

# Giải bài tập toán 9:

## Chủ đề phương trình vô tỷ



## CHỦ ĐỀ 8 – PHƯƠNG TRÌNH VÔ TỶ

I. PHƯƠNG PHÁP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG .....	2
DẠNG 1: GHÉP THÍCH HỢP ĐƯA VỀ TÍCH.....	2
DẠNG 2: NHÂN LIÊN HỢP ĐƯA VỀ TÍCH.....	4
DẠNG 3: DỰ ĐOÁN NGHIỆM ĐỂ TỪ ĐÓ TÁCH THÍCH HỢP ĐƯA VỀ TÍCH.....	7
II. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ .....	12
DẠNG 1 : BIẾN ĐỔI VỀ MỘT BIỂU THỨC VÀ ĐẶT MỘT ẨN PHỤ.....	12
DẠNG 2. BIẾN ĐỔI VỀ HAI BIỂU THỨC VÀ ĐẶT HAI ẨN PHỤ RỒI ĐƯA VỀ TÍCH.....	14
DẠNG 3: ĐẶT ẨN PHỤ KẾT HỢP VỚI ẨN BAN ĐẦU ĐƯA VỀ TÍCH.....	16
DẠNG 2: ĐÁNH GIÁ VẾ NÀY $\geq$ MỘT SỐ, VẾ KIA $\leq$ SỐ ĐÓ BẰNG BĐT CỎI, BUNHIA .....	18
HỆ THỐNG BÀI TẬP SỬ DỤNG TRONG CHỦ ĐỀ .....	22
I. PHƯƠNG PHÁP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG .....	22
II. PHƯƠNG PHÁP ĐẶT ẨN PHỤ. ....	22
III. PHƯƠNG PHÁP ĐÁNH GIÁ.....	23

### I. PHƯƠNG PHÁP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG

#### DẠNG 1: GHÉP THÍCH HỢP ĐƯA VỀ TÍCH

**Ví dụ 1.** Giải phương trình:  $\sqrt{x+9} + 2012\sqrt{x+6} = 2012 + \sqrt{(x+9)(x+6)}$

#### Lời giải

Điều kiện:  $x \geq -6$ .

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow 2012\sqrt{x+6} - 2012 + \sqrt{x+9} - \sqrt{(x+9)(x+6)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2012(\sqrt{x+6} - 1) - \sqrt{x+9}(\sqrt{x+6} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{x+6} - 1)(\sqrt{x+9} - 2012) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -5, x = 4048135 \text{ ( thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là:  $S = \{-5; 4048135\}$ .

**Ví dụ 2.** Giải phương trình:  $\sqrt{2x+1} + 3\sqrt{4x^2 - 2x + 1} = 3 + \sqrt{8x^3 + 1}$ .

#### Lời giải

Điều kiện:  $x \geq -\frac{1}{2}$ .

---

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow \sqrt{2x+1} - 3 + 3\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - \sqrt{(2x+1)(4x^2 - 2x + 1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2x+1} - 3) - \sqrt{4x^2 - 2x + 1}(\sqrt{2x+1} - 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{2x+1} - 3)(\sqrt{4x^2 - 2x + 1} - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x+1} = 3 \\ \sqrt{4x^2 - 2x + 1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=9 \\ 4x^2 - 2x + 1 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 0, x = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ (Thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là:  $S = \left\{0; 4; \frac{1}{2}\right\}$ .

**Ví dụ 3.** Giải phương trình:  $x^3 + (4 + x^2)\sqrt{4 - x^2} = 8 - 2x\sqrt{4 - x^2}$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $x^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2$ .

Khi đó phương trình đã cho trở thành

$$x^3 - 8 + (4 + x^2)\sqrt{4 - x^2} + 2x\sqrt{4 - x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x^2 + 2x + 4) + (x^2 + 2x + 4)\sqrt{4 - x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 + 2x + 4)(x - 2 + \sqrt{4 - x^2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow [(x+1)^2 + 3](x - 2 + \sqrt{4 - x^2}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4 - x^2} = 2 - x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ 4 - x^2 = 4 - 4x + x^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

So với điều kiện, ta có tập nghiệm của phương trình đã cho là  $S = \{0; 2\}$ .

