_7 = u_1 \cdot q^6 = -5, u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 135$

Suy ra:  $\frac{u_{10}}{u_7} = \frac{135}{-5} \Leftrightarrow \frac{u_1 q^9}{u_1 q^6} = -27 \Rightarrow q = -3 \Rightarrow u_1 = \frac{u_7}{q^6} = -\frac{5}{729}$ .

**Câu 34:** Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi  $u_1 = 2; u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1$ . Tìm số hạng thứ 2019 của dãy số.

**A.**  $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2019} - 6062$ .

**B.**  $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2019} + 6062$ .

**C.**  $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2020} - 6062$ .

**D.**  $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2020} + 6062$ .

**Lời giải**

Ta có  $u_n = 2u_{n-1} + 3n - 1 \Leftrightarrow u_n + 3n + 5 = 2[u_{n-1} + 3(n-1) + 5]$ , với  $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$ .

Đặt  $v_n = u_n + 3n + 5$ , ta có  $v_n = 2v_{n-1}$  với  $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$ .

Như vậy,  $(v_n)$  là cấp số nhân với công bội  $q = 2$  và  $v_1 = 10$ , do đó  $v_n = 10 \cdot 2^{n-1} = 5 \cdot 2^n$ .

Do đó  $u_n + 3n + 5 = 5 \cdot 2^n$ , hay  $u_n = 5 \cdot 2^n - 3n - 5$  với  $n \geq 2; n \in \mathbb{N}$ .

Nên  $u_{2019} = 5 \cdot 2^{2019} - 6062$ .



- Câu 35:** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_1 = 1; u_{n+1} = \frac{3}{2} \left( u_n - \frac{n+4}{n^2+3n+2} \right), n \geq 1$ . Giá trị của  $u_{50}$  gần nhất với số nào dưới đây?  
**A.**  $-312540600$ .      **B.**  $-312540500$ .      **C.**  $-212540500$ .      **D.**  $-212540600$ .

**Lời giải**

Ta có

$$u_{n+1} = \frac{3}{2} \left( u_n - \frac{n+4}{n^2+3n+2} \right) \Leftrightarrow u_{n+1} = \frac{3}{2} \left( u_n - \frac{3}{n+1} + \frac{2}{n+2} \right) \Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{3}{n+2} = \frac{3}{2} \left( u_n - \frac{3}{n+1} \right) \quad (1)$$

Đặt  $v_n = u_n - \frac{3}{n+1}, n \geq 1$ , ta có  $v_1 = u_1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$  và từ (1) thu được  $v_{n+1} = \frac{3}{2}v_n$ .

Suy ra dãy số  $(v_n)$  là một cấp số nhân với công bội  $q = \frac{3}{2}$ , ta có  $v_n = v_1 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

Từ đó ta được  $u_n = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1} + \frac{3}{n+1} \Rightarrow u_{50} \approx -212540500$

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

- Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q < 0$  và  $u_2 = 4, u_4 = 9$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng đầu  $u_1 = -\frac{8}{3}$

b) Cấp số nhân có công bội  $q = -\frac{3}{2}$

c) Số hạng  $u_5 = \frac{27}{2}$

d)  $-\frac{2187}{32}$  là số hạng thứ 8

**Lời giải**

a) Đúng: Ta có:  $u_2 = u_1q = 4, u_4 = u_1q^3 = 9 \Rightarrow \frac{u_4}{u_2} = \frac{u_1q^3}{u_1q} \Rightarrow \frac{9}{4} = q^2 \Rightarrow q = -\frac{3}{2} (q < 0)$ .

Thay  $q = -\frac{3}{2}$  vào  $u_2$ , ta được:  $u_1 \left(-\frac{3}{2}\right) = 4 \Rightarrow u_1 = -\frac{8}{3}$ .

b) Đúng: Vậy cấp số nhân đã cho có số hạng đầu  $u_1 = -\frac{8}{3}$  và công bội  $q = -\frac{3}{2}$ .

Khi đó  $u_n = -\frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$

c) Sai: Vậy  $u_5 = -\frac{27}{2}$

d) Sai:  $-\frac{2187}{32} \neq -\frac{8}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^7$  nên không phải là số hạng thứ 8

**Câu 2:** Trong một hồ sen, số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước. Biết rằng ngày đầu có 1 lá sen thì tới ngày thứ 10 hồ sẽ đầy lá sen. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 8 hồ sẽ đầy lá sen.
- Số lá sen lập thành cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 1$  và công bội  $q = 3$ .
- Số lá sen lập thành cấp số cộng  $(u_n)$  với  $u_1 = 1$  và công sai  $d = 3$ .
- Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 9 hồ sẽ đầy lá sen.

**Lời giải**

Ngày đầu có  $u_1 = 1$  lá sen.

Do số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước nên ta có cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 1$  và công bội  $q = 3$ .

Vì ngày thứ 10 hồ sẽ đầy lá sen nên có  $u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 1 \cdot 3^9 = 3^9$  lá sen.

Ngày đầu có  $v_1 = 9$  lá sen.

Do số lá sen ngày hôm sau bằng 3 lần số lá sen ngày hôm trước nên ta có cấp số nhân  $(v_m)$  với  $v_1 = 9$  và công bội  $q = 3$ .

Khi đó sau  $m$  ngày thì số lá sen là  $v_m = v_1 \cdot q^{m-1} = 9 \cdot 3^{m-1}$ .

Ta có  $9 \cdot 3^{m-1} = 3^9 \Leftrightarrow 3^{m+1} = 3^9 \Leftrightarrow m+1 = 9 \Leftrightarrow m = 8$ .

- Đúng: Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 8 hồ sẽ đầy lá sen.
- Đúng: Số lá sen lập thành cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 1$  và công bội  $q = 3$ .
- Sai: Số lá sen lập thành cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 1$  và công bội  $q = 3$ .
- Sai: Nếu ngày đầu có 9 lá sen thì tới ngày thứ 8 hồ sẽ đầy lá sen.

**Câu 3:** Để tích lũy cho việc học đại học của cậu con trai đầu lòng, cô Lan quyết định hằng tháng bỏ ra 600 nghìn đồng vào tài khoản tiết kiệm, được trả lãi 0,5% cộng dồn hằng tháng. Cô bắt đầu chương trình tích lũy này khi cậu con trai tròn ba tuổi và gửi tiền vào đầu mỗi tháng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Đến lần gửi khoản tiền thứ 180 thì cậu con trai tròn 18 tuổi.
- Đến lần gửi khoản tiền thứ 180 thì cậu con trai tròn 18 tuổi.
- Số tiền của cô Lan có trong chương trình ở đầu tháng thứ 5 (làm tròn đến hàng nghìn) là 3.030.000 đồng.
- Số tiền của cô Lan có trong chương trình vào thời điểm cậu con trai đầu lòng tròn 18 tuổi nhỏ hơn 160 triệu đồng.

**Lời giải**

a) Đúng: Gọi  $u_n$  là số triệu đồng mà cô Lan có trong chương trình tích lũy ở lần gửi thứ  $n$  (vào đầu tháng thứ  $n$ ). Kí hiệu  $a = 0,6$  triệu đồng,  $r = 0,5\%$ .

Số tiền của cô Lan có trong chương trình ở đầu tháng thứ nhất là:  $u_1 = a$ .

b) Sai: Số tiền của cô Lan có trong chương trình ở đầu tháng thứ 2 là:

$$u_2 = a(1+r) + a = 0,6(1+0,5\%) + 0,6.$$

Số tiền của cô Lan có trong chương trình ở đầu tháng thứ 3 là:  $u_3 = a(1+r)^2 + a(1+r) + a$ .

Tương tự cho các tháng tiếp theo, suy ra số tiền của cô Lan có trong chương trình ở đầu tháng thứ  $n$  là:

$$u_n = a(1+r)^{n-1} + a(1+r)^{n-2} + \dots + a(1+r) + a = a \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r) - 1} = a \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

c) Đúng: Số tiền của cô Lan có trong chương trình ở đầu tháng thứ 5 là:

$$u_5 = a \cdot \frac{(1+r)^5 - 1}{r} = 0,6 \cdot \frac{(1+0,5\%)^5 - 1}{0,5\%} \approx 3,03 \text{ triệu đồng} = 3.030.000 \text{ đồng}.$$

d) Sai: Vào thời điểm cậu con trai đầu lòng tròn 18 tuổi là thời điểm gửi khoản tiền thứ 180.

$$\text{Lúc đó cô sẽ tích lũy được } u_{180} = a \cdot \frac{(1+r)^{180} - 1}{r} = 0,6 \cdot \frac{(1+0,5\%)^{180} - 1}{0,5\%} \approx 174,49 \text{ (triệu đồng)}.$$

**Câu 4:** Vào năm con gái được 4 tuổi, một người chuẩn bị gửi tiết kiệm đầu mỗi năm một số tiền  $x$  (triệu đồng) ( $x \in \mathbb{N}$ ) để đến năm 18 tuổi sẽ có được 200 triệu cho con gái đi học đại học. Hiện tại lãi suất tiền gửi hàng năm là 4,8% /năm. Giả sử lãi suất này được giữ ổn định. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tổng số tiền thu về sau 14 năm là một cấp số nhân có  $q = (1 + 4,8\%)$ .

b) Tổng số tiền thu về sau 14 năm là một cấp số nhân có  $u_1 = x$ .

c)  $x = 10$  (triệu đồng)

d) Đến năm con gái được 10 tuổi, người này dự định khi con gái được 18 tuổi sẽ mua thêm cho con gái một chiếc xe máy trị giá 50 triệu đồng. Do đó, kể từ thời điểm đầu năm con gái được 10 tuổi người này cần gửi tiết kiệm  $y$  triệu đồng đến khi con gái 18 tuổi ( $y \in \mathbb{N}$ ). Giá trị nhỏ nhất của  $y = 15$ .

### Lời giải

Số tiền người đó nhận được sau năm thứ nhất là:  $A_1 = x(1 + 4,8\%)$ .

Số tiền người đó nhận được sau năm thứ hai là:  $A_2 = x(1 + 4,8\%) + x(1 + 4,8\%)^2$ .

Số tiền người đó nhận được sau năm thứ 14 là:

$$A_{14} = x(1 + 4,8\%) + x(1 + 4,8\%)^2 + \dots + x(1 + 4,8\%)^{14}.$$

$$\text{Khi đó: } A_{14} \text{ có } \begin{cases} u_1 = x(1 + 4,8\%) \\ q = (1 + 4,8\%) \end{cases} \text{ nên } A_{14} = u_1 \frac{q^{14} - 1}{q - 1} = x(1 + 4,8\%) \frac{(1 + 4,8\%)^{14} - 1}{4,8\%}.$$

$$\text{Suy ra: } x = \frac{200 \cdot 4,8\%}{(1 + 4,8\%) \left[ (1 + 4,8\%)^{14} - 1 \right]} \approx 9,873336 \approx 10 \text{ (triệu đồng)}.$$

Khi  $x = 10$  (triệu đồng).

Gọi  $z = y - x$  là số tiền mà người đó phải gửi thêm mỗi năm kể từ năm con gái 10 tuổi (năm thứ 6) và  $P_8 = z(1 + 4,8\%) + z(1 + 4,8\%)^2 + \dots + z(1 + 4,8\%)^8$  là số tiền nhận được sau 8 năm.

Khi đó để nhận được số tiền 250 triệu đồng vào năm con gái 18 tuổi (8 năm kể từ con gái 10 tuổi) thì:

$$P_8 = 250 - 10(1 + 4,8\%) \frac{(1 + 4,8\%)^8 - 1}{4,8\%} \approx 47,43 \text{ (triệu đồng)}.$$

$$\text{Suy ra } z = \frac{47,43 \cdot 4,8\%}{(1 + 4,8\%) \left[ (1 + 4,8\%)^8 - 1 \right]} \approx 4,77 \approx 5 \text{ (triệu đồng)}.$$

Vậy  $y = 15$  (triệu đồng).

a) Đúng: Tổng số tiền thu về sau 14 năm là một cấp số nhân có  $q = (1 + 4,8\%)$ .

b) Sai: Tổng số tiền thu về sau 14 năm là một cấp số nhân có  $u_1 = x(1 + 4,8\%)$ .

c) Đúng:  $x = 10$  (triệu đồng)

d) Đúng: Đến năm con gái được 10 tuổi, người này dự định khi con gái được 18 tuổi sẽ mua thêm cho con gái một chiếc xe máy trị giá 50 triệu đồng. Do đó, kể từ thời điểm đầu năm con gái được 10 tuổi người này cần gửi tiết kiệm  $y$  triệu đồng đến khi con gái 18 tuổi ( $y \in \mathbb{N}$ ). Giá trị nhỏ nhất của  $y = 15$ .

### PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 3$  và  $q = -2$ . Số 192 là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

**Lời giải**

$$192 = u_n = u_1 q^{n-1} = 3 \cdot (-2)^{n-1} \Leftrightarrow (-1)^{n-1} \cdot 2^{n-1} = 64 = (-1)^6 \cdot 2^6 \Leftrightarrow n = 7.$$

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -1$  và  $q = -\frac{1}{10}$ . Số  $\frac{1}{10^{103}}$  là số hạng thứ mấy của cấp số nhân đã cho?

**Lời giải**

$$\frac{1}{10^{103}} = u_n = u_1 q^{n-1} = -1 \cdot \left(-\frac{1}{10}\right)^{n-1} = \frac{(-1)^n}{10^{n-1}} \Leftrightarrow \begin{cases} n \text{ chẵn} \\ n-1 = 103 \end{cases} \Leftrightarrow n = 104.$$

**Câu 3:** Một cấp số nhân có công bội bằng 3 và số hạng đầu bằng 5. Biết số hạng chính giữa là 32805. Hỏi cấp số nhân đã cho có bao nhiêu số hạng?

**Lời giải**

$32805 = u_n = u_1 q^{n-1} = 5 \cdot 3^{n-1} \Leftrightarrow 3^{n-1} = 6561 = 3^8 \Leftrightarrow n = 9$ . Vậy  $u_9$  là số hạng chính giữa của cấp số nhân, nên cấp số nhân đã cho có 17 số hạng.

**Câu 4:** Một cấp số nhân có 6 số hạng với công bội bằng 2 và tổng số các số hạng bằng 189. Tìm số hạng cuối  $u_6$  của cấp số nhân đã cho.

**Lời giải**

Theo giả thiết: 
$$\begin{cases} q = 2 \\ S_6 = 189 = u_1 \frac{1-q^6}{1-q} = u_1 \cdot \frac{1-2^6}{1-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2 \\ u_1 = 3 \end{cases} \Rightarrow u_6 = u_1 q^5 = 3 \cdot 2^5 = 96.$$

**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội  $q$  và thỏa

$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 49 \left( \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{1}{u_4} + \frac{1}{u_5} \right) \\ u_1 + u_3 = 35 \end{cases}$$

Tính  $P = u_1 + 4q^2$ .

**Lời giải**

Nhận xét: Nếu  $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5$  là một cấp số nhân với công bội  $q$  thì  $\frac{1}{u_1}, \frac{1}{u_2}, \frac{1}{u_3}, \frac{1}{u_4}, \frac{1}{u_5}$  cũng tạo thành cấp số nhân với công bội  $\frac{1}{q}$ .

Do đó từ giả thiết ta có 
$$\begin{cases} u_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 49 \left( \frac{1}{u_1} \cdot \frac{\frac{1}{q^5} - 1}{\frac{1}{q} - 1} \right) & (1) \\ u_1 + u_1 q^2 = 35 & (2) \end{cases}$$

Phương trình (1)  $\Leftrightarrow u_1 \cdot \frac{q^5 - 1}{q - 1} = \frac{49}{u_1} \left( \frac{q^5 - 1}{q^4 (q - 1)} \right) \Leftrightarrow u_1^2 q^4 = 49 \Leftrightarrow u_1 q^2 = \pm 7$ .

Với  $u_1 q^2 = -7$ . Thay vào (2), ta được  $u_1 - 7 = 35 \Leftrightarrow u_1 = 42$ . Suy ra  $q^2 = -\frac{7}{42}$ : vô lý.

Với  $u_1 q^2 = 7$ . Thay vào (2), ta được  $u_1 + 7 = 35 \Leftrightarrow u_1 = 28$ . Vậy  $\begin{cases} u_1 = 28 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases}$  hoặc  $\begin{cases} u_1 = 28 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases}$ .

Khi đó  $u_1 + 4q^2 = 29$ .

**Câu 6:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội  $q$  và thỏa  $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 26 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 364 \end{cases}$ . Tìm  $q$  biết rằng  $q > 1$ .

**Lời giải**

Ta có 
$$\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 26 \\ u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 364 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 26 \\ u_1^2(1 + q^2 + q^4) = 364 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1^2(1 + q + q^2)^2 = 26^2 & (1) \\ u_1^2(1 + q^2 + q^4) = 364 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) chia (2), ta được :

$$\frac{(1+q+q^2)^2}{1+q^2+q^4} = \frac{26^2}{364} \Leftrightarrow 3q^4 - 7q^3 - 4q^2 - 7q + 3 = 0 \Leftrightarrow 3\left(q^2 + \frac{1}{q^2}\right) - 7\left(q + \frac{1}{q}\right) - 4 = 0.$$

Đặt  $t = q + \frac{1}{q}$ ,  $|t| \geq 2$ . Phương trình trở thành  $3t^2 - 7t - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \text{ (loại)} \\ t = -\frac{10}{3} \end{cases}$ .

Với  $t = -\frac{10}{3}$ , suy ra  $q + \frac{1}{q} = -\frac{10}{3} \Leftrightarrow 3q^2 - 10q + 3 = 0 \Leftrightarrow q = 3$  hoặc  $q = \frac{1}{3}$ . Vì  $q > 1$  nên  $q = 3$ .

**Câu 7:** Các số  $x+6y$ ,  $5x+2y$ ,  $8x+y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng; đồng thời các số  $x-1$ ,  $y+2$ ,  $x-3y$  theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân. Tính  $x^2 + y^2$ .

**Lời giải**

Theo giả thiết ta có 
$$\begin{cases} (x+6y) + (8x+y) = 2(5x+2y) \\ (x-1)(x-3y) = (y+2)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ (3y-1)(3y-3y) = (y+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ 0 = (y+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6 \\ y = -2 \end{cases}$$

Suy ra  $x^2 + y^2 = 40$ .

**Câu 8:** Cho dãy số tăng  $a$ ,  $b$ ,  $c$  ( $c \in \mathbb{Z}$ ) theo thứ tự lập thành cấp số nhân; đồng thời  $a$ ,  $b+8$ ,  $c$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng và  $a$ ,  $b+8$ ,  $c+64$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tính giá trị biểu thức  $P = a - b + 2c$ .

**Lời giải**

Ta có 
$$\begin{cases} ac = b^2 \\ a + c = 2(b+8) \\ a(c+64) = (b+8)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ac = b^2 & (1) \\ a - 2b = 16 - c & (2) \\ ac + 64a = (b+8)^2 & (3) \end{cases}$$

Thay (1) vào (3) ta được:  $b^2 + 64a = b^2 + 16b + 64 \Leftrightarrow 4a - b = 4$  (4).

Kết hợp (2) với (4) ta được: 
$$\begin{cases} a - 2b = 16 - c \\ 4a - b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{c-8}{7} \\ b = \frac{4c-60}{7} \end{cases} \quad (5)$$

Thay (5) vào (1) ta được:

$$7(c-8)c = (4c-60)^2 \Leftrightarrow 9c^2 - 424c + 3600 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 36 \\ c = \frac{100}{9} \end{cases} \Leftrightarrow c = 36 \quad (c \in \mathbb{Z}).$$

Với  $c = 36 \Rightarrow a = 4, b = 12 \Rightarrow P = 4 - 12 + 72 = 64$ .

**Câu 9:** Số hạng thứ hai, số hạng đầu và số hạng thứ ba của một cấp số cộng với công sai khác 0 theo thứ tự đó lập thành một cấp số nhân với công bội  $q$ . Tìm  $q$ .

**Lời giải**

Giả sử ba số hạng  $a; b; c$  lập thành cấp số cộng thỏa yêu cầu, khi đó  $b; a; c$  theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân công bội  $q$ . Ta có

$$\begin{cases} a + c = 2b \\ a = bq; c = bq^2 \end{cases} \Rightarrow bq + bq^2 = 2b \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ q^2 + q - 2 = 0 \end{cases}$$

Nếu  $b = 0 \Rightarrow a = b = c = 0$  nên  $a; b; c$  là cấp số cộng công sai  $d = 0$  (vô lí).

Nếu  $q^2 + q - 2 = 0 \Leftrightarrow q = 1$  hoặc  $q = -2$ . Nếu  $q = 1 \Rightarrow a = b = c$  (vô lí), do đó  $q = -2$ .

**Câu 10:** Bốn góc của một tứ giác tạo thành cấp số nhân và góc lớn nhất gấp 27 lần góc nhỏ nhất. Tổng của góc lớn nhất và góc bé nhất bằng:

**Lời giải**

Giả sử 4 góc  $A, B, C, D$  (với  $A < B < C < D$ ) theo thứ tự đó lập thành cấp số nhân thỏa yêu cầu với công bội  $q$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} A + B + C + D = 360 \\ D = 27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(1 + q + q^2 + q^3) = 360 \\ Aq^3 = 27A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 3 \\ A = 9 \\ D = Aq^3 = 243 \end{cases} \Rightarrow A + D = 252.$$

**Câu 11:** Người ta thiết kế một cái tháp gồm 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp (có diện tích là  $12\,288\text{ m}^2$ ). Tính diện tích mặt trên cùng.

**Lời giải**

Diện tích bề mặt của mỗi tầng (kể từ 1) lập thành một cấp số nhân có công bội  $q = \frac{1}{2}$  và

$$u_1 = \frac{12288}{2} = 6144.$$

Khi đó diện tích mặt trên cùng là:  $u_{11} = u_1 q^{10} = \frac{6144}{2^{10}} = 6$

-----HẾT-----





$$\begin{aligned} \text{d) } S_n &= 6 + 66 + 666 + \dots + \underbrace{666\dots6}_{n \text{ số } 6} = \frac{6}{9} \left( 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_n \right) \\ &= \frac{2}{3} \left[ (10-1) + (100-1) + (1000-1) + \dots + (10^n-1) \right] \\ &= \frac{2}{3} \left[ 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^n - n \right] = \frac{2}{3} \left[ 10 \cdot \frac{10^n-1}{10-1} - n \right] = \frac{20}{27} (10^n-1) - \frac{2n}{3}. \end{aligned}$$

**Bài tập 2:** Cho một cấp số nhân  $(u_n)$  có các số hạng đều không âm và thoả mãn  $u_2 = 6$  và  $u_4 = 24$ . Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

**Lời giải**

Gọi công bội của cấp số nhân là  $q$ . Ta có:  $u_4 = u_2 \cdot q^2$  hay  $24 = 6 \cdot q^2$  suy ra  $q = -2$  hoặc  $q = 2$

Do cấp số nhân có các số hạng không âm nên  $q = 2$ .

Khi đó cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{6}{2} = 3$  suy ra  $S_{12} = \frac{u_1(1-q^{12})}{1-q} = \frac{3(1-2^{12})}{1-2} = 12285$ .

**Bài tập 3:** Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20000 đồng, mỗi lần sau tiền đặt gấp đôi lần tiền đặt cược trước. Người đó thua 9 lần liên tiếp và thắng ở lần thứ 10. Hỏi du khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

**Lời giải**

Số tiền du khách đặt trong mỗi lần là một cấp số nhân có  $u_1 = 20\,000$  và công bội  $q = 2$ .

Du khách thua trong 9 lần đầu tiên nên tổng số tiền thua là:

$$S_9 = u_1 + u_2 + \dots + u_9 = \frac{u_1(1-p^9)}{1-p} = 10220000$$

Số tiền mà du khách thắng trong lần thứ 10 là  $u_{10} = u_1 \cdot p^9 = 10240000$

Ta có  $u_{10} - S_9 = 20\,000 > 0$  nên du khách thắng 20 000.

