

**ĐỀ CHÍNH THỨC**  
(Đề thi gồm 01 trang)

**MÔN: TOÁN 8**  
Thời gian làm bài: 150 phút  
(Không kể thời gian giao đề)

**Câu 1. (4,5 điểm)**

- a) Tìm số nguyên  $x, y$  thỏa mãn  $x^2 - 2x + 2y = 2(xy + 2)$ .
- b) Chứng minh rằng  $a^3b - ab^3$  chia hết cho 6 với mọi số nguyên  $a, b$ .
- c) Tìm số nguyên  $n$  sao cho biểu thức  $B = n^2 + 2n + 8$  có giá trị là số chính phương.

**Câu 2. (4,5 điểm)**

a) Rút gọn biểu thức  $A = \left( \frac{x}{xy - y^2} + \frac{y}{x^2 - xy} \right) : \frac{x^2 + y^2}{x^2y - xy^2}$  ( $x \neq y$  và  $x; y \neq 0$ ).

b) Đa thức  $P(x)$  chia cho đa thức  $x-3$  dư 5,  $P(x)$  chia cho đa thức  $x-2$  dư 6. Tìm đa thức dư trong phép chia đa thức  $P(x)$  cho đa thức  $x^2 - 5x + 6$ .

**Câu 3. (4,0 điểm)**

a) Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $x + y + z = 3$ .

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = x(2x + z) + y(6y + z)$ .

b) Một Robot chuyển động từ A đến B theo cách sau: Sau khi đi được 4m dừng lại 1 giây, rồi đi tiếp 8m dừng lại 2 giây, đi tiếp 12 m dừng lại 3 giây, ... Cứ như vậy đi từ A đến B kể cả dừng hết tất cả 155 giây. Tính khoảng cách từ A đến B. Biết rằng khi đi Robot luôn có tốc độ là 2m/s.

**Câu 4. (6,0 điểm)**

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh  $\triangle AEF$  đồng dạng với  $\triangle ABC$ .

b) Chứng minh  $\frac{AE \cdot BF}{DE \cdot EF} = \frac{FD}{CD}$ .

c) Trên tia đối của tia DH lấy K sao cho  $DK = DH$ , Gọi M, N lần lượt là trung điểm của DE và KC. Chứng minh rằng  $\widehat{BMN} = 90^\circ$ .

**Câu 5. (1,0 điểm)**

Trên một đường thẳng có 10 đoạn thẳng, biết rằng không có 4 đoạn thẳng nào có điểm chung. Chứng minh rằng trong 10 đoạn thẳng đó tồn tại 4 đoạn thẳng đôi một không có điểm chung.

-----HẾT-----

Họ và tên học sinh:..... Số báo danh:.....

## HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Ý	Nội dung	Điểm																				
<b>Câu 1</b>	A (1,5)	$x^2 - 2x + 2y = 2(xy + 2)$ $(x-1)^2 - 2y(x-1) = 5$ $(x-1)(x-1-2y) = 5$ Từ đó ta được $x-1$ thuộc $U(5) = \{1; 5; -1; -5\}$ Ta có bảng kết quả	0,5																				
		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 15%;">x-1</td> <td style="width: 15%;">1</td> <td style="width: 15%;">5</td> <td style="width: 15%;">-1</td> <td style="width: 15%;">-5</td> </tr> <tr> <td>x-1-2y</td> <td>5</td> <td>1</td> <td>-5</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>2</td> <td>6</td> <td>0</td> <td>-4</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-2</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>-2</td> </tr> </table>	x-1	1	5	-1	-5	x-1-2y	5	1	-5	-1	x	2	6	0	-4	y	-2	2	2	-2	0,5
	x-1	1	5	-1	-5																		
x-1-2y	5	1	-5	-1																			
x	2	6	0	-4																			
y	-2	2	2	-2																			
	B (1,5)	$M = a^3b - ab^3$ $= (a^3b - ab) - (ab^3 - ab)$ $= b(a^3 - a) - a(b^3 - b)$ Ta có $a^3 - a = a(a-1)(a+1)$ là tích 3 số nguyên liên tiếp nên tích chia hết cho 6. Tương tự $b^3 - b$ chia hết cho 6 Nên M chia hết cho 6	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25																				
	C (1,5)	$B = n^2 + 2n + 8$ là số chính phương nên $n^2 + 2n + 8 = a^2$ (với a là số tự nhiên) $(n+1)^2 + 7 = a^2$ $(a+n+1)(a-n-1) = 7$ Ta có bảng	0,25 0,25																				
		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="width: 15%;">a+n+1</td> <td style="width: 15%;">1</td> <td style="width: 15%;">7</td> <td style="width: 15%;">-1</td> <td style="width: 15%;">-7</td> </tr> <tr> <td>a-n-1</td> <td>7</td> <td>1</td> <td>-7</td> <td>-1</td> </tr> <tr> <td>N</td> <td>-4</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>-4</td> </tr> </table> Vậy $n = -4$ hoặc $n = 2$	a+n+1	1	7	-1	-7	a-n-1	7	1	-7	-1	N	-4	2	2	-4	1,0					
a+n+1	1	7	-1	-7																			
a-n-1	7	1	-7	-1																			
N	-4	2	2	-4																			
<b>Câu 2</b>	a 2,0	$A = \left( \frac{x}{xy - y^2} + \frac{y}{x^2 - xy} \right) : \frac{x^2 + y^2}{x^2y - xy^2}$ ( Với $x \neq y$ và $x, y \neq 0$ ) $A = \left( \frac{x^2}{xy(x-y)} + \frac{y^2}{xy(x-y)} \right) : \frac{x^2 + y^2}{x^2y - xy^2}$	0,5																				

		$A = \left( \frac{x^2 + y^2}{xy(x-y)} \right) \cdot \frac{x^2 + y^2}{x^2y - xy^2}$	0,5
		$A = \left( \frac{x^2 + y^2}{xy(x-y)} \right) \cdot \frac{x^2y - xy^2}{x^2 + y^2}$	0,5
		A = 1	0,5
	b)	Ta có $x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3)$	0,5
	(2,5)	Gọi thương và dư của phép chia P(x) cho $x^2 - 5x + 6$ lần lượt là A(x) và R(x). Vì đa thức chia bậc hai nên dư R(x) = ax + b	0,5
		Ta có P(x) = (x-3)(x-2).A(x) + ax + b (đúng với mọi x)	0,5
		Cho x = 3 ta được P(3) = 5 nên 3a + b = 5	
		Cho x = 2 ta được P(2) = 6 $\Rightarrow$ 2a + b = 6	0,5
		Ta giải được a = -1 ; b = 8	
		Vậy dư là -x + 8	0,5
<b>Câu 3</b>	A	Vì x + y + z = 3 nên z = 3 - x - y	0,25
	(1,5)	$P = x(2x + z) + y(6y + z)$ $P = 2x^2 + 6y^2 + xz + yz$ $P = 2x^2 + 6y^2 + (3 - x - y)(x + y)$ $P = 2x^2 + 6y^2 + 3x + 3y - 2xy - x^2 - y^2$ $P = x^2 + 5y^2 - 2xy + 3x + 3y$	0,25
		$4P = 4x^2 + 20y^2 - 8xy + 12x + 12y$ $4P = (2x - 2y + 3)^2 + (16y^2 + 24y + 9) - 9$ $4P = (2x - 2y + 3)^2 + (4y + 3)^2 - 9$ $4P \geq -9$ <p>Nên <math>P \geq \frac{-9}{4}</math></p>	0,5
		Vậy Min P = -4/9 khi x = -9/4; y = -3/4 và z = 6	0,5
	B	Gọi số lần đi là x (lần) ( $x \in N^*$ ), Số lần dừng là x-1 (lần)	0,5
	(2,5)	Thời gian đi là: $\frac{4}{2} + \frac{8}{2} + \frac{12}{2} + \dots + \frac{4x}{2} = 2 + 4 + 6 + \dots + 2x = x(x+1)$ (giây)	0,5
		Thời gian dừng là $1 + 2 + 3 + \dots + (x-1) = \frac{x(x-1)}{2}$ (giây)	0,5
		Theo bài ra ta có $x(x+1) + \frac{x(x-1)}{2} = 155$	0,5