**Ví dụ 4.** Giải phương trình  $x + 2\sqrt{7 - x} + \sqrt{7x - x^2} - 2\sqrt{x - 7} = 0$ .

**Lời giải.**

Điều kiện:  $0 \leq x \leq 7$ .

Khi đó, ta có

$$\begin{aligned}
& x + 2\sqrt{7-x} + \sqrt{7x-x^2} - 2\sqrt{x} - 7 = 0 \\
& \Leftrightarrow 2\sqrt{7-x} - 2\sqrt{x} + \sqrt{x(7-x)} - (7-x) = 0 \\
& \Leftrightarrow 2(\sqrt{7-x} - \sqrt{x}) - \sqrt{7-x}(\sqrt{7-x} - \sqrt{x}) = 0 \\
& \Leftrightarrow (\sqrt{7-x} - \sqrt{x})(2 - \sqrt{7-x}) = 0 \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{7-x} - \sqrt{x} = 0 \\ 2 - \sqrt{7-x} = 0 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} 7-x = x \\ 7-x = 4 \end{cases} \\
& \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{7}{2} \end{cases}
\end{aligned}$$

So với điều kiện, ta có tập nghiệm của phương trình là  $S = \left\{3; \frac{7}{2}\right\}$ .

## DẠNG 2: NHÂN LIÊN HỢP ĐƯA VỀ TÍCH

- $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \frac{a-b}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$  khi biểu thức xác định.
- $\sqrt{a} - b = \frac{a-b^2}{\sqrt{a} + b}$  khi biểu thức xác định.

**Ví dụ 1.** Giải phương trình  $x^2 + 1 + \sqrt{x^2 + x + 2} = 2x + \sqrt{3x + 1}$ .

**Lời giải.**

Điều kiện:  $x \geq -\frac{1}{3}$ .

Khi đó

$$\begin{aligned}
& x^2 + 1 + \sqrt{x^2 + x + 2} = 2x + \sqrt{3x + 1} \\
& \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + \sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt{3x + 1} = 0 \\
& \Leftrightarrow (x-1)^2 + \frac{(x^2 + x + 2) - (3x + 1)}{\sqrt{x^2 + x + 2} + \sqrt{3x + 1}} = 0 \\
& \Leftrightarrow (x-1)^2 + \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x^2 + x + 2} + \sqrt{3x + 1}} = 0 \\
& \Leftrightarrow (x-1)^2 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + x + 2} + \sqrt{3x + 1}}\right) = 0 \\
& \Leftrightarrow x = 1
\end{aligned}$$

So với điều kiện, ta có tập nghiệm của phương trình là  $S = \{1\}$ .

**Ví dụ 2.** Giải phương trình  $x^2 + 2018\sqrt{2x^2 + 1} = x + 1 + 2018\sqrt{x^2 + x + 2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $x^2 + x + 2 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0, \forall x$ . Khi đó

$$\begin{aligned} x^2 + 2018\sqrt{2x^2 + 1} &= x + 1 + 2018\sqrt{x^2 + x + 2} \Leftrightarrow (x^2 - x - 1) + 2018(\sqrt{2x^2 + 1} - \sqrt{x^2 + x + 2}) = 0 \\ \Leftrightarrow (x^2 - x - 1) + 2018 \cdot \frac{(2x^2 + 1) - (x^2 + x + 2)}{\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + x + 2}} &= 0 \Leftrightarrow (x^2 - x - 1) + 2018 \cdot \frac{x^2 - x - 1}{\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + x + 2}} = 0 \\ \Leftrightarrow (x^2 - x - 1) \left(1 + \frac{2018}{\sqrt{2x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + x + 2}}\right) &= 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là  $S = \left\{ \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \right\}$ .

**Ví dụ 3.** Giải phương trình  $\sqrt{4x^2 + 5x + 1} + 3 = 2\sqrt{x^2 - x + 1} + 9x$ .

**Lời giải.**

Ta có  $x^2 - x + 2 = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall x$  nên điều kiện là  $4x^2 + 5x + 1 \geq 0$ .