**Bài tập 4:** Anh Dũng kí hợp đồng lao động trong 10 năm với phương án trả lương như sau: Năm thứ nhất, tiền lương của anh Dũng là 120 triệu đồng. Kể từ năm thứ hai trở đi, mỗi năm tiền lương của anh Dũng được tăng lên 10%. Tính tổng số tiền lương anh Dũng lĩnh được trong 10 năm đầu đi làm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị triệu đồng).

**Lời giải**

Ta có tiền lương năm thứ nhất của anh Dũng là: 120 triệu đồng.

Tiền lương năm thứ hai của anh Dũng là:

$$120 + 120 \cdot 10\% = 120(1 + 0,1) = 120 \cdot 1,1 \text{ (triệu đồng).}$$

Tiền lương năm thứ ba của anh Dũng là:

$$120 \cdot 1,1 + 120 \cdot 1,1 \cdot 10\% = 120 \cdot 1,1(1 + 0,1) = 120 \cdot 1,1^2 \text{ (triệu đồng).}$$

Cứ tiếp tục như vậy, ta được tiền lương năm thứ 10 của anh Dũng là 120. 1,19 (triệu đồng).

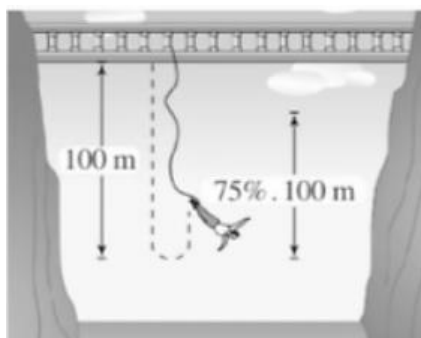
Do vậy, tiền lương mỗi năm của anh Dũng nhận được trong 10 năm lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu  $u_1 = 120$  và công bội  $q = 1,1$ .

Khi đó tổng số tiền lương anh Dũng lĩnh được trong 10 năm đầu đi làm là:

$$S_{10} = \frac{u_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{120 \cdot [1 - (1,1)^{10}]}{1-1,1} \approx 1912 \text{ (triệu đồng)}$$

Vậy tổng số tiền lương anh Dũng lĩnh được trong 10 năm đầu đi làm là 1912 triệu đồng.

**Bài tập 5:** Một người nhảy Bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây đai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Giả sử sau mỗi lần rơi xuống, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ cao bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên (Hình 3). Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần rơi xuống và lại được kéo lên, tính từ lúc bắt đầu nhảy (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



**Lời giải**

Gọi  $u_1$  ( m ) là quãng đường người chơi rơi xuống ở lần thứ nhất, ta có:  $u_1 = 100$

$v_1$  ( m ) là quãng đường người chơi được kéo lên ở lần thứ nhất, ta có:  $v_1 = 100 \cdot 0,75 = 75$

$u_2$  ( m ) là quãng đường người chơi rơi xuống ở lần thứ hai, ta có:  $u_2 = v_1 = 0,75u_1$

$v_2$  ( m ) là quãng đường người chơi được kéo lên ở lần thứ hai, ta có:  $v_2 = 0,75u_2 = 0,75v_1$ .

Như vậy, ta có hai cấp số nhân đều có công bội 0,75 là:

$$u_1, u_2, \dots, u_{10} \text{ và } v_1, v_2, \dots, v_{10} \text{ với } u_1 = 100 \text{ và } v_1 = 75.$$

$$\text{Ta có: } u_1 + u_2 + \dots + u_{10} = 100 \cdot \left( \frac{1 - 0,75^{10}}{1 - 0,75} \right); v_1 + v_2 + \dots + v_{10} = 75 \cdot \left( \frac{1 - 0,75^{10}}{1 - 0,75} \right).$$

Vậy quãng đường người đó đi được sau 10 lần rơi xuống và lại được kéo lên tính từ lúc bắt đầu

$$\text{nhảy là: } (u_1 + u_2 + \dots + u_{10}) + (v_1 + v_2 + \dots + v_{10}) = 175 \cdot \left( \frac{1 - 0,75^{10}}{1 - 0,75} \right) \approx 661 \text{ ( m ).}$$

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = -3$  và  $q = -2$ . Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A.  $S_{10} = -511$ .      B.  $S_{10} = 1023$ .      C.  $S_{10} = 1025$ .      D.  $S_{10} = -1025$ .

**Lời giải**

Ta có:  $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = -3 \cdot \frac{1 - (-2)^{10}}{1 - (-2)} = 1023$ .

**Câu 2:** Cho một cấp số nhân có các số hạng đều không âm thỏa mãn  $u_2 = 6, u_4 = 24$ . Tính tổng của 12 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó.

- A.  $3 \cdot 2^{12} - 3$ .      B.  $2^{12} - 1$ .      C.  $3 \cdot 2^{12} - 1$ .      D.  $3 \cdot 2^{12}$ .

**Lời giải**

Gọi công bội của CSN bằng  $q$ . Suy ra  $u_4 = u_2 \cdot q^2 \Rightarrow q = \pm 2$ . Do CSN có các số hạng không âm nên  $q = 2$ .

Ta có  $S_{12} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{12}}{1 - q} = 3 \cdot \frac{1 - 2^{12}}{1 - 2} = 3(2^{12} - 1)$ .

**Câu 3:** Cho dãy  $(u_n)$  với  $u_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$ . Tính  $S_{2019} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{2019}$ , ta được kết quả

- A.  $2020 - \frac{1}{2^{2019}}$ .      B.  $\frac{4039}{2}$ .      C.  $2019 + \frac{1}{2^{2019}}$ .      D.  $\frac{6057}{2}$ .

**Lời giải**

$$S_{2019} = 2019 + \left(\frac{1}{2}\right)^1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{2019} = 2019 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2019}}{1 - \frac{1}{2}} = 2020 - \frac{1}{2^{2019}}$$

**Câu 4:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_3 = 12, u_5 = 48$ , có công bội âm. Tổng 7 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 129.      B. -129.      C. 128.      D. -128.

**Lời giải**

Ta có:  $u_4^2 = u_3 \cdot u_5 = 576$ . Vì  $u_3 > 0, u_5 > 0$  và công bội âm nên:  $u_4 = -24 \Rightarrow q = -2$ .

Lại có:  $u_3 = u_1 q^2 \Rightarrow u_1 = \frac{u_3}{q^2} = \frac{12}{4} = 3$ .

Áp dụng công thức ta có:  $S_7 = u_1 \frac{1 - q^7}{1 - q} = 3 \cdot \frac{1 - (-2)^7}{1 - (-2)} = 129$ .

**Câu 5:** Cho  $(u_n)$  là cấp số nhân, đặt  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ . Biết  $S_2 = 4; S_3 = 13$  và  $u_2 < 0$ , giá trị  $S_5$  bằng

- A. 2.                                      **B.**  $\frac{181}{16}$ .                                      C.  $\frac{35}{16}$ .                                      D. 121.

**Lời giải**

Gọi  $u_1, q$  lần lượt là số hạng đầu tiên và công bội của cấp số nhân cần tìm.

$$\text{Từ giả thiết ta có } \begin{cases} S_2 = 4 \\ S_3 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q) = 4 \\ u_1(1+q+q^2) = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1+q) = 4 \\ q = 3 \\ q = \frac{-3}{4} \end{cases}.$$

$$\text{Vì } \begin{cases} u_2 < 0 \\ u_3 = S_3 - S_2 = 9 > 0 \end{cases} \Rightarrow q = \frac{u_3}{u_2} < 0 \text{ nên cấp số nhân cần tìm có } \begin{cases} u_1 = 16 \\ q = -\frac{3}{4} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } S_5 = u_1 \left( \frac{1-q^5}{1-q} \right) = \frac{181}{16}.$$

**Câu 6:** Giá trị của tổng  $S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2018}$  bằng

- A.**  $S = \frac{3^{2019} - 1}{2}$ .                                      **B.**  $S = \frac{3^{2018} - 1}{2}$ .                                      **C.**  $S = \frac{3^{2020} - 1}{2}$ .                                      **D.**  $S = -\frac{3^{2018} - 1}{2}$ .

**Lời giải**

Ta thấy  $S$  là tổng của 2019 số hạng đầu tiên của cấp số nhân với số hạng đầu là  $u_1 = 1$ , công bội  $q = 3$ .

$$\text{Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân ta có } S = 1 \cdot \frac{1-3^{2019}}{1-3} = \frac{3^{2019} - 1}{2}.$$

**Câu 7:** Biết rằng  $S = 1 + 2.3 + 3.3^2 + \dots + 11.3^{10} = a + \frac{21.3^b}{4}$ . Tính  $P = a + \frac{b}{4}$ .

- A.**  $P = 1$ .                                      **B.**  $P = 2$ .                                      **C.**  $P = 3$ .                                      **D.**  $P = 4$ .

**Lời giải**

$$\text{Từ giả thiết suy ra } 3S = 3 + 2.3^2 + 3.3^3 + \dots + 11.3^{11}.$$

Do đó:

$$-2S = S - 3S = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{10} - 10.3^{11} = \frac{1-3^{11}}{1-3} - 10.3^{11} = -\frac{1}{2} - \frac{21.3^{11}}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{4} + \frac{21}{4}.3^{11}.$$

$$\text{Vì } S = \frac{1}{4} + \frac{21.3^{11}}{4} = a + \frac{21.3^b}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{4}, b = 11 \longrightarrow P = \frac{1}{4} + \frac{11}{4} = 3.$$

**Câu 8:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $S_2 = 4$  và  $S_3 = 13$ . Tìm  $S_5$ .

- A.**  $S_5 = 121$  hoặc  $S_5 = \frac{181}{16}$ .                                      **B.**  $S_5 = 121$  hoặc  $S_5 = \frac{35}{16}$ .  
**C.**  $S_5 = 114$  hoặc  $S_5 = \frac{185}{16}$ .                                      **D.**  $S_5 = 141$  hoặc  $S_5 = \frac{183}{16}$ .

Lời giải

Ta có  $u_3 = S_3 - S_2 = 9 \Rightarrow u_1 q^2 = 9 \Rightarrow u_1 = \frac{9}{q^2}$

Vì  $S_2 = 4$  nên  $u_1 + u_1 q = 4$ . Do đó  $\frac{9}{q^2} + \frac{9}{q} = 4 \Leftrightarrow 4q^2 - 9q - 9 = 0 \Leftrightarrow q = 3$  hoặc  $q = -\frac{3}{4}$ .

Với  $q = 3$  thì  $u_1 = 1, u_6 = u_1 q^5 = 243$ . Suy ra  $S_5 = \frac{u_1 - u_6}{1 - q} = \frac{1 - 243}{1 - 3} = 121$ .

Với  $q = -\frac{3}{4}$  thì  $u_1 = 16, u_6 = -\frac{243}{64}$ . Suy ra  $S_5 = \frac{u_1 - u_6}{1 - q} = \frac{181}{16}$ .

**Câu 9:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 8$  và biểu thức  $4u_3 + 2u_2 - 15u_1$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính  $S_{10}$ .

A.  $S_{10} = \frac{2(4^{11} + 1)}{5.4^9}$ .      B.  $S_{10} = \frac{2(4^{10} + 1)}{5.4^8}$ .      C.  $S_{10} = \frac{2^{10} - 1}{3.2^6}$ .      D.  $S_{10} = \frac{2^{11} - 1}{3.2^7}$

Lời giải

Gọi  $q$  là công bội của cấp số nhân. Khi đó  $4u_3 + 2u_2 - 15u_1 = 2(4q + 1)^2 - 122 \geq -122, \forall q$ .

Dấu bằng xảy ra khi  $4q + 1 = 0 \Leftrightarrow q = -\frac{1}{4}$ . Suy ra:  $S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = 8 \cdot \frac{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^{10}}{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{2(4^{10} - 1)}{5.4^8}$

**Câu 10:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_1 = 2$ , công bội dương và biểu thức  $u_4 + \frac{1024}{u_7}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

Tính  $S = u_{11} + u_{12} + \dots + u_{20}$ .

A.  $S = 2046$ .      B.  $S = 2097150$ .      C.  $S = 2095104$ .      D.  $S = 1047552$ .

Lời giải

Gọi  $q$  là công bội của cấp số nhân,  $q > 0$ . Ta có  $u_4 + \frac{1024}{u_7} = 2q^3 + \frac{512}{q^6}$ .

