

Đề:

(Đề thi này gồm 01 trang)

Bài 1. (1,0 điểm) Giải phương trình: $4x - 3 = 2 - x$.

Bài 2. (1,5 điểm) Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{a} + 3}{\sqrt{a} - 2} + \frac{1 - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2} + \frac{4 - 4\sqrt{a}}{a - 4}$.

a) Với giá trị nào của a thì biểu thức P có nghĩa.

b) Rút gọn biểu thức P .

Bài 3. (1,5 điểm) Cho parabol (P) : $y = -x^2$ và đường thẳng d : $y = x - 2$.

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.

b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Bài 4. (1,5 điểm) Gia đình An dự định đi du lịch tại Nha Trang và Huế trong 7 ngày. Biết rằng chi phí trung bình mỗi ngày tại Nha Trang là 2 triệu đồng, còn lại Huế là 3 triệu đồng. Tìm số ngày nghỉ dự định của gia đình An tại mỗi địa điểm, biết số tiền mà họ phải chi cho toàn bộ chuyến đi là 18 triệu đồng.

Bài 5. (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) tâm O bán kính R và điểm A nằm ngoài đường tròn. Các tiếp tuyến với đường tròn kẻ từ A và tiếp xúc với đường tròn tại B, C . Gọi M là điểm thuộc cung lớn BC . Từ M kẻ MH vuông góc với BC , kẻ MK vuông góc với AC , kẻ MI vuông góc với AB .

a) Chứng minh tứ giác $MIBH$ nội tiếp.

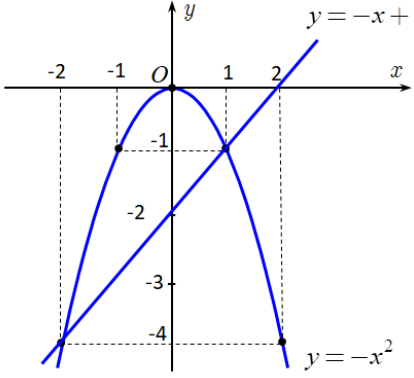
b) Giả sử $AB = 2R$. Tính diện tích tứ giác $ABOC$.

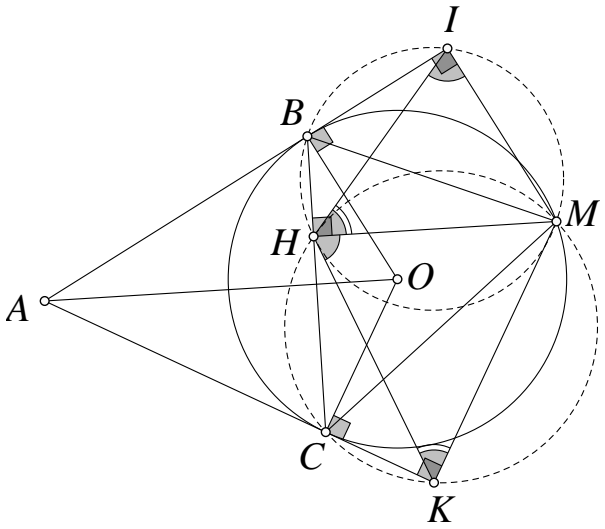
c) Chứng minh $MI \cdot MK = MH^2$.

Bài 6. (1,0 điểm) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a + b = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức $M = 1 - \frac{4}{a^2} - 1 - \frac{4}{b^2}$.

