

**Câu I.** (2,0 điểm)

1. Rút gọn các biểu thức sau:

$$a) A = \frac{5\sqrt{7} - \sqrt{63}}{\sqrt{28}}$$

$$b) B = \left( \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} \right) \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x}} \text{ với } x > 0 \text{ và } x \neq 4.$$

2. Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + 6y = 11 \\ 4x - 9y = 1 \end{cases}$$

**Câu II.** (2,0 điểm) Cho phương trình :  $x^2 + x + m - 5 = 0$  (1) (m là tham số, x là ẩn)

1. Giải phương trình (1) với  $m = 4$ .

2. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1 \neq 0, x_2 \neq 0$  thỏa mãn:  $\frac{6-m-x_1}{x_2} + \frac{6-m-x_2}{x_1} = \frac{10}{3}$

**Câu III.** (2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một phòng họp có 360 ghế được xếp thành từng hàng và mỗi hàng có số ghế ngòai Một phòng họp có 360 ghế được xếp thành từng hàng và mỗi hàng có số ghế ngòai thêm một ghế mới đủ chỗ. Tính xem lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng có bao nhiêu ghế? (Biết rằng mỗi hàng ghế không có nhiều hơn 20 ghế)

**Câu IV.** (3,5 điểm)

Cho góc  $\angle xAy = 90^\circ$ , vẽ đường tròn tâm A bán kính R. Đường tròn này cắt Ax; Ay thứ tự tại B và D. Các tiếp tuyến với đường tròn (A) kẻ từ B và D cắt nhau tại C.

1. Tứ giác ABCD là hình gì? Chứng minh.

2. Trên BC lấy điểm M tùy ý (M khác B và C) kẻ tiếp tuyến MH với đường tròn (A), (H là tiếp điểm). MH cắt CD tại N. Chứng minh rằng góc  $\angle MAN = 45^\circ$ .

3. P; Q thứ tự là giao điểm của AM; AN với BD. Chứng minh rằng MQ; NP là các đường cao của tam giác AMN.

**Câu V.** (0.5 điểm) Cho a, b là các số thực thỏa mãn:  $2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} = 4$  ( $a \neq 0$ )

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:  $P = ab$ .

# ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO 10 MÔN TOÁN QUẢNG NINH NĂM 2014 – 2015

## Câu I.

1. Rút gọn biểu thức

$$a) A = \frac{5\sqrt{7} - \sqrt{63}}{\sqrt{28}} = \frac{5\sqrt{7} - 3\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = 1$$

$$b) B = \left( \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2}} \right) \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x}}$$
$$= \frac{(\sqrt{x+2}) + (\sqrt{x-2})}{(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} \cdot \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x}}$$
$$= \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x-2})}{\sqrt{x}(\sqrt{x-2})(\sqrt{x+2})} = \frac{2}{\sqrt{x+2}}$$

( $x > 0; x \neq 4$ )

2. Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 6y = 11 \\ 4x - 9y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 12y = 22 \\ 4x - 9y = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 21y = 21 \\ 4x - 9y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ có nghiệm duy nhất  $(x; y) = \left(\frac{5}{2}; 1\right)$

## Câu II.

1. Giải phương trình  $x^2 + x + m - 5 = 0$  (1) với  $m = 4$ .

Thay  $m = 4$ , ta có

$$(1) \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = 0$$

$$\Delta = 1^2 + 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5 > 0$$

Phương trình có hai nghiệm

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$$

Vậy tập nghiệm của (1) là  $\left\{ \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \right\}$

2. \*Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  khác 0, điều kiện cần và đủ là:

$$\begin{cases} \Delta = 1 - 4(m - 5) > 0 \\ 0^2 + 0 + m - 5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{21}{4} \\ m \neq 5 \end{cases}$$

Theo định lí Vi-ét ta có:  $x_1 + x_2 = -1; x_1 x_2 = m - 5$  (\*)

Theo bài ra ta có:

$$\frac{6-m-x_1}{x_2} + \frac{6-m-x_2}{x_1} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(6-m)x_1 + (6-m)x_2 - x_1^2 - x_2^2}{x_1x_2} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(6-m)(x_1+x_2) - (x_1+x_2)^2 + 2x_1x_2}{x_1x_2} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(6-m)(-1) - (-1)^2 + 2(m-5)}{m-5} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3m-17}{m-5} = \frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3(3m-17) = 10(m-5)$$

$$\Leftrightarrow m = -1(TM)$$

Vậy  $m = -1$  là giá trị cần tìm.