Khi đó

$$\begin{aligned} \sqrt{4x^2 + 5x + 1} + 3 &= 2\sqrt{x^2 - x + 1} + 9x \\ \Leftrightarrow \sqrt{4x^2 + 5x + 1} - \sqrt{4x^2 - 4x + 4} - 9x + 3 &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{(4x^2 + 5x + 1) - (4x^2 - 4x + 4)}{\sqrt{4x^2 + 5x + 1} + \sqrt{4x^2 - 4x + 4}} - (9x - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{9x - 3}{\sqrt{4x^2 + 5x + 1} + \sqrt{4x^2 - 4x + 4}} - (9x - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow (9x - 3) \left( \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 5x + 1} + \sqrt{4x^2 - 4x + 4}} - 1 \right) &= 0 \end{aligned}$$

Trường hợp 1.  $9x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$  (thỏa).

Trường hợp 2.

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 5x + 1} + \sqrt{4x^2 - 4x + 4}} - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{4x^2 + 5x + 1} + \sqrt{4x^2 - 4x + 4}} &= 1 \\ \Leftrightarrow \sqrt{4x^2 + 5x + 1} + \sqrt{4x^2 - 4x + 4} &= 1 \end{aligned}$$

Vì  $\sqrt{4x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(2x - 1)^2 + 3} \geq \sqrt{3}$  nên trường hợp 2 vô nghiệm.

Vậy phương trình có tập nghiệm là  $S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$ .

**Ví dụ 4.** Giải phương trình  $\sqrt{5x + 4} + \sqrt{3x + 2} = \sqrt{4x + 5} + \sqrt{2x + 3}$ .

**Lời giải.**

Điều kiện:  $x \geq -\frac{2}{3}$ .

Với điều kiện trên phương trình trở thành

$$\begin{aligned}\sqrt{5x+4} + \sqrt{3x+2} &= \sqrt{4x+5} + \sqrt{2x+3} \\ \Leftrightarrow (\sqrt{5x+4} - \sqrt{4x+5}) + (\sqrt{3x+2} - \sqrt{2x+3}) &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{(5x+4) - (4x+5)}{\sqrt{5x+4} + \sqrt{4x+5}} + \frac{(3x+2) - (2x+3)}{\sqrt{3x+2} + \sqrt{2x+3}} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{5x+4} + \sqrt{4x+5}} + \frac{x-1}{\sqrt{3x+2} + \sqrt{2x+3}} &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-1) \left( \frac{1}{\sqrt{5x+4} + \sqrt{4x+5}} + \frac{1}{\sqrt{3x+2} + \sqrt{2x+3}} \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= 1\end{aligned}$$

So với điều kiện ta có tập nghiệm của phương trình là  $S = \{1\}$ .

**Ví dụ 5.** Giải phương trình  $\sqrt{3x^2 - 7x + 3} - \sqrt{x^2 - 2} = \sqrt{3x^2 - 5x - 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 4}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $x^2 - 3x + 4 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} > 0, \forall x$  nên điều kiện là  $\begin{cases} 3x^2 - 7x + 3 \geq 0 \\ x^2 - 2 \geq 0 \\ 3x^2 - 5x - 1 \geq 0 \end{cases}$

Với điều kiện trên, phương trình trở thành

$$\begin{aligned}\sqrt{3x^2 - 7x + 3} - \sqrt{x^2 - 2} &= \sqrt{3x^2 - 5x - 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 4} \\ \Leftrightarrow (\sqrt{3x^2 - 7x + 3} - \sqrt{3x^2 - 5x - 1}) + (\sqrt{x^2 - 3x + 4} - \sqrt{x^2 - 2}) &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{(3x^2 - 7x + 3) - (3x^2 - 5x - 1)}{\sqrt{3x^2 - 7x + 3} + \sqrt{3x^2 - 5x - 1}} + \frac{(x^2 - 3x + 4) - (x^2 - 2)}{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{x^2 - 2}} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{4 - 2x}{\sqrt{3x^2 - 7x + 3} + \sqrt{3x^2 - 5x - 1}} + \frac{6 - 3x}{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{x^2 - 2}} &= 0 \\ \Leftrightarrow (2 - x) \left( \frac{2}{\sqrt{3x^2 - 7x + 3} + \sqrt{3x^2 - 5x - 1}} + \frac{3}{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{x^2 - 2}} \right) &= 0 \\ \Leftrightarrow 2 - x &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= 2\end{aligned}$$

So với điều kiện ta được tập nghiệm của phương trình là  $S = \{2\}$ .

