SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NAM	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2017-2018
	Môn thi : **TOÁN (Toán chuyên)**
ĐỀ CHÍNH THỨC	Thời gian: **150 phút** (*không kể thời gian giao đề*)
	Ngày thi : **11/7/2017**

Câu 1 (*2,0 điểm*).

a) Cho biểu thức $A=\dfrac{3x}{2x+3\sqrt{x}-2}-\dfrac{2x}{4x-1}+\dfrac{x-\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(4x-1\right)}$ với $x\ge 0$ và $x\ne\dfrac{1}{4}$.

Rút gọn biểu thức A và tìm x để $A=\dfrac{1}{3x}$.

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(a\,;b)$ thỏa mãn đẳng thức $9a^2-6a-b^3=0$.

Câu 2 (*2,0 điểm*).

a) Giải phương trình $2x^2+x\left(\sqrt{x+3}-1\right)-3=0$.

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2+x+y-xy=3 \\ (x^2+y^2)(xy+1)=4-(x-y)^2. \end{cases}$

Câu 3 (*1,0 điểm*).

Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=ax+b$. Tìm a và b để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho A có hoành độ bằng 2 và khoảng cách từ A đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ B đến trục tung.

Câu 4 (*2,0 điểm*).

Cho hình vuông $ABCD$, điểm E nằm trên cạnh BC (E khác B, E khác C). Hai đường thẳng AE và CD cắt nhau tại F.

a) Chứng minh $\dfrac{1}{AE^2}+\dfrac{1}{AF^2}=\dfrac{1}{AB^2}$.

b) Gọi G là trọng tâm của tam giác ACD và I là trung điểm của cạnh AD. Điểm M di động trên đoạn thẳng ID, đường thẳng MG cắt AC tại N. Chứng minh $\dfrac{AD}{AM}+\dfrac{AC}{AN}=3$; trong trường hợp giá trị của tích $AM.AN$ nhỏ nhất, tính tỉ số $\dfrac{AM}{AD}$.

Câu 5 (*2,0 điểm*).

Cho tam giác nhọn ABC $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn (O) và có trực tâm H. Ba điểm D, E, F lần lượt là chân các đường cao vẽ từ A, B, C của tam giác ABC. Gọi M là trung điểm của cạnh BC, K là giao điểm của EF và BC. Đường thẳng AK cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là N.

a) Chứng minh tứ giác $BFNK$ nội tiếp đường tròn và HK vuông góc với AM.

b) Lấy điểm L trên cung nhỏ BC của đường tròn (O) (L khác B, L khác C). Gọi P là giao điểm của AL và BE, Q là giao điểm của BL và AD. Chứng minh đường thẳng DE cách đều hai điểm P và Q.

Câu 6 (*1,0 điểm*).

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z=3$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x^3yz+y^3zx+z^3xy$.

--------------- HẾT ---------------

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NAM	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2017-2018
HDC CHÍNH THỨC	**HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN CHUYÊN**

(Bản hướng dẫn này gồm 05 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 **(2,0)**	a) Cho biểu thức $A=\dfrac{3x}{2x+3\sqrt{x}-2}-\dfrac{2x}{4x-1}+\dfrac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(4x-1)}$ với $x\geq 0$ và $x\neq \dfrac{1}{4}$. Rút gọn biểu thức A và tìm x để $A=\dfrac{1}{3x}$.	**1,0**
	$A=\dfrac{3x}{(2\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2)}-\dfrac{2x}{(2\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}+1)}+\dfrac{x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(2\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}+1)}$	0,25
	$=\dfrac{3x(2\sqrt{x}+1)-2x(\sqrt{x}+2)+x-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(2\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}+1)}=\dfrac{4x\sqrt{x}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(4x-1)}=\dfrac{\sqrt{x}(4x-1)}{(\sqrt{x}+2)(4x-1)}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.	0,25
	Với $x>0$ và $x\neq\dfrac{1}{4}$: $A=\dfrac{1}{3x}\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{1}{3x}\Leftrightarrow 3x\sqrt{x}-\sqrt{x}-2=0$ (*)	0,25
	Đặt $t=\sqrt{x}$ $(t>0, t\neq 1/2)$. Phương trình (*) trở thành: $3t^3-t-2=0\Leftrightarrow(t-1)(3t^2+3t+2)=0\Leftrightarrow t=1\Leftrightarrow x=1$ (thỏa điều kiện).	0,25
	b) Tìm tất cả các cặp số nguyên $(a\,;b)$ thỏa mãn đẳng thức $9a^2-6a-b^3=0$.	**1,0**
	$9a^2-6a-b^3=0\Leftrightarrow 9a^2-6a+1=b^3+1\Leftrightarrow(3a-1)^2=b^3+1$ (*) Vì $(3a-1)^2\geq 0$ nên $b^3+1\geq 0$ hay $b\geq -1$.	0,25
	+ Với $b=-1$: Từ (*) suy ra: $a=\dfrac{1}{3}$ (không thỏa). + Với $b\geq 0$: Vì $(3a-1)^2$ là số chính phương nên b^3+1 là số chính phương. $b^3+1=(b+1)(b^2-b+1)=(b+1)^2\left(\dfrac{b^2-b+1}{b+1}\right)=(b+1)^2\left(b-2+\dfrac{3}{b+1}\right)$.	0,25