| CÂU | HƯỚNG DẪN GIẢI | ĐIỂM | | | | | | | | | | | | |
|--|---|------------|----|----|---|---|---|-----|---|---|---|---|---|--|
| 1. | Giải phương trình: $4x - 3 = 2 - x$. | 1,0 | | | | | | | | | | | | |
| | Ta có $4x - 3 = 2 - x$ | 0,50 | | | | | | | | | | | | |
| | $5x = 5$ | 0,25 | | | | | | | | | | | | |
| | $x = 1$ | 0,25 | | | | | | | | | | | | |
| 2. | Cho biểu thức: $P = \frac{\sqrt{a} + 3}{\sqrt{a} - 2} + \frac{1 - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2} + \frac{4 - 4\sqrt{a}}{a - 4}$. | | | | | | | | | | | | | |
| | a) Với giá trị nào của a thì biểu thức P có nghĩa | 0,5 | | | | | | | | | | | | |
| | $a \neq 0$ | | | | | | | | | | | | | |
| | Biểu thức P có nghĩa | 0,50 | | | | | | | | | | | | |
| | $\sqrt{a} - 2 \neq 0 \Rightarrow a \neq 4$ | | | | | | | | | | | | | |
| | $\sqrt{a} + 2 \neq 0 \Rightarrow a \neq -4$ | | | | | | | | | | | | | |
| | $a - 4 \neq 0 \Rightarrow a \neq 4$ | | | | | | | | | | | | | |
| | $a \neq 0$ | | | | | | | | | | | | | |
| | b) Rút gọn biểu thức P . | 1,0 | | | | | | | | | | | | |
| | Ta có $P = \frac{\sqrt{a} + 3}{\sqrt{a} - 2} + \frac{1 - \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 2} + \frac{4 - 4\sqrt{a}}{a - 4}$ | 0,25 | | | | | | | | | | | | |
| $= \frac{(\sqrt{a} + 3)(\sqrt{a} + 2) + (1 - \sqrt{a})(\sqrt{a} - 2) + 4 - 4\sqrt{a}}{(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2)}$ | | | | | | | | | | | | | | |
| $= \frac{(\sqrt{a} + 3)(\sqrt{a} + 2) + (1 - \sqrt{a})(\sqrt{a} - 2) + 4 - 4\sqrt{a}}{(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2)}$ | 0,25 | | | | | | | | | | | | | |
| $= \frac{(a + 2\sqrt{a} + 3\sqrt{a} + 6) + (\sqrt{a} - 2 - a + 2\sqrt{a}) + 4 - 4\sqrt{a}}{(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2)}$ | 0,25 | | | | | | | | | | | | | |
| $= \frac{4\sqrt{a} + 8}{(\sqrt{a} - 2)(\sqrt{a} + 2)} = \frac{4}{\sqrt{a} - 2}$ | 0,25 | | | | | | | | | | | | | |
| 3.a) | Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $d: y = x - 2$. | | | | | | | | | | | | | |
| | a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ. | 1,0 | | | | | | | | | | | | |
| | • Vẽ parabol $(P): y = -x^2$ + Bảng giá trị: | 0,25 | | | | | | | | | | | | |
| | <table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">x</td> <td style="padding: 2px 10px;">-2</td> <td style="padding: 2px 10px;">-1</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">2</td> </tr> <tr> <td style="padding: 2px 10px;">y</td> <td style="padding: 2px 10px;">4</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">1</td> <td style="padding: 2px 10px;">4</td> </tr> </table> | x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | y | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | |
| | x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | | | | | | | | |
| y | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | | | | | | | | | |
| • Vẽ đường thẳng $(d): y = x - 2$ + Giao điểm của d với trục Ox là: $A(2;0)$ + Giao điểm của d với trục Oy là: $B(0;-2)$ | 0,25 | | | | | | | | | | | | | |

| | | |
|------|--|------|
| |  | 0,50 |
| 3.b) | b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính. | 0,50 |
| | Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và d là: $x^2 - x - 2 = -x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$ $x = -2$ | 0,25 |
| | Với $x = 1 \Rightarrow y = -1$ Với $x = -2 \Rightarrow y = -4$ Vậy tọa độ các giao điểm của của (P) và d là: $(1; -1)$ và $(-2; -4)$ | 0,25 |
| 4. | Gia đình An dự định đi du lịch tại Nha Trang và Huế trong 7 ngày. Biết rằng chi phí trung bình mỗi ngày tại Nha Trang là 2 triệu đồng, còn lại Huế là 3 triệu đồng. Tìm số ngày nghỉ dự định của gia đình An tại mỗi địa điểm, biết số tiền mà họ phải chi cho toàn bộ chuyến đi là 18 triệu đồng. | 1,50 |
| | Gọi x là số ngày gia đình An đi du lịch ở Nha Trang. (ĐK: $x \in \mathbb{N}^*$) Số ngày gia đình An đi du lịch ở Huế là: $7 - x$ (ngày) | 0,50 |
| | Chi phí cho x ngày ở Nha Trang là $2x$ triệu đồng. Chi phí cho $7 - x$ ngày ở Huế là $3(7 - x)$ triệu đồng. | 0,50 |
| | Vì tổng số tiền phải trả cho toàn bộ chuyến đi là 18 triệu đồng nên ta có phương trình: $2x + 3(7 - x) = 18 \Rightarrow x = 3$ Vậy số ngày nghỉ của gia đình bạn An ở Nha Trang là 3 ngày và ở Huế là $7 - 3 = 4$ ngày. | 0,50 |
| 5. | Cho đường tròn (O) tâm O bán kính R và điểm A nằm ngoài đường tròn. Các tiếp tuyến với đường tròn kẻ từ A và tiếp xúc với đường tròn tại B, C . Gọi M là điểm thuộc cung lớn BC . Từ M kẻ MH vuông góc với BC , kẻ MK vuông góc với AC , kẻ MI vuông góc với AB . | |