		$2x^2 + 2x + x^2 - x = 310$ $3x^2 + x - 310 = 0$ $(x-10)(3x+11) = 0$ $x=10 \text{ (thỏa mãn)}$ <p>Thời gian đi là <math>10 \cdot (10+1) = 110</math> giây</p> <p>Khoảng cách từ A đến B là <math>110 \cdot 2 = 220</math> (m)</p>	0,5
<b>Câu 4</b>			0,5
	A (2,0)	<p>Xét <math>\triangle AEB</math> và <math>\triangle AFC</math> có</p> $\widehat{BAE} = \widehat{CAF}$ $\widehat{BEA} = \widehat{CFA} = 90^\circ$ <p>Suy ra <math>\triangle AEB \sim \triangle AFC</math> (gg)</p>	1,0
		<p>Ta được <math>\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}</math></p> <p>Xét <math>\triangle AEF</math> và <math>\triangle ABC</math> có</p> $\widehat{FAE} = \widehat{CAB}$ $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \text{ (chứng minh trên)}$ <p>Suy ra <math>\triangle AEF \sim \triangle ABC</math> (c.g.c)</p>	1,0
	b) (2,0)	<p>Ta có <math>\triangle AEF \sim \triangle ABC</math> Suy ra <math>\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}</math> (1)</p> <p>Hoàn toàn tương tự ta có</p> $\triangle BFD \sim \triangle BCA \text{ Suy ra } \frac{BF}{BC} = \frac{FD}{AC} \text{ (2)}$ $\triangle CED \sim \triangle CBA \text{ Suy ra } \frac{CD}{AC} = \frac{ED}{AB} \text{ (3)}$ <p>Nhân (1) (2) (3) theo vế ta được <math>AE \cdot BF \cdot CD = EF \cdot FD \cdot ED</math></p>	0,5  0,5  0,5  0,5

		Ta có điều phải chứng minh	
	c) (1,5)	<p>Ta có K và H đối xứng nhau qua BC nên <math>\widehat{HBD} = \widehat{KBD}</math></p> <p>Suy ra <math>\triangle BEC \sim \triangle BDK</math> (gg)</p> <p>Ta được <math>\triangle BED \sim \triangle BCK</math>(cgc)</p> <p>Do M, N lần lượt là trung điểm của DE và KC</p> <p>Nên <math>\triangle BEM \sim \triangle BCN</math>(cgc)</p> <p>Suy ra <math>\widehat{CBN} = \widehat{EBM}</math> ta được <math>\widehat{NBM} = \widehat{CBE}</math></p> <p>kết hợp với <math>\frac{BE}{BC} = \frac{BM}{BN}</math> (Do <math>\triangle BEM \sim \triangle BCN</math>(cgc))</p> <p>Suy ra <math>\triangle BEC \sim \triangle BMN</math>(cgc) nên <math>\widehat{NMB} = \widehat{CEB} = 90^\circ</math></p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
<b>Câu 5</b>	(1,0)	<p>Xét các đoạn thẳng nằm trên tia Ax</p> <p>Gọi <math>a_1</math> là đoạn thẳng có mút gần A nhất lúc đó có nhiều nhất là hai đoạn thẳng có điểm chung với <math>a_1</math>. Vậy còn ít nhất <math>10 - 3 = 7</math> đoạn</p> <p>Trong 7 đoạn còn lại chọn đoạn <math>a_2</math> gần A nhất lúc đó có nhiều nhất là hai đoạn thẳng có điểm chung với <math>a_2</math>. Vậy còn ít nhất <math>7 - 3 = 4</math> đoạn</p> <p>Trong 4 đoạn còn lại chọn đoạn <math>a_3</math> gần A nhất lúc đó có nhiều nhất 2 đoạn có điểm chung với <math>a_3</math>. Còn lại ít nhất <math>4 - 3 = 1</math> đoạn gọi đoạn đó là <math>a_4</math>.</p> <p>Ta thấy 4 đoạn <math>a_1; a_2; a_3; a_4</math> đôi một không có điểm chung</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

---Hết---