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có:  $2q^3 + \frac{512}{q^6} = q^3 + q^3 + \frac{512}{q^6} \geq 3\sqrt[3]{q^3 \cdot q^3 \cdot \frac{512}{q^6}} = 24$ .

Suy ra  $u_4 + \frac{1024}{u_7}$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng 24 khi  $q^3 = \frac{512}{q^6} \Leftrightarrow q = 2$ .

Ta có  $S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = 2^{11} - 2$ ;  $S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{20})}{1 - q} = 2^{21} - 2$ .

Do đó  $S = S_{20} - S_{10} = 2095104$ .

**Câu 11:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$ . Tính  $S_{21}$ .

**A.**  $S_{21} = \frac{1}{2}(3^{21} + 1)$       **B.**  $S_{21} = 3^{21} - 1.$       **C.**  $S_{21} = 1 - 3^{21}.$       **D.**  $S_{21} = -\frac{1}{2}(3^{21} + 1).$

**Lời giải**

Ta có  $u_4 + u_6 = -540 \Leftrightarrow (u_3 + u_5)q = -540.$  Kết hợp với phương trình thứ hai trong hệ, ta tìm được  $q = -3.$  Lại có  $u_3 + u_5 = 180 \Leftrightarrow u_1(q^2 + q^4) = 180.$

Vì  $q = -3$  nên  $u_1 = 2.$  Suy ra  $S_{21} = \frac{u_1(1 - q^{21})}{1 - q} = \frac{1}{2}(3^{21} + 1).$

**Câu 12:** Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là 1; 4; 16; 64; ... Gọi  $S_n$  là tổng của  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân đó. Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $S_n = 4^{n-1}.$       **B.**  $S_n = \frac{n(1 + 4^{n-1})}{2}.$       **C.**  $S_n = \frac{4^n - 1}{3}.$       **D.**  $S_n = \frac{4(4^n - 1)}{3}.$

**Lời giải**

Cấp số nhân đã cho có  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 4 \end{cases} \longrightarrow S_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q} = 1 \cdot \frac{1 - 4^n}{1 - 4} = \frac{4^n - 1}{3}.$

**Câu 13:** Cho cấp số nhân có các số hạng lần lượt là  $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; \dots; 2048.$  Tính tổng  $S$  của tất cả các số hạng của cấp số nhân đã cho.

**A.**  $S = 2047,75.$       **B.**  $S = 2049,75.$       **C.**  $S = 4095,75.$       **D.**  $S = 4096,75.$

**Lời giải**

Cấp số nhân đã cho có

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{4} \\ q = 2 \end{cases} \longrightarrow 2048 = 2^{11} = u_1 q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot 2^{n-1} = 2^{n-2} \Leftrightarrow n = 13.$$

Vậy cấp số nhân đã cho có tất cả 13 số hạng. Vậy  $S_{13} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{13}}{1 - q} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - 2^{13}}{1 - 2} = 2047,75$

**Câu 14:** Số thập phân vô hạn tuần hoàn  $3,1555\dots = 3,1(5)$  viết dưới dạng số hữu tỉ là:

**A.**  $\frac{63}{20}.$       **B.**  $\frac{142}{45}.$       **C.**  $\frac{1}{18}.$       **D.**  $\frac{7}{2}.$

**Lời giải**

$3,1555\dots = 3,1 + 0,05 + 0,005 + 0,0005 + \dots$

Dãy số  $0,05; 0,005; 0,0005; 0,00005; \dots$  là một cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 0,05; q = 0,1.$

Vậy  $3,1555\dots = 3,1 + \frac{0,05}{1 - 0,1} = \frac{142}{45}.$

**Câu 15:** Tính tổng  $S = -1 + \frac{1}{6} - \frac{1}{6^2} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{6^n} + \dots$

A.  $S = \frac{7}{6}$                       B.  $S = -\frac{6}{7}$                       C.  $S = \frac{6}{7}$                       D.  $S = -\frac{7}{6}$

**Lời giải**

Ta có:  $q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{u_3}{u_2} = \dots = -\frac{1}{6}$  ( $|q| < 1$ ). Do đó:  $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{-1}{1+\frac{1}{6}} = \frac{-6}{7}$

**Câu 16:** Số thập phân vô hạn tuần hoàn 0,121212... được biểu diễn bởi phân số

A.  $\frac{3}{25}$                       B.  $\frac{12}{99}$                       C.  $\frac{1}{11}$                       D.  $\frac{3}{22}$

**Lời giải**

Ta có  $0,121212\dots = \frac{12}{10^2} + \frac{12}{10^4} + \frac{12}{10^6} + \dots + \frac{12}{10^{2n}} + \dots = 12 \left( \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^4} + \dots + \frac{1}{10^{2n}} + \dots \right)$   
 $= 12 \left( \frac{\frac{1}{100}}{1 - \frac{1}{100}} \right) = \frac{4}{33} = \frac{12}{99}$ .

**Câu 17:** Viết thêm bốn số vào giữa hai số 160 và 5 để được một cấp số nhân. Tổng các số hạng của cấp số nhân đó là

A. 215.                      B. 315.                      C. 415.                      D. 515.

**Lời giải**

Từ giả thiết ta có  $\begin{cases} u_1 = 160 \\ u_6 = 5 \end{cases} \Rightarrow q = \sqrt[5]{\frac{u_6}{u_1}} = \frac{1}{2}$ .

Suy ra tổng các số hạng của cấp số nhân đó là:  $S = \frac{u_1(1-q^6)}{1-q} = \frac{160 \left( 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^6 \right)}{\frac{1}{2}} = 315$ .

**Câu 18:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases}$ . Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân  $(u_n)$  là

A.  $S_8 = 1093$ .                      B.  $S_8 = 3820$ .                      C.  $S_8 = 9841$ .                      D.  $S_8 = 3280$ .

**Lời giải**

Ta có  $\begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 13 \\ u_4 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1 \cdot q + u_1 \cdot q^2 = 13 \\ u_1 \cdot q^3 - u_1 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \\ u_1 \cdot (q-1)(1 + q + q^2) = 26 \end{cases}$   
 $\Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q + q^2) = 13 \\ q = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ q = 3 \end{cases}$ . Vậy tổng  $S_8 = \frac{u_1(1-q^8)}{1-q} = \frac{1(1-3^8)}{1-3} = 3280$ .

**Câu 19:** Tổng  $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  có giá trị là:

- A.  $\frac{1}{9}$ .                      B.  $\frac{1}{4}$ .                      C.  $\frac{1}{3}$ .                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

Ta có  $S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$  là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{3^n}$  có số hạng đầu  $u_1 = \frac{1}{3}$ , công sai  $q = \frac{1}{3}$ . Do đó  $S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$ .

**Câu 20:** Cho dãy số  $(a_n)$  xác định bởi  $a_1 = 2, a_{n+1} = -2a_n, n \geq 1, n \in \mathbb{N}$ . Tính tổng của 10 số hạng đầu tiên của dãy số.

- A.  $\frac{2050}{3}$ .                      B. 2046.                      C. -682.                      D. -2046.

**Lời giải**

Vì  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = -2$  suy ra  $(a_n)$  là một cấp số nhân với  $\begin{cases} a_1 = 2 \\ q = -2 \end{cases}$ . Suy ra  $S_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = -682$ .

**Câu 21:** Tính tổng tất cả các số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu là  $\frac{1}{2}$ , số hạng thứ tư là 32 và số hạng cuối là 2048 ?

- A.  $\frac{1365}{2}$ .                      B.  $\frac{5416}{2}$ .                      C.  $\frac{5461}{2}$ .                      D.  $\frac{21845}{2}$ .

**Lời giải**

Theo bài ra ta có  $u_1 = \frac{1}{2}, u_4 = 32$  và  $u_n = 2048$ .

$$u_4 = u_1 \cdot q^3 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} \cdot q^3 \Rightarrow q = 4$$

$$u_n = 2048 \Rightarrow u_1 \cdot q^{n-1} = 2048 \Rightarrow 4^{n-1} = 4^6 \Rightarrow n = 7$$

Khi đó tổng của cấp số nhân này là  $S_7 = \frac{u_1(1-q^7)}{1-q} = \frac{\frac{1}{2}(1-4^7)}{1-4} = \frac{5461}{2}$ .

**Câu 22:** Một cấp số nhân  $(u_n)$  có  $n$  số hạng, số hạng đầu  $u_1 = 7$ , công bội  $q = 2$ . Số hạng thứ  $n$  bằng 1792. Tính tổng  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân  $(u_n)$  ?

- A. 5377.                      B. 5737.                      C. 3577.                      D. 3775.

**Lời giải**

Ta có  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow 7 \cdot 2^{n-1} = 1792 \Leftrightarrow n = 9 \Rightarrow S_8 = 3577$

**Câu 23:** Tính tổng cá số nhân lùi vô hạn  $-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{8}, \dots, \frac{(-1)^n}{2^n}, \dots$  là.



A.  $-1$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C.  $-\frac{1}{4}$ .

D.  $-\frac{1}{3}$ .

**Lời giải**

Cấp số nhân có  $u_1 = -\frac{1}{2}$  công bội  $q = -\frac{1}{2}$  nên tổng của cấp số nhân lùi vô hạn là.

$$\lim S_n = \lim \frac{u_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{u_1}{1-q} = -\frac{1}{3}$$

**Câu 24:** Giá trị của tổng  $7 + 77 + 777 + \dots + 77\dots7$  bằng

A.  $\frac{70}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$ .

B.  $\frac{7}{9}\left(\frac{10^{2018} - 10}{9} - 2018\right)$ .

C.  $\frac{7}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$ .

D.  $\frac{7}{9}(10^{2018} - 1)$ .

**Lời giải**

Ta có  $7 + 77 + 777 + \dots + 77\dots7$

$$= \frac{7}{9}(9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9) = \frac{7}{9}(10 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + \dots + 10^{2018} - 1)$$

$$= \frac{7}{9}(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018} - 2018)$$

Mặt khác, ta có  $10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}$  là tổng của một cấp số nhân với  $u_1 = 10$  và công bội

$$q = 10 \Rightarrow 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018} = 10 \frac{10^{2018} - 1}{9} = \frac{10^{2019} - 10}{9}$$

$$\text{Do đó } \frac{7}{9}(10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018} - 2018) = \frac{7}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$$

**Câu 25:** Giá trị của tổng  $4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$  bằng

A.  $\frac{40}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$ .

B.  $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$ .

C.  $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018\right)$ .

D.  $\frac{4}{9}(10^{2018} - 1)$ .

**Lời giải**

Đặt  $S = 4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$ .

$$\text{Ta có: } \frac{9}{4}S = 9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots9 = (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^{2018} - 1)$$

$$\text{Suy ra: } \frac{9}{4}S = (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}) - 2018 = A - 2018$$

Với  $A = 10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}$  là tổng 2018 số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu

$$u_1 = 10, \text{ công bội } q = 10 \text{ nên ta có } A = u_1 \frac{1 - q^{2018}}{1 - q} = 10 \frac{1 - 10^{2018}}{-9} = \frac{10^{2019} - 10}{9}.$$

$$\text{Do đó } \frac{9}{4}S = \frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \Leftrightarrow S = \frac{4}{9} \left( \frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \right).$$

**Câu 26:** Cho dãy số xác định bởi  $u_1 = 1, u_{n+1} = \frac{1}{3} \left( 2u_n + \frac{n-1}{n^2 + 3n + 2} \right); n \in \mathbb{N}^*$ . Khi đó  $u_{2018}$  bằng:

**A.**  $u_{2018} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$

**B.**  $u_{2018} = \frac{2^{2018}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$

**C.**  $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}.$

**D.**  $u_{2018} = \frac{2^{2017}}{3^{2018}} + \frac{1}{2019}.$

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } u_{n+1} = \frac{1}{3} \left( 2u_n + \frac{n-1}{n^2 + 3n + 2} \right) = \frac{1}{3} \left( 2u_n + \frac{3}{n+2} - \frac{2}{n+1} \right) = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{n+2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{n+1}.$$

$$\Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{n+2} = \frac{2}{3} \left( u_n - \frac{1}{n+1} \right) \quad (1)$$

$$\text{Đặt } v_n = u_n - \frac{1}{n+1}, \text{ từ (1) ta suy ra: } v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n.$$

