ĐỀ THI TS THPT CHUYÊN BẾN TRE 2014-2015

Câu 1: (4.0điểm)

a) Cho biểuthức $A=\dfrac{\sqrt{14+\sqrt{40}+\sqrt{56}+\sqrt{140}}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$

Không dùng máy tính cầm tay hãy tính giá trị của A.

b) Cho biểu thức $B=\dfrac{2\sqrt{a}\left(\sqrt{a}+\sqrt{2\text{a}}-\sqrt{3b}\right)+\sqrt{3b}\left(2\sqrt{a}-\sqrt{3b}\right)-2\text{a}\sqrt{2}}{a\sqrt{2}+\sqrt{3\text{a}b}}$.

i) Tìm điều kiện của a và b để B xác định và rút gọn B.

ii) Không dùng máy tính cầm tay hãy tính giá trị của B khi $a=1+3\sqrt{2}$, $b=10+\dfrac{11\sqrt{8}}{3}$.

Câu 2: (6.0điểm)

Cho phương trình: $x^2-2(m-1)x+2m^2-3m+1=0$,với m là tham số (1).

a) Chứng minh rằng phương trình (1) có nghiệm khi và chỉ khi $0\le m\le 1$.

b) Gọi $x_1;x_2$ là hai nghiệm của phương trình (1).

i) Chứng minh $\left|x_1+x_2+x_1\text{x}_2\right|\le\dfrac{9}{8}$.

ii) Tìm giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trái dấu thỏa $\left|x_1-x_2\right|=1$.

Câu 3: (4.0điểm)

a) Cho biểu thức $x^2-x-1=0$

Tính giá trị của biểu thức $Q=\dfrac{x^6-3\text{x}^5+3\text{x}^4-x^3+2014}{x^6-\text{x}^3-3\text{x}^2-3x+2014}$.

b) Cho cácV số dương x, y, z. Chứng minh bất đẳng thức:

$\sqrt{\dfrac{x}{y+z}}+\sqrt{\dfrac{y}{x+z}}+\sqrt{\dfrac{z}{x+y}}>2$.

Câu 4: (6.0điểm)

Cho đường tròn (O), đường thẳng d cắt (O) tại hai điểm C và D. Từ điểm M tùy ý trên d, kẻ các tiếp tuyến MA và MB với (O), A và B là các tiếp điểm. Gọi I là trung điểm của CD.

a) Chứng minh tứ giác MAIB nội tiếp.

b) Các đường thẳng MO và AB cắt nhau tại H. chứng minh H thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác COD.

c) Chứng minh đường thẳng AB luôn đi qua điểm cố định khi M thay đổi trên đường thẳng d.

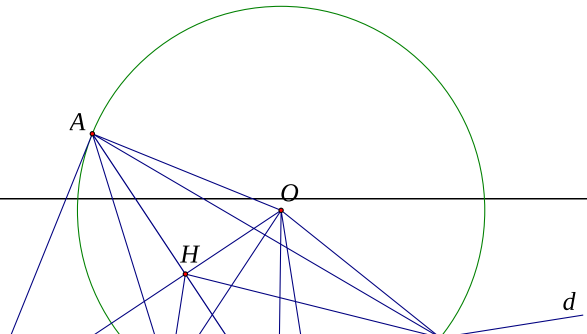
d) Chứng minh: $\dfrac{M\text{D}}{MC}=\dfrac{HA^2}{HC^2}$

. . . . . HẾT. . . . .

GIẢI ĐỀ THI TS THPT CHUYÊN BẾN TRE 2014-2015

Môn :Toán (chuyên)

