SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN

NĂM HỌC 2021-2022

Môn thi: TOÁN (Chuyên Toán)

Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

Khóa thi ngày: 03-05/6/2021

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{8+x\left(1+\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}\right)}{(x-4)\left(x-2\sqrt{x}+4\right)}+\dfrac{x-3\sqrt{x}}{2\left(x-\sqrt{x}-6\right)}$

(với $x>1,\ x\neq 4,\ x\neq 9$)

b) Tìm tất cả bộ ba số nguyên tố p, q, r thỏa mãn $pq=r+1$ và $2\left(p^2+q^2\right)=r^2+1.$

Câu 2. (1,0 điểm)

Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=(2-2m)x+m$ (m là tham số). Chứng minh rằng (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của *m*. Khi đường thẳng (d) cắt (P) tại hai điểm A, B sao cho $M\left(\dfrac{1}{2};1\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB, hai điểm K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên trục hoành. Tính độ dài đoạn thẳng KH.

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Giải phương trình $(x-1)\sqrt{7-2x}=x^2-3x+2.$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x+2y-xy-2=0 \\ x^2-y^2+2x^2y+2xy^2+1=0 \end{cases}.$

Câu 4. (2,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD tâm O, điểm E nằm trên đoạn thẳng OB (E khác O, B), H là hình chiếu vuông góc của C trên đường thẳng AE. Gọi F là giao điểm của AC và DH.

a) Chứng minh HD là tia phân giác của góc $\widehat{AHC}$.

b) Chứng minh diện tích hình vuông ABCD bằng hai lần diện tích tứ giác AEFD.

Câu 5. (2,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC (AB < AC). Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại F, E. Gọi H là giao điểm của BE và CF, đường thẳng AH cắt BC tại D.

a) Chứng minh tứ giác ODFE nội tiếp đường tròn.

b) Gọi K là giao điểm của AH và EF, I là trung điểm của AH. Đường thẳng CI cắt đường tròn (O) tại điểm M (M khác C). Chứng minh CI vuông góc với KM.

Câu 6. (1,0 điểm)

Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $xy + yz + zx = xyz$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\mathrm{H} = \dfrac{x^2}{9z + zx^2} + \dfrac{y^2}{9x + xy^2} + \dfrac{z^2}{9y + yz^2}$.

--------------- HẾT ---------------

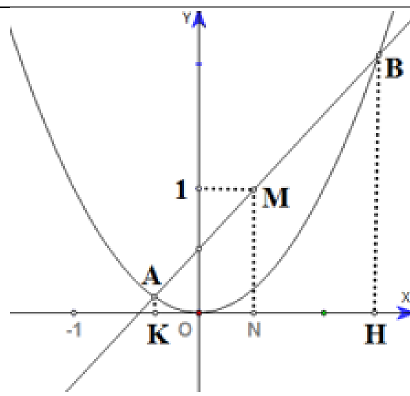
Họ và tên thí sinh:...Số báo danh: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO QUẢNG NAM	KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2021-2022
HDC CHÍNH THỨC	**HƯỚNG DẪN CHẤM** MÔN: TOÁN (CHUYÊN TOÁN)

(Bản hướng dẫn này gồm 06 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0)	*a) Rút gọn biểu thức* $A=\dfrac{8+x\left(1+\sqrt{x-2\sqrt{x}+1}\right)}{(x-4)\left(x-2\sqrt{x}+4\right)}+\dfrac{x-3\sqrt{x}}{2\left(x-\sqrt{x}-6\right)}$ $\quad (x>1,\ x\neq 4,\ x\neq 9)$	**1,0**
	$A=\dfrac{8+x\left(1+\sqrt{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)\left(x-2\sqrt{x}+4\right)}+\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{2\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}$	0,5
	$=\dfrac{8+x\left(1+\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(x\sqrt{x}+8\right)}+\dfrac{\sqrt{x}}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}=\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}}{2\left(\sqrt{x}+2\right)}$	0,25
	$=\dfrac{2\left(\sqrt{x}+2\right)+\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{2\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\dfrac{x+4}{2(x-4)}$	0,25
	b) Tìm tất cả bộ ba số nguyên tố p, q, r *thỏa mãn* $pq=r+1$ *và* $2\left(p^2+q^2\right)=r^2+1$	**1,0**
	+ Nếu p, q cùng là số lẻ $\Rightarrow pq$ là số lẻ $\Rightarrow r+1$ là số lẻ $\Rightarrow r$ là số chẵn $\Rightarrow r=2$ Mà p, q lẻ nên $p, q\geq 3 \Rightarrow p.q\geq 9$. Khi đó $r+1=2+1<9$ (không thỏa)	0,5
	+ p, q khác tính chẵn lẻ, giả sử $p=2$, q là số nguyên tố lẻ. Khi đó, ta có $\begin{cases}2q=r+1\\8+2q^2=r^2+1\end{cases}\Rightarrow 16+(r+1)^2=2r^2+2 \Leftrightarrow r^2-2r-15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}r=-3\ (\text{loai})\\r=5\end{array}\right.$ $r=5 \Rightarrow q=3$.	0,25
	Vậy có hai bộ số thỏa yêu cầu là: $(p,q,r)=(2,3,5)$; $(p,q,r)=(3;2;5)$.	0,25