### Câu III.

Gọi số hàng ghế là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}^*$ ,  $x < 360$ )

Gọi số ghế trên mỗi hàng ban đầu là  $y$  ( $y \in \mathbb{N}^*$ ,  $y \leq 20$ )

Vì 360 ghế được xếp thành  $x$  hàng và mỗi hàng có  $y$  ghế nên ta có phương trình:

$$xy = 360(1)$$

Phải kê thêm một hàng ghế nên số hàng ghế sau đó là  $x + 1$  (hàng)

Mỗi hàng ghế phải kê thêm một ghế nên số ghế mỗi hàng sau đó là  $y + 1$  (ghế)

Vì 400 người ngồi đủ  $x + 1$  hàng, mỗi hàng  $y + 1$  ghế nên ta có phương trình:

$$(x+1)(y+1) = 400(2)$$

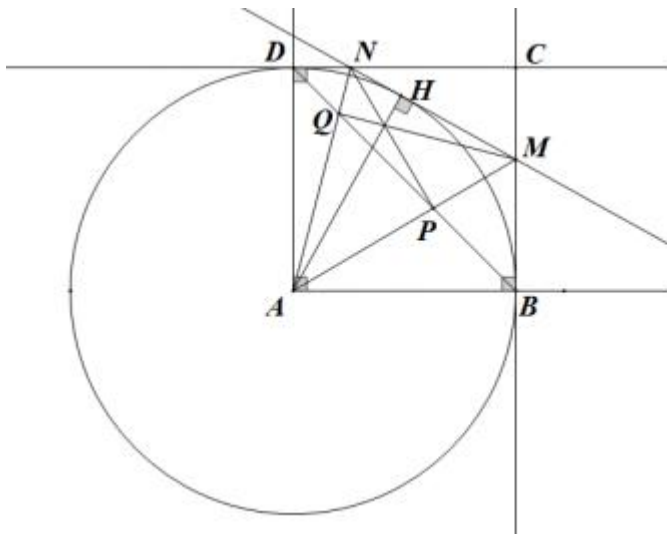
Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} xy = 360 \\ (x+1)(y+1) = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 260 \\ xy + x + y + 1 = 400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 39 \\ xy = 360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x; y) = (24; 15)(TM) \\ (x; y) = (15; 24)(L) \end{cases}$$

Vậy có 15 hàng, mỗi hàng 24 ghế.

### Câu IV.



1. Theo tính chất tiếp tuyến ta có:

$$CBA=ADC=90^\circ$$

Xét tứ giác ABCD có:

$$\begin{cases} BAD = 90^\circ \\ CBA = ADC = 90^\circ (cmt) \end{cases}$$

$\Rightarrow$  ABCD là hình chữ nhật.

Ta có  $AB = AC = R$  nên ABCD là hình vuông.

2. Xét 2 tam giác vuông ADN và AHN có:

$$\begin{cases} AN \text{ chung} \\ AD = AH = R \end{cases}$$

$\Rightarrow \triangle ADN = \triangle AHN$  (cạnh huyền – cạnh góc vuông)

$$\Rightarrow \angle DAN = \angle HAN$$

Tương tự:  $\angle HAM = \angle BAM$

Mặt khác

$$\angle DAN + \angle HAN + \angle HAM + \angle BAM = \angle A = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \angle HAN + 2 \cdot \angle HAM = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle HAN + \angle HAM = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \angle MAN = 45^\circ$$

3. Xét tam giác vuông BCD có  $BC = CD = R$

$\Rightarrow$  Tam giác BCD vuông cân tại C  $\Rightarrow$  góc CBD =  $45^\circ$

Ta có A, B là hai điểm liên tiếp cùng nhìn QM một góc  $45^\circ$

$\Rightarrow$  Tứ giác ABMQ là tứ giác nội tiếp

$$\Rightarrow \angle AQM + \angle ABM = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle AQM = 180^\circ - \angle ABM = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$\Rightarrow MQ \perp AN \Rightarrow AN$  là đường cao của tam giác AMN (đpcm)

Tương tự ADNP là tứ giác nội tiếp  $\Rightarrow NP \perp AM \Rightarrow NP$  là đường cao trong tam giác AMN (đpcm).

**Câu V.**

$$2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} = 4$$

Áp dụng BĐT  $x^2 + y^2 \geq 2xy \forall x, y \in \mathbb{R}$  (dấu bằng xảy ra  $\Leftrightarrow x = y$ ), ta có:

$$a^2 + \frac{1}{a^2} \geq 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 2$$

$$a^2 + \frac{b^2}{4} \geq 2 \cdot a \cdot \frac{b}{2} = ab$$

Cộng từng vế của hai BĐT trên, ta được:

$$2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} \geq 2 + ab$$

$$\text{Mà } 2a^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{1}{a^2} = 4 \Rightarrow 4 \geq 2 + ab \Rightarrow ab \leq 2$$

Dấu bằng xảy ra

$$\begin{cases} a = \frac{1}{a} \\ a = \frac{b}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 1 \\ b = 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

Vậy GTLN của P là 2, xảy ra khi  $a = 1; b = 2$  hoặc  $a = -1, b = -2$ .