**Ví dụ 6.** Giải phương trình  $6\sqrt{1-x^2} - 4x = 3(\sqrt{1+x} - 1)$ .

**Lời giải.**

Điều kiện:  $-1 \leq x \leq 1$ .

Khi đó, phương trình trở thành

$$6\sqrt{1-x^2} - 4x = 3(\sqrt{1+x} - 1)$$

$$\Leftrightarrow 6\sqrt{1-x^2} - 3\sqrt{1+x} - 4x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{1+x}(2\sqrt{1-x} - 1) - 4x + 3 = 0$$

$$\hat{U} \quad 3\sqrt{1+x} \cdot \frac{4(1-x) - 1^2}{2\sqrt{1-x} + 1} - 4x + 3 = 0$$

$$\hat{U} \quad 3\sqrt{1+x} \cdot \frac{3-4x}{2\sqrt{1-x} + 1} - 4x + 3 = 0$$

$$\hat{U} \quad (3-4x) \cdot \frac{3\sqrt{1+x}}{2\sqrt{1-x} + 1} + 1 = 0 \quad \hat{U} \quad x = \frac{3}{4} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $S = \left\{ \frac{3}{4} \right\}$

### DẠNG 3: DỰ ĐOÁN NGHIỆM ĐỂ TỪ ĐÓ TÁCH THÍCH HỢP ĐƯA VỀ TÍCH

• Nếu nhẩm được một nghiệm  $x = a$  của phương trình thì ta tách được phương trình đó về dạng tích  $(x - a) \cdot f(x) = 0$ .

• Nếu nhẩm được một nghiệm  $x = -a$  của phương trình thì ta tách được phương trình đó về dạng tích  $(x + a) \cdot f(x) = 0$ .

• Trong trường hợp  $f(x) = 0$  mà phức tạp thì ta thường chứng minh  $f(x) = 0$  vô nghiệm hoặc chứng minh  $f(x) = 0$  có nghiệm duy nhất.

**Bước 1:** Nhẩm các số nguyên thỏa mãn điều kiện xem số nào thỏa mãn phương trình, ta thường nhẩm các số mà thay vào các căn đều khai căn được.

**Bước 2:** Lập bảng để chọn số cần chèn vào phân căn.

**Bước 3:** Kết hợp công thức  $\sqrt{a-b} - \sqrt{a+b} = \frac{a-b^2}{\sqrt{a+b}}$  để đưa về tích.

**Ví dụ 1:** Giải phương trình  $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$ .

**Phân tích bài toán:** Phương trình này ta nhẩm được một nghiệm  $x = 5$  nên ta sẽ tách được nhân tử  $x - 5$

	$\sqrt{3x+1}$	$\sqrt{6-x}$
$x = 5$	4	1

Từ bảng này, ta suy ra  $\sqrt{3x+1}$  sẽ đi với số 4, còn  $\sqrt{6-x}$  sẽ đi với số 1.

**Trình bày lời giải:**

Điều kiện :  $-\frac{1}{3} \leq x \leq 6$

Phương trình  $\hat{U} \quad (\sqrt{3x+1} - 4) - (\sqrt{6-x} - 1) + 3x^2 - 14x - 5 = 0$

$$\hat{U} \frac{(3x+1)-4^2}{\sqrt{3x+1}+1} + \frac{(6-x)-1^2}{\sqrt{6-x}+2} + 3x^2 - 15x + x - 5 = 0$$

$$\hat{U} \frac{3x-15}{\sqrt{3x+1}+1} + \frac{5-x}{\sqrt{6-x}+2} + 3x(x-5) + (x-5) = 0$$

$$\hat{U} (x-5) \left( \frac{1}{\sqrt{3x+1}+1} + \frac{1}{\sqrt{6-x}+2} + 3x+1 \right) = 0$$