| | | |
|-------------|--|-------------|
| |  | 0,50 |
| 5.a) | a) Chứng minh tứ giác $MIBH$ nội tiếp. | 1,0 |
| | Xét tứ giác $MIBH$ ta có: | 0,25 |
| | $MIB = MHB = 90^\circ$ (g.t) | 0,25 |
| | $MIB \quad MHB \quad 90^\circ \quad 90^\circ \quad 180^\circ$ | 0,25 |
| | Tứ giác $MIBH$ nội tiếp | 0,25 |
| 5.b) | b) Giả sử $AB = 2R$. Tính diện tích tứ giác $ABOC$. | 1,0 |
| | Ta có $DABO = DACO$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) | 0,25 |
| | $S_{ABOC} = S_{ABO} + S_{ACO} = 2S_{ABO}$ | 0,25 |
| | Mà $AB \perp OB$ (tính chất tiếp tuyến) $DABO$ vuông tại B $S_{ABO} = \frac{1}{2} AB \cdot OB = \frac{1}{2} 2R \cdot R = R^2$ | 0,25 |
| | $S_{ABOC} = 2S_{ABO} = 2R^2$ | 0,25 |
| 5.c) | c) Chứng minh $MI \cdot MK = MH^2$. | |
| | Xét tứ giác $MKCH$ có $MHC = MKC = 90^\circ$ $MHC + MKC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ Tứ giác $MKCH$ nội tiếp | 0,25 |
| | Xét hai tam giác MIH và MHK ta có: $MIH = MBH = MBC$ (do tứ giác $MIBH$ nội tiếp) Mà $MBC = MCK = \frac{1}{2}$ số đo BC (quan hệ giữa góc nội tiếp và góc giữa một tia tiếp tuyến và một dây) $MCK = MHK$ (do tứ giác $MKCH$ nội tiếp) $MIH = MHK$ (1) | 0,25 |
| | Tương tự $MHI = MBI = MCB = MCH = MKH$ (2) | 0,25 |
| | Từ (1) và (2) suy ra $DMHI \sim DMKH$ $\frac{MH}{MK} = \frac{MI}{MH} \Rightarrow MI \cdot MK = MH^2$ | 0,25 |
| 6. | Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a + b = 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của | 1,0 |

| | |
|--|------|
| biểu thức $M = 1 - \frac{4}{a^2} - 1 - \frac{4}{b^2}$. | |
| $M = \frac{a^2 - 4}{a^2} - \frac{b^2 - 4}{b^2} = \frac{(a-2)(a+2)(b-2)(b+2)}{a^2b^2}$ | 0,25 |
| $= \frac{ab(a+2)(b+2)}{a^2b^2} = \frac{ab+2(a+b)+4}{ab} = 1 + \frac{8}{ab}$. | 0,50 |
| Mặt khác $2a + b + 2\sqrt{ab} + \sqrt{ab} + 1 + ab + 1$ Suy ra $M \geq 1 + \frac{8}{ab} \geq 1 + \frac{8}{9} = 9$. Dấu “=” xảy ra khi $a = b = 1$. Vậy GTNN của M là 9 khi $a = b = 1$. | 0,25 |