	.+ Do b^3+1 và $(b+1)^2$ là các số chính phương khác 0 nên $\dfrac{3}{b+1}\in N \Rightarrow b\in\{0;2\}$.	0,25
	.+ Với $b=0 \Rightarrow a=0$ (thỏa) + Với $b=2 \Rightarrow a=-\dfrac{2}{3}$ hoặc $a=\dfrac{4}{3}$ (cả 2 giá trị a không thỏa). Vậy $(a\,;b)=(0;0)$ là cặp số duy nhất thỏa yêu cầu.	0,25
	*** Cách khác:** $9a^2-6a-b^3=0 \Leftrightarrow 9a^2-6a+1=b^3+1 \Leftrightarrow (3a-1)^2=b^3+1$ (*) Vì $(3a-1)^2\ge 0$ nên $b^3+1\ge 0$ hay $b\ge -1$.	(0,25)
	+ Xét $b=-1$ không thỏa (*). + Xét $b=0$, từ (*) suy ra $a=0$. + Xét $b=1$ không thỏa (*).	(0,25)
	+ Xét $b\ge 2$: Ta có: $(3a-1)^2=b^3+1 \Leftrightarrow (3a-1)^2=(b+1)(b^2-b+1)$ Gọi $d=$ ƯCLN$(b+1,\, b^2-b+1)$. Vì $b^2-b+1=b(b+1)-2(b+1)+3$ nên $3\,\vdots\, d$. Hơn nữa $(3a-1)^2$ không chia hết cho 3 nên $d<3$. Do đó $d=1$. Lại có $(3a-1)^2=(b+1)(b^2-b+1)$ nên $b+1$ và b^2-b+1 đều là hai số chính phương.	(0,25)
	Mặt khác: $(b-1)^2<b^2-b+1<b^2$ (vì $b\ge 2$) nên b^2-b+1 không phải là số chính phương. Vậy $(a;b)=(0;0)$ là cặp số duy nhất cần tìm.	(0,25)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 2 **(2,0)**	a) Giải phương trình $2x^2+x\left(\sqrt{x+3}-1\right)-3=0$ (1).	**1,0**
	(1) $\Leftrightarrow 2x^2-x-3+x\sqrt{x+3}=0 \Leftrightarrow (x+3)-x\sqrt{x+3}-2x^2=0$ (2)	0,25
	Đặt $t=\sqrt{x+3}$ $(t\ge 0)$, phương trình (2) trở thành: $t^2-xt-2x^2=0 \Leftrightarrow t=-x$ hoặc $t=2x$.	0,25
	Với $t=-x$ thì $\sqrt{x+3}=-x \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 0 \\ x+3=(-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 0 \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}$.	0,25

	Với $t=2x$ thì $\sqrt{x+3}=2x \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x+3=(2x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ \quad =1 \qquad\qquad = -3/4 \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$ Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x=1,\ x=\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}.$	0,25
	*** Cách khác:** Điều kiện: $x\ge -3$. $(1)\Leftrightarrow 2x^2+x\sqrt{x+3}-x-3=0 \Leftrightarrow 2x^2-x\sqrt{x+3}+2x\sqrt{x+3}-(x+3)=0$ $\Leftrightarrow x(2x-\sqrt{x+3})+\sqrt{x+3}\left(2x-\sqrt{x+3}\right)=0 \Leftrightarrow \left(2x-\sqrt{x+3}\right)\left(x+\sqrt{x+3}\right)=0$ $\Leftrightarrow 2x-\sqrt{x+3}=0$ hoặc $x+\sqrt{x+3}=0$	(0,5)
	Giải phương trình $2x-\sqrt{x+3}=0$ tìm được $x=1$.	(0,25)
	Giải phương trình $x+\sqrt{x+3}=0$ tìm được $x=\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}$ và kết luận.	(0,25)
	b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2+y^2+x+y-xy=3 \\ (x^2+y^2)(xy+1)=4-(x-y)^2. \end{cases}$	**1,0**
	Hệ phương trình đã cho tương đương với: $\begin{cases} (x+y)^2+x+y-3xy=3 \\ \left[(x+y)^2-2xy\right](xy+1)=4-(x+y)^2+4xy \end{cases}$	0,25
	Đặt $S=x+y,\ P=xy$, hệ phương trình trên trở thành: $\begin{cases} S^2+S-3P=3 & (1) \\ (S^2-2P)(P+1)=4-S^2+4P & (2) \end{cases}$ $(1)\Leftrightarrow P=\dfrac{S^2+S-3}{3}$ (3) Thay (3) vào (2) và biến đổi được: $S^4-S^3+S^2-6S=0 \Leftrightarrow S(S-2)(S^2+S+3)=0 \Leftrightarrow S=0$ hoặc $S=2$.	0,25
	$+\ S=0\Rightarrow P=-1$. Giải được $(x;y)=(1;-1)$ hoặc $(x;y)=(-1;1)$.	0,25
	$+\ S=2\Rightarrow P=1$. Giải được $(x;y)=(1;1)$. Vậy hệ phương trình đã cho có 3 nghiệm: $(1;1)$, $(1;-1)$, $(-1;1)$.	0,25
	*** Cách khác:** Ta có: $(2)\Leftrightarrow (x^2+y^2)(xy+1)=4+2xy-(x^2+y^2) \Leftrightarrow (x^2+y^2)(xy+1)+(x^2+y^2)-2(xy+2)=0$	(0,5)