Trường hợp 1: Xét  $x-5=0 \cup x=5$  (thỏa mãn điều kiện)

Trường hợp 2: Xét  $\frac{1}{\sqrt{3x+1}+1} + \frac{1}{\sqrt{6-x}+2} + 3x+1=0$  loại vì

$$\frac{1}{\sqrt{3x+1}+1} + \frac{1}{\sqrt{6-x}+2} + 3x+1 > 0 \forall -\frac{1}{3} \leq x \leq 6$$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $S = \{5\}$

**Ví dụ 2:** Giải phương trình  $\sqrt{x-1} + \sqrt{6-x} = 3x^2 - 4x - 1$

**Phân tích bài toán:** Phương trình này ta nhận được một nghiệm  $x=2$  nên ta sẽ tách được nhân tử  $x-2$

	$\sqrt{x-1}$	$\sqrt{6-x}$
$x=2$	1	2

Từ bảng này, ta suy ra  $\sqrt{x-1}$  sẽ đi với số 1, còn  $\sqrt{6-x}$  sẽ đi với số 2.

**Trình bày lời giải:**

Điều kiện:  $-\frac{1}{3} \leq x \leq 6$

$$\text{Phương trình } \hat{U} (\sqrt{x-1}-1) + (\sqrt{6-x}-2) = 3x^2 - 4x - 4$$

$$\hat{U} \frac{(x-1)-1^2}{\sqrt{x-1}+1} + \frac{(6-x)-2^2}{\sqrt{6-x}+2} = 3x^2 - 6x + 2x - 4$$

$$\hat{U} \frac{x-2}{\sqrt{x-1}+1} + \frac{2-x}{\sqrt{6-x}+2} = 3x(x-2) + 2(x-2)$$

$$\hat{U} (x-2) \left( \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} - \frac{1}{\sqrt{6-x}+2} - 3x - 2 \right) = 0$$

Trường hợp 1: Xét  $x-2=0 \cup x=2$  (thỏa mãn điều kiện)

Trường hợp 2: Xét  $\frac{1}{\sqrt{x-1}+1} - \frac{1}{\sqrt{6-x}+2} - 3x - 2 = 0$

$$\hat{U} \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} = \frac{1}{\sqrt{6-x}+2} - 3x - 2 \quad (*)$$

$$\hat{U} \frac{1}{\sqrt{x-1}+1} = \frac{1}{\sqrt{6-x}+2} + 3x+2$$



Do  $\sqrt{x-1} + 1^3 - 1 \geq 1$  nên  $\frac{1}{\sqrt{x-1} + 1} \leq 1$

Với  $1 \leq x \leq 6$  thì  $3x + 2^3 - 3 \cdot 1 + 2 = 5$  nên  $\frac{1}{\sqrt{6-x} + 2} + 3x + 2 > 5$

Do đó phương trình (\*) vô nghiệm

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $S = \{2\}$

**Ví dụ 3:** Giải phương trình  $5(\sqrt{3x-2} + \sqrt{x+3}) = 4x^2 - 24x + 35$

**Phân tích bài toán:** Phương trình này ta nhận được một nghiệm  $x = 1$  nên ta sẽ tách được nhân tử  $x - 1$

	$\sqrt{3x-2}$	$\sqrt{x+3}$
$x = 1$	1	2

Từ bảng này, ta suy ra  $\sqrt{x-1}$  sẽ đi với số 1, còn  $\sqrt{6-x}$  sẽ đi với số 2.

**Trình bày lời giải:**

Điều kiện:  $x \geq \frac{2}{3}$

$$\text{Phương trình } 5(\sqrt{3x-2} - 1) + (\sqrt{x+3} - 2) = 4x^2 - 24x + 20$$

$$\hat{=} 5 \frac{(3x-2) - 1^2}{\sqrt{3x-2} + 1} + \frac{(x+3) - 2^2}{\sqrt{x+3} + 2} = 4x^2 - 24x + 20$$

$$\hat{=} 5 \frac{(3x-2) - 1^2}{\sqrt{3x-2} + 1} + \frac{(x+3) - 2^2}{\sqrt{x+3} + 2} = 4x^2 - 4x - 20x + 20$$

$$\hat{=} 5 \frac{3x-3}{\sqrt{3x-2} + 1} + \frac{x-1}{\sqrt{x+3} + 2} = 4x(x-1) - 20(x-1)$$

$$\hat{=} (x-1) \left[ \frac{15}{\sqrt{3x-2} + 1} + \frac{5}{\sqrt{x+3} + 2} - 4x - 20 \right] = 0$$