Do đó  $(v_n)$  là cấp số nhân với  $v_1 = u_1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ , công bội  $q = \frac{2}{3}$ .

$$\text{Suy ra: } v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^{n-1} \Leftrightarrow u_n = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^{n-1} + \frac{1}{n+1}.$$

$$\text{Vậy } u_{2018} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{2}{3} \right)^{2017} + \frac{1}{2019} = \frac{2^{2016}}{3^{2017}} + \frac{1}{2019}.$$

**Câu 27:** Cho dãy số  $(U_n)$  xác định bởi:  $U_1 = \frac{1}{3}$  và  $U_{n+1} = \frac{n+1}{3n} U_n$ . Tổng  $S = U_1 + \frac{U_2}{2} + \frac{U_3}{3} + \dots + \frac{U_{10}}{10}$  bằng:

**A.**  $\frac{3280}{6561}.$

**B.**  $\frac{29524}{59049}.$

**C.**  $\frac{25942}{59049}.$

**D.**  $\frac{1}{243}.$

**Lời giải**

$$\text{Theo đề ta có: } U_{n+1} = \frac{n+1}{3n} U_n \Leftrightarrow \frac{U_{n+1}}{n+1} = \frac{1}{3} \frac{U_n}{n} \text{ mà } U_1 = \frac{1}{3} \text{ hay } \frac{U_1}{1} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Nên ta có } \frac{U_2}{2} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \left( \frac{1}{3} \right)^2; \frac{U_3}{3} = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{1}{3} \right)^2 = \left( \frac{1}{3} \right)^3; \dots; \frac{U_{10}}{10} = \left( \frac{1}{3} \right)^{10}.$$

Hay dãy  $\left( \frac{U_n}{n} \right)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $U_1 = \frac{1}{3}$ , công bội  $q = \frac{1}{3}$ .

$$\text{Khi đó } S = U_1 + \frac{U_2}{2} + \frac{U_3}{3} + \dots + \frac{U_{10}}{10} = \frac{1}{3} \pi \cdot 2^2 \cdot \sqrt{3} = \frac{3^{10} - 1}{2 \cdot 3^{10}} = \frac{59048}{2 \cdot 3^{10}} = \frac{29524}{59049}.$$

- Câu 28:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = 2u_{n-1} + 1; n \geq 2 \end{cases}$ . Tổng  $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20}$  bằng
- A.  $2^{20} - 20$ .                      **B.**  $2^{21} - 22$ .                      C.  $2^{20}$ .                      D.  $2^{21} - 20$ .

**Lời giải**

$$u_n = 2u_{n-1} + 1 \Leftrightarrow u_n + 1 = 2(u_{n-1} + 1)$$

Đặt  $v_n = u_n + 1$ , ta có  $v_n = 2v_{n-1}$  trong đó  $v_1 = 2$

Vậy  $(v_n)$  là cấp số nhân có số hạng đầu  $v_1 = 2$  và công bội bằng 2, nên số hạng tổng quát

$$v_n = 2^n \Rightarrow u_n = v_n - 1 = 2^n - 1$$

$$\Rightarrow S = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = (2^1 - 1) + (2^2 - 1) + \dots + (2^{20} - 1) = (2^1 + 2^2 + \dots + 2^{20}) - 20$$

$$S = 2 \cdot (2^{20} - 1) - 20 = 2^{21} - 22.$$

- Câu 29:** Người ta thiết kế một cái tháp 11 tầng. Diện tích bề mặt trên của mỗi tầng bằng nửa diện tích của mặt trên của tầng ngay bên dưới và diện tích mặt trên của tầng 1 bằng nửa diện tích của đế tháp. Tính diện tích mặt trên cùng.
- A.  $8 m^2$ .                      **B.**  $6 m^2$ .                      C.  $10 m^2$ .                      D.  $12 m^2$ .

**Lời giải**

Gọi  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{11}$  lần lượt là diện tích mặt trên của đế tháp, tầng 1, tầng 2, ..., tầng 11.

$$\text{Khi đó ta có: } a_0 = 12288; a_n = \frac{1}{2} a_{n-1} = a_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n, n = 1, 2, \dots, 11.$$

$$\text{Diện tích mặt trên tầng trên cùng là: } a_{11} = a_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{11} = 12288 \left(\frac{1}{2}\right)^{11} = 6 (m^2)$$

- Câu 30:** Dân số tỉnh Bình Phước theo điều tra vào ngày 1/1/2011 là 905300 người. Nếu duy trì tốc độ tăng trưởng dân số không đổi là 10% một năm thì đến 1/1/2020 dân số của tỉnh Bình Phước là bao nhiêu?
- A. 22582927.                      B. 02348115.                      **C.** 2134650.                      D. 11940591.

**Lời giải**

Sau 9 năm thì số dân của tỉnh Bình Phước là:  $905300 \cdot 1,1^9 \approx 2134650$  người.

- Câu 31:** Bạn A thả quả bóng cao su từ độ cao 10m theo phương thẳng đứng. Mỗi khi chạm đất nó lại nảy lên theo phương thẳng đứng có độ cao bằng  $\frac{3}{4}$  độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn.
- A. 40 m.                      **B.** 70 m.                      C. 50 m.                      D. 80 m.

**Lời giải**

Các quãng đường khi bóng đi xuống tạo thành một cấp số nhân lùi vô hạn có  $u_1 = 10$  và  $q = \frac{3}{4}$ .

$$\text{Tổng các quãng đường khi bóng đi xuống là } S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{10}{1-\frac{3}{4}} = 40.$$

Tổng quãng đường bóng đi được đến khi bóng dừng hẳn  $2S - 10 = 70$ .

**Câu 32:** Một loại vi khuẩn sau mỗi phút số lượng tăng gấp đôi biết rằng sau 5 phút người ta đếm được có 64000 con hỏi sau bao nhiêu phút thì có được 2048000 con.

- A.** 10.                      **B.** 11.                      **C.** 26.                      **D.** 50.

**Lời giải**

Số lượng vi khuẩn tăng lên là cấp số nhân  $(u_n)$  với công bội  $q = 2$ .

$$\text{Ta có: } u_6 = 64000 \Rightarrow u_1 \cdot q^5 = 64000 \Rightarrow u_1 = 2000.$$

Sau  $n$  phút thì số lượng vi khuẩn là  $u_{n+1}$ .

$$u_{n+1} = 2048000 \Rightarrow u_1 \cdot q^n = 2048000 \Rightarrow 2000 \cdot 2^n = 2048000 \Rightarrow n = 10.$$

Vậy sau 10 phút thì có được 2048000 con.

**Câu 33:** Cho tam giác  $ABC$  cân tại đỉnh  $A$ , biết độ dài cạnh đáy  $BC$ , đường cao  $AH$  và cạnh bên  $AB$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội  $q$ . Giá trị của  $q^2$  bằng

- A.**  $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$ .                      **B.**  $\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ .                      **C.**  $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ .                      **D.**  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

**Lời giải**

Đặt  $BC = a$ ;  $AB = AC = b$ ;  $AH = h$ . Theo giả thiết ta có  $a, h, b$  lập cấp số nhân, suy ra

$$h^2 = ab. \text{ Mặt khác tam giác } ABC \text{ cân tại đỉnh } A \text{ nên } h^2 = m_a^2 = \frac{b^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

$$\text{Do đó } \frac{b^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4} = ab \Leftrightarrow a^2 + 4ab - 4b^2 = 0 \Leftrightarrow a = (2\sqrt{2} - 2)b$$

$$\text{Lại có } b = q^2 a \text{ nên suy ra } q^2 = \frac{b}{a} = \frac{1}{2\sqrt{2} - 2} = \frac{2\sqrt{2} + 2}{4} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}.$$

**Câu 34:** Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 1$ , công bội  $q = 2$ . Tính tổng

$$T = \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}}.$$

- A.**  $\frac{1-2^{19}}{15 \cdot 2^{18}}$ .                      **B.**  $\frac{1-2^{20}}{15 \cdot 2^{19}}$ .                      **C.**  $\frac{2^{19}-1}{15 \cdot 2^{18}}$ .                      **D.**  $\frac{2^{20}-1}{15 \cdot 2^{19}}$

**Lời giải**

$$T = \frac{1}{u_1 - u_5} + \frac{1}{u_2 - u_6} + \frac{1}{u_3 - u_7} + \dots + \frac{1}{u_{20} - u_{24}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{u_1(1-q^4)} + \frac{1}{u_2(1-q^4)} + \frac{1}{u_3(1-q^4)} + \dots + \frac{1}{u_{20}(1-q^4)} = \frac{1}{1-q^4} \left( \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \dots + \frac{1}{u_{20}} \right) \\
 &= \frac{1}{1-q^4} \left( \frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_1q} + \frac{1}{u_1q^2} + \dots + \frac{1}{u_1q^{19}} \right) = \frac{1}{1-q^4} \cdot \frac{1}{u_1} \left( 1 + \frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \dots + \frac{1}{q^{19}} \right) = \frac{1}{1-q^4} \cdot \frac{1}{u_1} \cdot \frac{\left(\frac{1}{q}\right)^{20} - 1}{\frac{1}{q} - 1} \\
 &= \frac{1}{1-q^4} \cdot \frac{1}{u_1} \cdot \frac{1-(q)^{20}}{(1-q)q^{19}} = \frac{1-2^{20}}{15 \cdot 2^{19}}
 \end{aligned}$$

**Câu 35:** Cho cấp số nhân  $(a_n)$  có  $a_1 = 7$ ,  $a_6 = 224$  và  $S_k = 3577$ . Tính giá trị của biểu thức  $T = (k+1)a_k$ .  
**A.**  $T = 17920$ .                      **B.**  $T = 8064$ .                      **C.**  $T = 39424$ .                      **D.**  $T = 86016$ .

**Lời giải**

Ta có  $a_6 = 224 \Leftrightarrow a_1q^5 = 224 \Rightarrow q = 2$ .

Do  $S_k = \frac{a_1(1-q^k)}{1-q} = 7(2^k - 1)$  nên  $S_k = 3577 \Leftrightarrow 7(2^k - 1) = 3577 \Leftrightarrow 2^k = 2^9 \Leftrightarrow k = 9$ .

Suy ra:  $T = 10a_9 = 10a_1q^8 = 17920$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$ , biết  $u_1 + u_5 = 51; u_2 + u_6 = 102$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số hạng  $u_1 = 3$
- b) Số hạng  $u_4 = 48$
- c) Số 12288 là số hạng thứ 12 của cấp số nhân  $(u_n)$
- d) Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân là: 765.

**Lời giải**

a) Đúng: Gọi  $q$  là công bội của cấp số nhân đã cho.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + u_1q^4 = 51 \\ u_1q + u_1q^5 = 102 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1(1 + q^4) = 51 & (1) \\ u_1q(1 + q^4) = 102 & (2) \end{cases}$$

**Nhận xét:** Nếu  $u_1 = 0$  hay  $q = 0$  thì (1) và (2) đều không thỏa mãn vì vậy ta có  $u_1q \neq 0$ .

Chia theo vế (2) cho (1) ta được:  $q = 2$ .

Thay  $q = 2$  vào (1) suy ra  $u_1 = \frac{51}{1+2^4} = 3$ .

Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân:  $u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ .

b) Sai:  $u_4 = 3 \cdot 2^3 = 24$

c) Sai: Xét  $u_n = 12288 \Leftrightarrow 3 \cdot 2^{n-1} = 12288 \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^{12} \Leftrightarrow n = 13$ .

Vậy 12288 là số hạng thứ 13 của cấp số nhân đã cho.

d) Đúng: Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân là:  $S_8 = \frac{u_1(1-q^8)}{1-q} = \frac{3 \cdot (1-2^8)}{1-2} = 765$ .

**Câu 2:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn:  $\begin{cases} u_4 = \frac{2}{27} \\ u_3 = 243u_8 \end{cases}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số hạng  $u_1 = 2; u_2 = \frac{2}{3}$

b)  $u_5 - u_3 = -\frac{16}{81}$

c) Số  $\frac{2}{6561}$  là số hạng thứ 8 của cấp số nhân

d) Tổng 9 số hạng đầu của cấp số nhân là số lớn hơn 3.

**Lời giải**

a) Đúng: Gọi  $q$  là công bội của cấp số nhân  $(u_n)$ .