	Cách khác: Từ $2\left(p^2+q^2\right)=r^2+1$ suy ra r là số lẻ.	**0.25**
	Suy ra $pq=r+1$ là số chẵn, nên pq chẵn, giả sử p chẵn, p nguyên tố nên $p=2$	**0.25**
	Khi đó, ta có $\begin{cases}2q=r+1\\ 8+2q^2=r^2+1\end{cases} \Rightarrow 16+(r+1)^2=2r^2+2 \Leftrightarrow r^2-2r-15=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}r=-3\ (\text{loai})\\ r=5\end{array}\right.$	**0.25**
	$r=5 \Rightarrow q=3$. Vai trò p,q như nhau nên có hai bộ số thỏa yêu cầu là: $(p,q,r)=(2,3,5);(3;2;5)$.	**0.25**

Câu 2 **(1,0)**	*Cho parabol* (P)$: y=x^2$ *và đường thẳng* (d)$: y=(2-2m)x+m$ *(m là tham số). Chứng minh rằng* (d) *luôn cắt* (P) *tại hai điểm phân biệt với mọi giá trị của m. Khi đường thẳng* (d) *cắt (P) tại hai điểm* A, B *sao cho* $\mathrm{M}\left(\frac{1}{2};1\right)$ *là trung điểm của đoạn thẳng AB, hai điểm* K, H *lần lượt là hình chiếu vuông góc của* A, B *trên trục hoành, tính độ dài đoạn thẳng* KH.	**1,0**
		
	- Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $x^2=(2-2m)x+m \Leftrightarrow x^2-2(1-m)x-m=0$ (*)	0,25
	$\Delta'=(1-m)^2+m=m^2-m+1=(m-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0, \forall m\in$. Suy ra pt (*) luôn có hai nghiệm phân biệt, hay (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.	0,25
	+ Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai hoành độ của A,B (giả sử $x_1<x_2$), khi đó x_1, x_2 là hai nghiệm của pt (*). N là hình chiếu vuông góc của M lên trục hoành.	0,25

	+ M là trung điểm của AB, khi đó N là trung điểm của KH. $x_1+x_2=2.\frac{1}{2}$ (vì $\frac{1}{2}-x_1=x_2-\frac{1}{2}$) $\Leftrightarrow 2(1-m)=1 \Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$	
	Khi đó pt(*) trở thành $x^2-x-\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow 2x^2-2x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{1-\sqrt{3}}{2}=x_1 \\ x=\frac{1+\sqrt{3}}{2}=x_2 \end{array}\right.$ Suy ra KH = $x_2-x_1=\sqrt{3}$.	0,25
	Cách khác: Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của A,B, khi đó x_1, x_2 là hai nghiệm của pt (*). M trung điểm AB nên $\frac{x_1+x_2}{2}=x_M=\frac{1}{2} \Rightarrow x_1+x_2=1$	**<u>0.25</u>**
	Ta có KH=$\lvert x_2-x_1 \rvert \Rightarrow \text{KH}^2=(x_2-x_1)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2$ Theo định lý Viet ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2-2m=1 \\ x_1x_2=-m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ x_1x_2=-\frac{1}{2} \end{cases}$ Do đó $\text{KH}^2=1-4\left(\frac{-1}{2}\right)=3 \Rightarrow \text{KH}=\sqrt{3}$	**<u>0.25</u>**

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 3 **(2,0)**	*a) Giải phương trình* $(x-1)\sqrt{7-2x}=x^2-3x+2$	**1,0**
	Điều kiện: $7-2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{7}{2}$	0,25
	$(x-1)\sqrt{7-2x}=x^2-3x+2 \Leftrightarrow (x-1)\sqrt{7-2x}=(x-1)(x-2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\ (\text{th/m}) \\ \sqrt{7-2x}=x-2 \end{array}\right.$	0,25