SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2019-2020

Môn thi : **TOÁN (Toán chuyên)**

Thời gian: **150 phút** (*không kể thời gian giao đề*)

Khóa thi ngày: **10-12/6/2019**

Câu 1 (*2,0 điểm*).

a) Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}+1}-\dfrac{2\sqrt{x}+8}{x\sqrt{x}+1}\right).\dfrac{x^2-x\sqrt{x}+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0.$

Rút gọn biểu thức A và tìm x để $A=6.$

b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n, số $M=9.3^{4n}-8.2^{4n}+2019$ chia hết cho 20.

Câu 2 (*1,0 điểm*).

Cho parabol $(P):y=-x^2$ và đường thẳng $(d):y=x+m-2.$ Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt lần lượt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2<3.$

Câu 3 (*2,0 điểm*).

a) Giải phương trình $x^2-\sqrt{x^2-4x}=4(x+3).$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2+y^2+4x+2y=3\\ x^2+7y^2-4xy+6y=13.\end{cases}$

Câu 4 (*2,0 điểm*).

Cho hình bình hành ABCD có góc A nhọn. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của C lên các đường thẳng AB, AD.

a) Chứng minh $AB.AH+AD.AK=AC^2.$

b) Trên hai đoạn thẳng BC, CD lần lượt lấy hai điểm M, N (M khác B, M khác C) sao cho hai tam giác ABM và ACN có diện tích bằng nhau; BD cắt AM và AN lần lượt tại E và F. Chứng minh $\frac{BM}{BC}+\frac{DN}{DC}=1$ và $BE+DF>EF$.

Câu 5 (*2,0 điểm*).

Cho tam giác nhọn ABC ($AB<AC$) nội tiếp đường tròn (O) và có trực tâm H. Ba điểm D, E, F lần lượt là chân các đường cao vẽ từ A, B, C của tam giác ABC. Gọi I là trung điểm của cạnh BC, P là giao điểm của EF và BC. Đường thẳng DF cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF tại điểm thứ hai là K.

a) Chứng minh $PB.PC=PE.PF$ và KE song song với BC.

b) Đường thẳng PH cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác HEF tại điểm thứ hai là Q. Chứng minh tứ giác BIQF nội tiếp đường tròn.

Câu 6 (*1,0 điểm*).

Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a.b.c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{(1+a)^2+b^2+5}{ab+a+4}+\frac{(1+b)^2+c^2+5}{bc+b+4}+\frac{(1+c)^2+a^2+5}{ca+c+4}.$$

---------- HẾT ----------

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NAM

KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN
NĂM HỌC 2019-2020

HDC CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN CHUYÊN

(Bản hướng dẫn này gồm 05 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1 (2,0)	a) Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}+1}-\dfrac{2\sqrt{x}+8}{x\sqrt{x}+1}\right).\dfrac{x^2-x\sqrt{x}+\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0$. Rút gọn biểu thức A và tìm x để $A=6$.	**1,25**
	Ta có: $\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-\sqrt{x}+1}-\dfrac{2\sqrt{x}+8}{x\sqrt{x}+1}=\dfrac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)-\left(2\sqrt{x}+8\right)}{x\sqrt{x}+1}$	0,25
	$=\dfrac{x+\sqrt{x}-6}{x\sqrt{x}+1}=\dfrac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}{x\sqrt{x}+1}.$	0,25
	$x^2-x\sqrt{x}+\sqrt{x}-1=\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x\sqrt{x}+1\right).$	0,25
	Do đó: $A=\dfrac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}{x\sqrt{x}+1}.\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+3}=\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right).$	0,25
	$A=6\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)=6\Leftrightarrow x-3\sqrt{x}-4=0\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-4\right)=0$ $\Leftrightarrow\sqrt{x}-4=0\Leftrightarrow x=16$ (không đối chiếu điều kiện $x\ge 0$ cũng được).	0,25
	b) Chứng minh rằng với mọi số nguyên dương n, số $M=9.3^{4n}-8.2^{4n}+2019$ chia hết cho 20.	**0,75**
	$M=\left(9^{2n+1}-1^{2n+1}\right)-2.4^{2n+1}+2020.$ $\left(9^{2n+1}-1^{2n+1}\right)\vdots(9-1),\ 2.4^{2n+1}\vdots 8,\ 2020\vdots 4\Rightarrow M\vdots 4.$	0,25
	$M=\left(9^{2n+1}-4^{2n+1}\right)-\left(4^{2n+1}+1^{2n+1}\right)+2020.$ $\left(9^{2n+1}-4^{2n+1}\right)\vdots(9-4),\ \left(4^{2n+1}+1^{2n+1}\right)\vdots(4+1),\ 2020\vdots 5\Rightarrow M\vdots 5.$	0,25