Theo giả thiết, ta có:  $\begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ u_1 q^2 = 243 \cdot u_1 q^7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 q^3 = \frac{2}{27} \\ q^5 = \frac{1}{243} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{3} \\ u_1 = 2 \end{cases}$

Năm số hạng đầu của  $(u_n)$  là:  $u_1 = 2; u_2 = \frac{2}{3}; u_3 = \frac{2}{9}; u_4 = \frac{2}{27}; u_5 = \frac{2}{81}$ .

b) Đúng:  $u_5 - u_3 = \frac{2}{81} - \frac{2}{9} = \frac{-16}{81}$

c) Sai: Số hạng tổng quát của cấp số nhân:  $u_n = u_1 q^{n-1} = \frac{2}{3^{n-1}}$ .

Xét  $u_n = \frac{2}{6561} \Rightarrow \frac{2}{3^{n-1}} = \frac{2}{6561} \Rightarrow 3^{n-1} = 6561 = 3^8 \Rightarrow n = 9$ .

Vậy  $\frac{2}{6561}$  là số hạng thứ 9 của cấp số nhân  $(u_n)$ .

d) Sai: Tổng 9 số hạng đầu của cấp số nhân là:  $S_9 = \frac{u_1(1-q^9)}{1-q} = \frac{2 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^9\right)}{1 - \frac{1}{3}} \approx 2,99985 < 3$ .

**Câu 3:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Số hạng  $u_1 = 2$
- Gọi  $q$  là công bội của cấp số nhân, thì ba số  $q; 1; 3$  tạo thành một cấp số cộng
- Số  $-486$  là số hạng thứ 5 của cấp số nhân
- Tổng của 21 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng 5230176602

**Lời giải**

a) Đúng: Gọi  $q$  là công bội và  $S_{21}$  là tổng của 21 số hạng đầu của cấp số nhân  $(u_n)$ .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 + u_6 = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u_3 + u_5)q = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 180q = -540 \\ u_3 + u_5 = 180 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q = -3 \\ u_1(-3)^2 + u_1(-3)^4 = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = -3 \\ u_1(9 + 81) = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = -3 \\ u_1 = 2 \end{cases}$$

- $-3; 1; 3$  không thể tạo thành một cấp số cộng
- Số  $-486 = 2 \cdot (-3)^5$  nên số  $-486$  là số hạng thứ 6

$$\text{d) Suy ra } S_{21} = \frac{u_1(1 - q^{21})}{1 - q} = \frac{2[1 - (-3)^{21}]}{1 - (-3)} = \frac{1 + 3^{21}}{2}.$$

**Câu 4:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  biết rằng  $u_1 + u_2 + u_3 = 168$  và  $u_4 + u_5 + u_6 = 21$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Số hạng  $u_1 = 90$
- Công bội của cấp số nhân bằng 2
- Số 24 là số hạng thứ 3 của cấp số nhân
- Tổng của 10 số hạng đầu cấp số nhân đã cho bằng  $\frac{3069}{16}$

**Lời giải**

a) Sai: Số hạng  $u_1 = 96$

b) Sai: Công bội của cấp số nhân bằng  $q = \frac{1}{2}$

c) Đúng: Ta có  $24 = 96 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{3-1}$

$$\text{d) Đúng: Ta có } S_{10} = \frac{u_1(1 - q^{10})}{1 - q} = \frac{96 \left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right]}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3069}{16}$$

**Câu 5:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có công bội nguyên và các số hạng thỏa mãn  $\begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases}$ . Xét tính đúng

sai của các khẳng định sau:

- Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9
- Công bội của cấp số nhân  $q = 3$
- Tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599
- Số 576 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_4 - u_2 = 54 \\ u_5 - u_3 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q^3 - u_1 q = 54 \\ u_1 q^4 - u_1 q^2 = 108 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 q (q^2 - 1) = 54 \\ u_1 q^2 (q^2 - 1) = 108 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{54}{q(q^2 - 1)} \\ \frac{1}{q} = \frac{54}{108} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = \frac{54}{2(2^2 - 1)} \\ q = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 9 \\ q = 2 \end{cases}$$

a) Đúng: Số hạng đầu của cấp số nhân bằng 9

b) Sai: Công bội của cấp số nhân  $q = 3$

$$\text{c) Ta có: } S_n = 4599 \Leftrightarrow \frac{u_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q} = 4599 \Leftrightarrow \frac{9 \cdot (1 - 2^n)}{1 - 2} = 4599$$

$$\Leftrightarrow -9 \cdot (1 - 2^n) = 4599 \Leftrightarrow 1 - 2^n = -511 \Leftrightarrow 2^n = 512 \Leftrightarrow n = 9$$

Vậy tổng của 9 số hạng đầu tiên bằng 4599.

$$\text{d) Ta có: } u_k = 576 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^{k-1} = 576 \Leftrightarrow 9 \cdot 2^{k-1} = 576 \Leftrightarrow 2^{k-1} = 64 \Leftrightarrow k - 1 = 6 \Leftrightarrow k = 7$$

Vậy số 576 là số hạng thứ 7 của cấp số nhân.

**Câu 6:** Cho dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân có  $u_1 = 3$ ,  $u_3 = 12$  và công bội của cấp số nhân đó là số âm.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Công bội của cấp số cộng đó là  $q = -2$ .
- Số hạng thứ 25 của cấp số nhân đó bằng  $-3 \cdot 2^{24}$ .
- Tổng 101 số hạng đầu của cấp số nhân đó bằng  $1 - 2^{101}$ .
- $u_{55} = \sqrt{u_{54} \cdot u_{56}}$

**Lời giải**

a) Đúng: Vì dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân có  $u_1 = 3$ ,  $u_3 = 12$  và công bội  $q < 0$

$$\text{Suy ra } u_3 = u_1 \cdot q^2 \Rightarrow 3 \cdot q^2 = 12 \Rightarrow q = -2$$



b) Sai:  $u_{25} = u_1 \cdot q^{24} = 3 \cdot (-2)^{24} = 3 \cdot 2^{24}$

c) Sai: Tổng số hạng đầu của cấp số nhân đó là  $S_{101} = \frac{u_1(1 - q^{101})}{1 - q} = \frac{3 \cdot [1 - (-2)^{101}]}{1 - (-2)} = 1 + 2^{101}$

d) Sai:  $\sqrt{u_{54} \cdot u_{56}} = \sqrt{\frac{u_{55}}{q} \cdot u_{55} \cdot q} = \sqrt{(u_{55})^2} = |u_{55}| = u_{55} (u_{55} = u_1 \cdot q^{54} > 0)$

**Câu 7:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  có  $u_2 = 6$  và  $u_3 = 18$ . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Công bội của cấp số nhân là  $q = 3$ .
- b)  $u_{k-1} + u_{k+1} = u_k^2, 2 \leq k \in \mathbb{N}^*$ .
- c) Số hạng đầu của cấp số nhân là  $u_1 = 1$
- d) Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho  $S_{10} = 59048$ .

**Lời giải**

a) Đúng : Công bội của cấp số nhân là  $q = \frac{u_2}{u_1} = 3$

b) Sai : Do  $(u_n)$  là cấp số nhân  $u_{k-1} \cdot u_{k+1} = u_k^2, 2 \leq k \in \mathbb{N}^*$

c) Sai: Số hạng đầu của cấp số nhân là  $u_1 = \frac{u_2}{q} = 2$

d) Đúng: Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho  $S_{10} = 2 \frac{1 - (3)^{10}}{1 - (3)} = 59048$

**Câu 8:** Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 4u_n - 1 \end{cases}$  (với  $n \in \mathbb{N}^*$ ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số hạng thứ năm của dãy số là 685.
- b) Đặt  $v_n = u_n - \frac{1}{3}$  thì  $(v_n)$  là cấp số nhân
- c) Số hạng tổng quát  $u_n = \frac{8}{3} \cdot 4^{n-1} + \frac{1}{3}$ .
- d) Ta có  $S_8 = 58256$

**Lời giải**

a) Sai: Cho dãy số  $(u_n)$ , biết  $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = 4u_n - 1 \end{cases}$  (với  $n \in \mathbb{N}^*$ ). Số hạng thứ năm của dãy số là 683

Ta có:  $u_2 = 4u_1 - 1 = 4 \cdot 3 - 1 = 12 - 1 = 11$ .  $u_3 = 4u_2 - 1 = 4 \cdot 11 - 1 = 44 - 1 = 43$ .

$u_4 = 4u_3 - 1 = 4 \cdot 43 - 1 = 172 - 1 = 171$ .  $u_5 = 4u_4 - 1 = 4 \cdot 171 - 1 = 684 - 1 = 683$ .

Vậy số hạng thứ năm của dãy số là  $u_5 = 683$ .

b) Đúng: Ta có  $u_{n+1} = 4u_n - 1 \Leftrightarrow u_{n+1} - \frac{1}{3} = 4\left(u_n - \frac{1}{3}\right)$

Đặt  $v_n = u_n - \frac{1}{3}$ . Ta có  $v_{n+1} = 4v_n$ . Suy ra  $(v_n)$  là cấp số nhân

c) Đúng: Ta có:  $v_{n+1} = 4v_n$ . Suy ra  $(v_n)$  là cấp số nhân với  $\begin{cases} q = 4 \\ v_1 = u_1 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3} \end{cases}$

Suy ra :  $v_n = v_1 \cdot q^{n-1} = \frac{8}{3} \cdot 4^{n-1} \Rightarrow u_n = \frac{8}{3} \cdot 4^{n-1} + \frac{1}{3}$ .

d) Đúng: Ta có  $S_8 = u_1 + u_2 + \dots + u_8 = \frac{8}{3} \cdot (1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^7) + \frac{1}{3} \cdot 8 = 58256$ .

**Câu 9:** Tương truyền rằng nhà vua Ấn Độ cho phép người phát minh ra bàn cờ vua được lựa chọn phần thưởng tùy theo sở thích. Người đó xin nhà vua: “Bàn cờ có 64 ô, với ô thứ nhất thần xin nhận 1 hạt thóc, ô thứ hai thì gấp đôi ô đầu, ô thứ ba thì lại gấp đôi ô thứ hai, ... cứ như vậy ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi phần thưởng dành cho ô liền trước và thần xin nhận tổng số các hạt thóc ở 64 ô”. Biết rằng khối lượng của 100 hạt thóc là 20 gam. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có  $u_1 = 1; q = 2$ .
- b) Số hạt thóc ở ô thứ tám là  $2^8$ .
- c) Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 364 tỉ tấn.
- d) Giả sử người đó muốn chở số thóc ở trên 32 ô đầu tiên về bằng tàu thủy, biết rằng mỗi chuyến tàu chở tối đa 10 tấn hàng hóa. Khi đó, người đó cần tối thiểu 85 chuyến tàu để chở hết số thóc đó.

**Lời giải**

Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có  $u_1 = 1; q = 2$ , khi đó số hạt thóc ở ô thứ 8 là  $u_8 = u_1 q^7 = 2^7$ .

Tổng số hạt thóc của 64 ô là:  $S_{64} = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1$  hạt thóc, do đó tổng khối lượng thóc trên 64 ô trên bàn cờ là:  $(2^{64} - 1) \cdot \frac{20}{100} \approx 3.69 \times 10^8 (g) = 369$  (tỉ tấn).