<table>
<tr><th>CÂU</th><th>LỜI GIẢI</th></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td>a) $A=\dfrac{\sqrt{14+\sqrt{40}+\sqrt{56}+\sqrt{140}}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{2+5+7+2\sqrt{10}+2\sqrt{14}+2\sqrt{35}}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$
$=\dfrac{\sqrt{\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)^2}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}=1$</td></tr>
<tr><td>b-i)B xácđịnh $\Leftrightarrow \begin{cases} a\ge 0 \\ b\ge 0 \\ a\sqrt{2}+\sqrt{3ab}\ne 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b\ge 0\end{cases}$
$B=\dfrac{2a+2a\sqrt{2}-2\sqrt{3ab}+2\sqrt{3ab}-3b-2a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}+\sqrt{3ab}}=\dfrac{2a-3b}{a\sqrt{2}+\sqrt{3ab}}$
$=\dfrac{\left(\sqrt{2a}+\sqrt{3b}\right)\left(\sqrt{2a}-\sqrt{3b}\right)}{\sqrt{a}\left(\sqrt{2a}+\sqrt{3b}\right)}=\dfrac{\sqrt{2a}-\sqrt{3b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{2}-\sqrt{\dfrac{3b}{a}}$</td></tr>
<tr><td>b-ii)với $a=1+3\sqrt{2}$, $b=10+\dfrac{11\sqrt{8}}{3}$, ta có:
$\dfrac{3b}{a}=\dfrac{30+22\sqrt{2}}{3\sqrt{2}+1}=\dfrac{\left(30+22\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{2}-1\right)}{\left(3\sqrt{2}+1\right)\left(3\sqrt{2}-1\right)}=6+4\sqrt{2}$
$\Rightarrow B=\sqrt{2}-\sqrt{\dfrac{3b}{a}}=\sqrt{2}-\sqrt{6+4\sqrt{2}}=\sqrt{2}-\left(2+\sqrt{2}\right)=-2$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td>a) $x^2-2(m-1)x++2m^2-3m+1=0 \quad (1)$
$\Delta'=(m-1)^2-\left(2m^2-3m+1\right)=-m^2+m$
Phươngtrình (1) cónghiệm $\Leftrightarrow \Delta'\ge 0 \Leftrightarrow -m^2+m\ge 0 \Leftrightarrow m(m-1)\le 0$
$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} m\ge 0 \\ m-1\le 0\end{cases} \\ \begin{cases} m\le 0 \\ m-1\ge 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases} m\ge 0 \\ m\le 1\end{cases} \\ \begin{cases} m\le 0 \\ m\ge 1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow 0\le m\le 1$</td></tr>
<tr><td>b)Với $0\le m\le 1$, pt (1) cóhainghiệm x_1, x_2
Theo đl Vi-et, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2(m-1) \\ x_1.x_2=2m^2-3m+1\end{cases}$
$\left|x_1+x_2+x_1.x_2\right|=\left|2(m-1)+2m^2-3m+1\right|=\left|2m^2-m-1\right|=\left|(2m+1)(m-1)\right|$
Vì $0\le m\le 1$ nên $\begin{cases} m-1\le 0 \\ 2m+1>0\end{cases} \Rightarrow (m-1)(2m+1)\le 0$
Suyra: $\left|x_1+x_2+x_1.x_2\right|=-\left(2m^2-m-1\right)=-2\left(m-\dfrac{1}{4}\right)^2+\dfrac{9}{8}\le\dfrac{9}{8}$
Dấu "=" xảyra $\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{4}$ (thỏađk)
Vậy: $\left|x_1+x_2+x_1.x_2\right|\le\dfrac{9}{8}$</td></tr>
<tr><td>c) Phươngtrình (1) cóhainghiệmphânbiệttráidấu</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td></td><td>
$\Leftrightarrow x_1.x_2 < 0 \Leftrightarrow 2m^2-3m+1<0 \Leftrightarrow (m-1)(2m-1)<0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}<m<1$
Ta có: $|x_1-x_2|=1 \Leftrightarrow (x_1-x_2)^2=1 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1.x_2=1$
$\Leftrightarrow 4(m-1)^2-4(2m^2-3m+1)=1$
$\Leftrightarrow (2m-1)^2=0$
$\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$ (khôngthỏađk)
Vậy: khôngcógiátrịcủa m đểpt (1) cóhainghiệmphânbiệttrádấuthỏa$|x_1-x_2|=1$
</td></tr>
<tr><td>3</td><td>
a) Cho biểuthức: $x^2-x-1=0$, ta có:
• $x^6-3x^5+3x^4-x^3+2014=(x^6-x^5-x^4)+(-2x^5+2x^4+2x^3)+(2x^4-2x^3-2x^2)$
$+(-x^3+x^2+x)+(x^2-x-1)+2015=(x^2-x-1)(x^4-2x^3-2x^2-x+1)+2015=2015$
• $x^6-x^3-3x^2-3x+2014=(x^6-x^5-x^4)+(x^5-x^4-x^3)+(2x^4-2x^3-2x^2)$
$+(2x^3-2x^2-2x)+(x^2-x-1)+2015=(x^2-x-1)(x^4+x^3+2x^2+2x+1)+2015=2015$
Suyra: $Q=\dfrac{x^6-3x^5+3x^4-x^3+2014}{x^6-x^3-3x^2-3x+2014}=\dfrac{2015}{2015}=1$
</td></tr>
<tr><td></td><td>
b) Vì $x,y,z>0$, nênápdụng BĐT Côsi, ta có:
$x+(y+z)\ge 2\sqrt{x(y+z)}$
$\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{y+z}}\ge \dfrac{2\sqrt{x}}{x+y+z}$
$\Rightarrow \sqrt{\dfrac{x}{y+z}}\ge \dfrac{2x}{x+y+z}$ (1)
Chứng minh tươngtự ta được:
$\sqrt{\dfrac{y}{x+z}}\ge \dfrac{2y}{x+y+z}$ (2)
$\sqrt{\dfrac{z}{x+y}}\ge \dfrac{2z}{x+y+z}$ (3)
Cộng (1), (2), (3) vếtheovế, ta được:
$\sqrt{\dfrac{x}{y+z}}+\sqrt{\dfrac{y}{x+z}}+\sqrt{\dfrac{z}{x+y}}\ge \dfrac{2(x+y+z)}{x+y+z}=2$
Dấu “=” xảyra $\Leftrightarrow \begin{cases} x=y+z \\ y=x+z \\ z=x+y \end{cases} \Leftrightarrow x=y=z=0$
Vì $x,y,z>0$ nêndấu “=” của BĐT khôngthểxảyra.
Do đó: $\sqrt{\dfrac{x}{y+z}}+\sqrt{\dfrac{y}{x+z}}+\sqrt{\dfrac{z}{x+y}}>2$
</td></tr>
<tr><td></td><td>