	Mặt khác 4 và 5 nguyên tố cùng nhau nên $M \vdots 20$.	0,25
Câu 2 (1,0)	Cho parabol $(P): y = -x^2$ và đường thẳng $(d): y = x + m - 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt lần lượt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 < 3$.	**1,0**
	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là: $-x^2 = x + m - 2$ $\Leftrightarrow x^2 + x + m - 2 = 0$ (1).	0,25
	(d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, tức là: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - 4(m-2) > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$ (*).	0,25
	$x_1^2 + x_2^2 < 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 < 3 \Leftrightarrow 1 - 2(m-2) < 3$	0,25
	$\Leftrightarrow 1 - 2m + 4 < 3 \Leftrightarrow m > 1$. Kết hợp với điều kiện (*) suy ra: $1 < m < \frac{9}{4}$.	0,25

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 3 (2,0)	a) Giải phương trình $x^2 - \sqrt{x^2 - 4x} = 4(x+3)$ (1).	**1,0**
	Đặt $t = \sqrt{x^2 - 4x}, t \geq 0$ (Điều kiện: $x^2 - 4x \geq 0$ được 0,25).	0,25
	PT (1) trở thành: $t^2 - t - 12 = 0$ (chỉ cần thay t đúng và không còn chứa x).	0,25
	$\Leftrightarrow t = -3$ (loại) hoặc $t = 4$ (thỏa $t \geq 0$). (Nếu không loại $t = -3$, nhưng bước 4 có xét $t = -3$ phương trình $\sqrt{x^2 - 4x} = -3$ vô nghiệm thì bước này cũng được 0,25).	0,25
	Với $t = 4$ thì $\sqrt{x^2 - 4x} = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x = 16 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 16 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \pm 2\sqrt{5}$.	0,25
	*** Trình bày khác:** Điều kiện: $x^2 - 4x \geq 0$ (0,25)	(0,5)

	$(1) \Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2-4x}\right)^2 - \sqrt{x^2-4x} - 12 = 0$ (0,25)	
	$\Leftrightarrow \sqrt{x^2-4x} = -3$ (vô nghiệm) hoặc $\sqrt{x^2-4x} = 4$	(0,25)
	$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 16 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 16 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \pm 2\sqrt{5}$.	(0,25)
	Ghi chú: Nếu thí sinh không đặt điều kiện nhưng giải đúng hoàn toàn thì vẫn được điểm tối đa.	
	b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x + 2y = 3 \\ x^2 + 7y^2 - 4xy + 6y = 13. \end{cases}$	**1,0**
	Hệ phương trình đã cho tương đương với: $\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 8x + 4y = 6 \\ x^2 + 7y^2 - 4xy + 6y = 13. \end{cases}$ Suy ra: $x^2 - 5y^2 + 4xy + 8x - 2y = -7$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 + 2(2y+4)x - 5y^2 - 2y + 7 = 0 \Leftrightarrow x = y - 1$ hoặc $x = -5y - 7$.	0,25
	+ Với $x = y - 1$ ta có hệ: $\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x + 2y = 3 \\ x = y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 2y - 3 = 0 \\ x = y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -4 \\ y = -3 \end{cases}$	0,25
	+ Với $x = y - 1$ ta có hệ: $\begin{cases} x^2 + y^2 + 4x + 2y = 3 \\ x = -5y - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13y^2 + 26y + 9 = 0 \\ x = -5y - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-26 - 10\sqrt{13}}{13} \\ y = \dfrac{-13 + 2\sqrt{13}}{13} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = \dfrac{-26 + 10\sqrt{13}}{13} \\ y = \dfrac{-13 - 2\sqrt{13}}{13} \end{cases}$ Vậy hệ PT có 4 nghiệm: $(0;1)$, $(-4;-3)$, $\left(\dfrac{-26-10\sqrt{13}}{13}; \dfrac{-13+2\sqrt{13}}{13}\right)$, $\left(\dfrac{-26+10\sqrt{13}}{13}; \dfrac{-13-2\sqrt{13}}{13}\right)$.	0,25
	*** Cách khác:** Hệ phương trình đã cho tương đương với: $\begin{cases} (x+2)^2 + (y+1)^2 = 8 \\ (x-2y)^2 + 3(y+1)^2 = 16 \end{cases}$	(0,25)
	Đặt $a = x + 2, b = y + 1$, hệ phương trình trên trở thành: $\begin{cases} a^2 + b^2 = 8 \quad (1) \\ (a-2b)^2 + 3b^2 = 16 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2a^2 + 2b^2 = 16 \\ (a-2b)^2 + 3b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow a^2 + 4ab - 5b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b$ hoặc $a = -5b$.	(0,25)
	Thay $a = b$ vào (1) ta được: $2b^2 = 8 \Leftrightarrow b = \pm 2$.	(0,25)