Tương tự, ta có khối lượng thóc của 32 ô đầu tiên là  $(2^{32} - 1) \cdot \frac{20}{100} = 858993459 \approx 859$  (tấn)

- a) Đúng: Số hạt thóc ở 64 ô là một cấp số nhân có  $u_1 = 1; q = 2$ .
- b) Sai: Số hạt thóc ở ô thứ tám là  $2^7$ .
- c) Sai: Tổng khối lượng thóc của 64 ô trên bàn cờ là 369 tỉ tấn.
- d) Sai:

**Câu 10:** Anh Bình là nhân viên của một công ty A. Từ ngày 1/2/2024 anh Bình được nâng lương lên bậc 4, mức lương anh hiện hưởng là 11.718.750 đồng mỗi tháng (chưa trừ thuế và bảo hiểm). Theo quy định của công ty, nếu không bị kỉ luật, không có khen thưởng đặc biệt thì cứ sau 3 năm anh Bình sẽ được nâng một bậc lương, tăng thêm 25% so với bậc lương trước, tối đa là bậc 7. Khi hết bậc 7 sẽ chuyển sang vượt khung. Lương vượt khung năm sau cao hơn năm trước 1% và vẫn

nhận hàng tháng. Lương bậc 1 sẽ được tính sau khi hết đúng 1 năm tập sự. Anh Bình là người rất nghiêm túc, không vi phạm kỉ luật. Anh dự định sẽ làm việc 30 năm ở công ty này rồi nghỉ hưu. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau? (làm tròn đến đồng)

- a) Lương bậc 5 của anh Bình sẽ là 14.500.000 đồng.
- b) Lương bậc 1 của anh Bình là 6.000.000 đồng.
- c) Lương bậc 7 anh Bình là 23.250.000.
- d) Tổng tiền lương anh Bình nhận được kể từ khi hết tập sự đến khi nghỉ hưu là = 5.554.357.709

**Lời giải**

a) Sai: Gọi  $u_n$  là lương bậc n của anh Bình hàng tháng.

Ta có  $u_{n+1} = u_n + 25\%u_n = u_n \cdot 1,25 \quad (n \leq 7)$

$u_n$  là cấp số nhân có công bội  $q = 1,25$ .

Ta có  $u_4 = 11.718.750$  nên  $u_5 = u_4 \times 1,25 = 14.648.437,5$  đồng

b) Đúng:  $u_4 = u_1 \times q^3 \Leftrightarrow u_1 = \frac{u_4}{q^3} = 6.000.000$

c) Sai:  $u_7 = u_1 \times q^6 = 6.000.000 \times 1,25^6 = 22.888.184$  đồng

d) Đúng: Khi vượt khung, lương mỗi khung %, là cấp số nhân  $v_n, (1 \leq n \leq 8)$  có số hạng đầu là  $v_1 = u_7 + 1\%u_7 = 1,01u_7$ , công bội là  $q' = 1,01$ .

Anh Bình làm việc 30 năm liên tục, trong đó 1 năm tập sự, 21 năm lương theo bậc, 8 năm vượt khung. Mỗi bậc lương anh Bình nhận 36 tháng, lương vượt khung mỗi khung % anh nhận 12 tháng. Tổng lương anh Bình nhận được kể từ khi hết tập sự đến khi nghỉ hưu là

$$S = 36u_1 \cdot \frac{q^7 - 1}{q - 1} + 12v_1 \frac{q'^8 - 1}{q' - 1} = 5.554.357.709 \text{ đồng.}$$

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.**

**Câu 1:** Cho năm số  $a, b, c, d, e$  tạo thành một cấp số nhân theo thứ tự đó và các số đều khác 0, biết  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{e} = 10$  và tổng của chúng bằng 40. Tính giá trị  $|S|$  với  $S = abcde$ .

**Lời giải**

Gọi  $q (q \neq 0)$  là công bội của cấp số nhân  $a, b, c, d, e$ . Khi đó  $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}, \frac{1}{d}, \frac{1}{e}$  là cấp số nhân có công bội  $\frac{1}{q}$ .

Theo đề bài ta có:

$$\begin{cases} a+b+c+d+e=40 \\ \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}+\frac{1}{e}=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot \frac{1-q^5}{1-q} = 40 \\ \frac{1}{a} \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{q}\right)^5}{1-\frac{1}{q}} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot \frac{1-q^5}{1-q} = 40 \\ \frac{1}{a} \cdot \frac{q^5-1}{q^4(q-1)} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow a^2 q^4 = 4.$$

Ta có  $S = abcde = a \cdot aq \cdot aq^2 \cdot aq^3 \cdot aq^4 = a^5 q^{10}$  nên  $S^2 = (a^5 q^{10})^2 = (a^2 q^4)^5 = 4^5$ .

Suy ra  $|S| = \sqrt{4^5} = 32$ .

**Câu 2:** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\begin{cases} 5u_1 + \sqrt{5u_1 - u_2} = u_2 + 6 \\ u_{n+1} = 3u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Giá trị nhỏ nhất của  $n$  để  $u_n \geq 2 \cdot 3^{2018}$  bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

$$\begin{cases} 5u_1 + \sqrt{5u_1 - u_2} = u_2 + 6 \quad (1) \\ u_{n+1} = 3u_n \quad \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (2) \end{cases}$$

Từ (1) có  $5u_1 + \sqrt{5u_1 - u_2} = u_2 + 6 \Leftrightarrow (\sqrt{5u_1 - u_2})^2 + \sqrt{5u_1 - u_2} - 6 = 0$   
 $\Leftrightarrow \sqrt{5u_1 - u_2} = 2 \Leftrightarrow 5u_1 - u_2 = 4$ .

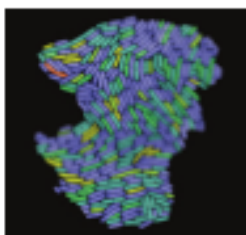
Từ (2) có  $u_{n+1} = 3u_n \Rightarrow u_2 = 3u_1$ . Giải hệ  $\begin{cases} 5u_1 - u_2 = 4 \\ u_2 = 3u_1 \end{cases}$  được  $u_1 = 2$ .

Dãy  $(u_n)$  là cấp số nhân với  $\begin{cases} u_1 = 2 \\ q = 3 \end{cases}$  có số hạng tổng quát:  $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}$  với  $n \in \mathbb{N}^*$

$$u_n \geq 2 \cdot 3^{2018} \Leftrightarrow 2 \cdot 3^{n-1} \geq 2 \cdot 3^{2018} \Leftrightarrow n-1 \geq 2018 \Leftrightarrow n \geq 2019.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất thỏa mãn là 2019.

**Câu 3:** Một loại vi khuẩn được nuôi cấy trong ống nghiệm, cứ 20 phút lại phân đôi một lần. Nếu ban đầu có 200 vi khuẩn, tính số lượng vi khuẩn có trong ống nghiệm sau 2 giờ.



**Lời giải**

Ta có: 2 giờ = 120 phút = 6 \cdot 20 phút. Do đó sau 2 giờ vi khuẩn phân đôi 6 lần.

Gọi  $u_n$  là số lượng vi khuẩn có trong ống nghiệm sau lần phân đôi thứ  $n-1$ .

Khi đó, dãy số  $(u_n)$  là một cấp số nhân với  $u_1 = 200$  và  $q = 2$ .

Ta có  $u_7 = u_1 \cdot q^6 = 200 \cdot 2^6 = 12800$ . Vậy sau 2 giờ, trong ống nghiệm có 12800 vi khuẩn.

**Câu 4:** Một khay nước có nhiệt độ  $20^\circ\text{C}$  được đặt vào ngăn đá của tủ lạnh. Cho biết sau mỗi giờ, nhiệt độ của nước đá giảm đi 25%. Tính nhiệt độ khay nước đó sau 4 giờ.

**Lời giải**

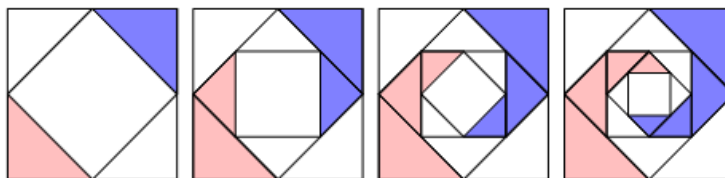
Ta có:  $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 20 \cdot 0,75^4 \approx 6,33^\circ\text{C}$ .

**Câu 5:** Một tháp 10 tầng có diện tích sàn của tầng dưới cùng là  $6144\text{m}^2$ . Tính diện tích mặt sàn tầng trên cùng biết rằng diện tích mặt sàn mỗi tầng bằng nửa diện tích mặt sàn tầng ngay bên dưới.

**Lời giải**

Ta có:  $u_{10} = u_1 \cdot q^9 = 6144 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^9 = 12(\text{m}^2)$ .

**Câu 6:** Các cạnh của hình vuông ban đầu có chiều dài 16 cm. Một hình vuông mới được hình thành bằng cách nối các điểm giữa của các cạnh của hình vuông ban đầu và hai trong số các hình tam giác kết quả được tô màu (hình vẽ dưới). Nếu quá trình này được lặp lại năm lần nữa, hãy xác định tổng diện tích của vùng được tô màu.



**Lời giải**

Gọi  $u_n$  là diện tích hai tam giác được tô màu ở lần thực hiện thứ  $n$ . Gọi  $a$  là độ dài cạnh của hình vuông ban đầu.

Ở lần 1 thì độ dài cạnh tam giác vuông cân là  $\frac{a}{2}$  nên  $u_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{2}$

và độ dài cạnh hình vuông sau đó là  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

Ở lần 2 thì độ dài cạnh tam giác vuông cân là  $\frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$  nên  $u_2 = \frac{a^2}{2^3}$ .

Ở lần 3 thì độ dài cạnh tam giác vuông cân là  $\frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$  nên  $u_3 = \frac{a^2}{2^4}$ .

Như vậy, dãy số  $(u_n)$  là cấp số nhân với  $u_1 = \frac{a^2}{4}$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ .

Vậy tổng diện tích sau năm lần thực hiện là  $S_5 = u_1 \frac{1-q^5}{1-q} = 124(\text{cm}^2)$ .

**Câu 7:** Mặt sàn tầng một (tầng trệt) của một ngôi nhà cao hơn mặt sân 0,5 m. Cầu thang đi từ tầng một lên tầng hai gồm 25 bậc, mỗi bậc cao 16 cm. Viết công thức để tìm độ cao của bậc cầu thang thứ  $n$  so với mặt sân và tính độ cao của sàn tầng hai so với mặt sân.

**Lời giải**

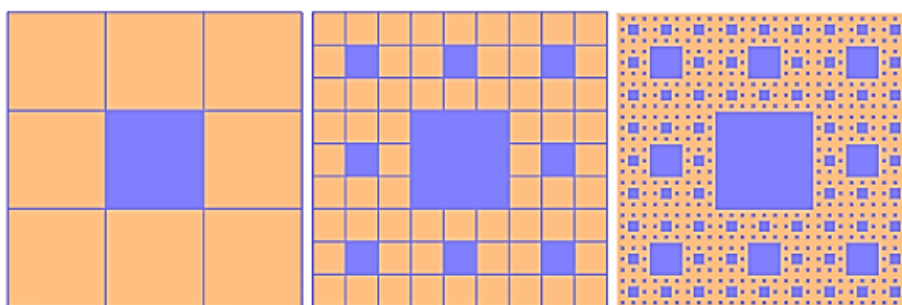
Mỗi bậc thang cao 16 cm = 0,16 m  $\Rightarrow$   $n$  bậc thang cao  $0,16n(\text{m})$

Vì mặt bằng sàn cao hơn mặt sân 0,5 m nên công thức tính độ cao của bậc  $n$  so với mặt sân sẽ là:  $h_n = (0,5 + 0,16n)(m)$ .

Khi đó độ cao của sàn tầng hai so với mặt sân ứng với  $n = 25$  là:

$$h_{25} = 0,5 + 0,16.25 = 4,5 \text{ (m)}$$

**Câu 8:** Một hình vuông màu vàng có cạnh 1 đơn vị dài được chia thành chín hình vuông nhỏ hơn và hình vuông ở chính giữa được tô màu xanh như hình dưới đây. Mỗi hình vuông màu vàng nhỏ hơn lại được chia thành chín hình vuông con, và mỗi hình vuông con ở chính giữa lại được tô màu xanh. Nếu quá trình này được tiếp tục lặp lại năm lần, thì tổng diện tích các hình vuông được tô màu xanh bao nhiêu?



**Lời giải**

Diện tích ô vuông màu xanh sau lần phân chia thứ nhất là:  $\frac{1}{9}$ , số ô vuông màu xanh được tạo thêm là  $8^0$ .

Diện tích ô vuông màu xanh sau lần phân chia thứ hai là:  $\frac{1}{9^2}$ , số ô vuông màu xanh được tạo thêm là  $8^1$ .

Diện tích ô vuông màu xanh sau lần phân chia thứ năm là:  $\frac{1}{9^5}$ , số ô vuông màu xanh được tạo thêm là  $8^4$ .