</td></tr>
</table>

a)Ta có I làtrungđiểmcủadây CD$\Rightarrow$ OI $\perp$ CD tại I

$\Rightarrow MIO = 90^0$

Mà $MAO = 90^0$ (MA làtiếptuyến)

$\Rightarrow MIO + MAO = 180^0$

$\Rightarrow$Túgiác AMIO nộitiếp. (1)

Ta lạicó: $MAO + MBO = 90^0 + 90^0 = 180^0$ (MA, MB làtiếptuyến)

$\Rightarrow$Túgiác AMBO nộitiếp. (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ 5 điểm M, A, I, O, B cùngthuộcmộtđườngtròn

Do đótứgiácMAIB nộitiếp.

b)Ta có OM làđườngtrungtrựccủađoạn AB (vì OA = OA, MA = MB)

$\Rightarrow$MO$\perp$AB tại H

ΔMAO vuôngtại A cóAH làđườngcao$\Rightarrow MH.MO = MA^2$ (3)

ΔMCA vàΔMAD có:

AMC làgócchung

$MAC = MDA$ (cùngchắnAC)

$\Rightarrow$$\Delta$MCA~$\Delta$MAD (g –g)

$\Rightarrow \frac{MC}{MA} = \frac{MA}{MD} \Rightarrow MC.MD = MA^2$ (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow MH.MO = MC.MD$

ΔMCH vàΔMOD có

HMC: gócchung

$\frac{MC}{MO} = \frac{MH}{MD}$ (vì $MH.MO = MC.MD$)

$\Rightarrow$$\Delta$MCH ~$\Delta$MOD (c-g-c)

$\Rightarrow MHC = MDO$

$\Rightarrow$Túgiác CHOD nộitiếp

Hay đườngtrònngoạitiếp tam giác OCD đi qua điểm H.

c)Gọi J làgiaođiểmcủahaiđườngthẳng AB và OI.

ΔOIM vàΔOHJ có

$OHJ = OIM = 90^0$ và HOI làgócchung

$\Rightarrow$$\Delta$OIM ~$\Delta$OHJ (g-g)

$\Rightarrow \frac{OI}{OH} = \frac{OM}{OJ} \Rightarrow OI.OJ = OM.OH$ (5)

ΔMAO vuôngtại A có AH làđườngcao$\Rightarrow OM.OH = OA^2 = R^2$ (6)

Từ (5) và (6) $\Rightarrow OI.OJ = R^2 \Rightarrow \text{OJ} = \dfrac{R^2}{OI}$

Vìđiểm O vàđườngthẳng d cốđịnhnênđườngthẳng OI cốđịnh(OIlàđườngtrungtrựccủađoạn CD) vàđoạn OI cóđộdàikhôngđổi.

⇒đoạn OJ cóđộdàikhôngđổi.

Do Jnằmtrênđườngthẳng OI cốđịnhvàđộdài OJ khôngđổinên J cốđịnh.

Vậy: đườngthẳng AB luônđi qua điểm J cốđịnhkhi M thayđổitrênđườngthẳng d.

d)ΔMAD~ΔMCA (g –g)

$\Rightarrow \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{MA}{MC}$ và $MC.MD = MA^2$

Suyra $\dfrac{AD^2}{AC^2} = \dfrac{MA^2}{MC^2} = \dfrac{MC.MD}{MC^2} = \dfrac{MD}{MC}$ (7)

Ta lạicótứgiác CHOD nộitiếp

$\Rightarrow OHD = OCD$; $CHM = ODC$

Mà $ODC = OCD$ (ΔOCD càntại O)

$\Rightarrow CHD = CHM$

$\Rightarrow BHD = BHC$ $(do BHM = BHO = 90^0)$

$\Rightarrow CHB = \dfrac{1}{2} CHD$

Mặtkhác: $CHD = COD$ (tứgiác CHOD nộitiếp)

$\Rightarrow CHB = \dfrac{1}{2} COD = CAD$

ΔBCHvàΔACD có:

$CHB = CAD$ (cmt)

$CBH = CDA$ (cùngchắncung AC)

⇒ΔBCH ~ΔDCA (g-g)

$\Rightarrow \dfrac{AD}{AC} = \dfrac{HB}{HC} = \dfrac{HA}{HC} \Rightarrow \dfrac{AD^2}{AC^2} = \dfrac{HA^2}{HC^2}$ (8)

Từ (7) và (8) suyra: $\dfrac{MD}{MC} = \dfrac{HA^2}{HC^2}$