Trường hợp 1: Xét  $x - 1 = 0 \cup x = 1$  (thỏa mãn điều kiện)

$$\text{Trường hợp 2: Xét } \frac{15}{\sqrt{3x-2} + 1} + \frac{5}{\sqrt{x+3} + 2} - 4x - 20 = 0$$

$$\hat{=} \frac{15}{\sqrt{3x-2} + 1} + \frac{5}{\sqrt{x+3} + 2} - 4x - 20 = 0$$

$$\hat{=} \frac{15}{\sqrt{3x-2} + 1} + \frac{5}{\sqrt{x+3} + 2} = 4x - 20 \quad (*)$$

$$\text{Nếu } x < 6 \text{ thì } \frac{15}{\sqrt{3x-2} + 1} + \frac{5}{\sqrt{x+3} + 2} > \frac{15}{\sqrt{3 \cdot 6 - 2} + 1} + \frac{5}{\sqrt{6 + 3} + 2} = 4 \quad (*)$$

Mà  $4x - 20 < 4.6 - 20 = 4$  nên phương trình (\*) vô nghiệm.

Nếu  $x > 6$  thì  $\frac{15}{\sqrt{3x-2}+1} + \frac{5}{\sqrt{x+3}+2} < \frac{15}{\sqrt{3.6-2}+1} + \frac{5}{\sqrt{6+3}+2} = 4$  (\*)

Mà  $4x - 20 > 4.6 - 20 = 4$  nên phương trình (\*) vô nghiệm.

Nếu  $x = 6$  thỏa mãn (\*) và thỏa mãn điều kiện

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $S = \{1; 6\}$

**Ví dụ 4:** Giải phương trình  $x^3 - 2\sqrt{x+2} - 4 = 0$

**Phân tích bài toán:** Phương trình này ta nhầm được một nghiệm  $x = 2$  nên ta sẽ tách được nhân tử  $x - 2$

	$\sqrt{x+2}$
$x = 2$	2

Từ bảng này, ta suy ra  $\sqrt{x+2}$  sẽ đi với số 2.

**Trình bày lời giải:**

Điều kiện :  $x \geq -2$

Phương trình  $(x^3 - 8) - 2(\sqrt{x+2} - 2) = 0$

$$\hat{U} (x-2)(x^2 + 2x + 4) - 2 \frac{(x+2) - 2^2}{\sqrt{x+2} + 2} = 0$$

$$\hat{U} (x-2)(x^2 + 2x + 4) - 2 \frac{x-2}{\sqrt{x+2} + 2} = 0$$

$$\hat{U} (x-2) \left( x^2 + 2x + 4 - \frac{2}{\sqrt{x+2} + 2} \right) = 0$$

Trường hợp 1: Xét  $x - 2 = 0 \cup x = 2$  (thỏa mãn điều kiện)

Trường hợp 2: Xét  $x^2 + 2x + 4 - \frac{2}{\sqrt{x+2} + 2} \hat{U} x^2 + 2x + 4 = \frac{2}{\sqrt{x+2} + 2}$  (\*)

Do  $\sqrt{x+2} + 2 \geq 2$  nên  $\frac{2}{\sqrt{x+2} + 2} \leq 1$

Mà  $x^2 + 2x + 4 = (x+1)^2 + 3 \geq 3$  nên phương trình (\*) vô nghiệm.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là  $S = \{2\}$

**Ví dụ 5:** Giải phương trình  $x^3 + x - 7 = \sqrt{x^2 + 5}$ .

**Phân tích bài toán:** Phương trình này ta nhầm được một nghiệm  $x = 2$  nên ta sẽ tách được nhân tử  $x - 2$

	$\sqrt{x^2+5}$
$x = 2$	3

Từ bảng này ta suy ra  $\sqrt{x^2+5}$  sẽ đi với số 3.