Tổng diện tích các ô vuông màu xanh là:  $\frac{1}{9} + \frac{1}{9^2} \cdot 8^1 + \dots + \frac{1}{9^5} \cdot 8^4 = 0,445$

**Câu 9:** Một cây đàn organ có tần số âm thanh các phím liên tiếp tạo thành một cấp số nhân. Cho biết tần số phím La Trung là 400 Hz và tần số của phím LaCao cao hơn 12 phím là 800 Hz. Tìm công bội của cấp số nhân nói trên (làm tròn kết quả đến hàng phần nghìn).

**Lời giải**

Ta có:  $q^{12} = \frac{800}{400} = 2$  suy ra:  $q = 1,06$ .

**Câu 10:** Dân số Việt Nam năm 2020 là khoảng 97,6 triệu người. Nếu trung bình mỗi năm tăng 1,14% thì ước tính dân số Việt Nam năm 2040 là khoảng bao nhiêu người (làm tròn kết quả đến hàng trăm nghìn)?

**Lời giải**

Ước tính dân số Việt Nam năm 2040 là:  $97,6 \cdot (1 + 0,0114)^{20} = 122,4$  (triệu người).

**Câu 11:** Để tích lũy tiền cho việc học đại học của con gái, cô Hoa quyết định hằng tháng bỏ ra 500 nghìn đồng vào tài khoản tiết kiệm, được trả lãi 0,5% cộng dồn hằng tháng. Có bắt đầu chương trình tích lũy này khi con gái cô tròn 3 tuổi. Cô ấy sẽ tích lũy được bao nhiêu tiền vào thời điểm gửi khoản tiền thứ 180? Lúc này con gái cô Hoa bao nhiêu tuổi?

**Lời giải**

Gọi  $u_n$  là số triệu đồng mà cô Hoa có trong chương trình tích lũy ở lần gửi thứ  $n$  (vào đầu tháng thứ  $n$ ).

Kí hiệu  $a = 0,5$  triệu đồng,  $r = 0,5\%$ .

Số tiền của cô Hoa trong chương trình ở đầu tháng 1 là  $u_1 = a$ .

Số tiền của cô Hoa trong chương trình ở đầu tháng 2 là  $u_2 = u_1(1+r) + a$ .

Số tiền của cô Hoa trong chương trình ở đầu tháng 3 là

$$u_3 = u_2(1+r) + a = a(1+r)^2 + a(1+r) + a.$$

Tương tự cho các tháng tiếp theo, suy ra số tiền của cô Hoa trong chương trình ở đầu tháng  $n$

$$\text{là: } u_n = a(1+r)^{n-1} + a(1+r)^{n-2} + \dots + a(1+r) + a = a \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r) - 1} = a \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

Vào thời điểm gửi khoản tiền thứ 180, cô ấy sẽ tích lũy được  $u_{180} = a \frac{(1+r)^{180} - 1}{r} = 145,41$

(triệu đồng). Khi đó, tuổi của con gái cô Hoa là  $3 + 180 : 12 = 18$  tuổi.

**Câu 12:** Một loại thuốc được dùng mỗi ngày một lần. Lúc đầu nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân tăng nhanh, nhưng mỗi liều kế tiếp có tác dụng ít hơn liều trước đó. Lượng thuốc trong máu ở ngày thứ nhất là 50mg, và mỗi ngày sau đó giảm chỉ còn một nửa so với ngày kế trước đó. Tính tổng lượng thuốc (tính bằng mg) trong máu của bệnh nhân sau khi dùng thuốc 10 ngày liên tiếp.

**Lời giải**

Lượng thuốc trong máu mỗi ngày của bệnh nhân lập thành cấp số nhân với số hạng đầu là 50 và công bội  $q = 0.5$

Tổng lượng thuốc trong máu 10 ngày liên tiếp chính là tổng 10 số hạng đầu của cấp số nhân

$$\text{này và bằng: } S_n = \frac{50[1 - (0.5)^{10}]}{1 - 0.5} = 99.902(\text{mg})$$

**Câu 13:** Ban đầu, một quả lắc đồng hồ dao động theo một cung tròn dài 46 cm (H. 2.1). Sau mỗi lần đu liên tiếp, độ dài của cung tròn bằng 0,98 độ dài cung tròn ở ngay lần trước đó. Sau 15 lần dao động, quả lắc sẽ đi được quãng đường tổng cộng là bao nhiêu? (Kết quả tính theo centimét và làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



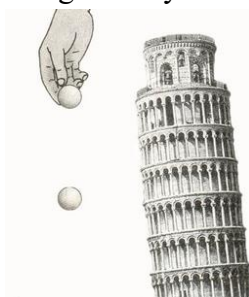
**Lời giải**

Gọi  $u_n$  là độ dài cung tròn ở lần thứ  $n$  khi con lắc dao động. Do lần một, quả lắc đồng hồ dao động theo một cung tròn dài 46 cm, sau mỗi lần dao động liên tiếp, độ dài của cung tròn bằng 0,98 độ dài cung tròn ở ngay lần trước đó nên dãy số  $(u_n)$  lập thành cấp số nhân có  $u_1 = 46$  và công bội  $q = 0,98$ .

Sau 15 lần dao động, quả lắc sẽ đi được quãng đường tổng cộng là

$$S_{15} = u_1 \frac{1 - q^{15}}{1 - q} = 46 \cdot \frac{1 - 0,98^{15}}{1 - 0,98} \approx 601,29 \text{ (cm)}.$$

**Câu 14:** Từ độ cao 55,8m của tháp nghiêng Pisa nước Italia người ta thả một quả bóng cao su chạm xuống đất. Giả sử mỗi lần chạm đất quả bóng lại nảy lên độ cao bằng  $\frac{1}{10}$  độ cao mà quả bóng đạt trước đó. Tổng độ dài hành trình của quả bóng được thả từ lúc ban đầu cho đến khi nó nằm yên trên mặt đất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?



**Lời giải**

Gọi  $h_n$  là độ dài đường đi của quả bóng ở lần rơi xuống thứ  $n (n \in \mathbb{N}^*)$ .

Gọi  $l_n$  là độ dài đường đi của quả bóng ở lần nảy lên thứ  $n (n \in \mathbb{N}^*)$ .

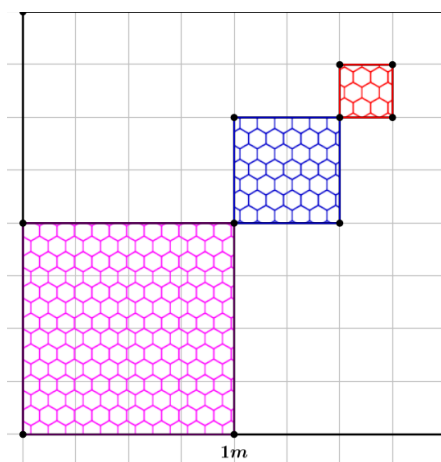
Theo bài ra ta có  $h_1 = 55,8$ ,  $l_1 = \frac{1}{10} \cdot 55,8 = 5,58$  và các dãy số  $(h_n)$ ,  $(l_n)$  là các cấp số nhân lùi vô hạn với công bội  $q = \frac{1}{10}$ .

Từ đó ta suy ra tổng độ dài đường đi của quả bóng là:

$$S = \frac{h_1}{1 - \frac{1}{10}} + \frac{l_1}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{10}{9} (h_1 + l_1) = 68,2 \text{ (m)}.$$

**Câu 15:** Để trang trí cho quán trà sữa sắp mở cửa của mình, bạn Việt quyết định tô màu một mảng tường hình vuông cạnh bằng 1m. Phần tô màu dự kiến là các hình vuông nhỏ được đánh số lần lượt là 1, 2, 3...n..., trong đó cạnh của hình vuông kế tiếp bằng một nửa cạnh hình vuông trước đó. Giả sử quá trình tô màu của Việt có thể diễn ra nhiều giờ. Hỏi bạn Việt tô màu đến hình vuông thứ mấy thì diện tích của hình vuông được tô bắt đầu nhỏ hơn  $\frac{1}{1000} \text{ (m}^2\text{)}$ ?





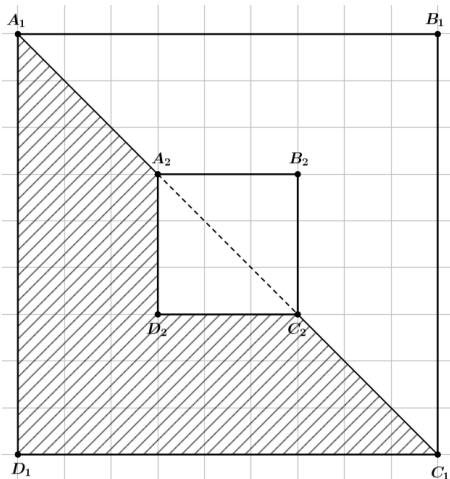
**Lời giải**

Diện tích của hình vuông lập thành cấp số nhân với số hạng đầu tiên là  $u_1 = \frac{1}{4}, q = \frac{1}{4}$ .

Do đó số hạng tổng quát là  $u_n = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} = \frac{1}{4^n} (n \geq 1)$ . Để diện tích của hình vuông tô màu nhỏ hơn  $\frac{1}{1000} \Leftrightarrow \frac{1}{4^n} < \frac{1}{1000} \Leftrightarrow 4^n > 1000 \Rightarrow n \geq 5$ .

Vậy tô màu từ hình vuông thứ 5 thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 16:** Với hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  như hình vẽ bên, cách tô màu như phân gạch sọc được gọi là cách tô màu “đẹp”. Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



**Bước 1:** Tô màu “đẹp” cho hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$ .

**Bước 2:** Tô màu “đẹp” cho hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông  $A_1B_1C_1D_1$  thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

**Bước 3:** Tô màu “đẹp” cho hình vuông  $A_3B_3C_3D_3$  là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông  $A_2B_2C_2D_2$  thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% .

**Lời giải**

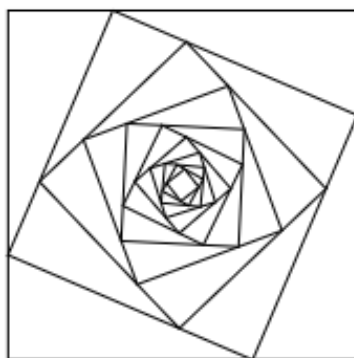
Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là  $u_n$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ . Dễ thấy dãy các giá trị  $u_n$  là một cấp số nhân với số hạng đầu  $u_1 = \frac{4}{9}$  và công bội  $q = \frac{1}{9}$ .

Gọi  $S_k$  là tổng của  $k$  số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì  $S_k = \frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1}$ .

Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm 49,99% thì  $\frac{u_1(q^k - 1)}{q - 1} \geq 0,4999 \Leftrightarrow k \geq 3,8$ .

Vậy cần ít nhất 4 bước.

**Câu 17:** Cho hình vuông  $(C_1)$  có cạnh bằng  $a$ . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông  $(C_2)$ .



Từ hình vuông  $(C_2)$  lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông  $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ . Gọi  $S_i$  là diện tích của hình vuông  $C_i$  ( $i \in \{1, 2, 3, \dots\}$ ). Đặt  $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$ . Biết  $T = \frac{32}{3}$ . Tính  $a$ ?

**Lời giải**

Cạnh của hình vuông  $(C_2)$  là:  $a_2 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a\right)^2} = \frac{a\sqrt{10}}{4}$ . Do đó diện tích  $S_2 = \frac{5}{8}a^2 = \frac{5}{8}S_1$

Cạnh của hình vuông  $(C_3)$  là:  $a_3 = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a_2\right)^2 + \left(\frac{1}{4}a_2\right)^2} = \frac{a_2\sqrt{10}}{4} = a\left(\frac{\sqrt{10}}{4}\right)^2$ . Do đó diện tích

$S_3 = \left(\frac{5}{8}\right)^2 a^2 = \frac{5}{8}S_2$ . Lý luận tương tự ta có các  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$  tạo thành một dãy cấp số

nhân lùi vô hạn có  $u_1 = S_1$  và công bội  $q = \frac{5}{8}$ .

Khi đó:  $T = \frac{S_1}{1 - q} = \frac{8a^2}{3}$ . Với  $T = \frac{32}{3}$  ta có  $a^2 = 4 \Leftrightarrow a = 2$ .

-----HẾT-----